



**HAL**  
open science

# Etude du refroidissement laser en cellule : contribution au développement d'une horloge atomique miniature à Cs133

Paul-Eric Pottie

► **To cite this version:**

Paul-Eric Pottie. Etude du refroidissement laser en cellule : contribution au développement d'une horloge atomique miniature à Cs133. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. Français. NNT : . tel-00006012

**HAL Id: tel-00006012**

**<https://theses.hal.science/tel-00006012>**

Submitted on 5 May 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Systemes de Référence Temps-Espace

# BNM-SYRTE LABORATOIRE DES SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE TEMPS-ESPACE

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité :

La physique du particule au solide, modèles et expériences

présentée par :

M. Paul-Eric POTTIE

Pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Sujet de la thèse :

ÉTUDE DU REFROIDISSEMENT LASER EN CELLULE :  
CONTRIBUTION AU DÉVELOPPEMENT D'UNE HORLOGE ATOMIQUE MINIATURE  
À  $^{133}\text{Cs}$

Soutenue le 28/05/2003  
devant le jury composé de :

M. Claude Fabre	Président du Jury
M. Philippe Jacquier	Rapporteur
M. Pierre Thomann	Rapporteur
M. Michel Aubourg	Examineur
M. Uwe Sterr	Examineur
M. Michel Desaintfuscien	Directeur de thèse
M. Noël Dimarcq	Co-directeur de thèse
M. Pierre Lemonde	Membre invité



---

*"Le moins que l'on puisse demander à une sculpture,  
c'est qu'elle ne bouge pas"*  
*Salvador Dalí, Les cocus du vieil art moderne. [1]*



A mes parents,

A la mémoire de Pierre Céz.

## Remerciements

Ce travail de thèse a été initié au Laboratoire de l'Horloge Atomique (LHA) et s'est terminé au Laboratoire des Systèmes de Références Temps-Espace (BNM-SYRTE). Malgré les difficultés du déménagement, la fusion du LHA avec le Laboratoire Primaire des Temps et Fréquence (LPTF) pour former le BNM-SYRTE a été une formidable occasion d'enrichissement personnel. Je remercie les directeurs successifs du Laboratoire, Michel Granveaud, Nicole Capitaine, Philip Tuckey, pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire, et plus particulièrement Michel Desaintfuscien, pour l'attention qu'il a portée à mon travail de thèse. Je remercie très chaleureusement Pierre Thomann et Philippe Jacquier pour leur lecture attentive et critique du manuscrit, ainsi que Uwe Sterr et Michel Aubourg pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en l'examinant. Je remercie plus spécialement Claude Fabre d'avoir accepté la présidence du jury, et Pierre Lemonde d'avoir accepté d'y participer.

Mon travail de thèse sur Horace m'a profondément enrichi, en me faisant aborder de nombreux domaines de la physique, et ce grâce à l'encadrement et l'expérience de nombreux chercheurs et techniciens du Laboratoire. Aussi je voudrais remercier parmi eux en premier lieu Noël Dimarcq, pour son enthousiasme inaltérable et la qualité de ses jugements, tant sur le plan scientifique que sur le plan humain, sans lesquels le pari d'Horace ne serait pas.

Je ne saurais assez remercier André Clairon et Pierre Lemonde. Je remercie André et Pierre en particulier pour m'avoir soutenu et encouragé dans l'étude des processus de refroidissement à l'œuvre dans Horace. Je les remercie encore pour la richesse de leurs enseignements, leurs explications patientes, les efforts et le temps qu'ils m'auront consacrés. Leur rigueur comme leur générosité resteront pour moi un modèle. J'associe à ces remerciements Giorgio Santarelli et Philippe Laurent, qui m'ont fait part de leur temps et de leur expérience sans compter. Merci infiniment à tous les quatre. C'est avec émotion que j'adresse mes remerciements posthumes à Pierre Cerez, pour l'attention et l'aide qu'il m'a portées pendant ma thèse, et dont les encouragements m'ont permis de continuer dans les moments les plus difficiles.

J'exprime toute ma gratitude envers Pierre Petit, qui a conçu et réalisé l'enceinte à vide de CHARLI, ainsi que les premières cavités micro-onde d'Horace. La réalisation de l'expérience doit beaucoup au travail de Daniel Guitard, que je remercie aussi pour m'avoir appris le maniement des machine-outils. Je remercie également Jean-Pierre Aoustin, qui a réalisé de nombreuses pièces à l'Observatoire, avec disponibilité et compétence. Je voudrais remercier en particulier Michel Lours, Michel Dequin et Laurent Volodimer, pour leur aide précieuse et efficace

en électronique. Je remercie aussi chaleureusement Annie Gérard qui m'a souvent apporté son aide technique. J'ai profité au cours de ma thèse des services du pôle de Haute Technologie de l'Observatoire. Je remercie Françoise Gex et Patrice Barroso pour les travaux de polissage optique des cavités Horace qui y ont été effectués.

Je dois également un immense merci à Michèle Fichet et Catherine Laurent qui ont assuré la gestion du laboratoire, à Orsay puis à Paris, pour leurs soutiens continuels, leur aide, leur gentillesse. Merci encore à Liliane Garin, Yertha Baïdomti et à Pascale Michel pour leur aide technique. Je suis extrêmement reconnaissant envers Pascal Blondé pour la maintenance efficace du réseau et des machines informatiques.

Je remercie très chaleureusement Michel Aubourg et Stéphane Bila qui ont réalisé la modélisation en éléments finis des cavités micro-onde Horace. Leurs travaux ont permis les premières estimations des performances en fréquence d'Horace, et ont été déterminants pour le calcul des cavités sphériques. Je suis particulièrement reconnaissant envers Emeric De Clerq pour son aide sur CPT, et envers Peter Wolf pour ses cours de relativité restreinte et générale. Je remercie aussi Frank Pereira Dos Santos pour son aide efficace sur les calculs de matrice densité. Je remercie chaleureusement Geneviève Théobald pour son écoute attentive et ses conseils judicieux. Merci en particulier à David Horville (GEPI) qui m'a enseigné entre autres l'usage du logiciel Lasso.

Je souhaite remercier l'ensemble des chercheurs du laboratoire et de l'Observatoire pour leurs explications patientes, leur gentillesse et leur aide : Claude Audoin, Jean-Jacques Zondy, Daniele Rovera, Ouali Acef, Roland Barillet, Arnaud Landragin, Joseph Ashkar, David Valat, Pierre Urich, Raymond Tourde, Cypriana Mandache, Jean-Yves Richard, Peter Rosenbusch.

Je suis particulièrement reconnaissant envers Christelle Guillemot qui s'est attelée presque seule à la réalisation des simulations numériques pour Horace. Je remercie aussi Emmanuel Guillot<sup>1</sup> pour les discussions enflammées sur les horloges atomiques et pour m'avoir passé amicalement le flambeau d'Horace, que je transmets à mon tour avec joie à Stéphane Trémine et Stéphane Guérandel. J'espère sincèrement que ce manuscrit pourra les aider encore plus qu'ils ne m'ont aidé. Merci aussi à Samuel Sirmon et David Holleville pour la réalisation de "Horace Junior". Je remercie spécialement Constance Valentin pour sa contribution originale à Horace avec les calculs de déplacement de fréquence et de stabilité de fréquence, et Thomas Zanon<sup>2</sup> pour son enthousiasme, pour son travail sur le projet Horace, pour les heures de manip passées ensemble. Je suis reconnaissant envers Jérôme Fils, avec qui j'ai inévitablement partagé les périodes de doutes, pour son aide et sa disponibilité. Je remercie aussi Pascal Boudartchouk

---

<sup>1</sup>dit "Binôme".

<sup>2</sup>dit "Petit Binôme".

pour les calculs de cavité chargée (de diélectrique), et pour son soutien cantalou au début de ma thèse...

Je remercie Michel Brunet du *CNES* et Roger Petit de la *DGA*, pour le soutien financier qu'ils ont apporté au projet Horace.

J'exprime mon entière gratitude envers Fritz Riehle, Jürgen Helmcke et Uwe Sterr, pour m'avoir permis de terminer la rédaction du présent manuscrit au sein de la PTB.

Je remercie très chaleureusement mes voisins de bureau de l'Atelier 3, Michel Abgrall, Frédéric Allard, Ivan Maksimovic pour leur amitié, leur soutien, leur bonne humeur quotidienne. Mille mercis en particulier à Michel pour son soutien logistique efficace. Je remercie tout aussi chaleureusement Yvan Sortais, Sébastien Bize et Irène Courtillot, pour leur amitié, leur aide et leurs conseils avisés. Je remercie les autres stagiaires, doctorants ou post-doctorants du BNM-SYRTE, pour les nombreuses discussions sur la physique et sur le reste : Albane Douillet, Shougang Zang, Anders Bruschi, Jan Grünert, Frank Ducos, Harold Marion, Florence Yver, Audrey Quessada, François Narbonne, Damien Chambon, Patrick Cheinet, Céline Vian, Luigi Cacciapuoti et tous les autres...

Je remercie en dernier lieu mes amis et ma famille, pour leur patience et leur indulgence à mon égard pendant ces difficiles années. Je remercie en particulier Frédéric Schuller et Antony Sarrat pour leur amitié hypocrite. Enfin, je voudrais remercier ceux sans qui rien ne vaut : mes parents, Pascale, Guillaume et Salomé.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Introduction aux horloges atomiques</b>	<b>5</b>
2.1	Définition de la seconde . . . . .	5
2.2	Principe de fonctionnement d'une horloge atomique . . . . .	7
2.3	Horloges atomiques à Césium : Précisions importantes . . . . .	10
2.3.1	Expression générale de la probabilité de transition . . . . .	10
2.3.2	Préparation et sélection des atomes . . . . .	16
2.3.3	Synthèse du signal d'interrogation des atomes . . . . .	16
2.4	Stabilité de fréquence, exactitude . . . . .	17
2.4.1	Notations . . . . .	17
2.4.2	Densité spectrale de puissance d'un signal sinusoïdal . . . . .	19
2.4.3	Stabilité de fréquence . . . . .	20
2.4.4	Exactitude . . . . .	22
2.5	Différents principes de réalisation d'horloges atomiques avec du Césium 133 . . . . .	23
2.5.1	Les fontaines atomiques . . . . .	24
2.5.2	D'autres réalisations de la Seconde avec le Césium . . . . .	28
2.5.3	Perspectives pour les étalons primaires de fréquence . . . . .	29
2.5.4	Des horloges compactes pour un besoin industriel . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Conception(s) de l'horloge HORACE</b>	<b>37</b>
3.1	Principes fondateurs du projet HORACE . . . . .	37
3.1.1	Une horloge à atomes froids . . . . .	38
3.1.2	Unité de lieu des interactions . . . . .	39
3.2	Refroidissement radiatif des atomes de Cs . . . . .	43
3.2.1	Introduction . . . . .	43
3.2.2	Principe du refroidissement en cellule . . . . .	43
3.2.3	Motivations . . . . .	44
3.3	Interrogation des atomes . . . . .	46
3.3.1	Méthode de Rabi . . . . .	46
3.3.2	Méthode de Ramsey . . . . .	48
3.3.3	Méthode a une seule impulsion $\pi/2$ . . . . .	49
3.4	Détection du signal d'horloge . . . . .	51
3.4.1	Détection optique (mesure de population) . . . . .	51
3.4.2	Détection du signal d'horloge pour une impulsion $\pi/2$ . . . . .	56

3.5	Détection micro-onde . . . . .	56
3.5.1	Puissance rayonnée et dissipée . . . . .	56
3.5.2	Le "Radiation Damping" . . . . .	60
3.5.3	Puissance rayonnée en fonction du désaccord . . . . .	62
3.6	Durées de la séquence temporelle . . . . .	68
3.6.1	Recapture des atomes froids . . . . .	68
3.6.2	Durée d'interrogation . . . . .	71
3.6.3	Préparation et détection . . . . .	71
3.6.4	Rapport cyclique et "Effet Dick" . . . . .	72
3.6.5	Stabilité de fréquence . . . . .	75
3.7	Avantages et inconvénients : discussion . . . . .	76
3.7.1	Synthèse . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Refroidissement radiatif d'atomes neutres en cellule : Modèles et simulations</b>	<b>85</b>
4.1	Modèle Doppler du refroidissement en lumière isotrope . . . . .	86
4.1.1	Rappels fondamentaux du modèle Doppler - Définitions . . . . .	86
4.1.2	Auto-adaptation angulaire de la condition de résonance en lumière isotrope . . . . .	88
4.1.3	Expression de la pression de radiation en régime isotrope . . . . .	89
4.1.4	Intensité du champ laser par unité d'angle solide : modèle simple . . . . .	90
4.1.5	Paramètre de saturation par unité d'angle solide en lumière isotrope . . . . .	93
4.1.6	Expression intégrée de la pression de radiation dans le régime isotrope . . . . .	96
4.1.7	Force de friction et désaccord en fréquence . . . . .	98
4.1.8	Température limite Doppler . . . . .	101
4.1.9	Nombre d'atomes froids . . . . .	105
4.2	Importance du coefficient de réflectance . . . . .	108
4.2.1	Rugosité de la surface . . . . .	110
4.2.2	Réflectance effective de la cavité . . . . .	111
4.2.3	Proposition d'un dépôt d'Argent . . . . .	113
4.3	Temps de vie du photon et libre parcours moyen . . . . .	114
4.4	Les configurations étudiées pour HORACE . . . . .	115
4.5	Simulation informatique du champ laser intra-cavité . . . . .	117
4.5.1	Principe du calcul . . . . .	117
4.5.2	Fonctions de la simulation . . . . .	118
4.6	Résultats : Etude de l'énergie stockée dans la cellule HORACE . . . . .	119
4.6.1	Position des fibres . . . . .	119
4.6.2	Détermination directe de la réflectance effective . . . . .	121
4.6.3	Détermination du libre parcours moyen . . . . .	123
4.6.4	Caractérisation des cellules expérimentales . . . . .	124
4.6.5	Diagrammes en énergie du champ laser dans la cellule . . . . .	127
4.6.6	Diagramme en impulsion : Mise en évidence de nouvelles anisotropies . . . . .	130

4.7	Synthèse . . . . .	131
4.8	Modèle subDoppler . . . . .	132
4.8.1	Les tavelures . . . . .	132
4.8.2	Propriétés essentielles d'un champ laser tavelé . . . . .	132
4.8.3	Profondeur des puits de potentiel lumineux . . . . .	138
4.8.4	Refroidissement subDoppler . . . . .	139
4.9	Conclusions . . . . .	143
<b>5</b>	<b>Etude expérimentale du refroidissement en cellule</b>	<b>145</b>
5.1	Premières expériences de capture . . . . .	145
5.1.1	Le dispositif expérimental . . . . .	145
5.1.2	Résultats expérimentaux . . . . .	152
5.1.3	Temps de vol bimodal . . . . .	153
5.2	Améliorations du dispositif expérimental . . . . .	160
5.2.1	Modification des zones de détection . . . . .	160
5.2.2	Méthodes de détection . . . . .	161
5.2.3	Les modifications du tube expérimental . . . . .	163
5.3	Banc optique HORACE . . . . .	165
5.3.1	Contraintes de conception . . . . .	165
5.3.2	Réalisation . . . . .	166
5.3.3	Les sources laser . . . . .	168
5.3.4	Electronique de pilotage . . . . .	171
5.4	Atomes froids dans la cavité sphérique . . . . .	173
5.4.1	Conception de la cavité test . . . . .	173
5.4.2	Séquence de refroidissement Sisyphe : Temps de vol . . . . .	175
5.4.3	Nombre d'atomes détectés . . . . .	177
5.4.4	Caractérisation de la phase de capture . . . . .	179
5.4.5	Phase Sisyphe de refroidissement en cellule . . . . .	180
5.4.6	Phase Sisyphe ultime . . . . .	184
5.4.7	Conclusions . . . . .	188
5.5	Stockage des atomes de césium : Interaction Césium-Métal . . . . .	189
5.5.1	stockage des atomes chauds et froids . . . . .	189
5.5.2	Généralités sur l'interaction Césium-Métal . . . . .	189
5.5.3	Cas particulier Cuivre + Césium . . . . .	190
5.5.4	Une première solution : Isolation du césium par une ampoule de quartz . . . . .	190
5.5.5	Une solution alternative : Application d'une couche diélectrique fine isolante . . . . .	194
5.6	Conclusions . . . . .	195
<b>6</b>	<b>Performances en fréquence attendues de l'horloge HORACE</b>	<b>197</b>
6.1	Caractérisation expérimentale et théorique de la cavité micro-onde sphérique Horace . . . . .	197
6.1.1	La cavité sphérique : conception . . . . .	197
6.1.2	Calculs des dimensions . . . . .	197
6.1.3	Fréquence de résonance . . . . .	199

6.1.4	Déplacements de la fréquence de résonance . . . . .	201
6.1.5	Calculs des gradients de phase . . . . .	205
6.2	Etude des performances en fréquence pour une interrogation de type Ramsey . . . . .	205
6.2.1	Méthode . . . . .	205
6.2.2	Optimisation du contraste des franges de Ramsey pour un schéma d'interrogation temporel . . . . .	206
6.2.3	Déplacements relatifs de fréquence . . . . .	210
6.2.4	Conclusions . . . . .	215
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>217</b>
7.1	Refroidissement en cellule . . . . .	217
7.2	vers l'Horloge Horace . . . . .	218
7.3	Perspectives . . . . .	218
7.3.1	Chargement de la cellule par un jet d'atomes ralentis . . .	218
7.3.2	Rubidium . . . . .	219
7.3.3	Un schéma concurrent : CPT . . . . .	219
<b>A</b>	<b>Abréviations, notations, sigles et acronymes</b>	<b>223</b>
A.1	Abréviations utilisées dans ce mémoire . . . . .	223
A.2	Notations . . . . .	225
A.3	Constantes fondamentales . . . . .	227
<b>B</b>	<b>Données utiles sur le Césium 133</b>	<b>229</b>
B.1	Quelques données numériques utiles... . . . .	229
B.2	Diagramme d'énergie des trois premiers niveaux du Césium 133 .	231
B.3	Tableaux de coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	233
<b>C</b>	<b>Quelques rappels...</b>	<b>237</b>
C.1	Matrices de Pauli . . . . .	237
C.2	Densité spectrale de puissance de bruit et stabilité de fréquence .	238
C.3	Calcul de la taille de grain d'une figure de tavelure dans un cas simple . . . . .	240
<b>D</b>	<b>Déplacements de fréquence dans les horloges atomiques à césium</b>	<b>243</b>
D.1	Effets systématiques dépendant de la vitesse moyenne des atomes	243
D.1.1	L'effet Doppler . . . . .	243
D.1.2	Réduction à un terme résiduel de l'effet Doppler du premier ordre . . . . .	244
D.2	Effets dépendants du nombre d'atomes . . . . .	245
<b>E</b>	<b>Études annexes</b>	<b>249</b>
E.1	Cavité concentrique . . . . .	249
E.2	Coupleur de fibre optique en optique semi-discrète . . . . .	250
<b>F</b>	<b>Publications</b>	<b>253</b>
F.1	3-D cooling of cesium atoms in a reflecting copper cylinder . . . .	253

# Table des figures

2.1	Principe de fonctionnement d'une horloge atomique. . . . .	8
2.2	Franges de Ramsey dans un jet thermique et dans une fontaine. . . . .	9
2.3	Mesure de la probabilité de transition par fluorescence . . . . .	11
2.4	Modèle du spin fictif . . . . .	13
2.5	Schéma de principe de la première synthèse du signal d'interrogation pour Horace . . . . .	18
2.6	Stabilité de fréquence d'une horloge à atomes froids . . . . .	21
2.7	Schéma du dispositif d'une fontaine atomique . . . . .	26
3.1	Confinement des atomes dans Horace . . . . .	38
3.2	Schéma de principe du projet d'horloge atomique Horace . . . . .	40
3.3	Schéma de niveaux des transitions utilisées pour Horace . . . . .	41
3.4	Principe du refroidissement en cellule . . . . .	44
3.5	Méthode de refroidissement pour Horace . . . . .	45
3.6	Méthodes d'interrogation des atomes avec Horace . . . . .	46
3.7	Schéma du dispositif de génération des impulsions $\pi$ d'interrogation pour le projet Horace . . . . .	47
3.8	Schéma de principe du dispositif de génération des impulsions $\pi/2$ d'interrogation pour le projet Horace . . . . .	50
3.9	Détection par fluorescence : Collection de la fluorescence dans le plan médian . . . . .	53
3.10	Détection du signal d'horloge : Collection de la fluorescence dans l'axe du faisceau . . . . .	54
3.11	Détection du signal d'horloge : méthode par absorption linéaire et méthode micro-onde . . . . .	57
3.12	Puissance micro-onde dissipée par Radiation Damping à résonance en fonction du nombre d'atomes froids dans l'état $F, m_F = 0$ et de la surtension de la cavité . . . . .	63
3.13	Cohérence des états atomiques après une impulsion $\pi/2$ d'interrogation en fonction du désaccord en fréquence . . . . .	65
3.14	Puissance rayonnée après une impulsion $\pi/2$ d'interrogation en fonction du désaccord en fréquence . . . . .	66
3.15	Electronique pour la méthode de détection micro-onde . . . . .	67
3.16	Largeur de raie, et déplacement du centre du nuage d'atomes froids en fonction de la durée de l'interaction micro-onde . . . . .	69
3.17	Fraction d'atomes conservés dans le volume de capture à la fin du cycle . . . . .	71

3.18	Séquence temporelle des interactions dans le projet Horace . . . . .	73
3.19	Densité spectrale de bruit de phase d'un quartz à 100 MHz pour le projet Horace . . . . .	74
3.20	Allure du comportement de la stabilité de fréquence d'Horace en fonction de la durée d'interrogation . . . . .	77
3.21	Effets Doppler . . . . .	79
3.22	Schéma de conception Horace . . . . .	84
4.1	Cône de résonance en lumière isotrope . . . . .	89
4.2	Figure de mérite de la cellule . . . . .	92
4.3	Paramètre de saturation en lumière isotrope (sans atomes) . . . . .	94
4.4	Pression de radiation en lumière collimatée et en lumière isotrope . . . . .	99
4.5	Comparaison des vitesses où la pression de radiation est maximum en lumière collimatée et en lumière isotrope . . . . .	100
4.6	Comparaison des vitesses $v_M$ en lumière collimatée et en lumière isotrope . . . . .	100
4.7	Coefficient de friction (Modèle Doppler) en lumière isotrope . . . . .	102
4.8	Température limite (Modèle Doppler) en lumière collimatée et en lumière isotrope . . . . .	104
4.9	Temps de chargement (Modèle Doppler) . . . . .	109
4.10	Schéma des configurations testées du refroidissement isotrope . . . . .	116
4.11	probabilité d'impact d'un photon sur les parois de la cellule à 4 et 6 fibres . . . . .	120
4.12	Diagramme d'énergie du champ laser dans une cellule cylindrique . . . . .	128
4.13	Diagramme d'énergie du champ laser dans une cellule sphérique . . . . .	129
4.14	Diagramme d'impulsion moyenne du champ laser dans une cellule sphérique . . . . .	130
4.15	Figure de Tavelure dans les cellules Horace . . . . .	136
4.16	Rôle des trous dans la cellule . . . . .	142
5.1	CHARLI . . . . .	147
5.2	Cellule de refroidissement de l'expérience CHARLI . . . . .	148
5.3	Temps de chargement de la mélasse en lumière isotrope . . . . .	153
5.4	Sphère diffusante : Temps de vol à 2 pics en lumière isotrope . . . . .	154
5.5	Cylindre diffusant : Temps de vol en fonction du désaccord du laser refroidisseur . . . . .	156
5.6	Double temps de vol en refroidissement isotrope : modèles(2) . . . . .	159
5.7	CHARLI . . . . .	164
5.8	Schéma du banc optique HORACE . . . . .	167
5.9	Photo du Banc optique HORACE . . . . .	167
5.10	Absorption saturée sur la raie D2 du Cs . . . . .	170
5.11	Battement Diode esclave avec un LCE de référence du Laboratoire . . . . .	171
5.12	Cavité sphérique polie optique . . . . .	174
5.13	Cavité sphérique polie optique . . . . .	174
5.14	Séquence temporelle de refroidissement . . . . .	176
5.15	Atomes froids dans la cavité sphérique polie optique . . . . .	177

5.16	Cavité sphérique : Nombre d'atomes froids détectés . . . . .	178
5.17	Cavité sphérique : Temps de chargement en phase de capture . . .	179
5.18	Cavité sphérique : Température en phase de capture . . . . .	180
5.19	Cavité sphérique : Nombre d'atomes froids et température en fonction du désaccord à la capture subDoppler . . . . .	181
5.20	Cavité sphérique : Nombre d'atomes froids et température en fonction de la puissance en phase de capture subDoppler . . . . .	183
5.21	Cavité sphérique : Nombre d'atomes froids en fonction de la durée de la phase Sisyphé . . . . .	184
5.22	Cavité sphérique : Température en fonction de la de la durée de la phase Sisyphé . . . . .	185
5.23	Cavité sphérique : Nombre d'atomes froids et température en fonction du désaccord en phase Sisyphé . . . . .	186
5.24	Cavité sphérique : Nombre d'atomes froids et température en fonction de la puissance en phase Sisyphé . . . . .	187
5.25	Cavité sphérique : Ajustement du temps de vol par une distribution Lorentzienne . . . . .	188
5.26	Profil de la composante $H_z$ du champ magnétique dans une cavité chargée par un diélectrique . . . . .	192
5.27	Facteur de surtension d'une cavité chargée par un diélectrique . .	193
6.1	Photos de la cavité sphérique de test . . . . .	198
6.2	Banc de mesure des fréquences de résonance d'une cavité hyperfréquence . . . . .	200
6.3	Variation de la fréquence de résonance de la cavité sphérique avec le rayon . . . . .	201
6.4	Courbe de résonance de la cavité sphérique en fonction du rayon calculée par éléments finis . . . . .	202
6.5	Fréquence de résonance de la cavité sphérique . . . . .	203
6.6	Fréquence de résonance de la cavité sphérique en fonction de la température . . . . .	203
6.7	Gradient de phase dans la cavité sphérique . . . . .	206
6.8	Profil du champ d'interrogation selon l'axe de chute dans une cavité cylindrique . . . . .	207
6.9	Fonction de sensibilité . . . . .	208
6.10	Dégradation du contraste des franges pour les durées d'interrogation longues . . . . .	209
6.11	Correction du schéma d'interrogation pour optimiser la fonction de sensibilité . . . . .	210
6.12	Correction du contraste des franges (interrogation de Ramsey) pour des atomes accélérés par la gravité dans Horace . . . . .	211
6.13	Déplacement de fréquence par effet Doppler . . . . .	212
6.14	Déplacement de fréquence par effet Doppler, schéma à 3 impulsions	213
B.1	Niveaux d'énergie du Césium 133 . . . . .	232
C.1	Densités spectrales de puissance des fluctuations de phase . . . . .	239



C.2	Densités spectrales de puissance des fluctuations relatives de fréquence . . . . .	240
E.1	Cavité concentrique pour le projet Horace . . . . .	250
E.2	Coupleur de fibre pour le projet Horace . . . . .	251

# Liste des tableaux

1.1	Les principales unités du Système International d'Unités et l'exactitude de leurs réalisations . . . . .	1
2.1	Comparaison des performances en fréquence des principales fontaines atomiques dans le Monde . . . . .	28
2.2	Comparaison des performances en fréquences des principaux étalons primaires de fréquence . . . . .	31
2.3	Comparaison des performances en fréquence de quelques horloges atomiques commerciales . . . . .	34
2.4	Comparaison des performances en fréquence des horloges atomiques compactes développées ces dernières années dans les laboratoires . . . . .	35
3.1	Motivations du projet HORACE . . . . .	39
3.2	Coefficient $k$ pour la cavité cylindrique et la cavité sphérique . . . . .	60
3.3	Durée des différentes étapes de la séquence temporelle pour le projet Horace sur Terre . . . . .	72
3.4	Rapport cyclique . . . . .	73
3.5	Limite de stabilité de fréquence par effet Dick (Ordres de grandeurs) . . . . .	75
3.6	Comparaison des caractéristiques des fontaines atomiques et du projet Horace . . . . .	82
4.1	Température limite en lumière isotrope (Modèle Doppler) . . . . .	104
4.2	Nombre d'atomes froids (Modèle Doppler) . . . . .	108
4.3	Coefficient de réflectance et rugosité d'une surface métallique . . . . .	111
4.4	Figure de mérite d'une cellule cylindrique en fonction des pertes . . . . .	112
4.5	Figure de mérite d'une cellule sphérique en fonction des pertes . . . . .	113
4.6	Comparaison des caractéristiques de 3 matériaux pour la cellule optique . . . . .	114
4.7	Influence du type de couplage sur le nombre moyen de rebond d'un photon dans la cellule . . . . .	121
4.8	Influence du diamètre des guides sous-coupeure sur le nombre moyen de rebond d'un photon dans une cellule . . . . .	122
4.9	Influence du matériau sur le nombre moyen de rebond dans un cylindre . . . . .	122
4.10	Influence du matériau sur le nombre moyen de rebond dans une sphère . . . . .	123
4.11	Calcul du libre parcours moyen dans 12 cellules de test. . . . .	125

4.12	Comparaison des paramètres de saturation "à vide" des différentes cellules . . . . .	126
5.1	Largeur des signaux de temps de vol . . . . .	149
5.2	Contribution de l'extension du nuage d'atomes froids à la largeur d'un temps de vol . . . . .	150
5.3	Caractéristiques du refroidissement en cellule après la première phase de capture . . . . .	154
5.4	Durée optimum de la séquence de refroidissement après modification du réservoir . . . . .	185
6.1	Fréquences de résonances de la cavité sphérique . . . . .	199
6.2	contraste de la résonance avec la cavité sphérique . . . . .	204
6.3	Déplacements relatifs de fréquences attendus pour Horace . . . . .	215
A.1	Tableau des sigles et abréviations scientifiques . . . . .	224
A.2	Valeurs numériques de quelques constantes fondamentales . . . . .	227
B.1	Données numériques des transitions mises en jeu dans une horloge atomique à atomes froids . . . . .	230
B.2	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	234
B.3	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	234
B.4	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	234
B.5	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	235
B.6	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	235
B.7	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	235
C.1	Sources de bruit et contribution à l'instabilité de fréquence de l'Oscillateur Local Asservi . . . . .	239
D.1	Ordre de grandeurs des principaux déplacements de fréquence dans deux types d'étalons primaires de fréquence . . . . .	247

# Chapitre 1

## Introduction

**Notion de mesure physique** On traduit une quantité physique observable - par exemple un courant électrique, une longueur ou une durée - par l'expression de sa mesure, qui est le produit d'une quantité (une valeur numérique) par une unité :

$$[\text{quantité physique}] = [\text{nombre}] \times [\text{unité}] \quad (1.1)$$

Une unité est définie pratiquement par un étalon de mesure de même nature physique que la quantité physique à mesurer. Le 'nombre' est simplement la détermination du rapport entre la quantité physique mesurée et son étalon de mesure.

Le choix de l'étalon de mesure est arbitraire. Cependant, les termes de la définition d'un étalon de mesure sont déterminants pour la signification et l'exactitude de la mesure, et doivent donc être soigneusement choisis.

**La Seconde** La Seconde est actuellement l'unité réalisée avec la meilleure exactitude : Le tableau 1.1 reporte l'exactitude de la réalisation des principales unités du S.I. à l'heure actuelle. Les efforts en métrologie des fréquences portent aujourd'hui à la fois sur la réalisation d'étalons primaires de fréquence toujours meilleurs, mais aussi à la réalisation de systèmes compacts et transportables.

Quantité	Unité	Symbole	Exactitude
Temps	Seconde	s	$3 \times 10^{-15}$
Longueur	Metre	m	$1 \times 10^{-12}$
Courant électrique	Ampère	A	$4 \times 10^{-8}$
Masse	kilogramme	kg	$5 \times 10^{-8}$
Température thermodynamique	Kelvin	K	$3 \times 10^{-7}$

TAB. 1.1 – Les principales unités du Système International d'Unités et l'exactitude de leurs réalisations (source : T.J. Quinn, B.I.P.M., Pavillon de Sevres, France - [www.bipm.fr](http://www.bipm.fr). On pourra aussi se reporter aux références [2, 3]).

## Applications

**Étalons primaires** Les étalons primaires de fréquence servent de référence dans de nombreux domaines de recherche en physique fondamentale et en astronomie. Les performances en fréquence des horloges atomiques permettent d'améliorer les modèles géophysiques de rotation de la Terre, et de réaliser des instruments d'exploration de l'Univers extrêmement performants (comme le VLBI<sup>1</sup> par exemple) [4, Chap. 9]. Ils permettent également d'améliorer sensiblement nos connaissances du potentiel gravitationnel, et permettent en particulier de tester les paramètres fondamentaux des théories métriques de la gravitation [5, 6]. Les étalons de fréquence permettent enfin de mesurer avec une incertitude toujours plus petite les constantes fondamentales de la physique [7, 8]. Le niveau de performance en fréquence aujourd'hui atteint permet de tester d'éventuelles variations des constantes fondamentales ( $c, \hbar, \alpha \dots$ ) [9, 10] et d'éventuelles non-linéarités de l'équation de Schrödinger [11, 12].

**Étalons industriels** De moindre performance en fréquence, les horloges atomiques industrielles ont pour rôle de mettre à disposition des références locales de temps de bonne qualité, de façon la plus large possible (dissémination de la seconde). Ils sont à la base de nombreux systèmes de mesure, tels que la télémétrie Laser ou le système de navigation GPS<sup>2</sup>. Ils servent notamment à la synchronisation de lignes de télécommunication, pour les réseaux de téléphone mobile ou pour Internet. La réalisation d'horloges compactes de haute performance en fréquence sont d'un intérêt crucial pour améliorer l'autonomie et la fiabilité de systèmes de navigation inertielle tels que les satellites ou les sous-marins, ou encore pour améliorer les performances du système de positionnement GALILEO. Le but du projet Horace est précisément de répondre à ce besoin industriel en cherchant à réaliser des horloges atomiques plus stables et plus compactes à l'aide d'atomes refroidis par laser.

Le deuxième chapitre de cette thèse est consacré au principe de fonctionnement d'une horloge atomique. On rappelle les définitions essentielles et les outils utilisés pour caractériser les performances en fréquences des étalons primaires de fréquence. On rappelle notamment les performances en fréquence des étalons de fréquence primaires et industriels existant déjà dans le Monde.

Le troisième chapitre porte sur l'étude de conception du projet HORACE. On précise les durées d'interrogation accessibles sur Terre, le mode de fonctionnement de l'horloge, et les méthodes employées pour le refroidissement, l'interrogation et la détection du signal d'horloge. On discute de la stabilité de fréquence attendue de l'horloge, et on identifie les principaux déplacements de fréquence affectant l'exactitude d'Horace.

---

<sup>1</sup>Very Long Base Interferometer

<sup>2</sup>Global Positioning System

Le quatrième chapitre traite du refroidissement en cellule, qui est une technique de refroidissement originale développée pour Horace où les atomes sont refroidis radiativement à l'intérieur même de la cavité micro-onde, nommée alors cellule de refroidissement. On développe un premier modèle Doppler du refroidissement. Les résultats d'une simulation numérique du champ laser moyen dans plusieurs cellules d'étude sont présentés. On discute dans une troisième partie des figures de tavelures 3D présentes dans les cellules. On montre enfin que la modulation d'intensité et de polarisation due aux tavelures permet un mécanisme de refroidissement de type Sisyphe. Le modèle subDoppler du refroidissement dans une cellule est finalement présenté.

Nous exposons dans le cinquième chapitre les résultats expérimentaux du refroidissement en cellule. Nous concentrons l'exposé sur les résultats obtenus avec une cavité sphérique en cuivre à 6 fibres optiques.

Nous développons au sixième chapitre l'étude des propriétés micro-onde de la cavité sphérique, et nous présentons quelques éléments de l'étude des performances en fréquence attendues de l'horloge Horace.



## Chapitre 2

# Introduction aux horloges atomiques

*Patience et longueur de temps font plus que force ni que rage.  
J. de La Fontaine, Les Fables (1668-1694).*

**Introduction** Nous introduirons dans ce chapitre le principe de fonctionnement d'une horloge atomique, et nous insisterons en particulier sur les spécificités des horloges à césium. Nous préciserons ensuite les définitions des outils couramment utilisés pour caractériser les performances en fréquence des horloges atomiques, que nous illustrerons avec l'exemple de réalisation d'une fontaine atomique. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous comparerons l'état de l'art en métrologie des fréquences aux besoins, tant en recherche fondamentale que du point de vue industriel, et nous soulignerons le positionnement du projet d'Horace parmi ses concurrents.

### 2.1 Définition de la seconde

Le B.I.P.M.<sup>1</sup> a adopté, lors de la treizième Conférence Générale des Poids et Mesures (C.G.P.M.) tenue à Paris en 1967, la définition suivante de la seconde : "la seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133"<sup>2</sup>. [14].

**Intérêt de la définition** La définition de la seconde de 1967 est pertinente car elle est à la fois universelle (elle traduit identiquement la même quantité physique en tout point de l'Espace et du Temps) et réalisable pratiquement :

- Elle est stable : La définition "atomique" de la seconde assure que des mesures de fréquence effectuées dans les mêmes conditions environnementales

---

<sup>1</sup>Bureau International des Poids et Mesures

<sup>2</sup>La valeur numérique 9192631770 est fixée par convention, et correspond à la fréquence de la transition mesurée par Markowitz *et al* en 1958. Cette mesure de fréquence est basée sur la seconde des éphémérides [13].



au cours du temps et en différents points de l'espace donneront des résultats *comparables*. Ce point est particulièrement important lorsqu'on cherche à mesurer des effets à quelques  $10^{-15}$  en valeur relative ou à comparer des résultats de mesures obtenus à des dates éloignées dans le temps (Les propriétés d'un atome ne dépendent pas de la position de l'atome dans l'espace et dans le temps (Principe d'Equivalence d'Einstein [15],[16], et [10], chapitre 2.).

- Elle est exploitable : On est capable de réaliser la définition, c'est-à-dire de construire une machine qui délivre un signal de sortie utile dont la fréquence est la plus proche possible de la fréquence donnée par la définition. On caractérise la qualité de la réalisation en considérant d'une part les fluctuations relatives de fréquence du signal d'horloge (stabilité de fréquence) et d'autre part l'incertitude sur la valeur moyenne absolue de la fréquence du signal d'horloge (exactitude)<sup>1</sup>.

**Étalon de fréquence et horloge atomique** La fréquence du signal de sortie de l'appareil constitue un étalon (primaire) de fréquence, qu'on peut utiliser pour faire des mesures (absolues) de fréquence. La machine qui réalise la définition de la seconde est appelée *étalon (primaire) de fréquence*. Si on associe à un étalon de fréquence un compteur capable de compter les périodes du signal d'horloge et de délivrer des tops d'horloge (tops de synchronisation) à un nombre fixé de périodes, alors on réalise une *horloge atomique*. On peut alors utiliser l'horloge pour construire une échelle de temps et pour dater des événements.

Nota bene Comme la fréquence de la transition hyperfine  $F = 3 \rightarrow F = 4$  du césium est fixée conventionnellement par la définition de la seconde, c'est la seule fréquence connue exactement, c'est-à-dire sans incertitude. Cette fréquence particulière est notée  $\nu_0$ . Cette notation sera réservée à la fréquence de la transition d'horloge du Césium 133 dans toute la suite de ce mémoire.

**Pourquoi le Césium** On peut *a priori* choisir n'importe quel atome et n'importe quelle fréquence de transition atomique comme étalon de fréquence. Le choix de l'atome de référence et le choix de la transition ne sont cependant pas innocents, et dépendent de notre capacité à modéliser le fonctionnement de l'horloge et à accéder à la fréquence de la transition<sup>2</sup>. Aujourd'hui, le Rubidium 87 semble plus avantageux que le Césium 133, en vertu de son déplacement collisionnel entre atomes froids 100 fois plus petit. Mais cette propriété n'aurait pu être prise en compte en 1967, où le Laser venait à peine d'être découvert... Les récents développements d'horloges atomiques dont la fréquence d'horloge appartient au domaine des fréquences optiques laissent espérer une réalisation de la seconde au

<sup>1</sup>Les notions de stabilité et d'exactitude seront développées plus en détail à la section 2.4.

<sup>2</sup>Les fréquences de transitions optiques ont ainsi été peu exploitées jusqu'à la réalisation de peignes de fréquences optiques de très bonne stabilité relative de fréquence. Ces derniers permettent d'une part la comparaison de fréquences du domaine optique entre elles avec une très haute résolution [17], et d'autre part de relier les fréquences du domaine optique à celles du domaine micro-onde.

niveau de  $10^{-18}$  (au prix d'une rédefinition de la seconde)... De nombreux atomes ou ions sont donc candidats à la succession du césium pour définir la seconde. Mais le choix du  $^{133}\text{Cs}$  était et reste encore intéressant aujourd'hui à plusieurs titres :

- Il n'y a qu'un seul isotope stable,
- Le facteur de surtension atomique<sup>1</sup> est favorisé par deux paramètres : la transition d'horloge met en jeu des niveaux de grande durée de vie (typiquement plusieurs années) et la durée de l'interrogation n'est alors pas limitée par la durée de vie des niveaux. La fréquence de la transition hyperfine est élevée et appartient au domaine hyperfréquence, domaine de fréquence bien maîtrisé à l'époque du choix de la définition. Avec des atomes thermiques collimatés et issus d'un four, et dans un dispositif d'un mètre de long, le facteur de surtension atomique est de l'ordre de  $10^8$ .
- Le  $^{133}\text{Cs}$  peut être refroidi radiativement. Les faibles vitesses de la population d'atomes froids de l'ordre de quelques cm/s permettent des temps d'interrogation longs de l'ordre de la seconde. Le facteur de surtension de la résonance atomique est alors de l'ordre de  $10^{10}$ .
- Un grand nombre d'atomes peuvent être interrogés<sup>2</sup>, ce qui est très favorable à l'obtention d'un rapport signal-sur-bruit (S/B) élevé et d'une grande stabilité relative de fréquence du signal utile de l'étalon de fréquence.

## 2.2 Principe de fonctionnement d'une horloge atomique

Dans cette section, je décris simplement le *principe* de fonctionnement d'une horloge atomique passive. Le cas des oscillateurs actifs de référence, comme les maser par exemple, est différent, puisqu'ils délivrent directement la fréquence de transition d'horloge en sortie, sans avoir besoin d'un signal d'interrogation.

**Principe** Le principe d'une horloge atomique passive est assez simple : Il s'agit d'asservir la fréquence d'un oscillateur local sur la fréquence de Bohr  $\nu_{fe}$  d'une transition atomique particulière (la transition d'horloge). Sur la voie de sortie de l'oscillateur local (figure 2.1), on a en sortie un signal exploitable comme étalon de fréquence.

**Asservissement d'un oscillateur local** Pour réaliser l'asservissement, on "sonde" la transition d'horloge à l'aide d'un champ oscillant à la pulsation  $\omega = 2\pi\nu$  du signal d'interrogation issu de l'oscillateur local (on dit alors qu'on interroge les atomes). La réponse du milieu atomique couplé à un champ électromagnétique

---

<sup>1</sup>Le facteur de surtension atomique est défini comme le rapport de la fréquence de la raie à la largeur de la raie.

<sup>2</sup>Le flux d'atomes dans les étalons primaires à césium est de l'ordre  $10^{13}/s$  dans les dispositifs à césium thermique (chaud), et le nombre d'atomes refroidis est de  $\sim 10^8 - 10^9$  atomes par cycle d'horloge dans les dispositifs à atomes froids.

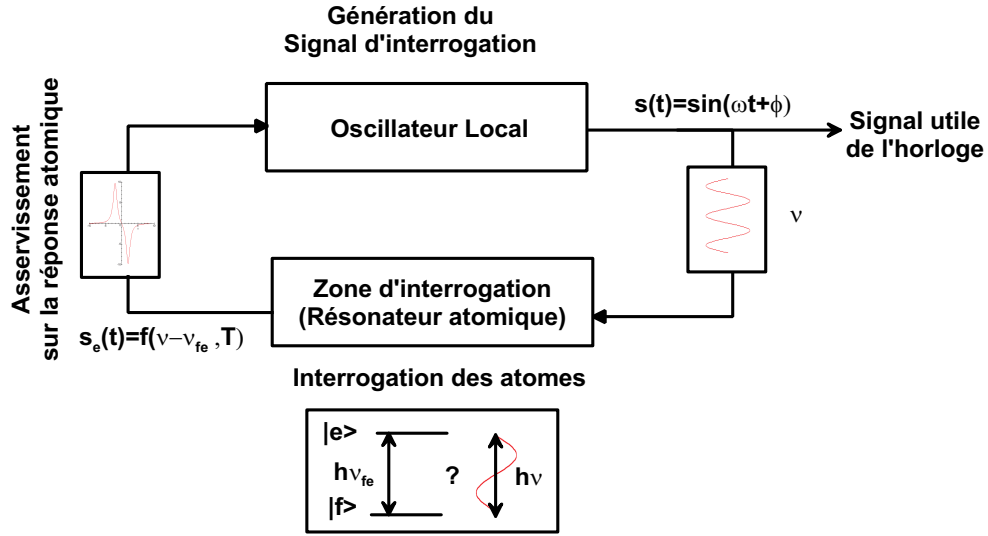


FIG. 2.1 – Principe de fonctionnement d’une horloge atomique (voir texte).

résonnant est une oscillation de sa population entre les états  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$  à la pulsation de Rabi  $\Omega$ . La probabilité de transition d’un atome dans l’état  $|f\rangle$  vers l’état  $|e\rangle$  est, d’une façon générale, une fonction :

- du désaccord en fréquence  $\delta = 2\pi(\nu - \nu_{fe})$  entre l’oscillateur local et la fréquence de Bohr de la transition atomique de référence,
- du temps d’interaction entre le champ oscillant et le milieu atomique.

La mesure de la probabilité de transition des atomes permet de générer un signal d’erreur  $s_e$ , dépendant directement de la différence de fréquence  $(\nu - \nu_{fe})$ .

**Exemple : Interrogation de Ramsey** Par exemple, dans le cas d’une interrogation de Ramsey [18], et pour de faibles désaccords de fréquence et un atome initialement dans l’état fondamental, la probabilité de transition évolue comme :

$$P = \frac{1}{2}(1 + \cos \delta T) \quad (2.1)$$

$$\text{avec } \delta = \omega - \omega_{fe} = 2\pi(\nu - \nu_{fe}), \quad (2.2)$$

$$\text{et } \omega_{fe} = \frac{E_e - E_f}{\hbar}, \quad (2.3)$$

où  $T$  est la durée du temps mort entre les deux interactions de l’interrogation de Ramsey, et  $E_e$  et  $E_f$  sont les énergies des niveaux  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$  respectivement. La figure 2.2 illustre l’évolution de la probabilité de transition en fonction du désaccord  $\delta$  pour deux horloges atomiques du BNM-SYRTE.

**Mesure de la probabilité de transition** D’une façon générale, on mesure la probabilité de transition en mesurant la population d’atomes sur l’état d’arrivée de la transition d’horloge. On peut imaginer plusieurs méthodes de mesure de

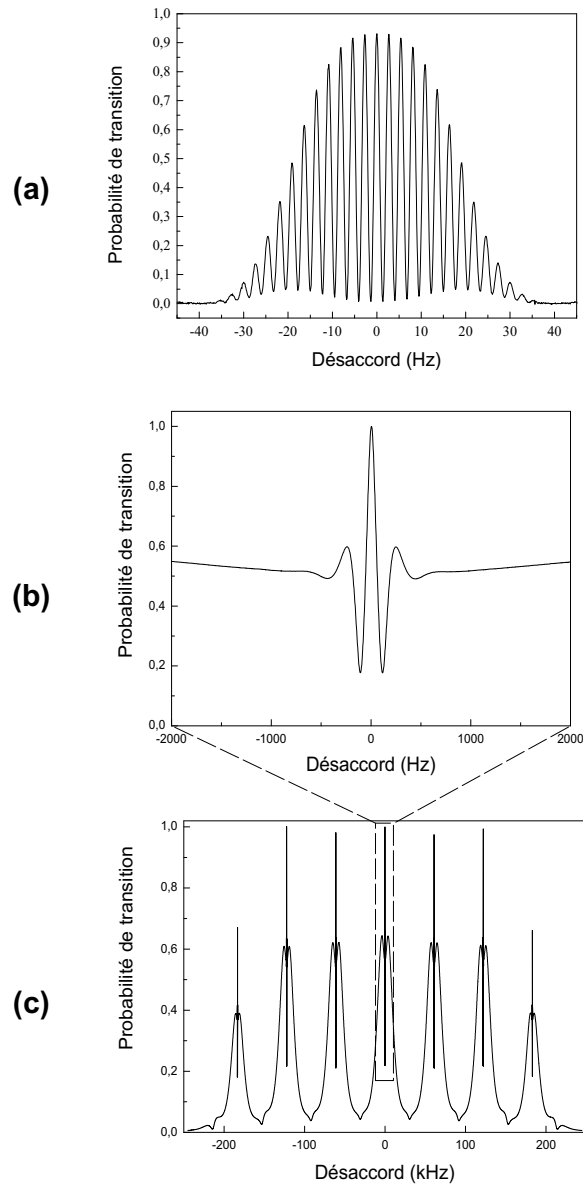


FIG. 2.2 – Signaux de résonance atomique en fonction du désaccord en fréquence de l'oscillateur local à la fréquence d'horloge  $\nu_{fe}$  dans une horloge atomique. (a) Franges de Ramsey de la fontaine atomique transportable FOM. La gamme de désaccord en fréquence est de l'ordre de 80 Hz, et l'interfrange est  $\Delta\nu = 1/2T = 1$  Hz (Courtoisie de M. Ph. Laurent et de M. M. Abgrall). Le contraste est proche de 1 (b) Franges de Ramsey de l'horloge atomique à jet thermique à pompage optique JPO (Courtoisie de M. E. De Clercq). L'interfrange est près de 100 fois plus grand, à cause de la vitesse plus élevée des atomes (quelques  $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  contre quelques  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  dans une fontaine), réduisant considérablement la durée d'interrogation des atomes. Le contraste est également dégradé, à cause de la dispersion en vitesse des atomes dans le jet. (c) Ensemble des 7 raies hyperfine du Césium 133 pour une large gamme de désaccord en fréquence, de l'ordre de  $\pm 350$  kHz (Courtoisie de M. E. De Clercq).

la probabilité de transition. Les plus usuelles sont les méthodes optiques par fluorescence induite et les méthodes par déflection magnétique puis ionisation des atomes ayant fait la transition d'horloge (méthode de type Stern et Gerlach).

Aujourd'hui, on préfère plus souvent les méthodes optiques qui offrent de meilleurs rapports signal-sur-bruit. L'efficacité des méthodes optiques repose sur l'excitation, par un laser sonde asservi en fréquence, des atomes ayant effectué la transition d'horloge vers un état excité d'énergie plus élevée et de faible durée de vie<sup>1</sup>. Les atomes en se désexcitant de façon spontanée vers le niveau fondamental émettent un grand nombre de photons de fluorescence, qui peuvent être détectés par une photodiode de très faible bruit. La photodiode de détection génère un courant photoélectrique, dont dérive le signal d'erreur. Après traitement du signal, on peut appliquer une correction de fréquence à la fréquence de l'oscillateur local et minimiser le signal d'erreur (on dit alors qu'on ferme la boucle d'asservissement).

## 2.3 Horloges atomiques à Césium : Précisions importantes

### 2.3.1 Expression générale de la probabilité de transition

**Nature du champ oscillant et règles de sélection** Dans le cas du césium, la transition d'horloge est une transition dipolaire magnétique  $|f\rangle = |F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |e\rangle = |F = 4, m_F = 0\rangle$ . La transition d'horloge est excitée par un champ magnétique oscillant parallèle à un champ magnétique statique uniforme de faible amplitude, ce dernier servant à lever la dégénérescence Zeeman. Ainsi, le champ oscillant excite sélectivement la transition des atomes de l'état fondamental  $|f\rangle$  vers l'état excité  $|e\rangle$ <sup>2</sup>.

**Equation d'évolution d'un atome couplé à un champ oscillant** La probabilité de transition de l'état  $|f\rangle$  vers  $|e\rangle$  (ou  $|e\rangle$  vers  $|f\rangle$ ) d'un atome couplé à un champ magnétique oscillant dans le cadre d'un atome à deux niveaux<sup>3</sup> peut être simplement décrite à l'aide de l'image du spin fictif [19]. Les thèses de Sébastien Bize et d'Yvan Sortais ([10] chap.4, pp41-46, [20], chap. 1, pp32-42) ont repris en détail les équations d'évolution du système et l'interprétation du spin fictif dans le cadre des horloges atomiques. Nous nous contenterons ici de rappeler simplement les principales lois dont nous aurons besoin par la suite et qui conduisent à l'expression de la probabilité de transition en fonction du temps d'interaction et

---

<sup>1</sup>La probabilité d'émission spontanée par seconde varie comme le cube de la fréquence de la transition. Plus la transition est d'énergie élevée, plus sa probabilité d'émission spontanée sera élevée, plus le photon de fluorescence sera énergétique, et plus la durée de vie de l'électron sur le niveau excité sera courte.

<sup>2</sup>Seules les transitions  $\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = 0$  sont autorisées par les règles de sélection.

<sup>3</sup>L'écart des énergies mises en jeu entre la transition hyperfine d'horloge et la transition vers le premier niveau excité justifie l'approximation de l'atome à deux niveaux.

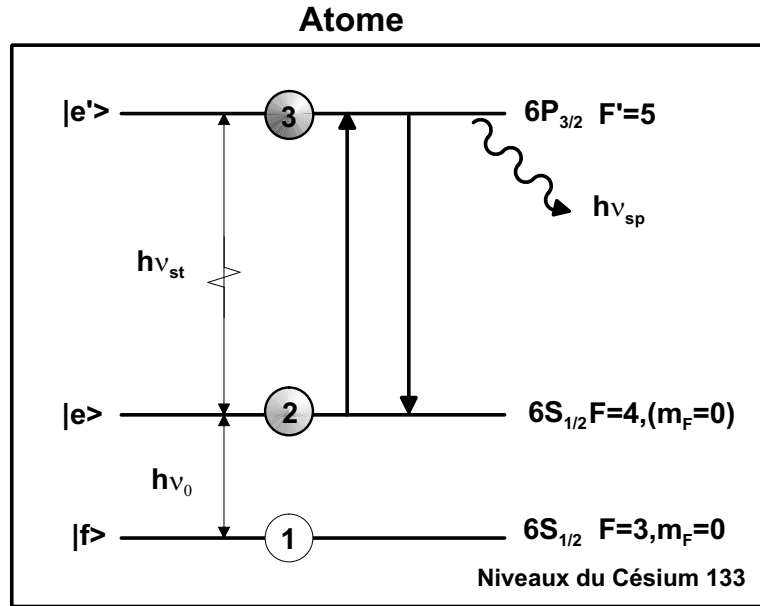


FIG. 2.3 – Mesure de la probabilité de transition dans le cas du Césium 133. Les atomes ayant effectué la transition d’horloge  $|3, 0\rangle \rightarrow |4, 0\rangle$  (étape 1  $\rightarrow$  2) sont excités par un laser sonde vers le niveau  $|6P_{3/2}, F' = 5, m_F = 0\rangle$  (raie D2 du Césium, voir annexe B) par absorption d’un photon d’énergie  $h\nu_{st}$  (étape 2  $\rightarrow$  3). Les atomes se désexcitent par émission spontanée d’un photon de fluorescence d’énergie  $h\nu_{sp}$  du niveau  $|6P_{3/2}, F' = 5\rangle$  vers le niveau fondamental  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  (tous  $m_F$ , les sous-niveaux Zeeman n’ont pas été représentés). Les atomes dans l’état  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  peuvent à nouveau être pompés vers le niveau excité par le laser sonde et redonner un nouveau photon de fluorescence (d’où l’appellation cyclante de la transition 4  $\rightarrow$  5’). Cette méthode permet de créer environ  $10^4$  photons par atome ayant effectué la transition d’horloge. Ces photons produits à la longueur d’onde  $\lambda \sim 852.1$  nm peuvent ensuite être collectés et focalisés par une lentille de grande ouverture numérique sur une photodiode de très faible bruit. Un schéma de niveau complet du Cs a été porté en annexe p.232.

de la puissance micro-onde injectée dans la cavité résonante d'interrogation. Pour une explication complète du spin fictif et de l'interaction d'un atome avec une onde électromagnétique, le lecteur pourra se reporter par exemple à la référence [19], au complément  $C_{IV}$ , p. 423-428, et au chapitre XIII, p.1277-1336.

**Hamiltonien du système couplé atome-champ** L'hamiltonien du système couplé atome-champ s'écrit :

$$H(t) = \frac{\hbar\omega_{fe}}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) - \vec{M} \cdot \vec{B}(\vec{r}(t), t) \quad (2.4)$$

où  $\vec{M}$  est l'opérateur dipolaire magnétique, et  $\vec{B}(r, t)$  le champ magnétique oscillant. Quand le champ magnétique statique est orienté selon l'axe des z, l'opérateur magnétique dipolaire de l'atome s'écrit dans la base des états propres de l'atome ( $|e\rangle, |f\rangle$ ) comme :

$$\vec{M} = \mu_B(|e\rangle\langle f| - |f\rangle\langle e|)\vec{z} \quad (2.5)$$

$\mu_B \simeq 9,27 \cdot 10^{-24} J.T^{-1}$  est le mégnétonde Bohr. La composante selon z du champ magnétique peut être décomposée en trois fonctions indépendantes :

$$\vec{B}(\vec{r}(t), t) = B_0(\omega) \cdot \vec{H}_{cav,z}(\vec{r}) \cdot \cos(\omega t + \phi(t)) \quad (2.6)$$

où :

- $B_0(\omega)$  est l'amplitude du champ dans la cavité résonante,
- $H_{cav,z}(\vec{r})$  décrit le profil spatial normé selon z du mode résonant dans la cavité. On décrit le profil du champ suivi par l'atome le long de sa trajectoire par la distribution :

$$f(t) = |\vec{H}_{cav,z}(\vec{r}(t))| \quad (2.7)$$

- $\cos(\omega t + \phi(t))$  est la partie oscillante du champ. La phase dépendante du temps  $\phi(t)$  prend en compte toutes les fluctuations de phase et de fréquence de l'oscillateur local.

**Hamiltonien du système dans le référentiel tournant** L'hamiltonien du système peut être réécrit de façon plus simple en l'exprimant dans le référentiel tournant à la pulsation  $\omega$  et en utilisant les matrices de Pauli comme :

$$\tilde{H}(t) = -\frac{\hbar}{2}\delta\sigma_z - \frac{\hbar}{2}\Omega_0 f(t) \cdot \begin{bmatrix} 0 & e^{-i\phi(t)} \\ e^{i\phi(t)} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$= -\frac{\hbar}{2}\vec{\Omega}(t) \cdot \vec{\sigma} \quad (2.9)$$

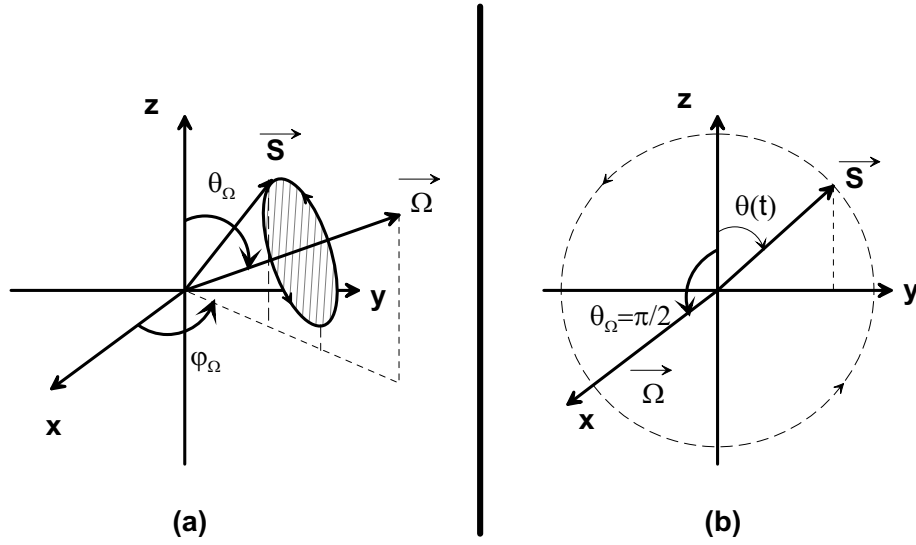


FIG. 2.4 – Image du spin fictif. Figure (a) : on a représenté un cas de désaccord et d’amplitude du champ micro-onde quelconques. Figure (b) : cas d’une transition  $\pi$  (transition de Rabi). Le vecteur  $\vec{S}$  de la figure est défini équation 2.11.

où  $\vec{\sigma}$  est l’opérateur vectoriel à 3 dimensions dont les composantes sont les matrices de Pauli<sup>1</sup>, et  $\vec{\Omega}(t)$  est le vecteur rotation instantanée, qui est défini comme :

$$\vec{\Omega}(t) = \begin{bmatrix} \Omega_0 f(t) \cos(\phi(t)) \\ \Omega_0 f(t) \sin(\phi(t)) \\ \delta \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\text{avec } \Omega_0 = \frac{\mu_B B_0(\omega)}{\hbar}$$

$$\text{et } \delta = \omega - \omega_{fe}$$

L’interprétation de l’équation 2.8 apparaît clairement lorsqu’on regarde l’équation d’évolution de la valeur moyenne de l’opérateur  $\vec{\sigma}$ , définie par :

$$\vec{\mathcal{S}}(t) = \langle \tilde{\Psi} | \vec{\sigma} | \tilde{\Psi} \rangle \quad (2.11)$$

L’équation d’évolution d’Heisenberg de  $\vec{\mathcal{S}}$  conduit à l’expression suivante :

$$\frac{d\vec{\mathcal{S}}(t)}{dt} = -\vec{\Omega}(t) \times \vec{\mathcal{S}}(t) \quad (2.12)$$

qui montre explicitement que l’évolution de la valeur moyenne du spin fictif de l’atome est un mouvement de précession autour de l’axe défini par la direction de  $\vec{\Omega}(t)$  et l’origine du repère (voir figure 2.4).

### Nota Bene

<sup>1</sup>On rappelle que  $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ . Les matrices de Pauli sont définies en annexe C.1



1. L'expression de  $\vec{\Omega}(t)$  est obtenue en faisant l'approximation de l'onde tournante, qui néglige des termes anti-résonnants à la fréquence  $-\omega$  dans le deuxième terme de l'expression 2.8.
2. La direction de  $\vec{\Omega}(t)$  dans l'espace du spin fictif dépend donc à la fois de  $\delta$  et de  $\Omega_0 f(t)$ . L'angle azimutal notamment s'écrit très simplement  $\cos(\theta) = \delta/\Omega$ , avec  $\Omega = \sqrt{\delta^2 + \Omega_0^2 f^2(t)}$ .

**Précession autour de l'axe des  $x$**  Lorsque l'oscillateur local est accordé sur la transition atomique ( $\delta = 0$ ), le vecteur rotation pointe dans la direction des  $\vec{x}$  ( $\theta = \pi/2$ ), et la valeur moyenne du spin fictif de l'atome précède autour de l'axe des  $\vec{x}$  à la pulsation de Rabi  $\Omega_0 f(t)$  pendant le temps  $\tau$  de l'interaction (Ce sont les oscillations de Rabi). La valeur moyenne du spin fictif de l'atome a alors tourné d'un angle total égal à :

$$\theta(\tau) = - \int_0^\tau \Omega_0 f(t) dt \quad (2.13)$$

$$= -\Omega_0 \tau_{eff} \quad (2.14)$$

$$\text{en posant : } \tau_{eff} = \int_0^\tau f(t) dt \quad (2.15)$$

$$(2.16)$$

Lorsque  $\Omega_0 \tau_{eff} = \pi$ , on parle d'impulsion  $\pi$  (cas d'une interrogation de Rabi). D'une façon générale, l'angle  $\Omega_0 \tau_{eff}$  permet de définir le type d'interaction réalisé dans la cavité. Il est important de noter que la pulsation de Rabi  $\Omega_0$ , qui est également notée  $b$  dans la littérature, est proportionnelle à l'amplitude du champ magnétique micro-onde résonant dans la cavité.

**Précession autour de l'axe des  $z$**  Dans l'équation 2.8, il apparaît également que, lorsque  $\Omega_0 = 0$  ou  $f(t) = 0$ <sup>1</sup> ( $\theta = 0$ ), le spin fictif évolue librement en tournant autour de l'axe  $\vec{z}$  à la pulsation  $-\delta$ .

**Cas particulier : Interrogation de Ramsey** Dans la plupart des horloges à césium, les atomes sont interrogés selon la méthode imaginée par N. Ramsey en 1950 [18]. Le schéma d'une interrogation de Ramsey est le suivant :

1. On suppose que les atomes sont à l'état initial dans l'état  $|f\rangle$ . On applique aux atomes un champ oscillant tel que  $\Omega \tau_{eff} = \pi/2$ . La direction de  $\vec{S}$  est alors colinéaire avec  $\vec{x}$ .
2. Les atomes évoluent librement pendant un temps mort de durée  $T_L$ . La direction de  $\vec{S}$  précède alors autour de l'axe des  $\vec{z}$  à la pulsation  $-\delta$ .
3. On applique une nouvelle fois un champ oscillant tel que  $\Omega \tau_{eff} = \pi/2$ .

---

<sup>1</sup>C'est-à-dire si on atténue infiniment le champ oscillant, ou si les atomes quittent la cavité résonnante.

Si le désaccord est nul,  $\vec{S}$  a tourné d'un angle  $\pi/2 + \pi/2 = \pi$  autour de l'axe des  $\vec{x}$ , et l'état final est bien l'état  $|e\rangle$ . Dans une horloge atomique, l'asservissement de la fréquence de l'oscillateur local se fait généralement à mi-hauteur de la frange centrale. A mi-hauteur, le désaccord et la durée du temps mort sont tels que  $\delta T_L = \pi/2$ , si bien que l'état final de  $\vec{S}$  est colinéaire à l'axe des  $\vec{x}$  dans l'espace 3D du spin fictif, qui correspond à une equipopulation des états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ .

**Expression de la probabilité de transition** La précession du spin fictif équivaut à une rotation dans l'espace des états du ket  $|\Psi\rangle$  de l'atome exprimé dans le référentiel tournant, où l'opérateur de rotation est alors :

$$\mathcal{U}(t) = \exp\left(-i\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\theta}(t)}{2}\right) \quad (2.17)$$

Les liens entre la valeur moyenne de l'opérateur dipole magnétique (responsable du couplage atome-champ) et la valeur moyenne du spin fictif de l'atome sont rappelés en annexe C.1. Pour un désaccord quelconque et une amplitude de champ magnétique oscillant quelconque, la référence [21] démontre que la probabilité de transition de l'état  $|f\rangle$  vers l'état  $|e\rangle$ , dans le cas d'une interrogation de Ramsey et d'un nuage d'atomes monocinétiques préparés dans l'état  $|f\rangle$  est :

$$P(\tau) = |\rho_e(\tau, T_L, \Omega)|^2 \quad (2.18)$$

$$\text{en posant } |\Psi\rangle(\tau, T_L, \Omega) = \begin{bmatrix} \rho_f \\ \rho_e \end{bmatrix} = \mathcal{U}_1 \mathcal{U}_2 \mathcal{U}_3 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Soit après calcul :

$$P(\tau) = \frac{4\Omega_0^2}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\Omega\tau}{2} \cdot \left( \cos \frac{\Omega\tau}{2} \cos\left\{\frac{1}{2}(\delta T_L + \varphi_{21})\right\} - \frac{\delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega\tau}{2} \sin\left\{\frac{1}{2}(\delta T_L + \varphi_{21})\right\} \right)^2$$

où

- $\rho_e$  et  $\rho_f$  représentent les amplitudes complexes normées intervenant dans la décomposition du ket  $|\Psi\rangle$  dans la base des états ( $|e\rangle, |f\rangle$ ) dans le référentiel tournant à la pulsation  $\omega$ ,
- les opérateurs  $\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2, \mathcal{U}_3$  sont les opérateurs de rotation pour chacune des trois étapes de l'interrogation de Ramsey,
- $\tau$  est la durée de l'interaction  $\pi/2$ ,
- $T_L$  est la durée du temps mort (évolution libre),
- $\varphi_{21}$  est l'éventuel déphasage du champ magnétique oscillant entre la deuxième interaction  $\pi/2$  et la première interaction  $\pi/2$ .

Dans cette formule, l'amplitude du champ et donc la pulsation de Rabi  $\Omega_0$  sont supposées constantes au cours du temps, et les durées des interactions  $\pi/2$  sont supposées parfaitement identiques.

**Approximation du faible désaccord** Pour  $\delta \ll \Omega_0$ , l'expression de la probabilité de transition se simplifie en :

$$P(\tau) = \frac{1}{2} \sin^2 \Omega_0 \tau (1 + \cos(\delta T_L + \varphi)) \quad (2.20)$$

Dans la pratique, l'approximation est vérifiée pour les paramètres de fonctionnement usuel de l'horloge, et cette dernière équation suffit à décrire de façon satisfaisante les franges d'interférence observées pour la transition d'horloge  $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$ .

### 2.3.2 Préparation et sélection des atomes

**Préparation** Afin de minimiser le bruit du signal d'horloge, on cherche à avoir le plus grand nombre d'atomes effectuant la transition d'horloge  $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$ . On prépare alors les atomes en les plaçant tous dans le même état quantique, par exemple  $|f\rangle$ . Cette préparation atomique peut être réalisée par exemple à l'aide d'un laser accordé sur une transition pompante.

**Les sous-niveaux Zeeman** Les niveaux d'horloge  $|F = 4\rangle$  et  $|F = 3\rangle$  sont dégénérés 9 et 7 fois respectivement en sous-niveaux Zeeman. On lève cette dégénérescence grâce au champ magnétique statique qui règne au moment de l'interrogation des atomes. L'existence des sous-niveaux Zeeman a l'inconvénient de nous faire perdre près de 90% des atomes pour l'interrogation d'une part, et d'autre part de perturber la fréquence de transition d'horloge. On cherche donc dans les horloges atomiques à césium à commencer la phase d'interrogation des atomes avec une population d'atomes dans un état quantique le plus pur possible.

**Sélection** Pour ce faire, on sélectionne (dans les fontaines atomiques) les atomes qui vont subir l'interrogation micro-onde. Juste avant l'interrogation micro-onde, on excite dans une cavité dite "de sélection" les atomes dans l'état  $|F, m_F\rangle = 0$  vers l'état  $|F \pm 1, m_F\rangle = 0$  avec une impulsion  $\pi$ . Les atomes dans les sous-états Zeeman  $m_F \neq 0$  sont restés dans l'état  $F$  initial, et peuvent être poussés par un laser pousseur pour être séparés des atomes propres à l'interrogation. Cette méthode a l'inconvénient de faire perdre beaucoup d'atomes, mais permet d'obtenir une population d'atomes dans un état quantique quasi-pur.

### 2.3.3 Synthèse du signal d'interrogation des atomes

Dans le cas du Césium 133, la fréquence de la transition d'horloge appartient au domaine hyperfréquence (HF). Le signal d'interrogation est synthétisé par une

chaîne de fréquence construite à partir d'un Oscillateur Ultra-Stable à quartz, de fréquence comprise entre 5 et 10 MHz typiquement, et surtout de très grande pureté spectrale (voir la figure 2.5). La stabilité de fréquence de ces quartz est de l'ordre de  $10^{-13}$  pour des temps d'intégration de une seconde jusqu'à quelques secondes.

**Oscillateurs cryogéniques** Le développement d'Oscillateurs Cryogéniques à Résonateur de Sapphire (O.C.R.S.) depuis une dizaine d'années, nettement plus encombrants mais de stabilité de fréquence nettement meilleure (de l'ordre de quelques  $6 \times 10^{-16}$  de 1 seconde à 4 secondes[22, 23], puis  $3 \times 10^{-16}$  jusqu'à 100 secondes) a permis d'améliorer la stabilité des fontaines atomiques par un facteur 5 environ [20]. Ils oscillent à des fréquences beaucoup plus élevées (11,9 GHz environ pour le modèle actuellement employé au BNM-SYRTE contre 10 MHz avec les O.U.S. utilisés habituellement), avec des facteurs de surtension de l'ordre de  $4 \times 10^9$ , et limitent le bruit thermique grâce à un refroidissement cryogénique du résonateur.

## 2.4 Stabilité de fréquence, exactitude

L'évaluation des performances en fréquence d'une horloge atomique est donnée principalement par deux grandeurs : la stabilité de fréquence et l'exactitude. Afin de pouvoir apprécier les performances en fréquence d'une horloge atomique, je rappelle ci-dessous les définitions de ces deux grandeurs. Pour des définitions plus approfondies et plus complètes, le lecteur pourra se reporter à la référence [4], chapitre 5.

Il est sous-entendu dans cette section que les définitions données ci-après seront écrites dans le repère local de l'horloge. La variable  $t$  se rapportera donc dans toute cette section au temps propre de l'horloge.

### 2.4.1 Notations

Le signal délivré par l'oscillateur local d'interrogation est un signal en tension supposé sinusoïdal et asservi sur la résonance atomique. Il s'écrit :

$$V_{OLA}(t) = A_{0,OLA} \sin(2\pi\nu_{0,OLA}t + \phi_{OLA}(t)) \quad (2.21)$$

où  $\nu_{0,OLA}$  est la fréquence nominale d'interrogation délivrée par l'oscillateur local,  $A$  est l'amplitude du signal qui peut être en premier lieu supposée constante, et  $\phi_{OLA}(t)$  est le terme prenant en compte les écarts de phase et de fréquence, aléatoires et systématiques, par rapport à la fréquence "idéale" et constante  $\nu_{0,OLA}$  de l'oscillateur local asservi. La fréquence instantanée du signal  $V_{OLA}$  est alors défini par :

$$\nu_{OLA}(t) = \nu_{0,OLA} + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_{OLA}(t)}{dt} \quad (2.22)$$

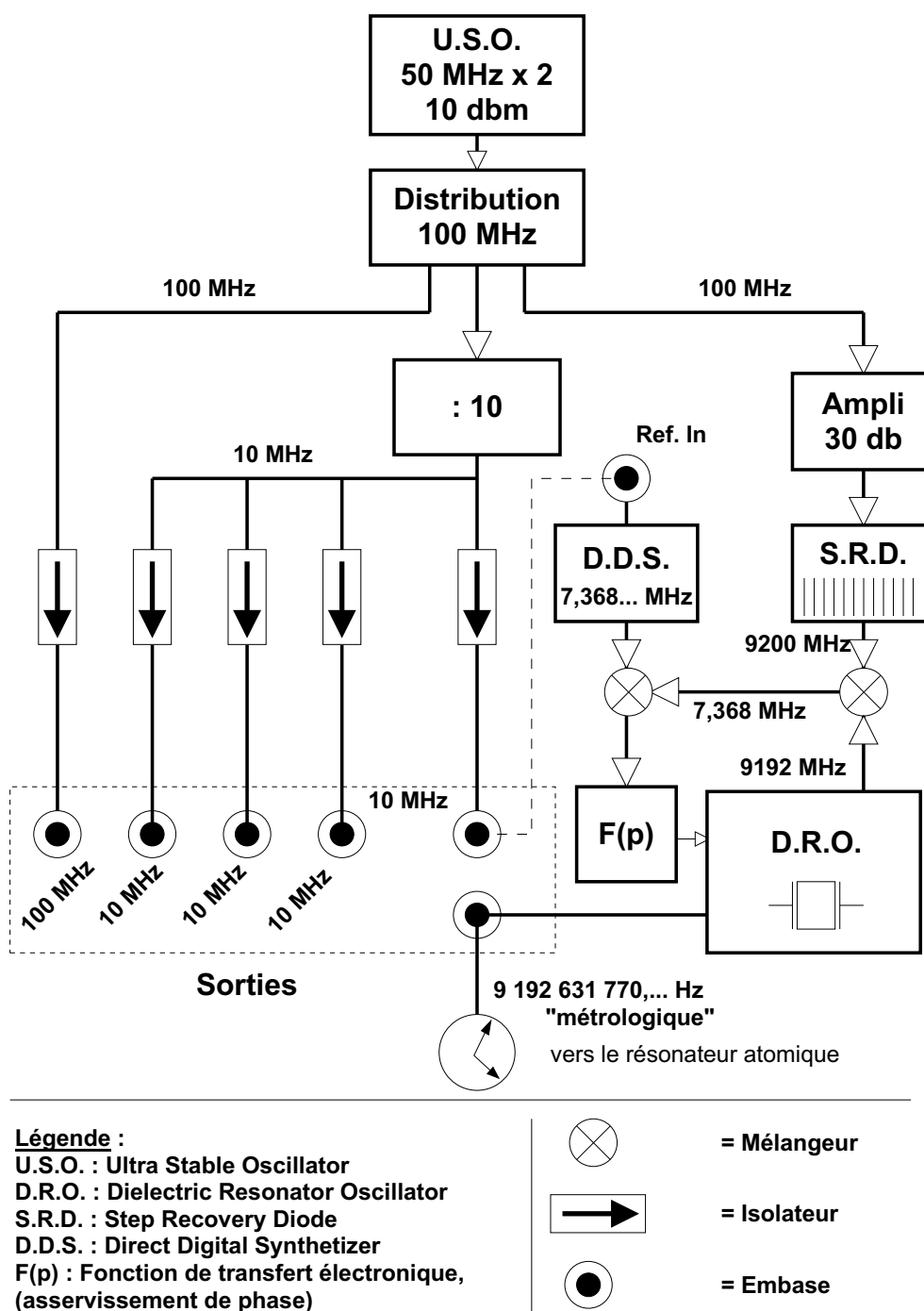


FIG. 2.5 – Schéma de principe de la première synthèse du signal d'interrogation pour Horace. Elle est construite à partir d'un Oscillateur Ultra-Stable (O.U.S.) à quartz de fréquence porteuse à 50 MHz doublé et d'un résonateur diélectrique (D.R.O.), dont la fréquence est ajustable par une diode varactor. La fréquence en sortie de la synthèse est contrôlée par la fréquence B.F. d'un synthétiseur numérique (ici, un Stanford DS345), et est asservie en phase sur le 100 MHz de l'O.U.S.

et on a :

$$\nu_{0,OLA} = \nu_0 \cdot (1 + \epsilon) \quad (2.23)$$

On définit à chaque instant  $t$  les **écarts** (ou fluctuations) de fréquence normés de l'oscillateur local par rapport à sa fréquence nominale  $\nu_{0,OLA}$  par la variable  $y(t)$  :

$$y(t) = \frac{\nu_{OLA}(t) - \nu_{0,OLA}}{\nu_{0,OLA}} \quad (2.24)$$

Dans une horloge atomique,  $\phi(t)$  est toujours très petit devant 1 sur des temps d'intégration courts. A partir des équations 2.22 et 2.24, on montre le lien entre les fluctuations temporelles de phase et les fluctuations de fréquence du signal, qui est donné par la relation :

$$\boxed{y(t) = \frac{\dot{\phi}(t)}{2\pi\nu_{0,OLA}}} \quad (2.25)$$

Les tops de l'horloge sont donnés à chaque fois que la phase totale

$$\Phi_{tot} = 2\pi\nu_{0,OLA}t + \phi_{OLA}(t) \quad (2.26)$$

du signal  $V_{OLA}$  augmente de  $2\pi$ . On définit les fluctuations relatives de temps entre les tops d'horloge par la variable  $x(t)$  :

$$x(t) = \frac{\phi_{OLA}(t)}{2\pi\nu_{0,OLA}} \quad (2.27)$$

Dans toute la suite du mémoire, les notations  $y(t)$  et  $x(t)$  seront réservées respectivement aux écarts de fréquence et aux écarts de temps propres normés d'un oscillateur<sup>1</sup>.

### 2.4.2 Densité spectrale de puissance d'un signal sinusoïdal

D'une manière générale, la densité spectrale de puissance  $S$  d'un processus quelconque  $p$  est la transformée de Fourier de sa fonction d'auto-correlation  $\Phi$  [24] :

$$S_p = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_p(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.28)$$

Pour le signal d'horloge d'une horloge atomique, la référence [4] montre que la densité spectrale de puissance à la fréquence de Fourier<sup>2</sup>  $f$  d'un processus aléatoire  $p_{alea}$  filtré dans une fenêtre (étroite) de largeur  $\Delta f$  est donné par :

$$S_{p_{alea}}(f) = \frac{\sigma^2}{\Delta f} \quad (2.29)$$

<sup>1</sup>La relation entre  $x(t)$  et  $y(t)$  se déduit très facilement des relations 2.22, 2.24, et 2.27 comme  $y(t) = dx(t)/dt$ .

<sup>2</sup>La calligraphie gothique  $f$  sera réservée aux fréquences dans l'espace de Fourier.

où  $\sigma^2$  est le carré moyen des fluctuations de la variable filtrée  $p_{alea}$ .

On note dans la suite de ce mémoire  $S_y$  et  $S_x$  les densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence et des fluctuations de temps respectivement. On peut démontrer avec les relations 2.27, 2.22 et 2.24 que ces deux densités spectrales de puissance sont reliées par l'équation :

$$S_y(f) = 4\pi^2 f^2 S_x(f) \quad (2.30)$$

### 2.4.3 Stabilité de fréquence

**Définition** La stabilité de fréquence d'une horloge atomique est un estimateur de la variance des fluctuations relatives de fréquence du signal utile de l'horloge. Elle permet de connaître la résolution des mesures de fréquence réalisées avec l'horloge à la fin d'un temps d'intégration donné.

On dispose de plusieurs définitions statistiques de la variance, dont l'emploi dépend de ce qu'on veut en faire. Les variances les plus utilisées en métrologie des fréquences sont la variance d'Allan et la variance d'Allan modifiée des fluctuations relatives de fréquence (resp. de temps)<sup>1</sup>, notées respectivement  $\sigma_y^2$ , et  $Mod\sigma_y^2$  (resp.  $\sigma_x^2$ , et  $Mod\sigma_x^2$ ). Dans ce mémoire, nous considérons sauf mention contraire la stabilité de fréquence comme l'écart-type d'Allan des fluctuations relatives de fréquence du signal utile de l'horloge. Nous donnons ci-dessous deux expressions mathématiques de la variance d'Allan, l'une définie par rapport à la statistique des mesures de  $y(t)$ , et l'autre définie à l'aide de la densité spectrale de bruit de fréquence de l'oscillateur.

Nous ne traiterons pas ici de la variance d'Allan modifiée, qui introduit uniquement de légères différences dans la définition de la variance d'Allan afin de discerner deux types de bruit de l'oscillateur, le bruit blanc de phase et le bruit de scintillation de phase. Le lecteur curieux pourra se reporter à [4], chap.5, pp.77 ou à [25] pour avoir une définition complète et rigoureuse de la variance d'Allan modifiée.

#### Variance d'Allan

Pour établir la stabilité de fréquence d'une horloge, on mesure par battement l'écart relatif de fréquence  $y(t)$  du signal utile de l'horloge par rapport à la fréquence de référence  $\nu_R$  d'un autre étalon primaire de fréquence, par exemple celle d'un maser à hydrogène<sup>2</sup>. On a :

$$y(t) = \frac{\nu_{OLA}(t) - \nu_R}{\nu_R} \quad (2.31)$$

<sup>1</sup>On s'intéresse particulièrement à la variance des fluctuations relatives de fréquence et de temps car  $y(t)$  et  $x(t)$  sont des variables dont la valeur moyenne est nulle par définition.

<sup>2</sup>L'excellente stabilité de fréquence court-terme d'un Maser explique qu'il soit utilisé dans la plupart des cas pour établir la stabilité de fréquence d'un étalon primaire de fréquence. Les dérives en fréquence du Maser ne sont pas gênantes, car elles peuvent être éliminées ultérieurement lors du traitement des données de la mesure.

On obtient alors un graphe comme celui représenté à la figure 2.6.

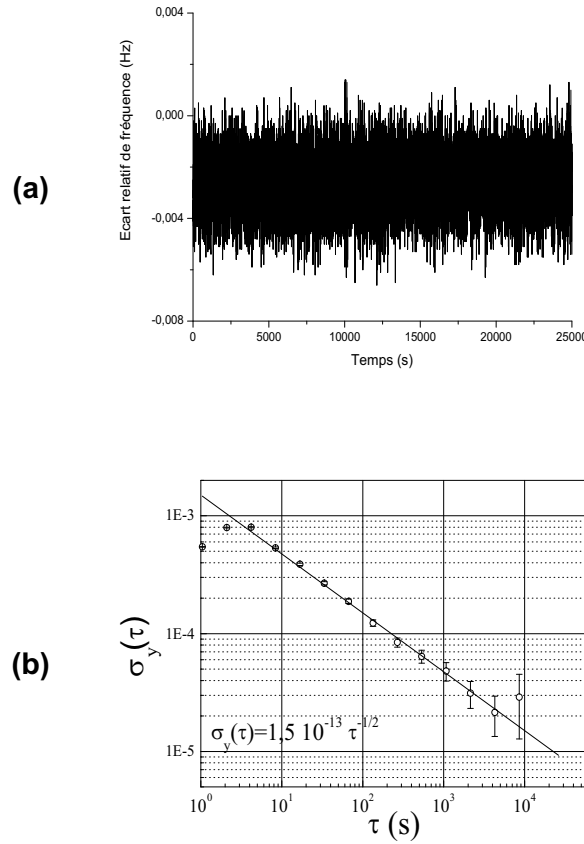


FIG. 2.6 – Exemple de courbes de stabilité de fréquence d’une horloge atomique à atomes froids. (a) : Mesures de fréquence de l’horloge FOM en fonction du temps. Les dérives du maser ont été corrigées. (b) : Variance des fluctuations relatives de fréquence des mesures représentées en (a), en fonction du temps d’intégration. La droite souligne la pente caractéristique en  $-1/2$  d’une horloge passive (Courtoisie de M. Michel Abgrall et de M. Philippe Laurent).

Expérimentalement, on accède à la valeur moyenne  $\bar{y}_k$  au temps  $t_k$  et sur l’intervalle de temps  $\tau = t_{k+1} - t_k$  des fluctuations de fréquence de l’étalon :

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt \quad (2.32)$$

La variance d’Allan est la demi-valeur moyenne de la variance des écarts successifs  $\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k$  (c’est une variance de paire). Elle s’écrit en fonction du temps



d'intégration  $\tau$  de la mesure comme [26] :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \rangle \quad (2.33)$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \right] \quad (2.34)$$

**Cas des horloges à césium** Dans une horloge à césium, le bruit dominant du signal utile est du bruit blanc de fréquence pour des temps courts. La variance des fluctuations relatives de fréquence atteint le palier flicker au bout de  $T_{Fl} = 10^4$  secondes d'intégration dans les horloges primaires à jets thermiques de Cs, et après  $T_{Fl} = 10^7$  s dans les horloges industrielles HP. Il n'a pas encore été observé dans les fontaines atomiques. La mesure de fréquence atteint alors la résolution<sup>1</sup> ultime de l'appareil. Au-delà du temps d'intégration  $T_{Fl}$ , la variance des fluctuations de fréquence de l'horloge se dégrade à cause du bruit "de marche aléatoire".

#### 2.4.4 Exactitude

En séparant dans le terme  $\dot{\phi}_{OLA}(t)$  de l'équation 2.22 la composante indépendante du temps (déplacements de fréquence systématiques) de la composante fluctuante dans le temps (fluctuations aléatoires de fréquence), on écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{OLA}(t) &= 2\pi\nu_{OLA} - 2\pi\nu_0 \cdot (1 + \epsilon) \\ \text{soit } \nu_{OLA} &= \nu_0(1 + \epsilon + y(t)) \end{aligned}$$

L'exactitude caractérise l'**incertitude relative** sur  $\epsilon$ , c'est-à-dire l'incertitude relative sur l'écart de fréquence systématique entre la fréquence nominale de l'oscillateur local asservi d'une part et la fréquence  $\nu_0$  de la transition de Bohr d'autre part. Je la note  $\delta\epsilon$ . La fréquence du signal d'horloge est modifiée de façon systématique par de nombreux phénomènes physiques tels que l'effet Doppler, le rayonnement du corps noir, l'effet Zeeman, l'effet Stark, ou encore par des effets relativistes (liste non exhaustive!), auquel il faut ajouter tous les problèmes d'origine techniques (fuites micro-ondes, harmoniques, etc...), bref, par tous les phénomènes qui peuvent entrer dans l'expression de l'hamiltonien du système et perturber la différence d'énergie entre les niveaux d'horloge par couplage avec les niveaux d'horloge ou avec les autres niveaux d'énergie de l'atome.

Malgré les nombreuses précautions prises, on ne peut pas se prémunir parfaitement contre des déplacements de fréquence du signal d'horloge. On peut au plus les minimiser. Mais à défaut de pouvoir éliminer les déplacements de fréquence qui affectent l'horloge, on peut les évaluer en faisant varier de façon contrôlée les paramètres de fonctionnement de l'horloge (caractérisation de l'horloge). Les déplacements de fréquence mesurés peuvent alors être corrigés, mais

<sup>1</sup>La résolution est définie comme le rapport de la valeur moyenne sur l'écart-type, c'est-à-dire  $\frac{\bar{y}}{\sigma_y}$ .

leur connaissance reste entachée par l'incertitude des mesures. On construit alors le bilan d'exactitude de l'horloge, qui fait apparaître explicitement la mesure des déplacements de fréquence, leur éventuelle correction, et l'incertitude de mesure de chacun de ces déplacements de fréquence. La comparaison de fréquence entre des étalons de fréquence de construction différente est essentielle pour déceler des déplacements de fréquence qui n'auraient pas été pris en compte dans le bilan d'incertitude de l'étalon de fréquence. On a énuméré brièvement en annexe D les principaux déplacements de fréquence qui affectent l'exactitude de l'horloge, avec leur ordre de grandeur pour deux horloges à césium (un jet thermique et une fontaine).

**Fonction de sensibilité** On utilise utilement la fonction de sensibilité atomique  $g(t)$  pour estimer de nombreux déplacements de fréquence du signal d'horloge. Nous rappelons que la fonction de sensibilité  $g(t)$  est définie par[27],[28] :

$$\delta P_{\pm}(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} g(t) \left( \frac{d\phi}{dt}(t) - \delta\omega(t) \right) dt \quad (2.35)$$

où  $\delta P_{pm}$  est la perturbation de la probabilité de transition, l'indice + ou - dénotant la perturbation sur un coté ou l'autre de la résonance (asservissement à mi-hauteur de la frange centrale).  $P$  est la probabilité de transition d'un atome soumis au champ oscillant d'interrogation.  $\delta\omega(t)$  caractérise les fluctuations de la pulsation du champ oscillant pendant l'interrogation.  $\frac{d\phi}{dt}(t)$  représente un saut de phase de l'oscillateur local pendant l'interrogation des atomes. L'équation 6.4 permet de calculer la perturbation de la probabilité de transition en fonction d'un déphasage d'origine quelconque perturbant l'interrogation des atomes. Les effets qui ne peuvent pas s'écrire comme une perturbation de la fréquence ou de la phase du champ ne peuvent pas être pris en compte simplement avec la fonction de sensibilité[28]. Comme l'équation 6.4 se démontre par un développement perturbatif au premier ordre du calcul complet de la probabilité de transition, elle permet de calculer des déplacements de fréquence uniquement pour des petites perturbations (typiquement  $\delta\omega(t) < \pi/10rad.s^{-1}$ ). Dans ce cas, le déplacement de fréquence de l'horloge est :

$$\frac{\delta_H}{\omega_{ef}} = \frac{\delta P_+ - \delta P_-}{\pi Q_{at}} \quad (2.36)$$

## 2.5 Différents principes de réalisation d'horloges atomiques avec du Césium 133

Il existe de nombreux types d'horloges atomiques : horloges à jet thermiques, fontaines atomiques (atomes froids), horloges à ion(s) piégé(s), horloges "optiques", maser, jets continus d'atomes froids, horloges en cellule... Chacune d'entre elle possède ses avantages propres, basés sur l'optimisation ou l'exploitation différente de tel ou tel paramètre du fonctionnement d'une horloge, comme la durée de l'interaction, le rapport signal-sur-bruit mais aussi le volume, la consommation

électrique ou encore le prix pour des horloges industrielles. Il n'est pas question ici de faire un inventaire détaillé des méthodes de réalisation de toutes ces horloges, mais simplement de dresser un résumé des performances en fréquence atteintes aujourd'hui par les horloges atomiques, au laboratoire mais aussi dans le monde industriel. On précisera le placement du projet Horace parmi ses concurrents.

Cependant, afin d'illustrer par un exemple concret les notions développées dans cette première partie et afin de donner quelques ordres de grandeur utiles, je décrirai un peu plus en détail le principe de fonctionnement d'une fontaine atomique, bien que je n'aie pas directement travaillé avec des fontaines. Cette section nous sera utile par la suite quand nous y comparerons le principe du fonctionnement d'Horace dans le chapitre 3, pour bien discerner les différences et les spécificités du fonctionnement d'Horace.

### 2.5.1 Les fontaines atomiques

Les fontaines atomiques sont les horloges qui ont donné les meilleurs résultats à l'heure actuelle en terme d'exactitude, essentiellement grâce à l'emploi d'atomes refroidis par laser. En effet, l'utilisation d'atomes froids permet à la fois d'augmenter le temps d'interrogation des atomes et de réduire les déplacements de fréquence systématiques. L'inconvénient de cette technique est que le nombre d'atomes participant au signal d'horloge est de l'ordre de  $10^8$  atomes, soit près de 5 ordres de grandeur inférieur au cas des horloges à jet thermique, où le flux d'atomes est de l'ordre de  $10^{13}$  atomes par seconde<sup>1</sup>. Cependant, la réduction de la distribution des vitesses atomiques permet d'obtenir des franges de Ramsey extrêmement étroites (de l'ordre du Hertz) qui compensent largement le faible nombre d'atomes (voir le tableau 2.2) : on montre que dans une fontaine, la stabilité de fréquence pour une interrogation  $\pi/2 + \pi/2$  à mi-hauteur selon la méthode de Ramsey s'écrit :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{S/N} \frac{1}{Q_{at}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (2.37)$$

G. Santarelli *et al* ont montré que la source de bruit limitant la stabilité de fréquence de la fontaine Rb/Cs du BNM-SYRTE était le bruit de projection quantique [29]. En ce qui concerne l'exactitude, les collisions entre atomes froids de césium restent la principale limitation au bilan d'exactitude des fontaines<sup>2</sup>.

Les récents résultats obtenus sur la fontaine double du BNM-SYRTE Rb/Cs [20] ont cependant montré que le déplacement collisionnel était 100 fois plus petit dans le cas du Rubidium 87. La principale limitation des fontaines atomiques sur Terre est la limitation de la durée de l'interrogation des atomes à 1 ou 2 seconde(s) : la hauteur de la fontaine doit rester raisonnable pour assurer qu'un

<sup>1</sup>Le temps de cycle typique d'une fontaine atomique est de l'ordre de 1 seconde.

<sup>2</sup>Le déplacement de fréquence induit par les collisions est de l'ordre de quelques  $10^{-15}$ , et l'incertitude sur le déplacement de fréquence est de l'ordre de  $5 \times 10^{-16}$  [20]

assez grand nombre d'atomes participent au signal d'horloge. La dispersion du nuage atomique durant le vol libre élimine presque 90% des atomes refroidis dans les fontaines de 1 mètre de haut. Le facteur de qualité atomique pourra difficilement être plus grand que quelques  $10^{10}$ , donnant une limite ultime à l'exactitude des fontaines atomiques au niveau de  $5 \times 10^{-17}$  [10].

La première fontaine atomique à finalité métrologique a été construite à l'Observatoire de Paris à partir de 1992 par le BNM-SYRTE, et a donné ses premiers résultats en 1993 [30]. Depuis, de nombreuses autres fontaines ont été construites aux Etats-Unis, en Allemagne, en Italie, au Canada, au Japon, pour s'imposer comme les meilleurs étalons primaires de fréquence (voir tableau 2.1).

### **Schéma du dispositif**

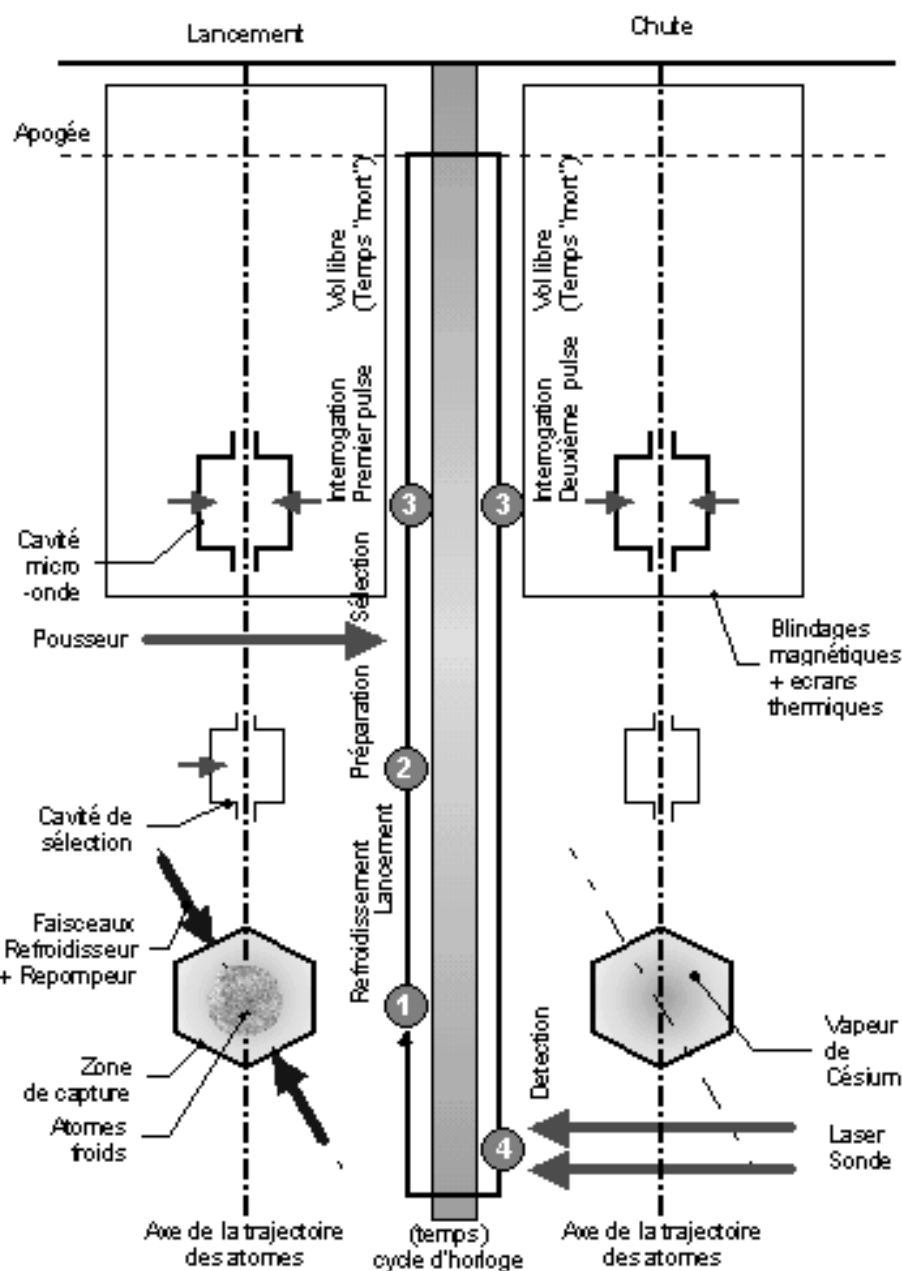


FIG. 2.7 – Schéma du dispositif d'une fontaine atomique. Si l'axe de lancement des atomes est parfaitement vertical, les trajectoires montantes et descendantes sont confondues et symétriques (limité par la température transverse des atomes) (1) *Refroidissement + lancement* : Les flèches représentent 2 des 6 faisceaux laser de refroidissement (2) *Préparation des atomes* : Les atomes non sélectionnés dans  $|m_F = 0\rangle$  sont poussés hors de la zone d'interrogation par le laser pousseur (3) *Interrogation micro-onde* : La cavité micro-onde est alimentée en continu par le signal hyperfréquence d'interrogation (4) *Détection* : Les blindages extérieurs n'ont pas été représentés.

Le schéma 2.7 montre le dispositif classique d'une fontaine atomique. Dans l'ensemble du dispositif règne un ultra-vide de l'ordre de  $10^{-7}$  Pa, et de l'ordre de  $10^{-8}$  Pa au niveau de la cavité micro-onde<sup>1</sup>. Dans une fontaine atomique, les différentes fonctions appliquées à l'atome sont séparées dans l'espace : Les atomes expérimentent au cours de leur trajectoire les différentes étapes nécessaires au fonctionnement de l'horloge. On distingue quatre grandes phases dans le cycle d'horloge d'une fontaine atomique :

1. la phase de refroidissement et de lancement (environ 500 ms)
2. la phase de préparation (quelques millisecondes)
3. la phase d'interrogation (500 ms à une seconde)
4. la phase de détection (quelques millisecondes)

Un avantage majeur de la fontaine vient de la symétrie de l'interrogation : si l'axe de symétrie cylindrique de la fontaine est parfaitement confondu avec l'axe de gravité, les trajectoires atomiques aller et retour sont pratiquement confondues, et les deux impulsions  $\pi/2$  sont symétriques. La vitesse moyenne du nuage d'atomes est notamment parfaitement identique et de signe opposé en chaque altitude  $z$  de la trajectoire entre les deux passages (vers le haut et vers le bas). La dispersion en vitesse transverse du nuage dégrade la symétrie de l'interrogation, qui se traduit par une légère perte de contraste des franges de Ramsey de la fontaine.

**Phase de refroidissement** Les atomes sont d'abord refroidis dans la zone de capture à l'aide de 6 faisceaux laser en configuration  $lin \perp lin$ , de diamètre 10 mm environ (à  $1/e^2$ ).  $10^9$  atomes sont refroidis dans la mélasse optique pour des temps de chargement de l'ordre de 1 s. La température des atomes est de l'ordre de  $1 \mu K$ <sup>2</sup>. Les atomes sont ensuite lancés vers le haut du dispositif à l'aide de la technique de la mélasse mouvante, avec une vitesse de l'ordre de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ . Une fois lancés, les faisceaux de refroidissements et de lancement sont éteints avec une atténuation de  $-110$  dB réalisée grâce à des modulateurs acousto-optiques (M.A.O.) et des obturateurs mécaniques ("clic-clac").

**Phase de préparation** A la fin de la phase de refroidissement, les atomes sont dans l'état  $|F = 4\rangle$  en équipopulant tous les sous-niveaux Zeeman. On sélectionne ensuite les atomes dans l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  à l'aide d'une impulsion  $\pi$  générée dans une cavité de sélection<sup>3</sup>, et d'un laser pousseur qui expulse par pression de radiation les atomes restés dans le niveau  $|F = 4\rangle$ . Seuls les atomes dans l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  entrent dans la zone d'interrogation. Le

<sup>1</sup>Un tel niveau de vide est absolument nécessaire d'une part pour pouvoir refroidir les atomes et d'autre part pour éviter de perdre par collision avec un autre atome des atomes ayant effectué la transition d'horloge.

<sup>2</sup>Les fontaines atomiques peuvent aussi fonctionner avec des pièges magnéto-optiques, dans le but de capturer un plus grand nombre d'atomes froids (environ 5 fois plus), ou en chargeant le piège par un jet d'atomes ralentis. Avec cette dernière technique, S. Bize a montré qu'on pouvait charger  $5 \times 10^9$  atomes en 500 ms [10]. Si on gagne en stabilité, on perd alors en exactitude à cause du déplacement de fréquence collisionnel.

<sup>3</sup>On excite la transition  $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ .

faisceau pousseur est lui aussi éteint avant que les atomes commencent la phase d'interrogation. Cette technique permet de contrôler l'état quantique des atomes avant l'interrogation.

**Phase d'interrogation** Les atomes passent deux fois dans la même cavité micro-onde d'interrogation, une fois à l'aller du lancement, et une fois au retour. Les atomes subissent deux interactions  $\pi/2$  dans cette cavité micro-onde (schéma d'interrogation de Ramsey). La durée de l'interrogation est de l'ordre de 500 ms.

**Phase de détection** La mesure de la probabilité de transition est faite par détection de la fluorescence des atomes. A la fin de la phase d'interrogation, les atomes se trouvent dans une superposition d'état  $\alpha|F = 3\rangle + \beta|F = 4\rangle$ . Un premier laser de détection, très stable en fréquence, excite la transition  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5'\rangle$ . On déduit de la mesure de l'intensité du signal de fluorescence le nombre d'atomes  $N_e$  dans l'état  $|F = 4\rangle$ . Les atomes dans  $|F = 4\rangle$  sont ensuite éjectés de la boule d'atomes froids. Un laser repompeur pompe ensuite les atomes dans l'état  $|F = 4\rangle$ , et un deuxième faisceau laser de détection, issu du même laser sonde, excite la transition  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5'\rangle$ . On comptabilise alors le nombre total d'atomes  $N_{e+f}$  qui ont participé à la phase d'interrogation. La probabilité de transition est alors  $P = N_e/N_{e+f}$ .

Horloge	Date	$\sigma_y^2(1s)$ ( $\times 10^{-13}$ )	$\delta\epsilon$ ( $\times 10^{-15}$ )
FO-1 (BNM-SYRTE)	1994	0,45	1,1
CSF1 (PTB) [31]	2001	3,5	1,4
F-1 (NIST) [32]	2001	6	1,5
FO-1 (USNO) [33]	(2002)	1,5	NC
FO-1 (IEN)	(2002)	2	3
FO-Rb/Cs (BNM-SYRTE) [20]	2001	0,4	(2)
FOM (BNM-SYRTE) [34]	2002	1,3	0,7

TAB. 2.1 – Tableau comparatif des performances en fréquence des principales fontaines atomiques dans le Monde.

## 2.5.2 D'autres réalisations de la Seconde avec le Césium

**Jets thermiques** Il existe bien d'autres méthodes de réalisation de la Seconde. Les plus répandues et les mieux connues sont celles utilisant un jet thermique collimatés d'atomes chauds comme source d'atomes. L'axe du jet est le plus souvent

horizontal, et les atomes sont successivement préparés ou sélectionnés, interrogés puis finalement détectés le long de leur trajectoire. On perd alors la symétrie de la fontaine, et les temps d'interaction entre le champ oscillant et les atomes sont plus courts, mais le nombre d'atomes participant au signal d'horloge peut être beaucoup plus élevé. Les premiers modèles conçus sélectionnent les atomes et les détectent par déflexion magnétique et ionisation des atomes défléchis (comme les horloges Cs-1 et Cs-2 de la PTB), et obtiennent de très bons résultats. Les modèles plus récents comme JPO ou NIST-7 utilisent le pompage optique (P.O.) pour préparer et détecter les atomes, mais la géométrie de l'ensemble reste sensiblement la même. Comme le pompage optique évite de perdre des atomes par sélection, c'est principalement la stabilité de fréquence qui est améliorée. En revanche, l'abandon de la sélection magnétique fait perdre également la sélection en vitesse longitudinale, et les horloges à pompage optique doivent redoubler d'efforts pour estimer les déplacements (relatifs) de fréquence dépendant de la vitesse des atomes<sup>1</sup>.

**Maser** Les masers sont également très largement répandus, et s'ils sont moins bons en termes d'exactitude (principalement à cause du déplacement de fréquence dû aux collisions des atomes d'hydrogène avec la paroi du ballon de stockage, appelé "Wall shift"), ils servent encore aujourd'hui de référence en stabilité de fréquence pour l'évaluation des performances en fréquence des autres étalons primaires de fréquence. Notons cependant que le "Wall shift" demande une calibration du Maser contre un autre étalon primaire de fréquence. Les masers sont donc considérés comme des oscillateurs.

**Jet continu d'atomes froids** L'Observatoire Cantonal de Neuchâtel (OCN) a ouvert une voie originale par rapport aux fontaines en construisant une horloge atomique utilisant un jet continu d'atomes froids. Dans ce système, on lance en continu des atomes froids depuis un piège magnéto-optique (MOT). La trajectoire atomique est en forme de parabole. Le principal avantage est la réduction de l'effet Dick. Les inconvénients sont le nombre d'atomes plus faible que dans une fontaine (de l'ordre de  $10^5$  atomes/s) et les problèmes de déplacement de fréquence par effet lumineux dû à la lumière laser de refroidissement. Un piège à lumière mis en place récemment devrait résoudre ce problème [36].

### 2.5.3 Perspectives pour les étalons primaires de fréquence

Une première piste de recherche explorée est l'envoi de fontaines atomiques dans l'espace (projet PHARAO/ACES). En l'absence de gravité, le temps d'interrogation peut être augmentée d'un ordre de grandeur, donnant des franges de Ramsey de 0.1Hz de largeur à mi-hauteur [5]. Les atomes sont alors lancés avec

---

<sup>1</sup>Un des effets majeurs dans les horloges à pompage optique est le déplacement relatif de fréquence par effet résiduel Doppler du premier ordre, qui dépend du produit du gradient de phase dans la cavité micro-onde et de la vitesse des atomes. Des techniques de renversement de jet basées sur des systèmes à 2 fours ont été tentées avec un certain succès pour améliorer l'exactitude des horloges à jet thermique à pompage optique [35].



des faibles vitesses, de l'ordre du cm/s, à travers une cavité de Ramsey. On revient alors à une géométrie de type jet thermique, mais avec des vitesses moyennes pour les atomes de Cs 1000 fois plus petites. Le projet PHARAO permettra de tester le principe d'équivalence ( $\dot{\alpha}/\alpha$ ,  $\dot{c}/c...$ ) et de comparer des horloges terrestres avec une exactitude sans précédent. Mais des progrès encore plus spectaculaires sont attendus du côté des horloges optiques<sup>1</sup>, grâce aux progrès considérables accomplis dans la mesure absolue des fréquences optiques par des peignes de fréquence. Dans ce cas, l'espèce atomique de référence n'est plus le césium. De nombreux groupes travaillent à mettre au point une horloge "toute optique", et divers atomes ou ions semblent intéressants ( $Mg$ ,  $Ca$ ,  $Sr$ ,  $Yb^+$ ,  $Hg^+$ ,  $Sr^+$ ,  $Ca^+$ ,  $Ag^+$ ,  $In^+$ ,... ). L'atout principal de ces horloges est d'exploiter des transitions étroites. Le facteur de surtension atomique de la résonance peut alors être de deux à 6 ordres de grandeurs plus grands que dans les fontaines opérant sur Terre. Le tableau 2.2 regroupe le niveau de performances en fréquence des principaux étalons primaires de fréquence à l'heure actuelle.

---

<sup>1</sup>On entend par "optique" les horloges dont la fréquence de la transition d'horloge appartient au domaine optique.

TAB. 2.2 – Performances en fréquences réalisées des principaux étalons primaires de fréquence. Tous sont des étalons passifs, sauf le Maser actif.  $\delta\epsilon$  est l'exactitude de l'étalon de fréquence,  $\sigma_y^2$  est la stabilité de fréquence,  $\nu_{ef}$  la fréquence de la transition d'horloge,  $Q_{at}$  est le facteur de qualité atomique. La première date correspond à la date où le concept a été imaginé, et la deuxième date correspond à la date où les performances en fréquence ont été publiées.

	<b>Etalon primaire</b>	<b>Type</b>	<b>Date</b>	$\delta\epsilon$	$\sigma_y^2(\tau = 1s)$	$\nu_{ef}$ (Hz)	$Q_{at}$
Césium	$Cs - 1$ [37]	Jet therm. (Sélection magnétique)	1983-1998	$7 \times 10^{-15}$	$5 \times 10^{-12}$	$9,192 \times 10^9$	$1,45 \times 10^8$
	$JPO$ [35]	Jet therm. (pompage optique)	1985-1999	$6,4 \times 10^{-15}$	$3,5 \times 10^{-13}$	$9,192 \times 10^9$	$9,2 \times 10^7$
Maser	Maser actif ([4])	Hydrogène (Actif)	1965-1974	$2 \times 10^{-12}$	$1 \times 10^{-13}$	$1,420 \times 10^9$	$1,4 \times 10^9$
	Maser passif[38]	Hydrogène (Passif) <sup>†</sup>	1980-2003	Cal. à $10^{-12}$	$6 \times 10^{-13}$	$1,420 \times 10^9$	$1,4 \times 10^9$
Fontaines	$FO - 1$ [29]	Fontaine Cs froid	1991-1994	$1,1 \times 10^{-15}$	$1,1 \times 10^{-13}$	$9,192 \times 10^9$	$9,2 \times 10^9$
	$FOM$ [34]	Fontaine Mobile, Cs froid	1998-2002	$7 \times 10^{-16}$	$1 \times 10^{-13}$	$9,192 \times 10^9$	$9,2 \times 10^9$
	FoCs [39]	Jet continu Cs froid	1996-2002	(qq. $\times 10^{-15}$ )	$2,5 \times 10^{-13}$	$9,192 \times 10^9$	$9,2 \times 10^9$
	$PHARAO$ [5]	Horloge spatiale, Cs froid	1997-(2005)	(qq. $\times 10^{-16}$ )	( $< \times 10^{-13}$ )	$9,192 \times 10^9$	$9 \times 10^{10}$
Fréq. optiques	$^{40}Ca$ [40]	Calcium froid	1991-(2002)	$2 \times 10^{-14}$	$1 \times 10^{-13}$	$4,6 \times 10^{14}$	$5 \times 10^{12}$
	Ion $^{199}Hg^+$ [41]	Ion piégé froid	1980-(2001)	$< 9 \times 10^{-15}$	$1 \times 10^{-15}$ (est.)	$1,1 \times 10^{15}$	$1,6 \times 10^{14}$

### 2.5.4 Des horloges compactes pour un besoin industriel

Le niveau actuel des performances en fréquence des fontaines atomiques et les espoirs nourris pour les étalons de fréquence optiques sont largement au-delà des besoins industriels actuels pour la synchronisation des signaux de télécommunication [42]. Les industriels sont d'abord intéressés par des dispositifs de plus modestes performances en fréquence, mais de plus bas coûts et de plus faible encombrement. Le dispositif doit d'abord être transportable. Actuellement, les utilisateurs disposent d'horloges à cellule de Rubidium, d'horloges compactes à Césium Hewlett-Packard, et de maser passifs ou actifs. Les performances en fréquence des principales horloges atomiques industrielles sont consignées dans le tableau 2.3. Ces horloges conviennent pour la plupart à des applications industrielles telles que la synchronisation de signaux de télécommunications ou l'étalonnage de mesures industrielles courantes.

**Des horloges compactes à césium de hautes performances** En revanche, elles se révèlent ou trop encombrantes ou insuffisantes en stabilité de fréquence pour des systèmes compétitifs de navigation inertielle. Le projet GALILEO, qui vise également au positionnement d'appareils de navigation civils (assistance à l'atterrissage d'avions civils par exemple) demande ainsi pour sa première génération d'horloges à césium une stabilité de fréquence à mieux que  $2 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$ . Le projet GALILEO a ainsi motivé des recherches actives pour réaliser en Europe des horloges compactes satellisables et de hautes performances. En effet, la précision du positionnement par GALILEO dépend directement de la stabilité de fréquence des horloges embarquées à bord des satellites. L'Observatoire Cantonal de Neuchâtel a ainsi construit un maser passif dont les performances en fréquence sont reportées dans le tableau 2.4, et le BNM-SYRTE a réalisé le prototype d'horloge atomique à césium à pompage optique satisfaisant les spécifications demandées dans un faible encombrement ( $< 2$  litres) en juin 2002 (projet Cs4-NAV) au CNES (voir tableau 2.4).

**Le projet HORACE** L'ambition du projet HORACE est d'utiliser les atouts des atomes froids pour des horloges atomiques industrielles et spatialisables. L'emploi d'atomes de vitesse réduite (de l'ordre de quelques centimètres par seconde) permet d'interroger les atomes dans un résonateur de quelques centimètres pendant quelques dizaines de millisecondes sur Terre, et pendant près d'une seconde dans l'Espace en microgravité (la durée d'interrogation est alors limitée par la taille de la cavité, par le niveau de vide, et par les collisions entre atomes froids). On espère ainsi réaliser une horloge de stabilité de fréquence dans la gamme de quelques  $10^{-13} \tau^{-1/2}$ , avec une inexactitude au niveau de  $10^{-14}$  sur Terre [43] dans un volume de résonateur inférieur à 2 litres, soit une amélioration de deux ordres de grandeur par rapport au projet Cs4-Nav. Un tel niveau de performances serait un atout majeur pour accéder à des mesures précises du potentiel gravitationnel géophysique, ou pour la navigation et le positionnement de sondes spatiales et de satellites. A ma connaissance, il n'existe que deux autres projets actuellement en cours de développement utilisant des atomes refroidis par laser pour des horloges

atomiques compactes : le premier est le projet américain de mini-fontaine atomique du NIST développé par M. Jefferts [44], et le deuxième est le projet lancé en septembre 2001 au BNM-SYRTE d'horloge atomique "CA-CPT"<sup>1</sup> avec des atomes refroidis de césium (tableau 2.4).

---

<sup>1</sup>Cold Atoms-Coherent Population Trapping, soit Piégage Cohérent de Population à atomes froids.

	Horloge	Type	Date	Volume total (litres)	$\delta\epsilon$	$\sigma_y^2(\tau = 1s)$	$\nu_{ef}$ (Hz)
Cesium	Agilent 5071A[45]	Cs thermique, Passive	198 ?	29,7	$1 \times 10^{-12}$	$1,2 \times 10^{-11}$	$9,192 \times 10^9$
	Agilent 5071A Hi-Perf [45]	Cs thermique, Passive	2000	29,7	$5 \times 10^{-13}$	$\leq 5 \times 10^{-12}$	$9,192 \times 10^9$
	Tekelec [46, 47]	Cs thermique à P.O., Passive	(2003)	2	NC	$(3 \times 10^{-12})$	$9,192 \times 10^9$
Rubidium	Temex RAFS [48]	Rb en cellule	2002	2,5	/	$3 \times 10^{-12}$	$6,834 \times 10^9$
	Temex L-PFRS-01[48]	Rb portable	2000	$< 0,2$	/	$5 \times 10^{-12}$	$6,834 \times 10^9$
	Quartzlock A10-B[49]	Rb portable	?	0,27	/	$1,8 \times 10^{-11}$	$6,834 \times 10^9$
Maser	Quartzlock CH1-75[49]	Maser H, actif	(1970)	$\sim 182$	/	$2 \times 10^{-13}$	$1,420 \times 10^9$
	Quartzlock CH1-76[49]	Maser H, passif	(1970)	$\sim 75$	/	$\leq 1,5 \times 10^{-12}$	$1,420 \times 10^9$
	PHM terrestre type EFOS[50]	Maser H passif	1982	317	/	$1,5 \times 10^{-13}$	$1,420 \times 10^9$

TAB. 2.3 – Performances en fréquence de quelques horloges atomiques commerciales. La date indiquée est celle de la première commercialisation de l'appareil.

Horloge	Type	Date	V (litres)	$\delta\epsilon$	$\sigma_y^2(\tau = 1s)$	$\nu_{ef}$ (Hz)	$Q_{at}$
Cs4 NAV [51]	Cs thermique P.O.	2001	2	$4 \times 10^{-13}$	$1,4 \times 10^{-12}$	$9,192 \times 10^9$	$1,3 \times 10^7$
PHACS[52]	Cs Thermique P.O.	2001	1	$(< 5 \times 10^{-12})$	$1 \times 10^{-11}$	$9,192 \times 10^9$	$4,6 \times 10^6$
CPT chaud [53]	Cs cellule+gaz tampon	2000	0,02	/	$9,3 \times 10^{-12}$	$9,192 \times 10^9$	$9 \times 10^7$
CPT chaud [54]	Rb cellule+gaz tampon	2002	0,02	/	$3,5 \times 10^{-11}$	$6,8 \times 10^{-12}$	$1,5 \times 10^8$
CPT froid	Cs froid	(2001)	??	??	$(5 \times 10^{-13})$	$9,192 \times 10^9$	$(1 - 5 \times 10^8)$
HORACE [55]	Cs froid	(1998)	1	$(< 1 \times 10^{-13})$	$(5 \times 10^{-13})$	$9,192 \times 10^9$	$1 - 3 \times 10^8$
Mini-fontaine [56]	Cs froid	2000	90	$(< 1 \times 10^{-14})$	$(2 \times 10^{-14})$	$9,192 \times 10^9$	$6 \times 10^9$

TAB. 2.4 – Performances en fréquence de quelques horloges atomiques compactes développées ou en cours de développement ces dernières années dans les laboratoires en Europe et aux Etats-Unis. V désigne le volume total du résonnateur atomique. La date désigne la date des performances en fréquence indiquées. Les dates entre parenthèses désignent la date de démarrage du projet.



## Chapitre 3

# Conception(s) de l'horloge HORACE

*Horace : Poète latin, ami de Virgile et de Mécène, protégé d'Auguste(...).  
Il fut tenu par les humanistes puis par les classiques français pour le modèle  
des vertus d'équilibre et de mesure.  
Le Petit Larousse illustré (1997)*

### 3.1 Principes fondateurs du projet HORACE

Le principe fondateur du projet Horace est d'utiliser les faibles vitesses de déplacement des atomes froids pour réduire les dimensions du résonateur atomique des horloges, tout en conservant des durées d'interrogation du même ordre de grandeur que celle des grands jets atomiques de Laboratoire comme JPO ou NIST 7. L'atome choisi pour nos expériences est l'atome de  $^{133}\text{Cs}$ .

Contrairement aux jets continus ou aux fontaines atomiques où les zones de préparation, d'interrogation et de détection sont des zones distinctes de l'espace, on propose de plus de préparer les atomes froids et de détecter le signal d'horloge directement dans la cavité micro-onde, en suivant une séquence purement temporelle pour l'horloge. Outre le gain de compacité pour le résonateur atomique, ce mode de fonctionnement permet aux atomes froids de Cs de rester confinés dans la cavité micro-onde durant tout le cycle d'horloge. Il évite également de perdre des atomes froids lors du transfert des atomes froids d'une zone à l'autre de l'expérience.

Nous rappellerons d'abord les atouts des atomes froids pour la métrologie des fréquences, puis nous préciserons le fonctionnement sur une séquence purement temporelle d'Horace. Nous présenterons ensuite les méthodes mises au point ou envisagées pour le refroidissement des atomes de Cs, l'interrogation des atomes et la détection du signal d'horloge dans le cas d'Horace. Nous discuterons des possibilités d'Horace, en s'efforçant de discerner les avantages, les inconvénients, les rapprochements et les différences avec d'autres types d'horloges atomiques.



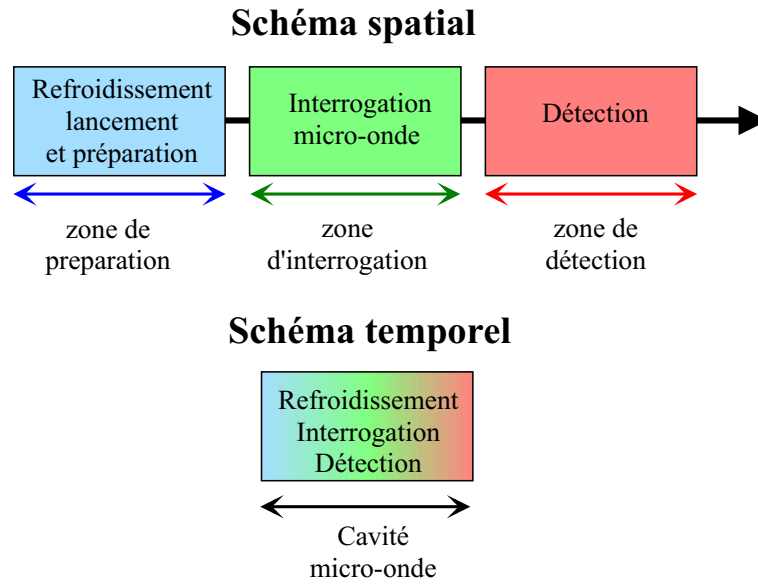


FIG. 3.1 – le choix d’une séquence purement temporelle pour Horace permet de réduire les dimensions du résonateur mais aussi de confiner les atomes froids au coeur de la zone d’interrogation.

Nous évoquerons le bénéfice qu’on peut attendre d’un fonctionnement dans l’Espace. L’étude nous permettra de dresser un schéma de conception de l’horloge, et d’explicitier les contraintes qui pèsent sur la conception des cavités micro-onde Horace.

### 3.1.1 Une horloge à atomes froids

#### Motivations

L’intérêt des atomes froids pour la métrologie des fréquences a été démontré expérimentalement : les fontaines atomiques décrites dans la partie précédente atteignent des exactitudes et des stabilités de fréquence exceptionnelles grâce à des temps d’interaction beaucoup plus longs que dans les horloges à jets thermiques<sup>1</sup>. Outre l’amélioration du facteur de surtension atomique de la transition d’horloge, l’exactitude des fontaines est aussi une conséquence de la réduction par plusieurs ordres de grandeur des déplacements de fréquence dépendant de la vitesse balistique des atomes (effets Doppler du premier et deuxième ordre). Le contrôle de la vitesse et de la trajectoire des atomes permet de contrôler de façon reproductible et précise la durée et l’amplitude de l’interaction des atomes avec le champ magnétique d’interrogation. Le contraste des franges de Ramsey des fontaines atomiques en est une preuve suffisante. C’est là un atout majeur pour la reproductibilité des mesures, et permet de réduire l’incertitude de nombreux effets systématiques qui affectent la fréquence du signal d’horloge des fontaines

<sup>1</sup>Le temps d’interaction des atomes avec le champ oscillant dans une fontaine atomique est de l’ordre de 1 s, contre 5 ms typiquement dans un jet thermique comme JPO.

atomiques.

L'originalité du projet HORACE est de tirer profit de la faible vitesse des atomes froids pour réduire la longueur du résonateur atomique. En refroidissant les atomes de Cs directement dans la cavité micro-onde à  $\sim 5\mu K$ , la vitesse moyenne de l'échantillon d'atomes froids est de  $\sim 3\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$  (pas de vitesse de lancement). On peut atteindre dans le champ de gravitation terrestre des durées d'interrogation de quelques 10 ms dans le volume d'une cavité micro-onde résonant sur un mode d'ordre faible <sup>1</sup>. Les atomes froids permettent ainsi d'obtenir des résonances atomiques de pleine largeur à mi-hauteur de quelques dizaines de Hertz dans un résonateur atomique aussi petit que quelques centimètres. Ces valeurs sont à comparer au cas des jets thermiques : Pour un résonateur de 1 m de long, et un jet d'atomes de vitesse longitudinale de  $200\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , le temps d'interrogation est de 5 ms, ce qui correspond à une largeur de résonance atomique de 100 Hz avec une interrogation de Ramsey.

Projet	Vitesse des atomes	Longueur du résonateur	Largeur de raie
Fontaine	$5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	1 m	1 Hz
Jet thermique	$200\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	1 m	100 Hz
HORACE	$5\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$	$< 5\text{cm}$	20 à 100 Hz

TAB. 3.1 – Motivations du projet HORACE.

### 3.1.2 Unité de lieu des interactions

#### Principe

Nous proposons de réaliser toutes les étapes du cycle d'horloge dans la cavité micro-onde elle-même, c'est-à-dire le refroidissement des atomes, la préparation atomique, l'interrogation et la détection. Les dimensions du résonateur atomique sont alors réduites aux seules dimensions de la cavité micro-onde et des blindages magnétiques qui l'entourent. Le volume total du résonateur atomique peut alors être aussi petit que 1,2 litre [55]. Cependant, il faut ajouter à ce volume celui du banc optique, de l'électronique de contrôle, et de la pompe ionique nécessaire à la réalisation d'un niveau de vide de quelques  $10^{-7}\text{Pa}$  dans l'enceinte à vide. Notre modèle expérimental au laboratoire n'est donc pas aussi compact : le banc optique et l'enceinte à vide sont disposés sur une table optique de  $90 \times 90\text{cm}$ , de 30 cm de haut, soit 240 litres. L'électronique de commande et le pilotage informatique représentent un volume de  $1\text{m}^3$  (qui peut facilement être rendu plus compact).

**Motivations** On aurait pu se tourner vers la construction d'une mini-fontaine [56], ou d'un mini jet atomique d'atomes ralentis (issus d'une mélasse 2D par

<sup>1</sup>Les dimensions d'une cavité micro-onde résonante à la transition d'horloge du Cs sur un mode d'ordre faible sont de l'ordre de quelques centimètres ( $\lambda_0 = 3,26\text{cm}$ ).

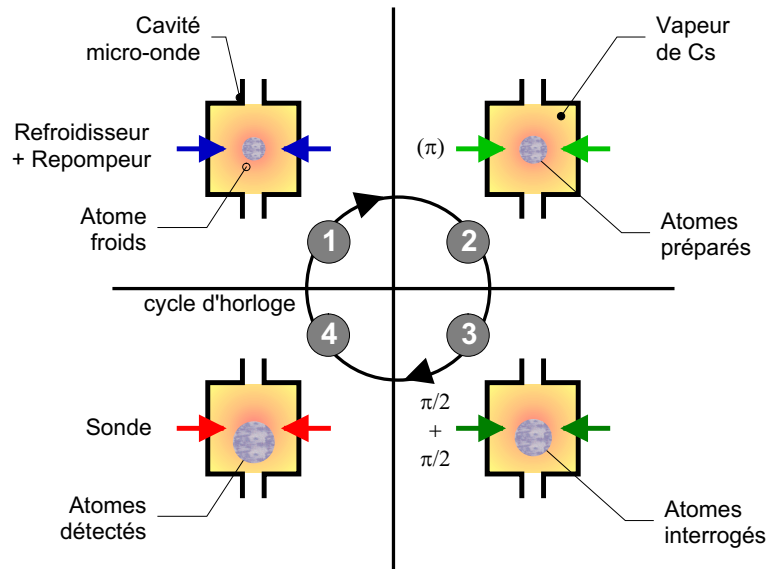


FIG. 3.2 – Schéma de principe des fonctions appliquées aux atomes pour le projet d’horloge atomique Horace (ici représenté pour un fonctionnement sur Terre). (1) Refroidissement des atomes de Césium. (2) Préparation atomique (3) interrogation des atomes (4) Détection du signal d’horloge, puis retour au (1). L’extension spatiale et la chute de la boule ont été représentées exagérément.

exemple). Cependant, l’adoption d’une séquence purement temporelle présente plusieurs avantages, outre la réduction du volume du résonateur :

- On évite de perdre des atomes au cours de leur trajectoire dans le résonateur atomique. L’ensemble des atomes froids dans l’état  $|6S_{1/2}, F, m_F = 0\rangle$  sont soumis à l’interrogation micro-onde,
- les atomes froids peuvent être recapturés à la fin de la détection, ce qui permet de garder le nombre maximal d’atomes froids avec des durées de chargement courtes,
- enfin, d’un point de vue technique, il est plus aisé de contrôler l’environnement d’une enceinte de volume réduit.

La figure 3.2 illustre la séquence temporelle envisagée d’Horace (voir aussi page), et la figure 3.3 rappelle les transitions utilisées.

**Refroidissement** Les atomes de Cs sont d’abord refroidis à partir d’une vapeur à l’aide de faisceaux lasers de quelques dizaines de mW décalés sur le rouge de la transition cyclante  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  de la raie D2 du Cs. Un faisceau repompeur de quelques centaines de  $\mu W$  décalé sur le rouge de la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  de la raie D2 du Cs permet de fermer complètement la transition<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Il n’est pas nécessaire à ce moment de faire l’hypothèse d’un refroidissement en cellule comme il est expliqué par la suite. La méthode et l’étude des processus de refroidissement en cellule sont l’objet des chapitres 4 et 5 de cette thèse.

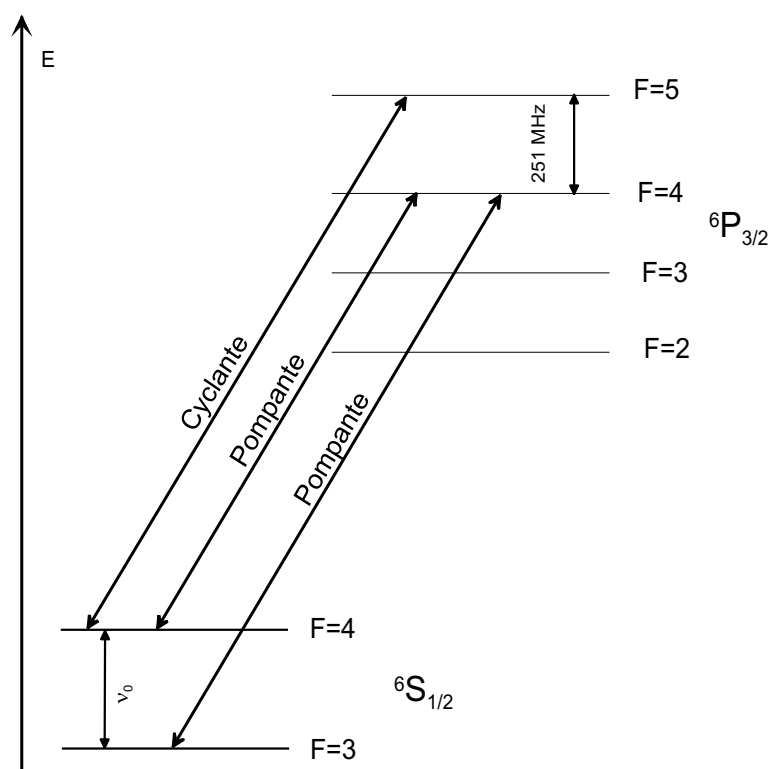


FIG. 3.3 – Schéma de niveaux des transitions utilisées pour Horace. On utilise la raie  $D2$   ${}^6S_{1/2} \rightarrow {}^6P_{3/2}$  du  ${}^{133}\text{Cs}$ ,  $\lambda = 852,1$  nm.  $\nu_0 = 9,192\dots$  GHz (voir annexe B).

**Préparation atomique** A la fin de la phase de refroidissement, les atomes dans l'état fondamental  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  transitent vers l'état fondamental  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  à l'aide d'un pulse repompeur sur la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  de la raie D2 du Cs.

**Interrogation** Les atomes peuvent alors être soumis au champ magnétique oscillant d'interrogation. La séquence temporelle d'Horace permet d'envisager plusieurs méthodes d'interrogation : méthode de Rabi, méthode de Ramsey, et méthode avec une seule impulsion  $\pi/2$ . A l'issue de la phase d'interrogation, le niveau  $F=4$  est peuplé par les atomes par une fraction des atomes refroidis et pompés ayant effectué la transition d'horloge. Le niveau  $F=3$  est peuplé par les seuls atomes ayant été pompés et n'ayant pas effectué la transition d'horloge (asservissement à mi-hauteur de la résonance).

**Détection** Là aussi, plusieurs méthodes de détection peuvent être envisagées : méthode par fluorescence, par absorption linéaire, ou par méthode micro-onde. L'ensemble de ces méthodes d'interrogation et de détection sont exposées par la suite dans ce chapitre. On propose par exemple la séquence suivante :

1. On détecte par fluorescence les atomes dans l'état  $F=4$ , à l'aide de la transition cyclante  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  de la raie D2 du Cs
2. On pompe les atomes restés dans  $F=3$  vers l'état  $F=4$  avec la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  de la raie D2.
3. On détecte à nouveau la fluorescence des atomes dans l'état  $F=4$  (renormalisation) au début de la phase suivante de refroidissement.

**Remarques** On doit toutefois souligner ici que, pour pouvoir recapturer les atomes froids avec des durées courtes, il est essentiel que les méthodes de détection adoptées ne réchauffent pas le gaz d'atomes froids (méthodes "non destructives" du nuage d'atomes froids) en mode horloge. En phase d'évaluation de l'expérience, on peut par ailleurs utiliser d'autres séquences d'analyse. Par exemple, pour déterminer le nombre d'atomes froids dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$ , on peut pomper les atomes froids dans  $F=3$  avec une impulsion  $\pi$  micro-onde courte de préparation. Les atomes restés dans l'état  $F = 4$  peuvent être poussés hors de résonance par un faisceau éclateur décalé vers le bleu de la transition cyclante  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ . On pompe ensuite les atomes dans  $F=3$  avec la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . Ces atomes dans  $F=4$  peuvent alors être détectés par temps de vol.

L'utilisation d'atomes froids et l'unité de lieu des interactions appliquées aux atomes constituent les deux piliers fondateurs du projet Horace. L'unité de lieu des interactions conduit à des méthodes opératoires spécifiques, les contraintes pesant sur la conception de la cavité Horace relevant à la fois du domaine micro-onde et du domaine optique. Le mode de fonctionnement purement temporel nous a amené à mettre au moins ou à imaginer des techniques originales que nous

présentons ci-dessous. Nous précisons par la suite les durées envisagées pour chacune des interactions et le rapport cyclique en mode horloge.

## 3.2 Refroidissement radiatif des atomes de Cs

### 3.2.1 Introduction

Pour le projet Horace, nous voulons pouvoir construire une zone d'interaction avec les atomes qui soit à la fois performante du point de vue optique pour le refroidissement des atomes et performante du point de vue micro-onde pour l'interrogation des atomes. Le choix initial du projet était d'utiliser la technique du "refroidissement isotrope", au lieu des techniques de mélasses optiques par 6 faisceaux collimatés contrapropageants selon 3 directions perpendiculaires de l'espace. Ce que nous appelons improprement (par raccourci) le "refroidissement isotrope" est la technique qui consiste à générer un champ laser isotrope dans la cavité micro-onde, et à utiliser ce champ laser pour refroidir radiativement les atomes de Cs. L'étude des propriétés d'isotropie du champ laser dans nos cavités ont montré que le champ laser n'était pas isotrope (voir chapitre suivant). Aussi, je préfère aujourd'hui employer le terme de refroidissement en cellule réfléchissante (ou diffusante).

La technique de refroidissement en cellule réfléchissante présente des intérêts pour notre projet que nous discutons ci-dessous. Dans cette partie, nous rappellerons simplement la méthode utilisée pour stocker l'énergie lumineuse dans la cavité micro-onde, les chapitres 4 et 5 étant consacrés à l'étude du refroidissement en cellule (réfléchissantes et diffusantes).

### 3.2.2 Principe du refroidissement en cellule

Un champ laser "isotrope" peut être réalisé par exemple en stockant l'énergie du champ laser dans une cellule hautement réfléchissante (ou diffusante), en s'appuyant sur les réflexions (ou les diffusions) multiples de la lumière laser à l'intérieur de la cellule (figure 3.4).

Comme le suggère la figure 3.4, et de la même façon que pour une cavité micro-onde, la forme de la cellule, l'ensemble des pertes dues aux trous ou à la réflectivité finie des matériaux employés, le nombre et la position des fibres dans la cellule<sup>1</sup> modifient les propriétés du champ laser construit à l'intérieur de la cellule.

**Cellule ou cavité ?** Puisqu'on emmagasine les photons, on pourrait parler de "cavité" de stockage, ou de "refroidissement en cavité". Cependant, la cavité

---

<sup>1</sup>Le nombre et la position des fibres jouent un rôle de même nature que celui des cavités de couplages du champ hyperfréquence dans une cavité micro-onde.

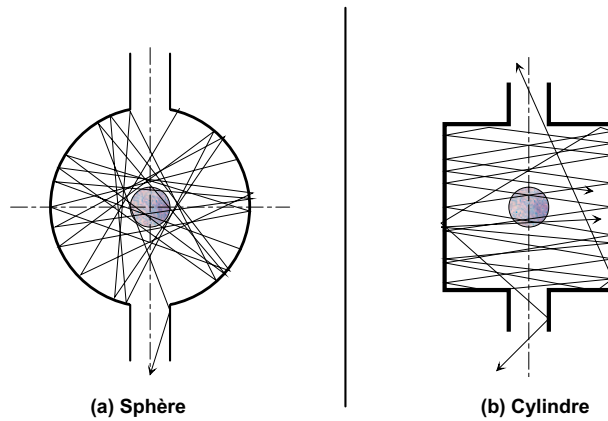


FIG. 3.4 – Principe du refroidissement en cellule réfléchissante ou diffusante. On injecte à l'aide de fibres optiques les photons dans une cellule, où ils subissent des diffusions et/ou des réflexions multiples. Le résultat est un champ laser dont l'amplitude a été moyennée sur le volume de la cellule. Les phénomènes d'interférences qui s'y produisent sont traités dans la troisième partie du chapitre suivant.

micro-onde d'Horace n'est pas à résonance avec les fréquences des transitions employées pour le refroidissement des atomes de Cs ( $\nu = 351,7 \dots \text{THz}$ ,  $\lambda = 852,1 \text{ nm}$  dans l'air). De plus, les photons sont injectés dans la cavité de façon à homogénéiser le champ laser, en utilisant la divergence des faisceaux en sortie de fibre optique. Il n'y a donc pas de construction de mode résonant. Pour satisfaire un souci de clarté, et pour différencier les contraintes du domaine micro-onde des contraintes du domaine optique pesant sur la conception des cavités micro-ondes Horace, je m'efforcerai dans ce manuscrit à parler de *cellule* lorsqu'il s'agira de refroidissement des atomes et de *cavité* lorsqu'il s'agira de l'interrogation des atomes.

### 3.2.3 Motivations

Nous proposons à la figure 3.5 deux schémas possibles pour le refroidissement de la vapeur de Cs dans Horace. Dans le premier cas, les atomes sont refroidis par 6 faisceaux collimatés contrapopageants. Pour éviter que les ouvertures pratiquées dans la cavité micro-onde dégradent le facteur de surtension de la cavité micro-onde et induisent de forts gradients de phase, on réalise des guides sous-coupeure. Le volume de la zone de capture est donné par le volume de l'intersection des 6 faisceaux lasers.

Dans le deuxième cas, on utilise la technique de refroidissement en cellule en amenant la lumière laser par des fibres optiques. Le volume de la zone de capture est *a priori* le volume de la cellule. Le nombre d'atomes capturés dépendant à la puissance 4 de la longueur de la zone de capture, c'est la motivation principale du choix des techniques de refroidissement en cellule. Les ouvertures pratiquées sur la cavité micro-onde sont alors de l'ordre du mm, et il n'est plus nécessaire de réaliser

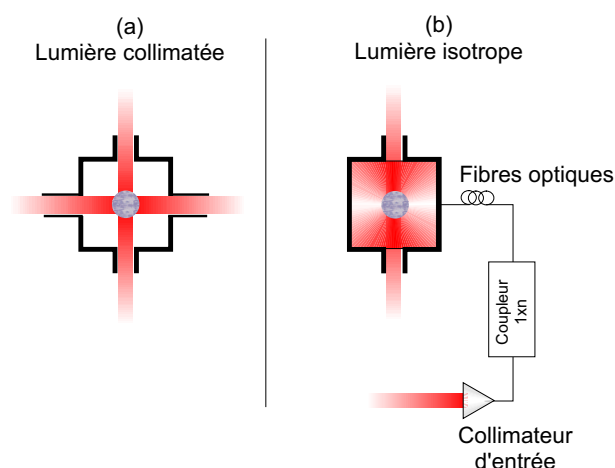


FIG. 3.5 – Méthode de refroidissement pour Horace : (a) par une mélasse optique conventionnellement préparée (b) par une mélasse optique préparée avec une cellule réfléchissante ou diffusante.

6 guides sous-coupeure (micro-onde). Les deux guides sous-coupeure représenté à la figure 3.5 (b) sont nécessaires pour la détection du signal, l’alimentation de la cavité en césium chaud, et le pompage du volume par une pompe ionique.

La technique de refroidissement en cellule présente également deux autres avantages : elle minimise la sensibilité du refroidissement à l’alignement des faisceaux lasers, et stabilise l’intensité *moyenne* du champ laser dans la cellule, la lumière laser étant stockée dans la cellule. La durée de vie d’un photon dans la cellule étant de l’ordre de la ns à la dizaine de ns, seules les fluctuations rapides au-delà de 100 MHz seront filtrées.

Le refroidissement en lumière isotrope<sup>1</sup> a été expérimenté pour la première fois par M. W. Ketterle en 1992 [57] en deux dimensions sur un jet ralenti de sodium, puis par M. H. Metcalf en 1994 sur des atomes de rubidium 85 [58]. Il a ensuite été réalisé expérimentalement à 3 dimensions par M. N. Dimarcq et Mlle E. Aucouturier en 1996 sur des atomes de césium [59]. C’est sur la base de ces travaux que le projet Horace s’est orienté vers la technique de refroidissement en cellule.

Précisons ici que les performances du refroidissement en cellule dépendent (évidemment) des propriétés du champ laser. Ainsi, nous n’avons pas obtenu d’atomes froids avec la configuration de cellule initialement imaginée au début de ma thèse. Mon travail de thèse aura consisté pour une grande partie à étudier  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , et les processus de refroidissement par le champ laser présent dans la cavité micro-onde.

<sup>1</sup>Avec cette dénomination dans la littérature



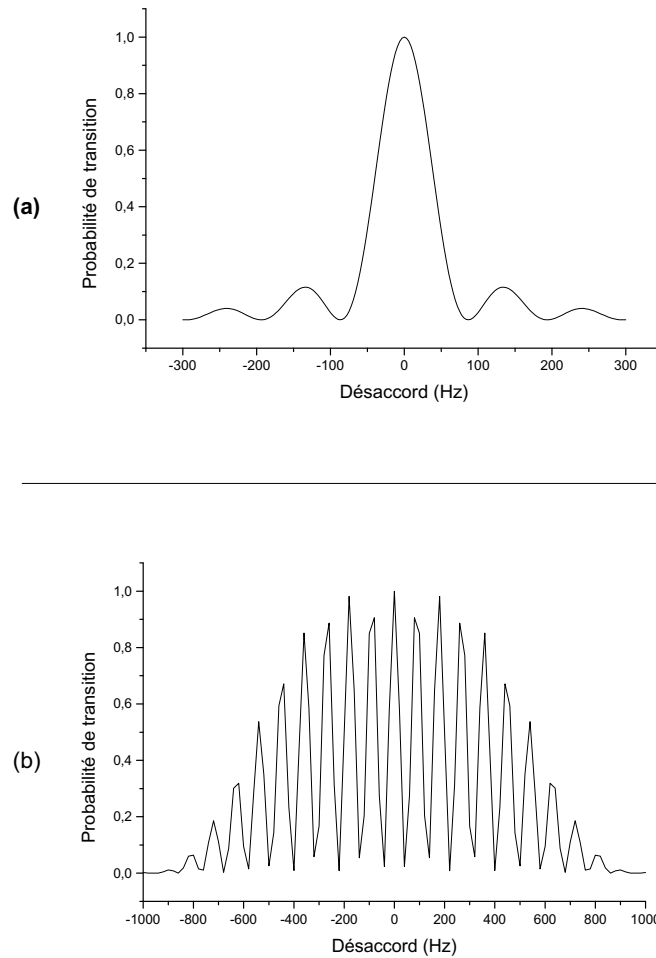


FIG. 3.6 – Méthodes d’interrogation des atomes avec Horace. La figure présente le signal d’horloge attendu avec une méthode d’interrogation (a) de Rabi ( $T_i = 10ms$ ) (b) de Ramsey ( $T_L = 10ms$ ,  $\tau_p = 1ms$ ), calculé par une simulation numérique.

### 3.3 Interrogation des atomes

Trois méthodes d’interrogation des atomes ont été envisagées. La première et la plus simple à mettre en œuvre est la méthode de Rabi, la deuxième est une interrogation de type Ramsey, et la dernière est une interrogation de type ”maser” (passif) avec une seule impulsion  $\pi/2$ . La figure 3.6 montre l’allure des franges attendues pour Horace dans le cas d’une interrogation de type Rabi ou Ramsey. L’allure du signal pour une interrogation  $\pi/2$  est donné p. 66.

#### 3.3.1 Méthode de Rabi

**Principe** La méthode de Rabi est la méthode d’interrogation la plus simple. On interroge les atomes avec une impulsion  $\Omega\tau = \pi$ , où  $\Omega$  est la pulsation de Rabi

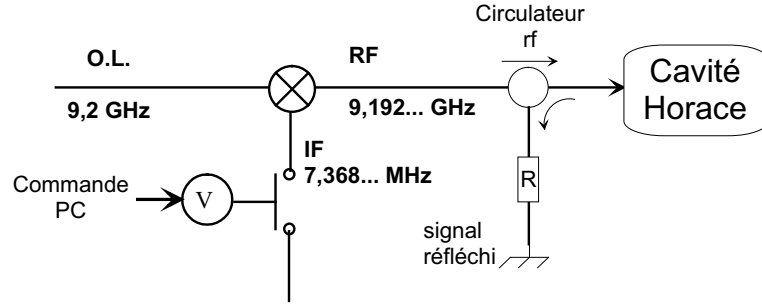


FIG. 3.7 – Schéma du dispositif de coupure du signal d'interrogation pour des impulsions  $\pi$ .

(proportionnelle à l'amplitude du champ magnétique oscillant) et  $\tau$  est la durée de l'interaction micro-onde. La probabilité de transition après une impulsion  $\pi$  est, en faisant l'approximation des petits désaccords [21] :

$$P(\tau) = \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega\tau}{2} + \varphi\right)$$

avec

$$\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$$
(3.1)

**Génération de l'impulsion micro-onde** Pour une interrogation de type Rabi, la synthèse de fréquence doit délivrer une impulsion micro-onde de 10 à 20 ms (voir section 3.6), ce qui correspond à une puissance comprise entre  $\sim -60$  dBm et  $-70$  dBm (pour une cavité cylindrique de facteur de surtension de 3000). Plutôt qu'utiliser un atténuateur pilotable à 9,2 GHz, nous proposons de couper le signal d'interrogation en utilisant un interrupteur pilotable RF et de couper le signal à 7,368...MHz avant mélange avec le signal à 9,2 GHz issu de la SRD (cf. chapitre 2). Le schéma de principe de la coupure est illustré figure 3.7. Le niveau d'atténuation du signal à 7,368MHz est de l'ordre de  $-80$ dBm avec un interrupteur commercial. En dehors de la phase d'interrogation, le signal à 9,2 GHz est filtré par la cavité, dont la largeur de résonance est de  $\simeq 3$  MHz pour une cavité de facteur de surtension  $Q = 3000$ .

Le déplacement de fréquence est lié au déphasage par la relation  $\Delta\nu/\nu \sim \Delta\phi/\pi Q_{at}$ . En supposant un facteur de surtension atomique de  $10^8$  (10 ms de durée d'interrogation), et pour un déplacement relatif de fréquence de l'ordre de  $\Delta\nu \sim 10^{-14}$ , il faut  $\Delta\phi < 3 \mu\text{rad}$ , ce qui paraît envisageable à  $\sim 10$  MHz. En revanche, pour un interrupteur à 9,2GHz, le déplacement relatif de fréquence serait de l'ordre de  $10^{-11}$ , car le déphasage à l'origine du déplacement de fréquence provient d'un effet thermique qui affecte la longueur de propagation du signal au niveau de l'interrupteur<sup>1</sup>. Des études menées au BNM-SYRTE pour les fontaines

<sup>1</sup>A 9,2 GHz, la technique de coupure du signal nécessite des courants de  $\sim 70 - 90$  mA dans les diodes PIN, qui induisent des effets thermiques importants. A  $\sim 7$  MHz, on utilise des interrupteurs à effets de champ qui consomment peu de courant.

atomiques montrent que le déplacement relatif de fréquence par effet du déphasage de l'interrupteur est reproductible au niveau du % [60]. On ne s'attend donc pas à ce que l'effet de déphasage de l'interrupteur limite la stabilité de fréquence de l'horloge et la reproductibilité du signal d'horloge.

### 3.3.2 Méthode de Ramsey

La méthode des champs oscillants séparés de Ramsey est la plus connue et la plus répandue des méthodes d'interrogation pratiquées dans les horloges atomiques. La méthode a déjà été expliquée au chapitre précédent. Nous rappelons que l'expression des franges de Ramsey pour des petits désaccords en fréquence est :

$$P(\tau) = \frac{1}{2} \sin^2 \Omega_0 \tau (1 + \cos(\delta T_L + \varphi)) \quad (3.2)$$

La méthode de Ramsey permet d'obtenir des franges un peu plus étroites que la méthode de Rabi, à durée d'interrogation égale. Le gain sur le facteur de surtension atomique est de l'ordre de  $\sqrt{2}$ . Pour une durée d'interrogation totale de 12 ms avec deux impulsions de 1 ms, la synthèse de fréquence doit envoyer des impulsions de puissance -42,3 dBm (pour une cavité cylindrique de facteur de surtension de 3000).

**Coupage du signal d'interrogation** Cependant, pour être performante, cette méthode suppose qu'on soit capable de contrôler la phase du champ oscillant pendant la phase de vol libre<sup>1</sup>, où la fonction de sensibilité est maximale. En effet, on serait incapable de discerner un déphasage dû à un désaccord en fréquence d'un déphasage dû à un défaut de l'oscillateur local d'interrogation. Pour utiliser un schéma d'interrogation de type Ramsey dans le projet Horace, il faut donc concevoir un système pour la synthèse de la fréquence d'interrogation qui permette d'asservir la phase du signal d'interrogation, et de couper l'amplitude du champ oscillant à mieux que -120 dB pendant la phase de vol libre. Cela peut être particulièrement problématique puisque nous avons besoin de "couper" le champ oscillant pendant la phase d'évolution libre, et qu'il n'est pas évident de contrôler précisément la phase d'un signal à 9,2 GHz au moment où on délivre la deuxième impulsion  $\pi/2$ .

**Réalisation dans le cas Horace** Une solution envisagée est d'utiliser une méthode interférentielle pour couper le champ micro-onde. pour les horloges atomiques à césium, on obtient la fréquence d'interrogation en mélangeant un signal à 9,200 GHz avec un signal basse fréquence à 7,368230 MHz. Le principe est de faire interférer le signal à 7,368230 MHz avec lui-même avant le mélange (figure 3.8). A l'aide d'un déphaseur réglable et d'un déphaseur pilotable basse-fréquence, on contrôle l'état d'interférence du signal avant le mélange avec le signal hyperfréquence. Quand l'interférence est destructive, le signal après mélange est un signal à 9,2 GHz, filtré par la cavité micro-onde. Lorsque l'interférence est

<sup>1</sup>il faut que la deuxième impulsion  $\pi/2$  soit en phase avec la première impulsion  $\pi/2$ .

constructive, on obtient par mélange avec le signal hyperfréquence à 9,2GHz la fréquence voulue proche de 9,192... GHz. Ce système offre l'avantage de pouvoir couper rapidement le signal micro-onde dans la cavité Horace et de conserver la phase entre les deux impulsions. De plus, contrairement au cas où on emploierait des atténuateurs hyperfréquence, l'amplitude du signal hyperfréquence envoyé dans la cavité Horace est maintenue constante.

**Performances du système** Le contrôle de la phase avec un tel système est au niveau du  $\mu rad$ . Le niveau d'atténuation requis est de -120 dB, et reste encore à démontrer pour un interrupteur interférométrique à  $\sim 7MHz$ <sup>1</sup>. Il faudrait alors cascader l'interrupteur interférométrique avec un interrupteur pilotable à 7MHz pour atteindre les -120dB d'atténuation, mais on perdrait à nouveau sur le contrôle de la phase du signal d'interrogation. Il faut noter également que le transitoire de l'installation du champ dans la cavité aura lieu cette fois lorsque la fonction de sensibilité atomique est maximal. Comme un saut de phase de  $1,5\mu rad$  pendant la phase de vol libre conduit à un déplacement de fréquence de l'ordre de  $10^{-14}$ , une étude plus approfondie des effets transitoires d'installation du champ sur la probabilité de transition sera nécessaire, si on veut appliquer un schéma d'interrogation de Ramsey.

### 3.3.3 Méthode a une seule impulsion pi/2

**Principe** La troisième méthode d'interrogation consiste à exciter les atomes avec une unique impulsion  $\pi/2$ . Comme dans une interrogation de type Ramsey, on crée alors une superposition cohérente d'état et le milieu atomique est alors aimanté. L'oscillation des dipôles atomiques dans la cavité micro-onde va générer un champ induit couplé au mode résonant de la cavité d'amplitude non négligeable. Au lieu d'asservir la fréquence de l'oscillateur local à partir de la mesure des populations en  $F = 3$  ou  $F = 4$ , on propose de réaliser l'asservissement à partir de la mesure de la puissance rayonnée par une population d'atomes préparés sur une superposition cohérente des états  $F = 3$  et  $F = 4$ .

**Cohérences OU populations** A la suite d'une impulsion d'interrogation  $\pi/2$ , on peut mesurer :

- soit la population du nombre d'atomes placé dans la superposition cohérente d'état ( $Q_{cav}$  faible,  $< 5000$ ),
- soit mesurer la cohérence des populations  $F = 3$  et  $F = 4$  en mesurant la puissance du champ magnétique induit par l'aimantation du milieu atomique dans la cavité micro-onde ( $N_{atf} > 5 \cdot 10^8$  et  $Q_{cav} > 10000$ )

---

<sup>1</sup>Un interrupteur interférométrique à 9,2 GHz a été utilisé pour les fontaines atomiques [34]. L'atténuation de l'interrupteur interférométrique a été démontrée expérimentalement au niveau de  $-50dB$ . Le gain d'un facteur 1000 sur la fréquence du signal qui parcourt les deux bras de l'interféromètre améliorerait de 30 à 50 dB le niveau d'atténuation

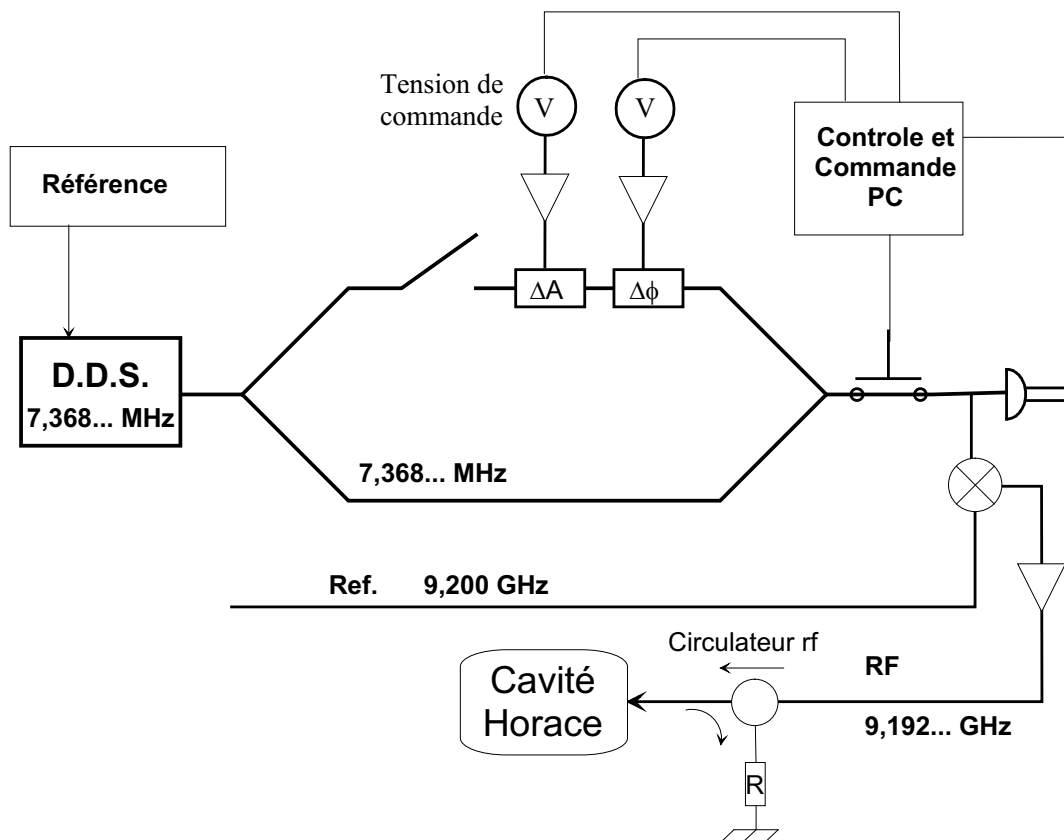


FIG. 3.8 – Schéma de principe du dispositif de génération des impulsions  $\pi/2$  d'interrogation pour le projet Horace (d'après une proposition originale de G. Santarelli pour les fontaines [34]).

**Mesure des cohérences** La mesure des cohérences nécessite un facteur de surtension  $Q_{cav}$  élevé<sup>1</sup>,  $> 10000$ , incompatible avec la mesure des populations : la détection des cohérences repose sur le phénomène de "Radiation Damping" [61]. On se rapproche alors du cas des masers passifs à Rubidium, d'où le nom "Méthode Maser" qu'on attribue à la méthode. A l'aide d'une boucle de couplage placée à un maximum d'une ligne de champ de la cavité<sup>2</sup>, on peut détecter au mieux la moitié de la puissance dissipée. La relaxation de l'aimantation du milieu et les pertes dues à la cavité conditionne la puissance électromagnétique rayonnée et la durée du phénomène.

**Mesure des populations** La mesure des populations peut être faite par une méthode optique (fluorescence ou absorption linéaire), comme pour une impulsion de type Rabi.

**Nota Bene** La mesure des populations **et** des cohérences n'est pas possible avec Horace. La mesure des populations demande un facteur de surtension faible, pour éviter que le champ magnétique induit des atomes perturbe les populations, et donc la mesure de la probabilité de transition (cf. cavity pulling, [20, 10]). La mesure des cohérences demande au contraire de stocker le champ magnétique induit par l'aimantation du milieu atomique (*radiation damping*) pour augmenter la puissance rayonnée par les atomes (un facteur de surtension d'au moins 10000 est nécessaire pour envisager sérieusement la mesure des cohérences, avec le nombre d'atomes froids actuellement obtenus expérimentalement). Aussi la séquence temporelle d'Horace permettra de choisir librement la méthode d'interrogation (Rabi, Ramsey, "maser") et la durée des interactions. Mais la méthode de détection (population ou cohérences) devra être choisie à la conception de la cavité hyperfréquence, et ne pourra plus changer par la suite. Notos enfin que, quelle que soit la méthode d'interrogation, on devra prendre beaucoup de soin au contrôle de l'amplitude du champ micro-onde et à la reproductibilité de celui-ci d'un cycle d'horloge à l'autre pour assurer le niveau de performance en fréquence attendu de l'horloge [62],[35],[55].

## 3.4 Détection du signal d'horloge

### 3.4.1 Détection optique (mesure de population)

Pour la détection du signal d'horloge, nous devons détecter le plus grand nombre possible d'atomes froids ayant effectué la transition d'horloge. Nous proposons alors d'utiliser les ouvertures des guides sous-coupeure de la cavité, de diamètre  $> 8$  mm pour sonder les atomes.

<sup>1</sup>J'ai réalisé au cours de ma thèse une cavité micro-onde sphérique de  $Q > 15000$ .

<sup>2</sup>C'est à dire sur une ligne de champ d'amplitude maximum et près d'un bord de la cavité pour perturber le champ micro-onde le moins possible.

### Détection du signal d'horloge par fluorescence

**Principe** La méthode la plus communément utilisée dans les horloges atomique est la méthode de mesure des populations par détection de la fluorescence émise par les atomes ayant effectué la transition d'horloge (voir figure page 11). On rappelle qu'elle consiste à exciter la transition cyclante  $4 \rightarrow 5'$  de la raie  $D_2$  du césium, et à collecter la lumière de fluorescence émise par les atomes en se désexcitant vers les niveaux fondamentaux. L'avantage de la transition cyclante est de pouvoir collecter un grand nombre de photons de fluorescence par atome (de l'ordre de plusieurs milliers en 1 ms), ce qui permet d'avoir un signal relativement élevé.

**Onde stationnaire** Pour pouvoir recapturer rapidement les atomes froids et pour collecter un grand nombre de photons de fluorescence, il est essentiel que le faisceau sonde soit une onde stationnaire pour une transition cyclante <sup>1</sup>. On utilise l'axe de chute et le large diamètre des guides sous-coupeure pour mesurer la probabilité de transition.

**Detection dans le plan médian de la cavité** La figure 3.9 illustre deux schémas proposés pour la collection des photons de fluorescence. La méthode la plus simple consiste à pratiquer deux ouvertures de petit diamètre dans le plan médian de la cellule. On place la photodiode au plus près du bord de la cavité. La réflectivité de la cellule permet de collecter efficacement les photons de fluorescence (principe de la sphère intégrante). La difficulté est de protéger l'interrogation des atomes du magnétisme des terminaux de la photodiode, qu'on devra donc couper au plus court.

**Ordre de grandeurs** La puissance émise par un atome du nuage est ;

$$P_{at} = \hbar\omega_{ef} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (3.3)$$

où  $\hbar\omega_{ef}$  est l'énergie du photon de fluorescence,  $\Gamma$  la largeur naturelle de la résonance (en  $rad.s^{-1}$ ), et  $s$  le paramètre de saturation du laser incident. La tension du signal de fluorescence mesuré par une photodiode de rendement  $\eta$  après un circuit transimpédance de résistance de contre-réaction  $R$  est :

$$V_{fluo} = N_{atf} \times \left( \hbar\omega_{ef} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \right) (\eta R) \times e \quad (3.4)$$

avec  $e$  l'efficacité de collection des photons de fluorescence sur la photodiode. On a négligé ici le diagramme de rayonnement de l'atome pour une émission spontanée. En supposant que la lumière de fluorescence est rayonnée dans  $4\pi sr$ , et que la cavité est une sphère intégrante, l'efficacité de collection est le rapport des surfaces. Pour une cavité sphérique de rayon 23,32 mm, et une photodiode de 3 mm de diamètre placée au bord de la cavité, on a  $e \sim 4,137 \cdot 10^{-3}$ . L'application

<sup>1</sup>Afin de ne pas "pousser" les atomes froids et de ne pas les placer rapidement hors résonance.

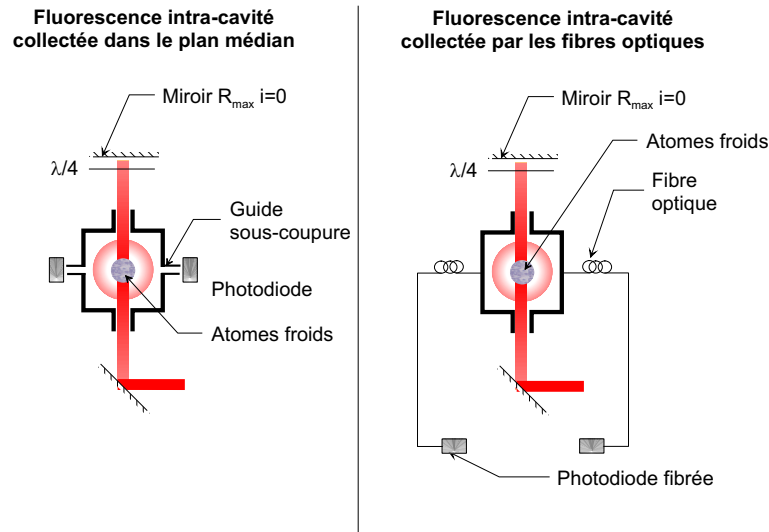


FIG. 3.9 – Détection du signal d’horloge par fluorescence. Collection de la fluorescence dans le plan médian de la cavité. Figure de gauche : Collection par les ouvertures de petit guides d’onde sous-coupeure. On place la photodiode au plus près du bord de la cavité. Figure de droite : On collecte les photons de fluorescence par des fibres optiques de grande ouverture numérique (voir texte).

numérique pour  $R = 1M\Omega$ ,  $\eta = 0,5A \cdot W^{-1}$  et  $s = 1$  donne  $V_{fluo}/N_{atf} = 3,9 \cdot 10^{-7}V \cdot at^{-1}$ . Nous estimons actuellement le nombre d’atomes froids dans la cavité Horace supérieur à  $\sim 10^8$  atomes froids. Le signal de fluorescence est donc grand devant le bruit de la photodiode. La source principale de bruit viendra de la lumière parasite (diffraction et diffusion du faisceau laser).

**Collection des photons de fluorescence par des fibres optiques** Une solution alternative pour palier au magnétisme des terminaux des photodiodes consiste à collecter la lumière de fluorescence à l’aide de fibres optiques de grand diamètre de cœur et de large ouverture numérique <sup>1</sup> placées dans le plan médian de la cavité. L’inconvénient de cette solution est que pour l’ensemble des géométries de cavité que j’ai pu tester, l’efficacité de collection est de l’ordre de 0,1% à 0,5% sur l’entrée de fibre. Il faut ensuite tenir compte de l’efficacité de couplage de la lumière dans la fibre, qui peut être faible (la solution n’a pas encore été testée expérimentalement). Pour obtenir un rapport signal sur bruit suffisamment élevé, on devra éventuellement mettre en place des techniques de détection plus élaborées comme la technique du transfert de modulation par exemple [64, 65].

**Remarque** Ces méthodes ne peuvent être employées que pour des durées d’interrogation courtes, quand le déplacement du nuage d’atomes froids reste petit, voire négligeable. On utilise par ailleurs une méthode par temps de vol

<sup>1</sup>Il existe dans le commerce des fibres optiques dont une des extrémités a été chauffée au laser afin de former une microlentille. Ces fibres optiques offrent alors des ouvertures numériques de l’ordre de 0,5 [63]



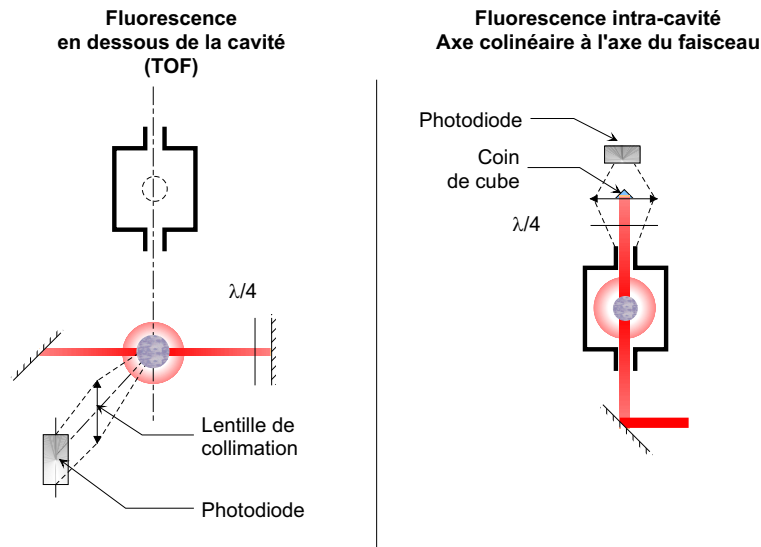


FIG. 3.10 – Figure de gauche : Méthode de Temps de Vol (TOF). Figure de droite : Collection de la fluorescence dans l’axe du faisceau sonde (voir texte).

pour analyser le nuage d’atomes froids (voir Chapitre 5). La possibilité d’une mesure par temps de vol présente également l’avantage de pouvoir détecter le signal d’horloge par fluorescence dans une zone optiquement ”noire” en dehors de la cavité micro-onde d’horace. Elle permet en particulier de déterminer la probabilité de transition pour des durées d’interrogation longues, afin d’évaluer les déplacements de fréquence affectant le signal d’horloge. La mesure de temps de vol présente donc ici un double intérêt pour la mise au point de l’horloge (optimisation des performances de la séquence de refroidissement et évaluation de l’horloge).

**Collection de la fluorescence dans l’axe du faisceau** Dans ce dernier schéma, on propose de détecter les photons de fluorescence dans l’axe du faisceau sonde. on calcule que 10% des photons de fluorescence s’échappent de la cellule par chacun des cut-off. La collection des photons serait plus efficace que dans la méthode précédente grâce au large diamètre de la lentille de collimation, malgré l’ombre du coin de cube, essentiel pour rétro-réfléchir le faisceau et garder le faisceau sonde à résonance.

L’unité de lieu des interactions proposée par le projet Horace rend plus difficile l’implantation d’une méthode de détection par fluorescence. La cavité micro-onde ne peut pas être une zone ”noire”, optimisée pour minimiser le bruit de la détection du aux réflexions et aux diffusions parasites (niveau de bruit). La détection par une transition cyclante ne nous assure donc pas immédiatement un bon rapport signal-sur-bruit. Il faut par ailleurs veiller à ce que la photodiode ne perturbe pas le champ magnétique d’interrogation intra-cavité, si la photodiode est disposée à l’intérieur du blindage. C’est pourquoi nous avons également imaginé une détection par absorption linéaire.

### Détection du signal d'horloge par absorption linéaire

**Utilisation de transition pompante** On peut également mesurer les populations des états  $F=3$  et  $F=4$  par une mesure d'absorption. On utilise les transitions pompantes ( $F = 3 \rightarrow F' = 4$ ,  $F = 4 \rightarrow F' = 4$ ), ou la transition cyclante  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  pour relier le nombre de photons "perdus" par diffusion au nombre d'atomes dans l'état sondé. Cette méthode peut être employée également pour une impulsion  $\pi/2$  d'interrogation (figure 3.11). Le rapport de l'éclairement avec atomes  $I_a$  et sans atomes  $I_0$  est :

$$\frac{I_a}{I_0} = \exp(-n_X \sigma L_X) \times \exp(-n_F \sigma L_F) \quad (3.5)$$

où  $n_X$  est la densité atomique d'atomes chauds,  $n_F$  la densité d'atomes froids,  $L_X$  la longueur de la cellule,  $L_F$  la taille caractéristique du nuage d'atomes froids.  $\sigma$  est la section efficace de diffusion d'un atome. Elle vaut :

$$\sigma = \sigma_0 \times \frac{1}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}} \quad (3.6)$$

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda_l^2}{2\pi} \times \mathcal{C}$$

$\delta$  est le désaccord (en pulsation) du laser,  $I_{sat}$  l'éclairement de saturation ( $\sim 1,1mW \cdot cm^2$  pour la raie D2), et  $I$  l'éclairement du laser.  $\sigma_0$  est la section efficace de diffusion d'un atome, à résonance et à faible éclairement.  $\mathcal{C}$  est le coefficient de couplage atome-lumière, qui dépend de la polarisation du laser et de la répartition des populations dans les sous-niveaux Zeeman. Dans le cas où les sous-niveaux Zeeman sont équipés, et dans le cas où la durée de l'éclairement est suffisamment petit pour que le pompage optique ne modifie pas la section efficace, le couplage atome-lumière ne dépend pas de la polarisation du laser sonde. Le couplage atome-lumière est donné par la valeur moyenne des coefficients de Clebsch-Gordan  $\langle \mathcal{C} \rangle$  (coefficients rappelés en annexe).

**Ordre de grandeur** Pour  $10^8$  atomes froids dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$ , dans un nuage de distribution gaussienne de pleine largeur  $\sim 4mm$ , et pour une transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  avec un laser sonde à résonance polarisé  $\pi$ , on attend un coefficient d'absorption de  $\sim 13.2\%$ , et de  $\sim 7.2\%$  si on utilise la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  (polarisation  $\sigma^+$ ). L'absorption par les atomes chauds doit être prise en compte. On utilise alors le coefficient de couplage atome-lumière moyen, qui vaut 0,203 dans le cas d'une transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ , et 0,097 dans le cas d'une transition  $F = 4 \rightarrow F' = 4$ . Pour  $10^8$  atomes chauds/ $cm^{-3}$  (resp.  $10^7$  atomes chauds/ $cm^{-3}$ ), on attend un coefficient d'absorption de 27,9% (resp. 3,2%) sur la longueur de la cellule sphérique (23,32 mm de rayon). L'absorption est pratiquement doublée si on sonde dans l'axe de la gravité ( $L \sim 90mm$ ).

Si on veut obtenir un bon contraste par la méthode d'absorption linéaire, la pression de vapeur de Cs devra être basse, afin de limiter la densité de Cs chaud à moins que  $10^7$  atomes. $cm^{-3}$  dans la cellule. Cette remarque est également valable

pour les méthodes de détection par fluorescence. L'inconvénient est que les temps de chargement d'atomes froids seront d'autant plus longs que la pression de vapeur de Cs sera basse (voir chapitres suivants).

### 3.4.2 Détection du signal d'horloge pour une impulsion $\pi/2$

#### Détection micro-onde

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous pouvons tirer avantage de la position des atomes à l'intérieur de la cavité micro-onde pour détecter efficacement la réponse des atomes au signal d'interrogation de l'O.L. par des méthodes micro-ondes.

**Principe** Le principe de la détection micro-onde repose sur la relaxation de l'aimantation du milieu atomique évoqué à la section 3.3.3. La relaxation du milieu atomique donne naissance à des photons micro-onde spontanés, générant par émission stimulée un champ magnétique induit couplé à la cavité micro-onde (voir section précédente). Comme le seul mode excité sera le mode utilisé pour l'excitation des atomes à l'interrogation, c'est-à-dire le mode  $TE_{011}$  dans le cas d'une cavité cylindrique [66], on peut mesurer un courant induit à l'aide d'une boucle de couplage situé sur une ligne de champ de forte amplitude de la cavité micro-onde (figure 3.11). L'amplitude du signal décroît dans le temps, et sa fréquence est celle de la fréquence hyperfine de la transition d'horloge. On corrige la fréquence de l'O.L. à partir de la mesure de la puissance du signal rayonné.

#### Ordre de grandeurs

**Energie absorbée par les atomes** L'énergie absorbée par les atomes se calcule très simplement comme  $E = N_{At,h} \cdot h\nu_0$ , où  $N_{At,h}$  est le nombre d'atomes froids préparés dans le sous-niveau  $m_F = 0$  et ayant fait la transition vers le niveau excité. L'énergie absorbée par les atomes est de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-16}$  J pour  $N_{At,h} = 10^8$ . La puissance absorbée par le milieu atomique pour une impulsion  $\pi/2$  de 10 ms est de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-14}$  W.

## 3.5 Détection micro-onde

### 3.5.1 Puissance rayonnée et dissipée

**Champ magnétique induit** Le champ magnétique oscillant dans la cavité micro-onde place les atomes dans une superposition cohérente d'états. La différence de population  $\Delta(t)$  entre l'état fondamental et l'état excité est nulle, et la cohérence  $\delta(t)$  est égale à 1. Le moment magnétique des atomes est alors polarisé et le milieu atomique est dit aimanté. L'amplitude complexe du moment

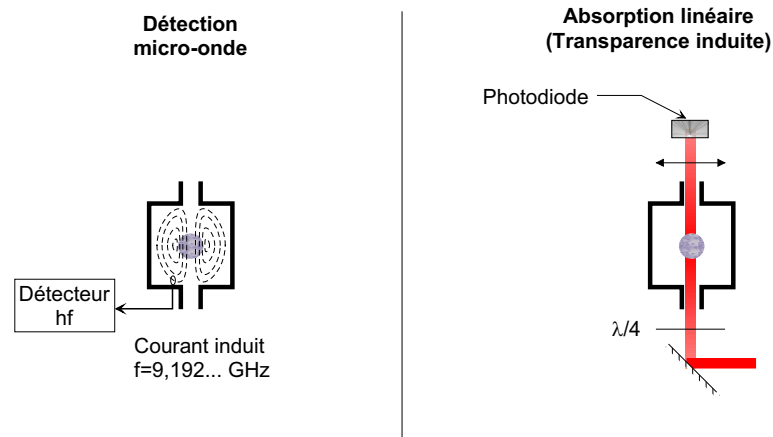


FIG. 3.11 – Détection du signal d’horloge. Figure de gauche : Détection micro-onde. Figure de droite : Détection par absorption linéaire. A la fin de l’interrogation, les atomes sont dans une superposition d’état, et le milieu atomique est alors ”aimanté”. (a) Méthode micro-onde : Une boucle de couplage placée sur un maximum d’une ligne de champ de la cavité micro-onde donne un courant proportionnel à l’amplitude du champ ( $Q_{cav} > 10000$ ). (b) Méthode optique : Un faisceau laser sonde accordé traverse la cavité micro-onde à travers les guides sous-coupeure de la cavité ( $Q_{cav} < 5000$ ). La taille maximale du faisceau est alors de 10 mm de diamètre. On mesure un défaut d’absorption (ou une transparence supplémentaire).

magnétique dipolaire de l’atome s’écrit :

$$M(\omega, t) = -i\mu_B \sin(\theta(t)) \quad (3.7)$$

où  $\theta(t)$  est l’angle avec lequel le spin fictif  $\vec{S}$  de l’atome a tourné pendant l’interrogation micro-onde (voir page 14). L’oscillation des dipôles magnétiques dans la cavité va créer un champ magnétique induit. Le champ magnétique induit est couplé à la cavité micro-onde. Son amplitude vaut

$$B_i(\omega, t) = \frac{\mu_0 \omega^2}{\mathcal{V}} \frac{\int \int \int_{\mathcal{V}} \vec{m}(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{H}_c(\vec{r}) d\vec{r}^3}{\left(\omega_{cav}^2 - \omega^2 - i\frac{\omega_{cav}\omega}{Q_L}\right)} \quad (3.8)$$

$\omega_{cav}$  est la fréquence de résonance de la cavité,  $\mathcal{V}$  est le volume du mode, et  $\vec{H}_c(\vec{r})$  est une fonction normalisée sans dimension traduisant la dépendance spatiale du mode excité de la cavité. Elle vaut 1 au centre de la cavité.  $Q_L$  est le facteur de surtension de la cavité chargée.  $\vec{m}(\vec{r}, \omega)$  est le moment dipolaire magnétique de l’atome. On rappelle que le volume du mode s’écrit :

$$\mathcal{V} = \int \int \int |H_c(\vec{r})|^2 d\vec{r}^3 \quad (3.9)$$

où  $H_c(\vec{r})$  décrit le profil spatial du mode, et vaut 1 là où le champ magnétique est maximum dans la cavité.

En supposant le champ magnétique uniforme et que tous les atomes sont dans le même état interne, le champ magnétique induit à l'ordre 1 peut s'écrire en fonction du nombre d'atomes placés dans la superposition cohérente d'état  $N_{at,h}$  :

$$B_i(\omega, t) = N_{at,h} \frac{\mu_0 \mu_B \omega^2}{\hbar \mathcal{V}} \frac{M(\omega, t)}{(\omega_{cav}^2 - \omega^2 - i \frac{\omega_{cav} \omega}{Q_L})} \quad (3.10)$$

On pose alors :

$$\Omega_i = \frac{\mu_B B_i(\omega, t)}{\hbar} \quad (3.11)$$

la pulsation de Rabi associée au champ magnétique induit.

**Puissance dissipée dans une cavité** D'une manière générale, la puissance dissipée par une cavité est [4, p.172]

$$P_{diss} = \omega_{cav} \frac{W}{Q_L} \quad (3.12)$$

où  $W$  est l'énergie stockée dans la cavité. On peut exprimer la valeur moyenne dans le temps de l'énergie stockée en fonction de la valeur quadratique moyenne de l'amplitude de l'induction magnétique dans la cavité  $\langle B^2 \rangle_c$  :

$$W = \frac{V_{cav} \langle B^2 \rangle_c}{2\mu_0} \quad (3.13)$$

où  $V_{cav}$  est le volume de la cavité. La puissance dissipée dans la cavité peut être réexprimée comme

$$P_{diss} = \frac{\omega_{cav}}{Q_L} \frac{V_{cav}}{2\mu_0} \langle B^2 \rangle_c \quad (3.14)$$

Pour exprimer la puissance dissipée par la cavité en fonction du champ magnétique induit, on introduit généralement le facteur de remplissage  $\eta$  qui est défini dans la littérature par :

$$\eta = \frac{\langle B_z \rangle^2}{\langle B^2 \rangle_c} \quad (3.15)$$

où  $\langle B_z \rangle$  est la valeur moyenne de la composante parallèle au champ magnétique statique du champ. Le facteur de remplissage représente le rapport de l'énergie du champ d'induction couplé aux atomes sur la valeur moyenne de l'énergie du champ d'induction sur les 3 composantes x, y, et z de l'espace. Le carré de la valeur moyenne du champ magnétique induit  $\langle B_{i,z} \rangle^2$  est facilement calculée à partir de l'équation 3.11, puisque les dipôles magnétiques atomiques ont été polarisés par le champ statique de la cavité<sup>1</sup>. Et on obtient lorsque la cavité est accordée à

<sup>1</sup>Le champ statique est de l'ordre de quelques 10 mG.

résonance :

$$\begin{aligned}\langle B_{i,z} \rangle^2 &= \left( \frac{\hbar \langle \Omega_i \rangle}{\mu_B} \right)^2 \\ P_{diss} &= \frac{\omega_{cav}}{Q_L} \frac{V_{cav}}{\eta} \frac{\hbar^2 \langle \Omega_i \rangle^2}{2\mu_0 \mu_B^2}\end{aligned}\quad (3.16)$$

Cette équation est valable tant que le temps de remplissage de la cavité est petit devant le temps caractéristique de la relaxation. Dans notre cas, le temps de remplissage de la cavité est de l'ordre de la centaine de ns <sup>1</sup>, et l'approximation est toujours vérifiée.

**Puissance rayonnée par les atomes** La puissance rayonnée par les atomes se calcule beaucoup plus simplement. L'énergie rayonnée par  $N_{at,h}$  est  $N_{at,h} \hbar \omega_0$ . Comme un photon est émis quand un atome se désexcite du niveau excité vers le niveau fondamental, on trouve que la puissance rayonnée peut tout simplement être reliée à la variation de la différence de population  $\Delta$  par :

$$P_{at} = \frac{1}{2} N_{at,h} \hbar \omega_0 \left( \frac{d}{dt} \Delta(t) \right) \quad (3.17)$$

**Le facteur k** Nécessairement, la puissance dissipée est égale en amplitude et de signe opposée à la puissance rayonnée par les atomes. On a donc :

$$P_{at} = -P_{diss} \quad (3.18)$$

En substituant dans l'équation 3.18 les équations 3.16 et 3.17, on montre que :

$$\langle \Omega_i \rangle^2 = -\frac{\omega_0}{\omega_{cav}} \frac{\eta}{V_{cav}} \frac{N_{at,h} Q_L \mu_0 \mu_B^2}{\hbar} \left( \frac{d}{dt} \Delta(t) \right) \quad (3.19)$$

La pulsation de Rabi moyenne au carré est directement proportionnelle à la variation des populations quand la cavité est accordée à résonance. Le facteur de proportionnalité dans ce cas est généralement noté k, et vaut :

$$k = N_{at,h} \frac{\eta Q_L \mu_0 \mu_B^2}{V_{cav} \hbar} \quad (3.20)$$

et <sup>2</sup>

$$\langle \Omega_i \rangle^2 = -k \dot{\Delta}(t) \quad (3.21)$$

Le facteur k est le facteur d'échelle du rayonnement émis. Il dépend linéairement du nombre d'atomes et du facteur de surtension de la cavité, et de l'inverse du volume de la cavité. La cavité sphérique qui est d'un volume environ 15% plus petit que celui de la cavité cylindrique présente là aussi un avantage non négligeable. k représente le nombre moyen de photon émis par seconde et par l'ensemble des atomes. Le tableau 3.2 donne les valeurs typiques de k pour une cavité cylindrique et pour une cavité sphérique. Dans un Maser à hydrogène, k est de l'ordre de la dizaine (k=22 pour un flux d'atomes de  $10^{13} \text{ atomes} \cdot \text{s}^{-1}$ , avec  $Q = 3 \cdot 10^4$ ,  $\eta = 2$  et  $\mathcal{V} \sim \lambda^3 \simeq 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ).

<sup>1</sup> $\tau = 520 \text{ ns}$  pour la cavité sphérique de  $Q=15000$ , et  $\tau = 208 \text{ ns}$  pour la cavité cylindrique.

<sup>2</sup>On note à présent avec un point les variables dérivées première par rapport au temps.

$N_{at,h}$	$5.10^7$	$5.10^8$
Cylindre	$2, 1.10^{-2}$	$2, 1.10^{-1}$
Sphère	$7, 5.10^{-2}$	$7, 5.10^{-1}$

TAB. 3.2 – Calcul du coefficient  $k$  dans le cas d'une cavité cylindrique ( $Q=5000$ ,  $V = 62.44cm^3$ ), et dans le cas d'une cavité sphérique ( $Q=15000$ ,  $V = 53, 12cm^3$ ).  $\eta = 5.2$ .

### 3.5.2 Le "Radiation Damping"

Le champ magnétique rayonné dans la cavité peut venir exciter un atome de l'état fondamental vers l'état excité et va ainsi "doper" la puissance rayonnée par le dipôle atomique. Pour pouvoir modéliser ce phénomène, il faut connaître l'expression de  $\Delta(t)$  et de  $\delta(t)$ . Pour cela, on utilise le formalisme de la matrice densité.

#### Equations aux populations

Le comportement dynamique est le bilan de deux phénomènes opposés. D'une part la relaxation de l'aimantation, qui réduit le module du spin fictif avec une constante de temps  $\gamma = 1/T_R$ , où  $T_R$  est le temps caractéristique de la relaxation. D'autre part, le phénomène de radiation damping que nous avons évoqué ci-dessus. Le jeu d'équations suivantes décrit le comportement dynamique des populations [61] :

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{ee} &= \Omega_i \Im(i\delta) - \frac{\gamma}{2} \Delta \\ \dot{\rho}_{ff} &= -\Omega_i \Im(i\delta) + \frac{\gamma}{2} \Delta \\ \dot{\delta} &= i(\omega_0 - \omega)\delta - \frac{\Omega_i}{2} \Delta - \gamma\delta \end{cases} \quad (3.22)$$

avec  $\Delta = \rho_{ee} - \rho_{ff}$  la différence de population entre l'état excité  $|e\rangle = |F = 4, m_F = 0\rangle$  et l'état fondamental  $|f\rangle = |F = 3, m_F = 0\rangle$ . Nous notons  $\Im(x)$  la partie imaginaire de  $x$ . Dans notre cas, le rayonnement émis est à la pulsation de  $\omega_0$  si bien qu'on considère  $\omega_0 - \omega = 0$  par la suite.

A l'aide des équations 3.10 et 3.11, on montre facilement, en supposant que le champ magnétique induit est homogène sur l'ensemble atomique, que en chaque instant

$$\Omega_i(t) = -2N \frac{\mu_0 \mu_B^2 Q_L}{\hbar \mathcal{V}} \delta_r(t) \quad (3.23)$$

soit

$$\boxed{\Omega_i(t) = -2k\delta_r(t)} \quad (3.24)$$

où  $\delta_r$  est la partie réelle de  $\delta$ . On ne s'intéresse donc plus qu'à la composante en phase de l'aimantation (ou plus exactement en opposition de phase) et on néglige dans un premier temps la composante imaginaire de  $\delta$ , c'est-à-dire la rotation libre du spin fictif pendant la phase de détection (approximation des

petits désaccords). Le système d'équation peut alors se ramener simplement à :

$$\begin{cases} \dot{\Delta}(t) &= -4k\delta_r^2(t) - \gamma\Delta(t) \\ \dot{\delta}_r(t) &= +k\delta_r(t)\Delta(t) - \gamma\delta_r(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

Le premier terme dans le membre de droite traduit le phénomène de radiation damping et le deuxième terme traduit la relaxation du milieu. Les solutions sont de la forme  $\lambda(t)e^{-\gamma t}$ , où  $\lambda(t)$  est une fonction qu'il reste à déterminer. En remarquant que  $\tanh'(t) = \text{sech}(t)^2$  et que  $\text{sech}'(t) = \text{sech}(t)\tanh(t)$ , on trouve la forme générale des solutions du système d'équation. Les termes en  $\delta_r^2$  et  $\delta\Delta$  impliquent un argument dans les fonctions arctanh et sech de la forme  $Ae^{-\gamma t}$  pour satisfaire au système d'équation 3.25. La détermination des constantes par les conditions aux limites du problème conduisent aux solutions suivantes du système d'équation 3.25 :

$$\begin{cases} \Delta &= \Delta_0 \tanh\left(-\frac{\Delta_0 k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}) + V_0\right) e^{-\gamma t} \\ \delta_r &= -\frac{\Delta_0}{2} \text{sech}\left(-\frac{\Delta_0 k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}) + V_0\right) e^{-\gamma t} \end{cases} \quad (3.26)$$

avec

$$V_0 = \text{arctanh}(\cos(\theta)) \quad (3.27)$$

et où  $\Delta_0$  est la différence de population avant l'impulsion micro-onde. Il intervient, comme le nombre d'atome, comme un facteur d'échelle. Le terme  $V_0$  est une constante donnée par les conditions aux limites. Elle est indépendante du temps et dépend uniquement de l'aimantation du milieu atomique à l'issue de l'impulsion  $\pi/2$  d'interrogation. Les  $e^{-\gamma t}$  des solutions à la fin des expressions de  $\Delta$  et  $\delta_r$  assurent que le milieu atomique retourne à l'équilibre thermodynamique pour  $t \gg 1/\gamma$  (relaxation du milieu atomique).

On peut utilement exprimer la pulsation de Rabi du champ magnétique induit en fonction de la cohérence (équation 3.24). On obtient directement :

$$\Omega_i = -k\Delta_0 \text{sech}\left(-\frac{\Delta_0 k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}) + V_0\right) e^{-\gamma t} \quad (3.28)$$

### Puissance rayonnée

La puissance rayonnée est alors calculée à partir de l'équation 3.16, ou plus directement encore à partir des équations 3.17, 3.21 et 3.28. On obtient :

$$P_{diss} = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \cdot \Delta_0^2 k N_{at,h} (e^{-2\gamma t}) \text{sech}^2\left(-\frac{\delta_0 k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}) + \text{arctanh}(\cos \theta)\right) \quad (3.29)$$

Comme  $k$  dépend linéairement de  $N_{at,h}$ , la puissance rayonnée dans la cavité dépend quadratiquement du nombre d'atomes et linéairement du facteur de sur-tension de la cavité. La puissance rayonnée dépend de l'angle de l'impulsion d'aimantation avec le terme en  $\text{arctanh}(\cos(\theta))$ .



**Puissance du signal de sortie** Comme pour un Maser, la détection par une boucle de couplage dégrade le facteur de surtension de la cavité (on ajoute des pertes). On définit  $\beta = Q_0/Q_{ext}$  le coefficient de couplage, avec  $Q_0$  le facteur de surtension à vide et  $Q_{ext}$  le "coefficient de surtension couplé à un port de sortie" [21, p.1005]. On rappelle que  $Q_L$  est le facteur de surtension chargé de la cavité. On a les relations suivantes :

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (3.30)$$

$$Q_L(\beta) = \frac{Q_0}{(1 + \beta)}$$

On retrouve l'expression déjà obtenue pour un Maser de la puissance détectée (puissance en sortie) en fonction de la puissance rayonnée par les atomes et de  $\beta$  [67] :

$$P_{out} = \frac{\beta}{(1 + \beta)} P_{at} \quad (3.31)$$

La puissance détectée est maximale pour  $\beta = 1$  .

### Ordres de grandeurs

Le calcul de la puissance rayonnée par les atomes fait intervenir l'équation d'un champ électromagnétique dans une cavité résonante. Les calculs sont en fait similaires à ceux présentés dans la thèse de S. Bize pour le calcul du déplacement de fréquence par la cavité micro-onde dans une fontaine ([10], pp.53-59). Nous avons montré que la puissance rayonnée par les atomes dépend quadratiquement du nombre d'atomes froids et linéairement du facteur de surtension de la cavité. La figure 3.12 montre l'évolution de la puissance rayonnée en fonction de ces deux paramètres. Avec le nombre d'atomes froids que nous obtenons actuellement à partir d'une vapeur de césium en lumière isotrope, nous pouvons espérer mesurer une puissance de l'ordre de quelques  $10^{-17}$  W. A titre de comparaison, la puissance électromagnétique recueillie dans un Maser à hydrogène est de l'ordre de  $10^{-13}$  W<sup>1</sup>.

### 3.5.3 Puissance rayonnée en fonction du désaccord

Pour connaître la puissance rayonnée en fonction du désaccord, il suffit de connaître le terme  $\cos(\theta)$ , les autres termes dans l'équation 3.29 étant indépendants de la fréquence du signal d'interrogation. On néglige l'influence du terme  $U(t) = \frac{-k\Delta_0}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})$  en se plaçant au voisinage immédiat de l'instant  $t = 0$  qui définit la fin de l'impulsion micro-onde d'interrogation. La puissance micro-onde du rayonnement émis par les atomes est alors

$$P_{at} = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \Delta_0^2 k N_{at,h} \operatorname{sech}^2(\operatorname{arctanh}(\cos \theta)) \quad (3.32)$$

---

<sup>1</sup>Dans un Maser à hydrogène, on dispose d'un flux d'atomes d'hydrogène d'environ  $10^{13}$  atomes/s, et le facteur de surtension de la cavité chargée est de l'ordre de  $3,5 \cdot 10^4$ . On rappelle que la fréquence de la transition d'horloge du Maser à Hydrogène est proche de 1.4 GHz.

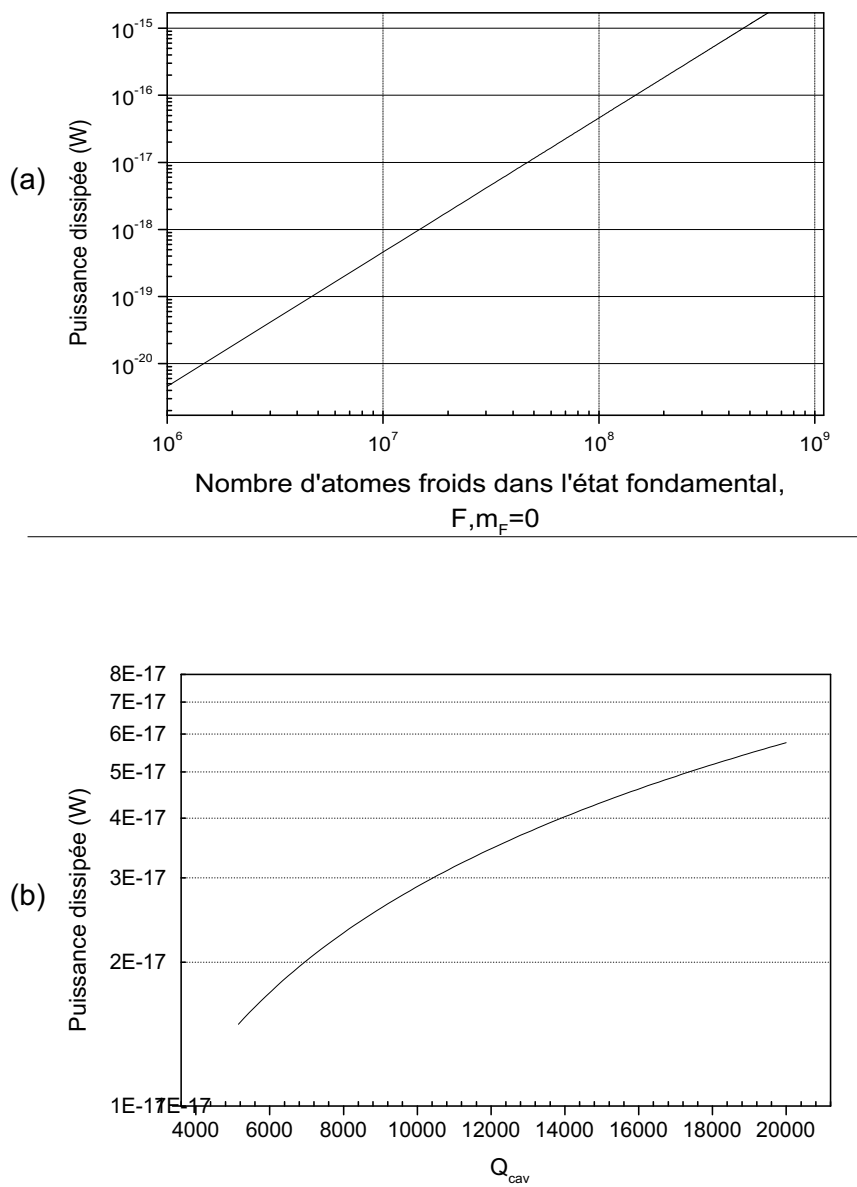


FIG. 3.12 – Puissance micro-onde rayonnée dissipée dû au "Radiation Damping" dans la cavité Horace cylindrique, pour une interrogation des atomes à résonance. (a) en fonction du nombre d'atomes froids dans l'état  $|F, m_F = 0\rangle$  ( $Q=15000$ ) et (b) en fonction de la surtension de la cavité,  $N_{atf,h} = 3 \cdot 10^7$ .  $\eta = 5, 2$ .

Or  $\text{sech}(\text{arctanh}(\cos(\theta))) = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$ . Comme  $\theta$  appartient à  $[0; \pi[$ , la puissance dissipée se simplifie alors en :

$$\boxed{P_{at} = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \Delta_0^2 k N_{at,h} \sin^2 \theta} \quad (3.33)$$

qui met clairement en avant que la puissance rayonnée par les atomes dans la cavité dépend de la cohérence des états atomiques à la fin de l'impulsion de magnétisation du milieu. La méthode de détection micro-onde est basée sur une mesure de la cohérence atomique plutôt qu'une mesure des populations des niveaux  $F = 3$  et  $F = 4$ .

**Angle  $\theta$  à la fin de l'impulsion** On suppose pour ce calcul que tous les atomes sont dans le même niveau hyperfin au début de l'interrogation ( $\Delta_0 = 1$ ). Contrairement au cas CPT où la superposition cohérente des états atomiques  $F = 3$  et  $F = 4$  atteint un régime permanent grâce au pompage des deux lasers en schéma  $\Lambda$ , l'aimantation du milieu est dû ici à l'impulsion  $\pi/2$  de "préparation". On utilise la matrice de rotation dans la base des états (cf. formalisme rappelé au premier chapitre de la thèse) pour calculer la probabilité de transition en fonction du désaccord en fréquence  $\delta\omega$ , de la pulsation de Rabi de l'interrogation  $\Omega_0$ , et de la durée de l'impulsion  $\tau$ . On trouve après calcul, en supposant encore une fois le champ magnétique homogène pour tous les atomes :

$$\cos(\theta(\tau, \delta\omega, \Omega_0)) = \frac{1 - \left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2 F}{\left[1 - 2 \left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2 F + \left(\frac{\Omega_0}{\Omega} \sin \Omega\tau\right)^2 + 2 \left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^4 F^2\right]^{1/2}}$$

avec

$$\begin{aligned} F(\Omega, \tau) &= (1 - \cos \Omega\tau) \\ \Omega_0 &= \frac{\mu_B B_{z,0}}{\hbar} \\ \Omega &= \sqrt{\delta^2 + \Omega_0^2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

La figure 3.13 montre la variation de la cohérence des états atomiques en fonction du désaccord en fréquence entre l'oscillateur local et la fréquence de la transition atomique.

La figure 3.14 montre la variation de la puissance rayonnée en fonction du désaccord de l'oscillateur local d'interrogation.

**Avantages et inconvénients** Cette méthode permet de détecter le signal d'horloge en faisant l'économie d'un laser de détection. Les techniques de détection hyperfréquence ont été largement éprouvées pour les maser à hydrogène et sont bien maîtrisées aujourd'hui (pour les Masers à hydrogène, l'efficacité de la détection est de l'ordre de 10%). De plus, il existe de nos jours des amplificateurs

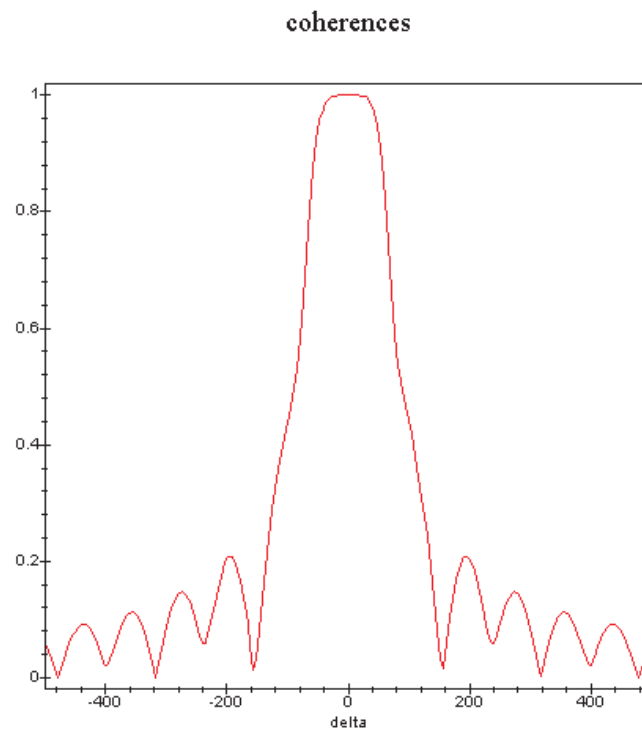


FIG. 3.13 – Cohérence des états atomiques après une impulsion  $\pi/2$  d'interrogation en fonction du désaccord en fréquence. Le graphe a été tracé dans le cas de la cavité sphérique ( $Q = 15000$ ,  $V_{cav} = 53\text{cm}^3$ ). L'impulsion dure  $10\text{ms}$ , et  $\Omega_0 = 157\text{Hz}$ . On ne tient pas compte de la dispersion du nuage ni de la température moyenne des atomes.

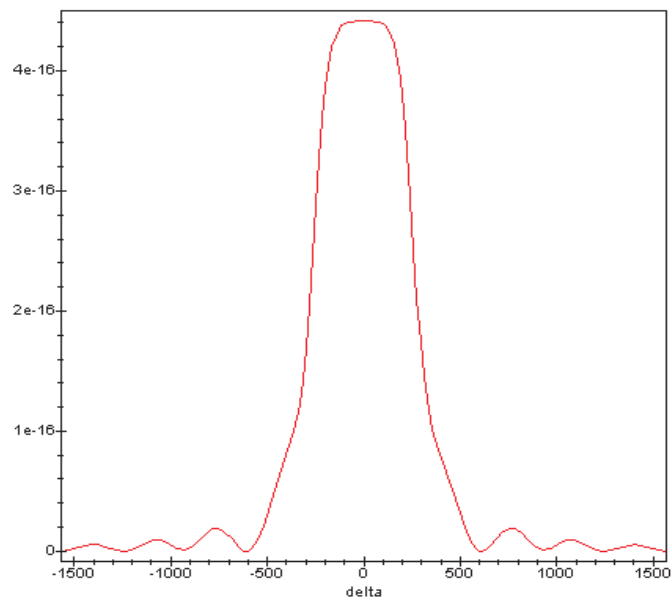


FIG. 3.14 – Puissance rayonnée par les atomes après une impulsion  $\pi/2$  d'interrogation en fonction du désaccord en fréquence. Le graphe a été tracé pour  $5 \cdot 10^8$  atomes froids dans l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  avant l'interrogation, interrogé dans la cavité sphérique ( $Q = 15000$ ,  $V_{cav} = 53 \text{cm}^3$ ). L'impulsion dure  $10 \text{ms}$ , et  $\Omega_0 = 157 \text{Hz}$ . On ne tient pas compte de la dispersion du nuage ni de la température moyenne des atomes.

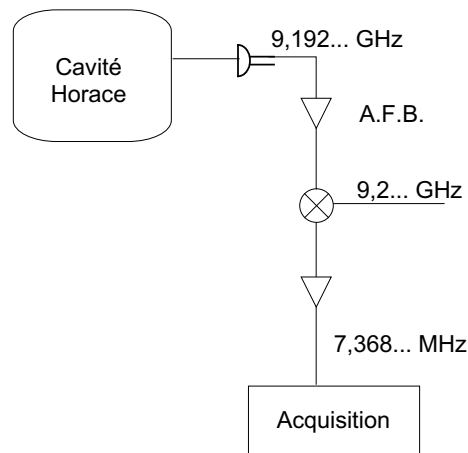


FIG. 3.15 – Schéma de principe de l'électronique envisagée pour une détection hf du signal d'horloge.

hyperfréquence faible bruit (A.F.B.) qui proposent des gains suffisants (de l'ordre de 30 dB) sur des bandes passantes étroites<sup>1</sup>, suffisamment performant pour garantir le niveau de performance du projet Horace (schéma 3.15).

**Mesure de la cohérence** La mesure de la puissance dissipée lors de la relaxation du milieu demande une bonne résolution de la mesure de la puissance micro-onde rayonnée, puisque l'ordre de grandeur de la puissance rayonnée juste après l'interrogation est de l'ordre de  $10^{-16}$  à  $10^{-18}$  W en fonction essentiellement du nombre d'atomes et du facteur de surtension de la cavité<sup>2</sup>. Par ailleurs, il nous faudra une bonne stabilité du nombre d'atomes froids d'un cycle à l'autre de l'horloge. Sans renormalisation du nombre d'atomes initial, la stabilité du nombre d'atomes froids d'un cycle à l'autre sera un paramètre critique de la stabilité de fréquence de l'horloge.

**Critère de choix** Nous avons évoqué dans cette partie l'éventail des possibilités de conception du projet Horace, en particulier pour les méthodes d'interrogation et de détection. Chacune de ces méthodes présente des avantages et des inconvénients. Le nombre d'atomes froids dans la cavité Horace conditionnera la méthode de détection (figure 3.12). Si le nombre d'atomes froids est très

<sup>1</sup>Le niveau de bruit théorique du bruit thermique d'un amplificateur est le produit  $k_B T \times B$ , où  $B$  est la bande passante de l'amplificateur. En plus du bruit thermique, il existe un terme additif au niveau de bruit dû au bruit de scintillation de phase près de la porteuse. Cette augmentation du bruit est traduite par le *facteur de bruit*. Le facteur de bruit d'un analyseur de spectre hyperfréquence est de l'ordre de 30dB. A température ambiante et dans 1 Hz de bande, le niveau du bruit thermique est de  $-174dBm$  (soit  $10^{-21}W$  environ). Le niveau de bruit auquel on doit s'attendre avec un analyseur de spectre est alors de  $-150dBm$ , soit  $10^{-18}W$ , qui est du même ordre de grandeur que ce qu'on cherche à mesurer. Pour Horace, il nous faut donc impérativement un A.F.B. en tête du montage, dont le facteur de bruit est de l'ordre de 1 à 2 dB.

<sup>2</sup>La sensibilité de la puissance micro-onde au désaccord en fréquence en particulier devra être caractérisée expérimentalement

élevé, on orientera certainement le projet vers les méthodes de détection micro-onde. En revanche, si le nombre d'atomes froids est plus modeste, les méthodes de détection micro-onde seront nettement désavantagées. Ce sont les méthodes optiques usuelles par fluorescence ou par absorption qu'on devra employer pour atteindre le niveau de performance en fréquence demandé par le cahier des charges du projet [55].

## 3.6 Durées de la séquence temporelle

**Phase de refroidissement** La durée de la phase de refroidissement peut être aussi longue que 3 secondes pour le premier chargement des atomes froids. La séquence de refroidissement est composée d'une phase de capture des atomes chauds par des processus de type Doppler essentiellement ( $T_{final,capture} \simeq 40\mu K$ ), et d'une phase de capture et de refroidissement des atomes prérefroidis par des processus de type Sisyphé ( $T < 3\mu K$ ) (cf. chapitre 4 et 5). Cependant, comme les atomes froids ne quittent pas la cavité micro-onde, on doit distinguer le "premier cycle d'horloge", qui est en fait le chargement des atomes froids, des cycles suivants de l'horloge, où les atomes froids encore présent dans le volume de capture à la fin du cycle sont recapturés au début du cycle suivant.

### 3.6.1 Recapture des atomes froids

**Recapture des atomes froids** Si le déplacement du nuage pendant l'interrogation et la détection est petit, relativement au volume de capture, les atomes pourront être recapturés avec des durées très courtes, de l'ordre de la ms.

**Quelques ordres de grandeurs** Pour une interrogation de 10 ms, le centre du nuage s'est déplacé de  $\sim 1/2mm$ , et la vitesse moyenne est de l'ordre de  $10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  (soit une énergie cinétique de  $50\mu K$  environ). La fraction d'atomes perdus pendant l'interrogation et la détection est alors de l'ordre quelques pourcents. Plus les durées d'interrogation seront longues, et plus la fraction d'atomes perdus est grande. Pour fixer les idées, on calcule que pour une durée d'interrogation de 20 ms, le centre du nuage s'est déplacé de 2 mm, et la vitesse moyenne est de l'ordre de  $0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (soit une énergie cinétique de  $200 \mu K$  environ). Pour une zone de capture sphérique de 3 mm, près de 50 % des atomes froids sont déjà perdus. Pour une interrogation de 50 ms, le centre du nuage s'est déplacé de 12,2 mm, soit environ le quart de la longueur des cavités micro-ondes que nous avons testées. La vitesse moyenne du nuage est de  $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (soit une énergie cinétique de 1,3 mK). Tous les atomes froids ont été perdus.

Nous avons présenté sur la figure 3.16 le déplacement du nuage et sa vitesse moyenne en fonction de la durée d'interrogation des atomes. la figure 3.16 pose une limite de 50 ms à la durée de l'interrogation des atomes dans Horace, c'est à dire une pleine largeur à mi hauteur de la résonance atomique de 10 Hz pour une interrogation de Ramsey.

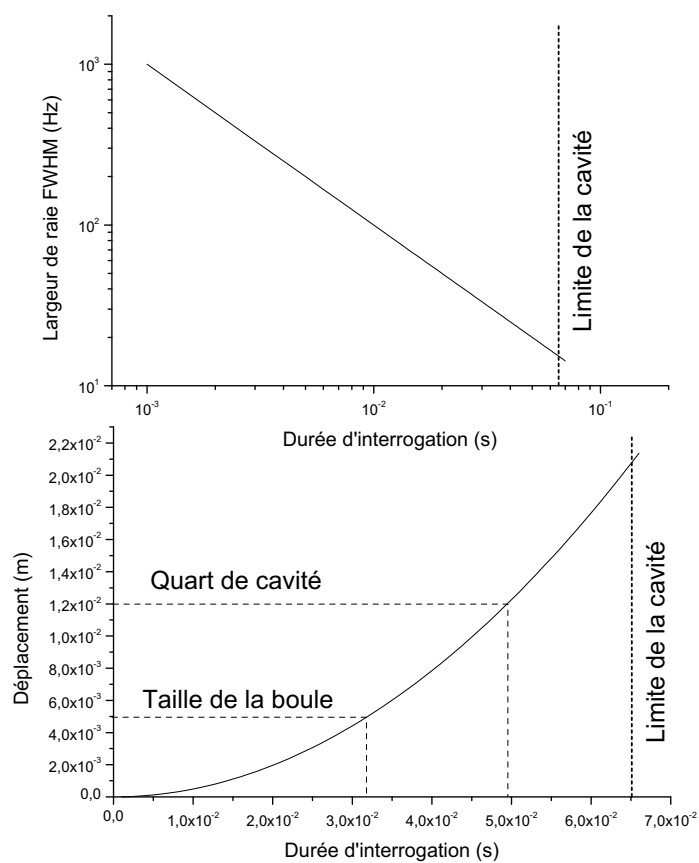


FIG. 3.16 – Largeur de raie et déplacement du centre du nuage d'atomes froids en fonction de la durée de l'interrogation micro-onde.



Une fraction des atomes froids s'échappent nécessairement de la zone de capture pendant l'interrogation et la détection. Je note  $\eta$  la fraction d'atomes conservés pour le cycle d'horloge suivant,  $N_i$  le nombre d'atomes froids initial, et  $N_f$  le nombre d'atomes froids dans la zone de capture à la fin de la détection du signal d'horloge. On écrit explicitement :

$$\eta(T_{\overline{R}}) = \frac{N_f}{N_i} \quad (3.35)$$

et on adopte les notations suivantes :

- $T_R$  la durée de recapture,
- $T_c$  la durée du cycle,
- $T_{\overline{R}} = T_c - T_R$  la durée des phases du cycle autres que le refroidissement
- $T_i$  la durée d'interrogation,  $T_D$  la durée de détection,  $T_M$  la durée des temps morts. On a  $T_{\overline{R}} = T_i + T_M + T_D$ .

On rappelle que le chargement d'atomes froids suit une loi de type :

$$N(t) = \frac{R_c}{\zeta} (1 - \exp(-\zeta t)) \quad (3.36)$$

où  $R_c$  est le taux de capture,  $\zeta$  le taux de pertes (voir page 107). La fraction d'atomes froids conservés est une fonction de la durée de chute libre, de la taille du nuage, et du volume de la zone de capture. On peut obtenir facilement un ordre de grandeur de  $\eta$  en écrivant l'intégrale de la distribution gaussienne de largeur  $\sigma_r$  des atomes à 1D sur le volume de capture, après une chute de hauteur  $h$ , qu'on normalise sur le nombre d'atomes initial :

$$\eta = \frac{\int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{(z-h)^2}{2\sigma_r^2}} dz}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(z)^2}{2\sigma_r^2}} dz} \quad (3.37)$$

où  $z_2 - z_1$  désigne la hauteur de la zone de capture. Après un changement de variable, on trouve que  $\eta$  est proportionnel à  $\text{erf}(z_2 - h) - \text{erf}(z_1 - h)$ .

Pour une durée de recapture donnée, le nombre d'atomes froids dans la cellule va atteindre un régime stationnaire lorsque le gain en nombre d'atomes froids capturés en une durée  $T_R$  sera égal aux pertes pendant la chute libre de durée  $T_{\overline{R}}$  :

$$N(t_2) - N(t_1) = N(t_2) \times (1 - \eta) \quad (3.38)$$

Pour  $T_R$  et  $T_{\overline{R}}$  fixé, c'est le nombre d'atomes froids qui va varier, en fonction du taux de capture et du taux de pertes lors du refroidissement, et du paramètre  $\eta$ . C'est donc aussi le rapport signal-sur-bruit de l'horloge qui sera dégradé si on choisit une durée de recapture trop courte. On comprend aussi que plus le taux de capture sera grand, plus on pourra utiliser des durées d'interrogation longues sans dégrader la stabilité de fréquence de l'horloge.

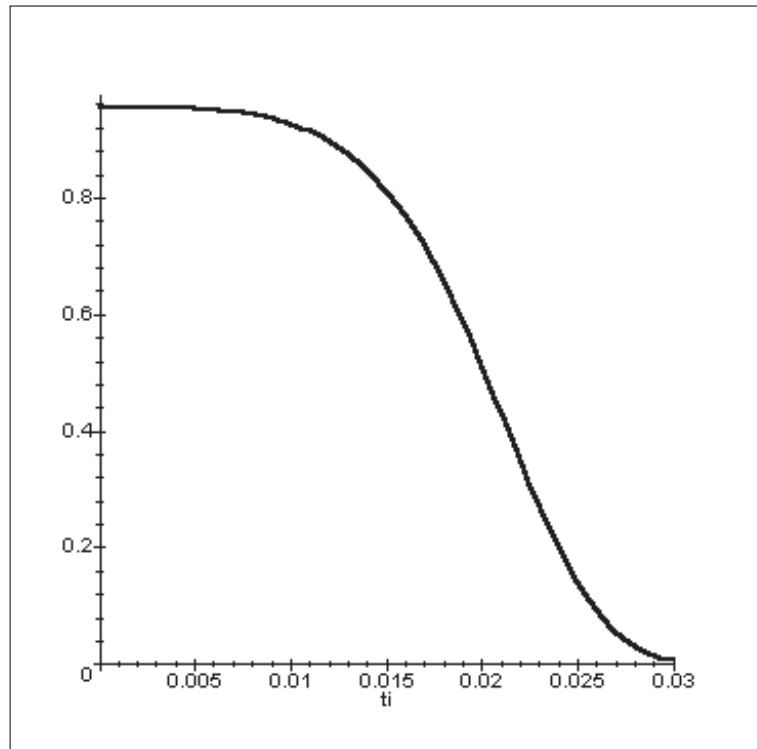


FIG. 3.17 – Fraction d’atomes conservés dans le volume de capture à la fin du cycle, en fonction de  $T_R$ .  $z_2 - z_1 = 3mm$ ,  $\sigma_r = 1mm$ . On conserve 7% des atomes froids si  $T_R = 30ms$ . Les pertes par collisions (chaudes ou froides) ont été négligées.

### 3.6.2 Durée d’interrogation

En pratique, on n’aura pas intérêt à utiliser de toutes façons des durées d’interrogation trop longues ( $> 30ms$ ), pour éviter d’une part de dégrader le rapport cyclique de l’horloge, et d’autre part pour limiter l’excursion des atomes à la zone ventrale du champ magnétique d’interrogation<sup>1</sup>. On aura aussi intérêt à limiter la taille du nuage d’atomes froids à un rayon de quelques mm pour les mêmes raisons. Des durées d’interrogation comprises entre 10 et 20 ms me semblent raisonnables pour un fonctionnement sur Terre, soit 2 à 4 fois plus longues que les durées d’interrogation des grands jets thermiques de Laboratoire. La largeur de la résonance atomique correspondante pour une interrogation de type Ramsey est de 50 Hz et 25 Hz respectivement.

### 3.6.3 Préparation et détection

**Préparation des atomes** Afin d’optimiser le rapport cyclique de l’horloge, on devra préparer les atomes froids rapidement. Pour une préparation ”optique” des atomes froids, et sans étape de sélection des atomes, la durée de l’ensemble de la

<sup>1</sup>Nous reviendrons sur ce point au chapitre 6. L’intérêt des durées d’interrogations courtes pour Horace sur Terre est aussi de garder une fonction de sensibilité symétrique.

préparation atomique peut alors être inférieure à 1ms (avec les temps morts).

**Détection** La détection du signal d'horloge doit être de durée courte. Les mesures de population ou de cohérences par des méthodes optiques nécessitent des durées inférieures à la ms. Si on choisit de procéder à une renormalisation du nombre d'atomes, la durée totale de la détection peut être facilement inférieure à 5 ms.

Le tableau 3.3 donne les durées envisagées de chacune des étapes du cycle d'horloge. Les durées de refroidissement indiquées s'appuient sur les durées de chargement mesurées expérimentalement. Les durées d'interrogation envisagées sont estimées à partir des calculs pour les performances en fréquence de l'horloge (voir chapitre 6) et de l'interprétation de la figure 3.16. Les durées de préparation et de détection s'appuient sur les réalisations expérimentales des fontaines au BNM-SYRTE.

	Etape			
	1 Refroidissement	2 Préparation	3 Interrogation	4 Détection
Chargement	3 s	(2 ms)	(20 ms)	(1 ms)
Durées min.	1 ms	1 ms	5 ms	1 ms
Durées max.	1000 ms	5 ms	50 ms	5 ms
Durées envisagées	5 ms	1 ms	10 ms	2 ms

TAB. 3.3 – Durée des différentes étapes de la séquence temporelle pour le projet Horace sur Terre.

### 3.6.4 Rapport cyclique et "Effet Dick"

**Définition** Le rapport cyclique  $r_c$  d'une horloge pulsée est défini comme le rapport de la durée de l'interrogation  $T_i$  à la durée du cycle  $T_c$  :

$$r_c = \frac{T_i}{T_c} \quad (3.39)$$

Le tableau 3.4 présente les valeurs de rapport cyclique accessibles pour Horace. La durée de recapture des atomes froids après la détection est évidemment un paramètre clef. L'emploi d'un faisceau refroidisseur dirigé selon l'axe de chute des atomes est une option à envisager pour recapturer plus rapidement les atomes froids au centre de la cavité micro-onde. Il apparait clairement que le rapport cyclique augmente avec la fréquence de cycle. On peut alors être tenté par un fonctionnement pulsé très bref pour l'horloge (durée d'interrogation inférieure à 5 ms). Ce mode de fonctionnement présente pourtant un inconvénient sérieux : la largeur de la résonance atomique sera de plus en plus grande. Le facteur de surtension atomique devenant de plus en plus petit, on s'aperçoit que la stabilité

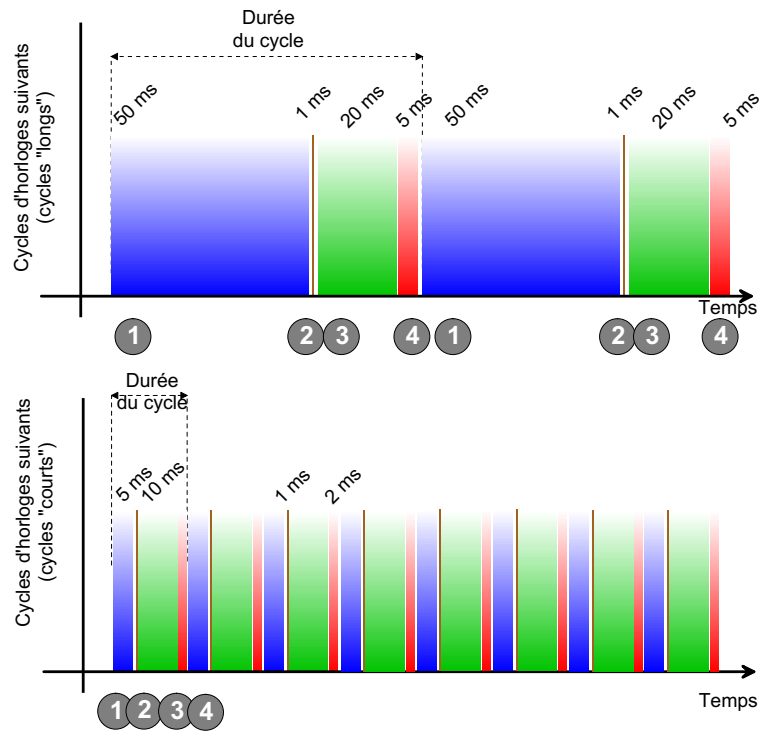


FIG. 3.18 – Séquence temporelle des interactions dans le projet Horace.

de fréquence se dégrade rapidement pour des durées d'interrogation plus courtes que  $5\text{ ms}$ . Les fluctuations de phase de l'O.L. seront de moins en moins filtrées par la réponse atomique, et la qualité de l'asservissement de fréquence sera de plus en plus médiocre (cf. equation 2.36, page 23).

**Densité spectrale de bruit du quartz** Le principe de fonctionnement d'Horace impose des cycles de durées courtes, pour atteindre un régime stationnaire avec un grand nombre d'atomes froids, c'est à dire des fréquences de cycle élevées, aux environs de  $50\text{ Hz}$ . Il est donc particulièrement important pour le projet Horace de choisir un oscillateur à quartz, comme oscillateur local de référence pour la synthèse du signal d'interrogation, dont le minimum de la densité spectrale de bruit de fréquence  $S_y$  soit situé vers quelques dizaines de Hz. La figure 3.19

Cas	Cycle long	Cycle court	Cycle intermédiaire
Durée de l'interrogation (ms)	50	10	15
Durée de la recapture (ms)	(500) <sup>†</sup>	5	20
Durée du cycle (ms)	555	20	40
Rapport cyclique	0.09	0.5	0.37
Fréquence de cycle (Hz)	1.8	50	25

TAB. 3.4 – Estimation du rapport cyclique de la future horloge, dans trois cas : Cycle de durée longue, courte et intermédiaire. † : dans ce cas, on ne chargerait pas le nombre maximum d'atomes froids.

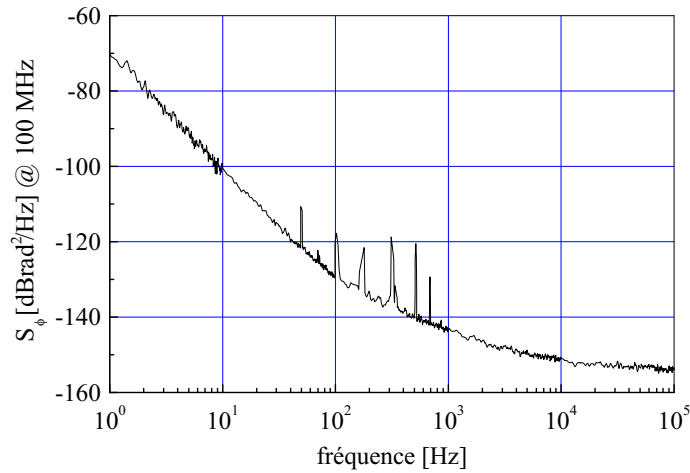


FIG. 3.19 – Densité spectrale de bruit de phase d'un quartz à 100 MHz pour le projet Horace.

montre la densité spectrale de bruit de phase d'un oscillateur à quartz VCXO à 100 MHz.

### Effet Dick

L'effet Dick est un effet de repliement de spectre du bruit de fréquence de l'oscillateur local d'interrogation présent dans les horloges atomiques pulsées [68], qui dégrade la stabilité de fréquence de l'horloge. D'une manière générale, les fluctuations de fréquence de l'oscillateur local sont "filtrées" par la réponse atomique. Plus la durée de l'interrogation est longue, et plus la fréquence de coupure du filtre passe-bas de la réponse atomique est basse. Lorsque le mode de fonctionnement de l'horloge est pulsé avec une fréquence de cycle  $f_c = 1/T_c$ , où  $T_c$  est la durée du cycle d'horloge, le spectre de bruit de fréquence de l'oscillateur local est échantillonné à la fréquence de cycle de l'horloge<sup>1</sup>. L'échantillonnage à la fréquence de Fourier du cycle d'horloge du spectre de bruit de l'O.L. ramène des composantes hautes fréquence du spectre de bruit de l'O.L. dans la bande passante de la réponse atomique. Les composantes spectrales du bruit de fréquence de l'O.L. dont la fréquence est supérieure à la fréquence de coupure contribuent alors de façon non nulle à la stabilité de fréquence du signal d'interrogation au cours de l'intégration. D'un point de vue formel, la densité spectrale de bruit de l'O.L. asservi  $S_y^{LLO}$  est le produit du développement en série de Fourier de la fonction de sensibilité  $g(t)$  par la densité spectrale de bruit de l'O.L.  $S_y^{LO}$  à la

<sup>1</sup>On remarque que la fréquence de cycle est nécessairement inférieure à la fréquence de coupure du filtre passe-bas de la réponse atomique.

$r_c$	0.2	0.25	0.3	0.5
$\sigma_y(\tau) \times 10^{-13}$	7	6	4	3.2

TAB. 3.5 – Limite de stabilité de fréquence par effet Dick avec un oscillateur à quartz VCXO à 100 MHz et un temps d'interrogation de 10 ms.

fréquence de cycle de l'horloge :

$$S_y^{LLO}(f) = 2 \times \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{g_k}{g_0} \right|^2 S_y^{LO}(kf_c) \quad (3.40)$$

où les  $g_k$  sont les termes du développement en série de Fourier à la fréquence de cycle de la fonction de sensibilité. Ils s'écrivent [69] :

$$g(t) = g_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (g_n) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T_c}\right)$$

avec

$$\begin{cases} g_0 &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) dt \\ g_n &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T_c}\right) dt \end{cases} \quad (3.41)$$

La formule 3.40 fait apparaître clairement que les deux paramètres déterminants de l'effet Dick sont le rapport cyclique et la densité spectrale de bruit de l'oscillateur local libre. Le tableau 3.5 donne une estimation de la limite par effet Dick pour une interrogation de 10 ms, avec un quartz VCXO dont le spectre de bruit de phase a été montré plus haut. On a modélisé le spectre de bruit de fréquence par une loi en  $S_y = h_{-1}f^{-1}$ , avec  $h_{-1} = 10^{-23} dB.Hz^{-1}$ . La limite de stabilité de fréquence par effet Dick est particulièrement sensible au bruit de fréquence du quartz. Pour une dégradation de -3 dB du niveau de bruit de fréquence à 1 Hz, la limite de stabilité de fréquence pour  $T_i = 10ms$ ,  $T_c = 30ms$  devient  $1.10^{-12}\tau^{-1/2}$ .

### 3.6.5 Stabilité de fréquence

On rappelle que la stabilité de fréquence d'une horloge atomique pulsée est donné en première approximation par :

$$\sigma_y(\tau) \propto \frac{1}{Q_{at}} \frac{1}{S/N} \sqrt{T_c} \cdot \tau^{-1/2} \quad (3.42)$$

Le fonctionnement optimum de l'horloge est donc un équilibre subtil entre :

1. La durée de l'interrogation  $T_i$  :  $Q_{at} \propto T_i$
2. la durée de la recapture  $T_R$  qui conditionne le nombre d'atomes froids capturés  $N_{atf}$  : rapport  $S/b \propto \sqrt{N_{atf}/9}$
3. le rapport cyclique  $r_c = t_i/T_c$  : effet Dick

Les tendances importantes sont les suivantes (voir Fig. 3.20) :

1. Pour les durées d'interrogation courtes ( $< 5ms$ ), la stabilité de fréquence se dégrade rapidement jusqu'à quelques  $10^{-11}\tau^{-1/2}$  du fait du facteur de surtension atomique petit, dominant par rapport à l'effet Dick
2. Pour les durées d'interrogation longues ( $T_i > 30$  ms), la stabilité de fréquence se dégrade à nouveau car le rapport signal-sur-bruit se dégrade rapidement, à  $T_R$  fixé autour de 5-20 ms

Afin d'avoir une estimation de l'optimum entre ces trois paramètres, nous avons calculé pour différentes durées de recapture  $T_R$  la durée d'interrogation qui optimise la stabilité de fréquence. On constate sur ces figures que nous sommes très sensibles au taux de capture et au taux de pertes ; Ils déterminent le rapport signal-sur bruit. On aura donc fortement intérêt à optimiser le taux de capture.

De cette étude encore sommaire du mode de fonctionnement d'Horace, plusieurs points importants se sont dégagés :

- La stabilité de fréquence et l'exactitude résultent d'un compromis entre nombre d'atomes froids et durée de l'interrogation. La particularité d'Horace est de se révéler très sensible aux paramètres de capture du nombre d'atomes froids : volume de la zone de capture, taille du nuage, taux de capture et taux de pertes. La température du nuage, de l'ordre de quelques  $\mu K$  est négligeable dans les processus de pertes pour la recapture.
- Un taux de capture de l'ordre de  $10^9 at \cdot s^{-1}$  a été démontré expérimentalement avec la cavité sphérique. Si on emploie un oscillateur à quartz excellent à quelques 10 Hz de fréquence de cycle, une stabilité de fréquence de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-13}\tau^{-1/2}$  semble possible. Ces calculs préliminaires montrent que l'optimum des performances en fréquence d'Horace sera atteint avec une durée d'interrogation proche de 16 ms, avec une durée de recapture de 12 ms. Le rapport cyclique serait alors de 0,48, et le facteur de surtension atomique de  $1,3 \cdot 10^8$ .

### 3.7 Avantages et inconvénients : discussion

#### Moyens d'évaluation des performances en fréquence

L'usage d'une séquence purement temporelle permet d'évaluer de nombreux effets affectant la fréquence du signal d'horloge. A l'instar des fontaines, la possibilité de varier la durée de l'interrogation est un atout du projet Horace<sup>1</sup>. Mais l'unité de lieu des interactions permet également de modifier le schéma d'interrogation et le moment précis de l'interrogation des atomes au cours de leur déplacement dans le mode résonant de la cavité. Les mesures de déplacement de fréquence en fonction du schéma d'interrogation (schémas  $\pi$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi/2 + \pi/2$ ,  $\pi/3 + \pi/3 + \pi/3$ , etc...), de la durée et du temps d'interrogation est une piste pour tenter de mesurer le gradient de phase de la cavité dans l'horloge en opération (voir chapitre 6).

<sup>1</sup>notamment pour l'identification de la frange centrale.

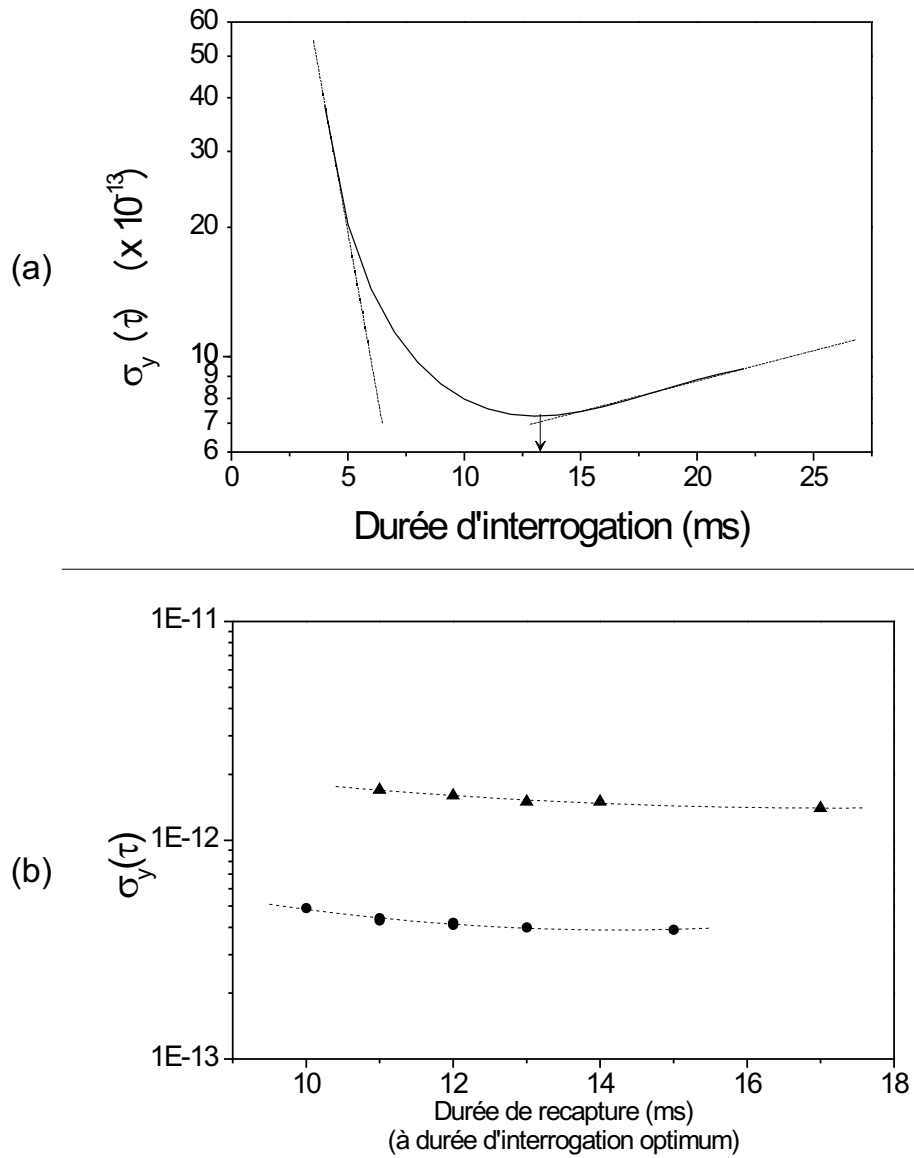


FIG. 3.20 – (a) Allure du comportement de la stabilité de fréquence d’Horace en fonction de la durée d’interrogation, avec  $T_R = 5ms$ ,  $R_c = 5 \cdot 10^8 at \cdot s^{-1}$ ,  $\zeta = 10s^{-1}$ ,  $\sigma_r = 1mm$ ,  $z_2 - z_1 = 3mm$ . L’optimum pour ces paramètres est  $T_i = 13ms$ . (b) Stabilité relative de fréquence à durée d’interrogation optimum pour plusieurs durées de refroidissement, et deux paramètres de capture. triangles :  $R_c = 1 \cdot 10^8 s^{-1}$ ,  $\zeta = 15s^{-1}$  (cas pessimiste), rond :  $R_c = 10^9 s^{-1}$ ,  $\zeta = 7s^{-1}$  (cas optimiste). Ces deux cas extrêmes donnent le domaine de stabilité relative de fréquence attendu de Horace.



L'inconvénient majeur du choix d'une séquence purement temporelle pour Horace est la coupure du champ micro-onde. La qualité du "switch" micro-onde, et en particulier la conservation de la phase entre les impulsions micro-onde, ainsi que le niveau d'atténuation du champ micro-onde est un point dur du projet. L'étude du spectre micro-onde délivré par une synthèse de fréquence pulsée reste à faire, ainsi que son impact sur le bilan d'exactitude de l'horloge (effet de bandes latérales et effet du régime transitoire d'installation du champ micro-onde dans la cavité<sup>1</sup>, et effet des perturbations de la phase du signal d'interrogation). Cependant, il faut noter à l'avantage du projet que les perturbations du signal d'interrogation interviennent au début de la phase d'interrogation, c'est-à-dire quand la fonction de sensibilité est quasi-nulle.

### Effets dépendants de la vitesse

**Précisions liminaires : Régime de Lamb-Dicke** Le régime de Lamb-Dicke est un régime particulier de certaines horloges atomiques, où le déplacement des atomes est confiné à mieux que  $\lambda_{ef}$ , la longueur d'onde de la transition d'horloge non perturbée. Le rayonnement reçu ou émis par les atomes est égal à  $\nu_{ef} \pm \frac{v}{c}$ , où  $\nu_{ef}$  est la fréquence de la transition pour l'atome au repos et  $v$  la vitesse de l'atome. Les composantes spectrales du rayonnement reçu ou émis par les atomes comprennent une composante à la fréquence  $\nu_{ef}$  et des raies latérales aux fréquences  $\nu_0 + \alpha \frac{v}{c}$ , avec  $\alpha \in \mathbb{Z}$ . La condition de Dicke (inégalité de la formule 3.43) stipule que si on satisfait :

$$d < \frac{\lambda_{ef}}{2} \quad (3.43)$$

Le spectre de l'émission est composé d'une raie à la fréquence  $\nu_0$  non élargie par effet Doppler, sur un piédestal d'amplitude faible dû aux raies latérales. Dans ce régime particulier, il est possible d'observer la fréquence de la transition affranchie de l'effet Doppler et de la vitesse de recul de l'atome. Ce résultat est aussi valable pour une onde progressive que pour une onde stationnaire. Dans un Maser à Hydrogène, la condition de Dicke est réalisée par construction.

Dans le cas Horace, le déplacement des atomes est inférieur par construction à  $\lambda_{ef}/2$ . La condition de Dicke est donc remplie, à première vue. Cependant, nous **ne** sommes **pas** dans un régime de Lamb-Dicke. En effet, la condition de Dicke est valable lorsque la distribution des vitesses est isotrope (contribution égale au signal des atomes se déplaçant à la vitesse  $v$  et à la vitesse  $-v$ ) et lorsque le mouvement des atomes oscillent dans le piège (confinement). Dans notre cas, les atomes ne sont pas piégés. De plus, si la distribution des vitesses à la fin de la phase de refroidissement est une distribution de type  $\mathcal{L}^b$  [20, Chap.4], supposée isotrope, l'isotropie de la distribution est rompue sous l'effet de la gravité. La composante de la vitesse selon l'axe de chute devient rapidement prépondérante, et le rayonnement émis ou reçu selon l'axe de chute est décalé par effet Doppler à la fréquence  $\nu_{ef} + \frac{v(t)}{c}$ .

---

<sup>1</sup>La durée d'installation du champ est égale à la durée de relaxation du mode, soit  $\tau = Q_{cav}/\omega_{cav} \simeq 0,26\mu s$  pour  $Q=15000$ .



FIG. 3.21 – Effet(s) Doppler avec Horace. Les atomes chutent dans l’axe défini par  $\vec{g}$ . La vitesse des atomes selon l’axe de chute disymétrise la distribution de vitesse. Le produit de la vitesse des atomes selon l’axe de chute par le gradient de phase du champ micro-onde contribue à un déplacement de fréquence par effet Doppler résiduel du premier ordre.

En épargnant les techniques de lancement d’atomes utilisés dans les fontaines, la vitesse moyenne de la population d’atomes pendant l’interrogation reste de l’ordre du  $cm.s^{-1}$ . Le déplacement relatif de fréquence par effet Doppler résiduel du premier ordre est ainsi attendu dans la gamme de quelques  $10^{-15}$  pour une interrogation de type Ramsey de 30 ms, une température initiale du nuage de  $50 \mu K$  et une taille de boule de 5 mm de rayon (cas pessimiste), bien qu’on ne bénéficie pas de l’atout de symétrie des fontaines. Le déplacement relatif de fréquence par effet Doppler du second ordre sera complètement négligeable pour le bilan d’exactitude de l’horloge dans la gamme des  $10^{-19}$  (voir chapitre 6).

Cependant, à la différence des fontaines ou des jets continus, les trajectoires des atomes pendant l’interrogation dépendront fortement de la température du nuage. L’exploration du champ hyperfréquence d’interrogation par les atomes dépendra essentiellement de la taille du nuage<sup>1</sup>. Aussi, le contrôle de la température et de la densité d’atomes froids jouera un rôle clef pour la stabilité de fréquence et l’exactitude du signal d’horloge.

**Entrainement de fréquence (“Cavity pulling”)** Comme les atomes restent dans la cavité, on peut attendre un déplacement relatif de fréquence par entrainement de fréquence de la cavité important avec Horace (cas d’une détection optique). Pour une cavité de facteur de surtension  $Q = 3000$ , et une durée d’interrogation de 10 ms, on trouve que la puissance dissipée par la cavité est  $P_{diss} \sim 2,5 \cdot 10^{-10} W$ , soit  $-66 dBm$  environ. Cette puissance doit être comparée à la puissance absorbée par les atomes. Elle se calcule très simplement comme

<sup>1</sup>Dans une fontaine atomique, la trajectoire moyenne des atomes est imposée par la direction et la vitesse de lancement, la distribution spatiale de position des atomes dans le nuage, et du filtrage spatial des trajectoires atomiques par les diaphragmes de l’expérience.

$P_{at} = N_{at}\hbar\omega_{ef}/T_i$  pour une impulsion Rabi. Pour  $10^7$  atomes froids participant au signal d'horloge ( $m_F = 0$ ), on trouve  $P_{at} \sim 6 \cdot 10^{-15}W$ . Le déphasage accumulé pendant l'interrogation est alors de l'ordre de  $\delta\phi \sim P_{diss}/P_{at} \sim 2,5 \cdot 10^{-5}$ , soit  $\sim 25 \mu rad$ . Le déplacement de fréquence correspondant vaut  $\delta_H/\omega_0 = \frac{\delta\phi}{\pi Q_{at}} \sim 8 \cdot 10^{-14}$ .

### Durée de l'interrogation

**Facteur de surtension** Le facteur de surtension atomique attendu est de l'ordre de  $10^7$  à  $10^8$  sur Terre, limité par le temps d'interrogation des atomes. Les perturbations lentes de l'environnement de l'horloge seront donc moins bien filtrées par la réponse atomique que dans une fontaine. La relative largeur de la résonance atomique demandera alors une bonne stabilité de fréquence si on veut évaluer les déplacements de fréquence du signal d'horloge au niveau de  $10^{-15}$ .

**Fonctionnement dans l'Espace** Le confinement des atomes dans la cavité micro-onde fait d'Horace un candidat particulièrement intéressant pour une horloge spatiale. En l'absence de gravité, la durée de l'interrogation est limitée par les dimensions du mode de la cavité et la température du nuage après la phase de refroidissement. Sur la base des majorants de températures de  $3 \mu K$  que nous obtenons expérimentalement dans nos cavités, soit  $\delta v \sim 1,4 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ , des durées d'interrogation proche de la seconde seraient possibles avec Horace. Cependant, il faut noter qu'on suppose ici que les atomes explorent toute la cavité hyperfréquence. L'intensité du champ micro-onde vu par les atomes dépendront de leur trajectoire<sup>1</sup>. On peut donc s'attendre à une réduction du contraste de la résonance atomique avec des durées d'interrogation très longues ( $> 400ms$ ). Notons finalement que la mesure du nombre d'atomes froids et de la température ne seront pas possible par temps de vol. La connaissance de la vitesse d'expansion du nuage étant ici primordiale (pour connaître l'excursion des atomes dans le champ d'interrogation), il faudra penser à mettre en place des mesures de vélocimétrie adaptée au fonctionnement dans l'Espace.

### Rapport signal sur bruit

Rappelons que la stabilité de fréquence du signal d'horloge dépend linéairement du rapport signal-sur-bruit. L'amplitude du signal d'horloge sera favorisé par le nombre d'atomes participant à l'interrogation, plus élevé que dans une fontaine où près de 90% des atomes sont perdus au cours du vol balistique. En revanche, le bruit de détection peut être rapidement élevé, du fait de la présence de la vapeur de Cs et du fait que la cavité micro-onde n'est pas une zone de détection idéalement noire (notamment pour éviter les réflexions parasites avec les méthodes optiques).

---

<sup>1</sup>A la différence d'un Maser, les atomes ne rebondissent pas de façon élastique sur les parois de la cavité, et les atomes de Cs ne parcourent qu'une seule fois le mode de la cavité.

### ”Effet Dick”

A l’aide des excellentes performances en fréquence d’un oscillateur cryogénique à résonateur de Sapphire, la limitation par ”Effet Dick” de la stabilité de fréquence des fontaines atomiques a été placée en dessous de la contribution du bruit de projection quantique [20]. Le projet Horace est destiné à être une horloge embarquée, et on ne peut pas recourir à un oscillateur local aussi encombrant. En supposant un rapport signal-sur-bruit de 1000, et avec un quartz excellent à des fréquences de cycle de quelques 10 Hz, ”l’Effet Dick” sera une limitation à la stabilité de fréquence de l’horloge. La pureté spectrale du quartz utilisé pour la synthèse de fréquence du signal d’interrogation d’Horace sera un paramètre particulièrement déterminant de la stabilité de fréquence d’Horace. L’oscillateur à quartz devra être choisi parmi les meilleurs pour assurer une stabilité de fréquence meilleure que  $10^{-12}\tau^{-1/2}$ .

### Compromis stabilité de fréquence - exactitude

On rappelle que la stabilité de fréquence d’une horloge pulsée est proportionnelle aux termes suivants :

$$\sigma_y(\tau) \propto \frac{1}{Q_{at}} \frac{1}{S/N} \sqrt{T_c} \cdot \tau^{-1/2} \quad (3.44)$$

où  $Q_{at} = \nu/\Delta\nu$  est le facteur de surtension atomique,  $S/N$  le rapport signal-sur-bruit de la détection,  $T_c$  la durée d’un cycle d’horloge, et  $\tau$  le temps d’intégration. La largeur de la résonance est proportionnelle au temps d’interrogation  $T_i$ , et en écrivant  $\Delta\nu \propto 1/T_i$ , on re-écrit la stabilité de fréquence comme :

$$\begin{aligned} \sigma_y(\tau) &\propto \frac{1}{\nu_0} \frac{1}{S/N} T_i^{-1/2} \left( \frac{T_c}{T_i} \right)^{1/2} \cdot \tau^{-1/2} \\ \text{soit} & \\ \sigma_y(\tau) &\propto \frac{1}{\nu_0} \frac{1}{S/N} T_i^{-1/2} r_c^{-1/2} \cdot \tau^{-1/2} \\ \text{et } r_c &< 1 \end{aligned} \quad (3.45)$$

qui fait clairement apparaître le rapport cyclique.

Dans notre cas, la durée de la recapture et la durée d’interrogation définissent le rapport signal-sur-bruit et le rapport cyclique. L’exactitude et la stabilité de fréquence résulteront d’un compromis entre la durée d’interrogation, le rapport signal-sur-bruit et le rapport cyclique. En marge du compromis optimum, la séquence temporelle d’Horace permettra à l’utilisateur de favoriser tantôt l’exactitude avec des durées d’interrogation plus longues, tantôt la stabilité de fréquence avec un rapport cyclique optimum. Il faut noter que cet optimum dépendra essentiellement des performances en fréquence de l’oscillateur local et des performances du refroidissement, en terme de taux de capture, taux de pertes, et de volume de capture.

	Fontaine	Horace
Nb. d'atomes froids détectés	$4 \cdot 10^5$	$10^7$
$Q_{at}$	$10^9$	$10^8$
Effet(s) Doppler	$< 10^{-16}$	$10^{-15}$
Fuites micro-onde	$< 1,4 \cdot 10^{-16}$	0
Spectre micro-onde	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$10^{-14}$
"Cavity pulling"	$10^{-15}$	$10^{-13}$
Collisions (Cs)	$< 10^{-14}$	$10^{-13}$
Limite par effet Dick sur une $s$	$1 \cdot 10^{-13}$	$\geq 5 \cdot 10^{-13}$
Symétrie de l'interrogation	+	(-)
Filtrage spatial	+	(-)
Volume du résonateur (litres)	70	1,2

TAB. 3.6 – Comparaison des caractéristiques des fontaines atomiques et du projet Horace (déplacements de fréquence). Les déplacements de fréquence indiqués pour la fontaine ont été mesurés sur la Fontaine mobile du BNM-SYRTE [34]. Pour la fontaine FO2 du BNM-SYRTE, le nombre d'atomes froids détectés est de  $10^7$ , permettant un meilleur rapport signal-sur-bruit mais un déplacement collisionnel de  $5.5 \times 10^{-14}$  [20]. La stabilité relative de fréquence de FOM peut être améliorée à  $7,3 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$  avec un O.C.R.S. La stabilité relative de fréquence de FO2 est actuellement  $< 2 \cdot 10^{-14}$  avec l'OCRS développé par l'University of Western Australia [22]. La symétrie de l'interrogation et l'absence de filtrage spatial des trajectoires atomiques est un point négatif pour Horace pour des interrogations "longues" (dysymétrie de la fonction de sensibilité et noeud du mode respectivement).

### 3.7.1 Synthèse

Nous avons montré que le mode de fonctionnement d'Horace se distingue complètement du mode d'opération des fontaines. En résumé, les points forts du projet sont le nombre d'atomes froids participant au signal d'horloge, le confinement du nuage d'atomes froids au voisinage du centre d'une cavité hyperfréquence, et la possibilité d'interroger les atomes juste après la phase de refroidissement selon plusieurs séquences. Ses points faibles sont le contrôle du spectre du signal d'interrogation, le facteur de surtension atomique limité à  $10^8$  sur Terre<sup>1</sup>, l'effet Dick et les collisions entre atomes froids. Le tableau 3.6 propose une comparaison des points forts d'Horace et des fontaines. Une estimation des performances en fréquence attendues de l'horloge est présentée au chapitre 6 de cette thèse.

Soulignons enfin que le volume du résonateur d'Horace est extrêmement réduit et tourne le projet vers les applications de navigation inertielle et de positionnement.

<sup>1</sup>par comparaison aux fontaines. Le facteur de surtension atomiques des grands jets de Laboratoire est de  $10^7$ , et de  $10^6$  pour les horloges atomiques compactes.

### Schéma de conception de l'horloge

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes fondateurs du projet Horace. Les méthodes employées ou envisagées pour la réalisation du projet ont été exposées. Nous nous sommes efforcés à analyser les avantages et les inconvénients du mode de fonctionnement d'Horace. Nous avons montré qu'il fallait réduire les durées des temps morts et opérer à des fréquences de cycle élevées. L'étude Cette première partie de mon travail de thèse aura mené à un schéma de conception de la future horloge, où on dresse le bilan des fonctions nécessaires à la réalisation de la séquence temporelle d'Horace.

Nous avons indiqué en particulier que nous avons orienté le projet vers les techniques de refroidissement en cellule réfléchissante. Le chapitre suivant propose une étude du champ laser intra-cavité micro-onde, et des processus de refroidissement radiatif qui s'y produisent.

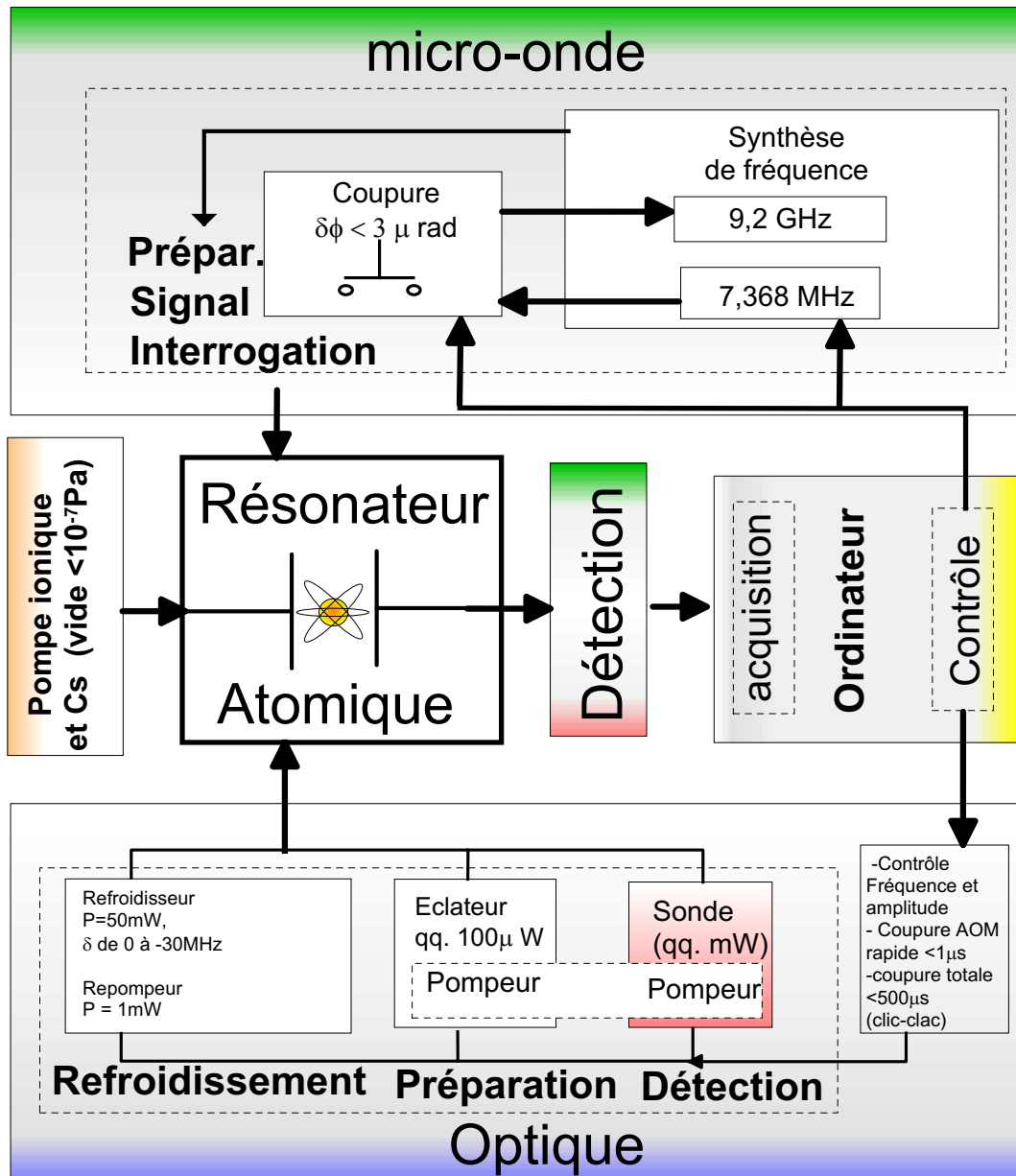


FIG. 3.22 – Schéma de conception d'Horace. On a représenté les fonctions apportées au résonateur atomique. Le bloc optique délivre les faisceaux laser nécessaires au refroidissement d'atomes, à la préparation (pour analyse des atomes froids), et à la détection (atomes froids, (signal d'horloge)). Le bloc micro-onde délivre le signal d'interrogation et l'impulsion  $\pi$  de préparation des atomes avant la phase d'interrogation. La détection des signaux expérimentaux est numérisée avec une carte d'acquisition, et l'ordinateur contrôle les paramètres des blocs optique et micro-onde. Il faut souligner l'alimentation en Cs du résonateur et le pompage de l'enceinte à vide par une pompe ionique.

## Chapitre 4

# Refroidissement radiatif d'atomes neutres en cellule : Modèles et simulations

*Je respecte beaucoup le réel, mais je n'y ai jamais cru.  
Valère Novarina, La Chair de l'homme.*

**Introduction** Proposé en 1975 par Hänsch et Schawlow[70], le refroidissement radiatif d'atomes neutres a été mis en évidence expérimentalement dans les années 80 par plusieurs équipes dans le Monde [71],[72],[73]. Le refroidissement radiatif d'atomes consiste à réduire fortement la vitesse moyenne d'une fraction de la population d'atomes par des processus d'interaction entre photons et atomes. Les atomes froids ont des vitesses moyennes très faibles de l'ordre de quelques mm/s à quelques cm/s et sont en dehors de l'équilibre thermodynamique de l'ensemble de la population.

Durant ces 15 dernières années, de nombreuses techniques ont été mises au point pour améliorer les techniques du refroidissement (refroidissement Sisyphé, évaporatif, etc...). Les recherches ont porté d'une part à diminuer la température d'une population d'atomes au plus près de la limite absolue de  $0K$ , et d'autre part à refroidir le plus grand nombre d'atomes possible. Les températures atteintes vont de quelques  $nK$  à quelques  $mK$  (en fonction des techniques mises en oeuvre, et des propriétés intrinsèques de l'atome). Le nombre d'atomes refroidis est le plus souvent compris entre  $10^6$  et  $10^{10}$ .

**Le refroidissement isotrope** Le refroidissement "isotrope" a été une des techniques envisagées pour augmenter le nombre d'atomes refroidis [57]. Comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre précédent, cette technique présente *potentiellement* des avantages pour la capture d'atomes froids à partir d'une vapeur de Cs. Un modèle Doppler succinct du refroidissement isotrope à 3 dimensions a été proposé dans la thèse d'E. Aucouturier [59].



Aussi nous rappellerons dans un premier temps quelques définitions et propriétés essentielles du refroidissement Doppler, puis nous développerons les modifications apportées au modèle Doppler pour l'adapter au cas d'une lumière isotrope. Nous comparerons les expressions des forces en lumière collimatée et en lumière isotrope. Nous nous efforcerons à discerner les "régimes" de refroidissement isotrope et de refroidissement Doppler qui se produisent dans la cellule pendant la phase de capture. Nous analyserons les propriétés du champ laser moyen en fonction des paramètres physiques de la cellule. Nous présenterons ensuite la simulation informatique que nous avons réalisée pour la détermination des paramètres optiques de la cellule, identifiés dans cette première partie du chapitre. Nous utiliserons la simulation pour vérifier les propriétés d'isotropie du champ laser dans plusieurs types de cellule, en faisant varier la forme de la cellule, ses dimensions, et le matériau dont elle est faite. Nous identifierons les limites de ce premier modèle. Enfin, nous montrerons dans la dernière partie de ce chapitre que la nature du champ laser est un champ laser tavelé à 3D. Nous présenterons les caractéristiques du champ laser tavelé dans le cas des cellules de refroidissement Horace. Les processus de refroidissement Sisyphe et de piégeage dipolaire qui se produisent dans une telle situation seront enfin discutés, sur la base des études menées par G. Grynberg à l'ENS sur le refroidissement à 3D par un champ laser tavelé [74, 75, 76, 77].

## 4.1 Modèle Doppler du refroidissement en lumière isotrope

### 4.1.1 Rappels fondamentaux du modèle Doppler - Définitions

Le refroidissement radiatif d'atomes neutres repose sur le phénomène suivant : lors de l'absorption d'un photon par un atome, l'énergie du photon est communiquée à un électron sur une couche externe et dans le niveau d'énergie fondamental, qui transite vers un niveau d'énergie excité. La quantité de mouvement de l'atome gagne l'impulsion du photon incident. Lorsque l'atome se désexcite du niveau excité vers le niveau fondamental, l'atome perd l'énergie acquise en émettant un photon de fluorescence. La direction d'émission est d'égale probabilité dans toutes les directions de l'espace. L'atome acquiert une nouvelle impulsion, égale et de signe opposée à l'impulsion du photon de fluorescence. C'est l'impulsion de recul. Le photon de fluorescence est "bleuit" par rapport au photon absorbé. Pour une source lumineuse collimatée, et sur un grand nombre de cycles absorption-émission, les atomes vont donc encaisser des impulsions essentiellement colinéaires entre elles au moment de l'absorption, alors que la somme des impulsions de recul sera nulle en moyenne. En décalant la fréquence des faisceaux laser vers le rouge<sup>1</sup>, les photons contrapropageants à la vitesse de déplacement de l'atome seront

---

<sup>1</sup>C'est-à-dire vers les fréquences plus basses que la fréquence de résonance de la transition atomique.

préférentiellement absorbés. Le bilan net du phénomène est alors une décélération violente du mouvement de l'atome dans le repère lié au laboratoire<sup>1</sup>.

**Pression de radiation (modèle Doppler)** L'impulsion encaissée par un atome lorsqu'il absorbe un photon est  $\hbar\vec{k}$ ,  $|\vec{k}|$  étant le nombre d'onde de la radiation utilisée. On montre, par exemple dans la référence [78], que l'équilibre des processus d'échauffement par fluorescence et des processus de ralentissement par absorption conduisent à une force moyenne (1D), qui, pour une onde plane monochromatique et un atome animé de la vitesse initiale  $v_a$  dans le référentiel du Laboratoire, s'exprime comme :

$$\vec{F} = \frac{s}{1+s} \frac{\Gamma}{2} \hbar\vec{k}$$

avec

$$s = \frac{\frac{\Omega_R^2}{2}}{(\Gamma/2)^2 + (\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v}_a)^2} \quad (4.1)$$

$$\Omega_R = \frac{\vec{d} \cdot \vec{E}}{\hbar}$$

$s$  est le paramètre de saturation. Il traduit la dépendance de la force avec la pulsation de Rabi  $\Omega_R^2$ , du taux de désexcitation spontanée  $\Gamma$  de la transition utilisée pour le refroidissement<sup>3</sup>, du vecteur d'onde  $\vec{k}$  de l'onde laser, et enfin de l'accord en fréquence  $\delta = 2\pi(\nu_{ef} - \nu_L)$  entre la *pulsation* des lasers et la *pulsation* de la transition atomique. La force est maximum pour  $\delta = \Gamma/2$ . On note usuellement  $s_0$  la paramètre de saturation à résonance<sup>4</sup>.  $s\Gamma/2$  est le taux d'absorption de photons par atome à faible saturation ( $s < 1$ ). Le taux d'émission spontanée, à l'origine du processus de refroidissement, ne peut être supérieur à  $\Gamma/2$ ; pour  $s > 1$ , la résonance est élargie par saturation (émission stimulée). On introduit l'éclairement de saturation  $I_s$  comme  $s_0 = I/I_s$ . Pour le césium,  $I_s = 1,10mW \cdot cm^{-2}$  (<sup>5</sup>).

Au premier ordre en  $v$  (limite des faibles vitesses), la force exercée sur l'atome est proportionnelle à sa vitesse. On introduit le coefficient de friction  $\alpha$ , donnant

<sup>1</sup>On peut montrer facilement que la décélération maximale à 1D est de plus de 5000 g pour le Cs!!! Quelques valeurs numériques utiles relatif au refroidissement radiatif d'atomes de césium sont par ailleurs regroupées dans le tableau B.1 en annexe.

<sup>2</sup>On rappelle que  $I = \epsilon_0 c \frac{E^2}{2}$ . Le carré du dipôle électrique s'exprime comme  $d^2 = \hbar\Gamma 3\pi\epsilon_0 (c/\omega_0)^3$  [79, p.125]. On trouve dans le cours de J. Dalibard une expression commode de la pulsation de Rabi directement en fonction de la densité d'énergie  $u$  du rayonnement laser comme

$$2 \left( \frac{\Omega_R}{\Gamma} \right)^2 = \frac{3}{2\pi} \frac{u}{\hbar\Gamma} \lambda^3$$

Pour le césium, on trouve  $\Omega_R^2 \simeq 4,907 \cdot 10^{14} \times I_L$ , avec l'éclairement du laser exprimé en  $mW/cm^2$ .

<sup>3</sup>Pour le césium,  $\Gamma = 2\pi\gamma \approx 3.3 \times 10^7 rad \cdot s^{-1}$ .

<sup>4</sup> $s_0 = 2 \times \Omega_R^2 / \Gamma^2$ . On exprime souvent  $s$  en fonction de  $s_0$  comme  $s = s_0 / (1 + (\frac{2\delta}{\Gamma} - 2 \cdot \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_a}{\Gamma})^2)$ .

<sup>5</sup>L'éclairement de saturation dépend de la transition employée. On la donne comme [79,

directement la décélération de l'atome en fonction de sa vitesse [80] :

$$M_{Cs} \frac{d\vec{v}_a}{dt} = -M_{Cs} \alpha \cdot \vec{v}_a \quad (4.2)$$

$$\text{avec } \alpha = 2\hbar k^2 s \frac{\delta \Gamma}{(\delta^2 + \Gamma^2/4)^2}$$

Le paramètre  $\alpha$  dépend du nombre de cycles absorption-émission et est limité par la durée de vie du niveau excité  $\tau = 1/\Gamma$ . Cette expression est valable pour des atomes déjà lents. Pendant la phase de capture, la décélération de l'atome n'est pas linéaire.

### 4.1.2 Auto-adaptation angulaire de la condition de résonance en lumière isotrope

En lumière isotrope, un atome placé dans la cellule de refroidissement interagit avec des photons provenant de toutes les directions de l'espace. Pour un désaccord donné  $\delta$ , l'atome interagira préférentiellement avec les photons dont les directions forment un cône (voir figure 4.1). On appelle ce cône le cône de résonance. L'angle du cône de résonance est simplement donné par :

$$\cos(\theta) = \frac{\delta}{kv_a} \quad (4.3)$$

Lorsque l'atome ralentit, le cône de résonance se ferme de plus en plus. La relation 4.3 est valable tant que  $v > \delta/k = v_{lim}$ <sup>1</sup>. En-deçà de cette vitesse limite, le cône de résonance est complètement fermé. Pour  $v < v_{lim}$ , tous les photons laser sont "rouges" pour l'atome. Autrement dit, nous devons distinguer dès à présent deux régime de refroidissement par pression de radiation en lumière isotrope. Lorsque la vitesse de l'atome est supérieure à  $v_{lim}(\delta)$ , on doit prendre en compte l'adaptation angulaire de la résonance pour le calcul de la force exercée sur l'atome. J'appelle ce régime le régime de *refroidissement isotrope* dans ce manuscrit. Lorsque l'atome est suffisamment ralenti ( $v < v_{lim}(\delta)$ ), on est dans un régime "Doppler classique", dans le sens où seuls les photons contra-propageants aux mouvements de l'atome vont interagir avec celui-ci et le ralentir dans son mouvement. Ce régime sera dénommé le *régime Doppler*. Notons enfin que la vitesse limite  $v_{lim}$  ne dépend pas de la largeur de la transition mais du rapport du désaccord à la résonance au nombre d'onde de la transition. On peut réexprimer la vitesse limite en fonction de la pulsation de l'onde utilisée pour le refroidissement :

$$v_{lim} = \frac{\delta c}{\omega_L} \quad (4.4)$$

---

p.124] :

$$I_s = \pi \frac{\hbar c}{3} \frac{\Gamma}{\lambda^3}$$

<sup>1</sup>On remarque que  $\cos(\theta) \rightarrow \infty$  quand  $v \rightarrow 0$ . Pour  $\delta = \Gamma/2$ ,  $v_{lim} = 2,24\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  (soit  $E_c \simeq 26\text{mK}$ ) pour le Cs, et dans le référentiel du Laboratoire.

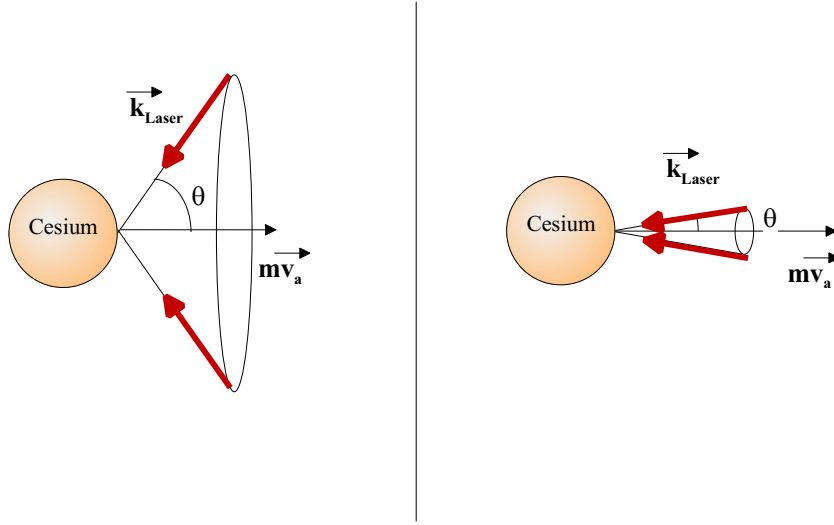


FIG. 4.1 – Cône de résonance en lumière isotrope. A une vitesse donnée et un désaccord donné des lasers, l'atome en mouvement sera à résonance avec les photons dont la direction de propagation appartient à un cône ouvert devant l'atome (le volume intérieur du cône est exclu). Au fur et à mesure que l'atome ralentit, le cône de résonance se ferme. Pour  $v_a < v_{lim}$ , le cône de résonance est complètement fermé (les lasers sont décalés en fréquence vers le rouge).

Le produit scalaire  $\vec{k} \cdot \vec{v}_a$  dans le dénominateur de  $s$  (equation 4.1) a pour conséquence d'élargir la condition d'accord en fréquence, grâce à la possibilité d'un accord angulaire (dans le référentiel du laboratoire). Autrement dit, un photon pourra être à résonance avec des atomes de vitesses différentes pour un désaccord donné des lasers (pour  $v > v_{lim}$ ). En revanche, la force exercée sur l'atome est plus faible en moyenne, puisque la force appliquée à l'atome n'est plus nécessairement colinéaire à sa vitesse. Les conséquences de l'auto-adaptation angulaire de la résonance sur la pression de radiation exercée sur l'atome, dans le cas d'un rayonnement laser isotrope, se traduisent au final par un élargissement du profil en fréquence de la force de friction comme nous le montrons ci-dessous.

### 4.1.3 Expression de la pression de radiation en régime isotrope

La force de pression de radiation (en régime isotrope) qui s'oppose au mouvement de l'atome s'écrit alors, à la limite des faibles saturations comme :

$$F = \int_{\Omega} \tilde{s} \cdot \frac{\Gamma}{2} \hbar k \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

avec  $\tilde{s}$  défini comme

$$\tilde{s} = \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + (\delta - v_a \cdot k \cos(\theta))^2} \tilde{s}_0 \quad (4.5)$$

$\Omega$  est l'angle solide sur lequel porte l'intégration,  $\tilde{s}$  (resp.  $\tilde{s}_0$ ) est le paramètre de saturation (resp. à résonance) par unité d'angle solide.  $\frac{\Gamma}{2}\hbar k \cos(\theta)$  représente la pression de radiation, exercée par un photon interagissant avec l'atome, projetée sur la direction de la vitesse  $\vec{v}_a$  de l'atome (on se place dans le référentiel du laboratoire). La force moyenne n'est pas nulle car la contribution d'un processus élémentaire à la force moyenne est d'autant plus grande que l'angle est fermé.

**Paramètre de saturation par unité d'angle solide** Le paramètre de saturation à résonance doit être légèrement modifié pour un rayonnement isotrope. Le paramètre de saturation à résonance introduit précédemment (formule 4.1) est "un paramètre de saturation par onde laser". Il est défini selon la direction de propagation du faisceau laser. Notre présentation de la pression de radiation en lumière isotrope par la formule 4.5 implique de définir  $\tilde{s}_0$  par unité d'angle solide<sup>1</sup>. Pour éviter toute confusion, je noterai avec un tilde les variables définies par unité d'angle solide. D'autre part, il nous faut tenir compte du recyclage de la lumière dans la cellule pour le calcul de  $\Omega_R$  et donc de  $\tilde{s}_0$ . Nous donnons ci-dessous les étapes du calcul qui nous permettent d'estimer ce paramètre particulièrement important.

#### 4.1.4 Intensité du champ laser par unité d'angle solide : modèle simple

**Eclairement** Nous avons montré que pour la raie D2 du Cs, on pouvait relier simplement la pulsation de Rabi à l'éclairement du faisceau laser. En lumière isotrope, l'éclairement du faisceau laser est une notion délicate à manier, puisque on a pas de *faisceaux* laser de section définie. On définit le paramètre de saturation à résonance dans la cellule directement à partir de la densité volumique d'énergie dans la cellule<sup>2</sup> :

$$\tilde{s}_0 = \frac{u}{u_{sat}} \quad (4.6)$$

où  $u_{sat}$  est la densité volumique d'énergie de saturation.

**Densité d'énergie** La densité d'énergie laser dans une cellule de stockage est le résultat de l'équilibre entre les gains (nombre de photons incidents dans la cellule par seconde, donné par la puissance d'entrée) et les pertes optiques de la cellule (nombre de photons perdus par seconde, par absorption ou par un trou). Le taux de perte est égal à l'inverse du temps de vie du photon. Dans nos cellules, le temps de vie du photon est de l'ordre de quelques *ns* à quelques dizaines de *ns*. L'état d'équilibre est quasi-instantanément atteint, et la densité volumique d'énergie stockée dans la cellule est :

$$u = \frac{P \cdot \tau_{1/2}}{\mathcal{V}} \quad (4.7)$$

<sup>1</sup> $s_0$  est sans dimension et  $\tilde{s}_0$  est en  $sr^{-1}$ .

<sup>2</sup>On rappelle que  $u = \frac{k^3 \hbar \Omega^2}{6\pi \Gamma}$  et  $u_{sat} = \hbar \Gamma \frac{k^3}{12\pi}$  [81, p.115].

où  $P$  est la *puissance* lumineuse totale en sortie de fibre entrant dans la cellule,  $\tau_{1/2}$  est la durée de demi-vie du photon dans la cellule, et  $\mathcal{V}$  est le volume de la cellule.

**Durée de vie et réflectance** Le temps de demi-vie dans la cavité est calculé à partir du libre parcours moyen  $\bar{\lambda}$  d'un photon dans la cellule par :

$$\tau_{1/2} = \frac{\bar{\lambda}}{c} \cdot \bar{N} \quad (4.8)$$

$\bar{N}$  traduit le "nombre moyen de rebonds" ( $\bar{N} \geq 1$ ) d'un photon sur les parois de la cavité. En posant  $R$  la réflectance du matériau<sup>1</sup>, on calcule le nombre moyen de rebonds comme :

$$\bar{N} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nR^n}{\sum_{n=0}^{\infty} R^n} \quad (4.9)$$

ce qui donne le résultat bien connu ( $R < 1$ ) :

$$\bar{N} = \frac{1}{1 - R} \quad (4.10)$$

$\bar{N}$  vaut 1 quand  $R = 0$ , et tend vers l'infini pour  $R \rightarrow 1$ . La formule 4.8 devient :

$$\tau_{1/2} = \frac{\bar{\lambda}}{c} \left( \frac{1}{1 - R} \right) \quad (4.11)$$

soit en posant :

$$\boxed{M = \frac{R}{1 - R}} \quad (4.12)$$

$$\boxed{\tau_{1/2} = \frac{(1 + M)\bar{\lambda}}{c}} \quad (4.13)$$

et on a :

$$u = \frac{P(1 + M)\bar{\lambda}}{\mathcal{V}c} \quad (4.14)$$

$M$  est la figure de mérite de la cellule. C'est un facteur sans dimension, *comparable* au facteur de surtension d'une cavité micro-onde<sup>2</sup> ou à la finesse d'une cavité optique, qui caractérise le stockage de la lumière laser dans une cellule (cellule non résonante avec la fréquence du laser, pas de construction d'un mode résonant) : les cavités micro-onde Horace ne sont pas des *cavités* optiques. Le figure de mérite  $M$  dépend des pertes de la cellule, causées par la réflectivité finie du matériau et par les surfaces des trous de la cellule (où la réflectivité est nulle). Le deuxième facteur important qui apparaît dans l'équation 4.13 est le libre parcours moyen.

<sup>1</sup>On appelle coefficient de réflectance le coefficient calculé à partir de la somme de la probabilité de réflexion et de la probabilité de diffusion d'un photon sur une paroi de la cellule.

<sup>2</sup>On rappelle que celui-ci est défini comme  $Q = \nu/\Delta\nu$

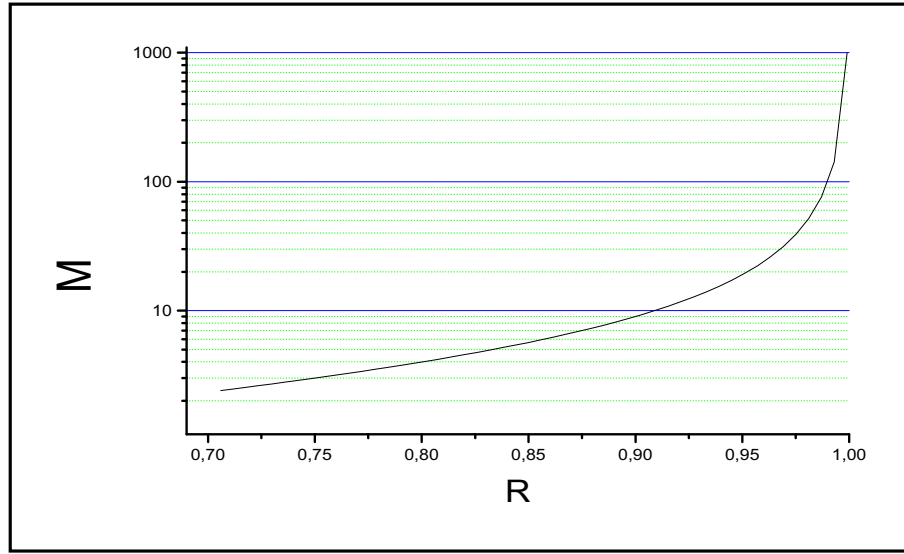


FIG. 4.2 – Figure de mérite  $M$  de la cellule "à vide" en fonction de la réflectance de la cellule.

**Libre parcours moyen** Il reste alors à calculer le libre parcours moyen. Je le définis par :

$$\bar{\lambda} = \frac{\int_{\mathcal{V}} l \cdot p(r) d^3r}{\int_{\mathcal{V}} l d^3r} \quad (4.15)$$

où  $\mathcal{V}$  est le volume géométrique de la cellule,  $l$  la distance entre deux points sur la surface interne de la cellule, et  $p$  la loi de probabilité de la direction d'émission d'un photon à un point donné sur la surface de la cellule. Celui-ci dépend des dimensions de la cellule, de la nature réfléchissante ou diffusante du matériau, de la disposition, du nombre, et de l'ouverture numérique des fibres optiques. La référence [81] donne p.117 deux calculs analytiques à 2D pour un cercle réfléchissant et pour un cercle diffusant. A 3 dimensions, nous avons recours à une simulation informatique pour le calcul du libre parcours moyen (voir section 4.6.3 de ce chapitre). Quelle que soit la configuration étudiée, il est toujours limité par les dimensions de la cellule. En première approximation, il est du même ordre de grandeur que le diamètre de la cellule.

**Densité de mode** Enfin, une façon de se convaincre que la cellule optique n'est pas une cavité est de calculer la densité de mode du champ électromagnétique de la cellule. Les dimensions de la cellule étant grande devant la longueur d'onde ( $\lambda_{D2}/L_{cellule} \simeq 10^{-6}/10^{-2} = 10^{-4}$ ), la densité de mode peut être calculée en considérant une cellule carrée de longueur arbitraire  $L$ <sup>1</sup>. On montre alors que la

<sup>1</sup>A chaque mode on associe un volume dans l'espace des phases  $dk_x dk_y dk_z = (\frac{2\pi}{L})^3$ . Le nombre de mode dont le vecteur d'onde est compris entre 0 et  $k$  est déduit en divisant le volume total dans l'espace des phases  $4/3\pi k^3$  par le volume par mode  $(2\pi/L)^3$ .

densité de mode par unité de fréquence  $p(\nu)$  s'écrit [24] :

$$p(\nu) = \frac{8\pi\nu^2 n^3}{c^3} \quad (4.16)$$

En l'absence d'atome, l'indice du milieu est 1. Avec  $n=1$ , on trouve  $p(\nu) = 1,154 \times 10^5 \text{Hz}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ . Au cours du refroidissement, la densité d'atomes froids augmente et le milieu est de plus en plus épais optiquement. La densité de mode croît quand l'indice du milieu augmente.

#### 4.1.5 Paramètre de saturation par unité d'angle solide en lumière isotrope

**Première expression du paramètre de saturation par unité d'angle solide : On néglige l'absorption des atomes**

A l'aide des relations 4.6 4.7, et 4.13, en supposant que la densité d'énergie du champ laser est constante sur le volume de la cellule, le paramètre de saturation isotrope par unité d'angle solide  $\tilde{s}_0$  devient :

$$\tilde{s}_0 = \frac{P (1 + M)\bar{\lambda}}{\mathcal{V} I_{sat}} \quad (4.17)$$

Pour calculer la force moyenne exercée sur l'ensemble des atomes peuplant la cellule de refroidissement, on aura besoin du paramètre de saturation "intégré" sur l'angle solide  $d\alpha$ , qui représente la saturation optique pour un atome sur l'ensemble des ondes lasers avec lesquelles il interagit. Je le note  $S_{iso}$  et il s'écrit :

$$S_{iso} = \int_{\Omega} \tilde{s}_0 d\alpha \quad (4.18)$$

$S_{iso}$  est un paramètre sans dimension. En supposant le champ laser isotrope (l'onde laser a la même intensité dans toutes les directions de l'espace), on a :

$$S_{iso} = 4\pi \frac{P (1 + M)\bar{\lambda}}{\mathcal{V} I_{sat}} \quad (4.19)$$

La figure 4.3 présente le paramètre de saturation par onde dans le cas de faisceaux collimatés et dans le cas de la lumière isotrope pour différentes valeurs de la figure de mérite  $M$ , où l'absorption par les atomes a été négligée. Même pour des faibles puissances lumineuses en sortie de fibre, le paramètre de saturation est alors largement supérieur à 1.

**Remarques très importantes** Le résultat de ce premier calcul appelle plusieurs remarques importantes. Rappelons tout d'abord que ce calcul ne prend pas en compte l'absorption par les atomes. Cette approximation peu licite permet cependant d'apprécier la qualité optique de la cellule "à vide". La deuxième remarque porte sur le refroidissement des atomes. En effet, il faut rappeler que



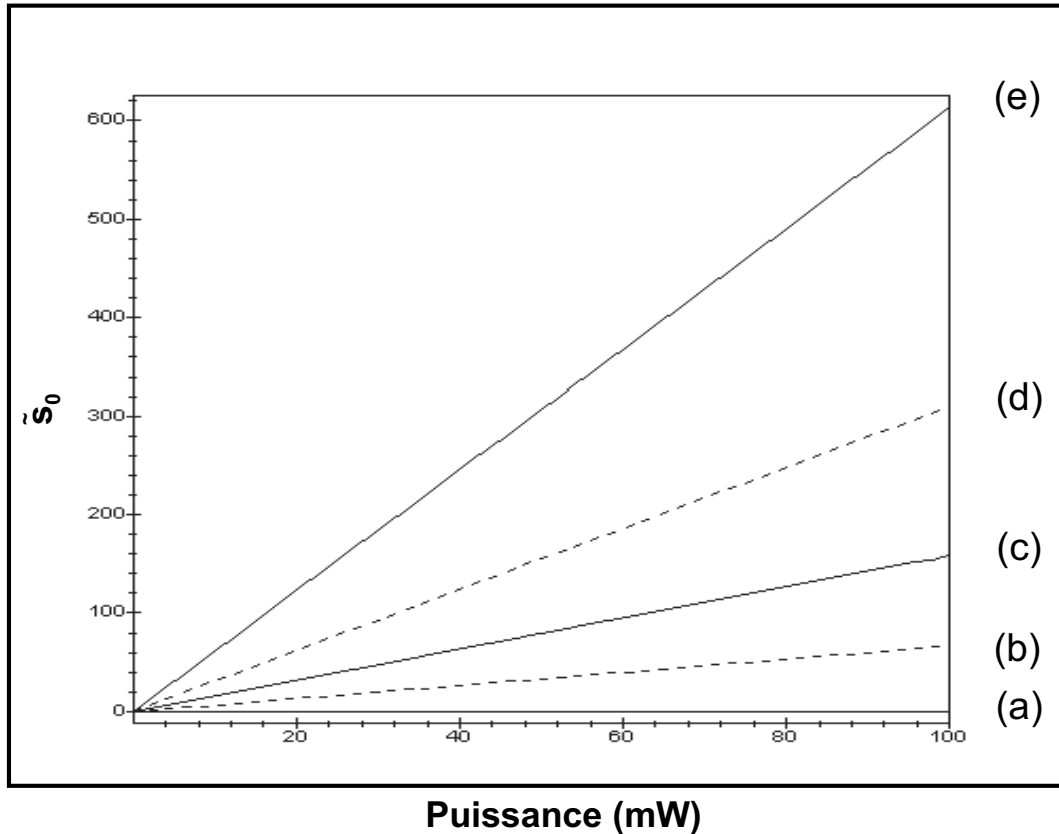


FIG. 4.3 – Paramètre de saturation de la cellule optique en lumière isotrope en fonction de la puissance lumineuse. Nous avons tracé  $\tilde{s}_0$ , avec de bas en haut  $M=10$  (b),  $M=25$  (c),  $M=50$  (d) et  $M=100$  (e). On a pris  $\bar{\lambda} = 43mm$ , avec une cellule de 25 mm de rayon. La courbe (a) correspond au cas sans stockage des photons. Pour cette dernière courbe, nous avons tracé  $s_0$  en fonction de  $P$ , en supposant la puissance lumineuse répartie sur 3 paires de faisceaux laser collimatés de diamètre 10 mm. On assimile ainsi le paramètre de saturation du modèle à un paramètre de saturation par unité d'angle solide. Les valeurs très élevées du paramètre de saturation isotrope dès les faibles puissances sont dues à la durée de vie du photon (qq. ns à  $M=10$ ) dans la cellule et au petit volume de la cellule ( $\sim$  qq.  $10\text{ cm}^3$ ). On rappelle que l'absorption par les atomes est ici négligée.

pour des valeurs de saturation élevées, on peut même inverser le signe de la force "Doppler" exercée sur l'atome[82]. A forte saturation, les atomes sont refroidis avec des lasers désaccordés sur le bleu de la transition atomique. Nous expliquons au paragraphe suivant pourquoi le paramètre de saturation est en fait de l'ordre de l'unité dans notre cas.

### Deuxième expression du paramètre de saturation isotrope

Les équations 4.17 font intervenir le libre parcours moyen  $\bar{\lambda}$  d'un photon dans la cellule et la figure de mérite de la cellule, qui vaut simplement  $M = \bar{N} - 1$ . L'absorption par les atomes modifie ces deux paramètres.

**Nombre de rebond :** Le paramètre  $\bar{N}$  introduit précédemment est le "nombre moyen de rebonds" d'un photon contre une paroi de la cellule, qui traduit le recyclage de la lumière par la cellule. Or, le photon de fluorescence ré-émis lors de la desexcitation de l'atome est "bleuit" (l'atome a absorbé l'impulsion de recul), et diffusé dans  $4\pi sr$ . Il n'y a plus de relation de phase. Un photon de fluorescence est un photon perdu pour le *refroidissement*<sup>1</sup>. On introduit alors  $N_R$  le "nombre de rebonds" d'un photon issu des fibres optiques avant d'être absorbé par un atome. Pour une densité d'atomes chauds de  $n \sim 10^8 at \cdot cm^{-3}$ , et pour une cellule de typiquement 40 mm de diamètre, l'épaisseur optique est de l'ordre de 0,3 dans la cellule. Ce qui signifie que 99% des photons sont absorbés après 16 rebonds. Prenons enfin le cas où on a  $10^9$  atomes froids dans la cellule dans un nuage de distribution gaussienne de 4 mm de pleine largeur. L'épaisseur optique est  $\sim 8,52$ , ce qui correspond à une transmission de  $T \sim 0,2\%$  (on a pas tenu compte de la polarisation des lasers, puisque le champ est supposé isotrope). Le nombre de rebond moyen  $\bar{N}_R$  est 1. Concrètement, le nombre de rebonds  $N_R$ , et donc la saturation, diminue rapidement en présence d'atomes dans la cellule. A partir du nombre d'atomes froids mesurés expérimentalement dans nos cellules de test, on estime que  $\bar{N}_R$  est de l'ordre de quelques unités en régime stationnaire (fonction du désaccord du laser refroidisseur à la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F = 5\rangle$ ).

**Libre parcours moyen :** On réécrit le libre parcours moyen d'un photon dans la cellule comme :

$$\bar{\lambda}_n(t, \delta) = n(t, \delta) \bar{\lambda}_R \quad (4.20)$$

$n_R(t, \delta)$  est l'indice du milieu en fonction du temps et du désaccord des lasers refroidisseurs, et  $\bar{\lambda}_R$  est le libre parcours moyen du photon dans la cellule en présence d'atomes.

**Photons de fluorescence** Les photons de fluorescence constituent un gaz de photons perdus pour le refroidissement des atomes, et contribuent uniquement au réchauffement des atomes. Le spectre de fluorescence est constitué de trois composantes, connues sous le nom de triplet de Mollow [83]. On introduit alors le

<sup>1</sup>On tiendra compte de la diffusion multiple au paragraphe suivant.

nombre de rebond des photons de fluorescence sur les parois de la cellule  $N_{nr}$ . On note  $\bar{\lambda}_{nr}$  le libre parcours moyen d'un photon de fluorescence (distance parcourue entre deux absorptions), et  $n_{nr}$  l'indice du milieu pour les photons de fluorescence.  $\check{P}(t, \delta)$  est la puissance de fluorescence. On a  $\check{P}(t, \delta) = N_{at} \hbar \omega_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\tilde{s}}{1+\tilde{s}}$ .

On réécrit finalement la densité d'énergie lumineuse par unité d'angle solide comme la somme de deux composantes :

$$\begin{aligned} u(t, \delta) &= \frac{P}{c \cdot \mathcal{V}} \times n_R(t, \delta) \bar{\lambda}_R \times \bar{N}_R + \frac{\check{P}(t, \delta)}{c \cdot \mathcal{V}} \times n_{nr} \bar{\lambda}_{nr} \times \bar{N}_{nr} \\ &= u_{Liso,R}(t, \delta) + \check{u}_{iso,nr}(t, \delta) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Le terme  $\check{I}_{Liso,R}$  est l'intensité du champ laser cohérent (propre à refroidir les atomes). Le terme  $\check{I}_{iso,nr}$  est l'intensité du champ électrique incohérent.

Le paramètre de saturation en lumière isotrope par unité d'angle solide à résonance s'écrit finalement :

$$\tilde{s}_0(t, \delta = 0) = \frac{u_{Liso,R}}{u_{sat}} \quad (4.22)$$

$$\boxed{\tilde{s}_0(t, \delta = 0) = \frac{P n_R(t, \delta = 0) \bar{\lambda}_R \times \bar{N}_R}{\mathcal{V} I_{sat}}} \quad (4.23)$$

Pour  $P=30$  mW, un volume de cellule de  $50\text{cm}^3$ ,  $\bar{\lambda}_R = R_{cell}/2 \sim 2\text{cm}$ , et  $\bar{N}_R = 1$ ,  $\tilde{s}_0 \sim 1, 2$ . On écrit le paramètre de saturation isotrope intégré à résonance, toujours en supposant le rayonnement isotrope, comme :

$$\boxed{S_{iso}(t, \delta = 0) = 4\pi \frac{P n_R(t, \delta = 0) \bar{\lambda}_R \times \bar{N}_R}{\mathcal{V} I_{sat}}} \quad (4.24)$$

En pratique, le paramètre de saturation isotrope intégré de la cellule est ainsi compris entre 1 et quelques dizaines. Le reste des photons stockés par la cellule sont des photons de fluorescence. On reviendra un peu plus loin dans ce chapitre sur les conséquences pour la limite de température Doppler dans notre cas. La formulation des équations ci-dessus fait clairement apparaître que le paramètre de saturation à résonance dépend de la densité d'atomes et du temps. Je noterai à présent  $S_{iso}$  le paramètre de saturation isotrope intégré à résonance et dans le régime stationnaire.

### 4.1.6 Expression intégrée de la pression de radiation dans le régime isotrope

Afin d'avoir une première approche du refroidissement en cellule, nous développons l'expression intégrée de la force Doppler dans la limite des faibles saturations en régime isotrope. Nous comparerons systématiquement les résultats avec le cas d'une lumière collimatée, afin de bien distinguer les deux régimes auxquels nous avons à faire pour la phase de capture du refroidissement en cellule.

La "force isotrope" intégrée s'écrit à partir des équations 4.5 et 4.17, après intégration sur  $\varphi$  :

$$F_{iso} = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\Gamma}{2} \hbar k \cdot \frac{(\Gamma/2)^2 \tilde{s}_0}{(\Gamma/2)^2 + (\delta_L - k \cdot v_a \cos(\theta))^2} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (4.25)$$

Cette intégrale a été calculée dans la référence [59] (p.216 et suivantes) pour des faibles saturations<sup>1</sup>. Le calcul donne :

$$F_{iso} = \frac{\Gamma}{2} \hbar k S_{iso} \mathcal{F} \quad (4.26)$$

avec :

$$\mathcal{F} = \frac{\Gamma^2}{16(kv_a)^2} \cdot \left[ \frac{4\delta}{\Gamma} (\arctan(2\Delta_-) - \arctan(2\Delta_+)) + \ln \left( \frac{1 + 4\Delta_+^2}{1 + 4\Delta_-^2} \right) \right] \quad (4.27)$$

et où :

$$\Delta_{\pm} = \frac{\delta \pm kv_a}{\Gamma}, v_a > v_{lim} \quad (4.28)$$

L'expression 4.26 fait apparaître le paramètre de saturation isotrope intégré (ou global)  $S_{iso}$ , puisqu'il s'agit bien là de la force moyenne pour l'ensemble des ondes laser dans la cellule. Comme pour la force Doppler 1D, la force moyenne résulte d'une force copropageante et d'une force contrapropageante, dont le bilan est une force toujours en opposition avec le mouvement de l'atome lorsque les lasers sont décalés vers le rouge. La partie en  $\ln(1 + 4\Delta_{\pm}^2)$  donne le maximum local de la force. C'est elle qui va "pointer" la vitesse pour laquelle la force est maximum. La partie en  $\arctan(2\Delta_{\pm})$  est à l'origine de la pente plus douce de la force pour les grands désaccords<sup>2</sup>. Elle traduit l'élargissement de la condition de résonance. La figure 4.4 représente la force de friction exercée sur un atome de vitesse moyenne  $v$  pour des faisceaux laser collimatés et pour une lumière isotrope, où on a posé  $S_{iso} \equiv s_0 = 1$ . On remarque que le module de la force moyenne est près de 5 fois plus petit en lumière isotrope qu'en lumière collimatée. Ce résultat n'est pas très étonnant, puisque la force isotrope représentée sur la figure 4.4 est la force moyenne à 3D exercée sur un atome, en sommant sur toutes les directions de l'espace, en fonction du *module* de sa vitesse, alors que la force 1D représente la moyenne d'une force dirigée toujours dans la même direction. On remarque également que la force isotrope diffère notablement de la force Doppler 1D uniquement pour les vitesses supérieures à quelques  $m \cdot s^{-1}$ . On retrouve bien le phénomène de vitesse limite évoqué lors de la discussion du cône de résonance en lumière isotrope.

<sup>1</sup>Le calcul n'a pas été fait pour des fortes saturation. L'intégration dans ce cas là pose quelques difficultés techniques de calcul que je n'ai pas cherché à résoudre pendant ma thèse.

<sup>2</sup>La fonction arctan est bornée entre -1 et +1. Pour les grands désaccords en fréquence (ou grande vitesse des atomes), la contribution des deux arctan s'annulent. L'origine différente ( $\Delta_+$  ou  $\Delta_-$  des deux arctangentes donne l'effet de "trainée" de la force pour les désaccords moyens. Proche de 0, on calcule que la pente de la fonction  $\arctan(2x)$  est environ 4 fois plus faible que la pente de  $\ln(1 + 4x^2)$ .

Enfin, le terme en  $\Delta_{\pm}$  est le désaccord relatif à la résonance<sup>1</sup>. On remarque que pour  $v_a = \mp v_{lim} = \delta/k$ ,  $\Delta_{\pm} = 0$ ,  $\arctan(2\Delta_{\pm}) = 0$ . En effet, pour  $v_a \leq v_{lim}$ , tous les photons sont rouges. la condition de résonance n'est plus satisfaite,  $\forall \theta$ .

#### 4.1.7 Force de friction et désaccord en fréquence

On remarque que le maximum de la force de friction en fonction du désaccord en fréquence dans le régime isotrope atteint un maximum pour  $\delta = -3\Gamma/4$  [81]. La décroissance de l'amplitude maximale de la force avec le désaccord en fréquence des lasers est également une conséquence de la condition angulaire de résonance : plus la vitesse de l'atome est grande, plus le terme en  $\vec{k} \cdot \vec{v}_a$  devient important au dénominateur du paramètre de saturation. La condition de résonance est satisfaite sur un intervalle de classe de vitesse de plus en plus large, mais la force moyenne exercée sur l'atome, sommant de façon significative sur des angles de plus en plus ouverts, est de plus en plus faible.

Afin de mieux apprécier les différences de comportement entre les deux forces, on a tracé figure 4.5 la force de friction pour un désaccord en fréquence fixe  $\delta = 3\Gamma/4$  identique en lumière isotrope et en lumière collimatée, en ajustant le paramètre de saturation pour que le module maximum de la force soit à peu près égal dans les deux cas. Nous mettons clairement en évidence l'élargissement de la condition de résonance pour la force Doppler en régime isotrope par l'élargissement du profil de la force.

**Augmentation de la vitesse pour laquelle la force de friction est maximum** Une troisième conséquence de l'auto-adaptation angulaire de la résonance apparaît à l'étude de la force de friction en régime isotrope. Je note  $v_M$  la classe de vitesse pour laquelle la force de friction est maximum. A un désaccord donné du laser, la vitesse  $v_M$  est plus grande en lumière isotrope qu'en lumière collimatée. Cela est due au déplacement du maximum de la force par la contribution de la fonction  $\arctan(2\Delta_{\pm})$ .

Ceci est vrai quel que soit le désaccord en fréquence. Nous avons tracé figure 4.6 la variation de la vitesse  $v_M$  en fonction du désaccord en fréquence des lasers pour les deux régimes de refroidissement. Les points ont été calculés pour des désaccords de  $-0, 1\Gamma$  à  $4\Gamma$ . La vitesse  $v_M$  est toujours supérieure dans le cas de la lumière isotrope. Le rapport des vitesses  $v_M$  est compris entre 1 et 1,5.

**Vitesse de capture** Pendant la phase de capture des atomes froids dans la cellule, la pression de radiation exercée sur les atomes se décline en deux régimes

---

<sup>1</sup>On rappelle que l'expression de la force Doppler en lumière collimatée est

$$F = \frac{\Gamma}{2} \hbar k s_0 (f_{D+} + f_{D-}), \text{ avec } f_{D\pm} = \frac{1}{1 + 4\Delta_{\pm}^2}$$

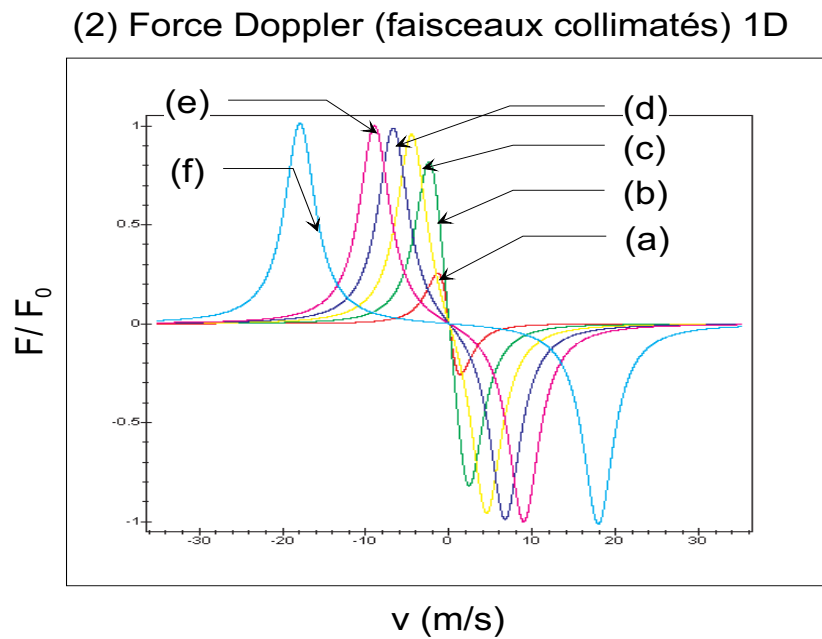
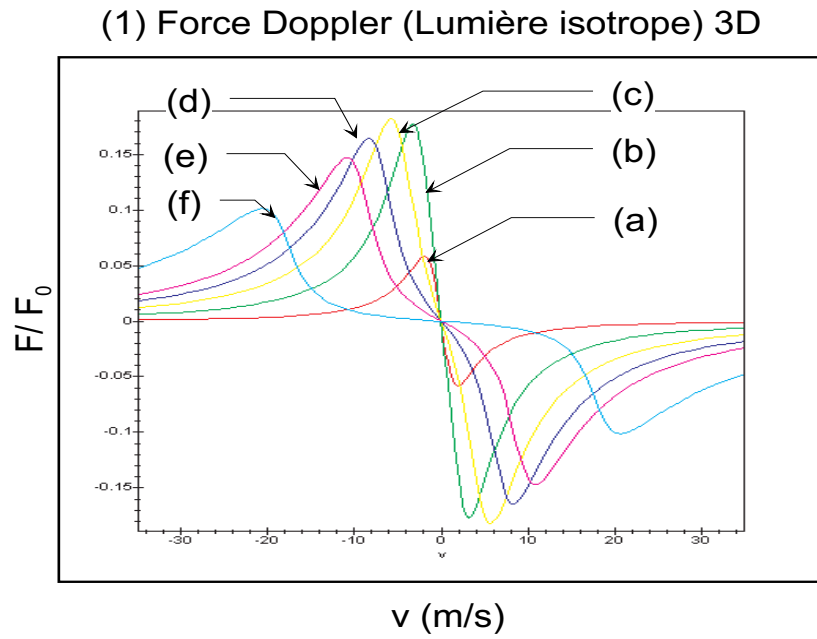


FIG. 4.4 – Pression de radiation en lumière isotrope (1) et en lumière collimatée (2) en fonction de la vitesse de l'atome en mouvement pour le même paramètre de saturation ( $S_{iso} \equiv s_0$ ). On a posé  $F_0 = (\Gamma/2)\hbar k$ . La force a été tracée successivement pour  $\delta = \Gamma/10$  (a),  $\Gamma/2$  (b),  $\Gamma$  (c),  $3\Gamma/2$  (d),  $2\Gamma$  (e) et  $4\Gamma$  (f) (voir texte).

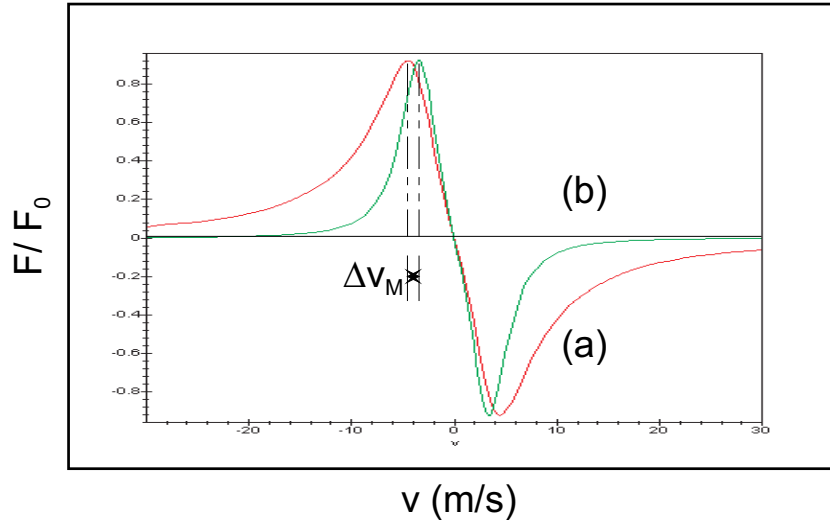


FIG. 4.5 – Comparaison de la vitesse  $v_M$  à faible saturation (a) en lumière isotrope et (b) en lumière collimatée, pour un même désaccord en fréquence  $\delta = -3\Gamma/4$ . La vitesse  $v_M$  est dans ce cas 1,3 fois plus élevée en lumière isotrope. Le paramètre de saturation des deux forces a été ajusté de façon à ce que les maximum des modules des deux forces soient à peu près égaux.

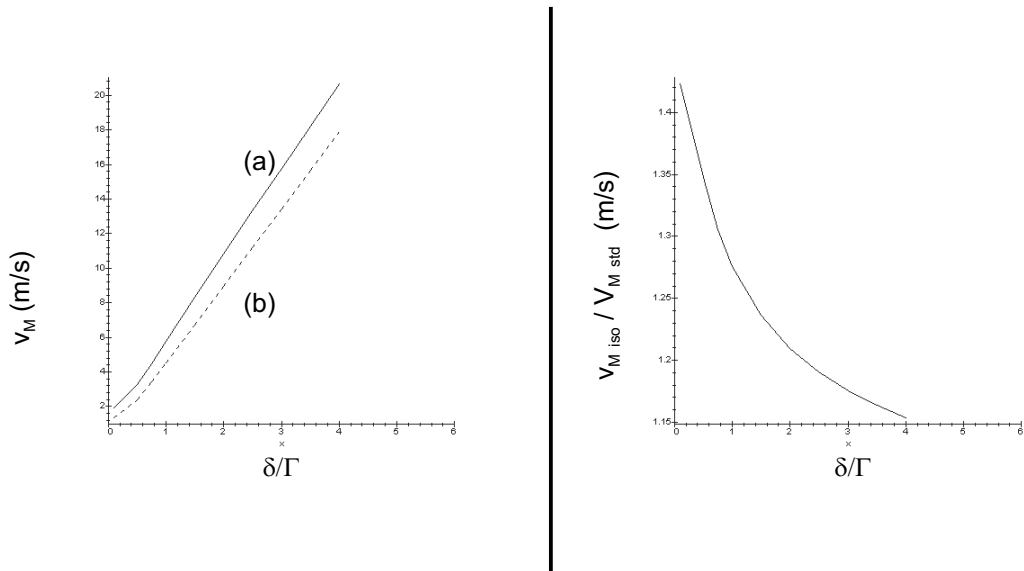


FIG. 4.6 – Comparaison des vitesses  $v_M$  à faible saturation en lumière isotrope (a) et en lumière collimatée (b), pour un désaccord en fréquence  $\delta$  compris entre  $-\Gamma/10$  et  $-4\Gamma$ . Pour les faibles désaccords,  $v_M$  tend vers 0 dans les deux cas, mais elle y tend plus rapidement en lumière collimatée qu'en lumière isotrope (on retrouve l'influence de la fonction arctan). Pour les grands désaccords, le rapport des vitesses  $v_M$  tend vers 1.

distincts, pour un atome de vitesse  $v_a > v_{lim}$  (régime isotrope) et pour  $v_a < v_{lim}$  (régime purement Doppler). Dans notre cas, on s'attend donc à ce que la vitesse de capture  $v_c$ , définie comme la classe de vitesse la plus élevée pouvant être arrêtée, est, à dimension de zone de capture égale, sensiblement comparable au cas d'une mélasse optique préparée par des faisceaux collimatés. Le fait d'utiliser une lumière isotrope aura pour influence d'obtenir le maximum d'atomes froids pour des désaccords en fréquence légèrement plus petits, à cause de l'élargissement du profil de la force et du déplacement du maximum de la force en fonction de la vitesse de l'atome, à un désaccord donné (élargissement de la condition de résonance).

Expérimentalement, on observe le nombre maximum d'atomes froids pour des désaccords compris typiquement entre  $-\Gamma$  et  $-2\Gamma$ , selon les configurations étudiées, inférieurs aux désaccords optimum rencontrés dans les mélasses optiques préparés en lumière collimatée où  $\delta_{opt} \sim -3\Gamma$ .

### 4.1.8 Température limite Doppler

La température finale dans le modèle Doppler du refroidissement radiatif est limitée par les fluctuations des forces radiatives (réchauffement des atomes par les photons de fluorescence émis à chaque cycle absorption-emission). La température limite est donnée comme le rapport du coefficient de friction  $\alpha$  sur le coefficient de diffusion  $D$  selon la formule (relation fluctuation-dissipation [82]) :

$$\frac{3}{2}k_B T = \frac{D}{2\alpha} \quad (4.29)$$

avec  $M_{Cs}$  la masse d'un atome de césium.

**Expression de  $\alpha$**  Le coefficient  $\alpha$  est défini par la relation :

$$F = M_{Cs} \frac{dv_a}{dt} = -M_{Cs} \alpha v_a \quad (4.30)$$

Il peut être calculé en faisant un développement limité en  $v$  de la force de friction. Ce calcul a été fait pour la phase de capture en régime isotrope en développant au premier ordre l'expression de la "force isotrope" données page 97 par E. Aucouturier [59]. Pour des faibles saturations ( $\tilde{s}_0 \ll 1$ ) on montre que :

$$\alpha = \frac{8}{3} \hbar k^2 \tilde{s}_0 \frac{\Delta}{[1 + 4\Delta^2]^2} \quad (4.31)$$

où on a posé  $\Delta = \delta/\Gamma$ . Le coefficient de friction est proportionnel au paramètre de saturation<sup>1</sup>. La figure 4.7 représente le coefficient de friction dans la limite des faibles vitesses ( $v < \text{qq. } m \cdot s^{-1}$ ) pour plusieurs valeurs du paramètre de saturation  $\tilde{s}_0$ .

---

<sup>1</sup>On peut tout aussi bien exprimer le coefficient de friction "intégré" en fonction du paramètre de saturation "intégré". Ca ne change qu'un facteur  $4\pi$ , qui apparaîtra de la même manière dans le coefficient de diffusion "intégré". La température Doppler sera la même dans les deux cas.



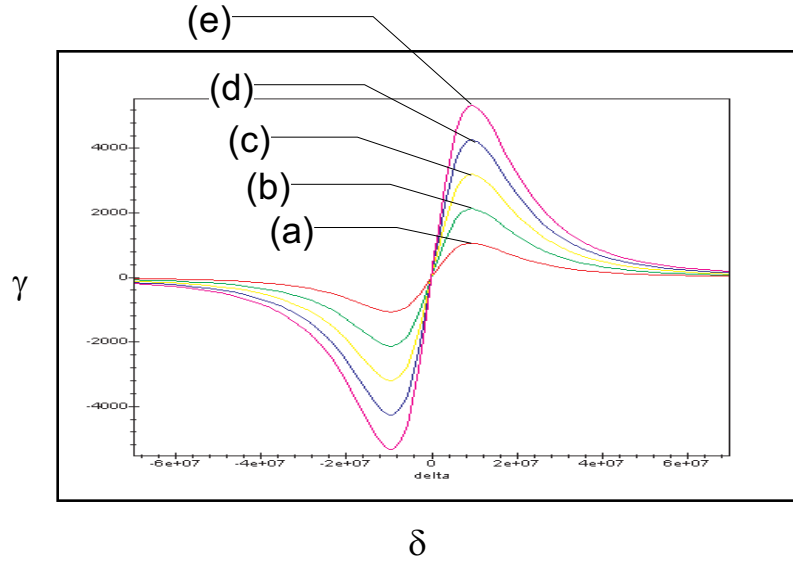


FIG. 4.7 – Coefficient de friction calculé selon un modèle Doppler, en fonction du paramètre de saturation isotrope. (a)  $\tilde{s}_0 = 0,19$ , (b)  $\tilde{s}_0 = 0,38$ , (c)  $\tilde{s}_0 = 0,57$ , (d)  $\tilde{s}_0 = 0,75$ , (e)  $\tilde{s}_0 = 0,95$ .

**Comparaison de l'expression des coefficients de friction en régime isotrope et Doppler** On a aboutit à une expression de  $\alpha$  dont la forme est égale à celle obtenue pour des faisceaux collimatés à 3D, à un facteur  $2/3$  près. Le maximum de la force de friction est obtenu pour  $\delta = -\Gamma/2$ , et l'expression de  $\alpha$  ne permet plus d'observer une différence entre la force isotrope intégrée et la force Doppler classique. Cela vient du fait que le développement limité a été calculé dans la limite des faibles vitesses. On a donc simplement montré que pour  $v_a < v_{lim}$ , la force de friction exercée sur les atomes est bien la même en lumière isotrope et en lumière collimatée, comme on l'avait déjà constaté sur les figures représentant la force Doppler.

**Expression de  $D$**  Le coefficient de diffusion dans le modèle Doppler est donné par[82] :

$$D = s_0 \frac{\Gamma}{2} \hbar^2 k^2 \frac{1}{1 + 4(\Delta)^2} \quad (4.32)$$

où  $s_0$  désigne le paramètre de saturation à résonance pour la lumière collimatée (cas usuel des mélasses optiques). Dans ce premier calcul, on néglige le recyclage des photons de fluorescence par la cellule ( $\tilde{s}_0 \equiv s_0$ ). On retrouve alors l'expression bien connue de la température limite Doppler [73] à partir des équations 4.29, 4.31, et 4.32 :

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{8k_B} \frac{1 + 4\Delta^2}{|\Delta|} \quad (4.33)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann. Cette fonction est minimale pour  $\delta = \Gamma/2$ , et vaut  $T = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \simeq 125\mu K$  pour le césium<sup>1</sup>.

**Coefficient de diffusion  $D_{iso}$  pour la lumière isotrope** Cependant, si les photons de refroidissement sont stockés par la cellule, il en est de même des photons de fluorescence (cf. equation 4.21). On doit donc absolument prendre en compte l'influence de la réflectivité de la cellule pour le calcul du coefficient de diffusion. Ceci a été fait dans la thèse d'E. Guillot [81, p.124]. On calcule le coefficient de diffusion en lumière isotrope comme la somme du coefficient de diffusion défini à l'équation 4.32 et d'un coefficient de diffusion  $\check{D}$  de fluorescence<sup>2</sup> :

$$\check{D} = \frac{\Gamma(\hbar k^2)}{2} \check{s}_0 \quad (4.34)$$

avec  $\check{s}_0 = \frac{\check{u}_{iso,nr}}{u_{sat}}$

et

$$D_{iso} = D + \check{D} = \frac{\Gamma(\hbar k)^2}{2} \left( \frac{\tilde{s}_0}{1 + 4\Delta^2} + \check{s}_0 \right) \quad (4.35)$$

On a exprimé D en fonction du paramètre de saturation par unité d'angle solide. On démontre que la température limite Doppler à faible saturation s'exprime alors comme [81] :

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{8k_B} \frac{1 + 4\Delta^2}{|\Delta|} \left[ 1 + \frac{\check{s}_0}{\tilde{s}_{iso}} (1 + 4\Delta^2) \right] \quad (4.36)$$

Lorsqu'on néglige la fluorescence "recyclée", on retrouve bien l'expression usuelle du coefficient de diffusion (equation 4.32). La température limite est minimale pour :

$$\left( \frac{\delta}{\Gamma} \right)^2 = \frac{\sqrt{16 \left[ \left( \frac{\check{s}_0}{\tilde{s}_0} \right)^2 + \frac{\check{s}_0}{\tilde{s}_0} \right] + 1} - \left( 2 \frac{\check{s}_0}{\tilde{s}_0} + 1 \right)}{24 \frac{\check{s}_0}{\tilde{s}_0}} \quad (4.37)$$

La figure 4.8 montre l'évolution de la température limite en fonction du désaccord en fréquence des lasers selon que l'on tienne compte ou non du stockage des photons de fluorescence par la cellule. Le tableau 4.1 donne la valeur de la température limite dans le cas où la cellule est fortement saturée par les photons de fluorescence ( $\check{s}_0 = \tilde{s}_0$ ) et dans le cas où la cellule est faiblement saturée ( $\check{s}_0 = \tilde{s}_0/10$ ).

<sup>1</sup>Il est remarquable que la température limite ne dépende pas de la longueur d'onde, de la masse de l'atome, ou de l'intensité des lasers (tant que le paramètre de saturation n'est pas trop grand). Cette relation est vraie dans la limite où  $\hbar\Gamma \gg \hbar^2 k^2 / M$ .

<sup>2</sup>on peut également définir le paramètre de saturation de fluorescence  $\check{s}_0$  directement en fonction de la densité d'énergie  $\check{s}_0 = \check{u}/u_{sat}$ , où  $\check{u}$  est la densité d'énergie de fluorescence dans la cellule.

$\check{s}_0/\tilde{s}_0$	$\delta$	$T_{lim} (\mu K)$
1	$0,34\Gamma$	335
1/10	$0,44\Gamma$	150

TAB. 4.1 – Température limite des atomes de césium en fonction de la saturation du milieu par les photons de fluorescence.

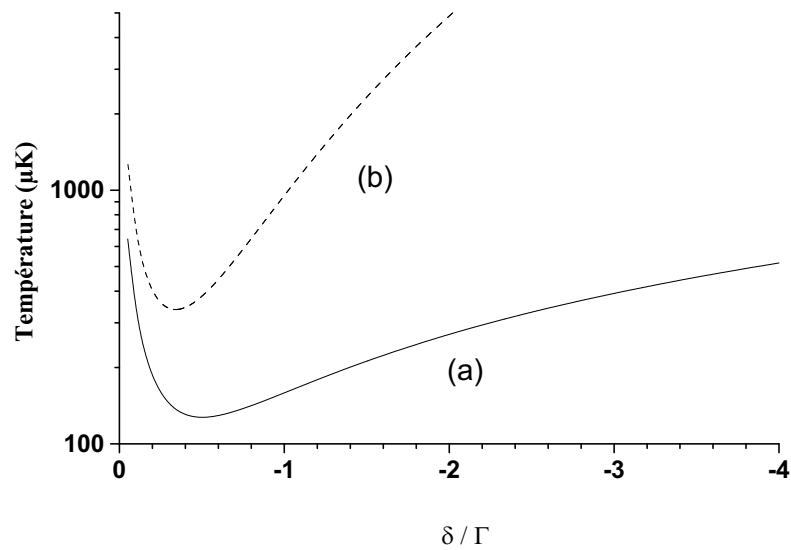


FIG. 4.8 – Température limite calculée selon un modèle Doppler. (a) on ne tient pas compte du recyclage de la lumière de fluorescence par la cellule. (b) en tenant compte et avec  $\check{s}_0 = \tilde{s}_0$  (cas d'une saturation totale de la cellule par la lumière de fluorescence, cas pessimiste).

### 4.1.9 Nombre d'atomes froids

Dans le cas du refroidissement en cellule, le processus de capture largement dominant est le processus Doppler "classique". Pour estimer le nombre d'atomes froids maximal dans la cellule, nous considérons ici un modèle Doppler utilisant de la lumière laser collimatée.

Le nombre d'atomes froids dans la mélasse résulte d'un équilibre entre le nombre d'atomes capturés et le nombre d'atomes perdus (par collisions, par diffusion, etc...). On note  $R_c = (dN/dt)_{\text{captures}}$ , le taux de capture d'atomes froids à partir de la vapeur, et  $\zeta$  le taux de pertes.

**Estimation de  $R_c$**  Nous cherchons dans ce paragraphe à obtenir une *estimation* du taux de capture Doppler en fonction de la taille de la cellule de refroidissement.

**Distribution des vitesses dans une vapeur** Dans une vapeur de césium de température  $T$ , le nombre d'atomes dont la vitesse est comprise entre  $v$  et  $v + dv$  est [84, Chap.III,p.352] :

$$dN(v) = n_{at} V_c \left( \frac{M_{Cs}}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{M_{Cs} v^2}{2k_B T}} dv \quad (4.38)$$

où  $n_{at}$  est la densité d'atomes chauds dans la cellule et  $V_c$  le volume de la cellule. Pour une zone de capture de géométrie sphérique de rayon  $r_0$ , le nombre d'atomes de la vapeur de vitesse comprise entre 0 et  $v_c$  est :

$$N(0, v_c) = \int_0^{v_c} \frac{16}{3} \pi^2 n_{at} r_0^3 \left( \frac{M_{Cs}}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{M_{Cs} v^2}{2k_B T}} dv \quad (4.39)$$

En pratique, la vitesse de capture est petite devant la vitesse la plus probable de la vapeur [84] :

$$u = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}} \quad (4.40)$$

Pour le Cs,  $u \simeq 190 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . En faisant un développement limité au premier ordre, on trouve :

$$N(0, v_c) = \frac{16}{3} \pi^2 n_{at} \frac{r_0^3 v_c^3}{u^3} \quad (4.41)$$

En considérant  $t_c = 2r_0/v_c$  la durée passée par un atome de vitesse  $v_c$  dans la zone de capture, on obtient la formule proposée par S. Chu [85] pour le taux de capture :

$$R_c = \frac{2}{9} \pi^2 n_{at} \frac{D_0^2 v_c^4}{u^3} \quad (4.42)$$

où  $D_0 = 2r_0$  désigne le diamètre de la zone de capture. La même référence indique que la distance d'arrêt (donnée par la taille de la zone de capture) est liée à la

vitesse de capture par :

$$D_0 = \frac{v_c^2}{2\gamma_{sc}v_{rec}} \quad (4.43)$$

avec  $\gamma_{sc} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\tilde{s}}{1 + \tilde{s}}$

où  $v_{rec}$  est la vitesse de recul ( $\simeq 3,52\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$  pour le Cs). En injectant la formule 4.43 dans l'équation 4.42, on obtient :

$$R_c = \frac{8}{9}\pi^2 n_{at} \frac{D_0^4 v_{rec}^2}{u^3} \left( \frac{\Gamma}{2} \frac{\tilde{s}}{1 + \tilde{s}} \right)^2 \quad (4.44)$$

Le taux de capture est une fonction de la saturation optique de la cellule  $\tilde{s}$ , du désaccord en fréquence  $\delta$ , de la densité d'atomes chauds, de la température de la vapeur et de la taille géométrique de la cellule qui limite le volume de la zone de capture. La taille de la cellule est un des paramètres auquel nous devons particulièrement faire attention pour la conception des cellules de refroidissement Horace. Le tableau 4.2 donne les valeurs numériques de  $R_c$  pour quelques tailles typiques des cellules que nous avons testées au laboratoire.

### Taux de pertes

**Collisions chaudes** On perd des atomes par collisions des atomes froids avec les atomes chauds de la vapeur.

$$\frac{dN}{dt}(t) = -\zeta_X N(t) \quad (4.45)$$

$\zeta_X$  est le taux de perte par collisions "chaudes". Il est donné par :

$$\zeta_X = n_{at} \sigma_c u \quad (4.46)$$

où  $\sigma_c$  est la section efficace de collision entre atomes chauds<sup>1</sup>. Elle vaut  $2 \cdot 10^{-13} \text{cm}^2$  pour le césium [86].

**Rethermalisation par diffusion** Il existe aussi le processus de pertes par la rethermalisation des atomes froids heurtant une paroi de la cellule. A cause des fluctuations de vitesse des atomes, le mouvement des atomes est une marche aléatoire 3D de pas de l'ordre de quelques  $\mu\text{m}$  [87]. Les fluctuations de vitesse s'écrivent :

$$\sigma_v = \frac{\sqrt{2Dt}}{M_{Cs}} \quad (4.47)$$

---

<sup>1</sup>Les collisions avec d'autres espèces atomiques interviennent de façon négligeable, puisque leur pression partielle est extrêmement faible (la pression dans l'enceinte à vide est maintenue à moins que  $10^{-7}$  Pa à l'aide d'une pompe ionique).

et le grossissement du nuage est [20] :

$$\delta\sigma_r = \int_0^t \sigma_v dt = \frac{2}{3} t^{3/2} \frac{\hbar k}{M_{Cs}} \sqrt{\frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}} \quad (4.48)$$

où  $\sigma_r$  est la demie-largeur à mi hauteur de la distribution d'atomes froids dans le nuage, supposée gaussienne. Le temps  $t_t$  au bout duquel un atome touche les parois de la cellule est le temps nécessaire pour que :

$$R - \int_{-R}^{+R} e^{-r^2/2\sigma_r^2} dr = \sigma_r \quad (4.49)$$

En utilisant les équations 4.48 et 4.49, et en posant  $\zeta_t = 1/t_t$  on obtient :

$$\zeta_t = \left( \frac{\hbar k}{M} \right)^{2/3} \left( \frac{\Gamma}{2} \frac{\tilde{s}}{1+\tilde{s}} \right)^{1/3} \left[ \frac{3}{2} \left( R - \int_{-R}^{+R} e^{-r^2/2\sigma_r^2} dr \right) \right]^{-2/3} \quad (4.50)$$

On trouve  $\zeta_t \sim 3 \cdot 10^{-3} s^{-1}$  pour une cellule de rayon typique de quelques cm (soit un temps caractéristique de l'ordre de quelques centaines de secondes). Le taux de pertes par diffusion est négligeable comparé aux pertes par collisions chaudes. Les pertes par collisions froides sont négligées pour la phase de capture (les atomes sont "pressés" mais pas piégés). En phase de capture, on a donc  $\zeta \simeq \zeta_X$ .

**Nombre d'atomes froids** On obtient l'évolution du nombre d'atomes froids en fonction du temps par intégration. On a :

$$N(t) = \frac{R_c}{\zeta} (1 - e^{-\zeta t}) \quad (4.51)$$

Cette équation décrit le temps de chargement de la mélasse. Quand  $t \rightarrow \infty$ , on atteint le nombre d'atomes froids maximum :  $N(t) = N_0 = R_c/\zeta$ . Le tableau 4.2 donne *une estimation* du nombre d'atomes froids dans la cellule optique en refroidissement isotrope pour quelques rayons typiques de cellules essayées au laboratoire. Les rayons des cellules correspondent aux situations expérimentales. Les dimensions de 21,5 mm et de 23,32 mm correspondent respectivement aux diamètres des cavités micro-onde résonantes cylindriques et sphériques. Les dimensions 17 mm et 24 mm correspondent respectivement aux diamètres des ballons de stockage en quartz autour desquels nous avons adapté des cellules de refroidissement de test. Le rayon de 10 mm correspond à un ballon de stockage en quartz pour une configuration de test expérimentée fin 2002<sup>1</sup>.

On s'aperçoit qu'on aura intérêt à concevoir des cellules pas trop petites, pour garantir un nombre d'atomes froids suffisant pour l'interrogation micro-onde. Le ballon de quartz que nous avons utilisé pour les tests de refroidissement en cellule peuvent limiter le nombre d'atomes froids s'ils limitent le volume de capture (rapport de  $D_0$  dans une configuration donnée au rayon de la cellule en quartz  $R$ ).

<sup>1</sup>surnommée Horace Junior à cause de sa petite taille

$R_{cell}(mm)$	10	17	21.5	23.32	24	40
$R_c(10^{10}at./s)$	0.03	0.26	0.76	0.93	1.0	8.1
$v_{capt}(m \cdot s^{-1})$	13	17	19.8	20.7	21.0	27
$\zeta_t(10^{-3}s^{-1})$	5	3.6	3.1	3	2.9	2.3
$N_{atf}(10^9at.)$	0.16	1.3	3.5	4.8	5.4	42
$R_c(10^{10}at./s)$	0.01	0.1	0.3	0.4	0.5	3.6
$v_{capt}(m \cdot s^{-1})$	9.5	12.5	14	14.6	14.8	19.2
$N_{atf}(10^9at.)$	0.07	0.6	1.5	2.1	2.4	18.6

TAB. 4.2 – *Ordre de grandeurs* du nombre d'atomes froids, dans le cas d'une cellule sphérique. Les calculs ont été faits avec  $T = 298K$ ,  $n_{at} = 5 \cdot 10^8 \text{ at} \cdot \text{cm}^3$  ( $\zeta_X = 1, 9s^{-1}$ ),  $u = 193 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\sigma_R = 2mm$ ,  $D_0 = R_{cell}/2$ . Première série :  $\tilde{s} = 1$ , Deuxième série :  $\tilde{s} = 0, 5$ .

On constate également que le paramètre de saturation  $\tilde{s}$  est critique. On rappelle que ce dernier dépend du rapport de la puissance lumineuse injectée au volume de la cellule. Plus la cellule est grande, et plus on aura besoin de puissance pour refroidir le nombre maximum d'atomes froids, tous les autres paramètres étant égaux par ailleurs.

**Attention !** Le sens de ce calcul est de fixer un ordre de grandeur du nombre maximum d'atomes froids (ou plus exactement capturés) en fonction du rayon de la cellule et de la saturation. Le nombre d'atomes froids calculé dépend sensiblement des paramètres  $\sigma_r$ ,  $\tilde{s}_0$ , et évidemment du volume de la zone de capture.

## 4.2 Importance du coefficient de réflectance

Ce sont les processus Doppler qui dominent le nombre d'atomes froids capturés dans la cellule. Or le phénomène de pression de radiation est extrêmement sensible au gradient d'intensité (cf. sensibilité à l'équilibrage de l'intensité des faisceaux lasers dans les mélasses optiques). De ce fait, l'isotropie du champ laser et l'homogénéité de l'intensité du champ laser  $I_{Liso}(t, \vec{r}, \delta)$  dans la cellule jouent un rôle déterminant dans la réussite de l'expérience. Le coefficient de réflectance  $R$  en particulier influe sensiblement les performances du refroidissement en cellule : la réflectivité et la nature du matériau modifient les propriétés d'isotropie du champ laser dans la cellule, et modifient le volume de capture. Les paramètres de saturation  $\tilde{s}$  et  $\tilde{s}_0$  de la cellule sont aussi dépendants, dans une certaine mesure, de la réflectivité de la cellule<sup>1</sup>. Nous présentons dans cette section une étude préliminaire de la figure de mérite des cellules Horace, en l'absence d'atomes.

Nous définissons la réflectance  $R$  comme la somme des carrés des coefficients en amplitude de réflexion  $r_r$  et de diffusion  $r_D$  :  $R = |r_r|^2 + |r_D|^2$ .

<sup>1</sup>Après quelques cycles de pompage optique, c'est l'absorption par les atomes (chauds et froids) qui domine la saturation de la cellule.

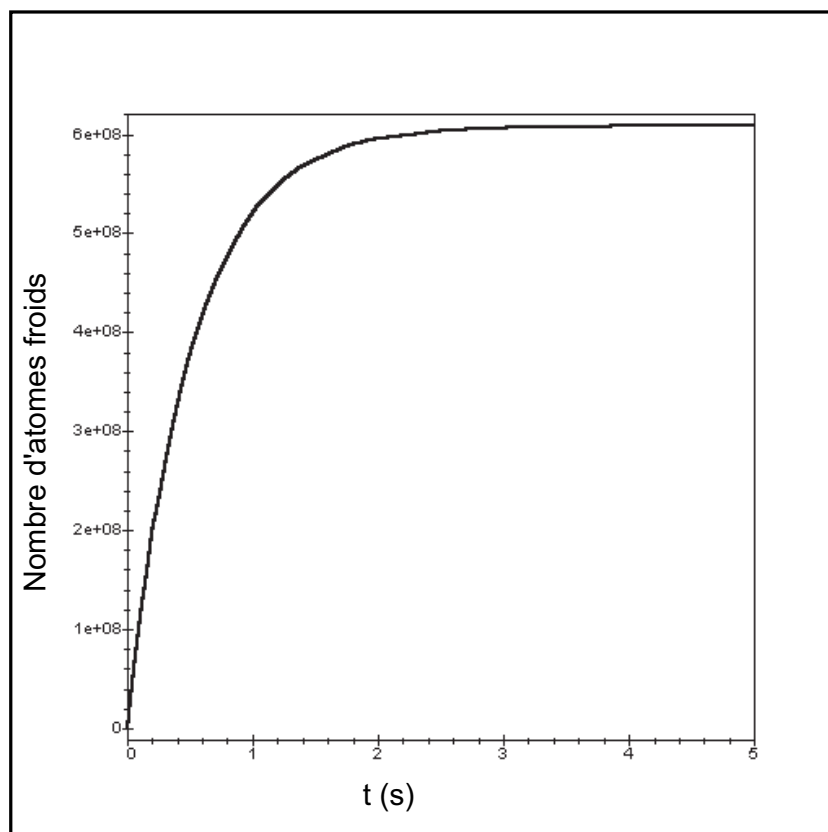


FIG. 4.9 – Temps de chargement estimé à partir d'un modèle Doppler, pour la cellule de 17 mm de rayon (mêmes paramètres qu'au tableau 4.2).



Le coefficient de réflectance, qui inclut la nature plus ou moins diffuse ou réfléchive de la cellule, intervient de façon plus subtile sur les propriétés de refroidissement en lumière isotrope. Le champ laser construit dans la cavité dépend de la loi de réflexion des photons, que nous considérerons comme lambertienne ou spéculaire.

Pour une loi lambertienne (cas d'un matériau diffusant comme le Spectralon), les photons sont émis avec une loi de probabilité telle que :

$$p(\alpha) = \cos(\alpha) \tag{4.52}$$

Pour une loi de réflexion spéculaire, le centre de la cellule ne constitue pas en soi un lieu privilégié. Les lieux de trajectoire les plus probables sont fonction de la géométrie de la cellule, de ses dimensions, et de la direction des faisceaux lasers incidents.

### 4.2.1 Rugosité de la surface

Le coefficient de réflectance d'une surface dépend de la rugosité de cette surface. Nous rappelons ci-dessous les liens entre la rugosité d'une surface, le coefficient de diffusion et le coefficient de réflexion.

Nous définissons  $R$  la réflectance,  $T$  le coefficient de transmission, et  $A$  le coefficient d'absorption. Pour les matériaux et les épaisseurs de matière que nous utilisons pour construire la cellule, c'est-à-dire essentiellement des métaux et un matériau hautement diffusant nommé Spectralon [88], le coefficient de transmission est pratiquement égal à 0. On le négligera donc par la suite. En revanche, la réflectance d'une surface "réfléchissante", et en particulier sa décomposition en un coefficient de diffusion et en un coefficient de réflexion, est liée à la rugosité de la surface [89].

Nous avons mesuré le coefficient de réflectance pour plusieurs échantillons de cuivre de même nature (cuivre OFHC utilisé pour les cavités micro-onde), mais dont l'état de surface était différent (Tableau 4.3). Le cuivre oxydé réfléchit peu. La différence de réflectance mesurée pour les 3 autres échantillons est uniquement due à la différence d'état de surface de l'échantillon. Le taux d'absorption peut augmenter de 4% à 35% en fonction de l'état de surface! Le coefficient de réflectance théorique<sup>1</sup> de 0,9846 n'a pas été mesuré expérimentalement avec notre dispositif, même avec un échantillon poli optiquement.

---

<sup>1</sup>Le coefficient de réflectance théorique est calculé comme  $R = rr^*$ , avec  $r = (1 - n)/(1 + n)$ , où  $n$  est l'indice complexe du matériau étudié. Pour le cuivre, nous avons fait le calcul avec  $n_r = 0,12$ , et  $n_i = 5,47$ .

Matériau : Cuivre	Oxydé	Usiné (Grossier → fin)	Traité Mirror	Poli optique
Rugosité	/	qq. 0.1 mm → 1 μm 100λ → λ	qq 0.01 mm → 1 μm 100λ → λ	60 nm λ/14
Réflectance	0.4	0.65 → 0.9	0.84 → 0.94	0.96

TAB. 4.3 – Coefficient de réflectance mesuré en fonction de la rugosité mesurée d’une surface métallique. La mesure de la rugosité a été faite avec un microscope électronique à balayage, à l’I.E.F. (Orsay).

Les tests de refroidissement en cellule avec une cavité en cuivre non polie n’a effectivement pas donné d’atome froid. Pour nos expériences de refroidissement en cellule, nous concluons qu’il faut utiliser soit du cuivre OFHC poli au niveau optique, soit le Spectralon, dont la réflectance est garantie par le constructeur supérieure à 99%. Nous avons mesuré la réflectance du Spectralon jusqu’à 99,5% à la longueur d’onde de nos lasers de refroidissement.

### 4.2.2 Réflectance effective de la cavité

**Pertes par les trous de la cellule** La réflectance qu’on peut mesurer à partir d’échantillons préparés comme on a fait au tableau 4.3 ne donne pas encore le paramètre dont on a besoin pour apprécier la qualité optique de la cellule. En effet, on est obligé de pratiquer des trous dans la cellule : pour laisser passer les atomes, pour assurer un niveau de vide satisfaisant les besoins du refroidissement radiatif, pour amener la lumière laser, etc... A chacun de ces trous est associée une réflectance nulle. Nous avons donc défini un coefficient de réflectance effective, prenant en compte les pertes liées aux trous de la cellule, et même éventuellement le cas de cellule composée de plusieurs matériaux. Nous le définissons très simplement comme la somme pondérée des réflectances des différents matériaux en rapport de leur surface par rapport à la surface totale de la cellule :

$$R^* = \sum_i \frac{R_i S_i}{S_{tot}} \quad (4.53)$$

**Nota Bene** La réflectance effective ne prend pas en compte le lieu des trous dans la cellule. Si la densité de probabilité qu’un photon interagisse avec les parois de la cellule n’est pas constante sur les parois de la cellule (comme nous allons le montrer par la suite), la formule ci-dessus de la réflectance effective devra être adaptée pour tenir compte de cet effet en ajoutant une pondération supplémentaire par la densité de probabilité qu’une réflexion ait lieu à un endroit donné de la cellule.

Nous pouvons alors recalculer la figure de mérite  $M$  de la cellule avec cette nouvelle définition de la réflectance.

	$R$	$M$
Cuivre poli	0.96	24
Spectralon	0.99	99

	$R^*$	$M^*$
Cuivre poli (1)	0.94	14.4
Cuivre poli (2)	0.948	18.1
Spectralon (1)	0.96	27.08
Spectralon (2)	0.977	42.8

TAB. 4.4 – Figure de mérite d’une cellule cylindrique en fonction des pertes. Le cas (1) correspond au cas non optimisé : Deux trous de 10 mm de diamètre pour le passage des atomes, et un trou de 9 mm de diamètre pour le couplage micro-onde. Le cas (2) correspond au cas optimisé : Deux trous de 8 mm de diamètre pour le passage des atomes, et une fente de 1x9 mm de long pour le couplage micro-onde. Les dimensions du cylindre ont été choisies pour que la cellule puisse résonner à  $9,2\dots GHz$ .

Les tableaux 4.4, et 4.5 donnent les valeurs que nous avons calculées pour les coefficients  $R^*$  et  $M$  pour deux géométries qui nous intéressent particulièrement, le cylindre et la sphère. Le coefficient de réflectance effective est calculé pour une cellule où la taille des trous n’a pas été optimisée et pour une cellule où on a cherché à réduire la surface des trous de passage des atomes et le trou pour le couplage du champ micro-onde (la cellule est également la cavité micro-onde d’interrogation dans HORACE). On s’aperçoit que le type de couplage micro-onde modifie sensiblement la qualité optique de la cellule. La surface d’un iris de couplage de 9 mm de diamètre est de  $63mm^2$ , alors que celui d’une fente de couplage de 9x1 mm est de  $9mm^2$ . Les trous de passage des atomes contribuent significativement à la dégradation de la figure de mérite de la cellule : la figure de mérite est réduite de 11% en passant de trous de passage de 8 mm de diamètre à des trous de 10 mm de diamètre. De cette analyse encore assez grossière, on obtient malgré tout deux informations importantes pour la conception des cavités micro-onde (cellules) Horace : on aura d’une part intérêt à coupler le champ micro-onde par des fentes de couplage, et d’autre part à optimiser les méthodes de chargement en césium de la cellule ainsi que le pompage de l’enceinte à vide pour pouvoir minimiser la taille des trous de passage. cela nous permettra d’améliorer à la fois la figure de mérite de la cellule et le facteur de surtension de la cavité micro-onde.

**Trous pour les fibres optiques** La surface des trous de fibre modifie également la figure de mérite de la cavité. Entre des trous de fibre de 1 mm de diamètre et des trous de 0.5 mm de diamètre, la figure de mérite est diminuée de 2% (en supposant 4 trous de fibres dans la cellule). En revanche, la figure de mérite est diminuée de 0,3% lorsqu’on ajoute deux trous de fibres de 0,5 mm de plus à la cellule. Les trous de fibres participent aux pertes optiques de la cellule,

Sans perte	$R$	$M$
Cuivre poli	0.96	24
Spectralon	0.99	99

Avec pertes	$R^*$	$M^*$
Cuivre poli (1)	0.90	8.9
Cuivre poli (2)	0.952	19.6
Spectralon (1)	0.93	12.7
Spectralon (2)	0.981	52.5

TAB. 4.5 – Figure de mérite d’une cellule sphérique en fonction des pertes. Le cas (1) correspond au cas non optimisé : Deux trous de 10 mm de diamètre pour le passage des atomes, et un trou de 9 mm de diamètre pour le couplage micro-onde. Le cas (2) correspond au cas optimisé : Deux trous de 8 mm de diamètre pour le passage des atomes, et une fente de 1x9 mm de long pour le couplage micro-onde. Le rayon de la sphère a été choisi de sorte que la cellule puisse résonner à 9,192...GHz. L’influence des pertes est plus marquée car la surface intérieure de la sphère résonante est plus petite que celui du cylindre résonnant à la fréquence d’horloge.

mais leur nombre importe peu tant que ce nombre reste de l’ordre de quelques unités et que le diamètre des trous de fibre est petit devant 1 mm.

### 4.2.3 Proposition d’un dépôt d’Argent

Nous avons vu que les performances du refroidissement en lumière isotrope dépendaient fortement de la réflectance du matériau. Nous avons évoqué jusqu’à présent deux matériaux pour construire les cellules de refroidissement, le cuivre (poli) et le Spectralon. Le cuivre s’est imposé presque naturellement puisque c’est un matériau bien connu des métrologues du temps-fréquence, qui construisent le plus souvent leurs cavités micro-onde en cuivre OFHC (cf. Chapitre 2 et annexe A). Le Spectralon a fait partie des premiers éléments de l’étude, car il était déjà employé par M. W. Ketterle dans les premières expériences sur le refroidissement isotrope à 2D [57] et à 3D [90]. Nous avons déjà mentionné par ailleurs les excellentes qualités du Spectralon pour le refroidissement en lumière isotrope.

Malheureusement, aucun de ces deux matériaux ne nous convient parfaitement. Le cuivre a pour inconvénient un coefficient de réflectance un peu faible (0,96 contre 0,99 pour le Spectralon), qui le désavantage pour le refroidissement en lumière isotrope [81, Chap. 7]. Le Spectralon est un matériau encore mal connu du point de vue métrologique. Nous avons déjà montré [81] que le Spectralon présentait quelques difficultés pour la réalisation d’une cavité chargée d’un diélectrique comme le Spectralon. La permittivité relative élevée ( $\epsilon_r = 1,72$ ) impose un volume de résonateur micro-onde réduit, ce qui limite la vitesse de capture des atomes chauds à de faibles valeurs. La nature synthétique du Spectra-

	Réfléchissant		Diffusant
	Cuivre	Argent	Spectralon
$R$	0,96	0,987	0,99
$R^*$	0,952	0,979	0,982
$M^*$	19,6	46,5	54,3
$\bar{N}$ (sans atomes)	20,9	47,5	55,3

TAB. 4.6 – Comparaison des caractéristiques de 3 matériaux pour la cellule optique.  $R$  est la réflectance du matériau,  $R^*$  est la réflectance effective du matériau prenant en compte les pertes par les trous,  $M$  est la figure de mérite de la cellule intervenant dans le paramètre de saturation du milieu, et  $\bar{N}$  le nombre moyen de rebond d'un photon sur les parois de la cellule. Ces valeurs ont été calculées pour une cellule sphérique, avec 6 entrées pour fibres optiques, 2 fentes de couplage micro-ondes, et des trous de 8 mm de diamètre pour l'alimentation de césium et le pompage de l'enceinte.

lon et les tests thermiques<sup>1</sup> et chimiques<sup>2</sup> que nous avons réalisés sur celui-ci ne sont pas encourageants pour la réalisation d'une cavité micro-onde d'une horloge atomique, même s'ils ne sont pas insolubles.

Nous avons alors inclu dans notre étude pour Horace un troisième matériau : l'argent. A  $852nm$ , il offre un coefficient de réflectance de 0,987, et une conductivité électrique légèrement plus forte ( $6,3 \cdot 10^7 S.m$  pour l'Argent contre  $5,8 \cdot 10^7 S.m$  pour le cuivre), favorable pour le facteur de surtension de la cavité micro-onde. Cependant, l'argent interagit fortement avec le césium, et il devra être protégé des interactions avec le césium (voir chapitre 5, partie 5.5). Le tableau 4.6 regroupe les caractéristiques essentielles des trois matériaux que nous avons étudiés dans le cadre du projet Horace. Les résultats présentés ont été calculés pour une cavité sphérique à 6 fibres optiques, 2 fentes de couplage micro-ondes, et des trous de 8 mm de diamètre pour l'alimentation de césium et le pompage de l'enceinte.

### 4.3 Temps de vie du photon et libre parcours moyen

Pour déterminer le temps de vie du photon dans la cellule, il nous faut encore calculer le libre parcours moyen  $\bar{\lambda}$ . Le calcul du libre parcours moyen est un calcul

<sup>1</sup>L'étude avait porté sur des variations de températures relativement élevées (de  $25^\circ C$  jusqu'à  $100^\circ C$ ) d'une cavité d'essai, faite d'un cylindre de cuivre chargé par un cylindre de Spectralon. On avait constaté des déformations irréversibles du tube de Spectralon sous l'action de la chaleur. La fréquence de résonance de l'ensemble (cuivre+Spectralon) était alors modifiée [81, p.76]. Le comportement du Spectralon pour des variations faibles de la température n'a pas encore été mesuré.

<sup>2</sup>Un échantillon de Spectralon a été placé sous l'action d'un jet collimaté de césium ( $\Phi = 3 \cdot 10^{10} at \cdot s^{-1}$ ). On a constaté une altération du coefficient de réflectance après un mois d'exposition, qui a été réduit de 0,99 à 0,805 [81, p.85].

qui peut se révéler complexe à 3D, surtout si on veut pouvoir tenir compte des trous de la cellule.

Pour calculer le libre parcours moyen et la réflectance effective des cellules testées pour le refroidissement isotrope, nous avons réalisé une simulation informatique. Nous avons étudié à l'aide de la simulation de nombreuses configurations de cellule pour optimiser le refroidissement isotrope en cellule en déterminant le libre parcours moyen et le nombre moyen de rebonds. L'objet de la simulation est également d'obtenir un diagramme du champ laser dans la cellule pour rechercher une éventuelle anisotropie du champ laser susceptible d'expliquer les temps de vol à deux pics que nous avons obtenu dans certaines configurations.

## 4.4 Les configurations étudiées pour HORACE

A partir de ces raisonnements et des résultats des expériences précédentes[81], nous avons imaginé un grand nombre de configurations de cellules pour optimiser le nombre d'atomes froids dans la cellule Horace. Nous avons en effet étudié les propriétés du champ laser en changeant les paramètres suivants de nos cellules :

- le type de couplage du champ micro-onde (par un iris ou par une fente),
- le diamètre des trous de cut-off,
- le type de fibre,
- le nombre et la disposition des fibres,
- le matériau : cuivre, argent, ou spectralon,
- la géométrie de la cellule : cylindrique ou sphérique.

Parmi ces paramètres, les 4 premiers n'entraînent pas nécessairement de modifications profondes du projet. En revanche, la modification de la forme de la cellule et du matériau peuvent amener à des refontes profondes du projet, mais doivent être malgré tout considérées. Par exemple, dans l'option d'un cylindre diffusant (en spectralon), on a montré qu'on doit, pour conserver les propriétés du spectralon, le protéger du césium par un tube de quartz. Les dimensions de la cellule, qui est aussi une cavité micro-onde, doivent alors être recalculées de façon à ce que la *cavité* soit résonante à la fréquence d'horloge<sup>1</sup> une fois chargée des deux diélectriques que sont le quartz et le spectralon. Je citerai également comme exemple le cas d'une *cellule* sphérique en cuivre qui nous a ainsi amené à étudier et à tester la possibilité d'une *cavité* sphérique résonante à la fréquence d'horloge (voir chapitre 6).

Les 3 premiers éléments de la liste ci-dessus sont d'une importance moindre en terme de conséquences sur la construction du champ laser dans la cellule Horace. En revanche, le nombre et la disposition des fibres modifient de façon très

---

<sup>1</sup>Le calcul des dimensions d'une cavité résonante chargée de tubes concentriques de diélectriques ont été réalisés par E. Guillot et P. Boudartchouk [81].

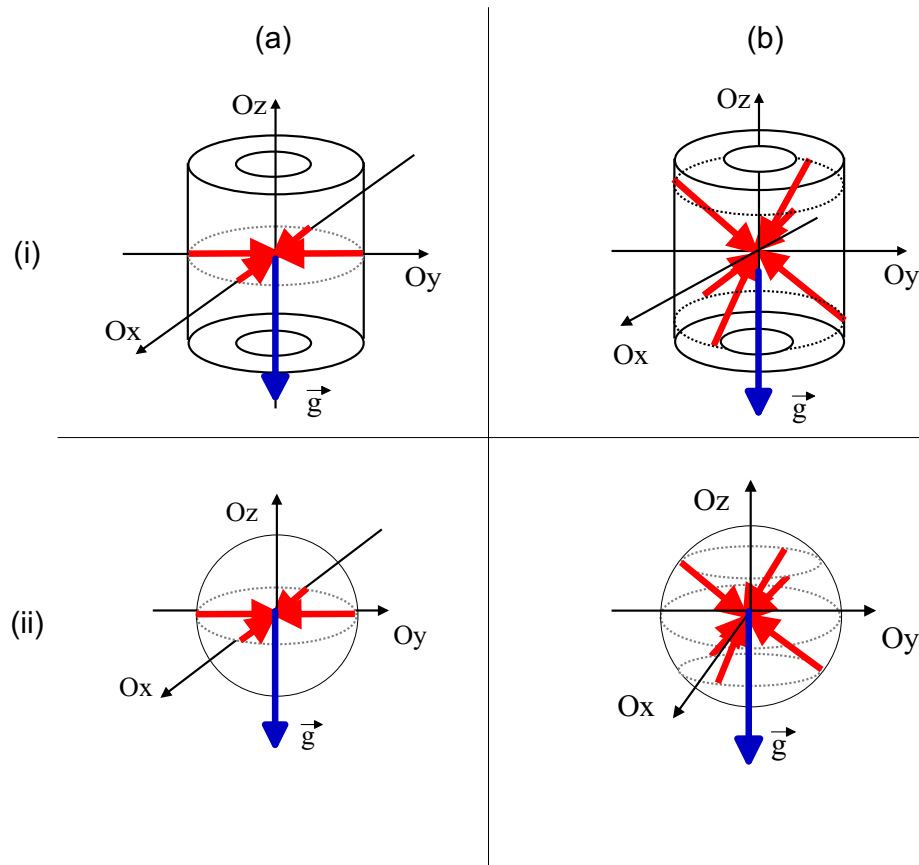


FIG. 4.10 – Schéma des configurations testées du refroidissement isotrope en cellule. (i) Cylindre  $d=h$  43 mm x 43 mm (ii) Sphère de diamètre =46,6 mm (a) Configuration à 4 fibres dans le plan médian (b) configuration à 6 fibres disposées selon un trièdre droit. On a étudié ces 4 configurations pour 3 matériaux : le cuivre, l'argent, le spectralon. Les dimensions correspondent aux dimensions d'une cavité résonante en cuivre, de forme cylindrique et sphérique, pour un mode  $TE_{011}$ , non chargée par un diélectrique.

sensible les propriétés du champ laser dans la cellule. Nous avons donc déclinés l'étude de façon systématique pour une configuration à 4 fibres dans le plan médian et pour une configuration à 6 fibres selon un trièdre (voir figure 4.10) et ce pour chaque combinaison de géométrie + matériau. Dans chacun de ces cas, nous avons cherché à déterminer la réflectance effective, le libre parcours moyen, le diagramme en énergie et le diagramme en impulsion du champ laser, pour arriver à déterminer un critère d'appréciation de la qualité de la cellule Horace en terme d'isotropie et de densité d'énergie stockée.

## 4.5 Simulation informatique du champ laser intra-cavité

Cette simulation informatique est dans sa plus large part le fruit du travail de Christelle Guillemot, qui a consacré une grande partie de son travail de thèse à cette programmation. Elle a ensuite été améliorée et complétée pour répondre aux diverses questions qui se présentaient en manip tant sur le projet CHARLI (Concept d'Horloge Atomique à Refroidissement d'atomes en Lumière Isotrope) que sur le projet HORACE, par Ch. Guillemot, E. Guillot et moi-même. Ma part de travail aura surtout été celle d'un utilisateur, et je tiens ici à remercier Christelle pour son apport considérable sur le projet Horace avec cette simulation.

### 4.5.1 Principe du calcul

Le principe du calcul repose sur les lois de l'optique géométrique. La simulation ne prend pas en compte ni l'absorption et la diffusion par les atomes, ni les effets de polarisation et d'interférence.

Le principe du calcul est le suivant : on tire au hasard une des  $N$  sorties de fibre et une direction incidente dans une distribution donnée (gaussienne ou lambertienne) pour un photon. On calcule selon les lois de l'optique géométrique la trajectoire à 2D ou à 3D de ce photon dans la cellule.

**Calcul des trajectoires** Le calcul des trajectoires est réalisé de façon vectorielle. A partir d'un point source (la position d'une fibre) et d'une direction pour le photon, on calcule le lieu d'impact de ce photon dans la cellule. On procède ensuite au choix suivant : ou le photon est absorbé, ou le photon est ré-émis. La probabilité d'absorption dépend du coefficient de réflectance entré en paramètre dans la simulation. Si le photon est ré-émis, on incrémente de 1 la variable "nombre de rebonds". La direction du photon ré-émis dépend de la nature du matériau. Si le matériau est purement réfléchissant, l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence par rapport à la normale de la surface. Si le matériau est diffusant, la direction est choisie au hasard avec une loi de distribution lambertienne. On peut donner un pourcentage de dépolissage de la surface de 0 jusqu'à 100 %, mais on ne prend en compte aucune absorption supplémentaire avec cette option du calcul (on peut cependant prendre compte cet effet en diminuant "à la main" la réflectance de la cellule). Le photon ré-émis par la surface a pour point source le lieu de l'impact, et on calcule à nouveau le lieu d'impact dans la cellule en fonction de la direction du photon ré-émis.

Le photon va finir soit par se faire absorber soit par s'échapper de la cellule par ses trous. Pour chaque photon, on mémorise la longueur de sa trajectoire, le nombre de rebond(s), et le lieu où le photon a été perdu. On tire un grand nombre de photons et on calcule la statistique en normalisant sur le nombre de photons tirés. On calcule ainsi le taux de pertes par trou (pour les différents trous



de la cellule), mais surtout le libre parcours moyen, le temps de vie dans la cavité et le nombre moyen de rebonds. On peut donc remonter à la réflectance effective de la cavité, à la figure de mérite  $M$ , et à la saturation de la cellule, en tenant compte cette fois du lieu des trous, de la position des fibres dans la cellule, et de l'ouverture numérique des fibres optiques.

La durée du calcul dépend de la finesse du maillage du volume et du nombre de photons tirés. Pour 100000 photons et un maille de 1 mm, avec un ordinateur PC de bureau, la durée du calcul est de l'ordre de quelques dizaine de minutes à 1 heure.

### 4.5.2 Fonctions de la simulation

**Diagrammes en énergie** Pour obtenir un diagramme en énergie, on procède à un maillage du volume de la cellule en cases cubiques. La finesse du maillage est paramétrable. Lorsqu'on calcule les lieux d'impacts des photons, on calcule les cases par lesquelles le photon est passé. On incrémente de 1 les cases du tableau de données correspondant. A la fin du tirage des photons, on choisit un plan de coupe, et la simulation affiche selon un codage couleur une "image" des lieux de passage des rayons laser dans la cellule. On peut choisir différents codages : en 2 couleurs, en 3 couleurs, en noir et blanc, et ce sur des échelles logarithmiques ou linéaires.

**Diagrammes en vecteurs d'onde** Le principe est à peu près le même pour obtenir le diagramme des vecteurs d'onde, quoique un peu plus complexe. On procède au même maillage du volume de la cellule. En plus on partage l'angle solide en 32 secteurs. On calcule à partir des coordonnées du vecteur directeur du photon à quel secteur il appartient. On attribue à toutes les cases traversées l'information de la direction calculée. A chaque nouveau photon, on fait la somme des vecteurs. On obtient, pour chaque case un vecteur résultant. Les diagrammes obtenus ne sont donc pas des diagrammes de gradient d'intensité, mais bien un diagramme de la direction "moyenne" des photons ayant traversé une case. Ces diagrammes sont donc des diagrammes du flux d'énergie électromagnétique dans la cellule. A la fin du tirage des photons, on choisit un plan de coupe de la même façon que pour l'énergie. La simulation affiche une nouvelle image de la cellule en représentant par des petites flèches la direction du vecteur résultant de chaque case. La norme du vecteur résultant est représenté avec un codage soit en longueur, soit en épaisseur. La représentation est linéaire avec la norme du vecteur.

**Statistiques** La simulation permet enfin de placer un détecteur de dimension paramétrable sur une paroi de la cellule. C'est un détecteur purement fictif qui compte les impacts de photons sur sa surface sans altérer le temps de vie du photon dans la cellule (mesure non destructive!). On peut procéder à une boucle de calcul pour balayer la position du détecteur le long des parois de la cellule. On calcule ainsi la probabilité d'impact sur les parois en fonction de la position.

La contrainte de résonance micro-onde pour le projet Horace impose souvent de changer plusieurs paramètres à la fois, ce qui rend difficilement comparables les résultats de tests. Afin de présenter de façon la plus intelligible et la plus claire possible l'impact séparé de l'ensemble de ces paramètres, j'ai aussi choisi l'option de présenter dans un premier temps les résultats obtenus avec la simulation pour des cellules qui n'ont pas été nécessairement testées expérimentalement. Dans un deuxième temps, je présente les caractéristiques déterminées par la simulation des cellules effectivement réalisées.

## 4.6 Résultats : Etude de l'énergie stockée dans la cellule HORACE

Nous allons déterminer la réflectance effective de nos cellules en élargissant à chaque étape le nombre de choix. On comparera systématiquement la configuration à 4 fibres dans le plan et la configuration à 6 fibres selon un trièdre. Nous commençons par nous placer dans le cas d'un cylindre. Ses dimensions sont de 43 mm de diamètre par 43 mm de hauteur. Nous avons effectué le premier test avec des trous de cut-off de 10 mm de diamètre.

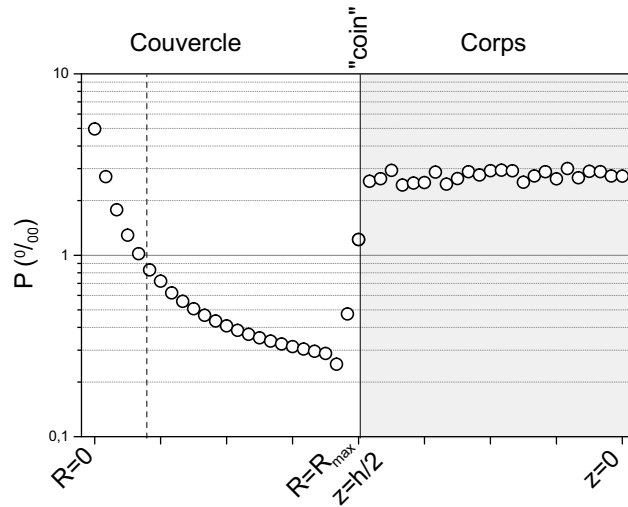
### 4.6.1 Position des fibres

En utilisant la fonction de balayage d'un détecteur le long des parois de nos cellules, nous avons pu déterminer la loi de probabilité d'impact d'un photon sur une paroi de la cellule. La figure 4.11 montre le résultat de la simulation pour une configuration à 4 fibres et pour une configuration à 6 fibres. On constate une modification notable de la loi de probabilité en fonction de la configuration des fibres. On constate notamment que pour la configuration à 4 fibres, la probabilité d'impact sur les extrémités du couvercle est faible. La probabilité d'impact, à peu près constante sur le corps du cylindre, chute brutalement et remonte progressivement jusqu'au centre du couvercle. Ce résultat n'est pas si surprenant en considérant que l'ouverture numérique des fibres disposées dans le plan médian du cylindre (condition des petits angles).

Dans la configuration à 6 fibres, il n'y a pas de rupture brutale de la loi de probabilité, excepté au voisinage immédiat du "coin" entre le couvercle et le corps de la cavité cylindrique. Dans les deux cas, la probabilité d'impact au centre du couvercle est de l'ordre de 5%. Par ailleurs, les pointillés sur la figure 4.11 marquent la limite des trous de cut-off. A gauche des pointillés, il y a le trou de passage des atomes (et de la lumière avec!), et à droite, on est sur les circonférences extérieures du couvercle du cylindre. On constate que la probabilité d'impact est plus élevée sur le centre du couvercle dans la configuration à 6 fibres que dans la configuration à 4 fibres.

Nous pouvons à partir de ces courbes déterminer de façon plus précise la réflectance effective des cellules simulées, en pondérant chaque surface d'une

(a) Configuration à 4 fibres



(b) Configuration à 6 fibres

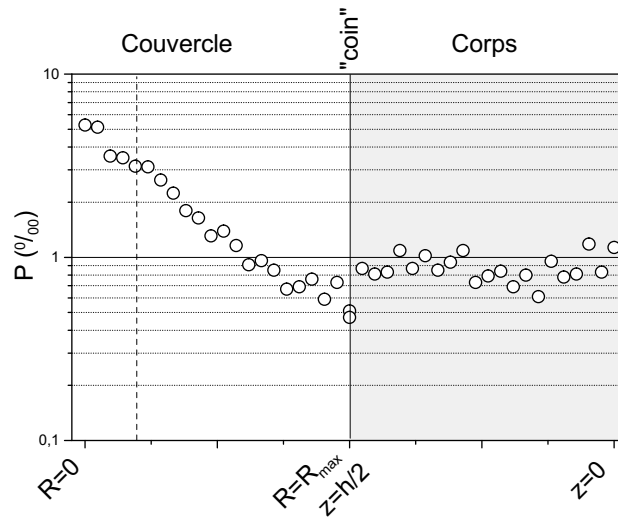


FIG. 4.11 – Probabilité d'impact sur les parois de la cellule cylindrique pour deux configurations (a) 4 fibres (b) 6 fibres. L'ordonnée représente le nombre de photons ayant rebondi dans une surface de  $1\text{mm}^2$  divisé par le nombre total de photons tirés par la simulation. En abscisse, on parcourt, en lisant l'axe des abscisses de gauche à droite, les parois de la cellule en partant du centre du couvercle jusqu'au rayon maximum (zone blanche), puis du haut de la cellule jusqu'au plan médian de la cellule cylindrique (zone grisée). Les pointillés marquent la position des trous de cut-off (cas de trous  $\Phi$  10 mm). Les courbes ont été acquises avec 100.000 photons par points. Il y a 150 points pour la courbe (a) et 86 points pour la courbe (b). La divergence des fibres est de 10 degrés.

Couplage	Trou $\phi$ 9mm		Fente 1x9mm	
Config.	4	6	4	6
$\bar{N}$ (sans atomes)	15,9	19,2	18,6	23,1
$\Delta\bar{N}$ (estimé)	2	2	2	2
$R^*$	0,937	0,948	0,946	0,956
$M$	14,9	18,2	17,6	23,1

TAB. 4.7 – Influence du type de couplage sur le nombre moyen de rebond d'un photon dans la cellule. On a effectué les calculs avec un tirage de 10.000 photons.

réflectance donnée par sa probabilité d'impact. Cependant, comme nous l'avons mentionné plus haut, la simulation nous indique le nombre moyen de rebonds subits par les photons dans la cellule. On a donc accès à une "mesure" directe et rapide de la réflectance effective de la cellule, en inversant la formule 4.10 qui devient :

$$R^* = \frac{\bar{N} - 1}{\bar{N}} \quad (4.54)$$

#### 4.6.2 Détermination directe de la réflectance effective

Un des premiers éléments que nous avons vérifié est l'influence du type de couplage micro-onde sur la réflectance effective.

##### Couplage micro-onde

Nous avons testé deux types de couplage du champ micro-onde à la cavité. Le premier est un couplage par un iris de 9 mm de diamètre. Pour exciter le mode  $TE_{011}$ , l'iris est placé dans le plan médian du cylindre. Le deuxième est un couplage polarisant par une fente de couplage. Pour exciter le mode  $TE_{011}$ , l'axe de la longueur de la fente doit être colinéaire avec l'axe de la cavité défini par les trous de cut-off. Le milieu de la fente appartient également au plan médian du cylindre.

On se place dans une cavité cylindrique en cuivre, de réflectance 0,96, sans trous de cut-off. Il n'y a que les trous de couplage micro-onde, et les 4 (6) entrées de fibres. L'ouverture numérique des fibres optiques est 0,22. Les résultats de la simulation sont regroupés dans le tableau 4.7. Ils sont en accord avec la réflectance effective calculée en tenant compte de la surface des trous (il y a accord à mieux que 0,05%).

Il y a environ 15% de moins de nombre moyen de rebonds avec un couplage par un iris qu'avec un couplage avec une fente. Comme un couplage par fente permet également de mieux polariser le champ magnétique oscillant dans la cavité micro-onde, le choix de la méthode de couplage la meilleure est sans conteste le couplage par une fente.

Diamètre Cut-off	Trou $\phi$ 8mm		Trou $\phi$ 10 mm	
Config.	4	6	4	6
$\bar{N}$ (sans atomes)	16,1	11,1	15,6	8,7
$\Delta\bar{N}$ (estimé)	2	1	2	1
$R^*$	0,938	0,91	0,936	0,885
$M$	15,1	10,1	14,6	7,7

TAB. 4.8 – Influence du diamètre des guides sous-coupure sur le nombre moyen de rebond d'un photon dans la cellule. On a effectué un tirage de 10.000 photons.

Matériau	Cuivre		Argent		Spectralon	
R	0,96		0,987		0,99	
Config.	4	6	4	6	4	6
$\bar{N}$ (sans atomes)	16,1	11,1	37,3	23,75	86,2	88,7
$\Delta\bar{N}$ (estimé)	2	1	4	2	6	6
$R^*$	0,938	0,91	0,973	0,958	0,988	0,989
$M$	15,1	10,1	36,3	23,75	85,2	87,7

TAB. 4.9 – Influence du matériau sur le nombre moyen de rebond d'un photon dans la cellule cylindrique. Les calculs ont été faits avec un tirage de 10.000 photons.

### Diamètre des guides sous-coupure

Nous présentons maintenant l'influence du diamètre des guides sous-coupure. On se place dans une cavité cylindrique en cuivre, de réflectance 0,96, sans couplage micro-onde. L'ouverture numérique des fibres optiques est 0,22. Les résultats sont consignés dans le tableau 4.8

En élargissant le diamètre des guides sous-coupure de 2 mm, on perd au plus 2% sur le nombre moyen de rebond. Dans le cas de la configuration à 4 fibres, la différence est même négligeable. Dans toutes les configurations suivantes, nous gardons toutefois des guides sous-coupure de 8 mm de diamètre.

### Choix du matériau

Nous avons envisagé trois matériaux pour les cellules Horace. Deux d'entre eux sont des matériaux réfléchissants (le cuivre et l'argent) et le troisième est un diffusant. Nous nous plaçons dans une cavité cylindrique, de 43 mm x 43mm, sans couplage micro-onde. Nous avons placé deux guides sous-coupure de 8 mm de diamètre. L'ouverture numérique des fibres est de 0,22. Les résultats sont consignés dans le tableau 4.9.

Matériau R	Cuivre 0,96		Argent 0,987		Spectralon 0,99	
Config.	4	6	4	6	4	6
$\bar{N}$ (sans atomes)	17	20,8	33,2	63,2	28,0	30,5
$\Delta\bar{N}$ (estimé)	2	2	3	6	3	3
$R^*$	0,94	0,95	0,97	0,984	0,964	0,967
$M$	16	19,8	32,2	62,2	27,0	29,5

TAB. 4.10 – Influence du matériau sur le nombre moyen de rebond d'un photon dans la cellule sphérique. Les calculs ont été faits avec un tirage de 10.000 photons.

On gagne plus d'un facteur 2 sur le nombre de rebond avec l'argent. Le cas du cylindre diffusant est particulièrement intéressant. On gagne un facteur 5,35 sur le nombre de rebond pour la configuration à 4 fibres et un facteur 7,94 pour la configuration à 6 fibres. On vérifie aussi la prédiction que la disposition des fibres importe peu avec du spectralon. La loi de diffusion étant lambertienne, seule la surface éclairée en première incidence est importante. Toutefois, la différence entre ces deux configurations est mince comparée au nombre de rebond dans les autres configurations.

### La sphère et le cylindre

Nous présentons à présent l'influence de la géométrie de la cellule. Le cas du cylindre vient juste d'être évoqué. La sphère étudiée a pour rayon 23,3 mm. Nous avons simulé deux guides sous-coupure de 8 mm de diamètre. Il n'y a pas de couplage micro-onde. L'ouverture numérique des fibres est 0,22. La disposition des fibres est exactement la même que dans le cas du cylindre. Les résultats de la simulation sont consignés dans le tableau 4.10.

On constate que la sphère réfléchissante est avantageuse par rapport au cylindre surtout en configuration 6 fibres. Plus la réflectance est élevée, et plus la différence est marquée.

### 4.6.3 Détermination du libre parcours moyen

Le libre parcours moyen est le dernier paramètre à déterminer. Le tableau 4.11 donne les libres parcours moyens qui ont été calculés avec la simulation pour l'ensemble de ces 12 cellules de test (cylindre ou sphère, matériau réfléchissant ou diffusant, et configuration à 4 fibres ou à 6 fibres). Les dimensions des cellules sont celles qui ont été mentionnées précédemment. Il n'y a pas de trous de couplage micro-onde, et les guides sous-coupure sont de 8 mm. L'ouverture numérique des fibres est de 0,22.

On constate que le libre parcours moyen est plus petit avec la configuration à 6 fibres comparé à la configuration à 4 fibres pour un cylindre réfléchissant. La configuration des fibres pour la sphère et pour le cylindre diffusant est pratiquement sans effet sur le libre parcours moyen d'un photon dans la cellule.

#### 4.6.4 Caractérisation des cellules expérimentales

Nous présentons ici les résultats de la simulation pour 8 configurations qui ont été réellement testées au cours de ces 4 dernières années. Les résultats sont consignés au tableau 4.12.

La puissance de 50 mW correspond aux puissances maximum couramment injectées dans la cellule. On constate sur le tableau que le milieu est très largement saturé optiquement. La cavité cylindrique à 4 fibres n'a pas donné d'atomes froids, alors que la cellule cylindrique à 6 fibres et la sphère en spectralon à 4 fibres ont donné des atomes froids, ce qui est la preuve que l'absence d'atomes froids n'est pas dû à un défaut d'énergie emmagasiné dans la cellule, comme on pouvait le deviner.

Géométrie	Cylindre						Sphère					
Matériau R	Cuivre 0,96		Argent 0,987		Spectralon 0,99		Cuivre 0,96		Argent 0,987		Spectralon 0,99	
Config.	4	6	4	6	4	6	4	6	4	6	4	6
$\bar{\lambda}$ (mm)	42,2	33,3	41,5	31,6	43,2	43,3	47,8	48,2	46,4	46,8	39	39,2
$\Delta\bar{\lambda}$ (estimé), en mm	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5	< 0.5

TAB. 4.11 – Libre parcours moyen dans 12 cellules de test. Les calculs ont été faits avec un tirage de 10.000 photons.



Géométrie Matériau	Cylindre Cuivre	Cylindre Cuivre	Sphère Cuivre	Sphère Argent	Cylindre Spectralon	Sphère Spectralon	Sphère Spectralon
Configuration	4 fibres	6 fibres	6 fibres	6 fibres	4 fibres	4 fibres	4 fibres
Dimensions (mm)	43x43	43x43	23,32	23,32	50x50	25	11
trou de cut-off (mm)	10	10	10	10	10	10	(6)
Couplage $\mu w$	$\Phi$ 9	/	/	/	/	/	/
$\bar{N}$	14,6	10,5	21,5	59,2	88,4	26,1	8,4
$\bar{\lambda}$ (mm)	42,20	33,40	47,89	46,73	50,16	43,65	19,7
$\tau$ (ns)	2,05	1,17	3,42	9,20	14,80	3,79	0,55
$\mathcal{V}$ ( $cm^3$ )	62,44	62,44	53,12	53,12	98,17	65,45	5,57
$M$	13,6	9,5	20,5	58,2	87,4	25,1	7,4
$\tilde{s}_0$ (à P=50mW, sans atomes)	44,9	25,6	88,0	236,7	205,3	79,1	135,5
$\tilde{s}_0$ (à P=50mW, avec atomes)	1,5	1,2	2,0	2,0	1,2	1,5	8,0

TAB. 4.12 – Comparaison des paramètres calculés par la simulation pour des cellules testées au laboratoire. Pour la saturation avec atomes, on considère le cas extrême  $\bar{N}_R = 1$ ,  $\bar{\lambda}_R = \bar{\lambda}/2$ .

### 4.6.5 Diagrammes en énergie du champ laser dans la cellule

La simulation permet également d'obtenir des diagrammes du champ laser dans la cellule. Cette information de nature qualitative uniquement nous permet d'apprécier "visuellement" l'isotropie en énergie de la cellule. Nous ne présenterons pas les diagrammes en énergie de toutes les configurations testées, ce qui serait long et fastidieux, mais nous nous contenterons de présenter les diagrammes en énergie comparés du champ laser dans la cellule pour 4 de nos différentes configurations testées expérimentalement : les cavités réfléchissantes en cuivre à 4 et 6 fibres, et la cavité sphérique en cuivre à 6 fibres, qui sont les cellules les plus intéressantes pour une application à Horace. On donne également la cellule cylindrique diffusante à 4 fibres, à titre de comparaison.

#### Cas d'un cylindre

La figure 4.12 présente les diagrammes en énergie de trois cellules cylindriques selon deux plans de coupe. Le plan (xOz) est le plan colinéaire à la gravité, et le plan (xOy) est le plan médian perpendiculaire à l'axe de la gravité. L'échelle des teintes est logarithmique. Dans tous les cas, on distingue clairement l'axe d'entrée des fibres optiques et les fuites par les trous de passage des atomes.

**Gradient d'intensité** Seule la cellule cylindrique à 4 fibres montre un gradient d'intensité très marqué et pointu. L'axe de symétrie de la cellule très net est dû à la fois à la fuite nécessaire des photons par les trous de passage des atomes et aux propriétés de symétrie de la cellule. Par comparaison, la densité d'énergie semble plus homogène dans le cas de la cellule à 6 fibres, notamment le long de l'axe de symétrie de la cellule. La direction oblique des fibres par rapport à l'axe de symétrie a "cassé" la symétrie axiale de la cellule.

**Interprétation** Un gradient d'intensité provoque un déséquilibre de la pression de radiation. On expulse les atomes vers les zones de champ faible. Autrement dit, seul le volume de la zone où le champ fort est à peu près homogène va contribuer efficacement au ralentissement des atomes. Ces diagrammes permettent donc d'estimer visuellement le volume de la zone de capture en fonction de la géométrie de la cellule et de la position des fibres. Dans la configuration à 6 fibres, on estime le volume de la zone de capture comme le volume du cylindre de rayon donné *grosso modo* par les diamètres des guides sous-coupe par la hauteur de la cellule, soit  $\sim 3,4\text{cm}^3$ . Dans la configuration à 4 fibres, le volume de capture est limité à  $\sim 500\text{mm}^3$  seulement. Si on interprète ces diagrammes en terme de volume de la zone de capture, on comprend mieux pourquoi la configuration à 4 fibres dans un cylindre réfléchissant n'a pas donné d'atomes froids, alors que la configuration à 6 fibres en a donné.

**Comparaison avec le cas diffusant** La cellule cylindrique diffusante présente aussi un gradient d'intensité assez marqué du champ laser, mais cette fois des

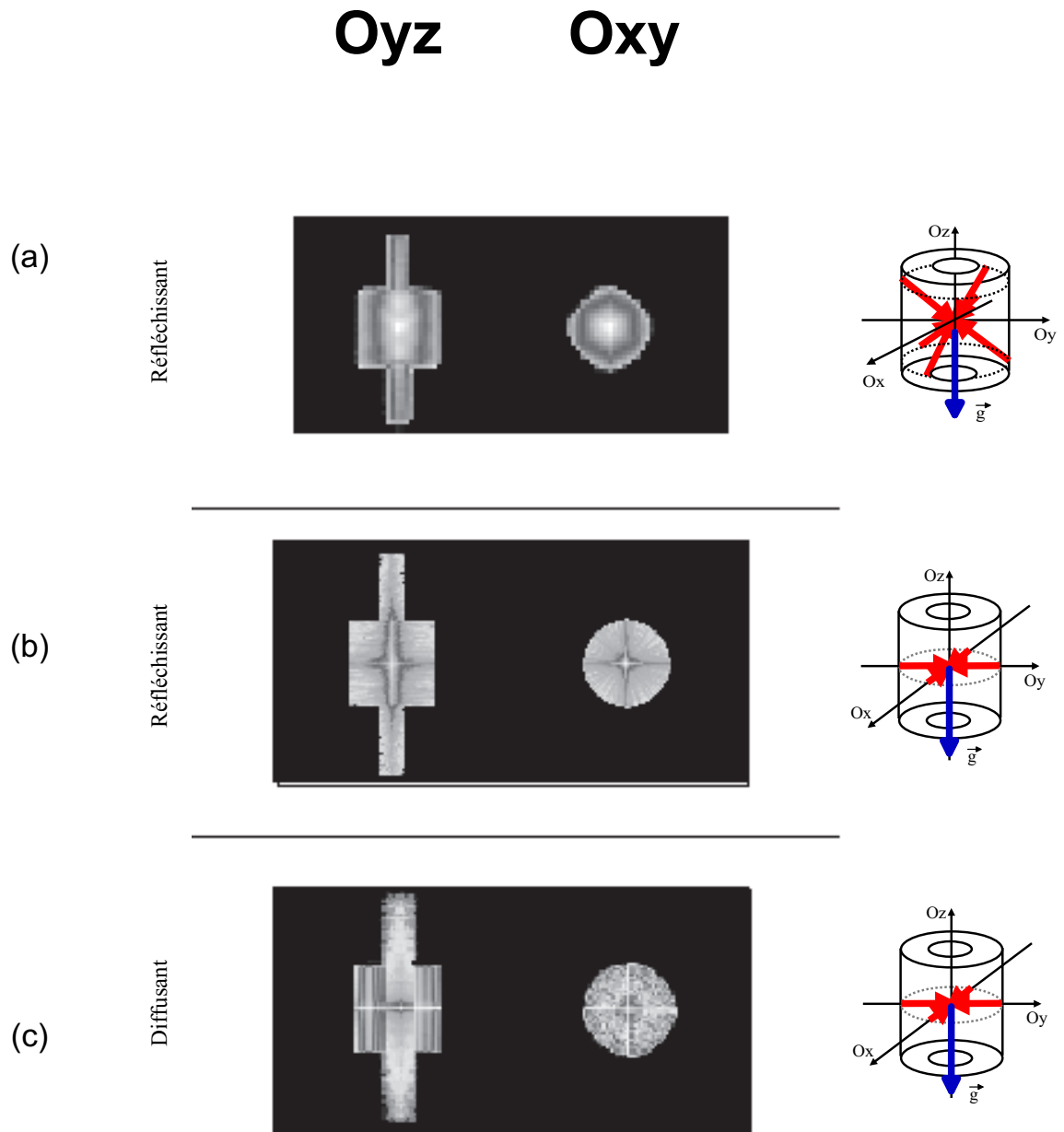


FIG. 4.12 – Diagramme d'énergie dans 3 cellules cylindriques (a) configuration à 6 fibres (cuivre) (b) configuration à 4 fibres (cuivre) (c) configuration à 4 fibres (spectralon).

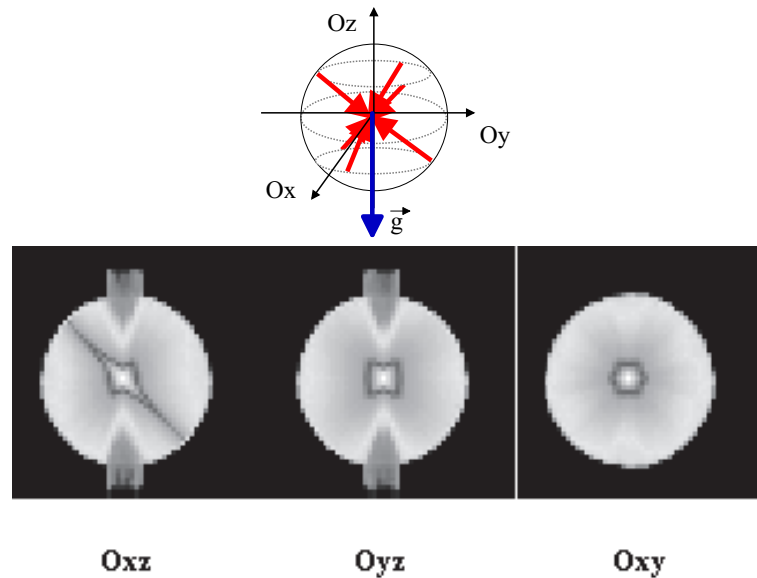


FIG. 4.13 – Diagramme d'énergie dans une cellule sphérique réfléchissante.

extrémités vers l'axe de symétrie de la cellule. Un deuxième gradient d'intensité se dessine du plan médian de la cellule vers les guides sous-coupeure. Ce gradient d'intensité est clairement dû aux fuites par les trous de passage des atomes. Cette constatation est confirmée par l'absence de gradient d'intensité visible dans le plan ( $xOy$ ). La zone de champ "fort" et la zone de champ "faible" sont ici de dimensions comparables. Le volume de la zone de capture semble être une ellipsoïde, dont le grand axe est colinéaire à l'axe de symétrie du cylindre. Le petit axe de l'ellipsoïde est de dimension comparable aux dimensions des guides sous-coupeure. Nous avons obtenu des atomes froids dans cette configuration (de l'ordre de  $10^9$  atomes froids).

**Conclusion** Des 3 cellules que nous venons d'étudier, seule la cellule cylindrique à 4 fibres n'a pas donné d'atomes froids. Nous concluons de ces diagrammes que cet échec est dû à un gradient d'intensité du champ laser trop marqué dans le plan perpendiculaire à l'axe de symétrie et le long de l'axe de symétrie de la cellule (volume de capture beaucoup trop faible).

### Cas de la sphère

Pour une cellule sphérique, les meilleurs résultats ont été obtenus avec un matériau réfléchissant. Nous montrons figure 4.13 le diagramme en énergie du champ laser dans la cellule réfléchissante sphérique. Nous observons que le champ est réparti de façon assez homogène, avec un centre marqué et localisé de forte intensité. Nous avons également obtenu des atomes froids dans cette configuration.

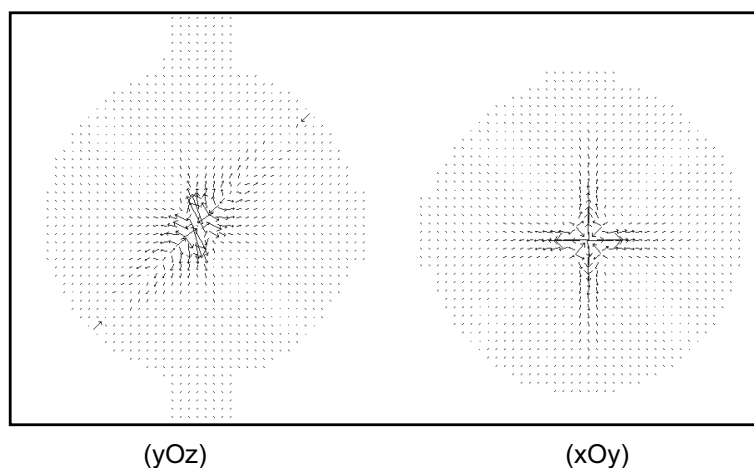


FIG. 4.14 – Diagramme d'impulsion moyenne dans une cellule sphérique réfléchissante à 6 fibres.

#### 4.6.6 Diagramme en impulsion : Mise en évidence de nouvelles anisotropies

La simulation nous permet également de tracer les diagrammes en impulsion du champ laser, qui nous ont permis de déceler de nouvelles anisotropies et de faire apparaître de nouvelles structures du champ laser. Nous montrons figure 4.14 un exemple typique de ces diagrammes. Il en ressort que l'emploi de spectralon est toujours favorable pour les faibles (voire quasi-inexistantes) anisotropies en impulsion<sup>1</sup>.

**Cas de la sphère réfléchissante** Dans le cas de la sphère réfléchissante qui nous intéresse particulièrement, nous montrons qu'il existe un champ laser globalement isotrope. Cependant, on note au centre l'existence d'une structure "centrifuge". L'incidence d'une telle structure sur les performances en refroidissement est toutefois délicate à interpréter, le diagramme étant simplement qualitatif.

**Nota Bene** Les diagrammes en impulsion ne donnent qu'une indication de la résultante des vecteurs d'onde pour une maille cubique de la cellule. Même si la résultante est nulle, ça ne signifie pas que la distribution des vecteurs d'onde est pour autant isotrope. Pour s'en convaincre, on peut se représenter le cas de deux forces de même direction (par exemple (Ox)), de même amplitude, et de sens opposé. La résultante est effectivement nulle, mais il n'y a pas de force de friction selon les deux axes (Oy) et (Oz).

<sup>1</sup>Dans la configuration sphérique diffusante, on observe une légère marque de la fuite des photons par les trous de passage des atomes.

## 4.7 Synthèse des résultats pour le champ laser moyen

**Rôle des trous** La surface des trous de la cellule conditionne le niveau des pertes optiques de la cellule. Les pertes par le trou de couplage micro-onde peuvent être sensiblement réduite en utilisant un couplage par une fente, qui offre en plus l'avantage de polariser le champ micro-onde à l'entrée de la cavité hyperfréquence. En revanche, le diamètre des trous de passage des atomes ne sont pas un paramètre critique, tant qu'on reste au niveau de quelques 8-10 mm, et à l'exception de deux configurations : le cylindre à 6 fibres et la sphère diffusante. Mais il est clair que quelle que soit la configuration, les pertes optiques augmentent quand on augmente la taille des trous de passage des atomes.

**Configuration des fibres** Les configurations à 6 fibres sont avantageuses pour réduire les gradients d'intensité dans la cellule. Cependant, contrairement à ce qu'on attendait, la densité d'énergie est plus faible dans le cas de la cellule cylindrique à 6 fibres que dans la cellule cylindrique à 4 fibres. Dans une cellule sphérique, la configuration à 6 fibres est particulièrement avantageuse avec un matériau réfléchissant.

**Choix de cellules** On distingue deux configurations parmi celles qui ont été testées pour leur très haute valeur de nombre moyen de rebond et pour le volume de la zone de capture qu'elle offrent potentiellement. Il y a le cylindre en spectralon et la sphère réfléchissante. La première des deux (le cylindre en spectralon) peut convenir parfaitement à du refroidissement en cellule à partir d'une vapeur de césium pour une horloge de type CPT. Nous avons montré qu'une configuration à 6 fibres plutôt que 4 fibres augmentait la densité d'énergie dans la cellule et réduisait les gradients d'intensité. La deuxième configuration intéressante est la sphère réfléchissante. *Primo* les gradients d'intensité sont peu marqués. *Deuxio* la cavité sphérique à 6 fibres présente des propriétés de symétrie du champ laser, ce qui est particulièrement avantageux pour restreindre l'étendue du nuage d'atomes froids à la zone ventrale du champ magnétique oscillant d'interrogation. Nous avons montré au chapitre 3 que nous recherchions une telle propriété pour interroger les atomes dans des conditions satisfaisantes d'un point de vue métrologie des fréquences. L'étude de la résonance de cette cavité à 9,2...GHz est donnée au chapitre 6, où nous montrons qu'elle présente de plus des avantages nets pour la réalisation d'une résonance magnétique sur des atomes froids (gradient de phase, facteur de surtension).

## 4.8 Modèle subDoppler du refroidissement en cellule

### 4.8.1 Les tavelures

#### Pourquoi des tavelures

Jusqu'ici, nous avons complètement négligé les effets d'interférence. Cette approximation était justifiée dans la mesure où il s'agissait d'une part de déterminer l'intensité moyenne du champ laser dans la cellule pour un modèle Doppler, et d'autre part d'estimer les propriétés du champ laser sur une échelle de l'ordre des dimensions de la cavité. En réalité, les photons ont des trajectoires multiples dans la cellule. Etant donné l'ordre de grandeur du temps de vie d'un photon dans la cellule (de l'ordre de quelques  $ns$ ) et le caractère aléatoire de la phase de l'amplitude complexe de la probabilité de présence d'un photon à un endroit donné de la cellule, la nature exacte du champ laser est un champ de tavelures à 3D, pour lequel l'intensité et la polarisation sont modulées selon une certaine loi de probabilité, que nous allons chercher à décrire ci-dessous. Le modèle présenté ci-dessous est essentiellement inspiré du travail de G. Grynberg et son équipe sur le piégeage et le refroidissement d'atomes dans un réseau tavelé [74, 75, 76], et plus particulièrement de la thèse de Mme. C. Mennerat-Robilliard [77].

### 4.8.2 Propriétés essentielles d'un champ laser tavelé

#### Hypothèses préliminaires

Nous considérons le cas d'une onde laser, parfaitement monochromatique. Cette onde subit des réflexions et/ou des diffusions multiples sur les parois de la cellule. Les dimensions de la cellule étant grandes devant la longueur d'onde, le déphasage d'une onde réfléchie ou diffusée par rapport à l'onde incidente en un point de la cellule est une quantité grande devant  $2\pi$ . Nous décrirons la statistique du champ laser selon le modèle de Goodman [91].

#### Statistique d'ordre 1

La direction de propagation de l'onde (incidente, réfléchie ou diffusée) est également aléatoire dans le volume de la cellule. On décompose le champ laser en trois composantes cartésiennes de l'espace, selon un repère orthonormé unitaire  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  :

$$\mathbf{E}(\vec{r}, t) = \begin{bmatrix} E_x(\vec{r}, t) \\ E_y(\vec{r}, t) \\ E_z(\vec{r}, t) \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

On écrit chaque composante du champ sous la forme :

$$E_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}A(\vec{r})e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (4.56)$$

$A(\vec{r})$  est l'amplitude complexe du champ, et  $\omega_L$  la pulsation du laser. L'amplitude complexe de l'onde en un point donné de la cellule résulte de l'interférence d'un grand nombre  $N_c$  de contributions élémentaires issues des différentes ondes laser (incidentes, réfléchies ou diffusées). On modélise alors l'amplitude complexe  $A(\vec{r})$  par une marche aléatoire à 3D dans le plan complexe. L'amplitude complexe peut être décrite par l'équation :

$$\begin{aligned} A(\vec{r}) &= \frac{\sqrt{N_c}}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} a_k(\vec{r}) \\ &= \frac{\sqrt{N_c}}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} |a_k| e^{i\Phi_k} \end{aligned} \quad (4.57)$$

On émet l'hypothèse supplémentaire que l'amplitude élémentaire  $|a_k|/\sqrt{N}$  et la phase  $\phi_k$  de la  $k^{ieme}$  contribution sont statistiquement indépendantes. Comme nous l'avons déjà mentionné, nous supposons également que le déphasage de l'onde réfléchie ou diffusée est grande devant  $2\pi$ , si bien que les phases élémentaires  $\Phi_k$  sont uniformément distribuées sur  $]-\pi, +\pi]$ <sup>1</sup>.

En notant respectivement  $A_r = \frac{\sqrt{N_c}}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} |a_k| \cos(\Phi_k)$  et  $A_i = \frac{\sqrt{N_c}}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} |a_k| \sin(\Phi_k)$  les composantes réelles et imaginaires de l'amplitude complexe  $A$ , on montre facilement que les valeurs moyennes sur  $N$  contributions de  $A_r$  et  $A_i$  sont nulles, de même variance, et non corrélées :

$$\begin{aligned} \langle A_r \rangle &= 0 \\ \langle A_i \rangle &= 0 \\ \langle A_r A_i \rangle &= 0 \\ \langle A_r^2 \rangle &= \langle A_i^2 \rangle = \frac{1}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} \frac{|a_k|^2}{2} \end{aligned} \quad (4.58)$$

Enfin, on peut appliquer le théorème central limite si le nombre  $N_c$  de contributions élémentaires est grand. Dans ce cas, les variables  $A_r$  et  $A_i$  sont asymptotiquement des variables aléatoires gaussiennes. La référence [77] montre que la loi de probabilité conjointe de  $A_r$  et  $A_i$  vaut :

$$p_{r,i} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[ -\frac{A_r^2 + A_i^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.59)$$

$$\text{avec } \sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N_c} \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (4.60)$$

On obtient la loi de probabilité conjointe en intensité  $I$ , définie ici comme le carré de l'amplitude, et en phase  $\Phi$  en appliquant un changement de variable à la loi

<sup>1</sup>Nous discuterons un peu plus loin de la validité de cette dernière hypothèse dans le cas d'une cellule réfléchissante.



de probabilité conjointe  $p_{r,i}$  :

$$p_{I,\Phi} = p_{r,i}(\sqrt{I} \cos(\Phi), \sqrt{I} \sin(\Phi)) ||J||$$

$$\text{avec } ||J|| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial A_r}{\partial I} & \frac{\partial A_r}{\partial \Phi} \\ \frac{\partial A_i}{\partial I} & \frac{\partial A_i}{\partial \Phi} \end{array} \right\| \quad (4.61)$$

La même référence [77] donne le résultat du calcul :

$$p_{I,\Phi} = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\sigma^2} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}} & \text{si } \begin{cases} I \geq 0 \\ \Phi \in ] -\pi, +\pi[ \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les lois de probabilité marginales en intensité  $p_I(I)$  et en phase  $p_\Phi(\Phi)$  s'obtiennent en intégrant respectivement sur  $\Phi$  et  $I$  [77] :

$$p_I(I) = \int_{-\pi}^{+\pi} p_{I,\Phi}(I, \Phi) d\Phi$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}} & \text{si } I \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.62)$$

$$p_\Phi(\Phi) = \int_0^{+\infty} p_{I,\Phi}(I, \Phi) dI$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{si } \Phi \in ] -\pi, +\pi[ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La distribution de probabilité pour la phase du champ est uniforme, conformément à nos hypothèses de départ (phases  $\Phi_k$  uniformément distribuées en  $] -\pi, +\pi[$ ). La distribution de probabilité de l'intensité est une loi gaussienne. Le résultat est valable tant que le nombre de contribution est très grand en un point de la cellule. L'hypothèse forte qui a mené à ce résultat a été de prendre la valeur moyenne sur un ensemble statistique de contributions élémentaires dont les propriétés macroscopiques sont identiques. Autrement dit, les lois de probabilité marginales que nous donnons ici sont valables uniquement dans la zone de la cellule où l'intensité du champ laser est homogène. Cette restriction du domaine de validité du résultat n'est pas gênante pour nous, puisque nous nous intéressons essentiellement aux propriétés du champ laser au voisinage du centre de la cellule, où les atomes peuvent être ralentis par pression de radiation<sup>1</sup>. On donne enfin la valeur moyenne et la variance de l'intensité du champ laser :

$$\langle I \rangle = 2\sigma^2$$

$$\langle I^2 \rangle = 2(2\sigma^2)^2 = 8\sigma^4 \quad (4.63)$$

$$\sigma_I = \sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2} = \langle I \rangle$$

---

<sup>1</sup>Pour l'interrogation micro-onde, seule la zone ventrale du champ magnétique nous intéresse.

De plus on a :

$$p(I)dI = \frac{1}{4\sigma^2} e^{-\frac{I^2}{2\sigma^2}} I^2 dI \quad (4.64)$$

et

$$p(I = 0) = 0 \quad (4.65)$$

La probabilité que la somme des contributions des trois composantes de polarisation de  $\mathbf{E}(\vec{r}, t)$  soit nulle est nulle. Contrairement au cas étudié par G. Grynberg et son équipe, le contraste  $C$  de la figure de tavelure est donc strictement inférieure à 1, soit :

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} < 1 \quad (4.66)$$

### Statistique d'ordre 2

La statistique d'ordre 1 donne les lois de probabilité en intensité et en phase du champ laser en un point de la cellule. La statistique d'ordre 2 permet d'étudier les corrélations entre 2 points distincts de la cellule. La statistique d'ordre 2 donne une information cruciale du champ laser tavelé : l'extension spatiale de la fonction d'auto-corrélation de l'intensité du champ est la taille caractéristique de la structure spatiale. Cette dimension est la taille de grain des tavelures.

**Définitions** La fonction d'auto-corrélation de l'intensité dans un plan d'altitude  $z$  s'écrit en calculant la moyenne sur un ensemble de points de même caractéristiques macroscopiques<sup>1</sup> :

$$C_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle \quad (4.67)$$

Les fonctions d'auto-corrélation dans les deux plans perpendiculaires au plan (xOy) s'écrivent de la même façon par permutation circulaire des coordonnées.

On définit la fonction d'auto-corrélation de l'amplitude complexe de la même manière :

$$C_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1)A^*(x_2, y_2) \rangle \quad (4.68)$$

où  $A^*$  désigne le complexe conjugué de  $A$ . Or nous avons montré que l'intensité suivait une loi de probabilité gaussienne. Les fonctions d'auto-corrélation en intensité et en amplitude complexes sont reliées par la relation [77] :

$$C_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle + |C_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \quad (4.69)$$

---

<sup>1</sup>Dans le cas de notre cellule de refroidissement, on doit donc distinguer la fonction d'auto-corrélation  $C_I(x_1, y_1; x_2, y_2)$ ,  $C_I(x_1, z_1; x_2, z_2)$ ,  $C_I(y_1, z_1; y_2, z_2)$ , puisque nous avons montré qu'en fonction de la géométrie de la cellule et de la position des fibres optiques, les propriétés macroscopiques dans ces trois plans pouvaient être différentes.

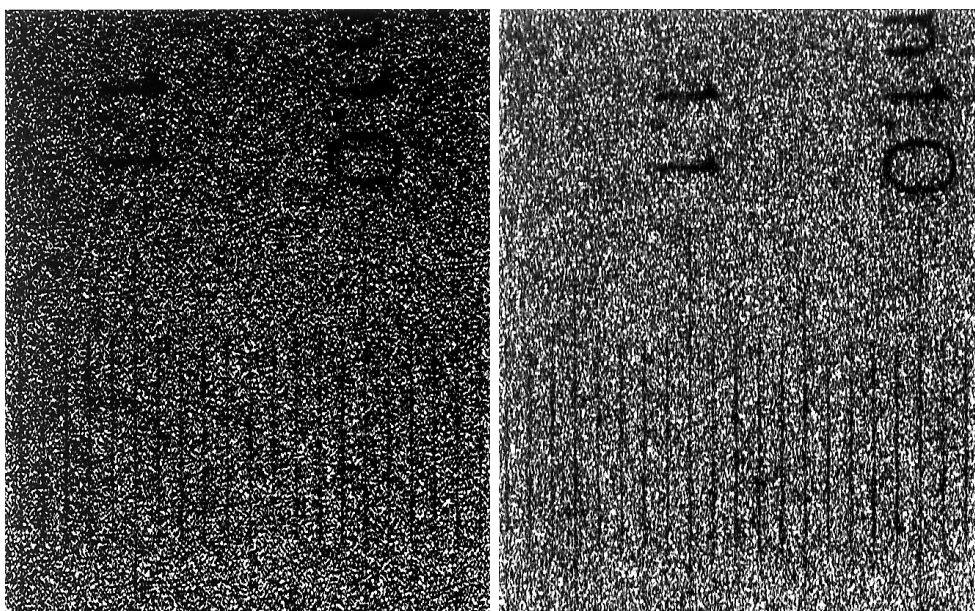


FIG. 4.15 – Image obtenue par un microscope de la figure de tavelure dans les cellules Horace. A gauche : matériau réfléchissant ; à droite : matériau diffusant.

**Taille du grain** Dans le cas des cellules Horace, on somme à 3 dimensions les composantes d'amplitudes complexes du champ. Au centre de la cellule où le champ est homogène sur des distances grandes devant la longueur d'onde, on suppose que le champ laser est effectivement isotrope. Il existe donc toujours au voisinage du centre une composante  $-\vec{k}$  et une composante  $+\vec{k}$  de même polarisation qui interfèrent, avec un pas caractéristique de  $\lambda_L/2$ . Le phénomène étant aléatoire (contributions élémentaires statistiquement indépendantes) et à 3D, il n'y a pas de périodicité macroscopique, et la taille du grain ne peut être que de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda_L$ . Autrement dit, l'extension de la fonction d'autocorrélation du champ laser ne peut être plus étendue que  $\lambda_L$ , et ce dans toutes les directions de l'espace, au voisinage du centre de la cellule.

### Vérification expérimentale de la taille du grain

Nous avons cherché à vérifier expérimentalement la taille de grain de tavelures dans nos cas. Nous avons alors éclairé par un laser à notre longueur d'onde des échantillons de Spectralon et de cuivre, de forme demi-sphérique ou demi-cylindrique. A l'aide d'un microscope de fort grossissement, nous avons pu faire l'imagerie sur un film photographique de grain très fin du champ tavelé. L'analyse de cette image a révélé un grain de tavelure de  $\simeq 2\lambda_L$ . Comme cette mesure n'a pas été faite dans le volume réellement fermé de nos cellules, et que nous ne nous sommes pas complètement assuré que l'ouverture numérique de l'objectif était suffisante pour ne pas augmenter artificiellement le résultat de la mesure [77, p.200], nous considérons que cette taille caractéristique des tavelures représente une valeur majorante de la réalité.

### Remarques sur la validité des hypothèses du calcul

Plusieurs difficultés nous ont empêché de calculer la statistique d'ordre 2 du champ tavelé dans nos cellules.

Dans notre cas, l'écriture analytique du champ laser devient extrêmement complexe, puisque l'intensité, la phase, la polarisation, et les vecteurs d'onde doivent être traités comme des variables aléatoires. L'étude de la statistique d'ordre 1 de l'amplitude complexe du champ a permis de préciser quelques hypothèses importantes pour affirmer l'existence de tavelures au centre de la cellule. Mais la statistique d'ordre 1 n'aboutit malheureusement qu'à une information déjà obtenue, à savoir l'intensité<sup>1</sup> moyenne du champ laser. Pour pouvoir décrire exactement la statistique d'ordre 2 du champ laser, il nous faudrait connaître la fonction d'autocorrelation exacte de l'amplitude complexe du champ laser. D'autre part, la rugosité du cuivre poli a été mesurée à  $\lambda/14$ . Il n'est donc pas évident que les phases élémentaires de chaque amplitude complexe soient uniformément répartie entre  $]-\pi, \pi]$  *en tout point* de la cellule [92]. Enfin, la prise en compte essentielle de la présence d'un absorbant fort (les atomes) dans la cellule complique encore le problème. Le recours à une simulation numérique puissante me paraît encore la meilleure solution pour connaître les propriétés statistiques de la figure de tavelure 3D des cellules Horace, mais représente à elle seule un travail considérable, que je n'ai pas eu le temps d'aborder pendant ma thèse.

### Stationnarité du champ laser tavelé

Pour nos expériences, nous avons utilisé jusqu'à présent des fibres optiques multimodes. La polarisation de la lumière laser en sortie de fibre est sujette à des fluctuations aléatoires de forte amplitude. Les fluctuations d'intensité des laser, le bruit modal des fibres, les fluctuations dimensionnelles de la cellule, font que le champ laser "tavelé" n'est pas stationnaire dans l'absolu. Cependant, il importe de regarder la fréquence de Fourier des fluctuations d'intensité et de polarisation. Si celles-ci sont à des fréquences de Fourier plus basses que la fréquence de Fourier associée à la constante de temps de refroidissement d'un atome, alors ces fluctuations joueront un rôle pour une vitesse de dérive, mais ne seront pas critiques pour capturer les atomes ni pour obtenir des températures très basses. En revanche, si la constante de temps des fluctuations de polarisation et d'intensité est du même ordre de grandeur que la constante de temps de refroidissement d'un atome, alors les performances du refroidissement en cellule en terme de nombre d'atomes froids et surtout en terme de température seront altérées.

### Conclusions

La modélisation du champ de tavelures est ainsi extrêmement complexe dans le cas d'Horace. Au voisinage du centre, la vérification expérimentale nous a persuadé de l'existence d'une figure de tavelure, dont la taille de grain est de l'ordre

---

<sup>1</sup>Dans ce paragraphe, je définis l'intensité comme le carré du module de l'amplitude.

de quelques  $\lambda_L$  au pire. En conséquence, il existe une modulation de l'intensité et de la polarisation, non corrélées statistiquement. Aussi, la polarisation au fond d'un puit de potentiel est la plus souvent elliptique quelconque. Les gradients de polarisation et d'intensité permettent des processus de refroidissement de type Sisyphe. Notre connaissance du champ lumineux dans la zone centre centrale de la cellule reste cependant très limitée, et demanderait une étude plus approfondie. Au voisinage des bords de la cellule, de nombreuses hypothèses couramment formulées pour les tavelures ne sont pas vérifiées de façon évidente. Nous pensons qu'il existe également une figure de tavelure, mais dont la taille de grain peut être grande devant  $\lambda_L$ . Cependant, cette zone est d'un intérêt limité pour nous, puisque on y rencontre essentiellement des atomes thermiques (*idem* au voisinage des trous).

### 4.8.3 Profondeur des puits de potentiel lumineux

**Déplacement lumineux** Les atomes soumis au champ tavelé vont subir un déplacement lumineux d'énergie dépendant de leur position. Le potentiel lumineux est noté  $U$  et vaut [93] :

$$U = -\frac{\hbar\delta}{2} \frac{s}{1+s} \log(1+s) = -\hbar\delta' \quad (4.70)$$

Tandis que la largeur de la résonance varie en  $1/\delta^2$ , le déplacement lumineux varie en  $1/\delta$ . Le piégeage dipolaire sur le rouge de la transition atomique est non-dissipatif si on a simultanément un champ laser de forte intensité ( $\Omega_R^2$  grand) et un grand désaccord ( $\delta$  grand, et  $s$  petit devant 1).

**Retour sur la saturation optique de la cellule** Dans le cas du refroidissement en cellule, à puissance et désaccord fixé, le paramètre de saturation dépend du temps, puisqu'il dépend de l'absorption par les atomes (plus il y a d'atomes froids, et plus l'épaisseur optique du nuage est grande). Nous avons montré que ce phénomène limitait la saturation à quelques unités en phase de capture. Si après une phase de capture, nous appliquons aux atomes une phase de refroidissement à un désaccord plus grand de l'ordre de  $\delta \sim -4$  à  $-15\Gamma$  accessible avec notre expérience, l'absorption des atomes sera réduite à quelques % (cf. Eq 3.6), permettant un plus grand temps de vie des photons injectés. On comprend ainsi que la profondeur des puits sera aussi un équilibre entre la densité d'atomes froids, le désaccord, et la puissance injectée.

**Application numérique** Afin d'avoir un ordre de grandeur de la profondeur des puits de potentiel dipolaires dans la cellule, on peut calculer  $U$  en supposant les deux cas extrêmes suivants pour  $\bar{N}$  : Dans le cas de la phase de capture, on opère à  $P \sim 50mW$  et  $\delta \sim -2\Gamma$ . Si on suppose  $\bar{N} = 4$ , on trouve  $U \simeq 170\mu K$ . Pour  $P \sim 5mW$  et  $\delta \sim -5\Gamma$ , en supposant  $\bar{N} = 10$ , on calcule  $U \simeq 2\mu K$ .

#### 4.8.4 Refroidissement subDoppler avec un champ laser tavelé

La possibilité d'un mécanisme de refroidissement de type Sisyphe avec une onde tavelée a déjà été démontré expérimentalement par le groupe de G. Grynberg [75, 77, 76], dans le cas d'une onde tavelée de polarisation définie. La référence [74] des mêmes auteurs donne le formalisme du refroidissement à 3D avec un champ laser tavelé. Le volume relativement grand de la zone de refroidissement peut donner lieu à un grand nombre de puits de potentiels dans la cellule. Si on suppose une taille moyenne du grain du champ tavelé de l'ordre de  $1 \mu$ , donnés dans un volume d'une sphère de 2 mm de rayon (zone centrale de nos cellules), le rapport des volumes donne un nombre de puits de potentiels lumineux de l'ordre de  $8 \cdot 10^9$ .

**Processus de refroidissement** La modulation en intensité et en polarisation du champ tavelé implique une modulation aperiodique du potentiel lumineux, ce qui distingue nettement notre cas du cas d'une configuration  $Lin \perp Lin$  où l'intensité est uniforme. Dans notre cas où le désaccord est vers le rouge, les atomes vont être attirés vers les zones de fortes intensités [93]<sup>1</sup>. Un atome au fond d'un puit de polarisation circulaire majoritaire et tentant de monter la colline de potentiel va expérimenter un gradient d'intensité favorable à un refroidissement local par pression de radiation [77] : le déplacement lumineux est maximal là où l'intensité est maximale pour les deux polarisations atomiques, mais le déplacement lumineux des deux états n'est pas le même puisque les coefficients de Clebsch-Gordan sont différents (voir p. 233). La présence de plusieurs composantes de polarisation dans les puits de potentiel est essentielle, puisqu'elle permet des transitions entre courbes de potentiel, c'est-à-dire des processus de refroidissement de type Sisyphe. Expérimentalement, la diminution de la température avec le désaccord indique l'existence - en tout état de cause - d'un mécanisme de refroidissement subDoppler. On interprète alors les températures subDoppler observées expérimentalement par la perte d'énergie externe des atomes par effet Sisyphe dans le champ tavelé.

#### Résultats des travaux menés à l'ENS

**Coefficient de friction** Pour un refroidissement Sisyphe avec une configuration  $Lin \perp Lin$ , où le pas du réseau de polarisation est  $\lambda_L/4$ , le coefficient de friction s'écrit [94] :

$$\begin{aligned} \alpha &= -\hbar k_L^2 \frac{\delta'}{\Gamma'} \\ &= -\hbar k_L^2 \frac{\delta}{\Gamma} \end{aligned} \tag{4.71}$$

avec  $\Gamma' = \Gamma s$

---

<sup>1</sup>Le déplacement lumineux a le même signe que le désaccord.

L'équipe de G. Grynberg a montré que dans le cas d'une onde tavelée, l'apériodicité du "réseau" d'intensité et de polarisation mène à une formulation légèrement différente du coefficient de friction [74] :

$$\alpha_T = -\eta \hbar k_L^2 \left( \frac{\lambda_L}{d} \right)^2 \frac{\delta}{\Gamma} \quad (4.72)$$

$\eta$  est un nombre dépendant de la transition choisie, et est de l'ordre de 1. Il vaut 0,75 dans notre cas. Le coefficient de friction est linéaire avec  $\delta$ , et inversement proportionnel au carré de la taille  $d$  de grain des tavelures.

**Coefficient de diffusion** Le coefficient de diffusion est la somme de trois contributions [77, 94] :

$$D_{sp} \sim \hbar^2 k_L^2 \Gamma' \quad \begin{array}{l} \text{fluctuations de l'impulsion} \\ \text{emportée par le photon de fluorescence} \end{array} \quad (4.73)$$

$$D_{abs} \sim \hbar^2 k_L^2 \Gamma' \quad \begin{array}{l} \text{fluctuations du nombre} \\ \text{de photons absorbés} \end{array} \quad (4.74)$$

$$D_{dip} \sim \hbar^2 k_L^2 \frac{\delta'^2}{\Gamma'} \quad \begin{array}{l} \text{fluctuations de la force} \\ \text{dipolaire en fonction de la position de l'atome} \end{array} \quad (4.75)$$

Dans le régime de refroidissement Sisyphe usuellement rencontré (faible saturation, grand désaccord), c'est le troisième terme qui est prépondérant. Pour une onde tavelée, l'équipe de G. Grynberg a montré que le coefficient de diffusion valait [74] :

$$D_T \sim \frac{\Gamma'}{\eta k_L^2} \left( \frac{\lambda_L}{d} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\Gamma}{\delta} \right)^2 \left( \frac{d}{\lambda_L} \right)^2 \right] \quad (4.76)$$

Le coefficient de diffusion dépend quadratiquement du désaccord, et de la puissance quatrième de la taille de grain.

**Température** La température limite par un processus Sisyphe de refroidissement avec une onde tavelée s'écrit alors :

$$T_T \sim -\frac{\hbar \delta'}{k_B} \left[ 1 + \left( \frac{\Gamma}{\delta} \right)^2 \left( \frac{d}{\lambda_L} \right)^2 \right] \quad (4.77)$$

La température en régime Sisyphe suit une loi en  $I/\delta$ . La taille de grain des tavelures influe sur la température. Plus le grain est gros, et plus la température est élevée. Lorsque la taille du grain est de  $\lambda/2$ , on retrouve la température limite Sisyphe classique.

**Localisation** L'intensité et la phase du champ de tavelure sont décorrélés statistiquement. Comme nous l'avons déjà mentionné, il existe des forces de pression de radiation locales, y compris au fond des puits de potentiel. En particulier, il faut noter que les forces de pression de radiation ne sont pas corrélés d'un puit à l'autre, puisque le gradient de polarisation intervient également. Pour ces raisons, les atomes ne se localisent pas de façon évidente dans les puits de potentiel les plus profonds. Ce résultat a été vérifié dans le groupe de G. Grynberg par P. Horak [74] à partir d'un champ de tavelure crée numériquement et par une simulation de type Monte-Carlo semi-classique, pour une transition de type  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ . Il montre que si la corrélation entre les puits de potentiel et la localisation des atomes est forte, il existe cependant des puits peu profonds très peuplés, et des puits très profonds et peu peuplés. Dans notre cas où les puits de potentiel dipolaires sont peu profonds, la localisation des atomes reste de toutes façons faible.

**Durée de thermalisation, durée de vie du piège** Du fait du caractère aléatoire de la modulation d'intensité et de la décorrélation entre la polarisation et l'intensité, on s'attend à ce que la constante de temps de thermalisation  $\tau_{th}$  soit plus longue avec du speckle qu'avec une configuration  $Lin \perp Lin$  [77, p.213]. Dans le cas  $Lin \perp Lin$ ,  $\tau_{th}$  est de l'ordre de la ms. Les expériences menées à l'ENS ont révélées en effet  $\tau_{th} \simeq 20 - 80ms$ , en fonction du désaccord et de l'intensité [75]. les mêmes auteurs indiquent une durée de vie d'un atome dans le piège de  $\tau_{at} \sim 100ms$ , proche des valeurs maximum de  $\tau_{th}$ . Dans ce dernier cas, l'équilibre thermique n'est pas atteint.

### Une nouvelle interprétation du "refroidissement isotrope"

Les interactions entre lumière et atomes dans les cellules Horace sont donc d'une part nombreuses, et d'autre part complexes, puisque nous sommes en présence de gradients d'intensité à l'échelle macroscopique et microscopique, de gradients de polarisation, et d'une structure aperiodique des puits de potentiels dipolaires. Expérimentalement, nous opérons dans un premier temps à faible désaccord et forte intensité. Le refroidissement des atomes tient à la pression de radiation d'une part (force Doppler et gradient d'intensité), et d'autre part aux processus de type Sisyphé à l'échelle microscopique, qu'on explique par la modulation d'intensité et de polarisation de la figure de tavelure du champ laser. Nous dénommons cette première phase la *phase de capture*. Lorsque nous opérons à faible intensité et grand désaccord, les déséquilibres de pression de radiation à l'échelle macroscopique deviennent négligeables, comparés aux processus de type Sisyphé. On dénomme cette phase de refroidissement la phase *Sisyphé* dans notre expérience.

**Rôle des trous dans la cellule** Près des guides d'onde sous-coupure, le rayonnement laser ne peut pas être ni isotrope, ni homogène en intensité. Pour la capture des atomes, le rôle des guides d'onde est de limiter le volume de la zone de capture à la zone centrale de la cellule, de hauteur  $2R - d_p$  (4.16). Une partie des atomes dont la vitesse est dirigée dans le cône d'angle  $\sin(\theta/2) = r_g/d_p$



seront ralentis par pression de radiation, mais subiront également des effets de dérive, d'autant plus important que le gradient d'intensité sera grand. Une fois suffisamment ralentis, les atomes à une distance  $d > d_p$  du guide pourront être piégés (en fonction du désaccord et de l'intensité du champ). Les atomes proches des guides subiront une pression de radiation vers l'extérieur de la cellule. Mais si le processus Sisyphe est suffisamment efficace, cela ne procura qu'une vitesse de dérive. On s'attend donc à ce que le diamètre des guides d'onde modifie à la fois la distribution de vitesse et la distribution de position des atomes froids.

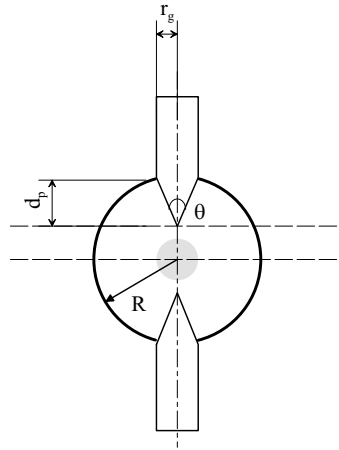


FIG. 4.16 – Rôle des trous dans la cellule : La perturbation du champ laser par les trous réduit le volume de capture. Ils modifient la distribution de position et de vitesse dans le nuage.

**Absorption des atomes** L'absorption de la lumière laser par les atomes a pour conséquence d'équilibrer la saturation optique au voisinage du centre de la cellule. En effet, plus il y a d'atomes froids, plus le milieu est optiquement épais. La saturation de la cellule aura alors tendance à baisser, du fait de l'absorption. La profondeur des puits de potentiel diminuera alors, ainsi que la force de pression de radiation. Si le nombre d'atomes froids diminue, le taux d'absorption diminuera aussi, et la saturation optique de la cellule augmentera en conséquence. Les puits de potentiel dipolaire seront plus profonds, et la pression de radiation plus intense. Le nombre d'atomes froids résulte d'un équilibre entre ces deux effets opposés. En conséquence, nous pensons que la densité d'atomes froids, la température et la vitesse de dérive sont des fonctions de la position  $\vec{r}$  dans la cellule. L'étude dynamique du couplage atome-champ reste à faire, et nous ne sommes pas capable de la décrire quantitativement actuellement.

**Remarque sur les collisions froides** Les pertes par collisions froides avaient été négligées jusque là. Or les collisions inélastiques à deux corps entre atomes froids dans un piège induisent des pertes d'atomes froids. Le taux de

pertes est lié à la densité d'atomes froids  $n_F$  et à une constante  $\zeta_F$  [20][95] :

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt}(t) &= - \int -\zeta_F n_F^2(\vec{r}, t) d^3r \\ &= -\zeta_F \frac{N(N-1)}{V_c}\end{aligned}\tag{4.78}$$

$\zeta_F$  dépend de la saturation de la cellule et de la température des atomes.  $\zeta_F$  est le plus souvent compris entre  $10^{-10}$  et  $10^{-11} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  [95],[96].

**Des températures subDoppler sans contrôle de la polarisation, en déséquilibre d'intensité!** Il est important de noter ici, qu'on injecte la lumière laser par des fibres multimodes, c'est-à-dire sans contrôle ni de l'intensité, ni de la polarisation. Dans les cellules Horace, nous sommes sensibles au gradient d'intensité du champ emmagasiné, mais nous sommes quasi-insensibles au déséquilibre de l'intensité en sortie des fibres optiques. La preuve est que nous avons observé des atomes froids avec une seule fibre optique dans des cellules sphériques dif-fusantes. C'est peut être là l'avantage déterminant du refroidissement en cellule pour le projet Horace. Nous sommes en revanche sensibles aux fluctuations de phase du champ laser, pour des fluctuations de phase suffisamment rapides devant le temps de pompage optique. Le bruit modal des fibres multi-modes est de ce point de vue un choix critiquable, même s'il n'est pas vraiment limitant pour les expériences que j'ai menées.

## 4.9 Conclusions

Nous avons montré dans ce chapitre les caractéristiques essentielles du refroidissement Doppler en "régime isotrope" ( $v > v_{lim}$ ) et en régime "classique" ( $v < v_{lim}$ ) par un modèle Doppler. Nous avons développé et exploité une simulation numérique pour caractériser la figure de mérite de la cellule en l'absence d'atomes. Nous avons également utilisé la simulation pour mettre en évidence les paramètres "sensibles" de l'expérience et comprendre l'influence de la position des fibres, de la géométrie de la cellule et de la réflectance des matériaux pour la phase de capture des atomes froids. Nous avons ainsi montré que le milieu peut être optiquement saturé avec des puissances lumineuses relativement faibles d'une part, et d'autre part que le champ laser peut présenter des anisotropies et des gradients d'intensités parfois marqués, qui limitent le volume de la zone de capture.

Les diagrammes en énergie et en impulsion ne sont malheureusement que qualitatifs. Leur exploitation est limitée car ils ne permettent donc pas de définir clairement un critère de sélection des configurations. Le diagramme en énergie de la cellule cylindrique à 4 fibres propose une explication à l'absence d'atomes froids dans cette cellule, mais le résultat ne peut être tenu pour définitif.

Nous avons enfin esquissé un modèle subDoppler du refroidissement en cellule, basé sur le déplacement lumineux induit par un champ tavelé à 3D. Ce modèle permet d'une part de comprendre les températures de l'ordre de quelques  $10 \mu K$  observés expérimentalement à la fin de la phase de capture, et d'autre part le succès de la phase Sisyphes de refroidissement sans contrôle de l'intensité laser ni de la polarisation en sortie de fibre.

Le modèle de refroidissement subDoppler par des mécanismes Sisyphes dans une cellule de stockage présenté ici est un modèle très "jeune", que je n'ai pas eu le temps d'approfondir autant que je l'aurais souhaité. Une modélisation plus rigoureuse des processus de refroidissement à l'œuvre dans les cellules Horace, indissociable d'une meilleure connaissance de la statistique du champ laser tavelé 3D, devient absolument nécessaire à mon sens, pour comprendre, modéliser, et contrôler la taille et la température du nuage d'atomes froids par la technique de refroidissement en cellule réfléchissante qu'utilise le projet Horace. L'étude de la dynamique du refroidissement devrait nous permettre de mieux comprendre les processus de refroidissement dans les cellules Horace, où le champ laser et la densité d'atomes froids sont en constante interaction mutuelle.

# Chapitre 5

## Etude expérimentale du refroidissement en cellule

*J'ai eu du mal à le mettre au point,  
mais le résultat dépasse mes espérances.  
B. Vian, L'écume des jours (1947).*

**Introduction** Nous présentons brièvement dans ce chapitre les résultats des premières expériences de capture en refroidissement en cellule. Nous présenterons dans une deuxième partie les modifications de l'enceinte à vide. Nous concentrerons l'exposé sur les résultats obtenus avec la cavité sphérique à 6 fibres. Enfin, nous évoquerons dans la dernière partie du chapitre l'effet des interactions Cs-Cu, et les solutions techniques qui ont été étudiées pour palier le problème de l'interaction du Cs avec le cuivre de la cavité.

### 5.1 Les premières expériences de capture d'atomes froids en cellule

#### 5.1.1 Le dispositif expérimental

Les premiers essais de refroidissement en lumière isotrope pour une horloge atomique ont été réalisés par Ch. Guillemot et N. Dimarcq au LHA à partir de 1996 pour le projet CHARLI, (voir figure 5.1). Cette expérience originale nous a permis de tester parallèlement plusieurs configurations de cellule de refroidissement isotrope, différentes de la configuration initialement prévue, pour la phase de capture des atomes froids. Nous rappelons dans un premier temps assez brièvement l'arrangement expérimental, puis les résultats que nous avons obtenus en phase de capture pour le refroidissement en cellule, avec trois types de cellule non accordables à la résonance hyperfine du Césium. Le lecteur pourra se référer aux références [90] et [81, chap.7,p.158 et suiv.] pour obtenir une description plus précise et plus détaillée de ces expériences. Notre objectif dans cette première partie du chapitre est de convaincre de la présence de mécanismes de refroidissement Sisyphe dans les cellules que j'ai testées pour le projet Horace.

**Dispositif expérimental** La configuration mise en place est la suivante : une sphère de Spectralon de 25 mm de rayon entoure un ballon de pyrex de diamètre légèrement inférieur dans lequel régnent une vapeur de césium. Le ballon de pyrex est relié par deux tubes de pyrex de 8 mm de diamètre interne et de 13,6 mm de long à une réserve de césium (en haut) et à la partie inférieure de l'horloge (en bas). Les tubes de pyrex sont également entourés de Spectralon et peuvent contribuer ainsi au stockage du champ laser dans la cellule. On peut cependant placer un cache opaque entre le spectralon et les tubes de pyrex pour apprécier les propriétés de la cellule seule (voir figure 5.2). La densité d'atomes chauds est de l'ordre de quelques  $10^8 - 10^9$  atomes/cm<sup>3</sup> et est contrôlée par un élément Peltier. On maintient un ultra-vide de  $2 \cdot 10^{-7}$  Pa dans l'enceinte à vide à l'aide d'une pompe ionique de 25 l/s. L'ensemble est protégé du champ magnétique terrestre par un blindage en  $\mu$ -métal. Le gradient de champ magnétique sur les axes (Ox) et (Oy) est de  $71 \mu G \cdot cm^{-1}$ . Le gradient de champ magnétique longitudinal est de  $238 \mu G \cdot cm^{-1}$  [81, p.151].

**Le banc optique** La lumière de refroidissement est donnée par une diode laser DBR (SDL) de 200 mW (refroidisseur) et accordée sur la transition  $6S_{1/2} F = 4 \rightarrow 6P_{3/2} F' = 5$  puis décalée de quelques MHz (typiquement entre 0.5 et  $4\Gamma$  maximum) par effet Zeeman sur la cellule de césium servant à l'asservissement. Le laser repompeur est une diode laser DBR (SDL) de 150 mW accordée sur la transition  $6S_{1/2} F = 3 \rightarrow 6P_{3/2} F' = 4$ . La lumière de refroidissement est injectée dans une fibre multimode. La lumière est répartie dans 4 fibres multimodes (coeur/manteau =  $50/125 \mu$ ) à l'aide d'un coupleur 1x4 de fibres optiques multimodes. Les 4 fibres sont disposées régulièrement dans le plan perpendiculaire à l'axe de la gravité. On dispose en sortie de fibre de 51 mW de laser refroidisseur au maximum. On ajuste la puissance du laser repompeur en sortie de fibre autour de 1 à 2 mW, juste au-dessus de la puissance seuil nécessaire pour ne pas perdre d'atomes froids. La puissance laser n'est pas répartie uniformément sur les 4 fibres en sortie du coupleur, et les déséquilibres d'intensité peuvent atteindre près de 30% au pire. Le laser de détection, est une diode laser en cavité étendue dont la largeur de raie est de l'ordre de 500 kHz. Son fonctionnement est continu, et il est asservi en fréquence sur la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  de la raie  $D_2$  du césium pour l'acquisition des temps de vol.

**La séquence temporelle** A la fin de la phase de refroidissement, les faisceaux laser sont obturés à l'aide d'obturateurs mécaniques ("clic-clacs"), et les atomes froids sont relâchés. Le laser repompeur est laissé allumé 1 ms de plus que le laser refroidisseur pour préparer tous les atomes dans l'état  $F = 4$  du niveau fondamental.

**Mode Horloge CHARLI** Au cours de leur chute, les atomes froids passent dans une cavité micro-onde accordée à résonance. En mode horloge, on excite en continu le mode résonnant de la cavité avec un signal issu d'une chaîne de fréquence du type décrit au chapitre 2. Ils y subissent une impulsion Rabi d'interrogation. Les atomes froids ayant effectué la transition d'horloge sont détectés

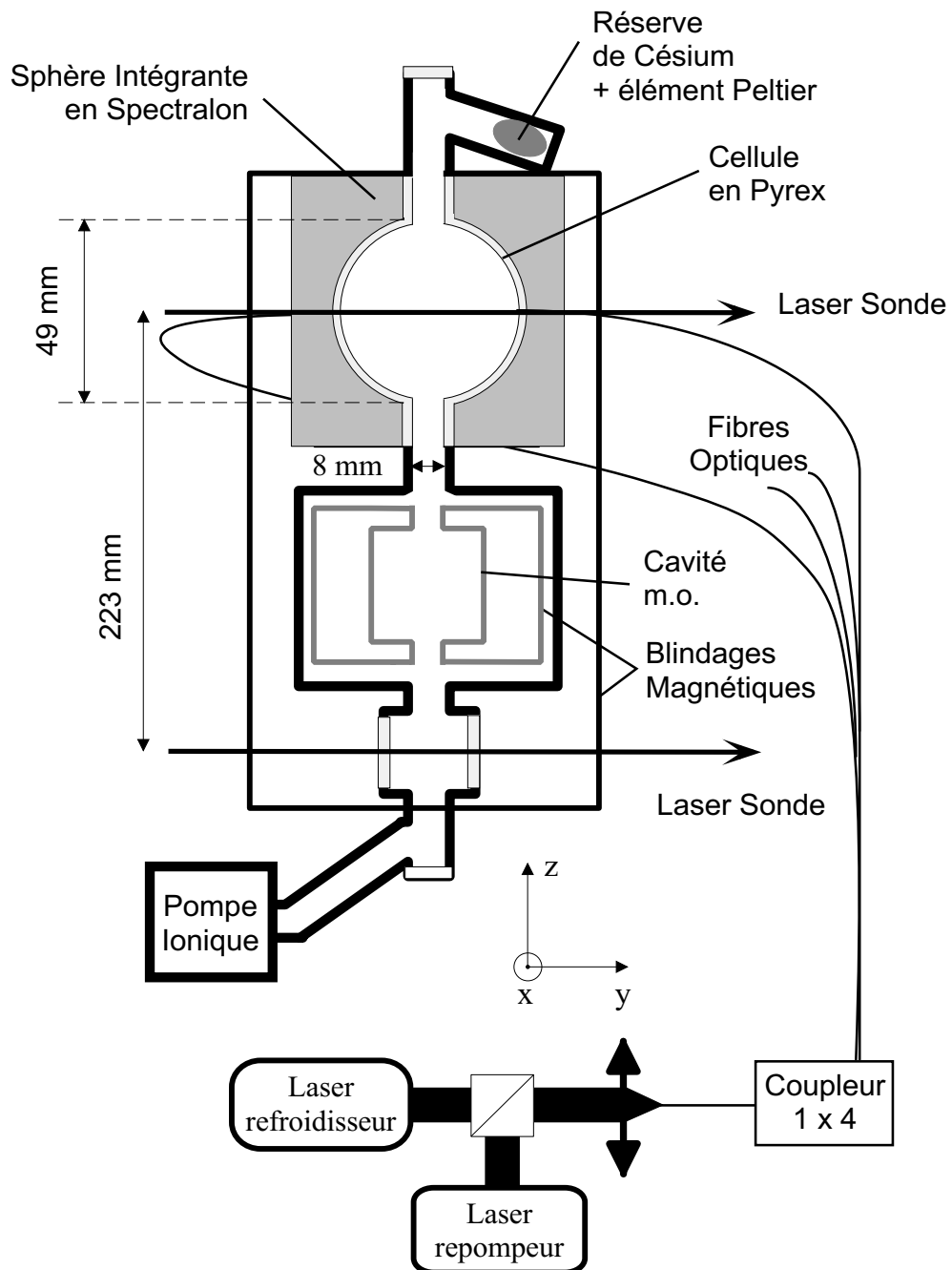


FIG. 5.1 – Schéma de principe de l'expérience CHARLI (Ch. Guillemot, N. Dimarcq et al.). Les atomes une fois refroidis chutent à travers la cavité micro-onde. Le signal d'horloge est détecté par fluorescence. Les atomes froids sont analysés par temps de vol.

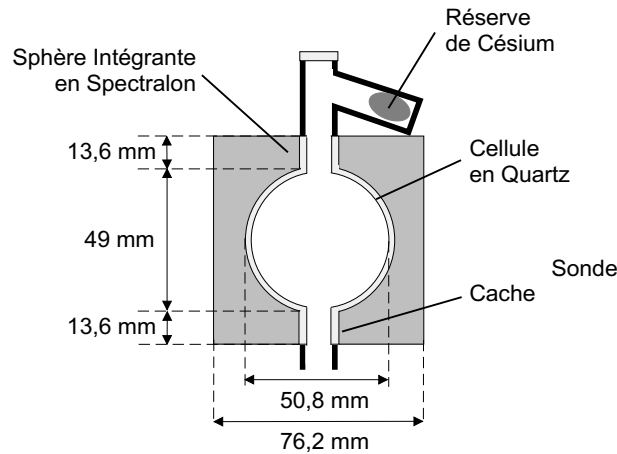


FIG. 5.2 – Cellule de refroidissement de l'expérience CHARLI.

par fluorescence 225 mm en dessous du centre de la cellule de refroidissement par un faisceau sonde rétro-réfléchi par un miroir plan. La mesure du nombre d'atomes dans  $F = 4$  permet une mesure de la probabilité de transition en fonction du désaccord en fréquence de l'oscillateur local par rapport à la fréquence de la transition atomique. Ce mode de fonctionnement peut être rapproché de la "douche froide" imaginée dans les années 1996 dans le groupe de P. Thomann pour l'élaboration d'un jet continu d'atomes froids [86, p.6-8]

**Mode Temps de vol** En mode temps de vol, la cavité micro-onde n'est plus excitée par le signal d'interrogation hyperfréquence. On utilise uniquement la zone de détection du signal d'horloge pour réaliser un temps de vol [97], et analyser le nuage d'atomes froids de cellules d'essai. La méthode consiste simplement à laisser tomber le nuage d'atomes froids dans le champ de gravité. On dispose, une vingtaine de centimètre plus bas, un faisceau rétro-réfléchi de détection, accordé sur la transition cyclante  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  de la raie D2. Une photodiode placée sur l'axe perpendiculaire au faisceau et perpendiculaire à l'axe de chute mesure la fluorescence des atomes froids passant à travers le faisceau sonde. La largeur du signal de fluorescence dépend de la température initiale du nuage et de son extension spatiale. L'aire du signal est proportionnelle au nombre d'atomes froids détectés.

### Analyse des signaux de temps de vol

**Détermination de la température par la mesure de temps de vol** Le signal de temps de vol est le signal de fluorescence émis par  $N$  atomes froids durant leur chute dans le faisceau sonde. Il peut s'écrire formellement :

$$S_{vol}(t) = \frac{dN}{dt} \quad (5.1)$$

$T$ ( $\mu K$ )	1	10	20	50	100
$\Delta t$ (ms)	1,9	6	8,5	13,4	19

TAB. 5.1 – Largeur des signaux de temps de vol

On le relie à la distribution d'atomes en vitesse en écrivant le changement de variable suivant :

$$S_{vol}(t) = \frac{dN}{dv} \frac{dv}{dt} \quad (5.2)$$

Lorsqu'on néglige l'extension spatiale du nuage d'atomes froids et du laser de détection, et qu'on néglige de plus les effets de troncature par le tube de dimension finie situé juste au-dessus de la zone de détection, on a :

$$\frac{dN}{dv} = \frac{n \cdot V}{u\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{u^2}\right) \quad (5.3)$$

$$\text{avec, pour rappel : } u = \sqrt{\frac{2k_B T}{M_{Cs}}}$$

où  $n$  est la densité d'atomes froids dans la mélasse optique,  $V$  le volume du nuage d'atomes froids, et  $\sigma_v$  est la largeur de la distribution des vitesses des atomes dans le nuage d'atomes froids. La largeur à mi-hauteur du temps de vol est reliée, avec les mêmes approximations, à la vitesse quadratique moyenne dans l'échantillon par la relation[86, p.98] :

$$\Delta t = 2\sqrt{\ln 2} \frac{u}{g} \quad (5.4)$$

La température du nuage est alors donnée par la relation :

$$T = \frac{M_{Cs} g^2}{k_B} \frac{\Delta t^2}{8 \ln 2} \quad (5.5)$$

Le tableau 5.1 donne quelques applications numériques utiles de la formule 5.5.

Quand on prend en compte l'extension du nuage d'atomes froids et celle du laser de détection, alors la largeur du temps de vol est la somme de trois gaussiennes [98],[86] :

$$\sigma^2 = \sigma_v^2 - \left( \frac{\sigma_r^2}{t^2} + \frac{\sigma_{Laser}^2}{t^2} \right) \quad (5.6)$$

où  $\sigma_r^2$  est la variance de la distribution gaussienne du nuage d'atomes froids,  $\sigma_{Laser}^2$  est la variance du faisceau laser de profil spatial gaussien de détection, et  $t$  la durée de chute libre. La température du nuage est alors donnée par :

$$T = \frac{M_{Cs}}{k_B} \left( \frac{(g\Delta t)^2}{8 \ln 2} - \left( \frac{\sigma_r^2}{t^2} + \frac{\sigma_{Laser}^2}{t^2} \right) \right) \quad (5.7)$$



$\sigma_r$ (mm)	0,5	1	5	10	20
$\Delta T$ ( $\mu K$ )	$-4.10^{-2}$	-0,15	-3,93	-15	-63

TAB. 5.2 – Contribution de l’extension du nuage d’atomes froids à la largeur d’un temps de vol. Nous donnons ici directement la correction qu’on doit appliquer à la mesure de température lorsqu’on supposait le nuage ponctuel.

Lorsqu’on suppose la boule d’atomes froids ponctuelle, nous obtenons la limite supérieure à la température réelle du nuage (majorant de la température). Dans notre premier système expérimental, nous ne disposions qu’un d’un seul faisceau sonde. Avec un tel système, on ne peut pas discerner la contribution de l’extension spatiale de la boule de celle de la température du nuage. Cependant, la correction due à la taille du nuage n’intervient que pour des nuages assez étendus (supérieurs à 5-10 mm) et pour des températures relativement basses (typiquement  $< 10\mu K$ , voir tableau 5.2).

**Nombre d’atomes froids détectés dans le signal de temps de vol** Le signal de temps de vol est une mesure de tension aux bornes d’une photodiode de très faible bruit. Le nombre d’atomes froids  $N$  qui contribuent au signal de temps de vol est relié à la tension  $U(t)$  aux bornes de la photodiode par la relation[86, p.81] :

$$\int_{t=0}^{t_{max}} U(t) dt = N \left( \frac{2F' + 1}{2F + 1} \frac{C_{FF'}}{3} \right) (\kappa\eta R) \left( \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} h\nu \right) \left( \frac{\Omega_d}{4\pi} \right) T_i \quad (5.8)$$

Le premier terme à droite de  $N$  représente la probabilité de transition des atomes dans l’état  $F = 4$  soumis à l’excitation du champ laser sonde.  $C_{FF'}$  est le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition atomique utilisée. Ici, on sonde avec la transition cyclante  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ , et ce terme vaut  $\simeq 0,4$ . Le troisième terme du membre de droite de l’équation représente l’efficacité de conversion des photons de fluorescence en courant de détection.  $\kappa$  est un facteur correctif pour prendre en compte le diagramme de rayonnement de l’atome pour une émission spontanée  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ .  $\eta$  est le rendement quantique de la photodiode et  $R$  est la résistance de charge de la photodiode. Le quatrième terme correspond à la puissance de fluorescence émise par les atomes, avec les mêmes notations qu’au chapitre précédent. La puissance reçue par le détecteur dépend de l’ouverture de l’angle solide de collection des photons de fluorescence (les photons de fluorescence sont émis dans  $4\pi sr$ ). Il dépend de l’ouverture numérique de la lentille de collimation placée devant la photodiode. Enfin  $T_i$  est la durée du passage des atomes dans le faisceau sonde de détection (c’est la durée d’interaction des atomes avec le laser).  $T_i$  est la durée d’interaction d’un atome avec la sonde. Il gouverne le nombre de photons de fluorescence par atome, pour une transition donnée. Il dépend essentiellement de la vitesse de chute des atomes au niveau de la sonde de temps de vol ( $v_z$  grand devant la dispersion des vitesses du nuage) et de l’extension du faisceau sonde selon l’axe de chute des atomes. La durée de passage des atomes n’est pas constante en fonction du temps d’arrivée et doit être corrigée au traitement du signal.

**Incertitudes** Le temps d'arrivée des atomes est connu avec une très bonne résolution, avec les cartes d'acquisition disponibles aujourd'hui. Le gain du circuit transimpédance peut être mesuré avec suffisamment de soin, et ne limite pas l'incertitude du résultat. On peut connaître le nombre d'atomes dans le signal de temps de vol par une intégration directe du signal. La connaissance du nombre d'atomes froids détectés est limité par les incertitudes sur la saturation  $s$  et l'ouverture numérique du système de collection des photons de fluorescence. La connaissance du nombre d'atomes froids dans la cellule est limité par les incertitudes portant sur la fraction d'atomes détectés. Par contre, la détermination de la température nécessite un ajustement de la courbe expérimentale par une fonction analytique. Elle dépend donc du modèle employé, et de l'incertitude sur la connaissance de l'extension spatiale initial du nuage.

### Absorption linéaire

Le dispositif expérimental nous permet d'envoyer un faisceau sonde au centre de la cellule de test pour réaliser une absorption linéaire (voir schéma 5.1). Ce faisceau nous permet de mesurer la densité d'atomes thermiques dans la cellule. Il nous permet d'autre part de visualiser la croissance des pics hyperfins sur le fond Doppler lorsque les faisceaux de refroidissement éclairent la cellule. Le faisceau sonde d'absorption linéaire permet ainsi d'obtenir rapidement une mesure du temps de chargement des atomes froids dans la mélasse optique.

**Détermination de la densité atomique** On utilise la loi de Beer-Lambert pour déterminer la densité d'atomes thermiques dans la vapeur :

$$\frac{I_L}{I_0} = e^{-n\sigma L} \quad (5.9)$$

où  $I_L$  (resp.  $I_0$ ) est l'intensité du faisceau laser après (resp. avant) la traversée de la cellule, et  $L$  la longueur sur laquelle l'absorption a lieu.  $n$  est la densité effective d'atomes thermique de la cellule en prenant en compte le fait que tous les atomes n'interagissent pas avec le faisceau sonde. En supposant que l'éclairement du faisceau est très inférieur à l'éclairement de saturation, et en supposant que la largeur de raie du faisceau laser sonde est très inférieure à la largeur naturelle de la transition, la densité effective est reliée à la densité  $n_0$  d'atomes thermiques de la cellule par la relation :

$$n = n_0 \Gamma \lambda_{D2} \sqrt{\frac{M_{Cs}}{(2\pi^3)k_B T}} \quad (5.10)$$

où  $\lambda_{D2}$  est la longueur d'onde de la transition, et  $T$  est la température de la cellule. Enfin, le terme  $\sigma$  de l'équation précédente est la section efficace d'absorption à résonance pour un atome immobile. Elle s'écrit [86],[79] :

$$\sigma = \frac{2F' + 1}{2F + 1} \frac{C_{FF'}}{3} \frac{3\lambda_{D2}^2}{2\pi} \quad (5.11)$$

La densité d'atomes thermiques est finalement donnée en fonction de l'absorption du laser sonde accordé sur la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  par<sup>1</sup> :

$$n_0 = \frac{9}{11} \frac{(2\pi)^{5/2}}{\Gamma\lambda^3} \sqrt{\frac{k_B T}{M_{Cs}}} \frac{1}{L} \ln\left(\frac{I_0}{I_L}\right) \quad (5.12)$$

**Application numérique** Dans le cas de notre cellule de 48 mm de diamètre interne, et pour une vapeur à 290 K dans la cellule, on trouve pour la raie D2 :

$$n_0 = 1,1 \cdot 10^{10} \ln \frac{I_0}{I_L} \text{ atomes.cm}^{-3} \quad (5.13)$$

On mesure une densité d'atomes chauds de  $4 \times 10^8 \text{at.cm}^{-3}$ , à 10 % près dans la cellule.

### 5.1.2 Résultats expérimentaux

Trois cellules ont été testées avec ce dispositif : une sphère diffusante, un cylindre diffusant (dans deux configurations, avec le plan des fibres parallèle ou perpendiculaire à la gravité), et un cylindre réfléchissant en cuivre poli, où le plan des fibres est parallèle à l'axe de gravité. Le pilotage informatique de l'expérience permettait l'étude du nombre d'atomes froids pour des paramètres fixes de désaccord et d'intensité pendant une séquence de chargement (phase de capture).

**Mesure du temps de chargement** La courbe 5.3 montre le temps de chargement de la mélasse enregistré typiquement. Il est mesuré en enregistrant l'absorption du laser sonde au cours du temps à partir de l'établissement du laser repompeur. Le laser sonde et le laser refroidisseur sont allumés en permanence. On détermine le taux de capture  $R_c$  et le taux de pertes  $\zeta$  par un ajustement de la courbe expérimentale en utilisant les équations 4.51 et suivantes. Le nombre d'atomes  $N_0$  est mesuré par l'aire du signal de temps de vol, en supposant aucune perte au cours de la chute. Le problème de cette méthode est que la saturation optique de la cellule modifie le taux d'absorption, ce qui perturbe le résultat de la mesure.

#### Les mesures par temps de vol

**Temps de vol bimodaux** Deux types de temps de vol [97] ont été observés avec cette expérience :

- temps de vol à deux pics (bi-modaux)
- temps de vol à 1 pic

La position et l'amplitude du ou des sommets du signal de temps de vol dépendent de façon complexe de la saturation de la cellule, du désaccord en

---

<sup>1</sup>Remarque : Quand le milieu atomique n'est pas polarisé, le produit des deux premiers facteurs de l'équation 5.11 est égal à 1.

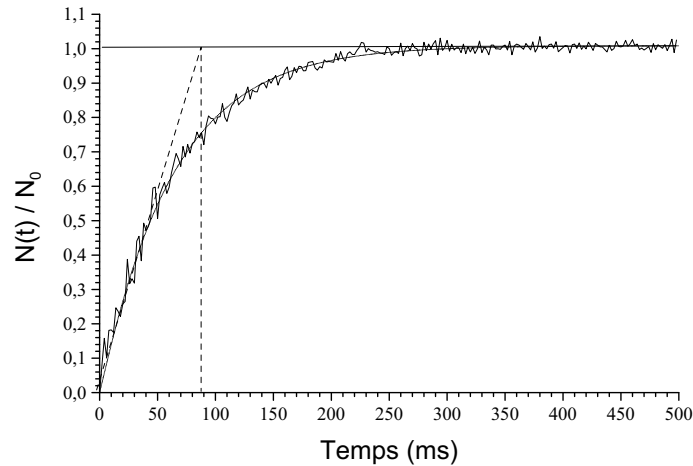


FIG. 5.3 – Temps de chargement de la mélasse en lumière isotrope. Cas de la sphère intégrante. La puissance laser est de 50 mW et celle du repompeur est de 1 mW. Le décalage en fréquence est de  $-1, 1\Gamma$ .

fréquence, et de la configuration étudiée. La figure 5.4 montre deux exemples typiques des signaux de temps de vol enregistrés pour la sphère diffusante, à intensité et désaccords fixés, et en fonction de diffusion ou non au niveau des tubes (Fig. 5.2, p. 148).

Le nombre d’atomes froids et les températures que nous donnons au tableau 5.3 correspondent à l’aire et à la largeur de chacun des pics du signal de temps de vol, ajustés par une gaussienne, dans le cas du temps de vol bimodal (le nombre d’atomes froids total est proportionnel à la somme des deux aires). Dans le cas du temps de vol à un seul sommet, le nombre d’atomes et la température correspondent à l’ajustement par une gaussienne du signal de temps de vol.

### Résultats des mesures

Pour le désaccord optimal en nombre d’atomes froids détectés, le nombre d’atomes froids augmente avec la puissance lumineuse injectée dans les fibres. A puissance lumineuse optimale, la température décroît avec le désaccord en fréquence vers le rouge du laser refroidisseur.

#### 5.1.3 Temps de vol bimodal

Les atomes froids obtenus en lumière isotrope ont été caractérisés par la méthode des temps de vol [97]. La position des pics dépend du désaccord en fréquence, mais ne dépend pas de la puissance lumineuse injectée. Nous présentons Fig. 5.5 la variation du nombre d’atomes et de la largeur du temps de vol en fonction

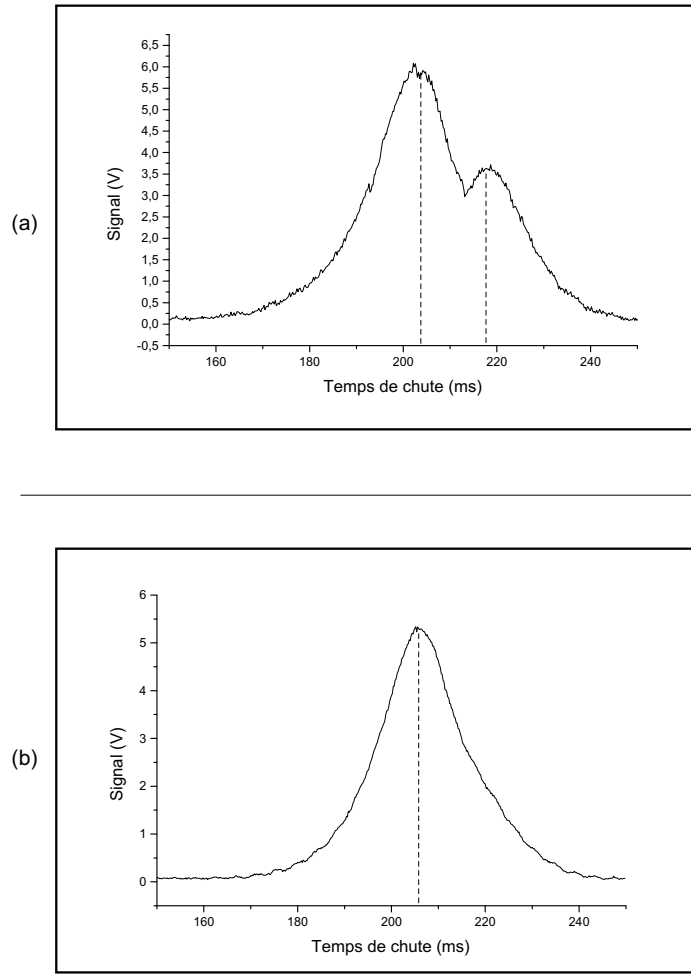


FIG. 5.4 – (a) Temps de vol à 2 pics (avec diffusion au niveau des tubes). (b) Temps de vol à un pic (sans diffusion au niveau des tubes). Le pic observé est nettement anticipé à la valeur attendue par un calcul balistique de mécanique classique (chute libre).  $P_{ref} = 51mW$ ,  $\delta = -1, 1\Gamma$ .

Plan des fibres	Sphère Diffusante $\perp \vec{g}$	Cylindre Diffusant $\perp \vec{g}$	Cylindre Diffusant $// \vec{g}$	Cylindre Réfléchissant $\perp \vec{g}$
$\zeta$ ( $at.s^{-1}$ )	14,6	12,7	13,1	14,7
$R_c$ ( $at.s^{-1}$ )	$1,3 \cdot 10^{10}$	$1,1 \cdot 10^{10}$	$9,4 \cdot 10^9$	$5,2 \cdot 10^8$
$N_0$ (at. froids)	$9,2 \cdot 10^8$	$9,0 \cdot 10^8$	$7,2 \cdot 10^8$	$3,3 \cdot 10^7$
$\delta_{opt}$ pour $N_{max}$	$-1.1\Gamma$	$-1.1\Gamma$	$-1.1\Gamma$	$-1.6\Gamma$
$T$ pour $N_{max}$ ( $\mu K$ )	160	195	195	17,6
$T_{min}$ ( $\mu K$ )	50	16	50	7
$\delta_{max}$	$-2\Gamma$	$-3.5\Gamma$	$-2\Gamma$	$-2.1\Gamma$

TAB. 5.3 – Caractéristiques du refroidissement en cellule après la première phase de capture, pour trois configurations[81].  $n = 4 \cdot 10^8$  at. chauds  $/cm^3$ .

du désaccord en fréquence, pour une puissance laser refroidisseur de 51 mW et 1 mW de puissance repompeur. La courbe du bas représente la position des sommets des deux pics du temps de vol en fonction du désaccord en fréquence du laser refroidisseur. Les deux pics se rapprochent avec les désaccords de plus en plus grand vers le rouge, à partir de  $\delta = -1,7\Gamma$ . On observe que les deux pics se confondent pour  $|\delta| > |-2,7\Gamma|$ .

Ces temps de vol à deux sommets sont encore mal compris actuellement. La position des pics, asymétriques par rapport à la position attendue par un calcul balistique de mécanique classique<sup>1</sup>, est difficilement interprétée. Plusieurs modélisations ont été proposées au cours de ma thèse, mais elles se heurtent toutes à un moment donné à l'expérience. Je rappelle ici "l'historique" des explications avancées :

- Gradient de champ magnétique : On a d'abord<sup>2</sup> pensé à un gradient de champ magnétique dans la cellule. Cependant, si les temps de vol bimodaux étaient dû à un gradient de champ magnétique dans la cellule, il aurait fallu que le champ magnétique s'inverse au centre de la cellule et présente deux minima non symétriques dans la cellule. Une évaluation numérique présentée dans la thèse de N. Sagna [99] montre que pour un gradient de  $1mT \cdot cm^{-1}$  et un déséquilibre de 30%, le déplacement du nuage est de 3 mm, ce qui correspondrait à un déplacement des pics de 1,5 ms pour le signal de temps de vol. De plus, la présence ou non des caches noirs optiques au niveau des tubes ne devrait rien changer à l'expérience. L'explication par un gradient de champ magnétique ne peut pas être satisfaisante dans notre cas.
- Double boule d'atomes froids : Il a aussi été proposé une explication des temps de vol bimodaux par une double boule d'atomes froids. Le rapport de l'aire des deux pic du signal de temps de vol suppose alors un nuage d'atomes froids en forme de cacahuète [100], avec une petite boule située 7 mm au dessus du centre de la cellule et une plus grosse boule située 15 mm en dessous du centre de la cellule. Les deux boules n'auraient pas le même nombre d'atomes froids. Une telle explication pose de nombreuses difficultés. On peut difficilement expliquer la raison physique d'un nuage d'atomes froids en forme de cacahuète dans une sphère diffusante, en particulier. Mais la forme du nuage, ou le nombre d'atomes mesuré dans chacun des deux pics, ne sont pas encore le plus problématique<sup>3</sup>. Pour le cylindre diffusant, nous avons observé des temps de vol proche de résonance ( $|\delta| < |- \Gamma|$ ) où la position du sommet du pic anticipé indique une durée de chute libre

---

<sup>1</sup>On rappelle que la position attendue du sommet du temps de vol est de 214,2 ms pour 225 mm de chute. Les sommets sont mesurés à 205 ms (-9,2 ms) et 218 ms (+3,8 ms).

<sup>2</sup>Si la mesure de la hauteur de chute était simplement erronée, le rapprochement des sommets de temps de vol avec les désaccords croissants vers le rouge seraient encore plus troublants !

<sup>3</sup>Les atomes passent par un tube de 8 mm de diamètre interne situé juste en dessous de la cellule de refroidissement avant d'entrer dans la zone de détection. On peut imaginer que la différence d'hauteur des deux pics est due, au moins en partie, par un écrêtage du nuage le plus élevé dans la cellule. Mais les calculs montrent que l'effet de troncature ne donne pas le bon ordre de grandeur, en particulier pour des températures de l'ordre de quelques  $10\mu K$ .

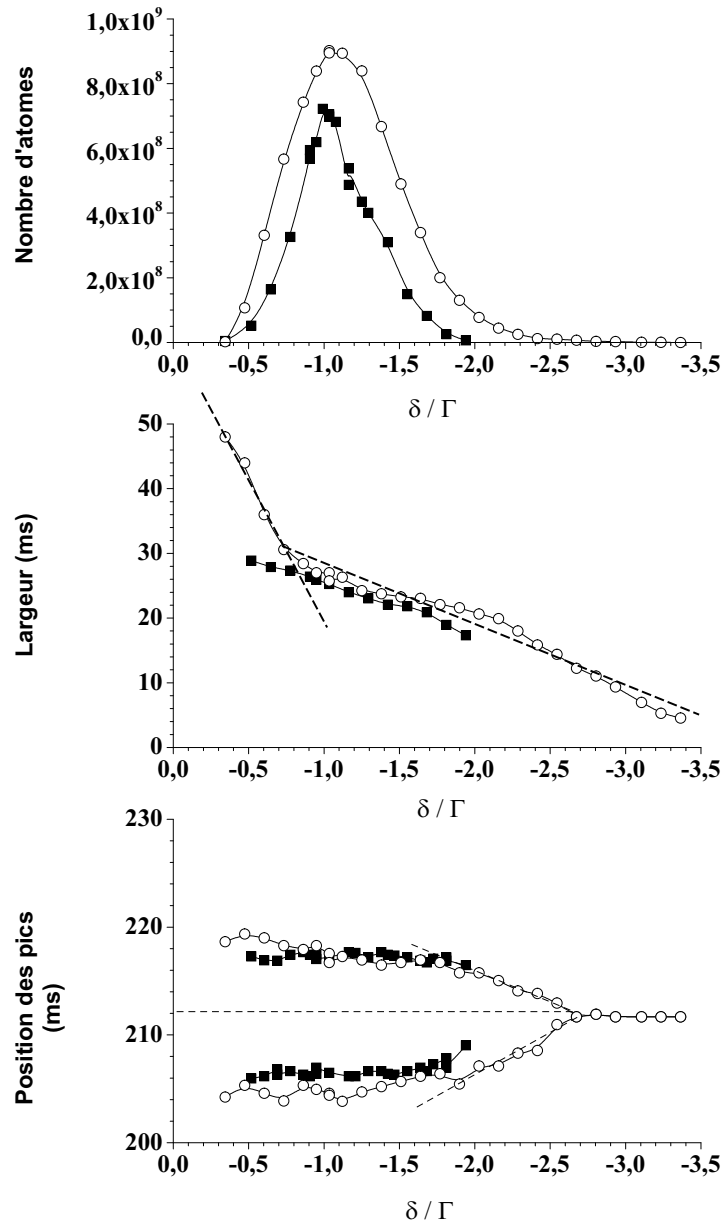


FIG. 5.5 – Nombre d'atomes froids et largeur des temps de vol en fonction du désaccord en fréquence du laser refroidisseur. Ronds blancs : Ajustement par une gaussienne du TOF à deux sommets. Les droites en pointillés soulignent les changements de pente.  $P_{ref} = 50mW$ .

inférieure à 200 ms. Avec un modèle de chute libre sans vitesse initiale, on calcule que le centre de masse des boules d'atomes froids seraient placés en dehors de la zone de refroidissement, dans les tubes de l'expérience. L'explication par une double boule d'atomes froids statique ne peut pas être satisfaisante<sup>1</sup>.

- Une boule d'atomes froids avec deux vitesses de dérive de sens opposé : On a alors pensé à une boule "bi-vitesse", avec deux vitesses de dérive dues aux gradients d'intensité dans la cellule. On suppose que le champ laser construit dans la cellule est tel qu'il y ait un effet de lancement (à cause d'un gradient d'intensité du champ laser, ou à cause d'un champ laser non-stationnaire par exemple). En fonction de la position des atomes par rapport au centre géométrique de la cellule, les atomes sont alors lancés soit vers le haut, soit vers le bas. On mesure alors par temps de vol des atomes "anticipés" et des atomes "retardés". On calcule que pour les valeurs mesurées expérimentalement, la vitesse de lancement doit être de  $\pm 5,15$  cm/s. Cependant, la remarque qui prévalait pour la double boule d'atomes froids est encore valable : les pics des temps de vol étant disymétriques, on doit supposer que la force de lancement n'est pas la même pour les atomes au-dessus et en-dessous du centre de la cellule. On calcule dans cette hypothèse que les vitesses des atomes sont  $-2,26$  cm/s (vers le haut) et  $8,18$  cm/s (vers le bas)! Si il y avait un tel écart de vitesse de lancement (il y a un rapport 3,6 entre les modules des deux vitesses!), alors le champ laser dans nos cellules aurait dû présenter une anisotropie de pression de radiation marquée, détectée par la simulation du champ laser moyen.
- Vitesse de dérive + troncature (spatiale) : Pour expliquer l'asymétrie des pics, nous avons alors cherché une explication par la troncature du signal de temps de vol par les diaphragmes de l'expérience. Le calcul montre qu'on peut déformer le signal de temps de vol, et déplacer ainsi le ou les sommet(s) apparent(s) du signal de temps de vol de quelques ms (fonction de la température, de la taille de la boule et du diamètre des diaphragmes). La hauteur du pic retardé est également réduite, mais pas dans les proportions observées expérimentalement. On ne peut pas expliquer également par filtrage spatial l'asymétrie de position des sommets du temps de vol bimodal (Fig. 5.6).
- Double distribution de vitesse (effet de piégeage) : la dernière hypothèse est l'existence d'une double distribution de vitesse dans le nuage d'atomes froids. Cette explication avait déjà été proposée par S. Chu et son équipe [101]. Ils avaient observé des temps de vol bimodaux avec des atomes froids de Sodium. L'article décrit l'observation d'un pic "rapide" (*fast peak*) et d'un pic "lent" (*slow peak*). La question est donc de justifier l'existence d'une double distribution de vitesse dans nos cellules de refroidissement. S. Chu propose que les atomes sont soumis à deux forces de friction, dont la vitesse

---

<sup>1</sup>L'explication par un nuage en forme de cacahuète aurait de toutes façons sérieusement hypothéqué l'emploi de Spectralon pour les cavités Horace, puisque notre intérêt est de limiter le nuage d'atomes froids à la zone ventrale du champ magnétique.



de capture est différente. C'est-à-dire en écrivant explicitement la force de friction comme :

$$F = \begin{cases} -\alpha v & \text{si } v < v_{cut} \\ -\alpha v - \beta(v - v_{cut}) & \text{si } v > v_{cut} \end{cases} \quad (5.14)$$

où  $\alpha$  serait le coefficient de friction Sisyphes, et  $\beta$  le coefficient de friction Doppler. Pour les atomes de vitesse inférieure à  $v_{cut}$ , la distribution des atomes sera une distribution de type  $\mathcal{L}_b$  centrée en  $\bar{v} = 0$ . Pour les atomes de vitesse supérieure à  $v_{cut}$ , la distribution sera encore une distribution de type  $\mathcal{L}_b$ , mais centrée en  $\bar{v}_f = (1 - \frac{\alpha}{\beta})v_{cut}$ . L'interprétation est séduisante, mais se heurte à nouveau à l'expérience : les coefficients de frictions Sisyphes et Doppler étant différents de deux ordres de grandeurs, on ne comprend pas bien que les largeurs des deux pics du signal de temps de vol soient du même ordre de grandeur.

Nous avons modifié une simulation informatique déjà existante des temps de vol dans notre expérience pour modéliser les temps de vol observés, et apprécier le comportement du pic retardé avec les vitesses de lancement élevées. Nous pouvons simuler la détection par temps de vol d'un nuage d'atomes froids de rayon  $r$  paramétrable situé à une hauteur quelconque au dessus de la zone de détection. Le nuage d'atomes froids est modélisé en une boule ou en deux boules, positionnées en n'importe quel point de la cellule  $(x,y,z)$ . On attribue aux atomes du nuage une température radiale et une température longitudinale identique pour les deux boules. On attribue à chacune des boules une vitesse quelconque  $(v_x, v_y, v_z)$  et distincte pour chacune des deux boules. On calcule la trajectoire de  $N$  atomes dans le champ de gravité terrestre jusqu'à en détecter le nombre voulu (on impose le nombre d'atomes détectés). La simulation indique qu'une double distribution en position ou en vitesse conduisent tout deux à un signal de temps de vol à deux pics, mais dont les positions ne correspondent pas aux mesures. On vérifie par cette simulation que le deuxième pic est plus petit que le premier pour des vitesses de lancement supérieures à quelques cm/s (ou d'un écart de position de plus de 10 mm environ).

La question des temps de vol bimodaux obtenus avec ces expériences en phase de capture est encore non résolue aujourd'hui. Nous avons montré au chapitre précédent qu'il devait exister une corrélation position-vitesse des atomes dans le nuage, mais nous n'avons pas de modèles quantitatifs à ce sujet actuellement. Avec la cavité sphérique que nous utilisons à présent, nous n'observons pas de signaux de temps de vol bimodaux, quelque soit le désaccord et la puissance de refroidisseur injecté. Nous présentons à la section suivante les modifications qui ont été portées à l'enceinte à vide et au banc optique pour étudier le refroidissement en cellule avec une phase Sisyphes.

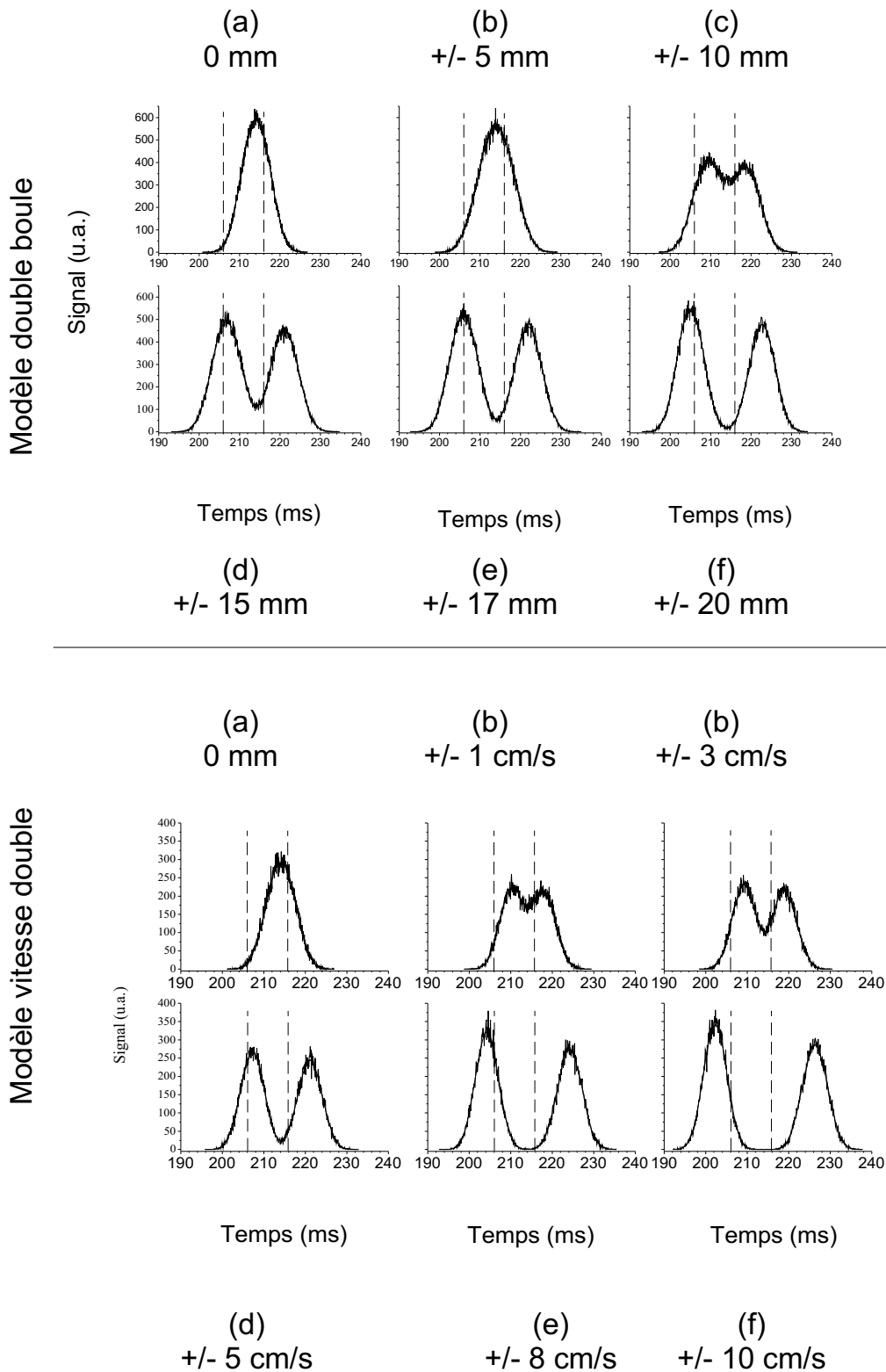


FIG. 5.6 – Simulation des signaux de temps de vol obtenus en lumière isotrope, obtenus en modélisant une double boule d’atomes froids ou un distribution de vitesse double. Les traits tiretés indiquent la position du sommet des pics dans le signal de temps de vol expérimental obtenu pour une sphère diffusante. Dans aucun des deux cas on arrive à positionner les deux pics simulés sur la position expérimentale des pics.

## 5.2 Améliorations du dispositif expérimental

**Objectifs** Nous avons modifié l’enceinte à vide de CHARLI pour l’adapter à un système d’analyse des signaux de temps de vol. L’objectif était de pouvoir déterminer la taille du nuage d’atomes froids d’une part, et d’autre part de chercher d’éventuels gradients de température dans le nuage. La connaissance de la température en chaque hauteur de la cellule est en effet primordiale dans le cadre de l’évaluation des déplacements de fréquence dépendant de la vitesse de la future horloge Horace.

### 5.2.1 Modification des zones de détection

#### Mesures par temps de vol

Afin de déterminer la température du nuage, nous avons gardé la méthode temps de vol déjà décrite dans la première partie de ce chapitre [97]. En effet, une méthode par double temps de vol<sup>1</sup> n’était pas la plus adaptée à notre situation. La détermination de la taille du nuage sera faite par une méthode par absorption linéaire (voir ci-dessous).

#### Absorption linéaire

Les cavités tests que j’ai conçues par la suite comportaient toutes deux trous de diamètre  $\Phi 2mm$  pour permettre une mesure par absorption linéaire d’un faisceau sonde. Cela permet d’observer la croissance des pics hyperfins en phase de refroidissement, et de faire des mesures d’absorption pour déterminer la densité d’atomes chauds ou d’atomes froids à différents instants de la séquence temporelle (voir ci-dessous). Le faisceau est injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation de marque *OZ* (cœur /manteau =  $5/125 \mu m$ ). La fibre optique permet d’amener la lumière au niveau de la tête de l’expérience, sans utiliser de mécanique complexe. Le collimateur de sortie de fibre est disposé à 10 cm du blindage magnétique de l’expérience. Deux lentilles placées derrière permettent d’anamorphoser le faisceau laser pour éviter les diffractions parasites sur le bord des ouvertures de la cellule.

#### Amélioration de la zone de temps de vol

La zone de mesure des temps de vol a été améliorée. Les miroirs de renvoi du faisceau sonde ont notamment été changés au profit de miroir de très haute réflectivité ( $R > 0.99$  mesuré) à l’angle d’incidence du faisceau sonde. L’électronique de détection a également été reprise pour minimiser les sources de bruit.

---

<sup>1</sup>La méthode de double temps de vol consiste à observer la fluorescence du nuage d’atomes en chute libre pour deux hauteurs différentes de chute. En étudiant la largeur du signal de temps de vol pour deux hauteurs différentes, on peut déterminer la contribution de l’extension spatiale du nuage et celle de la température du nuage d’atomes froids.

### 5.2.2 Méthodes de détection

Actuellement, notre connaissance du refroidissement en cellule est limité par les incertitudes sur le paramètre de saturation de la cellule et sur le nombre d'atomes froids dans la cellule. Nous indiquons brièvement ci-dessous les méthodes que nous avons imaginées mais pas encore expérimentées pour accéder à ces connaissances.

#### Mesure de la fluorescence de la mélasse

**Mesure du nombre d'atomes** La mesure de la fluorescence de la mélasse nous donne une information directement proportionnelle au nombre d'atomes froids dans la cellule, moyennant une calibration soignée. La mesure de la fluorescence peut être réalisée selon le schéma proposé au chapitre 3, en mesurant les fuites optiques par une ouverture de 2 mm au niveau du plan médian de la cavité. On tire avantage du recyclage de la lumière de fluorescence par la cellule pour détecter sans lentille de collimation la lumière de fluorescence.

**Ordre de grandeur** Pour  $10^8$  atomes froids dans la cavité, et un paramètre de saturation proche de 1, la tension du signal serait de l'ordre de la centaine de mV, avec une photodiode conventionnelle<sup>1</sup> et une résistance de boucle de gain de 50 M $\Omega$ . Cette mesure est une mesure directe du nombre d'atomes froids dans la cellule.

#### Mesure du taux de remplissage optique

Cette ouverture peut être utilisée pour mesurer les fuites optiques de la cellule. En désaccordant les faisceaux de refroidissement hors de résonance, on peut mesurer ainsi le taux de remplissage optique de la cellule. Lorsque les faisceaux lasers refroidisseurs sont à résonance, on mesure le taux de remplissage optique de la cellule en présence du milieu absorbant que sont les atomes. Ces mesures permettent d'obtenir une information sur la qualité optique de la cavité et sur le nombre de cycles absorption-emission par atomes. Cependant, cette mesure est difficile techniquement, car le temps de remplissage est de l'ordre de la ns. Il faut donc une photodiode rapide et un circuit amplificateur de large bande passante (> qq. GHz) pour que la mesure soit concluante.

**Remarque : Mesure des fuites optiques** La photodiode servant à la mesure du temps de vol permet également de mesurer le niveau de fuites optiques de la cellule.

---

<sup>1</sup>On utilise au Laboratoire des photodiodes Hamamatsu S1337-66BR de surface sensible 25mm<sup>2</sup>, et des photodiodes de surface sensible plus petite (meilleur rapport signal-sur-bruit) de 1mm<sup>2</sup>, de référence SFH-203. L'efficacité de conversion à 852 nm de ces photodiodes est proche de 0,5 A/W.

### Mesure de la densité d'atomes froids par absorption linéaire

**Principe** Pour mesurer la densité d'atomes froids, on peut utiliser une méthode par absorption linéaire en utilisant un faisceau de  $\sim 1$  mm de diamètre passant à travers les deux ouvertures de 2 mm de diamètre pratiquée dans le plan médian de la cavité. On balaye en fréquence le laser sonde pour sonder la transition  $6P_{1/2}F = 4$  vers  $6P_{3/2}$ , à une fréquence de quelques 10 kHz. La séquence temporelle d'Horace permet d'effectuer la mesure d'absorption du faisceau laser de détection à plusieurs instant du cycle :

- Quand la mesure est faite avant la phase de refroidissement, on mesure la densité d'atomes chauds.
- Quand la mesure est faite après la phase de refroidissement et en l'absence d'interrogation micro-onde, on mesure la densité d'atomes froids. L'instant de la mesure donne une indication directe de la densité d'atomes froids en fonction de l'altitude  $z$  (axe de chute des atomes) du nuage d'atomes froids. L'instant de la mesure étant postérieur à l'extinction des faisceaux de refroidissement, seule la partie supérieure du nuage au plan médian de la cellule peut être sondée. Par un argument de symétrie, on en déduit la densité d'atomes froids en toute altitude de la cellule.
- Quand la mesure est faite pendant la phase de refroidissement, on mesure la densité optique du nuage en présence du champ laser. Cette mesure permet de connaître la saturation optique de la cellule, en fonction de la puissance laser de refroidissement, par comparaison avec la mesure postérieure à l'extinction des faisceaux de refroidissement.

**Incidence sur la mesure de la dimension du nuage** La mesure de la densité d'atomes froids est une mesure essentielle, puisque, associée à la mesure du nombre d'atomes froids, elle permet de connaître les dimensions du nuage<sup>1</sup>.

Enfin, en balayant le laser sonde en fréquence à quelques  $Hz$  sur l'ensemble du spectre de la raie D2 du Cs (soit 1GHz environ) pendant la phase de refroidissement, l'absorption linéaire du nuage d'atomes froids donne une visualisation directe de la croissance des pics hyperfins sous l'effet du refroidissement. Cette possibilité est utile pour démarrer l'expérience...

**Remarque** On pourra aussi utiliser le laser sonde asservi sur la transition pompante  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  de la raie D2 du Cs, pour limiter la perturbation de la mesure par la fluorescence du nuage.

---

<sup>1</sup>Dans notre cas, le volume de la cellule étant un volume fermé, on ne peut pas faire de mesure par imagerie comme il est couramment pratiqué.

### 5.2.3 Les modifications du tube expérimental

#### Schéma de l'expérience

La figure 5.7 présente le schéma de l'expérience modifiée. La cavité micro-onde et la bobine de champ magnétique statique ont été enlevés. Les trous de passage du câble coaxial micro-onde ont été bouchés.

#### Rôle du ballon de quartz

La tête de l'expérience devait être changée. Au lieu d'un ballon de 25 mm de diamètre en pyrex, nous avons mis en place un ballon en quartz de diamètre un peu plus petit, de rayon 17,5 mm de diamètre externe, et de 16,5 mm de diamètre au minimum (l'épaisseur de quartz n'est pas constante dans le ballon). Ce changement permet d'adapter autour du ballon de quartz l'ensemble des cavités de test que nous avons imaginées. Les cavités de tests ont alors été dessinées pour pouvoir s'adapter autour du ballon de quartz.

Un ballon en quartz est plus difficile à réaliser qu'un ballon en pyrex car il demande d'être chauffé à de plus hautes températures pour être soufflé. Mais nous avons vérifié expérimentalement que le pyrex est inadapté pour nos applications, car il absorbe fortement à  $9,2\text{GHz}$ . Nous avons mesuré une diminution du facteur de surtension par un facteur 100 environ lorsqu'on charge une cavité résonante par un ballon de pyrex.

Le ballon de quartz est terminé par des tubes de chaque côté. Leur diamètre externe est de 10 mm, et le diamètre interne de 8 mm. Ainsi, les cavités que nous avons testées ne sont pas encore complètement optimisées. Mais nous avons montré au chapitre précédent que la taille du trou de cut-off n'était pas un paramètre critique de l'expérience.

Le ballon de quartz est nécessaire pour cette campagne de test. Cependant, il faut avoir conscience qu'il peut limiter le volume de capture, et donc limiter le nombre d'atomes froids dans nos résultats expérimentaux.

#### Transitions verre métal

Le ballon de quartz est connecté en haut à la recharge de césium, et au reste de l'enceinte à vide en bas. Nous avons donc réalisé deux transitions verre-métal pour notre expérience. La recharge de césium et la pièce d'appui sur le corps de l'enceinte à vide sont réalisées en titane. Nous avons utilisé de la colle *EPOTEK 353 ND* pour coller le ballon de quartz dans son logement et maintenir le niveau de vide dans l'enceinte à vide. La rigidité de l'ensemble est assurée par l'ajustement des pièces avec le quartz et la longueur de pénétration des tubes de quartz dans les pièces en titane.

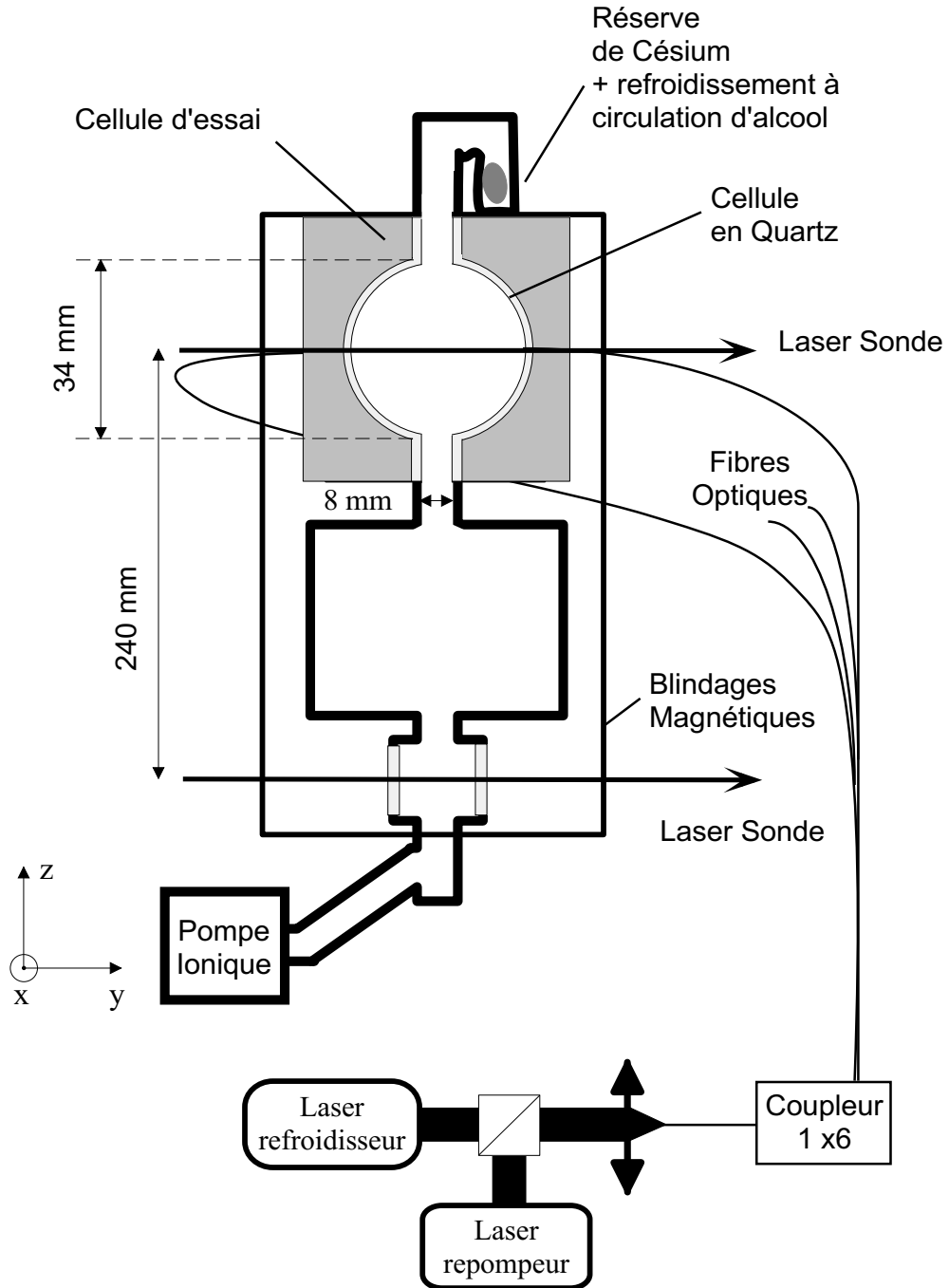


FIG. 5.7 – Expérience de test du refroidissement en cellule.

### Systeme à vide

Le vide est réalisé dans l'enceinte à l'aide d'une pompe turbo jusqu'à quelque  $10^{-5}$ - $10^{-6}$  Pa, puis achevé et maintenu par une pompe ionique de 25 l/s. Nous contrôlons la pression dans l'enceinte à vide en mesurant le courant résiduel circulant entre les aimants de la pompe. Dans notre cas, le courant fluctue entre 200 nA et 800 nA en fonction de la température et de la pression extérieure de la salle d'expérience, ce qui correspond à un vide compris entre  $9 \cdot 10^{-8}$  et  $4 \cdot 10^{-7}$  Pa au niveau de la pompe ionique. Cette faible pression nous assure de bonnes conditions pour l'obtention d'atomes froids dans la cellule.

### Refroidissement du réservoir de Cs

On a conservé le système de refroidissement du réservoir par un élément Peltier de petite taille. Cependant, le réservoir de Cs a été rapproché de l'axe de l'expérience, pour pouvoir essayer des cavités de formes cylindriques. La dissipation de l'énergie calorifique par un radiateur a également été plus difficile, du fait de phénomènes de convection, perturbant le bon fonctionnement du Peltier. La température de la réserve de Cs ne pouvait alors être plus basse que  $2^{\circ}\text{C}$ . La pression de vapeur de Cs limitant le nombre d'atomes détectés, le système a été changé très récemment par un système de refroidissement à circulation d'alcool, plus encombrant et plus contraignant, mais nettement plus efficace. On peut atteindre des températures inférieures à  $-16^{\circ}\text{C}$  avec ce système. Nous montrerons ci-dessous que le nombre d'atomes froids détectés a pu être amélioré par deux ordres de grandeur avec ce système.

## 5.3 Banc optique HORACE

### 5.3.1 Contraintes de conception

Nous avons construit un banc optique entièrement neuf pour le projet HORACE. L'idée était de réduire la taille du banc optique pour la démonstration de compacité du banc optique nécessaire au projet, et en essayant de limiter le nombre de sources laser. Le but à atteindre est de se limiter à deux sources laser asservies en fréquence : la première source est le laser refroidisseur accordé sur la transition  $6S_{1/2}F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}F' = 5$ , et le deuxième est le laser repompeur accordé sur  $6S_{1/2}F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}F' = 4$ . Les fréquences dont nous avons besoin pour refroidir les atomes et les détecter sont suffisamment proches pour être générées ensuite à partir de modulateurs acousto-optiques (MAO).

### Fonctions du banc optique

**Refroidissement** La première des fonctions est le laser refroidisseur. Pour cette deuxième version du banc optique HORACE, nous avons gardé une solution maître-esclave afin de garantir un bon niveau de puissance lumineuse pour l'étude des atomes froids en lumière isotrope, tout en ayant un laser de largeur de raie



étroite <sup>1</sup>. Typiquement, nous cherchons une puissance de l'ordre de 50 mW et une largeur de raie de quelques 100 kHz. La deuxième fonction est bien évidemment le laser repompeur qui n'a pratiquement pas subi de modification par rapport à la précédente version du banc optique. Nous nous contentons de quelques mW de puissance laser, et d'une largeur de raie de quelques MHz.

**Détection** Pour la détection des atomes froids, nous avons mis en place 3 faisceaux laser de détection. Le premier est une sonde d'absorption linéaire, destiné à détecter la croissance des pics hyperfins sur le fond Doppler lorsque les faisceaux lasers de refroidissement sont allumés. Ce laser permet également l'acquisition rapide des temps de chargement de la mélasse. Le laser doit donc pouvoir être modulé en fréquence ou asservi en fréquence. Une largeur de raie de quelques 100 kHz est nécessaire, et une puissance de 500  $\mu$ W est largement suffisante. Le deuxième faisceau est un faisceau laser sonde asservi en fréquence sur la transition  $6S_{1/2}F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}F' = 5$  pour l'acquisition des signaux de temps de vol. Enfin, nous avons prévu de pouvoir utiliser un laser pompeur pour l'analyse des atomes froids. Le laser pompeur peut être asservi en fréquence sur la transition  $6S_{1/2}F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}F' = 4$ . Seuls quelques 100  $\mu$ W sont nécessaires pour pomper tous les atomes de la boule.

Le premier faisceau sonde est réalisé à partir d'un laser en cavité étendue distinct du laser Maître. Les deux autres faisceaux "sonde" sont délivrés par le combiné "maître-esclave" du laser refroidisseur à l'aide de MAO (voir ci-dessous).

### 5.3.2 Réalisation

#### Schéma du montage

**Laser Maître** La figure 5.8 donne le schéma optique du montage. Le laser maître, après anamorphose et mise en forme du faisceau laser est isolé optiquement du reste du montage par un isolateur optique de -60dB. Le laser est asservi sur le croisement de niveau  $4' \times 5'$  du niveau  $6P_{3/2}$  ( $\Delta\nu = -126$  MHz). Une partie du faisceau est réfléchi par une lame séparatrice pour donner le faisceau pompeur. Le faisceau laser transmis passe dans un MAO à double passage avec un oeil de chat. La fréquence de la porteuse du MAO est générée par un VCO, et amplifiée de 30 dB. La fréquence est variable entre +63 MHz et +105 MHz. Le maximum d'efficacité du MAO est obtenue à 80 MHz. L'ordre +1 du MAO est sélectionné, et les ordres différents du +1 sont coupés à l'aide d'une lame de rasoir tiltée. On peut ainsi balayer la fréquence d'injection du laser esclave sur une plage de de 84 MHz. Les fréquences accessibles du laser esclave sont alors  $F = 4 \rightarrow F' = 5 + \Delta\nu$  avec  $\Delta\nu \in [0, +84\text{MHz}]$ . Le laser Maître est ensuite injecté dans la diode esclave. On dispose jusqu'à 3 mW de puissance lumineuse à injecter, ce qui est largement suffisant. Le faisceau issu de la séparatrice passe à travers un MAO de fréquence nominale 110 MHz, utilisé à 126 MHz. On récupère

---

<sup>1</sup>On rappelle cependant que dans les expériences mentionnées au début de ce chapitre, le laser refroidisseur était un laser DBR dont la largeur de raie était de quelques MHz.

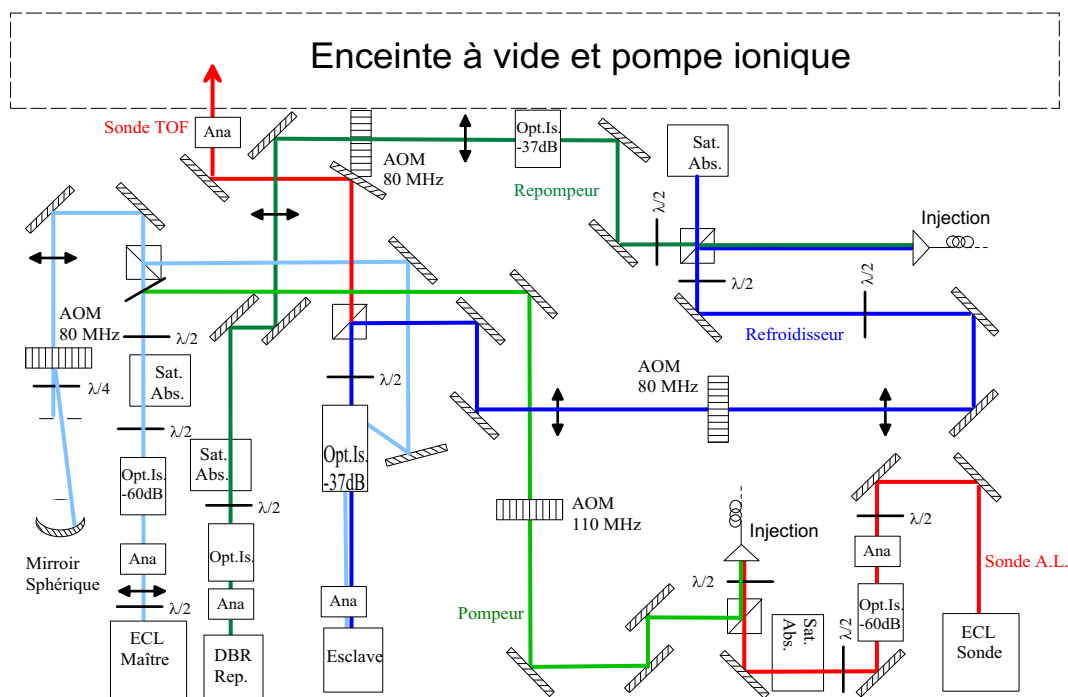


FIG. 5.8 – Schéma du banc optique HORACE.

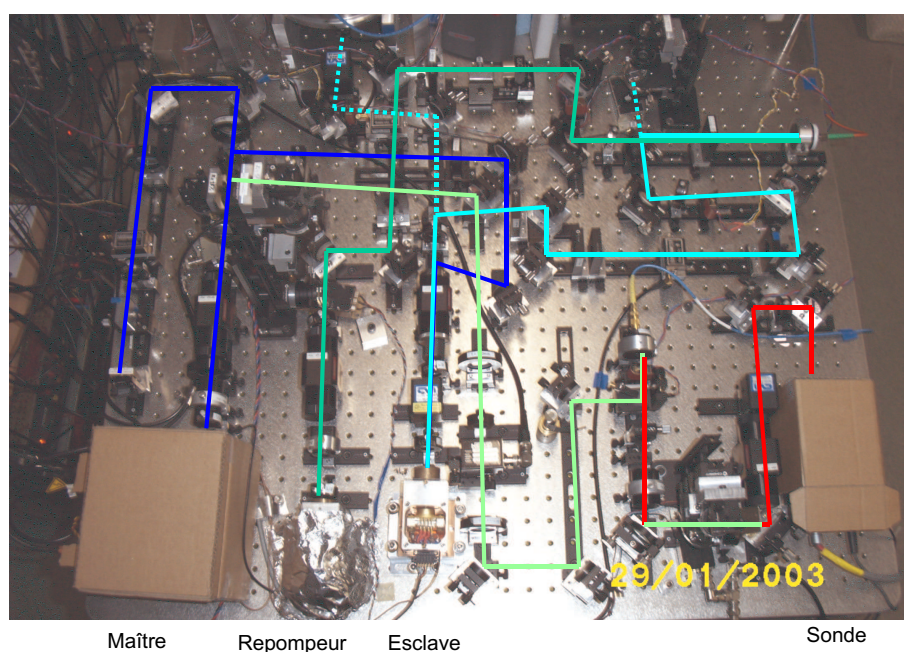


FIG. 5.9 – Photo du banc optique HORACE. Les traits matérialisent le trajet des faisceaux laser.

l'ordre -1 de la diffraction sur le cristal. On obtient ainsi un faisceau accordé sur la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  de la raie D2 du Cs. Le faisceau pompeur est injecté dans une fibre optique monomode à maintien de polarisation.

**Laser esclave** Le faisceau esclave est séparé en deux juste après l'isolateur optique de  $-37\text{dB}$  par un cube séparateur de polarisation associé à une lame demi-onde. Quelques pourcents sont transmis et vont réaliser la fonction sonde asservie pour le temps de vol (voir ci-dessous). Plus de 95% de la puissance est réfléchiée par le cube, et passe à travers un MAO de fréquence nominale 80 MHz, utilisé à 74 MHz. Les fréquences accessibles pour le laser refroidisseur sont alors  $F = 4 \rightarrow F' = 5 + \Delta\nu$ , avec  $\Delta\nu \in [-74, 10]$  MHz, soit un désaccord  $\delta = 2\pi\Delta \in [-14\Gamma, +2\Gamma]$ . L'ordre -1 est ensuite injecté dans une fibre optique multimode. La lumière laser est ensuite partagée en 4 ou en 6 sorties à l'aide d'un coupleur monomode ou multimode. Les 4 ou 6 fibres sont connectées à la cavité.

**Laser sonde pour le temps de vol** . La sonde pour le temps de vol est directement issue du laser refroidisseur. On atténue le faisceau à quelques  $10\mu\text{W}$  à l'aide d'une densité et en réglant la position de la lame demi-onde au minimum de puissance. La technique permet de régler l'alignement du faisceau de temps de vol avec une puissance confortable, puis de baisser l'éclairement du faisceau jusqu'à être à la limite de saturation. Le faisceau sonde est anamorphosé par une paire de prisme anamorphoseur de rapport de grandissement  $\times 7$ , (taille transverse du faisceau 12 mm). On diaphragme ensuite le faisceau à 10 mm pour sonder l'ensemble du nuage d'atomes froids et limiter la lumière diffusée parasite.

**Laser repompeur** Après anamorphose et mise en forme du faisceau, le laser repompeur est isolé optiquement du reste du montage à l'aide d'un isolateur optique de  $-60\text{ dB}$ . Quelques pourcents de la puissance lumineuse est utilisée pour réaliser l'absorption saturée. Le laser est asservi sur le croisement de niveau  $3'x4'$ . Le reste de la puissance est focalisée sur le quartz  $TEO_2$  d'un MAO à 80 MHz utilisé à 101 MHz. On garde l'ordre +1 du faisceau (accord sur la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ , qui est ensuite injecté dans la même fibre optique que celle du laser refroidisseur. la grande sensibilité des Laser DBR (SDL) au *feedback* demande un taux d'isolation excellent. Un deuxième isolateur a été ajouté après le MAO pour limiter l'effet des réflexions sur la face d'entrée de la fibre optique. A terme, il est prévu de réaliser l'injection des faisceaux lasers refroidisseurs et repompeurs dans deux fibres distinctes.

### 5.3.3 Les sources laser

#### Le laser maître

Le laser maître est une diode laser en cavité étendue auto-alignée de type Littman. La source laser est une diode SDL type 5422 qui peut délivrer jusqu'à 150 mW de puissance lumineuse en sortie de diode. La largeur de raie de la diode est de 5 MHz. La cavité étendue est réalisée à l'aide d'un réseau de 1800 traits/mm

et d'un oeil de chat constitué d'une lentille cylindrique et d'un miroir plan. L'ordre -1 du réseau est rétro-réfléchi par l'oeil de chat, et on envoie l'ordre 0 en sortie de montage. L'angle du réseau est accordable mécaniquement, et la longueur de la cavité est ajustée par des cales piezo-électriques alimentées par une tension de 150 V maximum. On dispose en sortie de la diode d'une puissance maximale de 28 mW à résonance avec le césium pour un courant de 122 mA. Cependant, le fonctionnement du Laser n'est pas stable pour des puissances lumineuses aussi fortes dans la cavité. On trouve un régime satisfaisant pour un courant de 90-100 mA, où la puissance en sortie du laser est de 22 mW. La figure 5.10(a) montre le spectre de la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F\rangle$  de la raie D2 du Cs obtenu quotidiennement avec le laser maître.

### Le laser sonde

Le laser sonde est une diode laser en cavité étendue de type Littman. La diode laser est une diode SDL type 5422 de puissance nominale 100 mW. L'ordre -1 du réseau de 1800 traits/mm est rétro-réfléchi dans la diode laser à l'aide d'un dièdre monté sur deux cales piézo-électriques, et l'ordre 0 est envoyé en sortie du montage. L'angle du réseau est ajusté mécaniquement, et l'accord en fréquence du laser est déterminé par la tension appliquée aux cales piezo-électriques (150V max). On obtient en sortie du laser une puissance de 8 mW pour un courant de 60 mA. La largeur de raie du laser a été mesurée par battement avec un LCE de référence du laboratoire, de largeur de raie connue inférieure à 100 kHz. Le battement est de 400 kHz de large, ce qui donne une valeur limite de 300 kHz pour la largeur de raie du laser sonde.

**Caractérisation de la largeur de raie des LCE** Avec la nouvelle configuration du banc optique et de l'électronique d'asservissement, nous avons pu estimer la largeur de raie du laser maître à moins de 100 kHz par battement avec un laser à cavité étendue de largeur de raie connue de 50 kHz. Celle du laser sonde a été remesuré avec le même laser de référence égale à 300 kHz.

### Diode esclave

Le laser maître impose son mode d'émission à une diode laser esclave par injection optique. Le mode du laser maître est ainsi largement favorisé et devient le seul mode émis par la diode esclave. La dynamique de l'injection n'étant pas un paramètre critique de notre expérience, les conditions de l'injection sont relativement souples. Cependant, notre schéma de montage suppose de faire varier la fréquence du laser maître sur une plage de 80 MHz avec des puissances relativement faibles. L'alignement du faisceau d'injection et l'adaptation des modes spatiaux des deux lasers doit être soigneusement réalisée pour assurer une large plage d'injection du laser esclave sur le laser maître. La figure 5.11 montre le signal de battement entre le laser esclave injecté asservi et un laser LCE de référence de largeur de raie connue inférieure à 100 kHz non asservi. On vérifie que le laser présente en effet une largeur de raie de moins de 150 kHz une fois asservi.

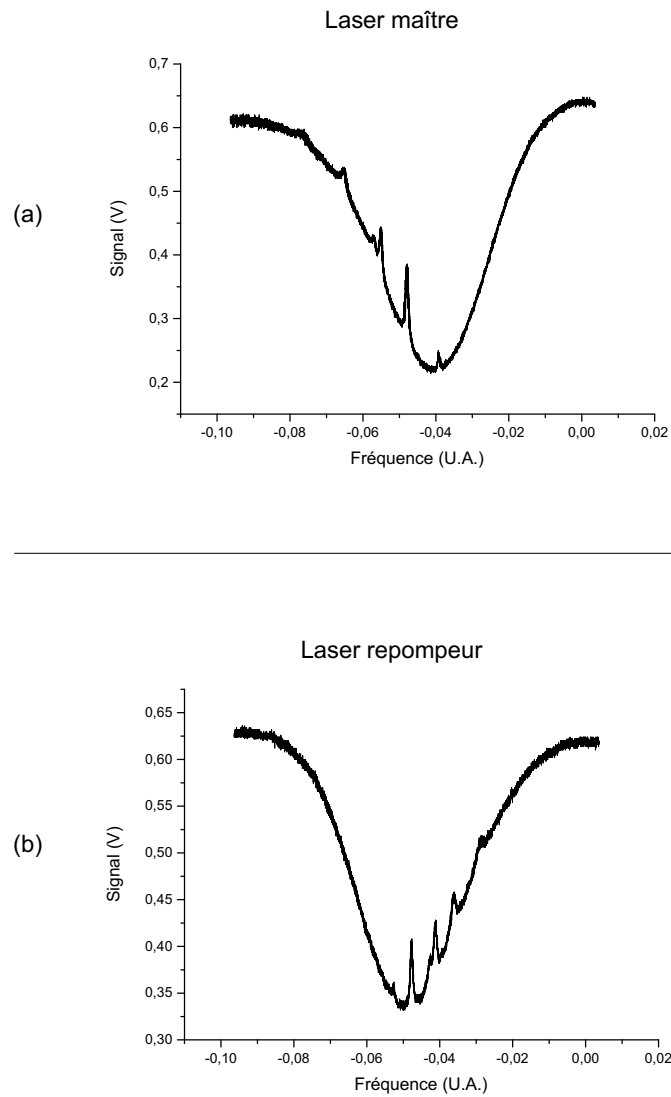


FIG. 5.10 – Absorption saturée sur la raie D2 du Cs. (a) transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F\rangle$  (laser maître) (b) Transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F\rangle$  (laser repompeur).

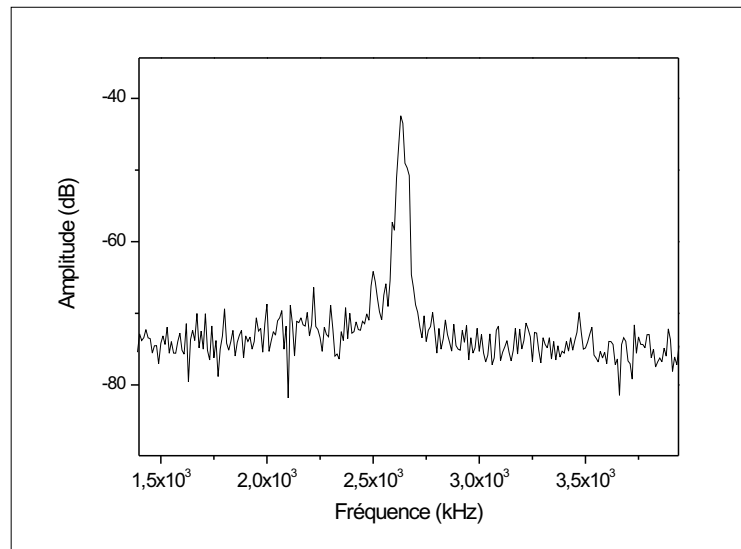


FIG. 5.11 – Battement Diode esclave avec un LCE de référence du Laboratoire (diodes non asservies), mesuré sur une photodiode rapide de 1.5GHz de bande passante. Le faisceau de la diode est filtré spatialement par une fibre monomode à maintien de polarisation. La largeur du battement est de 190 kHz. (Fréquence de battement 2,6 MHz, RBW=10kHz, plage de balayage 2,5 MHz, sans intégration).

### Laser repompeur

Le laser repompeur est une diode laser SDL type 5702-H1, de puissance maximale 10 mW, et de largeur de raie  $\sim 5$  MHz. La figure 5.10(b) montre le spectre de la transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2, F}\rangle$  de la raie D2 du Cs par absorption saturée, obtenue avec le laser repompeur.

### 5.3.4 Electronique de pilotage

L'électronique de pilotage a entièrement été refondée pour ce deuxième banc optique. Nous avons notamment utilisé des sources de courant pour les diodes laser maître et repompeur de très faible niveau de bruit, de l'ordre de  $150nA$  rms dans la bande DC-1 MHz [102].

### Asservissement

**Laser Maître** L'asservissement du laser maître repose sur une double boucle d'asservissement jouant à la fois sur le courant de la diode et sur la tension appliquée au piézo du LCE. L'asservissement de courant corrige les fluctuations haute fréquence et l'asservissement en tension corrige les fluctuations basse fréquence. Le signal d'erreur est généré par une détection synchrone numérique. La fréquence de modulation du signal de modulation est de 150 kHz. Les signaux d'entrée et de sortie sont convertis par des convertisseurs AN/NA 12 bits. Les

deux signaux d'erreur analogiques sont ensuite amplifiés et distribués à l'alimentation de courant et à l'alimentation haute-tension par le fond de panier du rack. Cette technique permet de limiter le niveau de bruit des signaux d'erreur en évitant tout couplage avec le champ électromagnétique extérieur. On s'asservit sur un minimum local d'une raie hyperfine de l'absorption saturée.

**Laser repompeur** Dans le cas du laser repompeur, il n'y a qu'une seule boucle d'asservissement portant sur le courant de la diode. Nous avons abandonné les techniques d'asservissement à flanc de frange jusque là employées, pour préférer s'asservir sur le croisement de niveau  $3' \times 4'$  du niveau  $6P_{3/2}$ . La fréquence du laser est ensuite décalée par un MAO. La même technologie a été employée pour le laser repompeur et le laser maître (détection synchrone numérique).

### Considérations pratiques

**Les rails optiques** Nous avons donc cherché à employer des composants de petite taille, et choisi une hauteur relativement basse pour le faisceau lumineux (60 mm). Le diamètre des optiques est de 15 mm pour les lames demi-onde et quart d'onde, 12,7 mm pour les lentilles, et 25 mm pour les miroirs. Nous nous sommes orientés vers une solution entièrement à base de rails optiques, avec l'objectif de simplifier certains alignements optiques et de rigidifier le banc pour une meilleure stabilité.

**Absorption saturée verticale** Nous avons réalisé des schémas d'absorption saturée verticale. Une partie du faisceau laser est dirigée vers le haut grâce à un cube séparateur de polarisation. Le faisceau laser passe à travers une cellule d'absorption de césium, une lame quart d'onde et un atténuateur, puis est renvoyé vers le cube séparateur par un miroir plan. Le faisceau est détecté par une photodiode de hauteur réduite placée sous le cube séparateur de polarisation. La face supérieure du boîtier de la photodiode a été peinte avec une peinture absorbante à 852 nm pour éviter toute réflexion parasite (les faibles distances entre les éléments optiques nous rendent particulièrement sensibles aux réflexions parasites). Ce type de montage s'est en revanche avéré judicieux, car il permet, outre le gain de place, de rendre indépendante l'absorption saturée du reste du banc optique. Le module peut être déplacé et rapidement réglé en n'importe quel point du montage optique.

**Sensibilité au champ magnétique des bancs optiques compacts** Le banc optique complet mesure 90cm x 70cm. Un inconvénient des bancs compacts est que les cellules d'absorption saturée sont nécessairement placées à des distances relativement faibles de champs magnétiques qui peuvent être perturbateurs. Dans notre cas, les perturbations sont dues à la pompe ionique, aux isolateurs optiques, aux signaux hf rayonnés par les câbles d'alimentation des MAO (nous avons observé la modulation de fréquence du laser repompeur à la fréquence de la porteuse d'un MAO, pour un câble passant trop près des connexions de la diode). Dans notre cas, les modules d'absorption saturée sont placés à quelques

cm seulement des isolateurs optiques. Or, le champ magnétique des isolateurs optiques est assez intense (de l'ordre de quelques G), et peut induire une erreur sur la fréquence d'asservissement des lasers, voire perturber complètement le spectre d'absorption si on y prend pas garde. On a donc pris soin de placer les cellules de Cs aussi loin que possible des isolateurs et de la pompe ionique. On a également pris soin de placer les câbles portant des signaux hf loin des diodes. On a blindé par une tôle souple de mu-métal les cellules qui ne pouvaient être placées idéalement.

**Férules** Nous utilisons des férules pour guider les fibres optiques dans leur logement dans la cavité micro-onde. Afin de ne pas perturber l'interrogation micro-onde ni les processus de refroidissement, nous devons utiliser des férules amagnétiques. Nous avons fini par trouver des férules réalisées en titane, et commercialisées par la société Jenoptec[103]. Le champ magnétique par férule a été mesuré inférieur à 2 mG.

## 5.4 Atomes froids dans une cavité sphérique réfléchissante à 6 fibres (cuivre)

Nous présentons à présent les résultats obtenus avec une cavité micro-onde sphérique en cuivre poli au niveau optique (rugosité =  $\lambda/14$ ), avec le nouveau dispositif décrit ci-dessus. Rappelons que la hauteur de chute libre est un petit peu plus grande que dans le dispositif précédent. La hauteur de chute libre est de 240 mm, ce qui correspond à une durée de chute libre de 221 ms pour un atome au centre de la cellule sans vitesse initiale. La vitesse de chute libre est alors de  $2,16\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . La durée d'interaction avec le faisceau est un peu plus petite, et vaut 0,46 ms pour un faisceau sonde de 1 mm d'épaisseur. Le nombre de photons de fluorescence par atome détecté est de l'ordre de 3800. La mise en place d'un nouveau pilotage informatique a permis de tester des séquences de refroidissement plus sophistiquées, avec une phase de capture, et une phase de refroidissement Sisyphus (intensité faible, grands désaccords).

### 5.4.1 Conception de la cavité test

**Cellule sphérique à 6 fibres** La cellule de refroidissement est composée de deux hémisphères sphériques, réalisés par une fraise à commande numérique. La surface interne de la sphère est ensuite polie au niveau optique. Les entrées de fibres optiques sont définies par un trièdre régulier, orienté à  $36^\circ$  environ du plan médian, de telle sorte que la direction [111] du trièdre soit l'axe de gravité, qui est également l'axe de symétrie de l'ensemble. Deux ouvertures de diamètre 13 mm ont été usinées, pour que les deux hémisphères s'ajustent autour du ballon de quartz. Deux trous de diamètre 2 mm, d'axe dans le plan médian perpendiculaire à l'axe de gravité, permettent le passage d'un faisceau sonde. Les fentes micro-onde ont été dessinées et réalisées uniquement pour l'étude micro-onde.



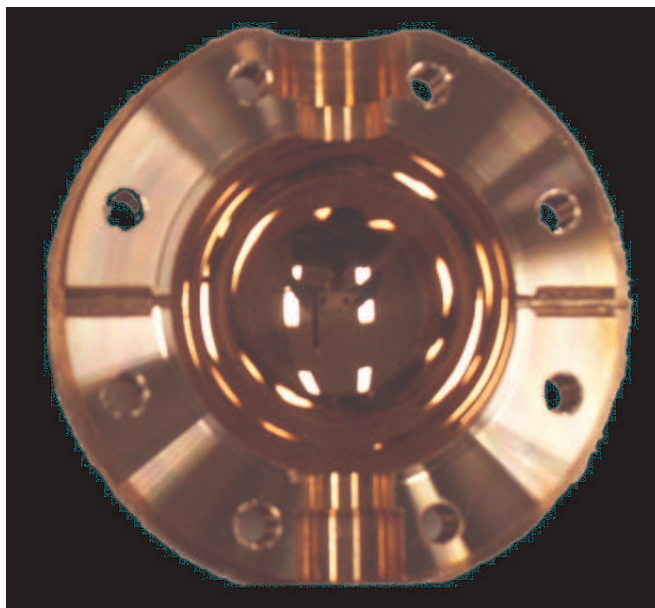


FIG. 5.12 – Cellule de refroidissement sphérique, polie au niveau optique.

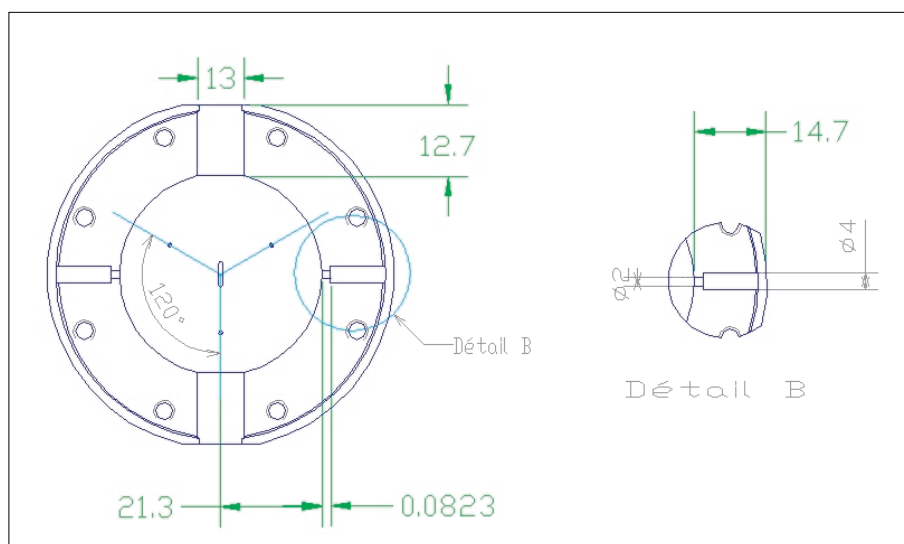


FIG. 5.13 – Cellule de refroidissement sphérique, polie au niveau optique.

### 5.4.2 Séquence de refroidissement Sisyphe : Temps de vol

**Séquence de refroidissement** Le pilotage informatique de l'expérience permet d'adapter une séquence temporelle de refroidissement. La résolution en durée de la séquence est de  $10\mu s$ . L'intensité et le désaccord des lasers est contrôlée par la tension de commande des V.C.O. utilisés pour commander les M.A.O. . Pendant la séquence de refroidissement, on modifie la puissance injectée et le désaccord du laser refroidisseur uniquement. Le faisceau repompeur reste à intensité et désaccord fixe. La séquence de refroidissement est la suivante (voir figure 5.14 :

1. Phase de capture : on se place à intensité maximale, et à faible désaccord. C'est la phase la plus longue du refroidissement. Elle dure de 250 ms à  $1s$ <sup>1</sup>,
2. Rampe Sisyphe : On atténue l'intensité et/ou le désaccord du laser refroidisseur avec une durée typique de 0,13 ms à 2 ms,
3. Palier Sisyphe : on maintient constants la puissance et le désaccord pendant une durée variable de 10 à 90 ms,
4. Phase Sisyphe ultime : on applique ensuite une deuxième rampe en fréquence, de durée 1,2 ms, suivie d'un palier court (typiquement 0.1 ms à 1 ms), pour atteindre les températures les plus basses.
5. Pompage optique : A la fin de la séquence de refroidissement, on atténue au maximum la puissance refroidisseur en quelques  $\mu s$ , et on atténue complètement la puissance du refroidisseur avec un obturateur mécanique (clic-clac) en moins d'une ms. Le laser repompeur est laissé une ms de plus, ce qui permet de pomper optiquement tous les atomes dans l'état  $F = 4$  avant la chute libre. L'atténuation de la puissance repompeur suit la même séquence que pour le refroidisseur (atténuation par le MAO et par clic-clac). Une fois bloqués par les clic-clac, la fréquence du MAO maître est réglée à 60,5 MHz. Le refroidisseur est donc complètement atténué et décalé sur le bleu de la transition, tandis que le faisceau sonde de TOF est à  $+\Gamma/2$  de la résonance atomique de la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ .
6. Les atomes lâchés tombent en chute libre jusqu'à la zone de détection du temps de vol, où ils sont détectés par fluorescence.

**Signaux de temps de vol** Avec la cellule sphérique réfléchissante à 6 fibres, nous avons observé jusqu'à présent des temps de vol à un seul sommet, quels que soient la puissance du refroidisseur, son désaccord, et la durée des différentes phases (y compris en phase de capture seule). La figure 5.15 montre deux temps de vol obtenus avec ce dispositif. Le premier est le signal de temps de vol à la fin de la phase de capture, sans phase Sisyphe. Le deuxième est obtenu après deux phases Sisyphe (voir section 5.4.6). La température correspondante au premier pic est  $72 \mu K$ , celle correspondant au deuxième pic est  $3,5 \mu K$ .

---

<sup>1</sup>Les durées de la séquence dépendent du taux de pertes par collisions chaudes, et donc de la température de la réserve de Cs.

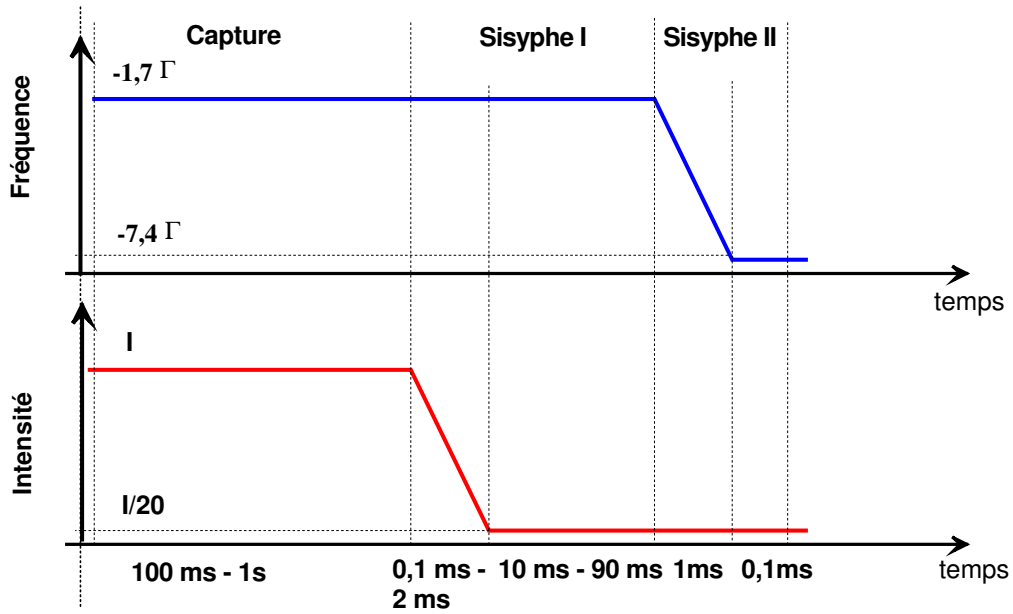


FIG. 5.14 – Séquence temporelle du refroidissement subDoppler dans une cellule réfléchissante. On représente les variations de fréquence et d'intensité du laser refroidisseur uniquement (voir texte pour la séquence complète).

Le rapport de l'aire du temps de vol après la phase Sisyphe à l'aire du temps de vol à l'issue de la capture est de  $r_A = 6,7$ . Pour interpréter correctement ce nombre, il faut tenir compte des pertes d'atomes froids à la détection dus aux diaphragmes de l'expérience. On note  $F_g$  la fraction d'atomes détectés, dû à la géométrie de l'expérience. Le rapport des aires est égal à l'efficacité de transfert  $e$  des atomes froids de la mélasse vers les pièges Sisyphe, multiplié par le rapport des fractions d'atomes détectés dans les deux cas,  $r_A = e \times \frac{F_{g,s}}{F_{g,c}}$ . On calcule par la simulation numérique déjà mentionnée la fraction d'atomes détectés dans les deux cas. Pour une taille de boule initiale de  $\sigma_r = 2mm$ , identique pour les deux nuages, on obtient  $F_{g,s} \simeq 35\%$  pour le refroidissement avec phase Sisyphe et  $F_{g,c} \simeq 2,6\%$  pour la phase de capture seule. On en déduit une estimation optimiste de  $e \sim 49\%$ . En prenant au contraire  $\sigma_r = 5mm$  pour la taille du nuage à l'issue de la capture, et  $\sigma_r = 1mm$  pour la taille du nuage à la fin de la phase Sisyphe, on obtient un ordre de grandeur pessimiste de  $e \sim 15\%$ . Cette caractéristique démarque nettement le refroidissement en cellule du refroidissement avec des faisceaux collimatés, où l'efficacité de transfert du régime Doppler au régime subDoppler est proche de 100% [94]. Nous pensons actuellement que cette inefficacité de transfert est liée à la nature aléatoire de la modulation de polarisation et d'amplitude du champ lumineux dans la cellule.

On remarque également que les deux signaux de temps de vol ne sont pas centrés sur la même valeur exactement. Le sommet du signal de temps de vol après la phase Sisyphe est en avance de 1,6 ms sur la valeur attendue par le calcul balistique (221,2 ms), et le sommet du signal de temps de vol après la

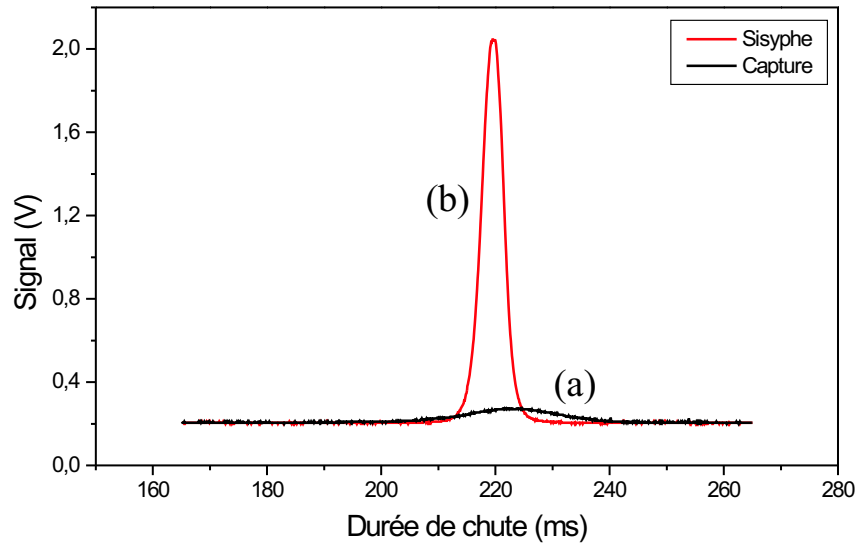


FIG. 5.15 – Signaux de temps de vol avec la cellule sphérique. (a) Courbe noire : Temps de vol à l’issue de la phase de capture ; (b) Courbe rouge : Temps de vol à l’issue de la phase Sisyphes.

phase de capture est en retard de 1,6 ms.

### 5.4.3 Nombre d’atomes détectés

Le nombre d’atomes détectés  $N_d$  dépend de la température du nuage, comme nous venons de le montrer, à cause de la diffusion des atomes pendant la chute. Les collisions entre atomes chauds et froids induisent des pertes non négligeables pendant la chute, et peuvent réduire considérablement le nombre d’atomes froids détectés<sup>1</sup>.

**Ordres de grandeurs** Pour  $n_X = 4 \cdot 10^8 \text{at.cm}^{-3}$ , la fraction d’atomes détectés  $F_X = N_d/N_{atf}$  dans notre système est de  $\sim 70\%$  du nombre d’atomes froids initial, en prenant en compte uniquement les pertes par collisions chaudes. Seuls 1% des atomes froids seront détectés pour  $n_X = 5,4 \cdot 10^9 \text{at} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

**Refroidissement à circulation d’alcool pour la réserve de Cs** Le refroidissement initialement prévu était un refroidissement par élément Peltier, semblable à celui utilisé dans le système précédent (CHARLI). Mais sa plus petite

<sup>1</sup>On rappelle que le nombre d’atomes froids dans la cellule est indépendant de la densité de Cs chaud, le terme de perte  $\zeta_X$  et le taux de capture  $R_c$  dépendant tout deux linéairement de  $n_X$ .

taille, la dissipation plus faible de l'énergie thermique par un radiateur trop petit, et des effets de conductions ont limité la température de la réserve à 3-4°C. Le nombre élevé des pertes pendant la chute libre nous a amené à changer récemment ce système par un système de refroidissement de la réserve à circulation d'alcool. On peut alors atteindre des températures aussi basses que -25°C. La figure 5.16(b) montre l'évolution du nombre d'atomes froids détectés par temps de vol en fonction de la température de la réserve. La courbe passe par un optimum, à une température de -14°C environ. Le nombre d'atomes détectés croît en effet tant que le taux de capture n'est pas limité par le nombre d'atomes chauds de vitesse inférieure à la vitesse de capture présents dans la cellule. Pour cette température de la réserve, on mesure par absorption linéaire  $n_X = 1,93 \cdot 10^7 \text{at} \cdot \text{cm}^{-3}$ . On déduit alors  $\zeta_X = 7,4 \cdot 10^{-2} \text{s}^{-1}$ , et  $F_X = 98,3\%$ . Le nombre d'atomes chauds dans la cellule est  $N_X = 4 \cdot 10^8$  atomes chauds. Les temps de chargement sont alors beaucoup plus longs (Fig.5.16). Le temps de chargement en phase de capture est de 250 ms avec le refroidissement par élément Peltier, et de 3 s avec le refroidissement à circulation d'alcool.

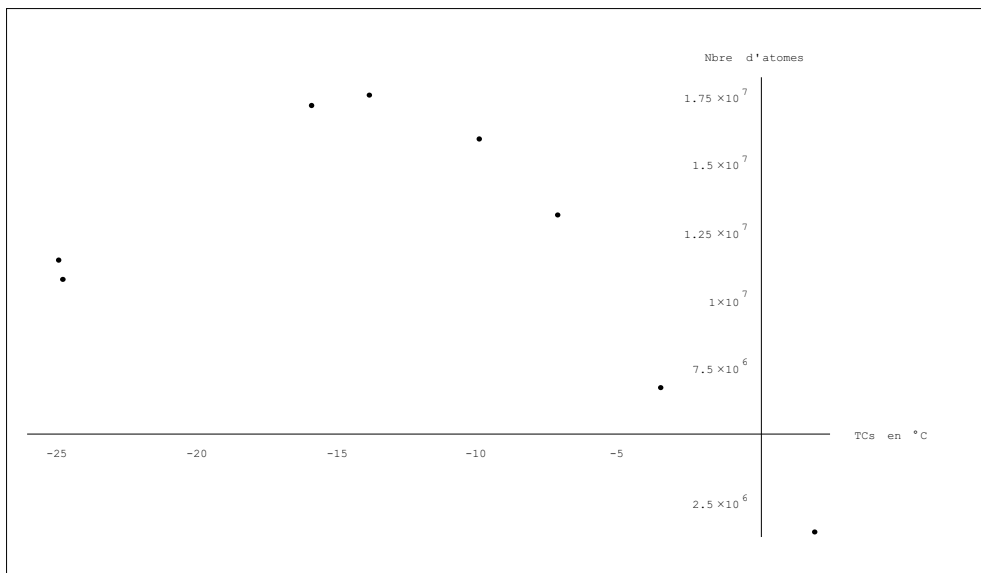


FIG. 5.16 – Nombre d'atomes froids détectés en fonction de la température de la réserve de Cs.

Les courbes que nous présentons dans les sections suivantes ont été enregistrées avec l'ancien système de refroidissement par élément Peltier. Le nombre d'atomes détectés est donc beaucoup plus modeste, de l'ordre de  $10^4$  atomes froids. Cependant, ça ne limitera pas la discussion des courbes expérimentales, le taux de pertes par collisions chaudes étant constant pour toutes ces mesures. Nous rappelons encore une fois que le dispositif expérimental permet de mesurer des simples temps de vol, où la température et la taille du nuage sont corrélés. Les températures indiquées sont donc les majorants de la température réelle du nuage.

### 5.4.4 Caractérisation de la phase de capture

#### Durée de la phase de capture

Le temps de chargement de la mélasse est mesuré en faisant varier la durée de la phase de capture. Les résultats sont présentés à la figure 5.17. La puissance refroidisseur injectée est  $P_{ref} = 40,5mW$ , avec un désaccord de  $\delta = -1,9\Gamma$ . La puissance repompeur est de  $800 \mu W$  environ, pratiquement à résonance. La pression dans l'enceinte à vide est de  $3 \cdot 10^{-7} Pa$  au niveau de la pompe ionique. Les données expérimentales ont été ajustées par une loi de type  $A(1 - e^{-\zeta t})$ . Par ajustement de la courbe expérimentale, on déduit  $\zeta = 22,5s^{-1}$ , soit  $n_X = 5,8 \cdot 10^9 at.cm^{-3}$  et  $F_X \simeq 0,7\%$ .  $R_c = N_{0,det} * \zeta = 4,1 \cdot 10^6 s^{-1}$ .

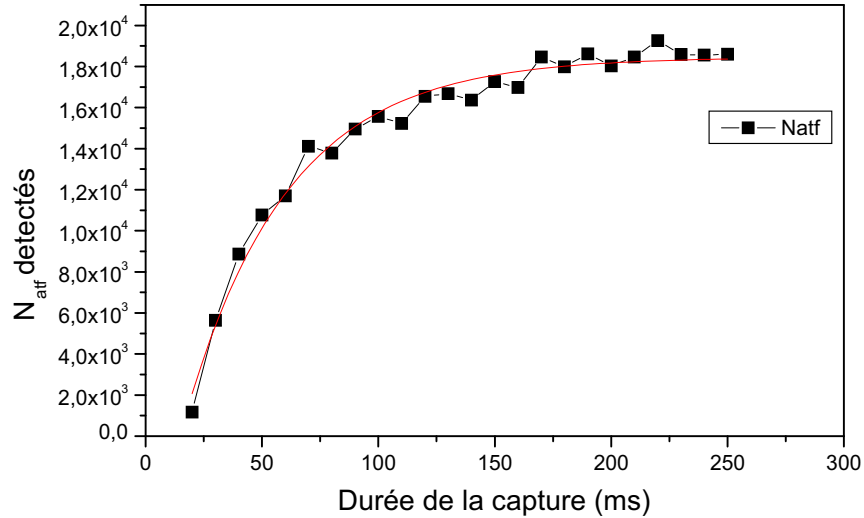


FIG. 5.17 – Phase de capture : Durée de chargement.

Les températures ont été déduites de l'ajustement des temps de vol par une gaussienne. La température à la fin de la phase de capture est de  $\sim 39\mu K$  (Fig. 5.18). Les pertes dues à la géométrie de l'expérience limitent également le nombre d'atomes froids détectés. A l'aide d'une simulation numérique de type Monte-Carlo, on estime la fraction d'atomes détectés  $F_g \simeq 2,2\%$ , pour un nuage de  $T = 39\mu K$  et de taille  $\sigma_r = 5mm$ . On déduit alors le nombre d'atomes froids dans la cellule  $N_0 = N_{0,det} * 1/F_g/F_X$ . On trouve  $N_0 \simeq 1,1 \cdot 10^8$  atomes froids, et  $R_c \simeq 2,5 \cdot 10^9 at.s^{-1}$ .

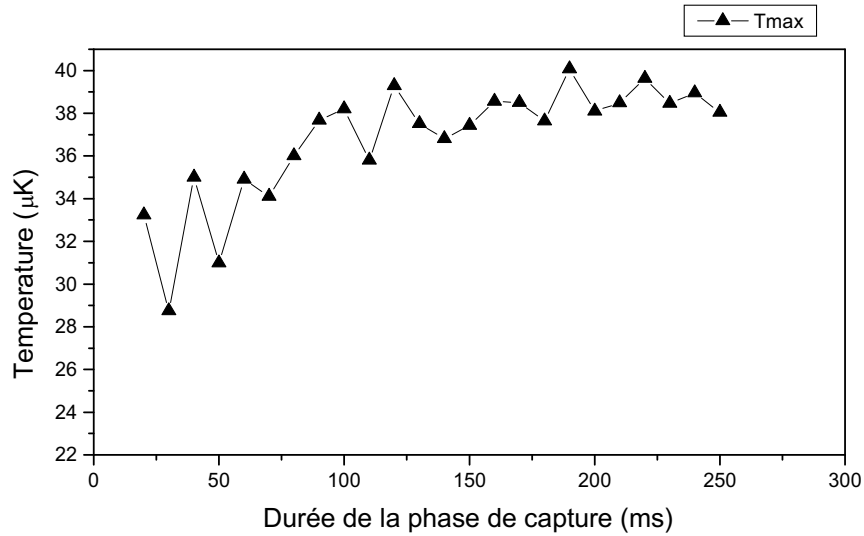


FIG. 5.18 – Phase de capture : Température en fonction de la durée de chargement.

### 5.4.5 Phase Sisyphe de refroidissement en cellule

#### Durée de la phase Sisyphe

**Durées de la séquence** Pour les expériences décrites ci-après, on refroidit les atomes de Cs avec la séquence suivante : Les atomes sont d’abord capturés pendant 250 ms. Après une rampe linéaire en intensité lumineuse et en fréquence de 0,13 ms appliquées au laser refroidisseur, l’intensité et la fréquence restent constants pendant une phase ”purement Sisyphe” de durée variable, allant de quelques ms jusqu’à 160 ms (”palier Sisyphe”). Il n’y a pas de deuxième phase Sisyphe appliquée aux atomes (cf. voir page 176, et sous-section suivante).

#### Décalage en fréquence du refroidisseur en phase de capture subDoppler

**Nombre d’atomes froids** La figure 5.19 présente la loi de variation du nombre d’atomes froids et de la température en fonction du désaccord de la phase de capture, à puissance de refroidisseur injecté fixe de  $P_{ref} = 40,5mW$ . La puissance refroidisseur injectée et le désaccord pendant le palier de la phase Sisyphe sont de  $P_{ref} = 5,2mW$  et  $\delta = -3\Gamma$ . Le nombre d’atomes froids détectés est maximal pour  $\delta \simeq -2\Gamma$ . Plus proche de résonance la vitesse de capture est trop petite pour capturer suffisamment d’atomes. Pour des désaccords plus grands vers le rouge, la pression de radiation est insuffisante.

**Température** La température est constante autour de  $6,5\mu K$  avec le désaccord en phase de capture, sauf pour les valeurs de désaccord inférieures à  $-\Gamma$ , où la chute de température est de l’ordre de  $-1,5\mu K$  (voir figure 5.19).

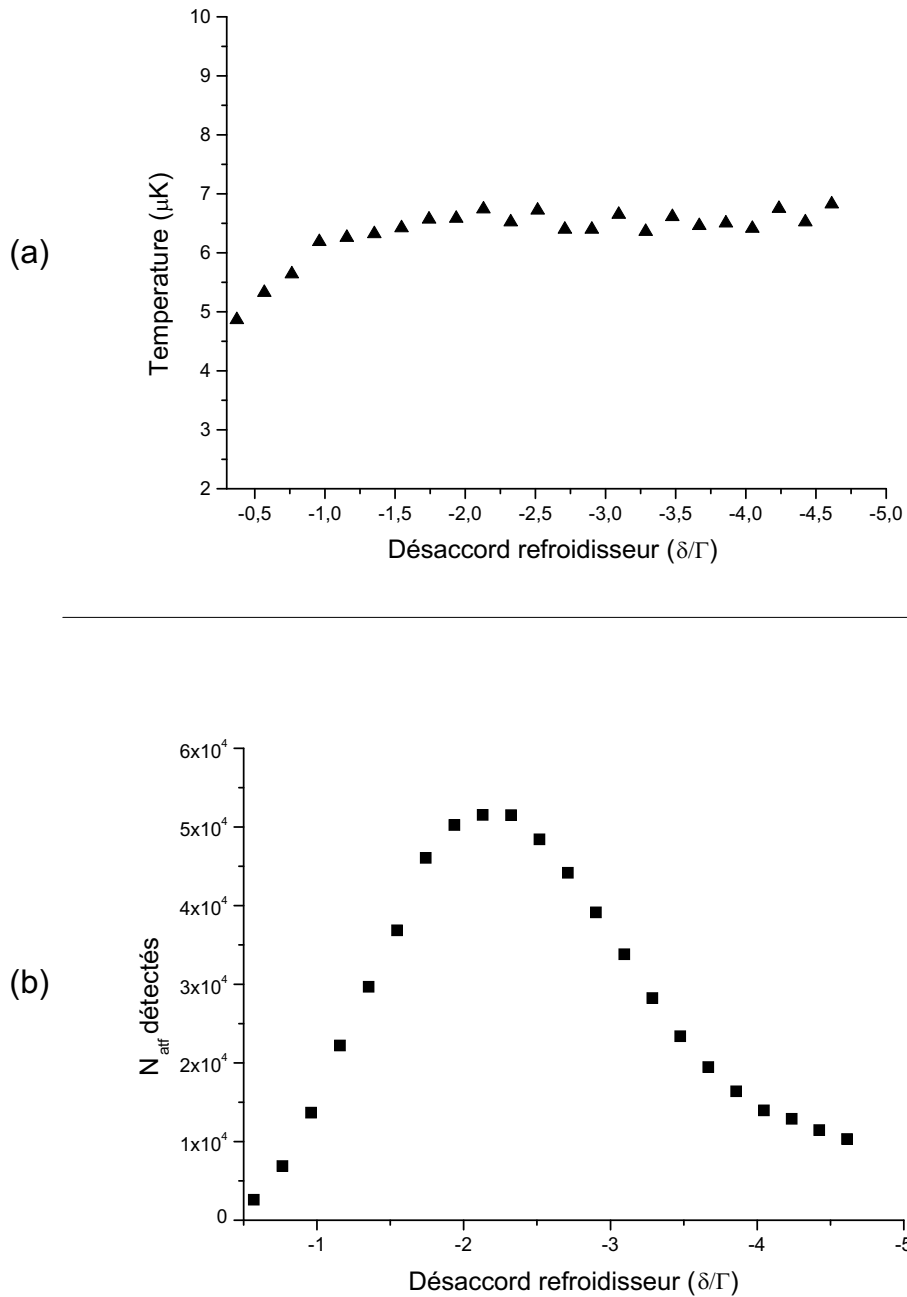


FIG. 5.19 – Phase de capture suDoppler : Nombre d’atomes froids et température en fonction du désaccord du laser refroidisseur.

### Puissance refroidisseur en phase de capture subDoppler

Nous avons également fait varier la puissance refroidisseur pendant la phase de capture subDoppler (voir figure 5.20). Le désaccord du laser refroidisseur pendant la phase de capture est  $\delta = -1,9\Gamma$ . La puissance refroidisseur injectée et le désaccord pendant le palier de la phase Sisyphes sont de  $P_{ref} = 5,2\text{mW}$  et  $\delta =$



$-3\Gamma$ . La température finale est indépendante de la puissance injectée pendant la capture (mais dépend de la puissance refroidisseur pendant la phase Sisyphé). Le nombre d'atomes froids croît avec la puissance jusqu'à un maximum. Pour une puissance refroidisseur injectée supérieure à 30 mW, le nombre d'atomes froids détectés semble décroître. Nous vérifions actuellement que cette chute du nombre d'atomes n'est pas due à une fluctuation de puissance du laser sonde de temps de vol.

### Temps de chargement Sisyphé

La figure 5.21 présente la variation du nombre d'atomes froids détectés en fonction de la durée de la phase Sisyphé. Nous avons ajusté la courbe expérimentale par une loi de type  $(1 - e^{-\zeta_{th}t}) \exp(-\zeta_{at}t)$ .  $\zeta_{th}$  définit un taux de chargement des puits, et  $\zeta_{at}$  définit la durée de vie d'un atome dans le puits. On trouve  $\zeta_{th} = 38,5s^{-1}$ , soit une constante de temps de piégeage de 25 ms. L'ajustement de la courbe expérimentale donne  $\zeta_{at} = 16,6s^{-1}$ , soit 60,2 ms.

Nous vérifions sur cette courbe expérimentale les constantes de temps déjà observées par l'équipe de G.Grynberg : la durée de capture avec un champ laser tavelé est plus long qu'avec une configuration  $Lin \perp Lin$ . La durée de vie d'un atome dans le piège est dans notre cas aussi de l'ordre de 100 ms.

La température pendant la phase Sisyphé décroît brutalement des 30-40  $\mu K$  du nuage à la fin de la phase de capture Doppler, pour atteindre 6,5  $\mu K$  en  $\sim 20$  ms (Fig. 5.22).

### Rampe d'intensité et de fréquence de la phase Sisyphé

Pour ces premières expériences de refroidissement en cellule avec une phase Sisyphé, nous avons fait chuter la puissance et le désaccord ensemble, avec le même temps de chute, de 0,13ms. La valeur finale du désaccord et de l'intensité sont choisies de façon indépendantes. La figure 5.23 présente le résultat des mesures de température et de nombre d'atomes froids détectés en fonction du désaccord du laser refroidisseur pendant le palier de la phase Sisyphé. La puissance refroidisseur injectée pendant la phase de capture est de 40,5mW. Le désaccord du laser refroidisseur est  $\delta = -1,9\Gamma$ . La puissance refroidisseur injectée pendant la phase Sisyphé est de 5,2 mW.

La température du nuage décroît linéairement avec le désaccord du refroidisseur pendant le palier de la phase Sisyphé, pour  $\delta = -2\Gamma$  jusqu'à  $-2,7\Gamma$ . Ensuite la largeur du temps de vol reste constant. Comme nous ne pouvons pas mesurer directement la taille du nuage, nous ne pouvons pas conclure si nous avons atteint la température limite de notre système, ou si le nuage grossit avec le désaccord.

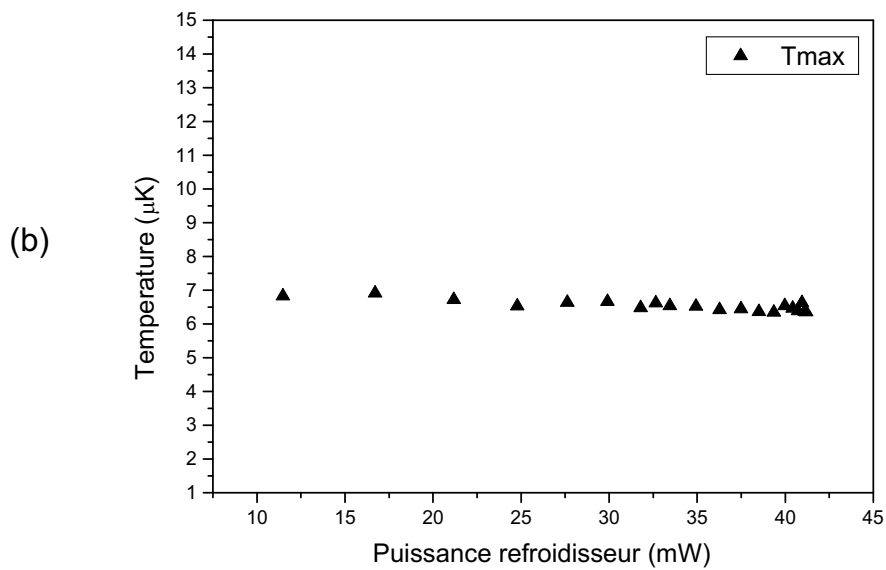
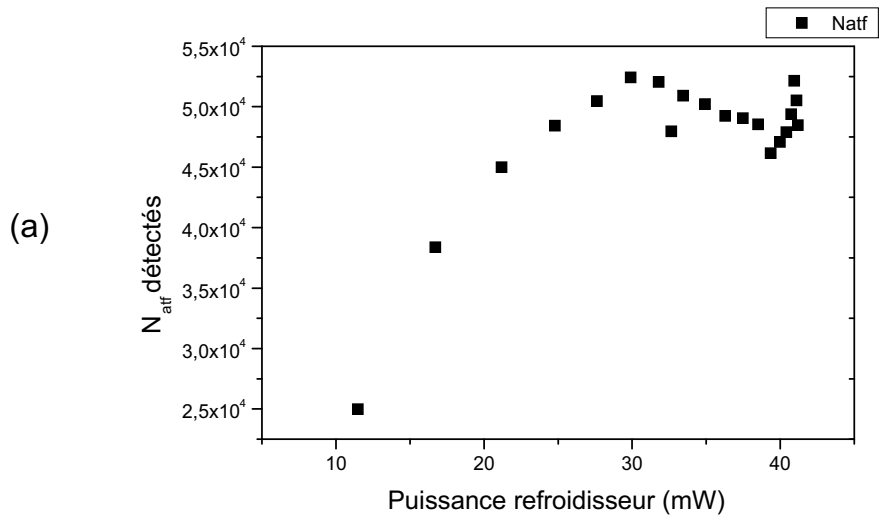


FIG. 5.20 – Phase de capture : Nombre d’atomes froids et température en fonction de la puissance laser refroidisseur.

Le nombre d’atomes froids détectés semble présenter un optimum pour  $\delta = -2,6\Gamma$ , mal compris encore actuellement. On observe quotidiennement cet optimum. Là aussi, nous sommes en train de faire des expériences complémentaires pour déterminer les raisons de cet optimum.

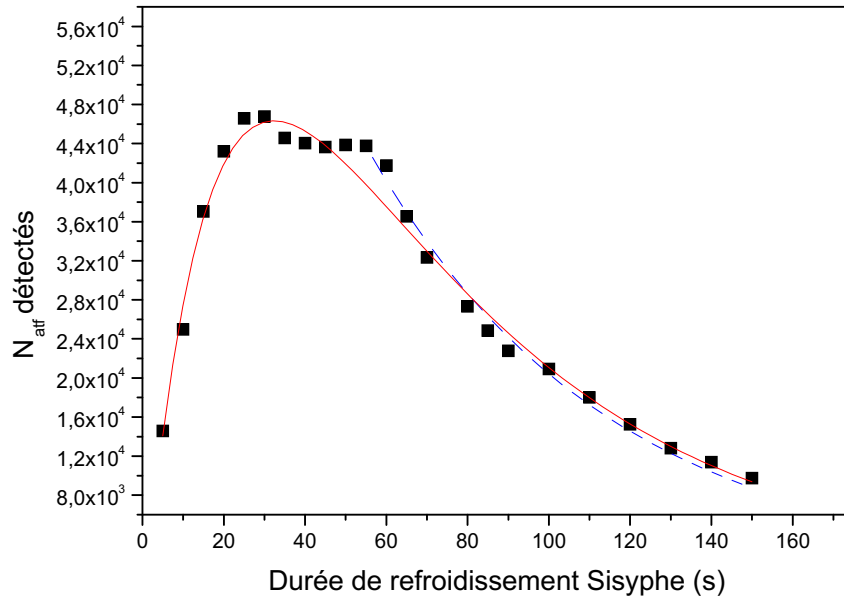


FIG. 5.21 – Phase Sisyphus : Nombre d’atomes froids en fonction de la durée de la phase Sisyphus.

Nous avons également étudié l’influence de la puissance refroidisseur pendant la phase Sisyphus, avec les mêmes paramètres pour la phase de capture. Le désaccord du laser refroidisseur pendant la phase Sisyphus est de  $-2,6\Gamma$ . On observe que la température augmente linéairement avec la puissance refroidisseur injecté. Là aussi, le résultat est en accord avec le modèle de refroidissement Sisyphus. Le nombre d’atomes froids détectés est maximum pour une puissance du laser refroidisseur  $P_{ref} = 5,2mW$ .

### 5.4.6 Phase Sisyphus ultime

#### Rampe d’intensité puis de fréquence

Nous avons cherché à réduire encore la température du nuage d’atomes froids. Nous avons donc réalisé une deuxième phase Sisyphus, consécutive à la première. Les durées de la deuxième phase Sisyphus sont comprises entre 1 ms et 2 ms (rampe + palier). Le désaccord final de la deuxième phase Sisyphus est de  $-7,4\Gamma$ .

Cette séquence a été expérimentée avec le nouveau système de refroidissement de la réserve de Cs. Les durées de la séquence sont donc différents. Nous avons consigné les durées de la séquence de refroidissement dans le tableau 5.4.

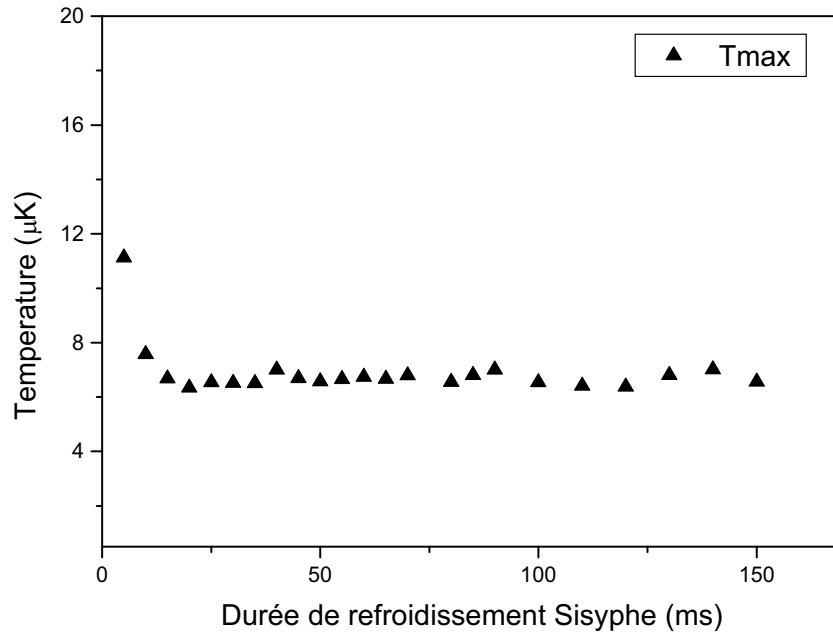


FIG. 5.22 – Phase Sisyphé : température en fonction de la durée de la phase Sisyphé.

La figure 5.25 montre le temps de vol expérimental après la séquence décrite ci-dessus. On a ajusté la courbe expérimentale par une fonction de type  $\mathcal{L}_b[20]$  comme :

$$p(\vec{v}) = \frac{\beta}{\left(1 + \frac{v^2}{v_c^2}\right)^b} \quad (5.15)$$

où  $v$  est la vitesse radiale d'un atome dans le référentiel du centre du nuage,  $v_c$  la vitesse caractéristique de la dispersion en vitesses radiales, et  $b$  un réel de l'ordre de 2.  $\beta$  une constante de normalisation telle que :

$$\int \int \int p(\vec{v}) d^3\vec{v} = 1 \quad (5.16)$$

Phase	Capture	Rampe Sisyphé 1	Palier Sisyphé 1	Rampe Sisyphé 2	Palier Sisyphé 2
Durée (ms)	1000	2	80	1,2	0,1
Intensité	$I_{\max}$	$\rightarrow I_{\max}/20$	$I_{\max}/20$	$I_{\max}/20$	$I_{\max}/20$
Désaccord	$-1, 7\Gamma$	$-1, 7\Gamma$	$-1, 7\Gamma$	$\rightarrow -7, 4\Gamma$	$-7, 4\Gamma$

TAB. 5.4 – Durée de la séquence de refroidissement qui optimise le nombre d'atomes froids détectés après modification du réservoir.

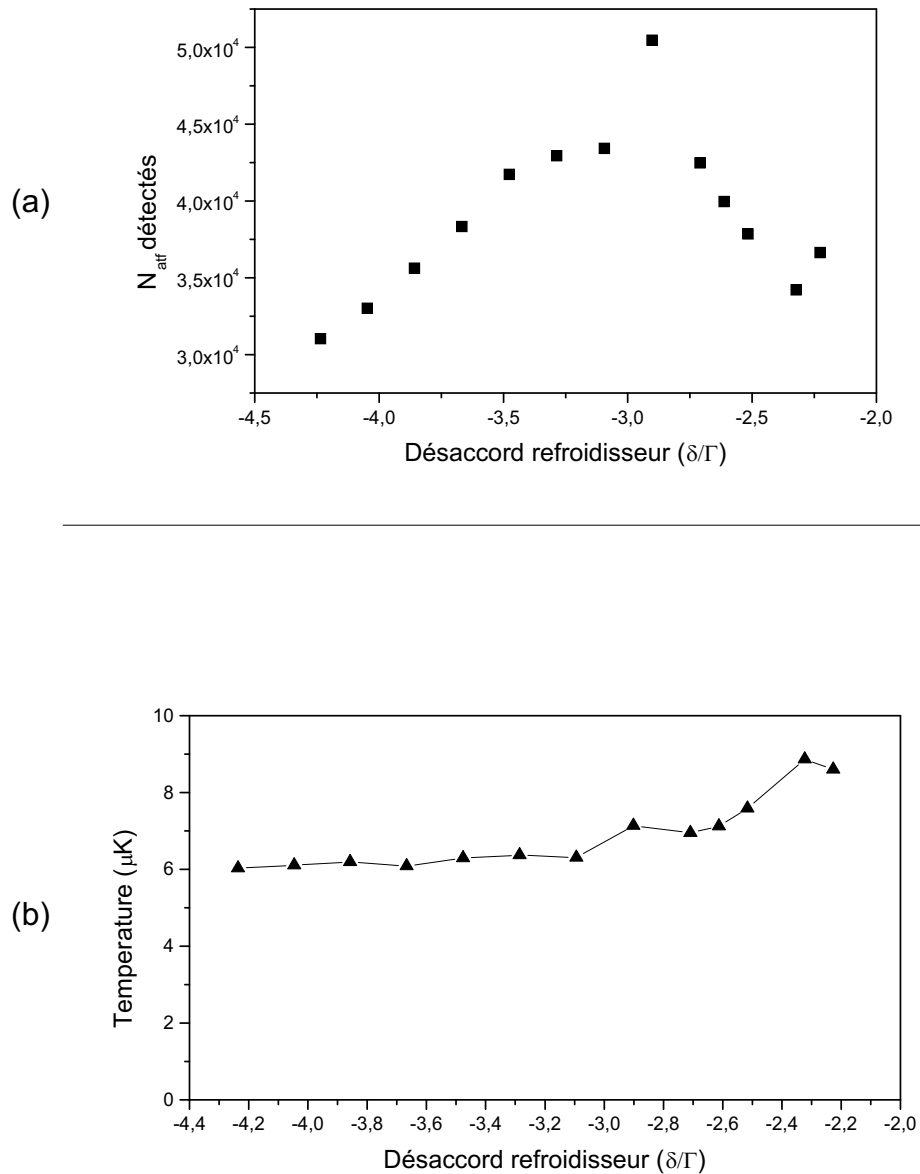


FIG. 5.23 – Phase Sisyphus : Nombre d’atomes froids et température en fonction du désaccord du laser refroidisseur.

Les paramètres de l’ajustement sont  $t_c = 219,5\text{ms}$ ,  $b = 2,77$ , et  $w = 3,4\text{ms}$ . On mesure ainsi  $N_{\text{atf},d} = 2,5 \cdot 10^7$  atomes froids détectés au niveau du signal de temps de vol. Le majorant de la température est de  $3,5\mu\text{K}$ . Le temps de vol le plus fin obtenu donne une température maximum de  $2,7\mu\text{K}$ , avec  $1,6 \cdot 10^7$  atomes froids détectés au niveau du signal de temps de vol. L’ajustement du signal de temps de vol par une distribution de type  $\mathcal{L}_b$  donne  $b = 2,92$  dans ce dernier cas. En considérant les pertes géométriques ( $F_g = 49\%$ ) et les pertes par collisions chaudes ( $F_X = 98,7\%$ ), on estime le nombre d’atomes froids dans la

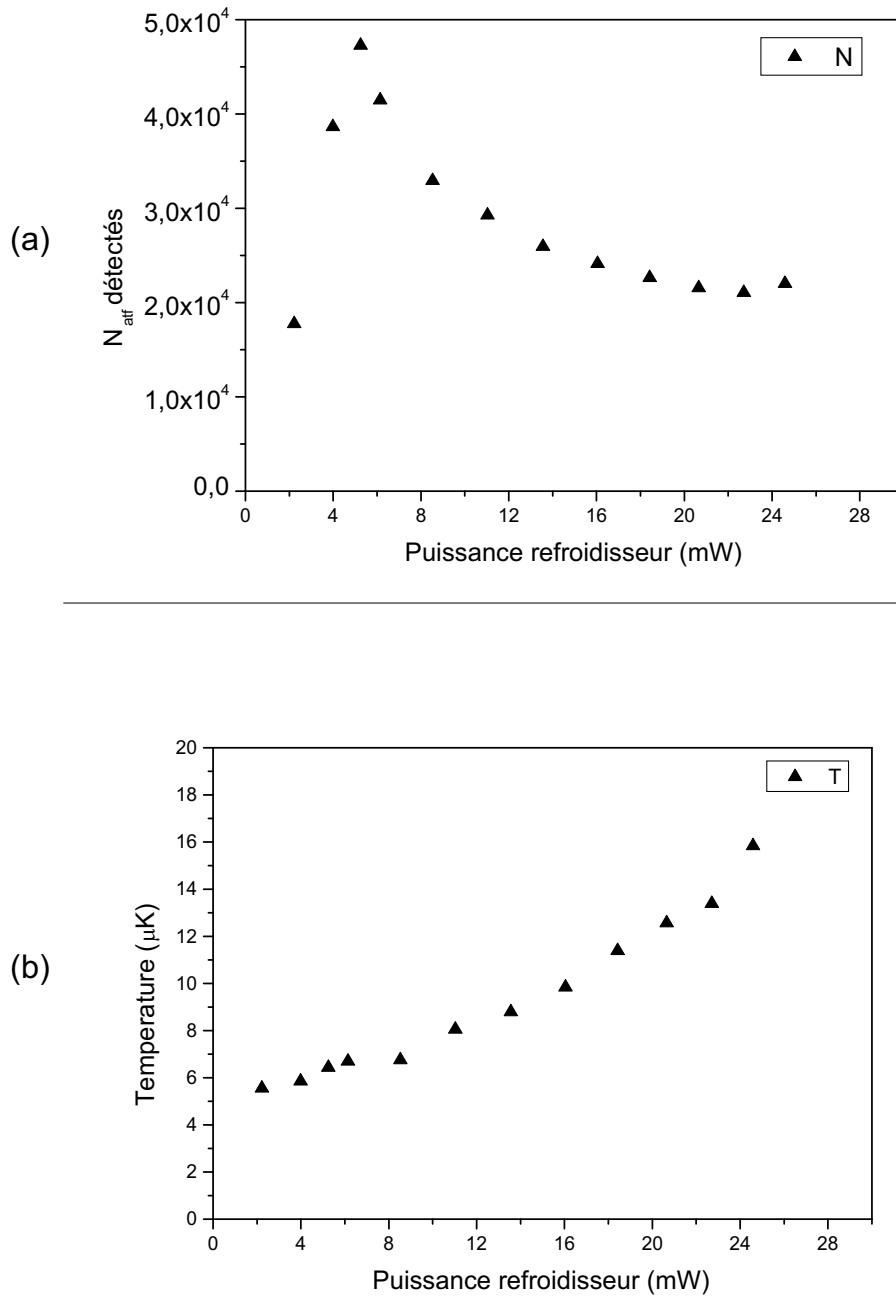


FIG. 5.24 – Phase Sisyphus : Nombre d’atomes froids et température en fonction de la puissance laser refroidisseur.

cellule  $N_0 = 5, 1 \cdot 10^7$  atomes froids. Le paramètre  $b$  permet de calculer le carré des fluctuations moyennes d’impulsion d’un atome dans le nuage, si  $b > 3/2$  [104] :

$$\sigma_v^2 = \frac{\bar{p}_c^2 b - 3/2}{2\Gamma b - 1/2} \quad (5.17)$$

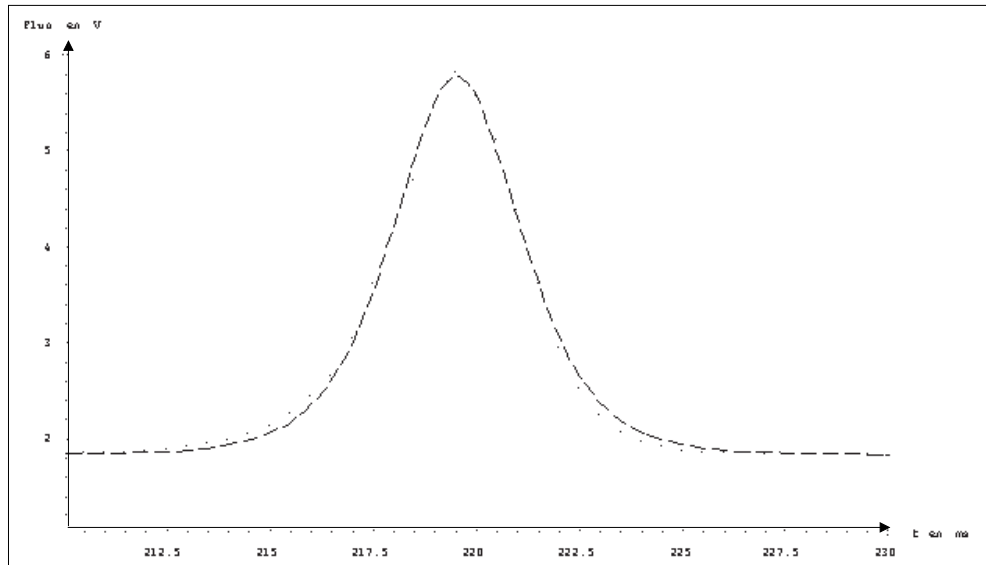


FIG. 5.25 – Cavité sphérique : Ajustement du temps de vol par une distribution de type  $\mathcal{L}_b$ .

avec  $\bar{p}_c = M_{Cs}g \cdot w$ . On *estime*, à partir de cet ajustement par une distribution de type  $\mathcal{L}_b$ , la profondeur des puits de potentiel dipolaire comme  $\sim 90$  à  $120 \mu K$ . Dans cette hypothèse, la saturation de la cellule pendant la phase Sisyphes est alors  $\tilde{s}_0 \sim 0,4$ .

### 5.4.7 Conclusions

Les résultats présentés ici ont démontré le refroidissement de  $5,1 \cdot 10^7$  atomes froids, avec une température inférieure à  $3,5 \mu K$  dans une cavité réfléchissante résonante à  $\sim 9,2 GHz$ . Les caractéristiques obtenues (temps de thermalisation, durée de vie d'un atome dans le piège) confirment que c'est la modulation de potentiel et de polarisation du champ laser tavelé qui est à l'origine des températures subDoppler observées. La température basse du nuage confirme que la taille de grain est de l'ordre de  $\lambda$ . Le nombre d'atomes froids dans la cellule que nous donnons ici est une estimation, qui repose sur des hypothèses de taille de la boule. On a montré que l'efficacité de transfert des atomes capturés en phase Doppler dans les puits de potentiel dipolaire en phase de refroidissement Sisyphes était compris entre 15 et 49%. Cette caractéristique inhabituelle <sup>1</sup> peut être attribuée à la nature aléatoire de la modulation de potentiel et de polarisation. Une étude complémentaire à ce sujet doit encore être menée.

Les mesures de densité en fonction du temps n'ont finalement pas encore été faites. Les mesures de densité et de fluorescence de la mélasse permettront de connaître la saturation de la cellule et la taille du nuage. Ces mesures permet-

<sup>1</sup>L'efficacité de transfert dans une mélasse optique préparée par des faisceaux collimatés est de 100%

tront également de connaître les lois de variation du coefficient de diffusion et de friction dans notre cas, et de comparer les résultats obtenus avec les modèles développés à l'ENS. L'étude de la dynamique du refroidissement en cellule devrait se révéler particulièrement instructive pour mieux discerner les processus d'interaction entre atomes et lumière, les mécanismes de piégeage qui s'y produisent, leurs influences mutuelles. Actuellement, des résultats préliminaires indiquent une densité d'atomes froids  $\sim 9 \cdot 10^7 \text{at} \cdot \text{cm}^{-3}$ . La taille du nuage serait alors comprise entre 4 et 5 mm de diamètre, avec une température comprise entre 1,5 et 1,7  $\mu\text{K}$ . Le déplacement relatif de fréquence collisionnel sera, si ces mesures sont confirmées, de  $\sim -2,5 \cdot 10^{-13}$  (on a pris  $K_{coll} = -2,8 \cdot 10^{-21} \text{cm}^3$  [20]).

## 5.5 Stockage des atomes de césium : Interaction Césium-Métal

**Introduction** Les résultats que nous avons présentés avec la cavité sphérique ont été obtenus avec un ballon de quartz, qui, bien qu'il réduise le volume des atomes chauds au centre de la cellule, a été utilisé pour tester plusieurs cellules de test. Une autre influence importante du ballon de quartz est de s'affanchir des interactions du Cs avec le cuivre dont est faite la cavité.

### 5.5.1 stockage des atomes chauds et froids

Une spécificité du projet Horace est en effet que la cavité micro-onde d'Horace sert de réservoir de césium chaud. En effet, une vapeur de césium chaud doit être maintenue dans la cavité (pour avoir des atomes à refroidir !). Cela différencie la cavité Horace des autres cavités où les atomes de Césium ne font que traverser la cavité micro-onde selon une trajectoire bien définie<sup>1</sup>.

### 5.5.2 Généralités sur l'interaction Césium-Métal

Une des difficultés du travail avec le césium est que, comme tout alcalin, il interagit avec presque tous les autres éléments. Le rôle de cellule de stockage chimique de la cavité micro-onde Horace la place dans une situation un peu particulière, où le nombre d'interaction des atomes de césium avec les parois de la cavité devient considérable. La densité volumique d'atomes chauds dans la cellule peut être aussi élevée que  $\sim 5 \cdot 10^9$  atomes/ $\text{cm}^3$ . Le volume de nos cavités étant de l'ordre de  $50 \text{cm}^3$ , on calcule qu'il y a dans la cavité de l'ordre de  $\sim 2 \cdot 10^{11}$  atomes chauds sous forme de vapeur. A température ambiante, le nombre de collisions avec les parois est de l'ordre de  $2 \cdot 10^4$  par seconde et par atome. Or, lorsqu'un alcalin entre en contact avec une surface métallique, sa probabilité d'être adsorbé par les parois est franchement non nulle ! L'adsorption du césium par les parois

---

<sup>1</sup>On peut cependant imaginer de charger la cavité Horace par un jet ralenti d'atomes froids. On pourrait ainsi d'une part augmenter le nombre d'atomes froids pour l'interrogation micro-onde, et d'autre part réduire grandement la pression partielle de césium chaud au niveau de la cavité d'horloge.



en cuivre de nos cavité peut être gênant s'il altère les propriétés de réflectivité de la cavité ou de conductivité de celle-ci. Nous avons montré au chapitre précédent que le coefficient de réflectance était un paramètre sensible pour la mise en oeuvre correcte du refroidissement en cellule réfléchissante.

### 5.5.3 Cas particulier Cuivre + Césium

L'interaction du Cs avec le cuivre a été étudiée par des groupes de physique du Solide, qui s'intéressent aux propriétés électroniques de l'adsorption d'alcalins [105][106]. Sous ultra-vide, il se forme une couche de Cs sur la surface du cuivre. Le nombre de couches (compris entre 1 et 3) et la structure de la couche dépendent de la température de la vapeur de Cs, de la densité de la vapeur et de la pression dans l'enceinte à vide [107][108]. Proche de la température ambiante, la couche ne possède pas de structure cristalline [107]. La fraction  $\theta = n_{abs}/n_X$  de couverture de la surface reportée par les auteurs de [106] est comprise entre 0, 1 et 0, 3 en fonction de la méthode expérimentale de préparation de leurs échantillons.

**Cas rencontrés dans les horloges atomiques** Dans le cas des jets atomiques, le Cs est issu d'un four, chauffé à  $\sim 200^\circ C$ . Le jet de Cs est collimaté par des diaphragmes, si bien que l'adsorption des atomes sur la parois de la cavité de Ramsey est en pratique négligeable. Dans le cas des fontaines, la vapeur de Cs est confinée à la zone de refroidissement. Des graphites disposés le long de la trajectoire des atomes permettent d'adsorber efficacement les atomes chauds qui s'échappent de la zone de capture vers la zone d'interrogation. En pratique, la pression de vapeur de Cs chaud dans les fontaines est aussi négligeable.

Le cas d'Horace est donc un cas particulier, puisque la vapeur de Cs règne dans la cavité elle-même. Outre la perte d'atomes pour le signal d'horloge (de l'ordre de 1 à 3% pour  $n_X \sim 10^8 \text{at} \cdot \text{cm}^{-3}$ ), on peut craindre que la pression de vapeur de Cs dégrade la réflectivité de la cellule avec le temps, et limite ainsi la durée de vie de l'horloge.

### 5.5.4 Une première solution : Isolation du césium par une ampoule de quartz

Pour toutes ces raisons, nous avons considéré l'idée d'une protection de la cavité micro-onde Horace des interactions avec le césium. La première solution que nous avons imaginée est d'isoler le césium de la cavité à l'aide d'un ballon de quartz placé à l'intérieur de la cavité micro-onde. Le quartz a été choisi en raison de son absorption relativement faible à un rayonnement hf au voisinage de 9,2GHz.

**Modification des propriétés micro-onde** L'ajout d'un diélectrique dans la cavité micro-onde perturbe la fréquence de résonance et les lignes de champ du champ micro-onde. En effet, on insère un matériau de permittivité relative

non nulle, et le chemin optique est d'autant plus grand que la permittivité relative du matériau diélectrique est grande. Les dimensions de la cavité doivent alors être recalculées. Le calcul des dimensions d'une cavité cylindrique chargée de tubes concentriques de diélectrique (avec du quartz et avec du spectralon éventuellement) a été calculé par E. Guillot et P. Boudartchouk et présenté dans la thèse d'E. Guillot [81, p.99-109]. La figure 5.26 montre le module du champ  $H_z$  que nous avons calculé pour des cavités chargées. Nous avons montré également dans cette étude que le facteur de surtension de la cavité était dégradé par l'ajout de diélectriques dans la cavité micro-onde. La composante imaginaire de la permittivité du matériau augmente en effet les pertes. La figure 5.27 montre le facteur de surtension calculé pour une cavité cylindrique chargée par des tubes concentriques de diélectriques. De plus, on perturbe le champ micro-onde au niveau de l'interface entre les deux matériaux. Cette perturbation n'est pas nécessairement gênante puisque les atomes de césium sont dans ce cas confinés à l'intérieur du ballon ; la probabilité de transition des atomes sera donc peu sensible aux perturbations du champ magnétique près des parois du ballon de quartz.

**Remarque** Outre la diminution du facteur de surtension de la cavité, l'inconvénient de l'emploi d'une cellule de quartz est que le césium diffuse à l'intérieur du matériau de quartz [109], [110, p.90 et suiv.] et modifie ainsi les propriétés électriques de la cellule. La modification des propriétés électriques de la cellule n'est pas une transformation irréversible des parois de la cellule, mais constitue un équilibre thermodynamique entre les parois et la vapeur de césium. On attribue les modifications des propriétés électriques de la cellule à la formation d'une monocouche d'atomes de césium sur la paroi de la cellule [111]<sup>1</sup>. Dans notre cas, la température de la cellule est de l'ordre de 20 °C et la densité d'atomes chauds de l'ordre de  $10^7 - 10^9$  atomes·cm<sup>-3</sup>. On attend donc un effet assez faible, qui n'est sans doute pas gênant pour réaliser l'interaction micro-onde, mais qui devra être évalué lors de l'établissement du bilan d'exactitude de l'horloge.

**Modification des propriétés optiques** L'emploi d'une cellule de quartz modifie également les propriétés du champ laser dans la cellule. Elle introduit notamment des pertes supplémentaires par absorption. Aussi, on s'attend à ce que le paramètre de saturation soit faiblement dégradé par un terme de perte supplémentaire. D'après les résultats de la simulation informatique décrite au chapitre 4, les propriétés d'isotropie du champ laser ne semblent pas sensiblement modifiées par la présence du ballon de quartz. On n'attend pas de modification des propriétés statistiques du champ laser tavelé au centre de la cellule.

**Stabilité et exactitude de l'horloge** Comme pour un Maser, la présence du ballon ne présente pas d'inconvénient pour la stabilité de l'horloge, les dimensions du ballon n'étant pas susceptibles de fluctuations dans une enceinte à vide

---

<sup>1</sup>Les auteurs montrent que l'impédance d'une cellule en verre est de l'ordre de 40 kΩ, pour une cellule chauffée à 185 °C (la résistivité décroît avec les pressions de vapeur croissantes), et avec une densité d'atomes chauds assez élevée de l'ordre de  $10^{13}$  atomes·cm<sup>-3</sup>. Les résultats sont semblables pour des cellules en pyrex et en quartz (suprasil).

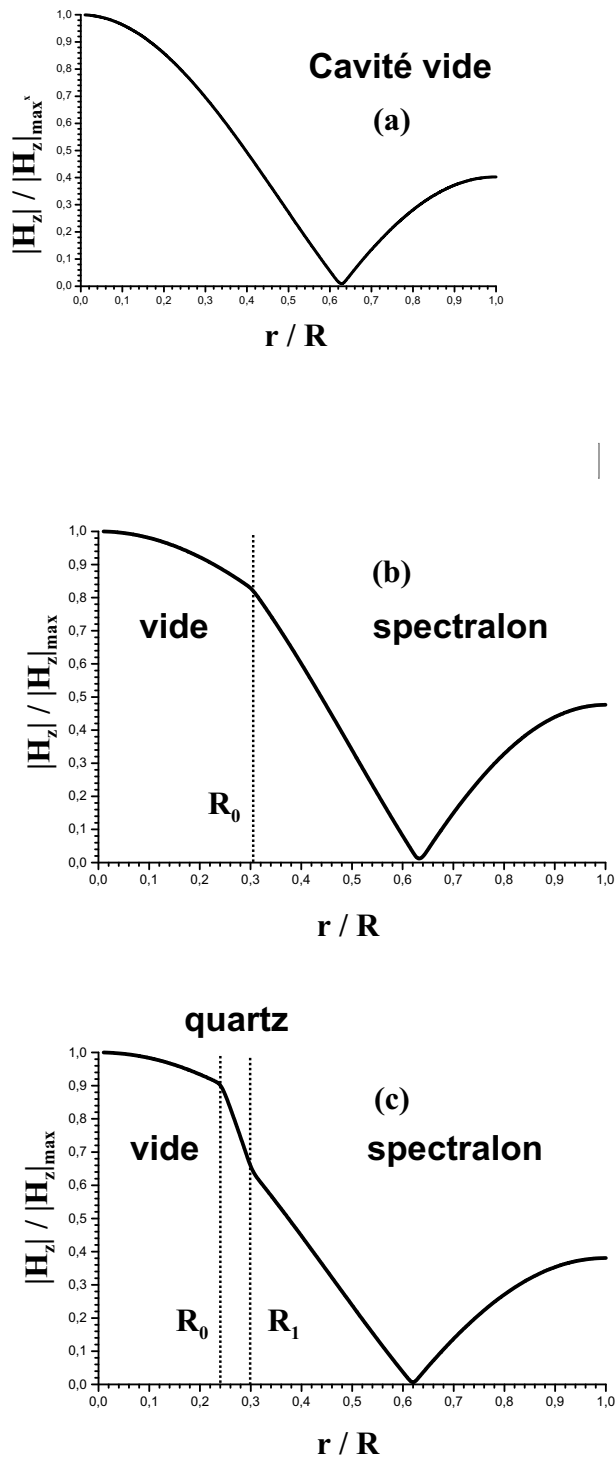


FIG. 5.26 – Profil de la composante  $H_z$  du champ magnétique dans une cavité chargée par un diélectrique.

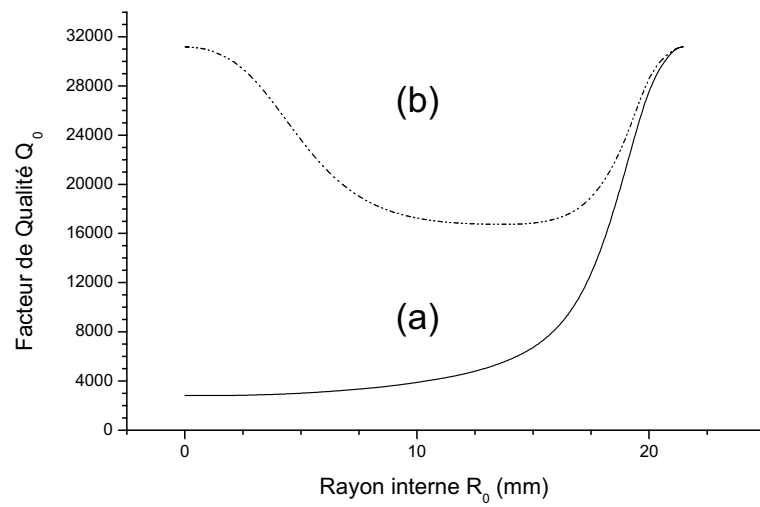


FIG. 5.27 – facteur de surtension d’une cavité cylindrique  $TE_{011}$  chargée par un diélectrique en fonction du rayon du ballon de stockage. (a) Cavité chargée par un tube de quartz de rayon interne  $R_0$ , d’épaisseur 1 mm, et par un tube de spectralon ajusté entre le tube de quartz et les parois de la cavité cylindrique. Quand ( $R_0 \rightarrow 0$ ), la cavité est entièrement chargée de Spectralon, et  $Q_0 \rightarrow 1/\tan(\delta_{sp})$ , (b) Cavité chargée par un tube de quartz de rayon interne  $R_0$ , d’épaisseur 1 mm (Quartz :  $\delta = 10^{-4}$ ,  $\epsilon_r = 3,75$ , Spectralon :  $\delta = 2,910^{-4}$ ,  $\epsilon_r = 1,72$ ).

stabilisée en température. En revanche, la forme mal déterminée du ballon de quartz dû au procédé de fabrication par soufflage amène une indetermination des lignes de champ de la cavité, qui peut alors se traduire par une contribution non négligeable aux incertitudes de type B du bilan d'exactitude de l'horloge.

L'isolation du Cs par une ampoule de quartz est une solution simple, mais qui offre deux désavantages majeurs : la réduction des dimensions de la cellule (donc une réduction de la vitesse de capture et du nombre d'atomes froids), et une indetermination des lignes de champs magnétique d'interrogation. Ce n'est donc pas une solution idéale.

### 5.5.5 Une solution alternative : Application d'une couche diélectrique fine isolante

Il existe une solution alternative à l'emploi d'un ballon de quartz, qui est actuellement encore en cours d'étude. Elle consiste à faire déposer sur les parois de la cavité une mince couche "protectrice", neutre avec le Cs. Deux éléments ont retenu notre attention. Le premier est l'alumine, et le deuxième est l'Yttrine. Cette technique par dépôt de couches minces serait particulièrement indiquée dans le cas des cavités en argent, puisque l'argent serait lui même déposé sur les parois de la cavité en cuivre par une technique de couche mince. Nous sommes en train de développer à cette occasion un partenariat avec l'industriel ACM [112] pour étudier la faisabilité d'une telle technique dans le cadre du projet Horace, en étudiant les propriétés optiques, micro-ondes et chimiques des échantillons préparés par la société ACM.

**Alumine** Le dépôt d'alumine est réalisé par pulvérisation cathodique. Son épaisseur est de 1 à 2  $\mu m$ . Pour des paramètres optimisés de dépôt des tests préliminaires ont montré qu'on pouvait atteindre des densités comprises entre 70% et 80% du matériau massif pour des surfaces planes. Par contre, on n'atteint des densités de matériau de l'ordre de 60% du matériau massif pour un dépôt sur une surface perpendiculaire à l'axe du jet [112]. La densité du matériau déposé est alors inégale sur les parois de cavités cylindriques et sphériques. Cependant, la densité relativement élevée du dépôt par rapport à celle du matériau massif laisse espérer une bonne tenue de la couche mince sous atmosphère de césium. Des tests sous ultra-vide et à température ambiante devrait être prochainement réalisés pour vérifier la validité de la technique.

**Modification du champ hyperfréquence** L'avantage essentiel de la technique est que le champ hyperfréquence n'est quasiment pas modifié par le dépôt de ces couches minces. Leur épaisseur est si fine que le facteur de surtension est inchangé et le déplacement de la fréquence de résonance de la cavité négligeable (on pourra rattraper un éventuel déplacement de la fréquence de résonance en modifiant uniquement la température de la cavité).

**Yttrine** Un dépôt d'yttrine est également à l'étude. Nous ne connaissons pas actuellement les densités accessibles par pulvérisation cathodique avec l'yttrine. L'étude de la réflectivité (ou de l'absorption) par les couches minces d'yttrine et d'alumine guidera le choix définitif du matériau de protection.

**Dépôt d'argent** Pour le dépôt d'argent, nous avons recours à la même société et aux mêmes techniques. La densité de la couche par rapport au matériau massif atteint le même niveau de densité ( $\sim 60 - 80\%$ ) dans les premiers tests qui ont pu être réalisés. Il faut noter cependant que pour une bonne accroche de l'argent sur le césium, il sera nécessaire de déposer au préalable une fine couche d'or sur le cuivre, pour ensuite procéder au dépôt d'argent sur la couche d'or.

**Solution à l'étude : Alumine + argent** La solution la plus favorable actuellement est un dépôt d'argent puis d'alumine sur une cavité en cuivre OFHC. Pour une bonne tenue des couches minces déposées, on devra au préalable déposer une fine couche d'or sur la cavité en cuivre d'épaisseur  $2 \mu m$ . L'épaisseur totale des couches minces déposées est de l'ordre de  $6 \mu m$ . Ces épaisseurs sont très petites devant les dimensions de la cavité (de l'ordre de la dizaine de mm), soit un rapport de 5 ordres de grandeurs entre les deux dimensions caractéristiques.

**Cavité sphérique réfléchissante à 6 fibres (argent)** Deux nouvelles cavités sphériques réfléchissantes à 6 fibres sont en cours de réalisation. La première est une cavité sphérique résonante avec un ballon de quartz, de rayon  $21,3 \text{ mm}$ , que j'ai dessinée et conçue à la fin de mon travail de thèse. La deuxième est une cavité avec dépôt d'argent. Les premiers résultats montrent un facteur de surtension assez bas de la cavité sphérique résonante avec quartz  $\sim 3000$ .

## 5.6 Conclusions

**Bilan et choix définitif de la cavité d'HORACE** La cavité sphérique est la cavité dans laquelle nous avons obtenu les meilleurs résultats. Le signal de temps de vol est ajustable par une distribution de type  $\mathcal{L}_b$ . Nous détectons jusqu'à  $2,5 \cdot 10^7$  atomes froids, avec une température maximale de  $3,5 \mu K$ . Nous estimons actuellement la taille de la boule  $\sim 4 - 5 \text{ mm}$  de diamètre (et  $T \simeq 1,6 \mu K$  dans cette hypothèse). La position du sommet du signal de temps de vol est proche de la valeur attendue par un calcul balistique. Nous sommes donc assurés avec cette cavité que le nuage d'atomes froids occupe la zone centrale du champ magnétique oscillant de la cavité. Les mesures d'absorption linéaire devraient bientôt nous renseigner plus précisément sur la taille de la boule. La forme sphérique de la cavité convient donc bien à une application de refroidissement en cellule.

Une isolation des interactions chimiques avec le Cs sera peut être nécessaire. Une isolation par une fine couche de diélectrique est une voie que nous explorons actuellement, pour garder à la fois un nombre maximal d'atomes froids et pour limiter les perturbations du champ micro-onde. Pour améliorer la figure de mérite

de la cellule, nous sommes en train d'étudier la faisabilité d'une cavité sphérique avec un double dépôt d'argent et d'un diélectrique (alumine ou yttrine). L'étude à ce sujet est en cours.

Nous montrons au chapitre suivant que nous avons réussi à faire résonner la cavité sphérique proche de la fréquence d'horloge du Cs.

## Chapitre 6

# Performances en fréquence attendues de l'horloge HORACE

*Ce qui sauve, c'est de faire un pas. Encore un pas.  
A. de S<sup>t</sup> Exupéry, Terre des Hommes (1939).*

### 6.1 Caractérisation expérimentale et théorique de la cavité micro-onde sphérique Horace

#### 6.1.1 La cavité sphérique : conception

L'étude des propriétés optiques des cellules pour le refroidissement a montré qu'une cavité sphérique pouvait être avantageuse. Cependant, il n'était pas évident a priori de faire résonner un mode TE dans une telle cavité. Les cavités sphériques que nous avons réalisées sont schématisées figure 5.13, page 174. Elles sont composées de deux hémisphères. Afin de s'adapter à notre expérience de test du refroidissement isotrope, le plan de contact des deux hémisphères est colinéaire à l'axe de symétrie cylindrique des guides d'onde sous-coupure (Fig 6.1). Le contact électrique est assuré par une bonne qualité de surface des parties en contact et par 8 vis de serrage de diamètre  $\phi = 5mm$  réparties uniformément. Le centrage des deux parties est assurée par un anneau de centrage court ajusté à  $5/100^{eme}$ . Le couplage du champ est assuré par deux fentes micro-ondes de dimensions 1x8 mm (après optimisation), orientée parallèlement à l'axe de symétrie cylindrique des guides d'onde .

#### 6.1.2 Calculs des dimensions

**Calcul analytique** Les calculs de la dimension de la cavité sphérique ont été réalisés en deux temps. On trouvera dans la référence [81] le calcul de la fréquence de résonance d'un mode TE ou TM dans une cavité sphérique en coordonnées sphériques. Pour un mode TE, la fréquence de résonance est donnée par :

$$f = \frac{\alpha_i c}{2\pi R_{cav}} \quad (6.1)$$





FIG. 6.1 – Photos de la cavité sphérique de test.

Mode	$TE_{011}$	$TE_{111}$
Fréquence calculée (GHz)	9,193	10, 02
Fréquence mesurée (GHz)	9,208	10,17
Différence (MHz)	+15	+15

TAB. 6.1 – Fréquences de résonances calculées et mesurées de la cavité sphérique. L'incertitude de la mesure est de  $\pm 300kHz$ .

où  $R_{cav}$  est le rayon de la cavité, et  $\alpha_i$  est la  $i^{eme}$  racine de l'équation de condition aux limites, qui s'écrit pour une cavité sphérique :

$$J_{n+1/2}(kR_{cav}) = 0 \quad (6.2)$$

où  $J_n$  est la fonction de Bessel de première espèce, et n un entier. La première racine non nulle pour un mode TE est  $\alpha_1 = 4,4934$ . L'application numérique donne un rayon de cavité de  $\simeq 23,3mm$ .

Pour obtenir un calcul plus précis des dimensions de la cavité, nous avons fait appel à une méthode de calcul par élément fini réalisé à l'IRCOM par M. Aubourg et S. Bila. Ils ont pu modéliser la variation de la fréquence du mode TE en fonction du rayon de la cavité, du diamètre des trous, et du type de couplage. Les résultats sont donnés ci-dessous et comparés aux résultats expérimentaux.

**Dégénérescence des modes** La modélisation par éléments finis a permis de vérifier que la dégénérescence du mode TE est levée grâce aux guides d'onde de la cavité micro-onde et au couplage par les fentes (polarisation du champ). La fréquence de résonance du mode  $TE_{111}$  est calculée  $\simeq 10,02GHz$ . Le mode TM immédiatement voisin est défavorisé et résonne à la fréquence de  $10,2GHz$ . La fréquence des modes est mesurée en excitant la cavité par un signal hf modulé lentement en fréquence, à l'aide d'un "sweeper" HP 8620 C. A l'aide d'un circulateur hf (MTC 1130FFF), on mesure le signal réfléchi avec un détecteur micro-onde. On vérifie avec un analyseur de spectre large bande (13,2 GHz) le spectre en fréquence du signal envoyé et du signal réfléchi. Le tableau 6.1 donne la comparaison des fréquences de résonance calculées et des fréquences de résonance mesurées sur la cavité sphérique, avant accord fin en fréquence de cette dernière.

### 6.1.3 Fréquence de résonance

La figure 6.3 montre la variation de la fréquence de résonance en fonction du rayon de la sphère. La pente calculée par la formule analytique est de  $-396$  MHz/mm. Le calcul par élément fini donne une valeur sensiblement plus basse, de  $-255$  MHz/mm.

On a mesuré la fréquence de résonance de la cavité sphérique avant et après polissage optique. On a mesuré un déplacement de la fréquence de résonance de

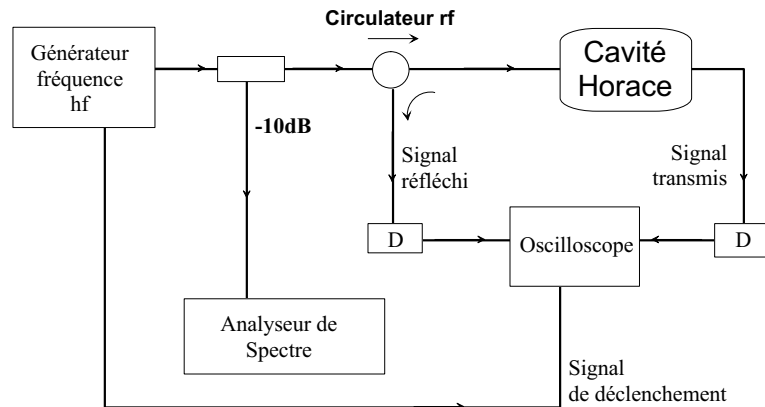


FIG. 6.2 – Banc de mesure des fréquences de résonance d’une cavité hyperfréquence. Le générateur de fréquence est un HP 8620 C ou un Wiltron (pilotable par PC). Le circulateur est un MTC 1130FFF. D est un détecteur micro-onde. On utilise un NARDA 4503A ou un AM ZSD218. L’analyseur de spectre permet de vérifier le spectre et la fréquence moyenne du signal d’excitation de la cavité.

14 MHz pour une variation de  $1/10^e$  de mm du rayon intérieur de la cavité. On en déduit une pente de  $-280\text{MHz}/\text{mm}$  en fonction du diamètre. Les mesures expérimentales sont en meilleur accord avec la méthode de calcul par élément fini, qui prend en compte la forme du mode.

Dans une cavité sphérique, la pente  $df/dr$  est donc assez élevée. On devra contrôler le rayon de la cavité à mieux que  $\sim 5\mu\text{m}$  si on veut accorder mécaniquement la cavité sphérique à mieux qu’1 MHz. Un tel niveau de précision est atteignable sans trop de difficulté par polissage optique<sup>1</sup>.

**Facteur de surtension** La figure 6.5 montre la courbe expérimentale de la fréquence de résonance de la cavité sphérique polie en fonction de la fréquence du champ d’excitation. Cette dernière a été obtenue à l’aide d’un générateur de fréquence pilotable par ordinateur. La mesure de la fréquence de résonance de la cavité a été faite en balayant pas à pas la fréquence d’excitation. La pas est de 20 kHz. Le même ordinateur a servi à l’acquisition des données. On a pris soin de calibrer les mesures de fréquence par un analyseur de spectre HF. Le facteur de surtension de la cavité sphérique est  $Q=14400$ , déduit de l’ajustement de la courbe expérimentale par une lorentzienne. Cette valeur élevée du facteur de surtension s’explique par la forme sphérique de la cavité. La surface est minimisée par rapport au volume, ce qui minimise également les pertes HF. La cavité sphérique possède ici un avantage déterminant par rapport à la cavité cylindrique dans le cas d’une détection micro-onde du signal d’horloge.

<sup>1</sup>L’industriel OPA[113] propose un contrôle du rayon après une passe de polissage par mesure interférométrique (on exploite le poli optique de la surface).

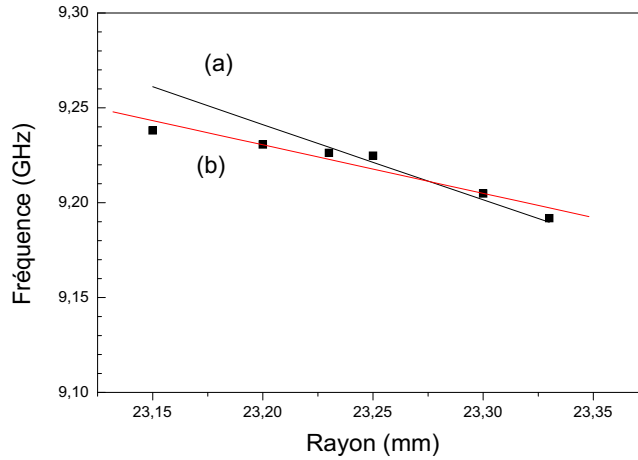


FIG. 6.3 – Variation de la fréquence de résonance de la cavité sphérique avec le rayon calculée par deux méthodes. (a) Calcul analytique (b) Ajustement linéaire des fréquences de résonance calculées par éléments finis (M. Aubourg et S. Bila, IRCOM).

**Volume de mode** Le volume de mode peut être calculé de façon approchée, en adaptant la formule du volume de mode d’une cavité cylindrique [20]. On trouve la formule :

$$\mathcal{V} \simeq \frac{4}{3}\pi R_{cav}^3 \frac{1}{2} J_{1/2}^2(\alpha_1) \left( 1 + \left( \frac{\pi}{\alpha_1} \right)^2 \right) \quad (6.3)$$

On trouve avec  $R_{cav} = 23.3mm$ ,  $\alpha_1 = 4,4934$ ,  $\mathcal{V} = 5,35cm^{-3}$ . Le calcul par élément fini de l’IRCOM donne  $\mathcal{V} = 5,09cm^{-3}$ .

### 6.1.4 Déplacements de la fréquence de résonance

#### Influence de la température

Nous avons mesuré la variation de la fréquence de résonance avec la température de la cavité. Nous montrons sur la figure 6.6 que la fréquence de résonance dépend linéairement de la température. La pente mesurée est  $-164(\pm 3)kHz/^\circ C$ . Les techniques usuelles de contrôle de la température de la cavité pourront être employées.

#### Adaptation d’impédance

**Dimension de l’antenne** Nous avons cherché à optimiser le couplage du champ micro-onde à la cavité résonante, en adaptant le mode de l’excitation au mode de la cavité. Nous avons commencé les mesures avec une antenne de 8 mm de long. En mesurant le contraste du signal réfléchi, nous avons optimisé l’adaptation de mode jusqu’à un contraste de 48%.

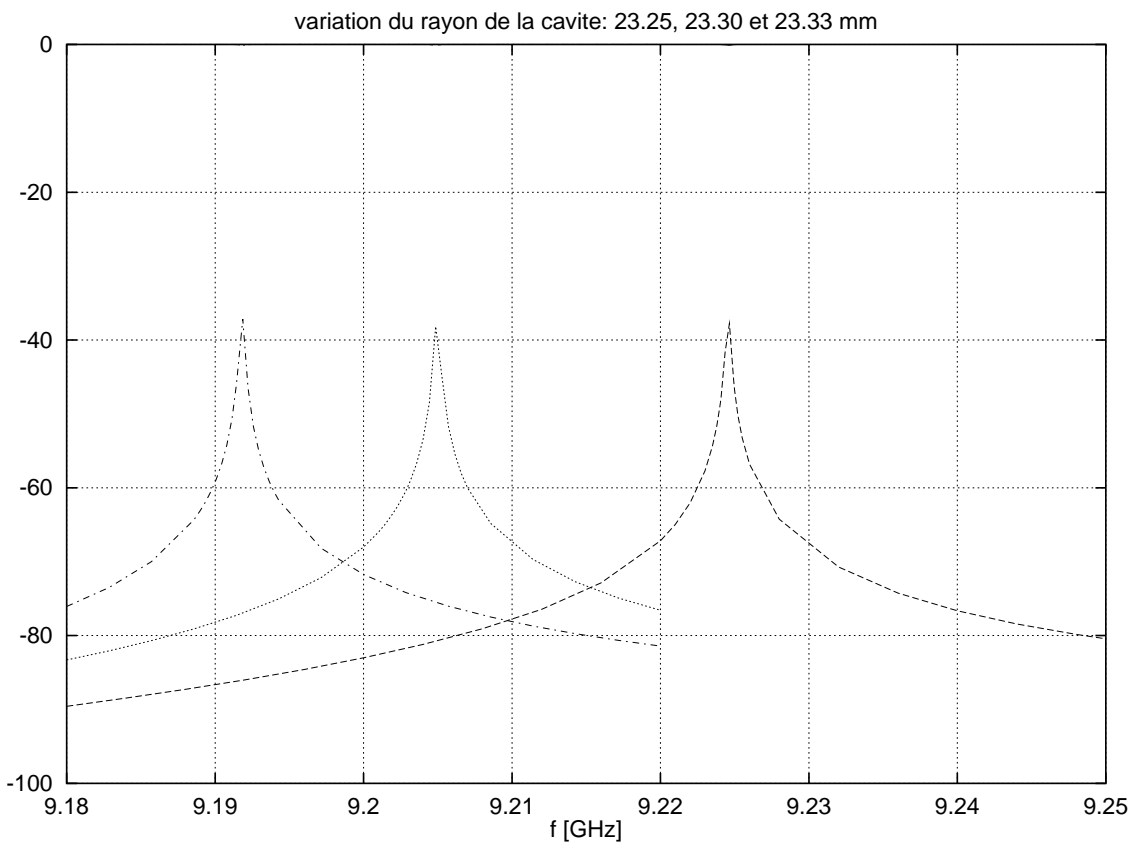


FIG. 6.4 – Courbe de résonance de la cavité sphérique en fonction du rayon calculée par éléments finis (Courtoisie de M. Aubourg et S. Billa).

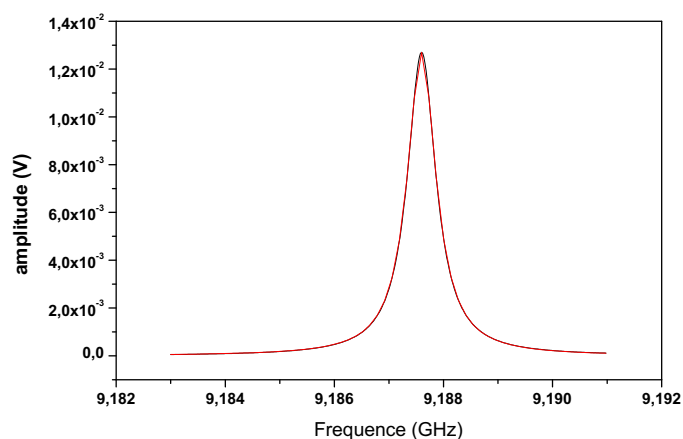


FIG. 6.5 – Fréquence de résonance de la cavité sphérique polie (Signal en réflexion). On utilise une antenne de 3 mm de long, et une fente de couplage de  $1 \times 6\text{mm}$  (couplage non optimum). La fréquence de résonance est désaccordée de 5,03 MHz de la résonance hyperfine du Cs.

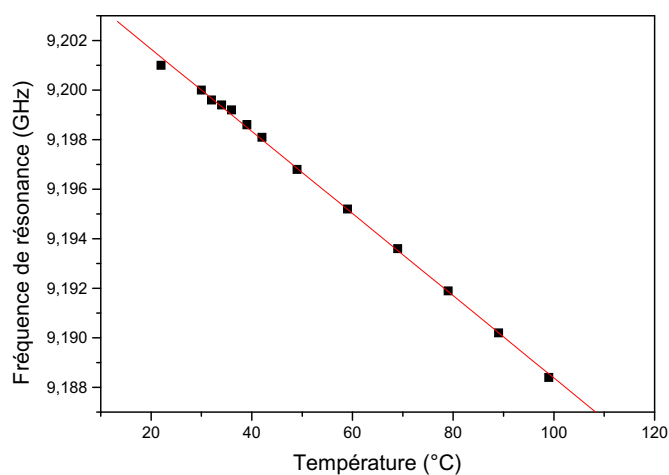


FIG. 6.6 – Fréquence de résonance de la cavité sphérique polie en fonction de la température de la cavité. La courbe expérimentale est ajustée par une loi de régression linéaire.

Longueur de l'antenne	Fente 1x6	Fente 1,5x8
8 mm	10,1	48,6
3 mm	24	100

TAB. 6.2 – Contraste de la résonance à  $9,2\text{GHz}$  avec la cavité sphérique, pour deux dimensions d'antenne et de fente de couplage. Le contraste est exprimé en %.

**Dimension des fentes** Le second paramètre est la longueur des fentes micro-ondes. Nous avons trouvé le contraste optimum pour une fente de 1,5mm de large par 8 mm de haut. Le contraste avec une antenne de 3 mm est alors de 100% (voir tableau 6.2).

Le déplacement de la fréquence de résonance de la cavité, entre le couplage par fente de 1x6 mm et le couplage par fente de 1,5x8 mm, est de -800 kHz. Ce déplacement est en accord moyen avec le déplacement calculé par l'IRCOM, qui est de -1,25 MHz.

### Méthode d'accord

Pour accorder la cavité à la fréquence de résonance du césium, les difficultés d'usinage de la partie sphérique rendent l'accord mécanique - par réusinage successif de la partie sphérique à la fraise numérique - techniquement difficiles et coûteux. On peut par contre envisager d'usiner les surfaces de contact des deux hémisphères pour réduire le volume du mode et ainsi changer sa fréquence de résonance. La cavité est alors déformée, mais sur des quantités si petites (c'est un accord fin) que la forme du mode reste quasi-inchangée. Nous avons procédé à la mesure expérimentale de la variation de la fréquence en fonction du réusinage des surfaces d'appuis, sur une gamme de  $2/10^{\text{ème}}$  de millimètre. Nous avons mesuré un comportement non-linéaire de la fréquence avec l'épaisseur de matière extrudée. On a ajusté les points expérimentaux par un polynôme d'ordre 2  $f = a + br + cr^2$ . On trouve  $b = +58\text{kHz}/\mu\text{m}$  et  $c = +295\text{kHz}/\mu\text{m}^2$ .

Cependant, comme la cavité doit également être polie au niveau optique, nous utilisons la haute réflectivité du cuivre poli pour mesurer par des méthodes optiques le rayon de la cavité. La finesse de l'avance du polissage optique permet d'obtenir une cavité poche de résonance ( $< 2\text{MHz}$ ) à la fin du polissage optique. La procédure d'accord en fréquence que nous avons établie est finalement la suivante :

1. On réalise une ébauche, où le diamètre de la cavité est inférieur au diamètre final de la cavité de 1 dixième de millimètre. La tolérance est de 0,05 mm. La fréquence de résonance est supérieure à la fréquence de la transition atomique de 15 à 28 MHz.
2. Par extrapolation à l'aide des courbes réalisées à l'IRCOM, on calcule la quantité de matière à enlever au polissage optique,

3. Quand la cavité est suffisamment polie, on peut mesurer par réflectométrie le rayon de la cavité. La quantité de matière enlevée est comprise entre 0,01mm et 0,05 mm, soit un déplacement maximum de -14 MHz. On mesure la fréquence de résonance de la cavité pour vérifier qu'on est toujours bien au-dessus de la fréquence de la transition hyperfine du césium. On calcule à nouveau par extrapolation la correction nécessaire pour être à quelques 10 kHz de la fréquence de transition d'horloge.
4. En mesurant le rayon de la cavité à chaque passe de polissage, on peut arriver à un  $\mu m$  du rayon final, c'est-à-dire être accordé à mieux que 280 kHz de la résonance atomique.
5. On vérifie une nouvelle fois la fréquence de résonance de la cavité.
6. On réalise si besoin un accord mécanique final en usinant les surfaces de contact des deux hémisphères. Cette procédure permet de récupérer un éventuel dépassement de la fréquence de résonance par rapport à la fréquence de la transition atomique, puisqu'on réduit alors le volume de la cavité (on augmente la fréquence de résonance).
7. L'accord fin jusqu'à la résonance est réalisé par ajustement de la température de la cavité (le volume augmente avec la température, donc la fréquence diminue). Si la cavité est accordée à +280kHz de la résonance, la cavité devra être chauffée de  $1,7^{\circ}C$ .

### 6.1.5 Calculs des gradients de phase

La modélisation par élément fini à l'IRCOM de la cavité sphérique a permis d'estimer le gradient de phase de la cavité sphérique. Le calcul de la surtension est en accord avec la valeur mesurée expérimentalement. Le calcul donne une variation de la phase maximum de  $60\mu rad$  dans la cavité sphérique, soit 2,5 fois plus petit que dans la cavité cylindrique. La figure 6.7 trace la variation relative de la phase dans le plan (xOz) de la cavité. La cavité sphérique permet donc de réduire les déplacements de fréquence par effet Doppler par le même rapport (à vitesse et distribution spatiale des atomes identiques).

## 6.2 Etude des performances en fréquence pour une interrogation de type Ramsey

### 6.2.1 Méthode

Nous avons cherché à évaluer les performances en fréquence de la future horloge Horace. Pour ce faire, nous avons calculé des déplacements de fréquence pour des interrogations de type Rabi ou Ramsey (détection optique) en résolvant les équations de Bloch dépendantes du temps. Le calcul du vecteur de Bloch dans un champ micro-onde dépendant du temps a été fait par intégration numérique en utilisant un algorithme de Runge-Kutta du quatrième ordre, pour une cavité cylindrique. Ce programme est le fruit essentiellement du travail de Christelle Guillemot et de Constance Valentin.



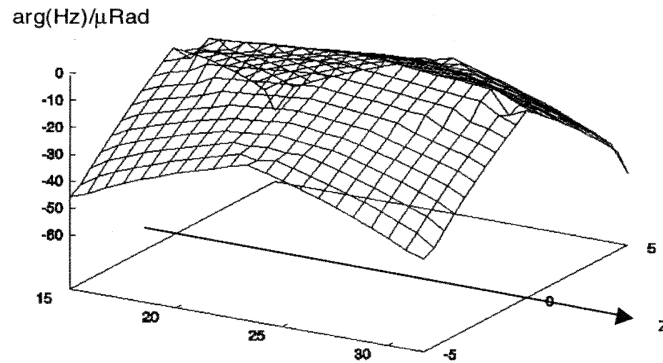


FIG. 6.7 – Gradient de phase dans le plan (xOz) de la cavité sphérique, par un calcul par éléments finis (Courtoisie de M. Aubourg et S. Bila).

**Principe du calcul** En résolvant les équations de Bloch pour  $N$  atomes dont la position et la vitesse a été choisie au hasard dans une distribution gaussienne (méthode de Monte-Carlo), nous prenons en compte dans ces calculs l'extension et la température du nuage d'atomes froids. Le résultat est normalisé par le nombre d'atomes de la population.

### Fonction de sensibilité

La simulation informatique nous permet de tracer la fonction de sensibilité pour différents types d'interrogation et pour différentes formes de l'impulsion micro-onde. Nous rappelons que la fonction de sensibilité est définie pour une fluctuation de fréquence de l'oscillateur local pendant l'interrogation par [27],[28] :

$$\delta P = \int_0^\tau g(t) \delta\omega(t) dt \quad (6.4)$$

où  $\delta P$  est la perturbation de la probabilité de transition et  $g$  la fonction de sensibilité. Rappelons que  $\delta\omega(t)$  caractérise les fluctuations de la pulsation du champ oscillant par rapport à la pulsation de la transition atomique. La perturbation de la probabilité de transition dépend de la dispersion des trajectoires atomiques dans la cavité et de la vitesse des atomes au moment de l'interrogation.

## 6.2.2 Optimisation du contraste des franges de Ramsey pour un schéma d'interrogation temporel

### Dégradation de la fonction de sensibilité

Dans la cavité micro-onde, l'amplitude du champ n'est pas constante sur le volume de la cavité. La figure 6.8 présente le profil spatial du champ  $H_z$  dans le plan (xOz) dans le cas de la cavité cylindrique<sup>1</sup>. L'extension spatiale du nuage

<sup>1</sup>Dans le cas de la cavité cylindrique, l'amplitude  $H_z$  de la composante z du champ d'induction a diminué de 10% par rapport à l'amplitude maximale du champ lorsqu'on est à 6.5

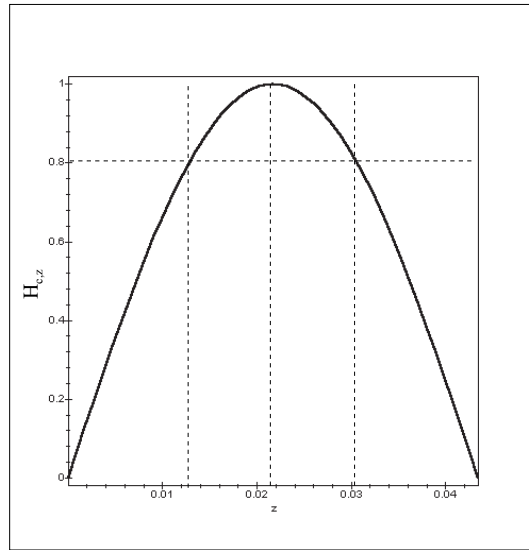


FIG. 6.8 – Profil du champ d'interrogation selon l'axe de chute.

d'atomes froids et leur dispersion en vitesse introduit une source de fluctuation de la probabilité de transition. La fonction de sensibilité est dégradée.

**Mise en évidence** Cet effet se traduit par une diminution du contraste des franges de Ramsey. On a vérifié la diminution du contraste pour des durées d'interrogation (la durée des deux impulsions plus la durée du temps mort) supérieures à 30 ms. La figure 6.9 montre l'allure de la fonction de sensibilité pour une interrogation de type Ramsey de durée 60 ms. La figure 6.10 montre la dégradation du contraste des franges pour des temps d'interrogation longs. On observe sur ces graphiques en premier lieu que la fonction de sensibilité n'est pas égale à 1 pendant la phase d'évolution libre du spin fictif, contrairement au cas d'une fontaine atomique où  $g$  est proche de 1 pendant l'évolution libre des atomes durant l'interrogation. Le programme a calculé une valeur de champ magnétique et une durée d'impulsion telles que la transition totale soit une transition  $\pi$ ; mais dans ce cas, nous n'avons pas imposé que chacune des impulsions soient une impulsion  $\pi/2$ . La première impulsion est en fait une impulsion  $\pi/2(1 + \varepsilon)$  et la deuxième impulsion est une impulsion  $\pi/2(1 - \varepsilon)$ . La deuxième observation est que la fonction de sensibilité n'est pas symétrique dans le cas Horace. Les deux impulsions ne sont pas délivrées au même instant, et le couplage des atomes au champ magnétique oscillant ne peut être le même pour les deux interactions du schéma d'interrogation de Ramsey.

---

mm au-dessus ou en dessous du centre de la cavité. Le module du champ  $H_z$  a diminué de 20% lorsqu'on s'écarte de plus de 10 mm du centre de la cavité. On aura donc intérêt à limiter et à contrôler l'extension spatiale du nuage dans le projet Horace à un rayon compris typiquement entre 10 mm et 20 mm environ pour obtenir les performances en fréquence optimales

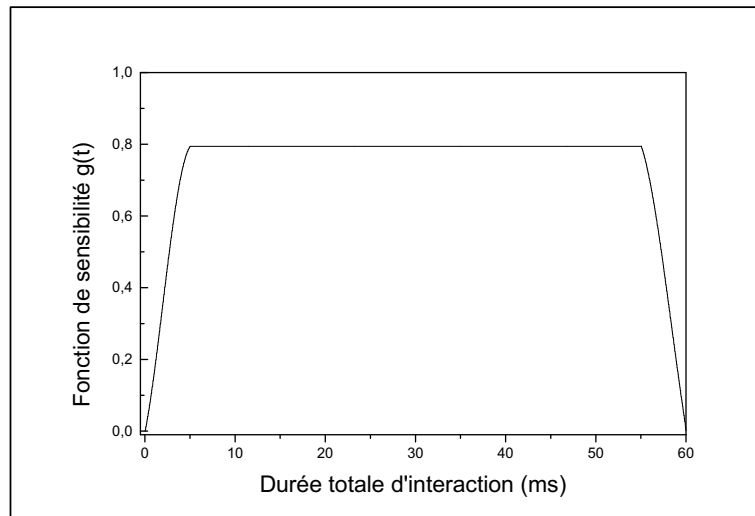


FIG. 6.9 – Fonction de sensibilité calculée numériquement pour une interrogation de Ramsey avec Horace. L'accélération des atomes dégrade la fonction de sensibilité.

### Optimisation du contraste des franges

Nous avons vérifié qu'on pouvait obtenir un meilleur contraste en corrigeant le schéma d'interrogation temporel (afin de réaliser des "vraies" impulsions  $\pi/2 + \pi/2$ ). Pour ce faire, nous pouvons employer deux méthodes. La première méthode est une correction de la durée des impulsions d'interaction. Elle consiste à appliquer une deuxième impulsion d'interrogation plus longue que la première impulsion. La deuxième méthode est une correction d'amplitude. Elle consiste à augmenter la pulsation de Rabi de la deuxième impulsion par rapport à la pulsation de Rabi de la première impulsion. En terme de contraste des franges, nous avons obtenu les meilleurs résultats pour une correction d'amplitude. La figure 6.11 montre la fonction de sensibilité optimisée par la méthode corrective en temps, et la figure 6.12 montre l'optimisation du contraste des franges que nous avons pu calculer pour les deux méthodes. Dans les deux cas, on a pu obtenir une fonction de sensibilité égale à 1 pendant la phase d'évolution libre, mais il faut noter qu'aucune des deux méthodes ne permet de symétriser la fonction de sensibilité.

Ces calculs nous ont donc permis de vérifier la dégradation de la qualité de l'interrogation avec la durée de l'interrogation, à cause de l'accélération des atomes dans le champ pesanteur. Ils posent une limite à la durée de l'interrogation à 30 ms, si on veut éviter de déformer la fonction de sensibilité et de dégrader le contraste des franges.

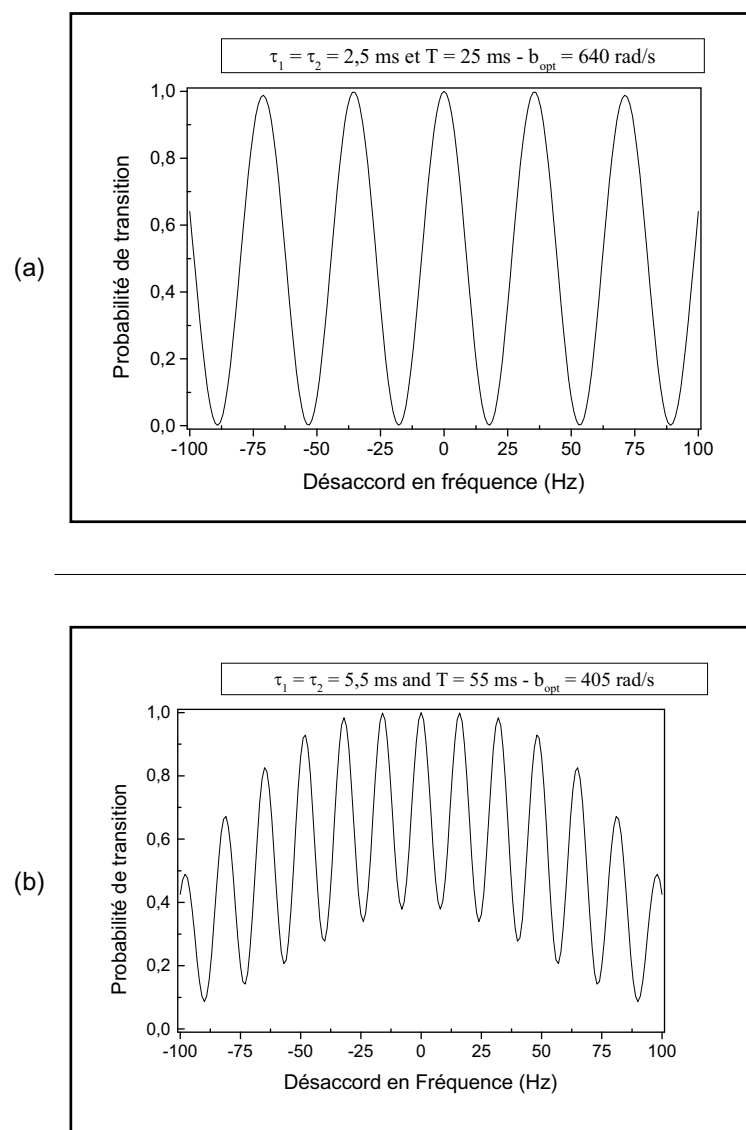


FIG. 6.10 – Dégradation du contraste des franges pour les durées d'interrogation longues.

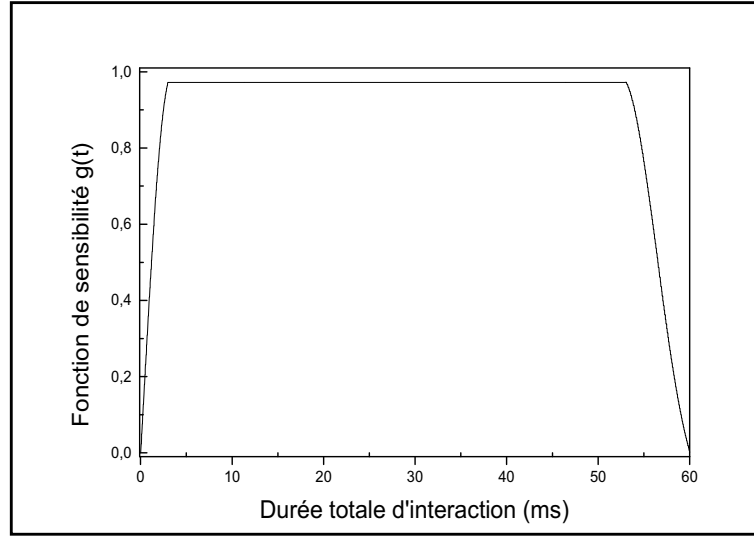


FIG. 6.11 – Correction du schéma d’interrogation pour optimiser la fonction de sensibilité (interrogation de Ramsey) avec une correction de la durée de la deuxième impulsion.  $\tau_1 = 3ms$ ,  $\tau_2 = 7ms$ ,  $T = 55ms$  et  $\Omega_{0,opt} = 405rad.s^{-1}$ . On remarque que la descente du ”plateau” de la fonction de sensibilité est plus lente pour la deuxième impulsion que pour la première.

### 6.2.3 Déplacements relatifs de fréquence

#### Effet Doppler du premier ordre

Le déplacement de fréquence par effet Doppler du premier ordre s’exprime de façon résiduelle dans une horloge. Ce déplacement résiduel est lié aux pertes hyperfréquences de la cavité d’une part, et d’autre part au déplacement des atomes dans le repère du laboratoire. Les pertes de la cavité se traduisent par un gradient de phase du champ oscillant dans la cavité, qui est faible au centre de la cavité et maximal aux bords. L’effet Doppler résiduel du premier ordre est donné par :

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \vec{v}_{at} \cdot \vec{\nabla}(\varphi) \quad (6.5)$$

Sur Terre, les atomes sont accélérés par gravité. Dans le cas du projet Horace, c’est donc là où le gradient de phase est le plus fort que les atomes peuvent être les plus rapides. De plus, les atomes ne parcourent pas la totalité de la cavité micro-onde, et il n’y a pas d’annulation de l’effet du gradient de phase du champ oscillant par symétrie comme dans une fontaine. Mais comme la vitesse finale des atomes reste très petite comparée aux cas des autres horloges <sup>1</sup>, le déplacement relatif de fréquence par effet Doppler résiduel du premier ordre est attendu entre  $10^{-14}$  et  $10^{-15}$ . En effet, le déplacement de fréquence peut être majoré en considérant la vitesse maximum des atomes comme étant constante. On trouve, en considérant une variation totale de la phase vue par les atomes au cours de leur trajectoire

<sup>1</sup>On rappelle qu’elle est de l’ordre de  $40\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$  pour une interrogation de 50 ms

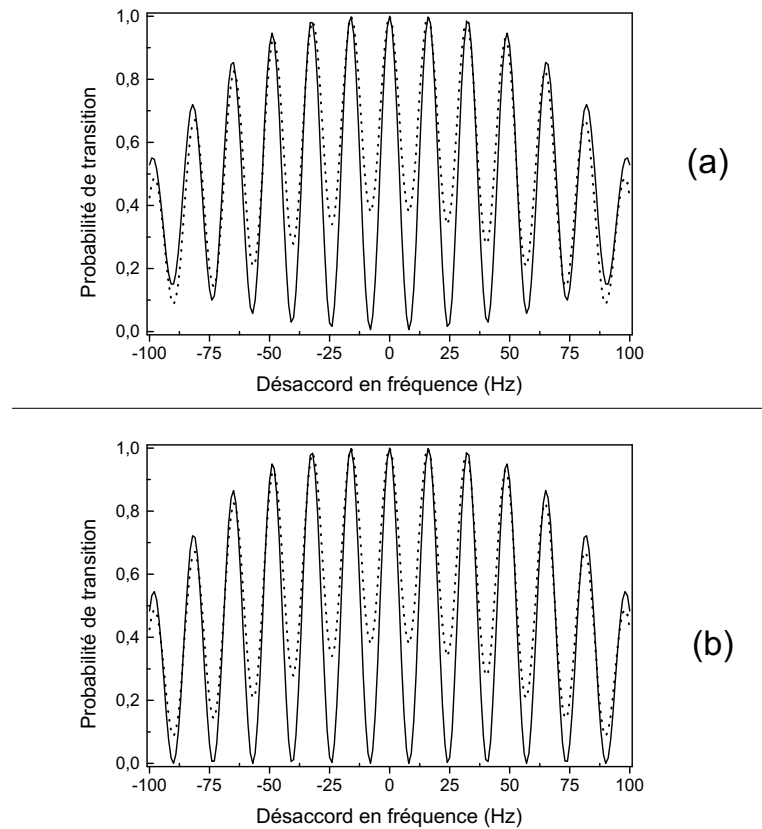


FIG. 6.12 – Correction du contraste des franges (interrogation de Ramsey) pour des atomes accélérés par la gravité dans Horace. (a) Correction de durée de la deuxième impulsion  $\tau_1 = 3,5ms$ ,  $\tau_2 = 7,5ms$   $T = 55ms$  et  $\Omega_{0,opt} = 405rad.s^{-1}$ . (b) Correction d'amplitude  $\tau_1 = \tau_2 = 5,5ms$   $T = 55ms$  et  $\Omega_{0,opt} = 286rad.s^{-1}$  Le facteur d'amplification de la deuxième impulsion est 2,467.

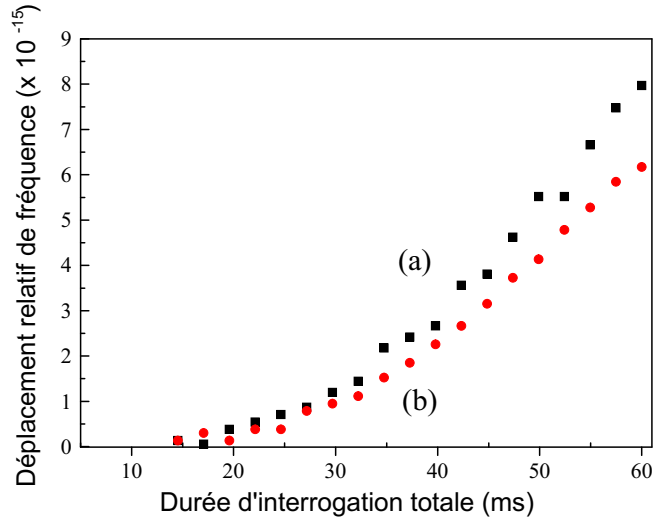


FIG. 6.13 – Déplacement de fréquence par effet Doppler en fonction de la durée d'interrogation (a) Séquence de Ramsey, avec  $\tau_p = T_L/10$ . (b) Séquence de Rabi.

de  $150 \mu\text{rad}$ , un déplacement de fréquence de  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) = 6 \times 10^{-5}$ , soit un déplacement relatif de fréquence de l'ordre de  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\phi)/2\pi\nu_0 \sim 1 \times 10^{-15}$ .

Le déplacement relatif de fréquence a été calculé en fonction de la durée d'interrogation à l'aide de la simulation mentionnée ci-dessus. Le résultat de la simulation est porté sur la figure 6.13. On trouve un déplacement de fréquence  $< 10^{-15}$  jusqu'à  $T_i = 30$  ms.

### Effet Doppler du deuxième ordre

Pour évaluer l'ordre de grandeur de l'effet Doppler du deuxième ordre, on utilise la formule D.1 (page 244). En considérant une température de  $10 \mu\text{K}$ , on trouve un déplacement relatif de fréquence maximum de l'ordre de  $10^{-19}$  sur Terre (vitesse maximale de  $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ), et de  $5 \times 10^{-21}$  dans l'Espace. Pour le projet Horace, le déplacement relatif de fréquence par effet Doppler du deuxième ordre est complètement négligeable.

### Schéma d'interrogation à 3 impulsions

La séquence temporelle d'Horace permet de modifier la durée et l'amplitude de chacune des impulsions micro-onde d'interrogation. En particulier, on a étudié la possibilité d'appliquer des schémas d'interrogation à 3 impulsions du type  $\pi/3 + \pi/3 + \pi/3$ . On note  $\tau_i$  la durée de la  $i^{\text{ème}}$  impulsion, et  $T_{L1}$  et  $T_{L2}$  les durées des temps mort entre chacune des impulsions. Les durées typiques des impulsions

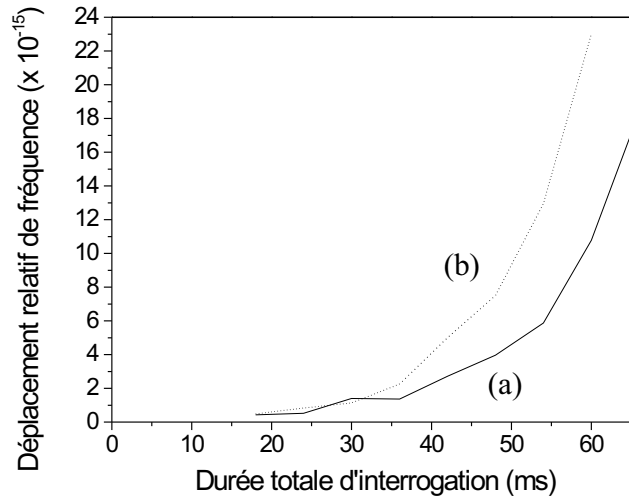


FIG. 6.14 – Déplacement de fréquence par effet Doppler en fonction du schéma d'interrogation (a) Séquence de Ramsey, avec  $\tau_p = T_L/10$ . (b) Séquence à trois impulsions, de durée  $\tau_p$  égales, avec  $T_{L2} = 10T_{L1}$ .

d'interrogation pour ce schéma sont de l'ordre de la ms et les durées des temps morts de l'ordre de 1 à 15 ms. L'idée est de faire varier la durée des temps morts  $T_{L1}$  et  $T_{L2}$  entre les deux impulsions pour sonder le gradient de phase du champ oscillant d'interrogation de la cavité micro-onde, installée dans l'enceinte à vide, en comparant le déplacement de fréquence par effet Doppler.

La figure 6.14 donne le résultat du calcul numérique pour une interrogation à 3 impulsions, où le deuxième temps mort est 10 fois plus long que le premier. Le déplacement de fréquence est significativement plus grand uniquement pour des durées d'interrogation plus grandes que 30 ms. Dans ce calcul, la perturbation de la phase due à la coupure du signal d'interrogation a été négligée. La méthode sera efficace si et seulement si la perturbation de la phase par l'interrupteur micro-onde est petite devant le déplacement de fréquence recherché. L'ordre de grandeur du déplacement relatif de fréquence restant petit, il faudra une bonne stabilité de fréquence pour mettre en oeuvre cette technique avec succès.

### Dérive de phase de la coupure

Cet effet a déjà été discuté au chapitre 3. Nous rappelons qu'avec  $\delta\phi < 3\mu\text{rad}$ , le déplacement relatif de fréquence sera dans la gamme des  $10^{-14}$ .

### Effet du transitoire

Lorsque le champ micro-onde s'installe dans la cavité, la phase du champ n'est pas définie. On peut considérer a priori une fluctuation de la phase de l'ordre de



$2\pi$  sur la durée d'installation du champ. Pour  $Q_{cav} = 3000$ , on a  $\tau_c \sim 100ns$ . La perturbation en fréquence est alors de l'ordre de grandeur de la largeur de la résonance de la cavité, c'est à dire de l'ordre de 3 MHz! On ne peut pas utiliser le formalisme de la fonction de sensibilité pour une telle perturbation, l'approximation du développement au premier ordre de la probabilité de transition n'étant plus valable. L'effet du transitoire n'a pas été étudié et n'est pas connu pour l'instant. Un calcul complet devra être fait pour estimer l'effet du transitoire sur la probabilité de transition dans le cas d'Horace.

### Entrainement de fréquence de la cavité

Les atomes restent dans la cavité d'interrogation pendant tout le cycle d'horloge, et subissent l'effet d'entraînement de fréquence de la cavité. L'effet a été estimé au chapitre 3 au niveau de  $8 \cdot 10^{-14}$  pour une cavité de facteur de surtension  $Q = 3000$ , et une durée d'interrogation de 10 ms en estimant le déphasage induit par le rayonnement des atomes dans la cavité. L'ordre de grandeur réel dépendra en fait du type d'impulsion d'interrogation des atomes ( $\pi$  ou  $\pi/2$ ) et du niveau de contrôle de la température de la cavité[10]<sup>1</sup>.

### Déplacement lumineux de fréquence

Le déplacement lumineux de fréquence dû aux photons entrant dans la cavité pendant la phase d'interrogation peut entraîner des déplacements de fréquence importants, en particulier dans notre cas où la lumière est injectée directement dans la zone d'interrogation. Il est donc impératif d'atténuer par un obturateur mécanique pour couper les faisceaux de refroidissement. Cette méthode simple assure un déplacement lumineux de fréquence négligeable, au niveau de  $10^{-16}$ .

### Déplacement collisionnel

Nous estimons actuellement la densité d'atomes froids à l'issue de la phase d'interrogation au niveau de  $9 \cdot 10^7 \text{atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Le déplacement collisionnel correspondant est de  $2,5 \cdot 10^{-13}$ . Le déplacement de fréquence collisionnel est le plus important pour l'horloge, car la reproductibilité du déplacement de fréquence dépend à la fois de la reproductibilité du nombre d'atomes froids et de la reproductibilité du volume du nuage. L'effet du déplacement de fréquence collisionnel sur la stabilité de fréquence de l'horloge dépendra des résultats des mesures en cours sur la densité d'atomes froids en refroidissement en cellule.

### Résumé

Le tableau 6.3 dresse les déplacements de fréquence attendus pour Horace. Les contributions les plus importantes proviennent du déplacement collisionnel et de la coupure du champ micro-onde. L'exactitude de l'horloge dépendra de la reproductibilité des déplacements de fréquence et de la stabilité relative de fréquence

---

<sup>1</sup>Pour un contrôle de la température à mieux que 0,1 K couramment réalisé dans les fontaines ou les jets thermiques, le désaccord de la cavité est inférieur à  $\sim 15kHz$ .

Nom	déplacement relatif de fréquence
Effets Doppler	$10^{-15}$
Gravitationnel[34]	$10^{-15}$
Fuites micro-onde	0
Transitoire	??
Coupure micro-onde	$10^{-13}$
Entraînement de fréquence	$10^{-13}$
Collisions froides	$10^{-13}$
Déplacement lumineux	$< 10^{-16}$

TAB. 6.3 – Ordre de grandeur des déplacements relatifs de fréquence attendus pour Horace.

du signal d'horloge. L'étude de l'exactitude d'Horace n'a pas été abordée pendant ma thèse, et reste encore à faire.

#### 6.2.4 Conclusions

Nous avons montré dans ce chapitre la faisabilité d'une cavité micro-onde de forme sphérique. Le facteur de surtension élevé rend la cavité sphérique favorable à une détection micro-onde. Nous avons également présenté une analyse d'ordre de grandeur des déplacements relatifs de fréquence de l'horloge. Les déplacements de fréquence dus aux collisions et à la coupure du signal d'interrogation seront les contributions majeures du bilan d'exactitude de l'horloge.



# Chapitre 7

## Conclusion

*Ce qui tombe sous le sens rebondit ailleurs.  
J. Prévert, Choses et autres (1972).*

### 7.1 Refroidissement en cellule

Nous avons présenté dans cette thèse une étude du refroidissement en cellule pour le projet Horace. Nous avons analysé les forces Doppler de capture dans le cas d'un champ laser isotrope. Nous avons démontré que la structure tavelée du champ permettait un refroidissement de type Sisyphes. Les résultats expérimentaux (température, temps de chargement Sisyphes, durée de vie d'un atome dans le piège) sont en accord avec les modèles et expériences développés à l'ENS par le groupe de G. Grynberg, bien que celles-ci aient été développées pour une onde tavelée de polarisation définie. Nous obtenons un maximum de  $2,5 \cdot 10^7$  atomes froids détectés avec une température maximale de  $3,5 \mu K$ . Les premiers résultats d'une analyse par absorption linéaire nous conduisent à une estimation du nombre d'atomes froids dans la cellule de  $5 \cdot 10^7$  atomes froids, une taille de nuage de 4 à 5 mm de diamètre, et une température ultime de  $1,6 \mu K$ . La densité d'atomes froids est de  $9 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ . Mon travail de thèse aura mené à la démonstration de faisabilité du refroidissement d'atomes neutres de Cs dans une cavité résonante avec la transition hyperfine d'horloge.

Un travail important reste à faire sur l'analyse expérimentale et théorique du refroidissement en cellule, pour connaître plus précisément la saturation optique de la cellule, le nombre d'atomes froids et la taille du nuage. L'étude de la dynamique du refroidissement devrait se révéler particulièrement instructive pour analyser finement les processus d'interaction lumière-matière à l'œuvre dans la cellule sphérique de refroidissement. Enfin, l'étude du refroidissement avec des cellules en spectralon devrait être reconduite pour essayer d'élucider le problème des temps de vol bimodaux qui ont été observés pendant les premières années de ma thèse.

## 7.2 vers l'Horloge Horace

La cavité sphérique de refroidissement a été modélisée par élément fini par l'IRCOM. Les résultats de l'étude théorique et expérimentale sont positifs. Nous pouvons accorder la cavité sphérique à la transition d'horloge, et le gradient de phase du champ micro-onde est plus de 2 fois plus petit que dans une cavité cylindrique.

Nous avons développé dans cette thèse une analyse critique de la séquence temporelle d'Horace. Nous avons montré que des durées d'interrogation de 10 à 20 ms sont possibles, correspondant à un facteur de qualité atomique de l'ordre  $10^8$  avec une interrogation de Rabi. La stabilité relative de fréquence attendue est  $< 10^{-12}\tau^{-1/2}$ . Nous avons montré que les paramètres critiques de l'horloge sont le taux de chargement des atomes froids, le volume de la zone de capture, et la densité spectrale de bruit de phase de l'oscillateur local. Les déplacements de fréquence les plus importants sont le déplacement collisionnel et le déplacement de fréquence dû à la coupure du champ micro-onde.

La spécificité du projet Horace nous a conduit à imaginer des méthodes de détection originales, tant pour l'analyse des atomes froids que pour la détection du signal d'horloge. Ces méthodes n'ont pas encore été essayées expérimentalement. La détection micro-onde en particulier demande un nombre d'atomes froids au moins un ordre de grandeur supérieur au nombre d'atomes froids estimé actuellement avec la cavité sphérique. Les déplacements de fréquence pour une interrogation de ce type restent encore à calculer.

## 7.3 Perspectives

### 7.3.1 Chargement de la cellule par un jet d'atomes ralentis

Une modification importante de l'expérience consisterait à charger le nombre d'atomes froids dans la cellule à partir d'un jet collimaté d'atomes ralentis, préparés par une mélasse 2D. Les avantages seraient nombreux pour l'horloge :

- Taux de capture : le taux de capture pourrait être augmenté par un ou deux ordres de grandeur, soit entre  $10^9$  et  $10^{10} \text{ at} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le nombre d'atomes froids sera augmenté en conséquence. La puissance du signal micro-onde étant proportionnelle au carré du nombre d'atomes froids, la puissance détectée pourrait être augmentée par deux à quatre ordres de grandeur, ce qui permettrait un rapport signal-sur-bruit plus confortable pour la détection micro-onde. Le nombre d'atomes froids dans la cellule sera aussi plus stable. Enfin, un taux de chargement élevé permettra d'améliorer à la fois le rapport cyclique de l'horloge et d'augmenter le temps d'interrogation à des durées comprises entre 20 et 30 ms.

- Taux de pertes : la densité d'atomes chauds dans la cellule sera réduite par plusieurs ordres de grandeur. Les taux de pertes par collisions chaudes seront réduites à un terme résiduel au niveau de quelques  $10^{-4}s^{-1}$ .
- Rapport signal-sur-bruit : les méthodes de détection par fluorescence seront nettement améliorées. Le niveau de bruit de fond de la détection dû aux atomes chauds devenant négligeable devant le signal de fluorescence des atomes froids, on peut attendre un rapport signal-sur-bruit de l'ordre de quelques milliers. La stabilité de fréquence de l'horloge ne sera alors plus limitée par le rapport signal-sur-bruit de la détection.
- Interaction Cs-metal : Enfin, le chargement par un jet ralenti d'atomes froids permet de s'affranchir des difficultés des interactions Cs-Cu dues à la vapeur de Cs régnant dans la cellule

### 7.3.2 Rubidium

J'ai travaillé dans le cadre de ma thèse uniquement avec des atomes de césium 133. Cependant, on peut transposer le concept d'Horace au rubidium 87. La fréquence de la transtion d'horloge du Rubidium est de 6,8 GHz. Les dimensions d'une cavité micro-onde de type Horace sont plus grandes d'un facteur 1,3. Les avantages seraient multiples. Le principal avantage est de réduire le déplacement collisionnel de l'horloge par deux ordres de grandeur[20]. La taille plus grande de la cavité micro-onde ( $\lambda_{Rb} \simeq 4,4$  cm) permet des durées d'interrogation un peu plus longues, de quelques ms de plus qu'avec le Cs. Enfin, on peut attendre un volume de capture plus grand, puisque la cavité est plus grande aussi. La perturbation des guides d'onde sera réduite en proportion avec une cavité Rb.

### 7.3.3 Un schéma concurrent : CPT

**Principe** Dans le domaine des horloges miniatures, de nombreux travaux sont menés actuellement pour réaliser des horloges "tout optique". Le principe est relativement simple. Il s'agit de créer une superposition cohérente d'état dans une cellule à l'aide de faisceaux lasers. L'aimantation que nous pouvons réaliser avec une impulsion  $\pi/2$  dans la cavité Horace peut être faite avec de grands taux de pompage à l'aide de deux faisceaux laser cohérents en phase dans une cellule optique. Le premier des deux laser excite la transition  $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |e\rangle$  et le deuxième laser excite la transition  $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |e\rangle$ . Ce schéma d'excitation du milieu atomique est généralement appelé "configuration  $\Lambda$ " par association avec la figure de branchement des états. Lorsque la différence de fréquence des deux lasers est égale à la fréquence de la transition atomique, la différence de phase entre les deux processus d'excitation est conservée (les deux processus de pompage sont cohérents en phase)<sup>1</sup>. Un atome initialement dans

<sup>1</sup>Pour assurer la cohérence des deux ondes laser (sans laquelle le processus ne peut être observé), on utilise le plus souvent un seul laser modulé à la fréquence moitié de la fréquence de la transtion d'horloge [61], [53]. Les faibles puissances optiques en jeu permettent de réaliser la source laser sans avoir recours à un banc optique complexe. Cependant, on peut être limité par la largeur de raie du laser à semi-conducteur. On peut palier ce problème en utilisant deux

l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  va osciller entre l'état  $F = 3$  et  $F = 4$  en transitant par l'état excité  $|e\rangle$  à la pulsation de Rabi des lasers. Les atomes piégés sont à la source d'une résonance noire étroite (de l'ordre de quelques dizaine de Hz [54], [114] jusqu'à quelques 700 Hz dans les systèmes expérimentaux actuels) qu'on peut utiliser pour réaliser un étalon secondaire de fréquence. Un des avantages considérable de la méthode tout optique est qu'on rejette toutes les difficultés et contraintes liées à la cavité micro-onde. Les dimensions du système physique peuvent être extrêmement réduite (de l'ordre de quelques  $cm^3$  pour les plus petits), et font des "horloges-CPT" d'excellentes candidates pour la synchronisation des réseaux de télécommunication.

**Performances en fréquence** Les performances en fréquence de ces systèmes ultra-compacts sont impressionnants. Des largeurs de raie de quelques dizaines de Hertz ont déjà été observées. Kitching *et al* ont mesuré une stabilité de fréquence de  $5 \cdot 10^{-11} \tau^{-1/2}$  dans un système de seulement 0,02 l [53] avec du césium. Le groupe de E. Ikonen a quant à lui mesuré une stabilité de  $3,5 \cdot 10^{-11} \tau^{-1/2}$  avec du Rubidium[54]!! En revanche, les déplacements de fréquence du signal d'horloge sont assez importants. Les déplacements de fréquence mesurés sont principalement dus aux collisions avec le gaz tampon de la cellule optique. La dépendance de ces déplacements de fréquence avec la pression partielle des différents éléments du gaz tampon et avec la température de la cellule rend difficile l'établissement du bilan d'exactitude du système. Les horloges CPT à atomes chauds, en dépit de leur bonne stabilité de fréquence, ne peuvent prétendre à l'heure actuelle à une bonne exactitude.

**Une horloge CPT à atomes froids** Le BNM-SYRTE a proposé de réaliser une horloge de type CPT avec des atomes froids pour améliorer l'exactitude des étalons de fréquence de type CPT. En effet, l'emploi d'atomes froids élimine *de facto* les problèmes liés au gaz tampon. De plus, la réduction de la vitesse moyenne des atomes à des valeurs de quelques cm/s élimine les déplacements et les élargissements de type Doppler. Le taux d'atomes piégés peut alors être considérablement augmenté, résultant en une nette amélioration du contraste du signal d'absorption dans la cellule. En revanche, le nombre d'atomes mis en jeu est une fois de plus l'élément déterminant du système. Pour que le projet d'horloge CPT à atomes froids donne de bonnes performances en fréquence, il faut d'une part capturer un grand nombre d'atomes froids, et d'autre part disposer de ces atomes sur la plus grande longueur possible afin d'optimiser le contraste du signal d'EIT. Nous pensons également utiliser les techniques de refroidissement en cellule pour refroidir les atomes dans la cellule. Des travaux sont actuellement en cours pour déterminer la forme de cellule qui permettrait d'obtenir le plus grand nombre d'atomes froids sur la plus grande longueur possible. Une des difficultés du projet est de s'affranchir de la fluorescence des atomes pendant leur interrogation par les faisceaux  $\Lambda$  dans une telle cellule.

---

cavités laser étendues verouillées en phase [114].

La synergie des deux projets, Horace et CPT à atomes froids, devrait mener à terme à des comparaisons de performances en fréquence intéressantes, l'une étant basée sur une méthode d'interrogation micro-onde et l'autre sur une méthode d'interrogation optique.





## Annexe A

# Abréviations, notations, sigles et accronymes

### A.1 Abréviations utilisées dans ce mémoire

TAB. A.1 – Tableau des sigles et abbréviations scientifiques

Abréviatiion	Signification
OFHC	Oxygen Free High Conductivity
S.I.	Système International d'Unités
S/B	Signal-sur-Bruit
M.A.O.	Modulateur Acousto-Optique
V.C.O.	Voltage Controlled Oscillator (Oscillateur à contrôle de tension)
M.O.T.	Magneto-Optical Trap (Piège magnéto-optique)
O.M.	Optical Molasses (Mélasse optique)
P.O.	Pompage Optique
A.F.B.	Amplificateur Faible Bruit
D.D.S	Direct Digital Synthetizer
N.E.P.	Noise Equivalent Power
O.C.R.S.	Oscillateur Cryogénique à Résonateur en Sapphire
O.L.	Oscillateur Local
O.L.A.	Oscillateur Local Asservi
(L.L.O.)	Lock Local Oscillator
O.R.D. (D.R.O.)	Oscillateur à Résonateur Diélectrique
O.U.S. (U.S.O.)	Oscillateur Ultra Stable
S.R.D.	Step Recovery Diode
hf	Hyper Fréquence (domaine)
BF	Basse Fréquence (domaine)
RF	Radio Fréquence
TE	Transverse Electrique
TM	Transverse Magnétique

## A.2 Notations

Quantité	Symbole
Fréquence de transition d'horloge du Césium 133 - Pulsation - Longueur d'onde	$\nu_0$ $\omega_0$ $\lambda_0$
Fréquence (pulsation) d'une transition atomique $f \leftrightarrow e$ Fréquence (pulsation) nominale de l'oscillateur local asservi Fréquence (pulsation) de la transition d'horloge, éventuellement perturbée Fréquence (pulsation) instantanée de l'oscillateur local asservi Fréquence (pulsation) instantanée de l'oscillateur local non-asservi Fréquence de résonance du résonateur atomique Fréquence de la raie $D2$ du $^{133}\text{Cs}$ Pulsation de Rabi (à résonance) Poulations, cohérences	$\nu_{ef}, (\omega_{ef})$ $\nu_{0,OLA}, (\omega_{0,OLA})$ $\nu_{at}, (\omega_{at})$ $\nu_{OLA}, (\omega_{OLA})$ $\nu_{OL}, (\omega_{OL})$ $\nu_{cav}$ $\nu_{D2}$ $\Omega, (\Omega_0)$ $\Delta, \delta$
Ecart des fluctuations relatives de fréquence (de temps) Facteur de qualité atomique Facteur de qualité du résonateur atomique Temps de remplissage Volume de mode	$y(t), (x(t))$ $Q_{at}$ $Q_{cav}$ $\tau_c$ $\mathcal{V}$
Temps d'intégration Durée de cycle Durée d'interrogation Durée de l'interaction micro-onde Rapport cyclique Nombre d'atomes froids pour l'interrogation	$\tau$ $T_c$ $T_i$ $\tau_p$ $r_c$ $N_{atf,h}$
Fréquence dans l'espace de Fourier	$f$
Nombre quantique de Spin nucléaire Nombre quantique de moment cinétique total Facteur de Landé (nucléaire, électronique) Magnéton de Bohr Moment magnétique	$I$ $J = L + S$ $g (g_I, g_J)$ $\mu_B$ $\vec{\mu}$
Fréquence, longueur d'onde, nombre d'onde du laser Largeur naturelle Désaccord (pulsation) Eclairement, Puissance Paramètre de saturation par onde à résonance par unité d'angle solide, à résonance intégré de fluorescence Coefficient de friction Coefficient de diffusion Taux de capture Taux de pertes Densité d'atomes chauds, froids Taille de grain de tavelure	$\nu_L, \lambda_L, k_L$ $\Gamma$ $\delta$ $I, P$ $s$ $s_0$ $\tilde{s}, \tilde{s}_0$ $S_{iso}$ $\check{s}_0$ $\alpha$ $D$ $R_c$ $\zeta$ $n_X, n_F$ $d$

## A.3 Constantes fondamentales

TAB. A.2 – Valeurs numériques de quelques constantes fondamentales. Source : CODATA 1998, pp.1808, [8]

Quantité	Symbole	Valeur	Incertitude relative
Célérité de la lumière dans le vide	$c$	$299792458\text{m.s}^{-1}$	(exact)
Constante de Planck	$h$	$6.626\ 068\ 76(52) \times 10^{-34}\text{J.s}$	$7.8 \times 10^{-8}$
	$\hbar$	$1.054\ 571\ 596(82) \times 10^{-34}\text{J.s}$	$1.24 \times 10^{-8}$
Constante de Boltzmann	$k_b = R/N_A$	$1.380\ 650\ 3(24) \times 10^{-23}\text{J.K}^{-1}$	$1.7 \times 10^{-6}$
Nombre d'Avogadro	$N_A$	$6.022\ 141\ 99(47) \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$	$7.6 \times 10^{-12}$
Charge élémentaire	$e$	$1.602\ 176\ 462(63) \times 10^{-19}\text{C}$	$3.9 \times 10^{-8}$
Masse du proton	$m_p$	$1.67262158(13) \times 10^{-27}\text{kg}$	$7.9 \times 10^{-8}$
Masse du neutron	$m_n$	$1.67492716(23) \times 10^{-27}\text{kg}$	$7.9 \times 10^{-8}$
Masse de l'électron	$m_e$	$9.10938188(72) \times 10^{-31}\text{kg}$	$7.9 \times 10^{-8}$
Perméabilité du vide	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}\text{N/A}^2$	(exact)
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$	$8.854\ 187\ 817\dots \times 10^{-12}\text{F/m}$	(exact)
Constante de structure fine	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$	$7.297352533(27) \times 10^{-3}$	$3.7 \times 10^{-9}$
Magnéton de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$9.274\ 008\ 99(37) \times 10^{-24}\text{J.T}^{-1}$	$4.0 \times 10^{-8}$



## **Annexe B**

### **Données utiles sur le Césium 133**

#### **B.1 Quelques données numériques utiles...**



Quantité	Valeur
Fréquence de la transition d'horloge du Césium 133 - Pulsation $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ - Longueur d'onde $\lambda_0$ (vide) - nombre d'onde (vide) Durée de vie du niveau $ F = 4, m_F = 0\rangle$ Durée de vie du niveau $ F = 3, m_F = 0\rangle$ Energie de la transition $:\hbar\omega/e$	9 192 631 770 Hz (exact) $\simeq 57\,759\,008\,871 \text{ rad.s}^{-1}$ $\simeq 3.261 \text{ cm}$ $\simeq 192.66 \text{ m}^{-1}$ stable stable 38 $\mu\text{eV}$
Longueur d'onde transition D2 (air) $\lambda_{D2}$ Fréquence de la transition D2 $\nu_{D2}$ Nombre d'ondes $k_{D2} = 2\pi/\lambda_{D2}$ (vide) Durée de vie D2 : $\tau$ Largeur naturelle raie D2 : $\Gamma = 2\pi\gamma = 1/\tau$  Energie de la transition $:\hbar\omega/e$ Intensité de saturation $I_s = \pi\hbar c/3\lambda^3\tau$	852,12 nm 351.725 THz $7,371\,6 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ 30.517(57) ns $2\pi \cdot 5.2152 \text{ MHz}$ $32,768(62) \text{ rad.s}^{-1}$ 1.45 eV $1.10 \text{ mW.cm}^{-2}$
Longueur d'onde de la transition D1 (air) $\lambda_{D1}$ Fréquence de la transition D1 $\nu_{D1}$ Nombre d'ondes $k_{D1} = 2\pi/\lambda_{D1}$ (vide) Durée de vie D1 : $\tau_{D1}$ Largeur de raie D1 : $\Gamma = 2\pi\gamma = 1/\tau$ Energie de la transition $:\hbar\omega/e$ Intensité de saturation $I_s = \pi\hbar c/3\lambda^3\tau$	894 nm 335 THz $7,023\,5 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ 35.07(10) ns $2\pi \cdot 4.5662 \text{ MHz}$ 1.38 eV $0.83 \text{ mW.cm}^{-2}$
Numéro atomique Masse atomique Spin nucléaire Masse volumique à 25°C Point de fusion Pression de vapeur saturante	$Z = 55$ $2.207 \times 10^{-25} \text{ kg}$ 7/2 1.93 g/cm <sup>3</sup> 28.44 °C $1.733 \times 10^{-4} \text{ Pa}$
Température limite Doppler $\hbar\Gamma/2k_B$ Vitesse limite Doppler 3D $\sqrt{3k_B T_D/M}$ Température limite recul $\propto (\hbar k^2/M)/k_B$ Vitesse de recul D2 $:\hbar k/M$ Accélération maximum subie par l'atome avec la raie D2 $:(\Gamma/2)(\hbar k/M)$ Energie de recul $E_R = \hbar\omega_R = (\hbar k)^2/2M$ - Fréquence de recul $E_R = h\nu_R$ - Pulsation de recul $\omega_R$	126 $\mu\text{K}$ 15,4 cm.s <sup>-1</sup> $\sim 0.8 \mu\text{K}$ 3.52 mm.s <sup>-1</sup> $5.8 \times 10^4 \text{ m.s}^{-2}$ $1.369 \times 10^{-30} \text{ J}$ 2.0663 kHz 12.983 rad.s <sup>-1</sup>
Facteur de Landé $g_J (6S_{1/2})$ Facteur de Landé $g_J (6P_{1/2})$ Facteur de Landé $g_J (6P_{3/2})$	2.002 540 32(20) 0.665 90(9) 1.334 0(3)
Déplacement du corps noir $K_{BB}$ Déplacement Zeeman d'ordre 2 $K_Z^2$ Déplacement collisionnel $K_{col}$ [20]	$-1.573(3) \times 10^{-4} \text{ Hz}$ $427.45 \times 10^8 \text{ Hz.G}^{-2}$ $-2,8 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^3$

TAB. B.1 – Données numériques des transitions mises en jeu dans une horloge atomique à atomes froids. Sources : [115], et [87], Annexe C, p.274 et suivantes.

## **B.2 Diagramme d'énergie des trois premiers niveaux du Césium 133**

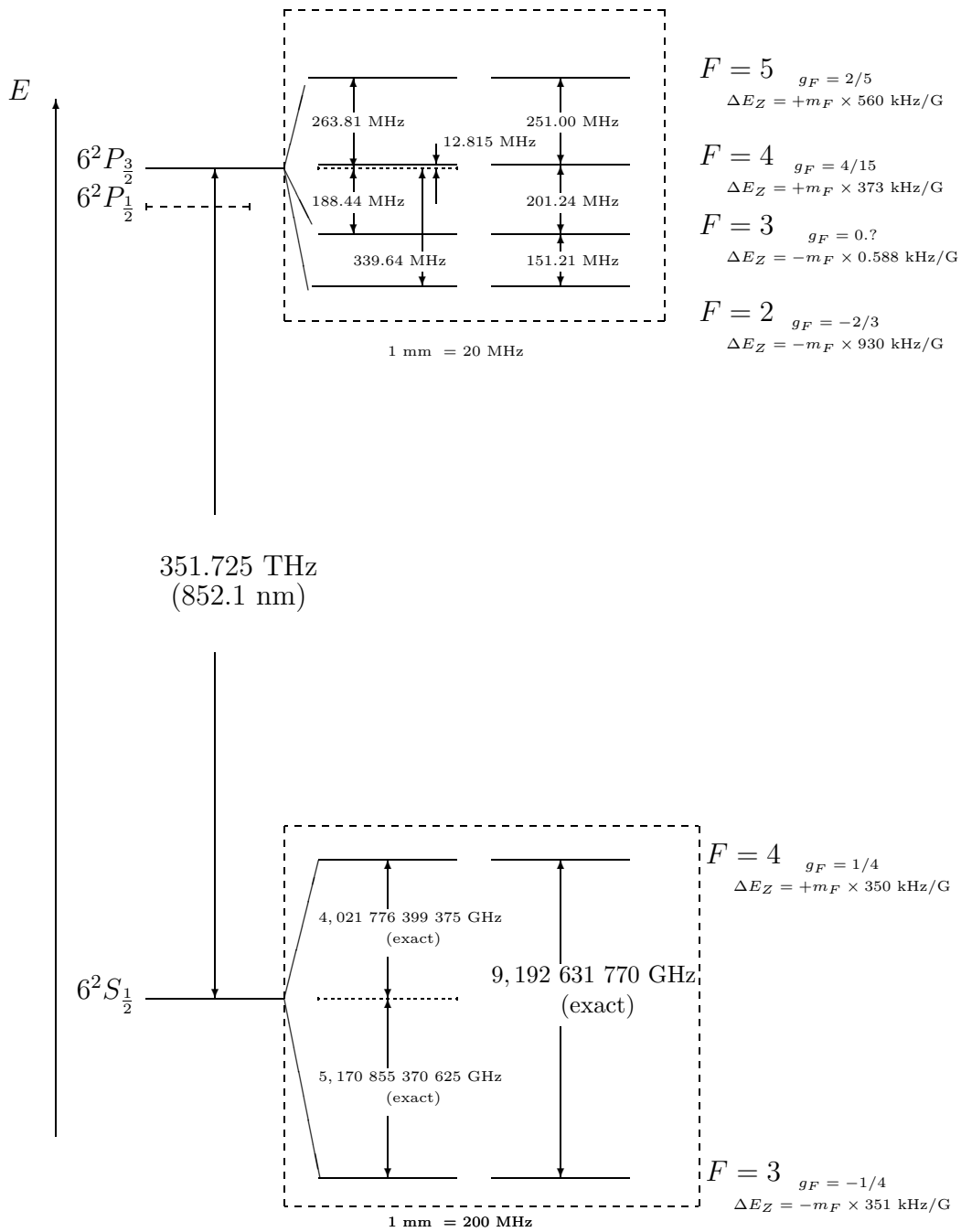


FIG. B.1 – Niveaux d'énergie du Césium 133.  $\Delta E_Z$  est le déplacement d'énergie par effet Zeeman. Les transitions utilisées sont la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  pour le refroidissement et la détection (transition cyclante) et la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  pour le repompeur.

## B.3 Tableaux de coefficients de Clebsch-Gordan

La probabilité de transition de l'état  $|n, F, m_F\rangle$  vers l'état  $|n, F', m'_F\rangle$  est donné par le carré du coefficient de Clebsch-Gordan. Les coefficients de Clebsch-Gordan sont les coefficients de pondération qui apparaissent lorsqu'on construit la base propre des états couplés  $|n, F_S, M_F\rangle$  à partir des bases propres de chacun des états (composition des moments cinétiques). Il n'existe pas de formule générale des coefficients de Clebsch-Gordan, mais seulement une méthode de calcul de proche en proche ([19], tome II, pp. 1013, 1017-1032). Nous donnons ci-dessous les tables de coefficients de Clebsch-Gordan pour les niveaux d'énergie mis en jeu dans une horloge atomique.

TAB. B.2 - Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $\sigma^+$ ,  $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{3}{2}}$ , ( $|F = 4, m_F\rangle \rightarrow |F', m'_F = m_F + 1\rangle$ )

$F' \backslash m_F$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$F' = 5$	$\sqrt{\frac{1}{90}}$	$\sqrt{\frac{1}{30}}$	$\sqrt{\frac{1}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{9}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{7}{30}}$	$\sqrt{\frac{14}{45}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
$F' = 4$	$\sqrt{\frac{7}{120}}$	$\sqrt{\frac{49}{480}}$	$\sqrt{\frac{21}{160}}$	$\sqrt{\frac{7}{48}}$	$\sqrt{\frac{7}{48}}$	$\sqrt{\frac{21}{160}}$	$\sqrt{\frac{49}{480}}$	$\sqrt{\frac{7}{120}}$	
$F' = 3$	$\sqrt{\frac{7}{72}}$	$\sqrt{\frac{7}{96}}$	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{5}{144}}$	$\sqrt{\frac{1}{48}}$	$\sqrt{\frac{1}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{288}}$		

TAB. B.3 - Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $\pi$ ,  $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{3}{2}}$ , ( $|F = 4, m_F\rangle \rightarrow |F', m'_F = m_F\rangle$ )

$F' \backslash m_F$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$F' = 5$	$-\sqrt{\frac{1}{10}}$	$-\sqrt{\frac{8}{45}}$	$-\sqrt{\frac{7}{30}}$	$-\sqrt{\frac{4}{15}}$	$-\sqrt{\frac{5}{18}}$	$-\sqrt{\frac{4}{15}}$	$-\sqrt{\frac{7}{30}}$	$-\sqrt{\frac{8}{45}}$	$-\sqrt{\frac{1}{10}}$
$F' = 4$	$-\sqrt{\frac{7}{30}}$	$-\sqrt{\frac{21}{160}}$	$-\sqrt{\frac{7}{120}}$	$-\sqrt{\frac{7}{480}}$	0	$\sqrt{\frac{7}{480}}$	$\sqrt{\frac{7}{120}}$	$\sqrt{\frac{21}{160}}$	$\sqrt{\frac{7}{30}}$
$F' = 3$		$\sqrt{\frac{7}{288}}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{18}}$	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{7}{288}}$	

TAB. B.4 - Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $\sigma^-$ ,  $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{3}{2}}$ , ( $|F = 4, m_F\rangle \rightarrow |F', m'_F = m_F - 1\rangle$ )

$F' \backslash m_F$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$F' = 5$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{14}{45}}$	$\sqrt{\frac{7}{30}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{9}}$	$\sqrt{\frac{1}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{30}}$	$\sqrt{\frac{1}{90}}$
$F' = 4$		$-\sqrt{\frac{7}{120}}$	$-\sqrt{\frac{49}{480}}$	$-\sqrt{\frac{21}{160}}$	$-\sqrt{\frac{7}{48}}$	$-\sqrt{\frac{7}{48}}$	$-\sqrt{\frac{21}{160}}$	$-\sqrt{\frac{49}{480}}$	$-\sqrt{\frac{7}{120}}$
$F' = 3$			$\sqrt{\frac{1}{288}}$	$\sqrt{\frac{1}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{144}}$	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{7}{96}}$	$\sqrt{\frac{7}{72}}$

TAB. B.5 – Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $\sigma^+$ ,  $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{1}{2}}$ , ( $|F = 3, m_F\rangle \rightarrow |F', m'_F = m_F + 1\rangle$ )

$F' \backslash m_F$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$F' = 4$	$\sqrt{\frac{5}{672}}$	$\sqrt{\frac{5}{224}}$	$\sqrt{\frac{5}{112}}$	$\sqrt{\frac{25}{336}}$	$\sqrt{\frac{25}{224}}$	$\sqrt{\frac{5}{32}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$F' = 3$	$\sqrt{\frac{3}{32}}$	$\sqrt{\frac{5}{32}}$	$\sqrt{\frac{3}{16}}$	$\sqrt{\frac{3}{16}}$	$\sqrt{\frac{5}{32}}$	$\sqrt{\frac{3}{32}}$	
$F' = 2$	$\sqrt{\frac{5}{14}}$	$\sqrt{\frac{5}{21}}$	$\sqrt{\frac{1}{7}}$	$\sqrt{\frac{1}{14}}$	$\sqrt{\frac{1}{42}}$		

TAB. B.6 – Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $\pi$ ,  $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{1}{2}}$ , ( $|F = 3, m_F\rangle \rightarrow |F', m'_F = m_F\rangle$ )

$F' \backslash m_F$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$F' = 4$	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	$-\sqrt{\frac{5}{56}}$	$-\sqrt{\frac{25}{224}}$	$-\sqrt{\frac{5}{42}}$	$-\sqrt{\frac{25}{224}}$	$-\sqrt{\frac{5}{56}}$	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$
$F' = 3$	$-\sqrt{\frac{9}{32}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{9}{32}}$
$F' = 2$		$\sqrt{\frac{5}{42}}$	$\sqrt{\frac{4}{21}}$	$\sqrt{\frac{3}{14}}$	$\sqrt{\frac{4}{21}}$	$\sqrt{\frac{5}{42}}$	

TAB. B.7 – Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $\sigma^-$ ,  $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{1}{2}}$ , ( $|F = 3, m_F\rangle \rightarrow |F', m'_F = m_F - 1\rangle$ )

$F' \backslash m_F$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$F' = 4$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{32}}$	$\sqrt{\frac{25}{224}}$	$\sqrt{\frac{25}{336}}$	$\sqrt{\frac{5}{112}}$	$\sqrt{\frac{5}{224}}$	$\sqrt{\frac{5}{672}}$
$F' = 3$		$-\sqrt{\frac{3}{32}}$	$-\sqrt{\frac{5}{32}}$	$-\sqrt{\frac{3}{16}}$	$-\sqrt{\frac{3}{16}}$	$-\sqrt{\frac{5}{32}}$	$-\sqrt{\frac{3}{32}}$
$F' = 2$			$\sqrt{\frac{1}{42}}$	$\sqrt{\frac{1}{14}}$	$\sqrt{\frac{1}{7}}$	$\sqrt{\frac{5}{21}}$	$\sqrt{\frac{5}{14}}$



## Annexe C

### Quelques rappels...

#### C.1 Matrices de Pauli

Les matrices de Pauli sont définies dans la base  $(|e\rangle, |f\rangle) = ([1, 0], [0, 1])$  par :

$$\vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

soit :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= |e\rangle\langle f| + |f\rangle\langle e| \\ \sigma_y &= i(|f\rangle\langle e| - |e\rangle\langle f|) \\ \sigma_z &= |e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f| \end{aligned}$$

Ce sont des matrices unitaires.

**Relations utiles** On définit  $\vec{\mathcal{S}}$  et  $\vec{\mathcal{M}}$ , la valeur moyenne respectivement de l'opérateur vectoriel  $\vec{\sigma}$  et de l'opérateur vectoriel  $\vec{M}$  au sens de la mécanique quantique. On peut montrer assez facilement (tous les détails sont donnés dans l'annexe B1 de la référence [20]) que l'évolution de la valeur moyenne du spin fictif d'un atome à deux niveaux soumis à un champ magnétique oscillant est un mouvement de précession de celui-ci autour du vecteur rotation instantané  $\vec{\Omega}(t)$  :

$$\frac{d\vec{\mathcal{S}}(t)}{dt} = -\vec{\Omega}(t) \times \vec{\mathcal{S}}(t) \quad (\text{C.2})$$

et que les composantes de la valeur moyenne du spin fictif sont reliées aux valeurs moyennes du moment dipolaire magnétique de l'atome par les relations suivantes :



$$\mathcal{S}_x = \Re(\mathcal{M}(\omega, t)/\mu_B) \quad (\text{C.3})$$

$$\mathcal{S}_y = -\Im(\mathcal{M}(\omega, t)/\mu_B) \quad (\text{C.4})$$

$$\mathcal{S}_x = \rho_{ee} - \rho_{ff} \quad (\text{C.5})$$

### Interprétation

- La composante en x du spin fictif est proportionnelle à la composante en phase du moment magnétique oscillant de l'atome avec le champ magnétique oscillant d'interrogation,
- La composante en y du spin fictif est proportionnelle à la composante en quadrature de phase du moment magnétique oscillant de l'atome avec le champ magnétique oscillant d'interrogation,
- La composante en z du spin fictif est égale à la différence de population entre les états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ .

## C.2 Densité spectrale de puissance de bruit et stabilité de fréquence

**Densité spectrale de puissance de fréquence** La variance des fluctuations relatives de fréquence  $\sigma_y^2(\tau)$  peut également s'exprimer en fonction de la densité spectrale de puissance des fluctuations relatives de fréquence  $S_y(f)$  : c'est la somme sur toutes les composantes en fréquence du spectre de  $S_y(f)$  :

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 S_y(f) df \quad (\text{C.6})$$

où  $H(f)$  est la fonction de transfert totale du filtre en fréquence appliqué à la grandeur  $y(t)$ <sup>1</sup>. Pour calculer la stabilité de fréquence, il nous reste à connaître l'expression de la densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence. Elle est généralement représentée par un polynôme en  $f$  de 5 termes. Pour les  $f > 0$ ,  $S_y(f)$  s'écrit :

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^{\alpha=+2} h_\alpha f^\alpha \quad (\text{C.7})$$

où les  $h_\alpha$  sont des constantes caractéristiques des propriétés spectrales de l'oscillateur local. Les cinq valeurs de  $\alpha$  correspondent aux comportements statistiques

---

<sup>1</sup>Il existe toujours un filtre de fréquence qui est la combinaison d'au moins deux types de filtres : (1) : les mesures de  $y_k$  n'étant pas parfaitement continues, il existe un filtrage numérique intervenant dans le calcul de la variance d'Allan. La référence [4] donne une expression du carré du module de la fonction de transfert de ce filtre numérique (2) : les appareils de mesure de  $y_k$  possèdent une bande passante (ce sont généralement des filtres passe-bas), et il existe toujours une fréquence de coupure  $f_{high}$  au-delà de laquelle les fréquences sont coupées. Il est important de noter que c'est l'existence de ces "limitations" physiques qui assurent la convergence de l'intégrale de l'équation C.6.

de cinq types de bruit, qui sont repertoriés dans le tableau C.1 et illustrés par la figure C.1

**Densité spectrale de puissance de phase** Souvent on s'intéressera aussi à la densité spectrale de puissance des fluctuations de phase. Avec la relation 2.25, on peut montrer qu'elle est liée à la densité spectrale de puissance des fluctuations relatives de fréquence par la relation :

$$S_{\Phi}(f) = \frac{\nu_h^2}{f^2} S_y(f) \quad (C.8)$$

**Contributions au bruit** On distingue habituellement cinq contributions au bruit d'un signal sinusoïdal quelconque  $s(t)$  :

$\alpha$	Type de bruit	Pente p de $\sigma_y^2 \propto \tau^p$
2	Bruit blanc de phase	-1
1	Bruit de scintillation de phase	-1
0	Bruit blanc de fréquence	-1/2
-1	Bruit de scintillation de fréquence	0
-2	Bruit de marche aléatoire	+1/2

TAB. C.1 – Sources de bruit et contribution à l'instabilité de fréquence de l'O.L.A.

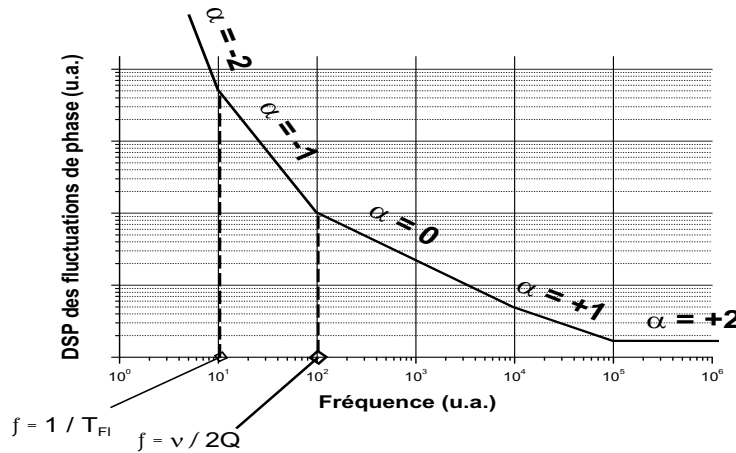


FIG. C.1 – Allures des densités spectrales de puissance des fluctuations de phase.

Le bruit blanc de phase apparaît aux fréquences de Fourier élevées, c'est-à-dire aux temps très courts et a pour origine les bruits thermiques du système. Le bruit blanc de phase n'est pas une source de bruit limitant la résolution ultime des horloges atomiques passives car sa variance devient très rapidement petite devant

les autres sources de bruit <sup>1</sup>. Le bruit de scintillation de phase avec le bruit blanc de phase est à l'origine de la pente en  $\tau^{-1}$  de la stabilité de fréquence des masers actifs, et provient des imperfections de la cavité maser (le facteur de qualité ne peut pas être infini). Le bruit blanc de fréquence et le bruit de scintillation de fréquence sont d'origine encore mal comprises. Leurs modélisations théoriques sont complexes et pour l'instant incomplètes. La contribution du bruit blanc de fréquence à la stabilité de fréquence de l'horloge décroît en  $\tau^{-1/2}$  dans le domaine temporel, et celle du bruit de scintillation de fréquence est constante dans le temps (c'est pourquoi on parle du *palier flicker* <sup>2</sup>, Ce dernier type de bruit apparait aux temps d'intégration relativement longs (de l'ordre du millier de secondes dans les horloges industrielles ou compactes jusqu'à la dizaine voire la centaine de milliers de secondes dans les étalons primaires de fréquence). Enfin le bruit de marche aléatoire prend en compte les dérives lentes du système. Sa contribution n'est significative qu'aux très basses fréquences dans l'espace de Fourier, et contribue à la "remontée" de la stabilité de fréquence des horloges uniquement aux temps d'intégration très longs (on parle alors de stabilité de fréquence long terme).

### C.3 Calcul de la taille de grain d'une figure de tavelure dans un cas simple

Le cas souvent décrit par les spécialistes des tavelures est celui de la diffusion vers l'avant par un diffuseur d'un faisceau laser gaussien. Les hypothèses du calcul sont les mêmes (phase équireparties, contributions élémentaires décorréées), mais la direction de propagation est clairement définie par l'axe de propagation du

<sup>1</sup>Dans un maser à hydrogène actif, la stabilité de fréquence est de l'ordre de  $10^{-13}\tau^{-1}$  jusqu'à  $\tau \simeq 10$  s, puis  $3 \times 10^{-14}\tau^{-1/2}$  jusqu'à  $\tau \simeq 4 \times 10^3$  s.

<sup>2</sup>"Flicker" signifie "scintillation" en anglais.

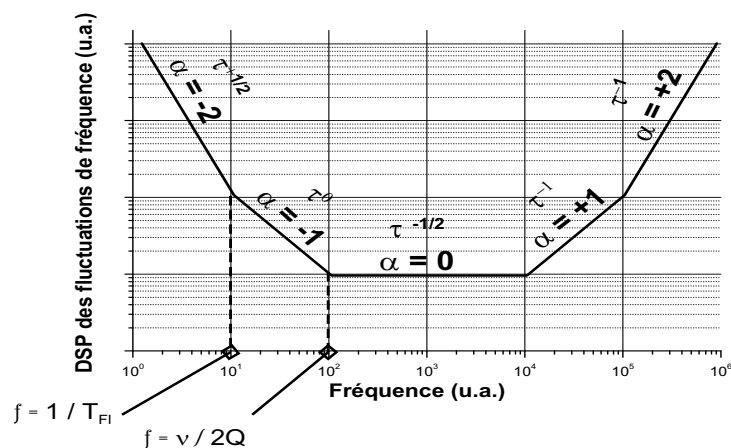


FIG. C.2 – Allures des densités spectrales de puissance des fluctuations relatives de fréquence, et leur contribution dans le domaine temporel à la stabilité de fréquence d'un étalon de fréquence.

laser, défini par convention comme l'axe  $z$  dans la littérature. Dans ces conditions, et en notant  $\alpha(\xi, \eta)$  l'amplitude complexe du champ laser en  $(\xi, \eta)$  juste après la traversée du diffuseur ( $z=0$ ), l'amplitude complexe en tout point  $z$  sur l'axe de propagation est calculé avec l'approximation de Fresnel (diffraction en champ proche). On obtient la formule de Kirchoff :

$$A(x, y; z) = \frac{e^{ik_L z}}{iz\lambda_L} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(\xi, \eta) \exp\left(\frac{ik_L}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right) d\xi d\eta \quad (\text{C.9})$$

où on a introduit  $k_L$  et  $\lambda_L$  respectivement le nombre d'onde et la longueur d'onde du laser. Le module de la fonction d'auto-corrélation (seul le module nous intéresse) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} |C_A(x_1, y_1; x_2, y_2; z)| &= \frac{1}{z^2 \lambda_L^2} \\ &\times \left| \int \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} C_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) \exp\left(\frac{ik_L}{2z} (\xi_1^2 - \xi_2^2 + \eta_1^2 - \eta_2^2)\right) \right. \\ &\times \exp\left(-\frac{ik_L}{z} (x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1 - x_2 \xi_2 - y_2 \eta_2)\right) d\xi_1 d\xi_2 d\eta_1 d\eta_2 \left. \right| \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

On a posé ici  $C_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2)$  la fonction d'auto-corrélation du champ laser incident. La référence [77] montre que dans le cas d'un diffuseur de structure infiniment fine, et pour un faisceau gaussien de taille  $w_0$ , on a  $|\alpha_0(\xi, \eta)|^2 = I_0 \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{w_0^2/2}\right)$ , et la fonction d'auto-corrélation d'intensité vaut :

$$C_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 \left[ 1 + \exp\left(-\frac{w_0^2 k_L^2}{4z^2} [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]\right) \right] \quad (\text{C.11})$$

La taille du grain de tavelure vaut alors :

$$d = \frac{4z}{w_0 k_L} \quad (\text{C.12})$$

La taille du grain de la figure de tavelure est d'autant plus petit que la surface illuminée du diffuseur est grande, et est d'autant plus grande que la figure est observée de loin.



## Annexe D

# Déplacements de fréquence dans les horloges atomiques à césium

De nombreux champs électro-magnétiques d'origine physique variée peuvent interagir avec les dipôles magnétiques et électriques des atomes et perturber l'hamiltonien du système. De plus, par rapport à la situation idéale décrit dans les modèles présentés au chapitre 2, la réalité est souvent moins parfaite : le champ magnétique statique de quantification n'est plus parfaitement aligné avec la trajectoire des atomes, l'amplitude des champs magnétiques d'induction fluctue, la fermeture du champ par la cavité se révèle imparfaite, etc... L'énergie de la transition se trouve alors modifiée et la fréquence du signal en sortie du système déplacée de façon systématique. La probabilité de transition de l'atome soumis au champ magnétique oscillant d'interrogation, loin d'être fonction du seul désaccord en fréquence, dépend du couplage de l'atome à son environnement. Lorsqu'on cherche une exactitude plus petite que quelques  $10^{-13}$ , on ne peut plus négliger ces interactions "parasites" et on doit mesurer et caractériser expérimentalement les déplacements de fréquence qui peuvent entacher l'exactitude de l'horloge<sup>1</sup>. Je décris brièvement dans la liste ci-dessous les principaux effets systématiques qui déplacent la valeur moyenne de la fréquence de l'horloge. L'effet Doppler du premier ordre est développé plus en détail pour souligner le rôle crucial de la cavité micro-onde dans les horloges à césium.

### D.1 Effets systématiques dépendant de la vitesse moyenne des atomes

#### D.1.1 L'effet Doppler

L'interrogation des atomes a lieu, dans le cas des horloges à césium, à l'intérieur d'un résonateur atomique de facteur de surtension compris entre 2000 et 10 000.

---

<sup>1</sup>Pour atteindre de tels niveaux d'exactitude, il faut donc prévoir des moyens d'analyse, de caractérisation, et de contrôle du système à la fois performants et fiables (cf. mesure du nombre d'atomes, de leur température, température de l'enceinte, mesure et contrôle des champs magnétiques, etc...)

Une des motivations est de contrôler le profil spatial d'interrogation des atomes<sup>1</sup>. Une deuxième motivation est de supprimer en grande partie l'effet Doppler du premier ordre.

L'effet Doppler est une modification de la fréquence apparente d'une source électromagnétique dans le repère en mouvement de l'atome. Dans le repère du Laboratoire, le développement limité jusqu'au deuxième ordre de l'effet Doppler est :

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\vec{k} \cdot \langle \vec{v}_{at} \rangle}{2\pi\nu} - \frac{1}{2} \frac{\langle \vec{v}_{at} \rangle^2}{c^2} + \dots \quad (\text{D.1})$$

où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde du champ magnétique oscillant,  $\vec{v}_{at}$  est la vitesse moyenne de l'atome dans le repère du Laboratoire. Le premier terme correspond à l'effet Doppler du premier ordre et le deuxième terme à l'effet Doppler du deuxième ordre.

On s'aperçoit que même avec des atomes refroidis par laser, où les atomes peuvent être ralentis à des vitesses aussi basses que quelques  $cm \cdot s^{-1}$ , un rapide calcul montre que, au pire ( $\theta = 0$ ), le déplacement de fréquence dû à l'effet Doppler du premier ordre est d'environ  $1 \times 10^{-10}$  ! Avec des atomes thermiques (non ralentis), ce déplacement de fréquence serait de l'ordre de  $1 \times 10^{-6}$ .

### D.1.2 Réduction à un terme résiduel de l'effet Doppler du premier ordre

Pour annuler l'effet Doppler du premier ordre, la solution la plus souvent employée est d'utiliser la combinaison d'une onde stationnaire pour interroger les atomes, c'est-à-dire où la vitesse de groupe de l'onde est nulle<sup>2</sup>, et de réaliser l'interrogation des atomes de façon à ce que le vecteur d'onde du champ magnétique oscillant soit perpendiculaire à la direction de la vitesse balistique des atomes. C'est précisément ce qui est fait lorsqu'on interroge les atomes dans une cavité micro-onde.

Il reste cependant des termes résiduels, du fait que le vecteur  $\vec{k}$  n'est pas de direction constante dans l'espace, et que la vitesse de chacun des atomes n'est pas toujours strictement parallèle à la direction  $\vec{z}$  du repère. L'ensemble (variation de la direction de  $\vec{k}$ , caractère progressif résiduel de l'onde) donne lieu à un déplacement de fréquence connu comme le déplacement relatif de fréquence du à l'effet Doppler résiduel du premier ordre. On peut l'interpréter comme une variation locale de la phase d'une onde progressive en fonction de sa position :

<sup>1</sup>En revanche, les fluctuations de fréquence du signal d'interrogation ne seront pas ou peu filtrées, car le temps de réponse de la cavité est très rapide, de l'ordre de quelques centaines de nanosecondes.

<sup>2</sup>On définit la vitesse de groupe d'une onde comme :  $v_G = d\omega/d\beta$ , avec  $\beta = k \cdot n(\omega)$ , et  $n(\omega)$  l'indice du milieu à la pulsation  $\omega$ . Sous ultra-vide,  $n(\omega) = 1$ , et  $dn(\omega) = 0$ .

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{1}{2\pi\nu} \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{D.2})$$

La variation de la phase du champ oscillant vu par l'atome s'écrit :

$$\frac{d\phi}{dt} = d(\vec{k}(\vec{r}(t))) \cdot \vec{v}_{at} \quad (\text{D.3})$$

$$= \vec{\nabla}(\phi) \cdot \vec{v}_{at} \quad (\text{D.4})$$

Le déplacement relatif de fréquence par effet Doppler résiduel du premier ordre du signal d'horloge s'exprime alors comme :

$$\boxed{\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{1}{2\pi\nu} \cdot \vec{\nabla}(\phi) \cdot \vec{v}_{at}} \quad (\text{D.5})$$

**Ordre de grandeur** Dans une horloge à jet thermique, l'effet Doppler résiduel du premier ordre est au niveau de quelques  $10^{-13}$ , et  $< 10^{-16}$  dans une fontaine atomique.

**Nota Bene** Dans les horloges à cellule, les atomes se déplacent dans toutes les directions de l'espace et de façon isotrope en moyenne. La résonance n'est plus alors déplacée par effet Doppler, mais élargie. La forme de la courbe de résonance est donnée à l'intérieur de la distribution maxwellienne des vitesses.

## D.2 Effets dépendants du nombre d'atomes

**Déplacement collisionnel** Le déplacement collisionnel est dû aux interactions entre atomes de césium pendant la phase d'interrogation. Il est décrit en détail dans la référence [20].

**Entraînement de fréquence de la cavité** Les atomes soumis à l'excitation du champ magnétique oscillant dans la cavité micro-onde émettent à leur tour un champ magnétique. Le couplage du champ magnétique induit modifie l'amplitude et la phase du champ oscillant. Le déphasage du champ magnétique oscillant induit un déplacement de fréquence du signal d'horloge.

### Autres effets

**Déplacement Zeeman du deuxième ordre** Nous avons souligné au début de ce chapitre que l'énergie de la transition d'horloge ne dépendait pas au premier ordre du champ magnétique. Nous avons montré par ailleurs qu'un champ magnétique statique de l'ordre de 50 – 100mG était appliqué afin de lever la dégénérescence Zeeman. Par effet Zeeman du deuxième ordre dû au champ magnétique statique, on a un déplacement de fréquence donné par :

$$\Delta\nu = K_Z^{(2)} \times |\vec{B}|^2 \quad (\text{D.6})$$

La valeur de  $K_Z$  est donné en annexe B.



**Effet du rayonnement du corps noir** L'enceinte à vide de l'horloge n'est pas à température nulle, mais proche de la température ambiante le plus souvent. Le rayonnement thermique des matériaux environnant les atomes (cavité micro-onde, blindages, etc...) induit un déplacement de fréquence du signal d'horloge (par effet Zeeman et Stark du deuxième ordre).

**Effet des fuites micro-onde** Le champ magnétique s'échappant de la cavité micro-onde (on parle alors des fuites micro-onde de la cavité) induit une précession du spin fictif autour d'un axe mal défini et en dehors de la zone d'interrogation. L'interaction des atomes avec ce champ magnétique parasite induit un déplacement de fréquence.

**Effet du spectre micro-onde** La cavité micro-onde est alimenté par un signal à 9.192.. GHz, appelé signal d'interrogation. Le signal d'interrogation n'est jamais parfaitement monochromatique, et les autres composantes du spectre micro-onde interagissent également avec les atomes.

**Déplacement de Rabi, de Ramsey, de Majorana** Ces déplacements de fréquence sont liés au couplage des niveaux d'horloge avec les sous-niveaux Zeeman voisins.

Le déplacement de Rabi est dû aux transitions  $\delta m_F = 0$  pour  $m_F \neq 0$ . Il est non-nul si les populations des sous-niveaux Zeeman sont asymétriques.

Le déplacement de Ramsey est dû à un éventuel défaut de colinéarité entre le champ magnétique statique et le champ magnétique oscillant.

Le déplacement de Majorana est lié aux inhomogénéités du champ magnétique statique le long de la trajectoire des atomes. Il est non-nul si les populations des sous-niveaux Zeeman sont asymétriques.

**Déplacement gravitationnel** Le déplacement gravitationnel est dû à la variation du potentiel gravitationnel le long de la trajectoire des atomes au cours de leur interrogation.

**Effet de recul** Lorsqu'un atome absorbe un photon micro-onde, sa quantité de mouvement est également modifiée. La modélisation de cet effet nécessite un traitement quantique des variables externes de l'atome.

### **Ordre de grandeur des déplacements de fréquence dans les horloges atomiques à césium**

Le tableau ci-dessous donne les ordres de grandeurs des effets mentionnés ci-dessous dans deux types d'étalons primaires de fréquence à césium.

Déplacement de fréquence	Jet thermique	Fontaine
Zeeman 2nd ordre	$10^{-10}$	$10^{-14}$
Corps noir	$10^{-14}$	$10^{-14}$
Doppler 1 <sup>er</sup> et 2 <sup>eme</sup> ordre	$10^{-13}$	$< 10^{-16}$
Gravitationnel	$10^{-15}$	$10^{-15}$
Rabi	$10^{-15}$	$< 10^{-16}$
Ramsey	$10^{-15}$	$< 10^{-16}$
Majorana	$10^{-15}$	$< 10^{-16}$
Collisions	0	$10^{-15}$
Entraînement de cavité	$10^{-16}$	$< 10^{-16}$
Fuites micro-onde	$10^{-16}$	$< 10^{-16}$
Spectre micro-onde	$10^{-16}$	$< 10^{-16}$
Effet de recul	0	$< 10^{-16}$
Effet lumineux	$10^{-15}$	$< 10^{-16}$
Déphasage de la cavité	$10^{-13}$	0

TAB. D.1 – Ordre de grandeurs des principaux déplacements de fréquence dans deux types d'étalons primaires de fréquence, d'après [35] et [34].



# Annexe E

## Etudes annexes

### E.1 Cavité concentrique

En plus de la cavité sphérique, nous avons étudié et réalisé des cavités de forme concentrique, proche des cavités sphériques, mais où une partie cylindrique a été placée entre les deux hémisphère. Celle ci est plus complexe. Elle est constituée de deux hémisphère tronqués et d'une partie cylindrique. Les parties sphériques sont tronquée de la moitié de la hauteur de la partie cylindrique. Ainsi, les centres des rayons de courbure des parties cylindriques sont toujours au centre de la cavité et confondus. La cavité concentrique a été imaginée pour le cas où la brisure de symétrie par les guides d'onde sous-coupure n'aurait pas suffisamment levé la dégénérescence des modes TE.

**Calculs des dimensions** Pour la cavité concentrique, nous avons eu une approche purement expérimentale. Nous avons d'abord calculé les dimensions de la cavité en approximant le volume du mode. On a ensuite réalisé un premier prototype en dural, où la dimension de la partie cylindrique était volontairement trop grande. En réduisant pas à pas la hauteur de la partie cylindrique et en adaptant en même temps la hauteur de la partie sphérique ainsi que le rayon de la partie cylindrique, nous avons obtenu un mode TE résonnant à  $9,2...GHz$ . Les dimensions de la cavité concentrique ont ensuite été recalculées par l'IRCOM à l'aide de la même méthode de calcul par éléments finis. Finalement, les dimensions de la cavité concentrique sont :

- Rayon de courbure des hémisphères : 23,4 mm
- Hauteur de la partie cylindrique :  $h=8$  mm

La figure montre la réalisation expérimentale d'une cavité en cuivre poli optique résonante à la fréquence d'horloge du Cs. La caractérisation des propriétés micro-onde de cette cavité a été faite, et a donné des résultats similaires à ceux de la cavité sphérique. On ne les présentera pas ici. Le lecteur curieux pourra se reporter à [116] pour de plus amples renseignements si besoin est.

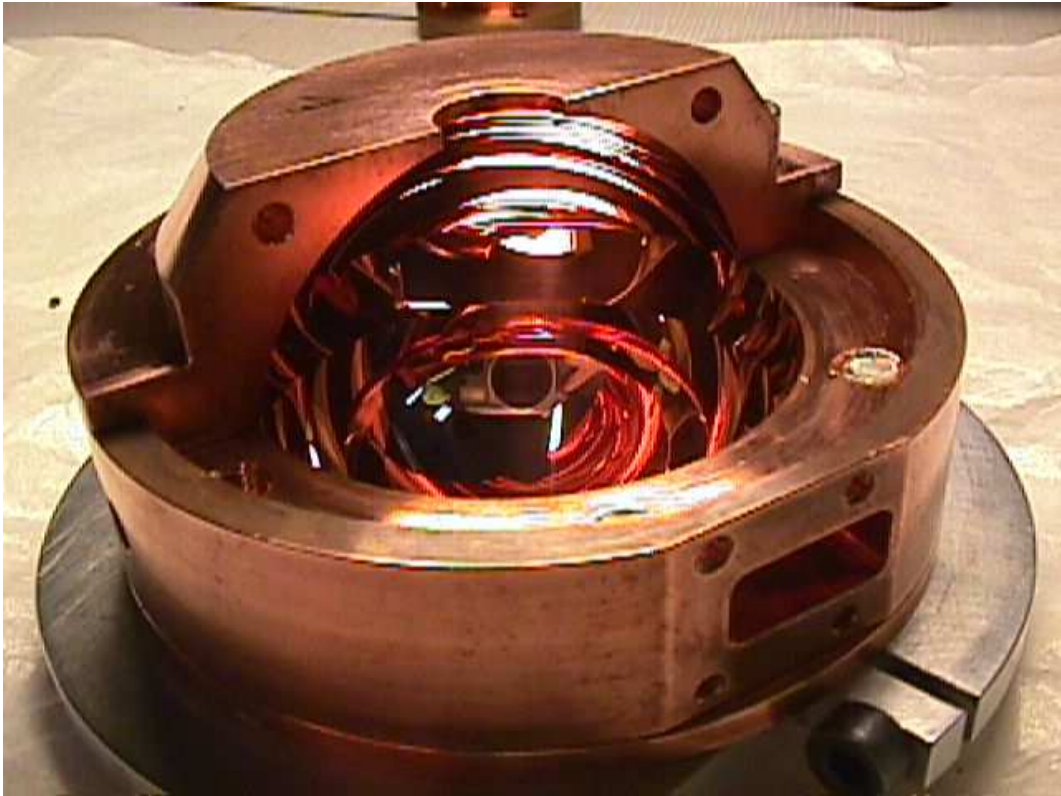


FIG. E.1 – Cavité concentrique pour le projet Horace.

## E.2 Coupleur de fibre optique en optique semi-discrète

Afin de tester expérimentalement l'influence du type de fibre utilisé et des éventuels déséquilibre d'éclairement en sortie de fibre, nous avons commencé l'étude d'un coupleur de fibre optique en optique semi-discrète.

**Principe** Le principe est le suivant : On injecte la lumière de refroidissement (refroidisseur + repompeur) dans deux fibres monomodes à maintien de polarisation. La sortie des fibres est connectée à une embase fixée de façon rigide à une boîte métallique réglée en température. Le faisceau laser est alors séparé en 6 à l'aide de 5 cubes séparateurs de polarisation et de 5 lames demi-onde. Les faisceaux lasers sont ensuite à nouveau injectés dans des fibres optiques. On veut pouvoir connecter à la sortie de ce coupleur soit des fibres monomodes, soit des fibres monomodes à maintien de polarisation. Les lentilles de collimation, les lames demi-onde et les cubes séparateurs de polarisation sont collés sur le socle après positionnement par un manipulateur de précision à 5 axes.

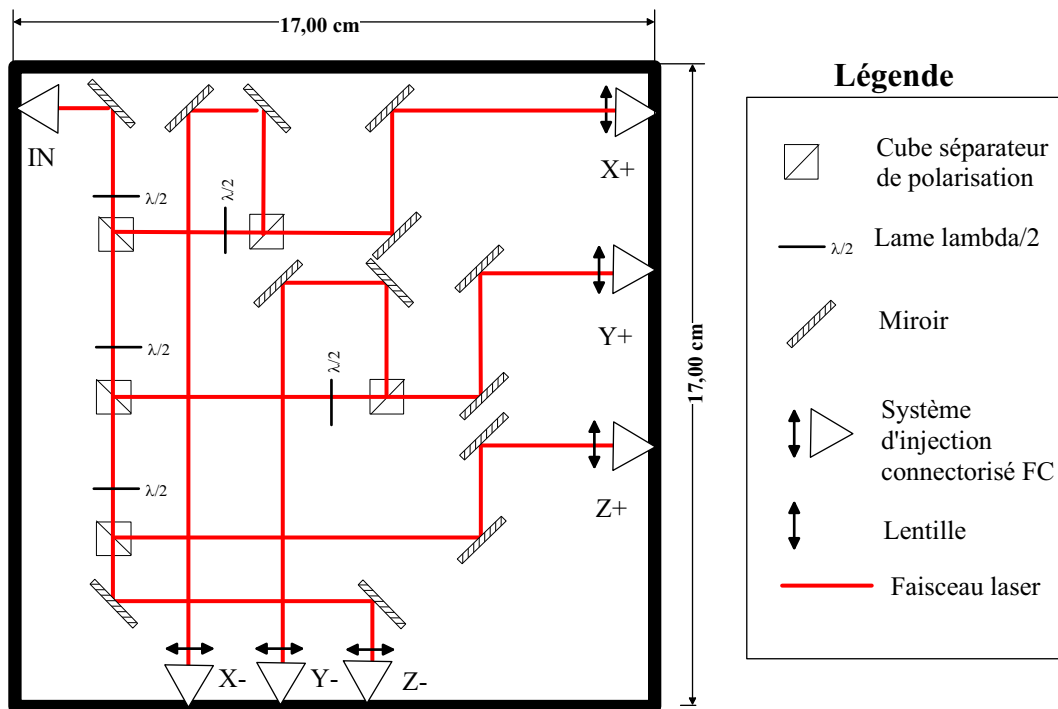


FIG. E.2 – Schéma de principe du coupleur de fibre adapté au projet Horace.

### Conception

Le schéma montre le trajet optique imaginé. Les miroirs de renvoi servent à optimiser l'injection dans les fibres de sortie du coupleur. Les têtes d'injection sont orientables afin de garder une marge de manoeuvre en cas de désalignement<sup>1</sup>. Le socle du coupleur est réalisé en laiton pour assurer une bonne stabilité mécanique, une fréquence de vibration petite, et une bonne stabilité thermique.

### Etude de faisabilité

Nous avons étudié la faisabilité d'un tel coupleur. Les premiers résultats de l'étude ont montré que le positionnement de la fibre dans son embase était critique. Pour conserver le taux de puissance injectée, on demande un positionnement de la fibre à mieux que quelques 10 microns sur l'axe optique [117], en entrée et en sortie (le positionnement dans le plan perpendiculaire à l'axe optique doit être à mieux que 1  $\mu m$ ). Des fibres spécialement connectorisée par la société OZ optics et commercialisées par la société Opton Laser International permettent de "retoucher" la distance de la face clivée de la fibre à la lentille de collimation placée devant. Le contrôle de la divergence du faisceau à injecter demanderait également un liberté de réglage supplémentaire. L'emploi d'une lentille de grande focale montée dans un barillet excentré pourrait résoudre ce problème.

<sup>1</sup>A l'heure actuelle, le choix d'une technologie industrielle ou de laboratoire n'a pas encore été fait pour ce mécanisme de tête orientable. L'étude de stabilité du système est encore incomplète

Un prototype est actuellement en cours de réalisation pour une étude de stabilité du taux de puissance injectée avec le temps. De nombreuses technologies sont encore à mettre au point avant d'utiliser définitivement ce coupleur pour l'expérience Horace.

## Annexe F

### Publications

#### F.1 3-D cooling of cesium atoms in a reflecting copper cylinder



## Three-dimensional cooling of cesium atoms in a reflecting copper cylinder

Emmanuel Guillot

*Institute for National Measurement Standards, National Research Council of Canada, M-36 Montreal Road, Ottawa, Ontario K1A 0R6, Canada*

Paul-Eric Pottie and Noël Dimarcq

*Laboratoire de l'Horloge Atomique, Unité Mixte de Recherche 8630, 61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

Received April 16, 2001

We present what is to our knowledge the first observation of spin-polarized atoms cooled within a reflecting cylinder in a high-power medium. A low-pressure vapor of cesium atoms is stored in a glass cell whose volume is 58 cm<sup>3</sup>. Cooling laser light ( $\lambda = 852$  nm) is injected into the cell by optical fibers and is recycled by multiple reflections from the walls of the cylinder. The technique used in this experiment greatly simplifies the generation of laser-cooled atoms. A maximum of  $2.5 \times 10^8$  cold atoms was detected by a time-of-flight technique. The damping of atomic motion has led to temperatures as low as 3.5  $\mu$ K. © 2001 Optical Society of America

OCIS codes: 300.2530, 020.4180, 060.2390.

Optical molasses was first achieved by Chu *et al.*, who used a beam of atomic sodium.<sup>1</sup> Since then, two important technological advances have greatly enhanced experiments with low-velocity atoms: the discovery of the magneto-optical trap<sup>2</sup> and the implementation of such traps in a relatively simple vapor cells.<sup>3</sup>

We propose here a new method of cooling cesium atoms from an atomic vapor. Cooling light is injected into a reflecting cell by multimode optical fibers. As the reflecting cylinder recycles 852-nm light, cooling laser light comes from all directions of space. Thus there always exists an incident photon with an angle matching the condition of resonance for the velocity of a given atom.<sup>4</sup> The great advantage of our technique is that no laser beam alignment or collimation is required for cooling, which simplifies the setup and permits greater flexibility for the generation of cold atoms. A second asset of this new configuration is that all the atoms in the cell can be cooled, whereas, in a standard optical molasses, only atoms that occur where the six laser beams cross can be cooled. This radiative cooling technique, which leads to a sub-Doppler temperature, can be implemented as an easy means to build up a cold-atom reservoir or as a prestage for advanced cooling techniques such as Bose-Einstein condensation.

Figure 1 is a schematic of the experimental apparatus. A spherical glass cell, whose inner diameter is 48 mm, stores a cesium atomic vapor. A glass tube links top of the storage cell to a cold finger, which contains a reservoir of cesium. A Peltier cooler controls the temperature of the reservoir and, thus, the partial pressure of cesium in the cell. The density of atomic vapor inside the storage bulb is  $3.7 \times 10^8$  atoms cm<sup>-3</sup>. A second tube of glass connects the bottom of the storage cell with a 20-dm<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> ion pump, which maintains a pressure of  $10^{-7}$  Pa inside the storage bulb.

Cooling is performed in a cylinder made from polished oxygen-free high-conductivity copper. The sizes

of flaws on the cylinder's inner surface after it has been polished are less than 60 nm, which is equivalent to  $\lambda/14$  at 852 nm, and the reflection coefficient is 0.96. The cylinder has been placed about the storage bulb to generate a cooling zone. The symmetry axis of the cylinder is horizontal. A magnetic shield protects the zone of cooling as well as the two tubes and permits a stray magnetic field of 2 mG. Because both glass tubes, whose external diameters are 10 mm, were welded to the glass bulb, it was necessary to pierce the median plane of the cylinder with two holes as broad as 14 mm each. The diameter of the holes is due to the adjustment of the cylinder to the bulb and to the thickness of the weld.

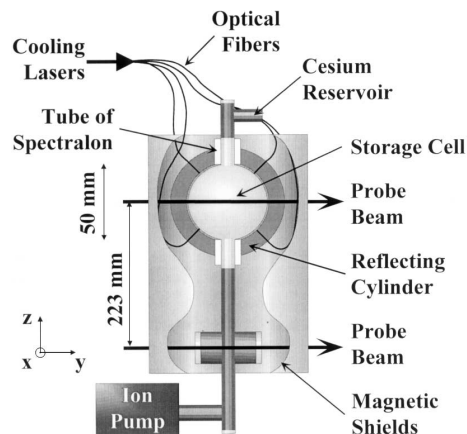


Fig. 1. Polished copper reflecting cylinder used for optically cooling cesium atoms. It surrounds a spherical glass cell that stores the cesium atoms and has an axis of symmetry along  $Ox$ . Cooling light is injected by four multimode optical fibers into the median plane of the cylinder, parallel to  $Oyz$ , and reflects on the inner walls of the cylinder. A magnetic shield protects cooling and detection zones.

1640 OPTICS LETTERS / Vol. 26, No. 21 / November 1, 2001

No cold atoms have to our knowledge, ever been observed with such large vertical holes because of the loss of photons through the 14-mm holes. This loss creates local imbalances of intensity that are sufficient to prevent efficient cooling. To reduce the sizes of the holes and to keep light recycling, we installed a tube of Spectralon about each glass tube. Spectralon is a diffusing material that remits 99% of incident light at 852 nm (Ref. 5) and has been efficiently used by Ketterle *et al.*,<sup>4</sup> to cool and slow atoms. Both Spectralon pipes are 1 cm long. Their thickness is adjusted to fill the gap between each glass tube and the reflecting cylinder. Thus the apparent diameter of the holes was reduced from 14 to 11 mm. The number of photons transmitted and therefore lost through the vertical holes decreased from 29% to 22%. The mean number of reflections of light in the reflecting cylinder was 15 and remained constant within 2.5%, leading to a mean storage time of 2 ns.

In this experiment atoms are cooled with two SDL 5722-H1 diffracted-Bragg-reflector diode lasers. The cooling laser was tuned a few megahertz below the  $6^2S_{1/2}F = 4 \leftrightarrow 6^2P_{3/2}F = 5$  cycling transition of the cesium atom. It was locked by the saturated-absorption method, while the Zeeman effect shifted the frequency of the cooling transition. The repumping laser was tuned to the  $6^2S_{1/2}F = 3 \leftrightarrow 6^2P_{3/2}F = 4$  pumping transition, which prevented the atoms from accumulating in the trap level  $6^2S_{1/2}F = 3$ . If the linewidth of an SDL distributed Bragg reflector laser diode (1–5 MHz) can help to match the condition of resonance, a large linewidth of the laser is not essential.<sup>6</sup> Cooling can be accomplished as well with an extended-cavity laser diode with a linewidth of 300 kHz.

Mechanical obturators, with rise and fall times of 1 ms, can switch off cooling and repumping beams. The two laser beams are superimposed by a polarized beam splitter and are injected into a multimode optical fiber with a core diameter of 50  $\mu\text{m}$ , leading to a numerical aperture of 0.22. A  $1 \times 4$  coupler divides the input fiber into four output fibers. The imbalance of intensity between two fiber outputs can reach 10% of the total output power. At least 0.6 mW of repumping light is required at the output of the optical fibers to cool cesium atoms efficiently.

The four multimode optical fibers are aligned along two perpendicular axes in the vertical median plane of the copper cylinder. The direction of the fibers is turned 45° from the vertical axis (see Fig. 1).

Cold atoms can be observed either directly in the cooling zone or with a time-of-flight (TOF) technique. The probe laser is an extended cavity diode laser locked on the  $6^2S_{1/2}F = 4 \leftrightarrow 6^2P_{3/2}F = 5$  transition.

We directly observe cooling of cesium atoms in the storage bulb by measuring the absorption of a probe beam with a diameter of 1 mm an intensity of  $\sim 1 \text{ mW}/\text{cm}^2$ , and a swept frequency. The beam passes through the copper cylinder via two 3-mm holes located on its axis of symmetry. After the cooling light is switched on, the standard deviation of the atomic velocity decreases, and the hyperfine transitions are resolved (see Fig. 2). Experimentally, the increasing number of cold atoms in the storage

bulb is marked by the rise of hyperfine peaks on top of the Doppler background. In Fig. 2 the decrease in the Doppler background that appears after cooling is due to an optical saturation effect linked to the cooling light. The saturation seems to be enhanced because the energy of the light tends to be higher in the center of the reflecting cylinder, which is where we probe.

A second way to observe cold atoms in our setup is by a TOF method. Atoms are cooled for 200 ms, after which time the cooling and repumping lights are switched off. The atoms fall into the lower tube as a result of gravity, where they interact with a probe beam that is situated 223 mm under the center of the storage bulb. The probe beam is 6 mm wide and 1 mm thick. The fluorescence emitted by the atoms that cross it is collected on a calibrated silicon photodiode and monitored in order of the atoms' arrival times.

Figure 3 shows a typical TOF signal from our measurements. The surface of the TOF signals varies  $\sim 10\%$  from one measurement to the next. This variation is due to nonconservation of the polarization of light as well as to fluctuations of the cooling power injected through multimode fibers. These variables could both change with changes in stress or

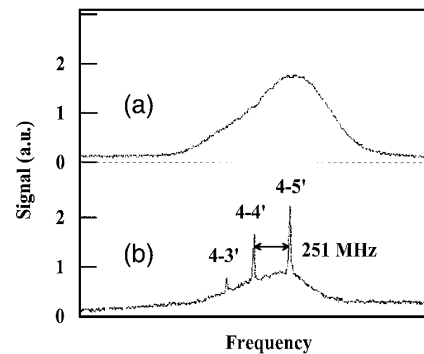


Fig. 2. Observation of the cold atoms in the storage cell. (a) Cooling light switched off: the Doppler effect broadens the hyperfine transitions of cesium atoms. (b) Cooling light switched on: the atoms are cooled and the hyperfine peaks are resolved.

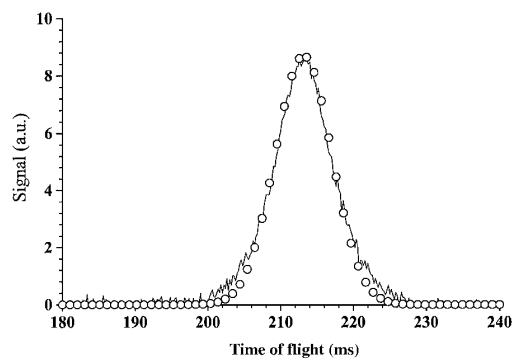


Fig. 3. TOF. The solid curve shows a typical signal for an injected power of 50 mW and a detuning of  $-1.6\Gamma$ . The circles represent a Gaussian fit of the experimental data.

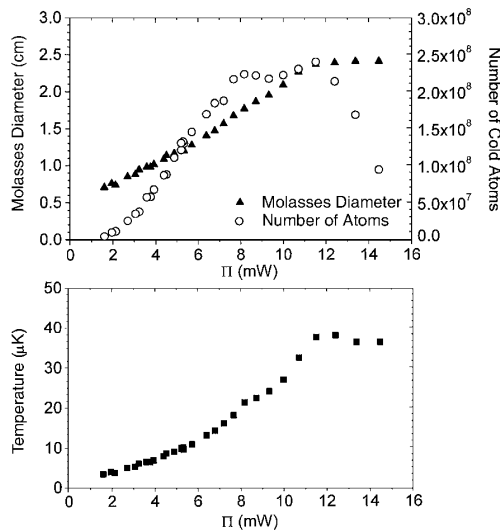


Fig. 4. Temperature (black squares), number of detected atoms, and optical molasses diameter versus  $\Pi$ .

temperature. The use of monomode or polarization-maintaining fibers should improve the stability of the signal.

We determined the temperature and the diameter of the cloud of cold atoms by taking into account the geometry of the setup and assuming three-dimensional Maxwell-Boltzmann velocity distribution. Figure 4 shows the results of our measurements as a function of  $\Pi$ , defined as  $\Pi = P/[1 + (2\delta/\Gamma)^2]$ , where  $P$  is the laser power injected into the copper cylinder,  $\delta < 0$  is the detuning of the laser from resonance, and  $\Gamma$  is the natural linewidth.

As expected, the temperature decreased with  $\Pi$ .<sup>7</sup> The lowest temperature,  $3.5 \mu\text{K}$ , was obtained for  $\Pi = 1.6$  mW. The diameter of the atomic cloud and the number of cold atoms grew with  $\Pi$ . The number of cold atoms eventually reached a maximum when the borders of the optical molasses caught up with the bounds of the storage cell. There the capture velocity was restricted, which limited the number of atoms available to be cooled. Thus the atomic cloud ceased to swell, and the number of cold atoms dropped swiftly because of multiple photon scattering, enhanced by the fluorescence recycled by the reflecting cylinder. The optimum number of cold atoms,  $2.5 \times 10^8$ , was obtained for  $\Pi = 11.5$  mW.

The measured atomic temperatures also depend on the applied magnetic field. The lowest temperature

is achieved at low power or high detuning when the magnetic field tends toward zero. Application of a  $10^{-4}$ -T magnetic field approximately doubles the temperature. If the magnetic shield was removed, almost no cold atoms could be observed by either of the detection methods.

The increase in heat with increasing laser power and decreasing detuning, and a temperature affected by the magnetic field, hint that local sub-Doppler cooling mechanisms are involved in the process of cooling. That this is so was confirmed by the appearance of temperatures below the Doppler limit ( $125 \mu\text{K}$  for cesium) even if the polarization was not controlled at the fiber outputs or in the reflecting cylinder. In such sub-Doppler mechanisms, mixing of sublevels by use of a magnetic field interferes with the optical pumping.<sup>7</sup>

The first results of this new technique for laser cooling are heartening. However, fiber modal noise of the multimode fibers leads to phase fluctuations that cause the cooling to deteriorate, and the storage time of the photons is too short to allow the optical cell to behave as a capacitor for laser light. A solution to these problems would be to use monomode or polarization-maintaining fibers and to further limit the diameters of the holes in the reflecting cylinder walls.

If the reflecting cylinder were tuned to 9.192 GHz in a  $\text{TE}_{011}$  mode, this experiment could lead to a new and simple atomic clock. A time sequence performed as in Ref. 8 would lead to narrow linewidths for the cesium clock's transition in a small interaction volume.

This research is supported by the Centre National d'Etudes Spatiales and the Délégation Générale pour l'Armement (France). E. Guillot's e-mail address is emmanuel.guillot@nrc.ca.

## References

1. S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985).
2. E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
3. C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
4. W. Ketterle, A. Martin, M. A. Joffe, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2483 (1992).
5. Spectralon is produced by Labsphere, Inc., North Sutton, N.H. 03260.
6. L. Moi, *Opt. Commun.* **50**, 349 (1984).
7. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
8. D. W. Sesko and C. E. Wieman, *Opt. Lett.* **14**, 269 (1989).

## Bibliographie

- [1] E. Klein. *La physique quantique*, chapter 4, page 47. Dominos-Flammarion, 1996. ISBN 2-08-035266-0.
- [2] T.J. Quinn. Base units of the système international d'unités, their accuracy, dissemination and international traceability. *Metrologia*, 31 :515–527, 1995.
- [3] *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Recent advances in Metrology and fundamental constants*. Societa italiano di fisica, 2000.
- [4] C. Audoin et B. Guinot. *Les fondements de la mesure du temps*. Masson, 1998. ISBN 2-225-83261-7.
- [5] P. Laurent, M. Abgrall, A. Clairon, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Urich, N. Dimarcq, L.G. Bernier, G. Busca, A. Jornod, P. Thomann, E. Samain, P. Wolf, F. Gonzales, Ph. Guillemot, S. Leon, F. Nouel, Ch. Sirmain, S. Feltham and C. Salomon. Cold atom clocks in space : PHARAO and ACES. In P. Gill, editor, *6<sup>th</sup> Symposium on Frequency Standards and Metrology*, pages 241–252. World Scientific Publishing, 2001. ISBN 981-02-4911-X.
- [6] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A.N. Luiten, G. Santarelli and M.E. Tobar. Test of relativity using a microwave resonator. GREX meeting, Pisa, Italy, 2002. <http://www.spectro.jussieu.fr/GREX/Pisa02/Wolf.pdf>.
- [7] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien and F. Biraben - O. Aef and A. Clairon. Optical frequency measurement of the 2s-12d transitions in hydrogen and deuterium : Rydberg constant and lamb shift determinations. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :4960–4963, 1999.
- [8] P.J. Mohr and B.N. Taylor. Codata recommended values of the fundamental physical constants. National Institute of Standards and Technology, 1998. MD 20899-8401.
- [9] J.D. Prestage, R.L. Tjoelker and L. Maleki. Atomic clocks and variations of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :3511–3514, 1995.
- [10] S. Bize. *Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de césium*. Thèse de l'Université Paris-VI, Laboratoire Kastler-Brossel / Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences, Octobre 2001.
- [11] J.J. Bollinger, D.J. Heinzen, W.N. Itano, S.L. Gilbert, D.J. Wineland. Test of the linearity of quantum mechanics by rf spectroscopy of the  $^9\text{Be}^+$  ground state. *Phys. Rev. Lett.*, 63 :1031–1034, 1989.

- [12] R.L. Walworth, I.F. Silvera, E.M. Mattison and R.F.C. Vessot. Test of the linearity of quantum mechanics in an atomic system with a hydrogen maser. *Phys. Rev. Lett.*, 64 :2599–2602, 1990.
- [13] W. Markowitz, R.G. Hall, L. Essen, J.V.L. Parry. Frequency of cesium in terms of ephemeris time. *Phys. Rev. Lett.*, 1 :105–107, 1958.
- [14] *Metrologia*, 4 :43, 1968.
- [15] A. Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 49, 1916.
- [16] A. Einstein. *La théorie de la relativité restreinte et générale*. Dunod / Gauthier-Villars, 1982. Cet ouvrage est une réédition en français du petit livre de vulgarisation scientifique publié en 1918 par A. Einstein qui regroupait sous un ensemble cohérent l'essentiel des articles de 1905 de 1916 et de 1918 - ISBN 2-04-019713-3.
- [17] J. Stenger, H. Schnatz, Ch. Tamm and H.R. Telle. Ultraprecise measurements of optical frequency ratios. *Phys. Rev. Letter*, 88(7) :073601/1–4, 2002.
- [18] N. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78 :695, 1950.
- [19] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Laloë. *Mécanique Quantique*. Hermann edition, 1973. ISBN 2-7056-6074-7 (tome I), ISBN 2-7056-6121-2 (tome II).
- [20] Y. Sortais. *Construction d'une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et de  $^{133}\text{Cs}$ ; Etude des effets dépendants du nombre d'atomes dans une fontaine*. Université Paris-VI, Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences / Laboratoire Kastler-Brossel, Décembre 2001.
- [21] C. Audoin et J. Vanier. *The quantum physics of Atomic Frequency Standards*, volume 1. A.E. Bailey, 1989. ISBN 0-85274-434-1.
- [22] A.G. Mann, C.Sheng, A. Luiten. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high frequency stability. *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, 50(2) :519–521, 2001.
- [23] G. J. Dick and R. T. Wang. Cryocooled sapphire oscillator operating above 35 K. Technical report, JPL, 2000. TMO Progress Report 42-143, [http://tmo.jpl.nasa.gov/progress\\_report/42-143/143H.pdf](http://tmo.jpl.nasa.gov/progress_report/42-143/143H.pdf).
- [24] A. Yariv. *Quantum electronics*. J. Wiley, 1967. ISBN 0-471-60997 (3<sup>eme</sup> ed. (1989)).
- [25] D.B. Sullivan, D.W. Allan, D.A. Howe, et F.L. Walls. Characterization of clocks and oscillators. technical note 1337, NIST, 1990.
- [26] D.W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. In *Proc. IEEE*, volume 54, pages 221–230, 1966.
- [27] P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, F. Pereira Dos Santos, A. Clairon and Ch. Salomon. The sensitivity function : A new tool for the evaluation of frequency shifts in atomic spectroscopy. In *Proc. of Frequency Control Symposium(IEEE)*, page 110, Piscataway, 1998.

- [28] P. Lemonde. PHARAO : *Etude d'une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser : Réalisation d'un prototype*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-VI, Lab. Kastler Brossel / Lab. Primaire du Temps et des Fréquences, 1997.
- [29] G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A.G. Mann, S. Chang, A.N. Luiten, and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain : a high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82(23) :4619–4622, 1999.
- [30] S. Ghezali, P. Laurent, S.N. Lea and A. Clairon. An experimental study of the spin-exchange frequency shift in a laser-cooled cesium fountain frequency standard. *Europhys. Lett.*, 36(1) :25–30, October 1996.
- [31] S. Weyers U. Hübner R. Schröder C. Tamm and A. Bauch. *Metrologia*, 38 :343–352, 2001.
- [32] D.B. Sullivan, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger, R.E. Drullinger, W.M Itano, S.R. Jefferts, W.D. Lee D Meekhof, T.E. Parker, F.L. Walls and D.J. Wineland. Primary atomic frequency standards at NIST. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, 106 :53–56, 2001.
- [33] T.B. Swanson, E.A. Burt and Ch. Ekstrom. Characterization of the USNO cesium fountain. In P. Gill, editor, *6<sup>th</sup> Symposium on Frequency Standards and Metrology*, pages 80–87. World Scientific Publishing, 2001. ISBN 981-02-4911-X.
- [34] M. Abgrall. *Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO, Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-VI, BNM/SYRTE, 2003.
- [35] Ala'a Makdissi. *Traitement de signal appliqué aux étalons primaires de fréquence : Amélioration de leur exactitude et de leur stabilité*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-XI, BNM/LPTF, 1999.
- [36] G. Dudle, G. Mileti, A. Joyet, C. Mandache, T. Acsente and P. Thomann. Preliminary evaluation of the ON/METAS continuous fountain standard. In IEEE, editor, *Proc. of 16<sup>th</sup> EFTF*, 2002. à paraître.
- [37] A. Bauch, B. Fischer, T. Heindorff and R. Schröder. Performance of the PTB reconstructed primary clock CS-1 and an estimate of its current uncertainty. *Metrologia*, 35 :829–845, 1998.
- [38] G. Busca, Q. Wang, M. Belloni, L. Mattioni. Cavity pulling in GALILEO passive hydrogen maser. In *Proc. of the 17<sup>th</sup> EFTF*, 2003. à paraître.
- [39] A. Joyet, G. Mileti, P. Thomann. Recent developments on the ON/METAS continuous Cs fountain standard. In IEEE, editor, *Proc. of the 15<sup>th</sup> EFTF*, pages 72–76, 2001.
- [40] G. Wilpers, T. Binnewies, C. Degenhardt, U. Sterr, J. Helmcke and F. Riehle. Optical clock with ultracold neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :230801, 2002.
- [41] R.J. Rafac, B.C. Young, J.A. Beall, W.M. Itano, D.J. Wineland and J.C. Bergquist. sub-decaHertz ultra-violet spectroscopy of  $^{199}\text{Hg}^+$ . *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2462, 2000.

- [42] M. Granveaud. Horloges industrielles à césium, les besoins ; les developpements en France. BNM/LPTF - Observatoire de Paris, Novembre 1999.
- [43] Noël Dimarcq. *Le projet Horace*. Rapport CNES, 1998.
- [44] T.P. Heavner, D. Meekhof, D. Kujundzic, S.R. Jefferts. Development of a miniature laser-cooled cesium fountain frequency standard at NIST. In *IEEE/EIA Int. Freq. Control Symposium*, pages 711–713, 2000.
- [45] Agilent Technologies. <http://we.home.agilent.com/>, *Home > Products and Services > Test and Measurement > Frequency, Time, Distance, Physical >*. address : 395 Page Mill Rd., P.O. Box #10395, Palo Alto, CA 94303, phone +1 650 752-5000.
- [46] Cl. Sallot. Communication privée. Tekelec-Temex, 29, av. de la Baltique 91953 Les Ulis - France.
- [47] C. Sallot, D. Gin, M. Baldy, R. Petit.  $3 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$  frequency stability on an industrial prototype of optically pumped cesium beam frequency standard. In *Proc. of 17<sup>th</sup> EFTF*, 2003. à paraître.
- [48] Temex Neuchâtel Time. <http://www.temex.ch/>. Temex Neuchâtel Time SA - Vauseyon 29 - 2000 Neuchâtel.
- [49] Quartzlock. <http://www.quartzlock.com/>. Gothic, Plymouth Road, Totnes, Devon, TQ9 5LH, England Tel : +44 (0)1803 862062, Fax : +44 (0)1803 867962, E-mail : quartzlock@quartzlock.com.
- [50] A. Jornod. [www.ne.ch/neat/](http://www.ne.ch/neat/).
- [51] F. Hamouda, G. Théobald, P. Cérez and C. Audoin. Analysis tools for the accurate evaluation of a small frequency standard. *IEEE on Ultra. Ferro. and Freq. Control*, 47(2) :449–456, Mars 2000. La valeur donnée de la stabilité relative de fréquence dans cet article a depuis été améliorée par presque un facteur 3 grâce à un pompage optique meilleur et une détection de plus faible bruit (le flux d'atomes a été conservé).
- [52] V. Hermann. (*PHACS*). Thèse de doctorat de l'Université Paris-VI, BNM-SYRTE, (2003). à paraître.
- [53] N. Vukičević L. Hollberg R. Wynands et W. Weidmann J. Kitching, S. Knappe. A microwave frequency reference based on VCSEL-driven dark line resonances in cs vapor. *IEEE-Trans. on Instr. and Meas.*, 2000.
- [54] T. Lindvall, M. Merimaa, I. Tittonen, and E. Ikonen. All-optical clock based on dark states of  $^{85}\text{Rb}$ . In P. Gill, editor, *Proc. of the 6<sup>th</sup> symposium on frequency standards and metrology*, pages 183–190, 2002.
- [55] C. Valentin, E. Guillot, Ch. Guillemot, Ch. Vareille, N. Dimarcq. Horace : a new advance for compact clocks with cold atoms. In *Proc. of the 12<sup>th</sup> EFTF, Warsaw, Poland*, 1998.
- [56] T.P. Heavner, S.R. Jefferts, and T.E. Parker. Preliminary results from a miniature laser-cooled cesium fountain frequency standard. In P. Gill, editor, *Proc. of the 6<sup>th</sup> symposium on frequency standards and metrology*, pages 469–471, 2002.

- [57] W. Ketterle, A. Martin, M. Joffe and D. Pritchard. Slowing and cooling of atoms in isotropic light. *Phys. Rev. Lett.*, 69(17) :2483–2486, 1992.
- [58] H. Batelaan, S. Padua, D.H. Yang, C. Xie, R. Gupta et H. Metcalf. Slowing of  $^{85}\text{Rb}$  atoms with isotropic light. *Phys. Rev. A*, 49(4) :2780–2784, 1994.
- [59] E. Aucouturier. *Nouvelles sources d'atomes froids pour l'horloge atomique*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-Sud (orsay), LHA, 1997.
- [60] G. Santarelli. Communication privée. e-mail : giorgio.santarelli@obspm.fr.
- [61] J. Vanier A. Godone F. Levi. Coherent population trapping in cesium : Dark lines and coherent microwave emission. *Phys. Rev. A*, 58(3) :2345–2358, September 1998. Cet article traite essentiellement le phénomène de piégeage cohérent de population avec le césium, mais traite également le phénomène de Radiation Damping rencontré dans ce type d'horloge.
- [62] F. Hamouda. *Dispositif numérique pour l'optimisation des performances d'une horloge atomique à césium à pompage optique*. Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Orsay, novembre 1998.
- [63] SEDI Optique. Catalogue, 2000. adresse : <http://www.sedi-fibres.com/>.
- [64] F. Du Burck, J.P. Wallerand, A.N. Goncharov, M. Himbert. High frequency modulation technique for ultra-high resolution spectroscopy of  $\text{I}_2$ . *IEEE Trans. Intrs. Meas.*, 50 :493–496, 2001.
- [65] J.E. Lye, J.J. Hope and J.D. Close. Non-destructive, dynamic detectors for Bose-Einstein condensates. *arXiv :cond-mat/0302568 v1 27 Feb 2003*, 2003.
- [66] A.M. Rossignol. *Influence de la régénération, due à la cavité, sur la relaxation d'atomes d'hydrogène confinés*. Thèse de doctorat de l'Université Paris-XI, LHA, 1973. Merci à M. Roland Barillet de m'avoir prêté cet ouvrage quasi-introuvable.
- [67] C. Audoin et J. Vanier. *The quantum physics of Atomic Frequency Standards*, volume 2. A.E. Bailey, 1989. ISBN 0-85274-434-3.
- [68] G.J. Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. In *Proc. of 19<sup>th</sup> Annu. Precise Time and Time Interval Conf.*, pages 133–147, Redondo Beach, December 1987.
- [69] G. Santarelli. *Contribution à la réalisation d'une fontaine atomique*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-VI, BNM/LPTF, 1996.
- [70] T. Hänsch and A. Schawlow. *Opt. Commun.*, 13 :68, 1975.
- [71] S. Chu, J.E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :48–51, 1985.
- [72] W.D. Phillips, J.V. Prodn, and H.J. Metcalf. Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2 :1751–1767, 1985.
- [73] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Dressed-atom approach to atomic motion in laser light : the dipole force revisited. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6 :2023, 1985.



- [74] P. Horak, J.Y. Courtois, and G. Grynberg. Atom cooling and trapping by disorder. *Phys. Rev. A*, 58(5) :3953–3962, Novembre 1998.
- [75] D. Boiron, C. Mennerat-Robilliard, J.-M. Fournier, L. Guidoni, C. Salomon and G. Grynberg. Trapping and cooling cesium atoms in a speckle field. *European Physical Journal D*, 7 :373–377, April 1999.
- [76] G. Grynberg, P. Horak, C. Mennerat-Robilliard. Spatial diffusion of atoms cooled in a speckle field. *Europhys. Lett.*, 49(4) :424–430, février 2000.
- [77] C. Mennerat-Robilliard. *Atomes froids dans des réseaux optiques - Quelques facettes surprenantes d'un système modèle*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-VI, LKB/ENS - Université Paris-VI, 1999.
- [78] C. Cohen-Tannoudji. *Cours de physique du Collège de France*. 1992. [www.lkb.ens.fr](http://www.lkb.ens.fr).
- [79] G. Grynberg, A. Aspect et C. Fabre. *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*. Ellipse/Ecole polytechnique, 1997. ISBN 2-7298-5778-8.
- [80] D. Grison. *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microKelvins : Un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI - Lab. Kastler-Brossel, Février 1992.
- [81] E. Guillot. *Nouveau concept d'horloge atomique : HORACE, HORloge à Refroidissement d'Atomes en CELLule*. Thèse de doctorat, LHA - Université Paris-Sud Orsay (Paris XI), Mars 1999.
- [82] J. Dalibard. *Le rôle des fluctuations dans la dynamique d'un atome couplé au champ électromagnétique*. Thèse de Doctorat d'Etat de l'Université Pierre-et-Marie-Curie Paris-VI, Lab. de spectroscopie Hertzienne de l'E.N.S., 1986.
- [83] B.R. Mollow. Power spectrum of light scattered by two-level systems. *Phys. Rev.*, 188(5) :1969–1975, December 1969.
- [84] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer et B. Rouet. *Physique statistique*. 1989. ISBN 2-7056-6065-8.
- [85] K. E. Gibble, S. Kasapi and S. Chu. Improved magneto-optic trapping in a vapor cell. *Optics Letter*, 17(7) :526–528, April 1992.
- [86] G. Duddle. *Contribution au développement d'un étalon primaire de fréquence à jet d'atomes ralentis par laser*. Thèse de Doctorat de l'Université de Neuchâtel, Observatoire Cantonal de Neuchâtel, Juillet 1996.
- [87] Harold J. Metcalf and Peter Van den Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer, 1999. ISBN 0-387-98747-9.
- [88] Labsphere. Diffuse reflectance coatings and materials. Catalog I, 1997. P.O. Box 70 Shaker street, North Sutton, NH 03260.
- [89] P. Beckmann. Scattering of light by rough surfaces. *Progress in optics*, 6 :55–67, 1967.

- [90] C. Valentin, E. Guillot, Ch. Guillemot, P. Petit and N. Dimarcq. Microwave interrogation of cesium atoms cooled in isotropic light. *IEEE trans. Ultra., Ferro. and Freq. Control*, 50(5) :1224–1228, October 2001.
- [91] J.W. Goodman. *Laser speckle and related phenomena*, pages 9–75. Springer-Verlag, 1975. ISBN 0-387-13169-8 (2<sup>nd</sup> edition).
- [92] A.R. McGurn, A.A. Maradudin. Speckle correlations in the light reflected and transmitted by metal films with rough surfaces :surface wave effects. *Opt. Comm.*, 155 :79–90, October 1998.
- [93] D. Boiron. *Etude du refroidissement et du piégeage d’atomes de césium dans des structures lumineuses à faible taux de saturation*. Thèse de Doctorat de l’Université Paris-VI, Lab. Kastler Brossel /ENS, 1998.
- [94] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6 :2023, 1989.
- [95] B. Ueberholz, S. Kuhr, D. Frese, D. Meschede and V Gomer. Counting cold collisions. *J. Phys. B. At. Mol. Opt. Phys.*, 33(L135), 2000. arXiv : quant-ph/9910120 29Oct1999.
- [96] U. Schlöder, H. Engler, U. Schünemann, R. Grimm and M. Weidemüller. Cold inelastic collisions between lithium and cesium in a two species magneto-optical trap. *Eur. Phys. Jour. D*, 7 :331, 1999. arXiv : physics/9902058 20Feb99.
- [97] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, and H. Metcalf. Observation of atoms laser-cooled below the doppler limit. *Phys. Rev. Lett.*, 61 :169, 1988.
- [98] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, et S. Guellati. Laser cooling of cesium atoms below  $3\mu\text{k}$ . *Europhys. Lett.*, 12 :683–688, 1990.
- [99] N. Sagna. *Refroidissement d’atomes de césium : Etude expérimentale et théorique sur les caractéristiques du piégeage*. Thèse de Doctorat de l’Université de Neuchâtel, Observatoire Cantonal de Neuchâtel, Neuchâtel, Suisse, 1996.
- [100] N. Dimarcq. Rapport d’activité du groupe atomes froids. Technical report, LHA - U.P.R. CNRS, 1998.
- [101] Y. Shevy, D.S. Weiss, P.J. Ungar and S. Chu. Bimodal speed distributions in laser-cooled atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 62(10) :1118–1121, Mars 1989.
- [102] Laserlabs. 43, rue Van Loo, F-91150 ETAMPES, tel : +33 1 6080 1042.
- [103] JENOPTEC. 12, rue J-B Huet Les Metz, F-78350 JOUY-en-JOSAS, tel +33 1 34 65 91 02.
- [104] Y. Castin, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. The limits of Sisyphus cooling. In C. Gabbaninni E. Arimondo L. Moi S. Gozzini and F. Strumia, editors, *Light induced kinetic effects on atoms, ions and molecules*. ETS Editrice, 1991.

- [105] S.A. Lindgren, L. Wallden, J. Rundgren, P. Westrin and J. Neve. Structure of  $Cu(111)p(2 \times 2)Cs$  determined by low-energy electron diffraction. *Phys. Rev. B*, 28(12) :6707–6712, 1983.
- [106] R. Schuster and I.K. Robinson. Cs-induced relaxation of the  $Cu(110)$  surface. *Phys. Rev. Lett.*, 76(10) :1671–1674, March 1996.
- [107] W.C. Fan and A. Ignatiev. Phase transition and phase diagrams of k and cs overlayers on a reconstructed and unreconstructed  $cu(110)$  surface. *Phys. Rev. B*, 38(1) :366–372, July 1988.
- [108] R. Schuster, J.V. Barth, G. Ertl and R.J. Behm. Scanning tunneling microscopy observation of phase transition phenomena in the cs : $cu(110)$  system : Evidence for a two-step disordering mechanism of a uniaxial  $(1 \times 3)$  phase. *Phys. Rev. Lett.*, 69(17) :2547–2550, October 1992.
- [109] M.A. Bouchiat. *Etude par pompage optique de la relaxation d'atomes de Rubidium*. Thèse de Doctorat de l'Université de Paris, Lab. de Spectroscopie Hertzienne, 1964.
- [110] P. Pascal *et al.* *Nouveau traité de chimie minérale*, volume III. 1957. Rubidium-Césium-Francium, Généralités Cuivre-Argent-Or.
- [111] M.A. Bouchiat, J. Guéna, Ph. Jacquier, M. Lintz, A.V. Papoyan. Electrical conductivity of glass and sapphire cells exposed to dry cesium vapor. *Appl. Phys. B*, 68 :1109–1116, 1999.
- [112] ACM - Applications Couches Minces. 9, rue de la Gare 78640 Villiers Saint Frédéric (France) Tel : 01 3489 6868.
- [113] OPA SA. ZI Mitry Compans - 9 rue Léon Foucault BP 507 77295 Mitry-Mory Cedex.
- [114] S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, and D. Meschede. Buffer-gas-induced reduction of coherent dark resonances below 50 hz. *Phys. Rev. A*, 56(2) :R1063–R1066, Août 1997.
- [115] D. A. Steck. Cesium D line data. 1998. <http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/alkalidata>.
- [116] Document CNRS/CNES/DGA. Rapport d'avancement du projet Horace. Technical report, 2001. Disponible en contactant Noël Dimarcq, [noel.dimarcq@obspm.fr](mailto:noel.dimarcq@obspm.fr).
- [117] M. Muller. Etude de faisabilité d'un coupleur de fibres optiques en optique semi-discrète. Rapport de stage - BNM-SYRTE / Observatoire de Paris et NFIO-Orsay, 2001.

# Index

- Cavité micro-onde, 243
- Chaîne de fréquence, 16
- CHARLI, 145
- coefficient de friction, 101
- Définition de la seconde, 5
- Densité spectrale de puissance, 19
- Dipole électrique, 87
- Effet Dick, 73
- Effet Doppler, 243
- Effet Doppler du premier ordre, 243
- Effet Doppler résiduel du 1<sup>er</sup> ordre dans Horace, 210
- Effet Doppler résiduel du 2<sup>eme</sup> ordre dans Horace, 212
- Effet Doppler résiduel du premier ordre, 244
- Exactitude, 22
- Fluctuations relatives de fréquence, 19
- Fluctuations relatives de temps, 19
- Fontaine atomique, 24
- Hamiltonien, 12
- Horace, 32, 37
  - Atomes froids, 38
  - Effet Doppler, 77
  - Fonctionnement dans l'espace, 78
  - Rapport cyclique, 71
  - Sequence temporelle, 39
  - Switch micro-onde, 76
- Interrogation des atomes, 14
- Lumière isotrope
  - Cacahuète d'atomes froids, 155
  - CHARLI, 145
  - Libre parcours moyen, 92
  - Paramètre de saturation, 93
- Réflectance, 91
- Reflectance, 108
- Température limite, 101
- Temps de vie, 91
- Temps de vol, 153
- Cône de résonance, 88
- Coefficient de diffusion, 103
- Coefficient de friction, 101
- Densité de mode, 92
- Figure de mérite, 91
- Force de friction, 98
- Force isotrope, 96
- Paramètre de saturation, 90
- Taux de pertes, 106
- Vitesse limite, 88
- Matrices de Pauli, 12
- OFHC, 224
- Opérateur dipolaire magnétique, 12
- Oscillateur
  - D.R.O., 17
  - O.C.R.S., 17
  - O.U.S., 17
- Réflectance
  - Rugosité, 110
  - Réflectance effective, 111
- Régime de Lamb-Dicke, 76
- Ramsey, 14
- Refroidissement en cellule
  - Motivations, 43
  - Taux de capture, 105
- Séquence temporelle, 66
- Seconde, 5
- Spin fictif, 12
- Stabilité de fréquence, 20
- Tavelures

Contraste, 135  
Distribution de probabilité, 134  
Fonction d'auto-corrélation, 135  
Loi de probabilité conjointe, 133  
Loi de probabilité marginale, 134  
Marche aléatoire, 133

Vitesse de capture, 106

$x(t)$ , 19

$y(t)$ , 19

## Résumé

L'objectif du projet HORACE est la réalisation d'horloges compactes embarquées de haute performance en fréquence à l'aide d'atomes froids de Cs. Dans ce mémoire, on discute d'abord le mode de fonctionnement original d'HORACE où toutes les interactions appliquées aux atomes de  $^{133}\text{Cs}$  ont lieu dans la cavité micro-onde (refroidissement, interrogation, détection), selon une séquence purement temporelle. On montre que la stabilité relative de fréquence peut être  $< 1 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$ , et dépendra des caractéristiques du refroidissement, comme la taille du nuage et le taux de capture, et des performances en fréquence de l'oscillateur local à des fréquences de Fourier de qq.  $10\text{Hz}$  (effet de repliement de spectre). Les méthodes de détection par fluorescence (populations) et par "radiation damping" (cohérences) sont décrits et discutés. La deuxième partie du mémoire présente un modèle de refroidissement Doppler dans une cellule réfléchissante ou diffusante, basé sur une étude du champ laser moyen dans la cellule. On montre alors que la figure de tavelure 3D permet des mécanismes de refroidissement Sisyphé. La troisième partie du mémoire est consacrée à l'étude expérimentale du refroidissement subDoppler dans une cavité micro-onde sphérique polie au niveau optique utilisée comme cellule. L'étude démontre que plus de  $3 \cdot 10^7$  atomes froids sont refroidis dans les puits de potentiels lumineux de la figure de tavelure 3D. Les constantes de temps de thermalisation  $\sim 30$  fois plus longs que dans une configuration  $Lin \perp Lin$  prédits par le modèle ont été vérifiés expérimentalement. Des températures de  $\sim 2\mu\text{K}$  ont été mesurées par temps de vol. La dernière partie du mémoire décrit la réalisation et l'accord en fréquence de la cavité micro-onde sphérique, et les principaux déplacements relatifs de fréquence attendus dans le bilan d'exactitude d'Horace. Ces derniers sont dus au déphasage du champ micro-onde pulsé et au déplacement relatif de fréquence collisionnel entre atomes froids au niveau de quelques  $10^{-13}$ .

**Mots clefs** horloges atomiques, stabilité de fréquence, refroidissement laser, refroidissement en cellule, champ de tavelures 3D.

## Abstract

The aim of the Horace project is the realisation of on-board high frequency performance and compact atomic clocks thanks to cold Cs atoms. In this thesis, we first discuss the original operation of Horace, where all interactions are applied in the micro-wave cavity (cooling, interrogation and detection), according to a pure temporal scheme. We show that the relative frequency stability can be  $< 1 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$ , depending on one hand on the cooling features, as the atomic cloud size and the capture rate, and on the other hand on the frequency performances of the local oscillator at Fourier frequency of a few 10 Hz (aliasing effect). Detection schemes by fluorescence (population) and radiation damping (coherence) are described and discussed. The second part of the thesis depicts a Doppler model in a reflective or diffusive cell, on the basis of the study of the mean laser field in the cell. Then we show that the 3D speckle pattern allows Sisyphus cooling to occur. The third part of the thesis is devoted to the experimental study of sub-Doppler cooling in an optically polished reflective spherical micro-wave cavity, used as a cell. The study demonstrates that more than  $3 \cdot 10^7$  cold atoms are cooled in the 3D speckle light wells. Thermalization times  $\sim 30$ -fold longer than in a  $Lin \perp Lin$  configuration were observed, as predicted by theory. Time-of-flight measurements revealed temperatures as low as  $\sim 2\mu\text{K}$ . The last part of the thesis describes the realisation and the tuning of a spherical microwave cavity, and the main relative frequency shifts expected in the accuracy budget of Horace. Namely this is the phase shift due to the micro-wave switch and the collisional relative frequency shift, both expected at a few  $10^{-13}$  level.

**Key words** Atomic clocks, frequency stability, laser cooling, laser cooling in cell, 3D speckle field.