



**HAL**  
open science

# Modélisation chimico-mécanique du comportement des bétons affectés par la réaction d'alcali-silice et expertise numérique des ouvrages d'art dégradés

Kefei Li

► **To cite this version:**

Kefei Li. Modélisation chimico-mécanique du comportement des bétons affectés par la réaction d'alcali-silice et expertise numérique des ouvrages d'art dégradés. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2002. Français. NNT: . tel-00005678

**HAL Id: tel-00005678**

**<https://pastel.hal.science/tel-00005678>**

Submitted on 5 Apr 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

# THÈSE

présentée et soutenue le 13 Septembre 2002 par

Kefei LI

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE  
DES PONTS ET CHAUSSÉES

**Spécialité :** Structures et Matériaux

**Titre :**

Modélisation chimico-mécanique du comportement des bétons affectés par la réaction d'alcali-silice et expertise numérique des ouvrages d'art dégradés

**Composition du jury :**

Hélène ZANNI	Présidente
Fanz-Josef ULM	Rapporteur
Denis AUBRY	Rapporteur
Bruno GERARD	Examineur
Jacky MAZARS	Examineur
Olivier COUSSY	Directeur de thèse

Thèse préparée au sein du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris 15<sup>e</sup> et du Laboratoire des Matériaux et des Structures du Génie Civil, Champs-sur-Marne.



# Remerciement

Je souhaite remercier Madame Hélène Zanni, qui accepte de présider mon jury de thèse ainsi que Professeurs Denis Aubry et Franz-Josef Ulm, qui ont accept e le lourd travail d'être rapporteurs de ce mémoire. Je tiens également à rendre ma gratitude à Messieurs Bruno Gérard et Jacky Mazars d'avoir participé à l'évaluation de ce travail.

La première phase de ce travail était réalisée pendant mon stage au sein du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées sous la direction de Madame Catherine Larive, à qui je dois une explication patiente des résultats expérimentaux, et puis Professeur Franz-Josef Ulm, qui m'a beaucoup inspir e dans le domaine de mécanique et à qui je dois nombreuses idées dans cette thèse. Mes plus profonds remerciements s'adressent à Monsieur Olivier Coussy, mon directeur de thèse, qui a su m'infiltrer un esprit de recherche à la fois rigoureux et vivant malgré mes difficultés scientifique et linguistique.

Mes gratitudes sont également destinées à ceux qui m'aident pendant la thèse et qui rendent le travail finalement présentable :   Messieurs Patrick Dangla, Teddy Fenchong et Jean-Noël Roux pour leurs patientes aides linguistiques sur mon manuscrit ; à l'équipe de CESAR-LCPC sous la direction de Monsieur Pierre Humbert pour leur aide de l'utilisation du logiciel ; aux participants au thème de recherche OA14 du LCPC, en particulier Monsieur Bruno Godart, Madame Mahut et Monsieur Jean-François Seignol, pour leur aide de la rédaction technique ; à Monsieur Jean-Luc Clement et Monsieur Jean-Louis Tailhan du LCPC pour les nombreuses discussions sur les calculs de structures.

Je profite de cette occasion pour donner ma reconnaissance à l'ancienne Section Modélisation Mécanique du LCPC (sous la direction de Monsieur Patrick Dangla) et au personnel (secrétariat, doctorants, collègues etc.) du Laboratoire des Matériaux et des Structures du Génie-Civil où j'ai profité d'une condition de travail agréable. Ma reconnaissance est également rendue à ceux qui m'aident à surmonter les difficultés pendant mon séjour en France, en particulier, à Professeur Edmond Lisle et son épouse Sophie Lisle à l' cole Nationale des Ponts et Chaussées ;   Monsieur Man Yick Lau et son épouse Louisa Lau au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

  la fin de cette liste se trouvent mes proches, en particulier mon épouse Xu Yue, qui a beaucoup donn e pour mon travail.



# Résumé

À la demande réelle d'une maintenance des ouvrages d'art en béton affectés par la réaction d'alcali-silice, les travaux effectués dans ce rapport concernent effectivement une modélisation mécanique du gonflement du matériau induit par la formation du produit chimique ainsi qu'une méthode d'expertise des structures réellement touchées. La modélisation du comportement du matériau nécessite la précision de deux aspects radicaux : la cinétique de l'expansion du produit et la réponse mécanique à cette expansion interne. Issus de la thermodynamique du béton affecté en tant qu'un système chimico-mécanique, l'avancement chimique de réaction et la réponse mécanique se trouvent dans la même description. Au sens chimique, l'expansion du gel est d'abord représentée par l'avancement de la formation d'un gel simple, et puis approfondie par deux sous-processus : la formation de gel et le vieillissement de gel vis-à-vis de la condition hydrique. Quant à la réponse mécanique du matériau, le béton est premièrement supposé élastique et puis élastoplastique. Ayant ces deux aspects radicaux traités ainsi, on procède à aborder l'expertise numérique des structures affectées dans un contexte complet du traitement des ouvrages d'arts touchés, d'où les données disponibles pour l'expertise sont capturées. En analysant ces données au niveau d'une structure ainsi qu'au niveau d'une éprouvette extraite, le calibrage des modèles chimico-mécanique est formulé sous la forme d'un problème inverse, qui, en outre, est précisé en deux sous-problèmes vis-à-vis des données analysées. Le calibrage est achevé par la proposition d'un algorithme ayant un critère de convergence proposé. Une méthode numérique d'expertise est ainsi complétée, représentant une partie essentielle de la méthodologie globale de traitement des structures. Cette méthode est appliquée aux cas réels des ouvrages affectés : un pylône en béton armé d'un pont suspendu en France et une pile en béton armé d'un pont métallique en Afrique équatoriale.

## MOTS CLÉS

**Réaction d'alcali-silice, Gonflement interne, Thermodynamique, Couplage chimico-mécanique, Chimico-élasticité, Vieillissement, Chimico-plasticité, Strategie de traitement, Expertise structurale, Éléments finis**



# Abstract

In this thesis, appealed by a real need of numerical assessment of ASR-affected concrete structures, the mechanical modeling of this material internal swelling induced by the formed amorphous gel and its passage to a consistent structure evaluation method are the very objectives of the work presented here. For the mechanical modeling two basic aspects are treated: the kinetics of the internal gel expansion and the mechanical response of the concrete material to this internal expansion. Issu from a thermodynamic description of the affected concrete as a reactive mechanical medium, the chemical extent and the mechanical response of material are described in a uniform theoretical framework. For the chemical reaction, the gel expansion is firstly denoted by a formation extent of a simple gel, and then deepened as a formation-ageing process of the formed gel to consider the gel expansion capacity with respect to the different external water supply. As for the material response to the internal formation of gel, the medium is assumed to be elastic and then elastoplastic. With these two basic aspects treated for a mechanical modeling, the problem of structural assessment is proposed in the context of an overall structure maintenance strategy, where the available collected data for a structural assessment are captured. With these data analysed on the levels of structure and of an extracted concrete specimen, the calibration of the chemical-mechanical model is fulfilled by an engineering inverse problem, which is furthermore precised by two sub-problems. With a criterion of convergence of the inverse problems, an algorithm is proposed to resolve the chemical-mechanical *in situ* material parameters. Then a complete numerical assessment method, an essential part of the overall structure maintenance strategy, is accomplished. As the application, this method is applied to two real structure cas: an ASR-affected reinforced concrete pylon of a suspension bridge and a reinforced concrete pier of a metallic railway bridge.

## KEY WORDS

**Alkali-silica reaction, Concrete swelling, Thermodynamic, Chemical-mechanical coupling, Chemical-elasticity, Aging, Chemical-plasticity, Maintenance strategy, Structural assessment, Finite element**





# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction à l'Alcali-Réaction</b>	<b>17</b>
<b>1</b>	<b>Béton affecté par l'alcali-réaction</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>Mécanismes chimiques de réaction</b>	<b>23</b>
2.1	Mécanismes chimiques proposés . . . . .	23
2.2	Gonflement chimico-mécanique du matériau . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Problématique actuelle</b>	<b>29</b>
3.1	Motivation d'étude . . . . .	30
3.2	Démarches envisagées . . . . .	31
<b>II</b>	<b>Modélisation Chimico-Mécanique</b>	<b>33</b>
<b>1</b>	<b>Retrospective des modélisations mécaniques</b>	<b>35</b>
1.1	Modélisation microscopique . . . . .	36
1.2	Modélisation mésoscopique . . . . .	38
1.3	Modélisation macroscopique . . . . .	41
1.4	Conclusions . . . . .	44
<b>2</b>	<b>Chimico-élasticité de gonflement</b>	<b>47</b>
2.1	Couplage chimico-mécanique dans un milieu poreux . . . . .	47
2.1.1	Avancement d'une réaction et thermodynamique des solides déformables . . . . .	48
2.1.2	Premier modèle chimico-élastique unidimensionnel . . . . .	51
2.1.3	Extension tridimensionnelle . . . . .	58
2.1.4	Étude micromécanique d'anisotropie . . . . .	59
2.2	Approfondissement de la cinétique . . . . .	65
2.2.1	Gonflement chimico-élastique du gel vieillissant . . . . .	67
2.2.2	Expansion initiale : un processus de remplissage . . . . .	70
2.2.3	Paramètres du modèle chimico-élastique vieillissant . . . . .	72

<b>3</b>	<b>Chimico-plasticité de gonflement</b>	<b>77</b>
3.1	Couplage chimico-mécanique dans un milieu élastoplastique . . . . .	77
3.2	Modèle à plasticité induite . . . . .	80
3.2.1	Implication d'une plasticité induite . . . . .	82
3.2.2	Extension tridimensionnelle . . . . .	84
3.3	Modèle à plasticité couplée . . . . .	86
3.3.1	Implication d'une plasticité couplée . . . . .	88
3.3.2	Extension tridimensionnelle . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Bilan des modèles</b>	<b>95</b>
4.1	Modèles chimico-mécaniques disponibles . . . . .	95
4.2	Utilisation des modèles . . . . .	96
<b>III</b>	<b>Dégradation Hydro-thermo-chimico-mécanique</b>	<b>99</b>
<b>1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>101</b>
<b>2</b>	<b>Diffusion thermique et transport hydrique dans le béton</b>	<b>105</b>
2.1	Diffusion thermique linéaire . . . . .	105
2.2	Transport hydrique non linéaire . . . . .	106
<b>3</b>	<b>Longueurs caractéristiques</b>	<b>111</b>
3.1	Longueur thermique . . . . .	111
3.2	Longueur hydrique . . . . .	115
<b>4</b>	<b>Cas d'étude</b>	<b>119</b>
4.1	Barrage: Dégradation thermo-chimico-mécanique . . . . .	119
4.2	Mur de soutènement: Dégradation hydro-chimico-mécanique . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>133</b>
<b>IV</b>	<b>Méthode d'Expertise des Structures</b>	<b>135</b>
<b>1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>137</b>
1.1	Contexte complet du traitement des structures atteintes . . . . .	138
1.2	Méthode numérique d'expertise . . . . .	140
1.3	Utilisation des modèles chimico-mécaniques . . . . .	141
<b>2</b>	<b>Méthode numérique d'expertise</b>	<b>143</b>
2.1	Analyse des informations collectées . . . . .	143
2.1.1	Trois sources d'information . . . . .	143
2.1.2	Information de la structure . . . . .	146
2.1.3	Information d'une éprouvette extraite . . . . .	146

2.2	Calage des modèles . . . . .	147
2.2.1	Critère de calage . . . . .	148
2.2.2	Algorithme de calage . . . . .	150
2.3	Méthode numérique d'expertise . . . . .	152
<b>3</b>	<b>Application I: Pont Suspendu</b>	<b>157</b>
3.1	Analyse des données . . . . .	157
3.2	Calage des modèles . . . . .	159
3.3	Évaluation du comportement du pylône . . . . .	162
<b>4</b>	<b>Application II: Pont métallique</b>	<b>167</b>
4.1	Analyse des données . . . . .	167
4.2	Calage des modèles . . . . .	169
4.3	Évaluation de la dégradation évolutive . . . . .	171
4.4	Justification d'un renforcement par précontrainte . . . . .	176
<b>5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>181</b>
<b>V</b>	<b>Conclusions Générales</b>	<b>183</b>
<b>VI</b>	<b>Annexe</b>	<b>191</b>
<b>A</b>	<b>Solution EF de la chimico-élasticité</b>	<b>193</b>
<b>B</b>	<b>Solution EF de la chimico-plasticité</b>	<b>201</b>
<b>C</b>	<b>Solution EF du transport hydrique dans béton</b>	<b>209</b>
	<b>Références</b>	<b>213</b>



# Table des figures

1.1	Dégradation locale de l'alcali-réaction (LCPC 1999) . . . . .	20
1.2	Dégradation structurale par l'alcali-réaction (LCPC 1999) . . . . .	20
1.3	Barrage de Mactaquac (Canada) . . . . .	21
1.4	Barrage de Chambon (France) . . . . .	21
2.1	Produit amorphe de la réaction d'alcali-silice (LCPC, Paris) . . . . .	24
2.2	Expansion des éprouvettes sous différentes humidités avec une température ambiante $\theta = 38^{\circ}C$ (Larive 1998) . . . . .	26
2.3	Expansion des éprouvettes sous différentes températures dans une ambiance humide ( $h = 92\%$ ) (Larive 1998) . . . . .	26
3.1	Problème : quantifier l'évolution de la dégradation structurale d'un pont affecté . . . . .	30
2.1	Chimico-élasticité du gonflement . . . . .	51
2.2	Courbe typique d'expansion libre des éprouvettes réactives . . . . .	55
2.3	Expansion libre et la prise de l'eau des éprouvettes (Larive 1998) . . . . .	56
2.4	Anisotropie du gonflement libre d'une éprouvette réactive (Larive 1998) . . . . .	58
2.5	Gonflement anisotropique des éprouvettes réactives sous compression (Larive 1998) . . . . .	60
2.6	Pore représentatif idéalisé comme un ellipsoïde (Flèches pointillées désignent la direction de compression) . . . . .	63
2.7	Gonflement anisotropique en fonction du rapport $a/b$ . . . . .	64
2.8	Corrélation éventuelle entre $\delta a/b_0$ et la compression . . . . .	64
2.9	Expansion d'une éprouvette soumise à une arrivée de l'eau tardive (Larive 1998) . . . . .	67
2.10	Écart entre la prédiction et l'observation . . . . .	70
2.11	Prédiction avec une phase initiale de remplissage . . . . .	71
2.12	Concordance entre les expansions libres mesurée (Larive 1998) et prédite par le modèle chimico-élastique vieillissant . . . . .	74
3.1	Chimico-plasticité du gonflement . . . . .	79
3.2	Modèle équivalent de chimico-plasticité . . . . .	79
3.3	Chimico-plasticité induite du gonflement du gel d'alcali-réaction . . . . .	81
3.4	Chimico-plasticité couplée du gonflement du gel d'alcali-réaction . . . . .	87

1.1	Prise de l'eau équivalente pour la réactive et la non-réactive (Larive 1998) .	102
1.2	Couplages retenus (lignes continues) et négligés (lignes pointillées) dans l'évaluation de la dégradation structurale . . . . .	103
2.1	Saturation de l'eau en fonction de l'humidité relative . . . . .	109
3.1	Cinétique simplifiée du gonflement . . . . .	113
3.2	Longueur caractéristique en fonction de la température et de l'humidité ambiantes . . . . .	113
4.1	Barrage-poids sous un gradient thermique et son maillage de calcul (CESAR-LCPC) . . . . .	120
4.2	Contrainte accumulée à cause du gonflement chimique ( $t = 5$ ans) . . . . .	121
4.3	Développement de la déformation irréversible ( $t = 7$ ans) . . . . .	121
4.4	Délamination du béton à la surface de l'aval ( $t = 8$ ans) . . . . .	122
4.5	Dégradation de la surface à l'aval ( $t = 15$ ans) . . . . .	122
4.6	Mur de soutènement sous l'attaque de l'eau stagnante . . . . .	128
4.7	Distributions hydriques : (a) à la fin du séchage ( $t = 5$ ans); (b) deux ans après l'attaque de l'eau stagnante ( $t = 7$ ans) . . . . .	129
4.8	Contrainte de compression à la fin du séchage ( $t = 5$ ans) . . . . .	130
4.9	Dégradation du mur réactif à l'attaque de l'eau stagnante ( $t = 5, 5$ ans) . .	130
4.10	Délamination extensive du matériau à la surface de l'attaque ( $t = 6$ ans) . .	131
1.1	Méthodologie de traitement et de suivi des ouvrages atteints . . . . .	139
1.2	Problème inverse dans la méthode numérique . . . . .	141
1.3	Comparaison entre l'état mécanique d'une éprouvette au laboratoire (a) et celui d'une carotte extraite d'une structure affectée (b) . . . . .	142
2.1	Analyse de données sur une structure affectée représentative . . . . .	144
2.2	Problèmes inverses précisés par les sources d'information . . . . .	144
2.3	Méthode d'expertise complète pour une structure affectée . . . . .	154
3.1	Pont suspendu (France) affecté par l'alcali-réaction . . . . .	158
3.2	Panorama de la structure du pont suspendu . . . . .	158
3.3	Expansion résiduelle d'une éprouvette représentative carottée du pylône . .	160
3.4	Suivi de la variation de l'aire de la section du pylône . . . . .	160
3.5	Variations de l'aire estimée et mesurée . . . . .	161
3.6	Maillages du béton et du ferrailage dans le pylône (CESAR-LCPC) . . . .	164
3.7	Évolution des contraintes dans trois groupes de barres d'acier . . . . .	165
4.1	Pont métallique en question (Afrique équatoriale) . . . . .	168
4.2	Pile affectée par l'alcali-réaction et sa géométrie . . . . .	168
4.3	Humidité relative $h_s(x, t = 2001)$ dans la pile (CESAR-LCPC) . . . . .	170
4.4	Histoire thermo-hydrique de l'éprouvette carottée . . . . .	170
4.5	Expansion résiduelle d'une éprouvette représentative . . . . .	171

4.6	Calage au niveau de la structure . . . . .	172
4.7	Maillage de la pile du calcul thermo-hydro-chimico-mécanique (CESAR-LCPC) . . . . .	174
4.8	Dégradations identifiées par le calcul et états mécaniques des éprouvettes extraites ( $t = 1995$ ) . . . . .	175
4.9	Avancement du gonflement chimique et déformation irréversible dans la pile ( $t = 2001$ ) . . . . .	175
4.10	Projet de renforcement et le maillage du calcul de reprise (CESAR-LCPC)	179
4.11	Avancement du gonflement chimique et état mécanique 5 ans après l'intervention ( $t = 2005$ ) . . . . .	180
4.12	Variations de distance entre la paroi de la vieille pile et celle du nouveau béton : rapprochement (négatif) ou détachement (positif) . . . . .	180
1	Mécanisme de la mise en gonflement du béton armé par l'expansion du gel ( $\sigma_u^a$ : traction dans le béton; $\sigma_u^b$ : traction dans l'acier) . . . . .	186





# Liste des tableaux

2.1	Paramètres chimico-élastiques . . . . .	56
2.2	Corrélation entre les paramètres et l'humidité relative . . . . .	56
2.3	Gonflement anisotropie vis-à-vis du niveau de compression (Larive 1998) . . . . .	60
2.4	Paramètres déterminés du modèle chimico-élastique vieillissant . . . . .	74
4.1	Equations constitutives et paramètres des modèles unidimensionnels . . . . .	97
4.2	Equations constitutives et paramètres des modèles tridimensionnels . . . . .	97
2.1	Paramètres du transport hydrique non linéaire au sein du béton . . . . .	109
4.1	Paramètres employés dans le calcul du barrage . . . . .	120
4.2	Paramètres utilisés dans le calcul du mur de soutènement . . . . .	129
3.1	Ensemble de groupes de paramètres chimico-mécaniques du pylône . . . . .	160
3.2	Paramètres utilisés dans l'expertise du pylône en béton armé . . . . .	164
4.1	Ensemble de groupes de paramètres chimico-mécaniques de la pile . . . . .	172
4.2	Paramètres employés dans l'expertise de la pile en béton armé . . . . .	174
4.3	Paramètres utilisés dans le calcul de reprise de la pile . . . . .	179



# Première partie

## Introduction à l'Alcali-Réaction



# Chapitre 1

## Béton affecté par l'alcali-réaction

Les matériaux cimentaires comme le béton sont utilisés depuis l'époque romaine en génie-civil pour leur dureté et longévité<sup>1</sup>. Néanmoins, ces matériaux sont “vivants” et peuvent subir des dégradations d'origine chimique (Baron et Olivier 1992). C'est ainsi que l'on sait depuis un demi-siècle que le béton durci peut être endommagé par une réaction chimique interne appelée alcali-réaction. Suite à la découverte, peu après leur mise en service, de fissures extensives de nombreux ouvrages d'art en béton construits pendant les années 1920 et 1930 en Californie (Swamy 1992), l'hypothèse d'une réaction chimique interne entre le granulats et les éléments alcalins dans la pâte cimentaire, responsable de la dégradation de ces structures, est émise par Stanton en 1940 (Stanton 1940). Un an après, sa présence dans la dégradation structurale de *Parker Dam* (Californie)<sup>2</sup> est mise en évidence par Blanks (1941) et Meissner (1941). Depuis, l'alcali-réaction est devenue une vraie préoccupation pour le monde du génie-civil au fur et à mesure de sa détection dans de nombreux ouvrages d'art.

La dégradation du béton par l'alcali-réaction est due à la mise en pression du matériau par un gonflement important du produit issu de la réaction chimique. Puisque cette dégradation résulte du matériau constitutif de l'ouvrage d'art, cette pathologie est souvent surnommée “le cancer” des ouvrages d'art. La dégradation typique entraînée par l'alcali-réaction sur un ouvrage d'art en béton (armé ou non, précontraint ou non) peut être observée à la fois aux échelles locale et globale. La figure (1.1) montre que le gonflement du produit d'alcali-réaction a créé une fissure d'une telle intensité que la barre d'acier a été rompue à cause de l'élongation imposée par le béton réactif autour. Une dégradation à l'échelle de la structure est montrée sur la figure (1.2) : le gonflement interne du matériau arrive à créer une flèche tellement importante dans le tablier du viaduc qu'une intervention s'est avérée nécessaire. Une catégorie de structures extrêmement vulnérables à cette réaction interne sont les barrages qui ont des dimensions importantes et créent des difficultés considérables pour des interventions ou bien des réparations éventuelles. Un cas connu en ingénierie hydraulique concerne le barrage Mactaquac (New Brunswick, Canada), cf. Fig. (1.3) : le gonflement continu de ce barrage de gravité de 40 m de haut

---

1. <http://matse1.mse.uiuc.edu/tw/concrete/hist.html>

2. <http://www.acres.com/aar/aar/prj58.htm>



FIG. 1.1 – *Dégradation locale de l'alcali-réaction (LCPC 1999)*



FIG. 1.2 – *Dégradation structurale par l'alcali-réaction (LCPC 1999)*

accumulait dans la structure une compression si importante que l'on fut obligé de libérer la contrainte en coupant la structure mécaniquement. Huit interventions ont déjà été effectuées et deux autres sont planifiées. Le barrage de Chambon, cf. Fig.(1.4), est classé comme un ouvrage touché depuis les années 1970 et est sous surveillance permanente.

D'après les statistiques, aucun pays n'est épargné par cette pathologie au niveau de son infrastructure des ouvrages d'art. En France, plusieurs centaines de structures en béton, y compris les ouvrages routiers, sont actuellement concernés. Ce parc de structures a coûté plus de 2 milliards de francs (Larive 1999), ce qui a motivé les recherches menées sur l'alcali-réaction. Jusqu'à maintenant onze<sup>3</sup> congrès internationaux ont été consacrés à l'alcali-réaction (CRIB 2000). De façon grossière, les recherches effectuées pourraient être classées en trois thèmes principaux: (i) le mécanisme chimique de l'alcali-réaction afin de trouver l'origine de cette pathologie; (ii) les méthodes d'expertise du matériau, s'appuyant sur la connaissance chimique acquise, tant pour déterminer la réactivité entre les composants du matériau que pour détecter l'existence de l'alcali-réaction dans le matériau; (iii) les méthodologies systématiques pour la gestion et le traitement des ouvrages d'art atteints.

En ce qui concerne les mécanismes chimiques (ou bien physico-chimiques) de la réaction, des résultats importants ont été obtenus bien qu'un mécanisme universellement accepté ne soit pas encore disponible actuellement (Chatterji 2000). Ces résultats nous permettent de proposer des réglementations sur la composition des bétons, par exemple la limitation courante de 0,6% de teneur d'alcalin équivalente ( $Na_2O_{eq}$ ) dans le ciment ou bien une limitation adaptée à l'importance et à l'environnement des ouvrages (LCPC 1991) (LCPC 1994). Une application directe de ces résultats est la méthode d'essai accéléré, qui permet de déterminer rapidement la réactivité d'un granulat vis-à-vis d'un ciment spécifique. De nombreuses méthodes d'essai accéléré ont été normalisées dans les normes générales (ASTM 1994) (RILEM 2000). Grâce à ces réglementations et méthodes d'essai, le risque de cette pathologie est considérablement réduit dans la fabrication de

3. Le douzième congrès international de l'alcali-réaction en béton est en pleine préparation à Beijing (Chine, 2004).

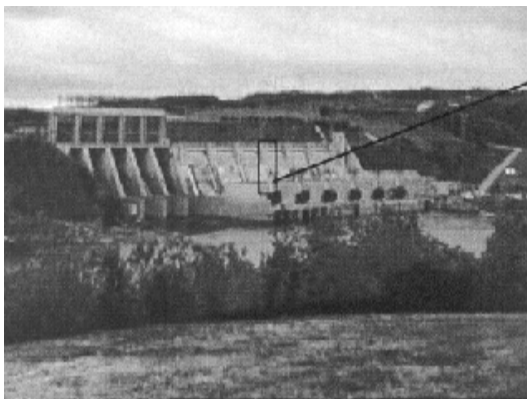


FIG. 1.3 – *Barrage de Mactaquac (Canada)*



FIG. 1.4 – *Barrage de Chambon (France)*

nouveaux bétons ainsi que dans la construction des nouveaux ouvrages d'art.

Quant aux méthodes d'expertise des matériaux, plusieurs moyens sont disponibles afin de déterminer l'existence de cette réaction. Une méthode préventive, la pétrographie, permet d'identifier dans les granulats les composants minéraux susceptibles d'être alcalin-réactifs (Le Roux et al. 1999). Le microscope électronique à balayage (MEB) peut repérer directement l'existence des produits de réaction dans la microstructure du béton. L'essai de fluorescence des ions uranyles met en évidence l'existence des produits de réaction par les images, voire quantifie les zones à risque par rapport à la surface du matériau (LPC 1993). Quant au traitement d'un ouvrage d'art touché par la réaction, une méthodologie systématique de diagnostic et de prédiction du comportement des structures dégradées est attendue par les ingénieurs et les propriétaires.

Si les deux premiers thèmes sont suffisamment traités, l'étude sur le dernier reste encore incomplet. En effet, l'étude du traitement des ouvrages d'art réellement touchés concerne : (a) d'abord les essais de gonflement du matériau ou de la structure sous des conditions de laboratoire pour maîtriser l'impact de ce gonflement interne sur le comportement du matériau ou de la structure ; (b) puis les méthodes de suivi de structure pour caractériser le gonflement *in situ* ; (c) finalement une méthodologie de traitement de structures dégradées qui inclut les résultats des deux étapes précédentes et qui éventuellement donne une évaluation du comportement des structures en fournissant une base de données pour la décision gestionnaire, e.g. un programme de renforcement ou de réparation.

Ce sujet est traité depuis 1990 au sein du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) par un groupe de thèmes de recherche allant de la mise au point d'essai rapide à une méthode de traitement des ouvrages. Une campagne intensive d'essais a été réalisée à Paris sur le comportement mécanique de béton réactif (Larive 1998). À la suite de cette étude, les essais sur des structures réactives sont en cours (Multon et al. 2002). Depuis 1999, un guide provisoire est sous étude pour le traitement et le suivi des ouvrages d'art atteints afin de synthétiser tous les éléments acquis.

Dans le deuxième chapitre, les mécanismes chimiques d'alcali-réaction sont brièvement rappelés puisqu'ils fournissent la base de connaissance pour tous les travaux à effectuer.



Dans le chapitre 3, la motivation de cette thèse est abordée dans le contexte d'une méthodologie globale de traitement des ouvrages d'art réellement touchés. Et puis les questions principales concernées sont formulées concrètement. Enfin, les démarches envisagées sont données pour répondre aux questions posées.

# Chapitre 2

## Mécanismes chimiques de réaction

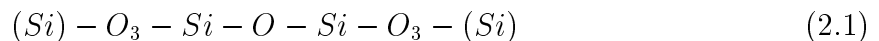
La mise en évidence du mécanisme de l'alcali-réaction est à l'amont de tous les travaux engagés à ce sujet dans le domaine du génie-civil. Les mécanismes chimiques sont brièvement évoqués dans ce chapitre de sorte que les caractéristiques de cette réaction puissent être saisies au niveau du comportement du matériau. Une discussion détaillée du mécanisme chimique lui-même est sans doute hors de portée de cette thèse.

### 2.1 Mécanismes chimiques proposés

Le terme "alcali-réaction" groupe plusieurs types de réactions : la réaction alcali-silice, la réaction alcali-carbonate et la réaction alcali-silicate. Vu sa prédominance dans la dégradation des ouvrages d'art observée, seule la réaction alcali-silice (RAS) est concernée dans ce texte. Sauf mention particulière, on se réfère toujours à ce type d'alcali-réaction dans la suite. La figure (2.1) montre un produit typique<sup>1</sup> de cette réaction qui peut potentiellement gonfler et créer des désordres dans la microstructure des bétons.

#### Attaque de ponts siloxanes

Il est largement admis que le processus de formation et d'expansion du produit gonflant s'amorce par l'attaque des ponts siloxanes, i.e. les groupes



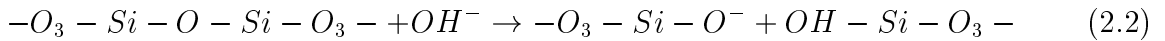
présents dans les granulats réactifs, par les ions hydroxyles  $OH^-$  dans la solution interstitielle alcaline (Dent Glasser and Kataoka 1981a). Cette attaque à l'interface solution-granat commença par la rupture de la liaison  $Si - O - Si$  au milieu :

---

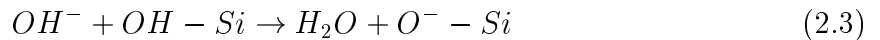
1. Il est à noter que les produits issus de cette réaction sont très variés, donc on ne s'adresse qu'à celui qui est potentiellement gonflant.



FIG. 2.1 – *Produit amorphe de la réaction d'alcali-silice (LCPC, Paris)*



Cette rupture est favorisée par l'existence de défauts cristallins de la silice dans le granulat (Dent Glasser and Kataoka 1981b), par lesquels on reconnaît géologiquement un granulat réactif. Issue de cette réaction la silice est encore attachée au réseau siloxane par trois liaisons  $(Si) - O_3$ . Dans un environnement assez alcalin, les ions hydroxydes  $OH^-$  peuvent en outre rompre ces trois liaisons en remplaçant les atomes d'oxygène :  $OH - Si - (OH)_3$  si bien qu'il est détaché complètement du réseau siloxane du granulat. Un des atomes d'hydrogène dans les groupes hydroxydes  $(OH)$  peut se combiner avec les ions  $OH^-$  libres :



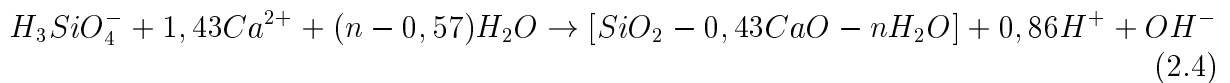
où la charge négative est équilibrée par les cations  $(Na^+, K^+)$  présents dans la solution interstitielle. Suivant le nombre d'atomes d'hydrogène rempacés, une série de produits intermédiaires sont possibles :  $H_4SiO_4$ ,  $H_3SiO_4^-$  et  $H_2SiO_4^{2-}$ . Leur concentration dépend fortement du degré d'alcalinité de la solution interstitielle (Dron and Brivot 1992). Il est à noter que le processus des réactions (2.2) et (2.3) est simplifié dans un souci de clarté. En fait, le remplacement des atomes d'hydrogène pourrait bien avoir lieu avant que les trois liaisons  $(Si - O_3)$  ne soient rompues par les ions hydroxydes.

## Formation du gel gonflant

À la suite de ces produits intermédiaires, les arguments se divergent. D'après un mécanisme topo-chimique (Dent Glasser and Kataoka 1981a), au fur et à mesure de l'attaque

des ions hydroxyles un front de réaction est créé à l'interface entre le granulat et la solution. Les groupes ( $H_4SiO_4, H_3SiO_4^-, H_2SiO_4^{2-}$ ) libérés du réseau siloxane se condensent dans la solution et forment un gel, dont la composition dépend de la valeur du pH local. Il en résulte que la diffusion de la solution interstitielle dans le réseau siloxane du granulat contrôle la cinétique de formation du gel (Ulm et al. 2000). Quant à l'expansion de ce gel, il a été constaté que l'eau retenue par ce gel, cf. Eq. (2.3), a un potentiel chimique plus basse que celle présente dans la solution interstitielle, ce qui entraîne une imbibition importante du liquide par ce gel, et donc est la propre origine de l'expansion du gel formé (Power and Steinour 1955).

En revanche, le mécanisme de trans-solution souligne le rôle du cation  $Ca^{2+}$  dans la formation de gel. D'après ce mécanisme (Dron and Brivot 1992), les molécules libérées par les hydroxyles vont d'abord dans la solution interstitielle et puis diffusent à travers cette solution. Un gel peut être formé où se trouve une concentration suffisante des cations  $Ca^{2+}$ , fournie par la dissolution de portlandite  $Ca(OH)_2$ . Un produit type peut s'écrire sous la forme suivante (Larive 1998) :



où l'expansion du gel par rapport aux réactifs réside évidemment dans la formation de produit complexe  $Si - CaO - H_2O$  et donc la prise de l'eau libre dans ce complexe. Selon ce mécanisme, la cinétique de formation de gel est contrôlée par la dissolution de silice dans la solution interstitielle.

## 2.2 Gonflement chimico-mécanique du matériau

Quant à la mise en gonflement du matériau, les deux mécanismes l'attribuent à l'augmentation volumique excessive de gel formé par rapport à l'espace disponible au sein du béton. Nous cherchons dans cette section à synthétiser les résultats chimiques acquis afin de caractériser le gonflement du matériau au niveau des éprouvettes mécaniques au laboratoire ( $\sim 10$  cm).

### Humidité

Il est évident que l'eau joue un rôle important dans la formation et l'expansion du gel. Selon la réaction topo-chimique, l'eau est la cause directe d'expansion par imbibition ou par osmose alors que l'eau fait partie du produit, et fournit un milieu de transport des réactifs selon la description de trans-solution. En conséquence, le niveau de l'eau présente dans la solution interstitielle, éventuellement représenté par l'humidité interne, aurait un impact important sur le gonflement du matériau par l'expansion du gel. L'observation au laboratoire, cf. Fig. (2.2), confirme cette constatation et montre clairement la corrélation entre l'humidité ambiante et l'expansion des éprouvettes, où l'humidité influence aussi

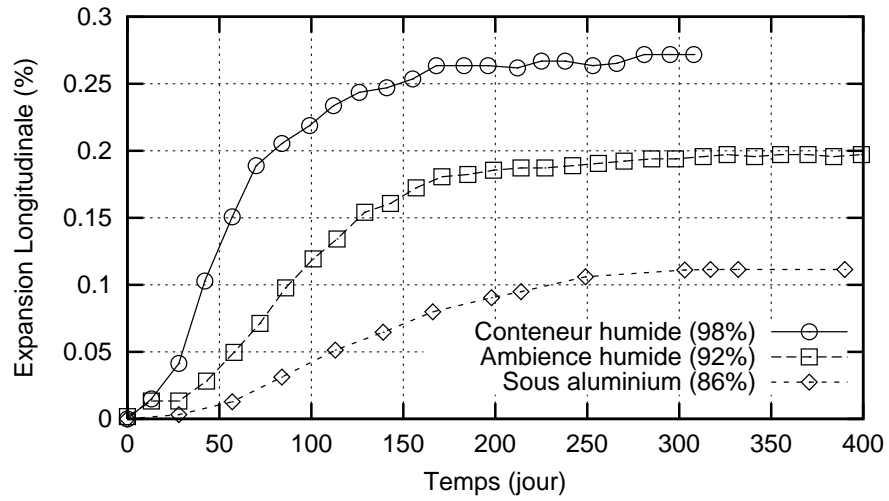


FIG. 2.2 – Expansion des éprouvettes sous différentes humidités avec une température ambiante  $\theta = 38^{\circ}\text{C}$  (Larive 1998)

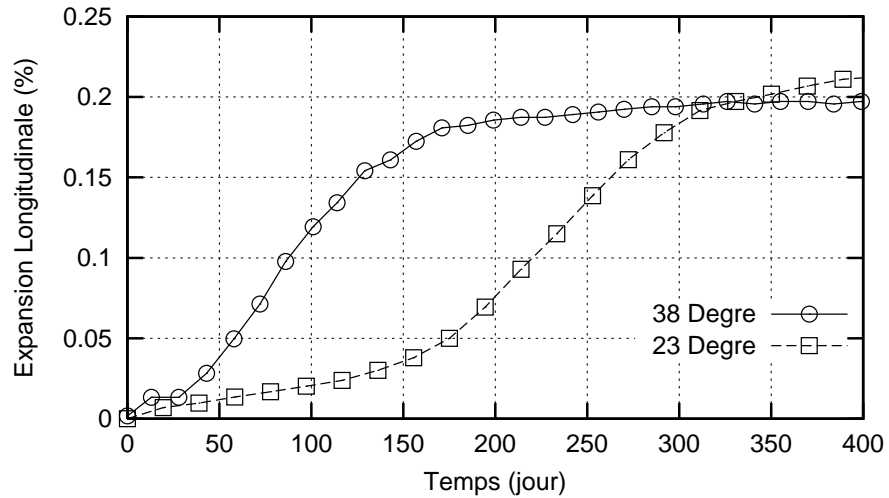


FIG. 2.3 – Expansion des éprouvettes sous différentes températures dans une ambiance humide ( $h = 92\%$ ) (Larive 1998)

bien l'amplitude que la cinétique de l'expansion. L'étude de l'impact de l'eau *liquide* sur l'expansion est donc d'un grand intérêt d'autant plus qu'une corrélation claire est mise en évidence entre le contact avec l'eau liquide et la dégradation des ouvrages d'art (LCPC 1999). Il en résulte que l'influence de l'eau sur le gonflement du matériau est une étape cruciale dans la modélisation.

## Température

Selon les mécanismes chimiques disponibles (topo-chimie ou trans-solution), la formation de gel est essentiellement une réaction des ions ( $OH^-$ ,  $Na^+$ ,  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $-O_3 - Si - O_3 -$ ). Il en résulte que la température  $\theta$  joue un rôle fondamental dans la formation du gel et donc la mise en gonflement du matériau. Par conséquent, l'impact thermique sur le comportement du gonflement des éprouvettes devient un point important dans la modélisation. De plus, cet impact est à étudier à l'échelle d'une structure dégradée. La figure (2.3) illustre l'influence de température ambiante sur l'expansion évolutive des éprouvettes, où l'amplitude d'expansion est vraisemblablement moins influencée par la température que ne l'est la cinétique d'expansion. Ces données seront exploitées en détail dans la partie ultérieure de la modélisation.

## Cinétique

Il est d'un grand intérêt de mettre en évidence la cinétique d'expansion des éprouvettes car la dégradation évolutive d'un ouvrage d'art ne peut être quantifiée qu'à travers elle. Cette cinétique d'expansion repose sur celle de formation du gel gonflant. Selon les mécanismes (topo-chimique ou trans-solution), la réaction dans un vrai milieu de béton peut se dérouler jusqu'à l'épuisement des réactifs, i.e. soit les composants dans la solution interstitielle soit la silice réactive contenue dans le granulat. Ceci veut dire que la cinétique de formation du gel pourrait être caractérisée seulement par la consommation de réactifs ou par la formation des produits. Cette hypothèse donne un appui à la description thermodynamique du déroulement de réaction dans la partie de modélisation.



# Chapitre 3

## Problématique actuelle

Suite à l'identification des mécanismes chimiques et la mise au point des méthodes d'expertise du matériau, la problématique de l'alcali-réaction réside essentiellement dans le traitement des ouvrages d'art réellement atteints. Face à un ouvrage d'art dégradé (parmi des centaines en France), les questions suivantes sont cruciales :

- Dans quelle mesure la réaction a-t-elle atteint cet ouvrage d'art et quelle est la résistance mécanique actuelle de cette structure ?
- Si la réaction et le gonflement internes se poursuivent, comment le comportement de la structure va-t-il évoluer ?
- Si une certaine réparation est à effectuer, comment prévoir ses effets sur la structure ?

Cette problématique est illustrée dans le cas d'un pont suspendu affecté par la RAS : la figure (3.1) montre l'expansion de la section d'un fût du pylône entre les années 1990 et 1999. Afin de maîtriser l'évolution du gonflement interne de l'alcali-réaction, il est nécessaire de prédire l'évolution de l'expansion de cette section après 2000.

Évidemment des résultats quantitatifs plutôt qu'empiriques sont attendus pour les réponses à ces questions. À cette fin, des efforts importants ont déjà été portés vers des essais sur le comportement des bétons réactifs en condition de laboratoire. Une telle campagne d'essais, se basant sur les résultats chimiques, a été effectuée (Larive 1998) pour étudier le comportement des bétons réactifs où le couplage entre la réaction et le comportement mécanique est mis en évidence. Cependant, à partir de ces résultats acquis en laboratoire, au moins deux étapes d'étude restent à faire pour arriver à une réponse aux questions réellement posées par les propriétaires des ouvrages. Ils concernent : (i) une modélisation mécanique incluant les observations grâce aux essais "matériaux" ; (ii) puis une méthode numérique s'appuyant sur la modélisation afin d'achever une expertise complète, tant temporelle que spatiale, du comportement des structures.



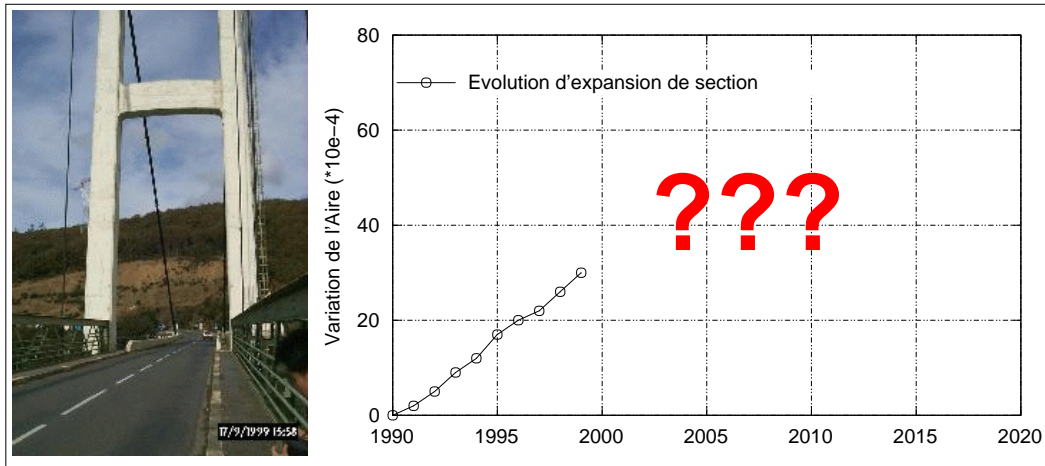


FIG. 3.1 – *Problème : quantifier l'évolution de la dégradation structurale d'un pont affecté*

### 3.1 Motivation d'étude

Afin de donner une expertise temporelle ainsi que spatiale, la première étape des travaux, i.e. la modélisation du gonflement du matériau, est censée inclure deux aspects fondamentaux : (i) la cinétique de formation-expansion du gel issu de la réaction ; (ii) la réponse mécanique du matériau à cette expansion interne d'origine chimique. C'est par la modélisation de la cinétique qu'on arrive ultérieurement à calculer l'évolution de la dégradation structurale alors que c'est par la description de la réponse mécanique de ce gonflement interne qu'on est capable de quantifier la dégradation d'un ouvrage d'art.

Néanmoins, cette étape ne nous conduit pas nécessairement à une évaluation du comportement de la structure car les modèles ne sont pas calés par rapport au béton de la structure réelle, d'où la nécessité de la deuxième étape de travaux. Celle-ci consiste à collecter et classer toutes les informations sur l'histoire du gonflement de la structure, ce qui permet alors de caler les modèles. Ce problème se traduit en fait par un problème inverse identifiant des paramètres des modèles à partir de données disponibles. Ayant calé les modèles, on peut effectuer un nouveau calcul complet (spatio-temporel) de la structure atteinte à l'aide des outils numériques (d'éléments finis). De ces résultats numériques, on arrive à constituer une base de données de l'évolution du comportement de la structure vis-à-vis de l'histoire de la réaction. Aussi cette base de données contiendra à la fois l'histoire de la dégradation, l'état actuel de la structure, et son comportement futur.

Ce sont bien ces deux étapes qui motivent les travaux effectués dans le cadre de cette thèse, on espère ainsi évaluer correctement des structures atteintes par la réaction. Cette étude a donc deux objectifs : à l'échelle du matériau, développer une modélisation chimico-mécanique du comportement d'un béton affecté en tenant compte des observations de laboratoire ; à l'échelle de la structure, mettre au point une méthode numérique tel que précédemment décrite, résoudre le problème inverse par des algorithmes numériques, et rendre cette méthode d'expertise applicable à tout type d'ouvrages d'art. Pour résumer, il s'agit donc de réaliser une expertise numérique et de proposer un outil d'expertise pour

les ingénieurs et gestionnaires.

## 3.2 Démarches envisagées

Deux problèmes sont abordés dans ce rapport : le problème de la modélisation du comportement mécanique de bétons atteints par l'alcali-réaction et celui d'une méthode numérique d'expertise structurale. De nombreuses démarches ont déjà été proposées afin d'intégrer l'existence d'un gel gonflant au sein du matériau béton. Néanmoins, les deux aspects importants de la modélisation, i.e. la cinétique d'expansion du gel et la réponse mécanique du matériau à cette expansion interne, sont rarement traités dans un même modèle.

Compte tenu de ces deux aspects, le premier volet de ce rapport est consacré à la modélisation du comportement des bétons affectés pris comme milieux poreux réactifs (Coussy 1995). Dans le cadre général thermodynamique, la dissipation de ce système ayant une réaction interne est étudiée, ce qui conduit à identifier une variable explicite d'avancement de la réaction et du gonflement. À travers ce degré d'avancement, le gonflement chimico-mécanique est introduit dans le comportement mécanique, d'abord dans un milieu élastique puis dans un milieu élastoplastique. De plus, le rôle de l'eau *liquide* est abordé par l'observation de son impact sur l'expansion du gel et celle du béton réactif en laboratoire. Calés par rapport à des essais "matériau" (Larive 1998) pour la température et l'humidité, les modèles sont alors capables de traiter le couplage thermo-hydro-chimico-mécanique dans un béton affecté. Avant de procéder à la méthode d'expertise, on profite des modèles disponibles pour étudier les caractéristiques de la réponse structurale à ce gonflement interne du matériau constitutif. Ayant des modèles numériquement implémentés dans un code par éléments finis, CESAR-LCPC du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (Paris), on tient à comprendre dans un premier temps le comportement d'une structure affectée sous sollicitations thermique et hydrique. Pour ce faire, on se met dans un contexte plus large de *Mécanique de durabilité du matériau* récemment développé par Coussy et Ulm (2001). Dans ce cas, le concept de *longueur caractéristique*, initialement introduit pour étudier le couplage chimico-mécanique du béton au jeune âge (Ulm and Coussy 2001b), est développé pour le couplage thermo-hydro-chimico-mécanique dans un béton affecté par l'alcali-réaction. Grâce à ce concept, la dégradation d'une structure affectée peut être identifiée comme sensible ou non à des gradients thermique et hydrique imposés. Ensuite un barrage de gravité et un mur de soutènement sont étudiés afin de montrer les dégradations typiques par un gradient thermique et une attaque hydrique.

Dans le deuxième volet, qui concerne la méthode d'expertise, les applications des modèles chimico-mécaniques sont d'abord discutés afin de définir leur portée d'utilisation dans un calcul de structure. Dans un contexte global de traitement de structures atteintes, les données du déroulement de la réaction sont classées et analysées, ce qui permet de définir une base de données normalisée. Le problème central dans cette étape, le calage des modèles, est proposé sous forme d'un problème inverse typique. Il est censé retrouver les paramètres chimico-mécaniques du béton *in situ* avec la base données établie. Avec

l'algorithme ainsi développé, une méthode incluant tous les éléments est construite. Deux cas réels seront traités pour tester et appliquer cette méthode numérique.

La suite ce rapport est structurée ainsi : la deuxième partie est consacrée à la modélisation du comportement chimico-mécanique des bétons affectés. La compréhension de la dégradation de structures induite par le gonflement interne est abordée dans la troisième partie à l'aide des éléments de mécanique de durabilité. Dans la quatrième partie, la méthode numérique d'expertise est construite et appliquée. Les conclusions et perspectives de cette étude sont données dans la dernière partie et tous les algorithmes numériques employés dans cette étude sont détaillés dans les annexes.

## Deuxième partie

# Modélisation Chimico-Mécanique



# Chapitre 1

## Retrospective des modélisations mécaniques

Strictement parlant, une modélisation complète du comportement des bétons affectés, sous la sollicitation du produit gonflant issu de l'alcali-réaction, concerne deux aspects : la cinétique de la formation et de l'expansion du gel et la réponse mécanique du béton à cette expansion interne. Avant d'aborder l'approche chimico-mécanique, une retrospective des réflexions acquises serait instructive.

Malgré son importance pour quantifier une dégradation évolutive, la cinétique n'est pas toujours traitée par les modélisations mécaniques disponibles. Les modèles souvent soulignent l'amplitude finale du gonflement du matériau et la corrélation entre cette valeur asymptotique et les facteurs d'influence, où la cinétique est considérée comme une entrée de données fournies par l'étude chimique de la réaction. Tous les modèles mécaniques proposés ont décrit, d'une façon ou une autre, la réponse de matériau à cette sollicitation interne d'origine chimique. Pour certains auteurs, le béton affecté est considéré comme un milieu continu où le comportement mécanique du matériau ayant un gonflement interne peut être étudié par les éléments de la mécanique classique, e.g. l'élastoplasticité, la rupture ou bien l'endommagement. Pour d'autres, une description du comportement mécanique ainsi abordé devrait tenir compte de la microstructure du matériau. Dans la suite les termes "microscopique", "mésoscopique" et "macroscopique", sont employés pour but de cataloguer les modèles disponibles.

Dans ce texte, une modélisation *microscopique* provient d'un point de vue que le matériau a sa propre micro-structure et le gonflement du matériau ne peut être précisé qu'à travers une description de l'interaction entre le gel gonflant et la réponse de cette micro-structure. Quant au béton cette micro-structure comprend la matrice solide, les pores internes et la solution interstitielle dans les pores. On discute la mécanique au niveau d'un pore interne avec une cinétique d'expansion du gel bien précis. La modélisation de cette échelle donne plutôt des modèles explicatifs au phénomène du gonflement du matériau. Une modélisation *mésoscopique* se réfère à une échelle de l'ordre d'un granulat au sein du béton ( $\sim 1$  cm). La cinétique de formation et d'expansion du gel est aussi formulée à cette échelle, souvent par un processus de diffusion. L'hétérogénéité entre les

volumes élémentaires représentatifs (V.E.R.) du matériau est négligée et les modèles issus de cette modélisation visent souvent à décrire l'expansion des échantillons de l'essai, éventuellement sert à l'expertise du matériau du béton au laboratoire. Alors, un modèle *macroscopique* s'appuie sur une échelle plus grande dans laquelle le matériau est considéré comme un milieu homogène, e.g. la dimension d'une éprouvette mécanique au laboratoire ( $\sim 10$  cm). Or, les modèles sont proposés directement par les observations à cette échelle afin de, dans la plupart de cas, réaliser un calcul mécanique des effets du gonflement au niveau d'une structure. Dans la suite, les modèles disponibles sont rappelés dans ces trois catégories, alors qu'une autre analyse de bibliographie des modèles est fournie par Moranville (1997).

## 1.1 Modélisation microscopique

### Lemarchand et Dormieux 2000

Une modélisation proposée par l'approche micromécanique (Lemarchand et Dormieux 2000) (Lemarchand 2001) consiste à suivre un mécanisme topochimique de la réaction. Le gonflement du matériau est expliqué par un processus progressif du remplissage du gel formé à l'espace interne connecté dans le béton. Pour ce faire, les auteurs supposent, tout d'abord, une cinétique constante de la formation du gel sous la forme suivante,

$$\dot{m}_g = \begin{cases} v_g & t < t_c \\ 0 & t \geq t_c \end{cases} \quad (1.1)$$

où  $m_g$  représente la masse de gel formé,  $v_g$  est la vitesse de formation du gel et  $t_c$  est la durée de réaction. Afin de mettre en évidence quantitativement la déformation du matériau, on suppose que le squelette est purement élastique avec  $K_s$  étant le module de compression. En outre seulement une famille de pores, dont la taille est identique et dont la porosité est  $\phi_0$ , est en question. De plus, le comportement du gel formé est supposé comme un fluide avec  $p_g$  traduisant sa pression et  $\rho_g$  pour sa densité de masse. D'après la description poroélastique, le comportement d'un tel système peut être précisé par les relations reliant la contrainte macroscopique  $\Sigma$ , la déformation macroscopique  $\mathbf{E}$ , la pression locale de pore  $p_g$  et la porosité  $\phi$ ,

$$\begin{cases} \Sigma = \mathbf{C}_{hom} : \mathbf{E} - p_g \mathbf{B} \\ p_g = M(-\mathbf{B} : \mathbf{E} + \phi - \phi_0) \end{cases} \quad (1.2)$$

où  $\mathbf{C}_{hom}$  et  $\mathbf{B}$  sont respectivement le tenseur d'élasticité homogénéisé (à pression nulle) et le tenseur des coefficients de Biot.

On s'intéresse au gonflement libre de matériau, i.e.  $\Sigma = \mathbf{0}$  dans (1.2), et considère que le matériau est isotrope. En négligeant la compressibilité de gel, les auteurs arrivent à démontrer le gonflement libre explicitement sous la forme suivante,

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_g = \mu_g T \boldsymbol{\delta} \\ p_g = \frac{3K_{hom}}{b} T \mu_g \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_g = \left\langle \frac{m_g}{\rho_g} - \phi_0 \right\rangle_+ \\ T = \frac{1}{3} \frac{b}{b - \phi_0(1 - b)} \end{array} \right. \quad (1.3)$$

où  $\langle x \rangle_+ = \frac{1}{2}(x + |x|)$ , et  $K_{hom}$  représente le module de compression du matériau et  $b$  est le coefficient de Biot isotrope. La déformation macroscopique est montrée donc d'être linéaire en terme de la formation de gel  $m_g(t)$ , ou plus précisément la partie au-delà de la porosité initiale  $\phi_0 : \mu_g$ . Avec l'adoption des valeurs typiques pour  $b$  et  $K_{hom}$ , une première estimation de la pression asymptotique accumulée dans le pore,  $p_g(\infty)$ , aboutit à,

$$p_g(\infty) \approx 400 \text{ MPa} \quad (1.4)$$

Ensuite, les auteurs examinent le cas plus compliqué : deux familles de pores internes avec  $\phi_1$  et  $\phi_2$  comme leurs porosités initiales. Prenant l'hypothèse que le remplissage commence de la première famille  $\phi_1$  vers la deuxième  $\phi_2$  avec une pression  $p_s$  comme un seuil pour le démarrage de remplissage de  $\phi_1$  envers  $\phi_2$ . Donc, le processus du gonflement du matériau est divisé en quatre étapes dont la première est la formation de gel sans entraîner aucune déformation avant que  $m_g/\rho_g$  n'atteigne  $\phi_1$ , cf. Eq.(1.3). La deuxième étape est la formation du gel dans  $\phi_1$  avant que la pression accumulé  $p_g$  n'atteigne le seuil de remplissage  $p_s$ . La déformation correspondante est calculée d'après (1.3) sauf qu'il faut substituer  $b, \phi_0$  par leurs valeurs d'une porosité  $\phi_1$ . Dans l'étape suivante, la formation continuante du gel commence à remplir  $\phi_2$  ayant une pression interne constante  $p_g = p_s$  de remplissage. À ce stade les auteurs montrent une relation linéaire entre la formation du gel et la déformation du matériau sous la forme suivante,

$$\mathbf{E}_g = \frac{b}{3\phi} \frac{p_s}{K_{hom}} \frac{m_g(t)}{\rho_g} \boldsymbol{\delta} \quad \text{avec} \quad \phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (1.5)$$

Dans la dernière étape, on suppose que le processus de formation de gel finit avant que  $\phi_2$  ne soit totalement remplie. Donc le gonflement se stabilise vis-à-vis de la finalisation de formation du gel. D'après les auteurs, ce calcul peut être appliqué, *a priori*, avec un spectre de distribution de tailles de pores pour un scénario plus réaliste dans le matériau du béton. La déformation macroscopique en forme de "S", observée au laboratoire sur les éprouvettes, cf. Fig. (2.3) et Fig. (2.2) (Part. 1), pourrait trouver son explication micromécanique.



L'intérêt de cette modélisation est d'interpréter et de quantifier l'observation macroscopique par les arguments micromécaniques. Certaines caractéristiques mécaniques du gel, e.g. sa compressibilité, pourraient être vérifiées par la comparaison, à travers une variable observable, entre son estimation théorique et sa valeur mesurée, e.g. la pression interne  $p_g$  dans (1.3).

## 1.2 Modélisation mésoscopique

Les modèles mésoscopiques étaient proposés initialement pour estimer l'expansion des échantillons du matériau aux conditions de laboratoire, actuellement employés pour l'expertise du potentiel du gonflement des matériaux. Donc moins d'intention y est mise pour une application ultérieure à un calcul d'une structure. Dans ce groupe de modèles, on s'appuie souvent sur un mécanisme de réaction précis et un mécanisme du gonflement du matériau définitif, qui rend un modèle spécifique facile d'être compris ou bien critiqué.

### Furusawa et al. 1994

Le premier modèle de cette catégorie, dû à Furusawa et al. (1994), se base strictement sur le mécanisme topochimique en attribuant la cinétique de réaction à la diffusion des ions hydroxyles  $OH^-$  au sein du granulat réactif. La profondeur d'attaque de  $OH^-$  sur un granulat, dont la forme est idéalisée comme une sphère, est déduite auprès d'une loi de Fick,

$$\frac{dx}{dt} = k \frac{C_0}{x} \quad (1.6)$$

où  $x$  dénote l'épaisseur de la couche réactive d'un granulat réactif,  $C_0$  est la concentration des ions hydroxyles à l'interface granulat-ciment et  $k$  représente un coefficient de diffusion. L'expansion d'échantillon peut être calculée par l'excès volumique la couche réactive  $P_t$  par rapport à l'espace libre dans la zone poreuse autour du granulat  $P_{abs}$ ,

$$\epsilon = B < P_t - P_{abs} > \quad (1.7)$$

avec  $B$  étant un coefficient à déterminer expérimentalement. Ce modèle implique que le volume de produit final est égal à celui de la couche réactive.

### Xi et al. 1999

Ceci est bien élaboré par Xi et al. (1999), qui suit le même raisonnement que Furusawa sauf que'une augmentation volumique du produit final par rapport à la couche réactive

du granult est rendue compte. Les auteurs écrivent le volume final de produit  $V_{gel}$  sous la forme suivante,

$$V_{gel} = \eta V_R \quad (1.8)$$

où  $V_R$  est le volume réagissant avec les ions hydroxyles, équivalent à  $P_t$  dans la relation (1.7),  $V_{gel}$  représente le volume du produit final et  $\eta = \eta(t) > 1$  est un coefficient de l'augmentation volumique du produit final par rapport à  $V_R$ . Le produit est de plus considéré comme un fluide et peut être partiellement absorbé par la zone poreuse autour du granulat. Pour cette partie de gel, une relation entre sa concentration et sa pression est décrite par une loi de Darcy,

$$\frac{\partial C_{gel}}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ \frac{\kappa_{gel}}{\eta_{gel}} \nabla P \right] \quad (1.9)$$

où  $C_{gel}$  représente la concentration de gel dans la zone poreuse,  $P$  mesure sa pression tandis que  $\kappa_{gel}$ ,  $\eta_{gel}$  dénotent la perméabilité de la zone poreuse vis-à-vis du produit fluide et la viscosité du produit respectivement. La contribution des granulats d'une certaine taille à l'expansion asymptotique du matériau s'écrit par la différence entre le volume total  $V_{gel}$  de produit et la partie absorbée par la zone poreuse  $V_{pg}$ ,

$$\epsilon_i = \frac{\langle V_{gel} - V_{pg} \rangle}{\phi_i V_a} \quad (1.10)$$

où  $\phi_i$  est le pourcentage des granulats réactifs d'une certaine taille par rapport au granult réactif total avec  $V_a$  étant la fraction volumique de granulat réactif par rapport à celui de béton.

## Sellier et Capra 1997

Sellier et Capra (1997) proposent un modèle mésoscopique en reposant sur un mécanisme topo-chimique de réaction. D'après les auteurs, la cinétique de la formation de gel est gouvernée par: (i) une diffusion des réactifs, i.e. les alcalins (en équivalence de  $Na_2O$ ) et les ions hydroxyles vers le site du granulat contenant les silices actives; (ii) une "vitesse d'attaque" décrivant la cinétique de l'appartition du gel en la présence de tous les réactifs. En outre cette "vitesse d'attaque" est supposée thermoactivée, obéissant à une loi d'Arrhenius. Et le gel formé est, d'après eux, capable d'absorber 200%-400% de l'eau présente.

Afin d'estimer la pression mise en squelette par le gel formé, une loi de Laplace est employée pour décrire la pression capillaire  $p_c$  sous la forme suivante,

$$p_c = \frac{2\sigma_g \cos\theta_g}{r_p} \quad (1.11)$$

avec  $\sigma_g$  étant la tension superficielle du gel,  $\theta_g$  comme l'angle de raccordement et  $r_p$  comme le rayon du pore. Et puis ils constatent que la probabilité de la pression du gel atteignant certaine niveau  $p_g$  égale à celle d'occupation du gel formé dans les pores dont le rayon est supérieur à  $2\sigma_g \cos\theta_g/p_g$ . Par cela, la pression du gel est calculée vis-à-vis de la formation du gel.

Par cette pression du gel, la densité de contrainte locale  $K_I$  et puis l'énergie de rupture  $G$  sont évaluées par la mécanique de rupture (François et Zaoui 1993). Et le gonflement du matériau est estimé par le volume de fissuration  $v_f$  par rapport à un volume élémentaire de béton  $v_e$ ,

$$\epsilon = \frac{1}{3} tr(\epsilon_g) = \frac{1}{3} \frac{v_f}{v_e} \quad (1.12)$$

De plus, on suppose qu'une relation linéaire se tient entre la pression du gel et le gonflement libre du matériau à travers un coefficient  $\alpha$ ,

$$p_g(t) = \alpha \epsilon(t) \quad (1.13)$$

## Bažant et Steffens 2000

Sans avoir souci de présenter ultérieurement la déformation du matériau, Bažant et Steffens (2000) proposent de séparer la formation de gel *pré-gonflant*, i.e. à l'issue de l'attaque des ions  $OH^-$ , du gel *post-gonflant*, i.e. après l'imbibition de l'eau liquide disponible. Cette partition prend la conscience du comportement de gel vis-à-vis de l'eau liquide. Au lieu de prendre un seul granulat, les auteurs commencent par un volume élémentaire representative d'un cube où un granulat sphérique se trouve au centre. Ce granulat est supposé d'être couvert par une couche de gel pre-gonflant. La continuation de formation de gel pre-gonflant est contrôlée par l'arrivée de la solution au front de la réaction en traversant la couche de gel formé. La réaction elle-même est supposée instantanée par rapport à la diffusion de solution. A partir de ces points de départ, l'avancement du front de réaction est résolu par les auteurs à l'aide de la conservation de masse à travers la discontinuité du front de réaction,

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{2a_s}{r\rho_s D} \left[ \frac{\partial}{\partial x} F\left(\frac{x}{D}\right) \right]_{x=z} \quad (1.14)$$

où  $z$  est la profondeur du front de réaction,  $\rho_s$  représente la densité de masse de silice

réactive avec  $a_s$  pour la perméabilité de gel vis-à-vis de l'eau liquide et  $D$  pour le diamètre du granulat. L'augmentation volumique de gel post-gonflant, par rapport à celui pre-gonflant, est considéré due seulement à la prise de l'eau liquide, étant une imbibition décrite par

$$\dot{w}_i = \frac{H_0}{\tau_i} A_i \quad (1.15)$$

avec  $\tau_i$  étant le demi-temps du processus de la prise de l'eau et  $A_i$  pour l'affinité de ce processus, et  $H_0$  pour une constante. Finalement l'augmentation volumique du gel est,

$$tr(\epsilon) = \frac{w_i}{\rho_w} \quad (1.16)$$

avec  $\rho_w$  représentant la densité de masse de l'eau liquide.

## 1.3 Modélisation macroscopique

### Simulation thermique

Longtemps avant la disponibilité d'une modélisation spécifique du gonflement de la réaction, une simulation thermique était adoptée par les ingénieurs pour répondre à la demande urgente de calculer les structures touchées, surtout les barrages. L'idée consiste à imposer dans la structure une charge thermique  $\Delta\theta$  si bien que l'expansion thermique  $\epsilon_t$  en résultant reproduise celle de la réaction  $\epsilon_r$ ,

$$\epsilon_t = \alpha_t \Delta\theta \quad \rightarrow \quad \epsilon_r \quad (1.17)$$

où  $\alpha_t$  est le coefficient de dilatation thermique du matériau et  $\Delta\theta$  est la charge thermique équivalente. Davie et Tripp (1991) introduisent une telle charge thermique pour simuler numériquement le comportement du barrage de Maentwrog (Grande-Bretagne); dans une évaluation du comportement du barrage de Chambon (France), De Beauchamps (1992) modulait le barrage et attribuait différentes charges équivalentes à chaque zone modulée afin de rendre compte de l'hétérogénéité du gonflement; des similaires techniques sont employées par Tanner (1992) et Yeh et al. (1993) dans leur travaux d'expertise des barrages Hiwassee (États-Unis) et Fontana Spillway (États-Unis) respectivement.

### Chatterji et Christensen 1990

Une première modélisation macroscopique était proposé par Chatterji et Christensen (1990) d'une façon phénoménologique. L'expansion asymptotique de leurs barres mortières

réactives  $\epsilon$  est notée et fittée vis-à-vis de la température ambiante  $\theta$  et la concentration alcaline  $C$  employée dans les barres,

$$\epsilon = SK[1 - M \langle C - C_0 \rangle - N \langle \theta - \theta_0 \rangle + P \langle C - C_0 \rangle \langle \theta - \theta_0 \rangle] \quad (1.18)$$

où  $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|)$  et l'indice "0" indique des valeurs de référence. ( $S, K, M, N, P$ ) sont les paramètres. Il nous semble que  $S$  et  $K$  dépendent du type de matériaux tandis que  $M, N$  et  $P$  sont les coefficients sans signification physique claire. Evidemment ce modèle ne s'intéresse qu'à l'amplitude d'expansion sans intention d'inclure la cinétique d'expansion.

### Léger et al. 1995

Cette modélisation est orientée vers les calculs numériques des barrages atteints par l'alcali-réaction. Ce modèle inclut des facteurs importantes du gonflement du béton, qui concernent la température ambiante  $T$ , l'humidité ambiante  $M$ , la réactivité normalisée du granulat  $R \in [0, 1]$  et la contrainte imposée  $\sigma$  (Leger et al. 1995). Le gonflement du matériau s'écrit ainsi,

$$\epsilon_r = \beta CTMR = \beta[F(\sigma)F(T)F(M)F(R)] \quad (1.19)$$

où les auteurs ont choisi quatre fonctions normalisées  $F(\sigma), F(T), F(M)$  et  $F(R)$  afin de tenir compte de l'influence de ces quatre facteurs sur le gonflement asymptotique du matériau, et  $\beta$  est l'expansion asymptotique du matériau. Comme celui de Chatterji et Christensen (1990), ce modèle ne s'intéresse pas à la cinétique du gonflement. Néanmoins ce modèle a été intégré dans le code des éléments finis commercial et employé dans les calculs sur les barrages affectés (Leger et al. 1996).

### Huang et Pietrusczak 1999

Le modèle proposé par Huang et Pietrusczak (1999) complète la modélisation au niveau de structure en introduisant la cinétique du gonflement dans le comportement avec compte tenu de deux facteurs : la température et la contrainte imposée,

$$\dot{\epsilon}_A = \dot{g}_1(t')g_2(\sigma_m) \quad (1.20)$$

où  $\sigma_m = \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})$  est la trace du tenseur contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$ .  $t'$  est un temps normalisé par la température  $\theta$  par rapport au vrai temps  $t$ ,

$$dt' = g_3(\theta)dt \quad (1.21)$$

avec les fonctions  $g_{1,2,3}$  empiriquement déterminées par les essais des matériaux. Pour un béton atteint, la contrainte s'écrit

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^e[(d\boldsymbol{\epsilon} - d\boldsymbol{\epsilon}^p) - d\boldsymbol{\Lambda}^e : \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}d\epsilon_A \mathbf{1} + \frac{1}{3}\alpha d\theta \mathbf{1}] \quad (1.22)$$

où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique de matériau et  $\boldsymbol{\Lambda}^e$  est la compliance élastique de  $\mathbf{C}^e$ . L'équation (1.22) implique la partition entre la déformation chimique  $\epsilon_A$ , la déformation plastique  $\boldsymbol{\epsilon}^p$ . L'intervention de l'alcali-réaction dans les propriétés du matériau  $\mathbf{C}^e$  par

$$E = E_0 \mu_1, \quad f_c = f_{c0} \mu_2 \quad (1.23)$$

où  $\mu_{1,2}$  sont des fonctions de l'avancement de la réaction avec  $E_0$  et  $f_{c0}$  pour le module d'Young et la résistance en compression du béton sein. L'avancement de la réaction intervient ainsi dans la fonction d'écrouissage,

$$g = \sqrt{J_2} - \eta_c I \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (1.24)$$

où  $\eta_c$  est un coefficient,  $I = a_0 f_c + I_1$  et  $I_0 = e a_0 f_c$  avec  $I_1$  le premier invariant du tenseur de contrainte et  $J_2$  le deuxième invariant du tenseur de contrainte dérivée.

## Sellier et Capra 1997

Dans la deuxième partie de leur modélisation, Sellier et Capra (1997) retiennent la relation (1.13) à l'échelle d'une éprouvette mécanique au laboratoire. Mais l'expansion libre du matériau est élaborée directement à ce niveau avec compte rendu de la température  $T$ , l'humidité  $H$ . A travers le coefficient  $\alpha$ , la pression interne du gel s'écrit sous la forme suivante,

$$p_g(\epsilon_\infty, T, H, t, \alpha) = \alpha \epsilon(t) = \alpha \epsilon_\infty H^m \{1 - \exp[-k(T)t]\} \quad (1.25)$$

où  $k$  représente l'énergie thermoactivation de la réaction dépendant de température  $T$ , et  $m$  est à déterminer par les essais. Par cette estimation de pression interne, le comportement d'une structure affectée pourrait être évalué.

## Coussy et Larive 1996

Par la thermodynamique d'un système chimico-mécanique, Coussy (1995) démontre un cadre de théorie permettant de tenir compte des phénomènes mécanique ainsi que chimique au sein d'un milieu poreux, tel que le béton. Dans ce cadre théorique, Larive et Coussy (1996) décrivent le gonflement du matériau induit par le gel comme un couplage chimico-mécanique. Il est démontré que la dissipation de ce système est purement chimique et un avancement de la réaction chimique est identifié comme une variable interne<sup>1</sup>. L'équation mécanique s'écrit sous la forme suivante,

$$\sigma = K\epsilon - \alpha K\xi \quad (1.26)$$

où le terme  $-\alpha K\xi$  concerne l'intervention chimique dans le comportement mécanique. Dans le cas de l'expansion libre, i.e.  $\sigma = 0$  dans (1.26), l'avancement de réaction  $\xi$  peut se traduire directement par la déformation observable du matériau,

$$\epsilon = \alpha\xi \quad (1.27)$$

Malgré sa simplicité, la relation (1.27) porte un message important qu'il est possible de saisir l'avancement chimique  $\xi$ , une variable chimique, par la déformation mesurable du matériau, i.e.  $\epsilon$ . C'est effectivement par cette constatation qu'on a procédé à une campagne d'essais sur le comportement mécanique des bétons affectés au sein du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC). Par ses éprouvettes, Larive (1998) montre une courbe expérimentale d'expansion libre,

$$\epsilon(t) = \epsilon(\infty) \frac{1 - \exp(-t/\tau_c)}{1 + \exp(\tau_L/\tau_c - t/\tau_c)} \quad \text{avec} \quad \alpha = \epsilon(\infty) \quad (1.28)$$

où  $\tau_c, \tau_L$  sont deux temps caractéristiques d'expansion des éprouvettes réactives.

## 1.4 Conclusions

Le même phénomène du gonflement chimique des bétons est traité par des démarches aux différentes échelles. La modélisation microscopique tient à démontrer le mécanisme du gonflement du matériau d'un point de vue micromécanique. Alors, les modèles mésoscopiques cherchent à mettre en évidence la relation entre la formation du gel et la déformation du matériau et moins d'attention est prêtée à l'influence du processus

---

1. Il s'agit d'une conclusion de démonstration thermodynamique, le principe est montré dans le chapitre 10 (Coussy 1995).

chimique sur les caractéristiques mécaniques du matériau. Dans le souci de quantifier la dégradation du gonflement du gel d'une structure réellement touchée, une approche macroscopique sera retenue dans la suite de discussion.

Dans les prochains chapitres, l'approche chimico-mécanique sera retenue à l'aide du cadre théorique proposé par Coussy (1995). Reposant sur la base de données fournies par Larive (1998) du comportement des éprouvettes réactives, on va traiter alternativement les deux aspects radiaux d'une modélisation macroscopique : le déroulement chimique et son intervention dans le comportement mécanique. Dans le Chapitre 2 le béton est modélisé comme un milieu élastique, et la cinétique de mise en gonflement du matériau est discuté d'abord par un gel simple et puis un gel vieillissant. Issus de cette discussion, les modèles chimico-élastiques sont discutés. Ayant le béton comme un milieu élastoplastique, on étudie dans le Chapitre 3 le couplage possible entre le comportement mécanique, e.g. l'écrasement plastique, et le processus chimique. Des modèles chimico-plastiques sont ainsi proposés. Un bilan de tous les modèles sont présentés dans le Chapitre 4.





# Chapitre 2

## Chimico-élasticité de gonflement

Dans ce chapitre, le gonflement du matériau dû à une réaction chimique interne est étudié dans le cadre de l'élasticité. Les principes généraux de la prise en compte des couplages chimico-mécaniques sont rappelés et un avancement global de la réaction produisant le gonflement est introduit. Les couplages chimico-mécaniques peuvent être alors décrits à l'aide de cet avancement global et sont tout d'abord illustrés à travers des modèles rhéologiques. Un modèle chimico-élastique unidimensionnel est ainsi développé et calé à partir de la base de données disponibles<sup>1</sup>. Ce modèle unidimensionnel est par la suite étendu au cas tri-dimensionnel de manière à prendre en compte l'anisotropie intrinsèque de gonflement observé au laboratoire. L'analyse de l'anisotropie du gonflement sous compression est par la suite approfondie et discutée à travers une étude micromécanique.

En raison de l'impact important de l'eau liquide sur la formation du gel et le gonflement du matériau, la cinétique de mise en gonflement du matériau est ré-étudiée vis-à-vis des conditions hydriques. A partir de l'analyse des résultats expérimentaux un comportement vieillissant est attribué au gel formé, vis-à-vis de ses capacités à se combiner avec l'eau liquide. Un modèle de gonflement tridimensionnel avec prise en compte de ce vieillissement est alors développé et calé à partir des résultats expérimentaux (Larive 1998).

### 2.1 Couplage chimico-mécanique dans un milieu poreux

Afin de tenir compte d'une réaction chimique sur le comportement mécanique d'un matériau, on fait appel ici à la thermodynamique de ce système. Un matériau tel que le béton est physiquement composé de trois phases coexistantes : le squelette solide et deux phases fluides dans le réseau poreux (la solution interstitielle sous forme liquide et l'air sec et la vapeur sous forme gazeuse). Vis-à-vis de la réaction alcali-silice, il comprend les réactifs et les produits des réactions chimiques qui peuvent eux-mêmes être des composants du squelette solide (agrégat) ou de la solution interstitielle. Dans le cas de l'alcali-réaction, ces réactifs sont les ions hydroxydes, les alcalins et la silice tandis que le produit concerne

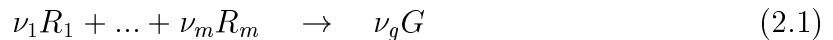
---

1. Cette partie se fait l'objectif de la communication (Li et al. 2000).

principalement le gel amorphe. Les réactifs et les produits des réactions chimiques peuvent migrer dans le matériau à travers la solution interstitielle.

### 2.1.1 Avancement d'une réaction et thermodynamique des solides déformables

Ne cherchant pas ici à préciser le mécanisme chimique de la réaction complexe qu'est l'alcali-réaction, on écrit la réaction sous la forme très générale,



où  $R_{i=1 \text{ à } m}$  représentent les réactifs concernés dans la réaction avec  $\nu_{i=1 \text{ à } m}$  étant les coefficients stoechiométriques correspondants et  $G$  est le gel formé ayant  $\nu_g$  pour son coefficient stoechiométrique. Il est clair que la forme réactionnelle précédente adoptée pour la formation du gel est schématique, voire simpliste. La réaction peut former d'autres produits. Il peut y avoir plusieurs réactions. Le but est ici seulement d'introduire le taux d'avancement d'une réaction.

Si  $m^\alpha$  représente la masse par unité de volume du constituant  $\alpha$  la conservation de masse de chaque réactif et produit s'écrit sous la forme :

$$\frac{dm^\alpha}{dt} = \overset{\circ}{\mathcal{M}}_\alpha + \hat{m}_\rightarrow^\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = R_{i=1 \text{ à } m}, G \quad (2.2)$$

où  $\overset{\circ}{\mathcal{M}}_\alpha$  est la masse apportée par l'extérieur par transport et  $\hat{m}_\rightarrow^\alpha$  est le taux de masse consommée ( $< 0$ ) ou créée ( $> 0$ ) par la réaction (2.1). Le terme  $\hat{m}_\rightarrow^\alpha$  obéit à la relation du taux molaire de la réaction,

$$\alpha = R_{i=1 \text{ à } m} : -\frac{\hat{m}_\rightarrow^\alpha}{\nu_\alpha \mathcal{M}_\alpha} = \frac{\hat{m}_\rightarrow^G}{\nu_g \mathcal{M}_g} \quad (2.3)$$

avec  $\mathcal{M}_{\alpha \text{ ou } g}$  étant la masses molaire des réactifs ou du gel. Si l'on ferme le système au sens de transport de masse, i.e.  $\overset{\circ}{\mathcal{M}}_\alpha = 0$  dans (2.2). Il en résulte que le changement de masse  $\dot{m}^\alpha$  n'est dû qu'à la réaction, i.e.  $\hat{m}_\rightarrow^\alpha = \dot{m}^\alpha$  si bien que (2.3) peut s'écrire sous la forme :

$$-\frac{\dot{m}^\alpha}{\nu_\alpha \mathcal{M}_\alpha} = \frac{\dot{m}^G}{\nu_g \mathcal{M}_g} = \frac{d\bar{\xi}}{dt} \quad (2.4)$$

où  $\bar{\xi}$  représente l'avancement de la réaction. Pour un système fermé on peut alors définir un avancement normalisé  $\xi \in [0, 1]$  vis-à-vis de la formation de gel avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dm^\alpha}{dt} = -m_\infty^\alpha \frac{d\xi}{dt}, \quad m_\infty^\alpha = \nu_\alpha \mathcal{M}_\alpha \bar{\xi}_\infty \Big|_{\alpha=R_1 \text{ à } R_m} \\ \frac{dm^G}{dt} = m_\infty^G \frac{d\xi}{dt}, \quad m_\infty^G = \nu_g \mathcal{M}_g \bar{\xi}_\infty \end{array} \right. \quad (2.5)$$

où  $m_\infty^G$  et  $\bar{\xi}_\infty$  représentent la masse du gel et le taux d'avancement obtenus au bout d'un temps infini,  $m_\infty^\alpha$  représentant la masse disparue de réactifs  $\alpha = R_{i=1 \text{ à } m}$ . Donc  $\xi = 0$  représente le commencement de formation du gel tandis que la fin de la formation se traduit par  $\xi = 1^2$ . Pour le système évoqué ci-dessus, en faisant rappel aux premier et deuxième principes de la thermodynamique, la dissipation totale s'exprime, sous la forme suivante (Coussy 1995),

$$\Phi = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dt} + \sum_{\alpha=R_{i=1 \text{ à } m}, G} \mu_m^\alpha \overset{\circ}{\mathcal{M}}_\alpha - S \frac{dT}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \geq 0 \quad (2.6)$$

où,

$\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur de contrainte, lié à la sollicitation mécanique extérieure.  $\boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dt}$  représente alors le taux d'énergie mécanique apportée au système.

$\mu_m^\alpha$  représente le potentiel chimique d'un réactif ( $\alpha = R_{i=1 \text{ à } m}$ ) ou celui du gel ( $\alpha = G$ ) de la réaction chimique.  $\sum_\alpha \mu_m^\alpha \overset{\circ}{\mathcal{M}}_\alpha$  représente alors l'énergie apportée au système par unité de temps par transport de matière.

$S$  est l'entropie du matériau, liée à la température absolue  $T$ .

$\Psi$  représente l'énergie libre du système, ne dépend que des variables  $\boldsymbol{\epsilon}$ ,  $m_\alpha$  et  $T$  :

$$\Psi = \Psi(\boldsymbol{\epsilon}, m^\alpha, T) \quad (2.7)$$

Reportant (2.2) dans (2.6), on obtient :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_\rightarrow \geq 0 \quad (2.8)$$

---

2. Il est à noter que  $\xi$  ne peut pas avoir la même signification dans un contexte de formation du gel d'alcali-réaction topo-chimique et dans un mécanisme de formation trans-solution. Dans le cas d'une explication topo-chimique,  $\xi$  correspond à l'avancement de la réaction de formation du gel *pré-gonflant* car l'expansion de ce gel est causée par un phénomène physique subséquent, i.e. l'imbibition ou l'osmose. Dans le cas d'un mécanisme de formation trans-solution,  $\xi$  pourrait correspondre directement à l'avancement de la réaction puisqu'alors l'expansion est attribuée à la réaction elle-même [cf. Eq. (2.4), Part. 1].

où,

$\Phi_1$  est la dissipation mécanique associée au squelette solide, définie par :

$$\Phi_1 = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dt} + \sum_{\alpha=R_{i=1\hat{a}m},G} \mu_m^\alpha \dot{m}^\alpha - S \frac{dT}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \quad (2.9)$$

Lorsque le solide est élastique il n'y a pas de dissipation mécanique si bien que :

$$\Phi_1 = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dt} + \sum_{\alpha=R_{i=1\hat{a}m},G} \mu_m^\alpha \dot{m}^\alpha - S \frac{dT}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} = 0 \quad (2.10)$$

qui conduit aux équations d'état :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\epsilon}} \quad \mu_m^\alpha = \frac{\partial\Psi}{\partial m_\alpha} \quad S = -\frac{\partial\Psi}{\partial T} \quad (2.11)$$

$\Phi_{\rightarrow}$  représente la dissipation associée à la réaction chimique, s'écrivant sous la forme :

$$\Phi_{\rightarrow} = - \sum_{\alpha=R_{i=1\hat{a}m},G} \mu_m^\alpha \hat{m}_{\rightarrow}^\alpha \quad (2.12)$$

Dans un système fermé au sens de transport de masse, compte tenu de (2.4) et (2.5), les changements de masse peuvent être exprimés à l'aide de seulement  $\xi$  et l'expression de l'énergie libre se simplifie en :

$$\Psi(\boldsymbol{\sigma}, m^\alpha = -m_\infty^a \xi \Big|_{\alpha=R_{i=1\hat{a}m}}, m^G = m_\infty^G \xi, T) = \psi(\boldsymbol{\sigma}, \xi, T) \quad (2.13)$$

Les équations d'état peuvent alors s'écrire sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial\psi}{\partial\boldsymbol{\epsilon}} \quad \mu_m^\alpha = -\frac{1}{m_\infty^a} \frac{\partial\psi}{\partial\xi} \quad \mu_m^G = \frac{1}{m_\infty^G} \frac{\partial\psi}{\partial\xi} \quad S = -\frac{\partial\psi}{\partial T} \quad (2.14)$$

Substituant (2.14)<sub>2,3</sub> dans (2.12) et utilisant (2.5) on peut finalement écrire la dissipation chimique sous la forme :

$$\Phi_{\rightarrow} = A \dot{\xi} \quad A = -\frac{\partial\psi}{\partial\xi} = - \sum_{\alpha=R_{i=1\hat{a}m}} \mu_m^\alpha \hat{m}_{\rightarrow}^\alpha \quad (2.15)$$

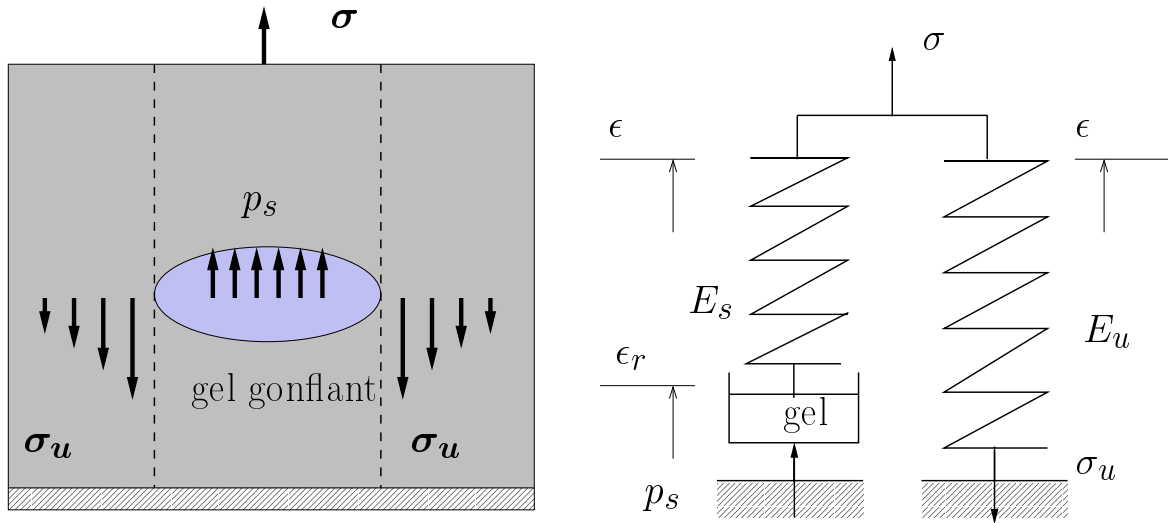


FIG. 2.1 – *Chimico-élasticité du gonflement*

où  $A$  correspond à la différence de potentiels chimiques entre les réactifs et les produits. C'est le moteur de la réaction. De fait elle peut s'écrire sous la forme :

$$A = \sum_{\alpha=R_{i=1}^{am}} \nu_{\alpha} \mathcal{M}_{\alpha} \mu_m^{\alpha} - \nu_g \mathcal{M}_g \mu_m^G \quad (2.16)$$

où l'on reconnaîtra la définition de l'affinité de la réaction.

### 2.1.2 Premier modèle chimico-élastique unidimensionnel

Afin de préciser les équations d'état du système (2.14) et (2.15) on s'intéresse ici tout à bord à un processus isotherme, i.e.  $T = T_0$ , et au cas unidimensionnel où les tenseurs de contrainte et de déformation,  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}$  sont remplacés par des scalaires, i.e.  $\sigma$ ,  $\epsilon$ . Un mécanisme de la mise en gonflement du matériau (*méso-image*) est proposé dans la figure (2.1), où le produit gonflant de l'alcali-réaction (gel) se trouve dans un pore interne du matériau. Dès que ce gel épuise l'espace libre, il exerce une pression  $p_s$  interne sur les parois du pore et simultanément une traction  $\sigma_u$  est créée dans le squelette solide. L'équilibre résulte alors de la pression  $p_s$ , de la contrainte interne  $\sigma_u$  et du chargement extérieur  $\sigma$  :

$$\sigma = \sigma_u - p_s \quad (2.17)$$

Ce mécanisme (mésoscopique) de la mise en gonflement du matériau est représenté par

un modèle rhéologique unidimensionnel dans la même Figure. La réponse mécanique du matériau à la pression exercée par le gel est traduite par un ressort de module d'élasticité  $E_s$  tandis qu'un autre ressort de module de  $E_u$  traduit la réponse mécanique du matériau à la contrainte  $\sigma_u$  qui s'exerce en retour. Le gonflement interne dû à la réaction est pour sa part représenté par le déplacement d'un "dashpot" chimique qui se traduit par une déformation locale  $\epsilon_r$ . En première approche, on suppose que cette déformation locale est une fonction linéaire de l'avancement de la réaction  $\xi$ . On écrit :

$$\epsilon_r = \kappa\xi \quad (2.18)$$

où  $\kappa$  est un coefficient liant la formation du gel, i.e. la masse du gel, et l'expansion locale dans le matériau créée par la formation du gel<sup>3</sup>. Dans un processus isotherme, i.e.  $T = T_0$ , la déformation totale du système étant notée  $\epsilon$ , on écrit alors l'énergie libre du système sous la forme :

$$\psi(\epsilon, \xi, T_0) = \bar{\psi}(\epsilon, \xi) = \frac{1}{2}[E_u\epsilon^2 + E_s(\epsilon - \kappa\xi)^2] + g(\xi) \quad \text{avec} \quad g(\xi) = \frac{1}{2}A_0(1 - \xi)^2 \quad (2.19)$$

où le premier terme correspond à l'énergie libre des deux ressorts et le deuxième terme,  $g(\xi)$  à l'énergie des liaisons chimiques des réactifs qui dépend de l'avancement réaction  $\xi$ . Une expression quadratique est retenue *a priori* pour cette énergie. En substituant (2.19) dans les equations d'état (2.14) et (2.15) pour le cas unidimensionnel, on obtient les expressions explicites de la contrainte  $\sigma$  et la force thermodynamique  $A$ .

### Contrainte

En substituant (2.19) dans (2.14)<sub>1</sub>, on obtient :

$$\sigma = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \epsilon} = E_u\epsilon + E_s(\epsilon - \kappa\xi) \quad (2.20)$$

---

3. La relation (2.18) est une hypothèse forte retenue dans cette modélisation, donc mérite d'être discutée vis-à-vis des mécanismes de réaction. Retenir cette relation linéaire implicite qu'on ne distingue pas la formation du gel et son augmentation volumique par rapport aux réactifs, qui correspond à un mécanisme trans-solution. Prenons un gel "incompressible" par rapport au squelette du béton,  $\kappa$  dans (2.18) serait un coefficient intrinsèque de la réaction chimique, qui traduit l'augmentation volumique du gel par rapport aux réactifs, est *a priori* une constante. Quant au mécanisme tropochimique,  $\xi$  signifie la formation de gel pre-gonflant, et cette hypothèse revient à supposer que la combinaison de l'eau liquide par le gel pre-gonflant est instantanée par rapport à sa formation. En prenant un gel "incompressible",  $\kappa$  traduit en fait l'augmentation volumique du gel *post-gonflant* par rapport au gel *pre-gonflant*, est ainsi un coefficient physique. De plus, la relation (2.18) indique, pour tous les deux mécanismes, qu'un remplissage initiale du gel dans l'espace libre est négligeable par rapport au déroulement de la mise en gonflement du matériau. En bref, cette relation cherche à globaliser le processus d'expansion du matériau.

où les contributions à la contrainte totale  $\sigma$  de la traction  $\sigma_u$  et de la pression  $p_s$  s'identifient sous la forme :

$$\sigma_u = E_u \epsilon \quad p_s = -E_s(\epsilon - \kappa\xi) \quad (2.21)$$

Réorganisant (2.20), on écrit :

$$\sigma = E(\epsilon - \beta\xi) \quad (2.22)$$

avec,

$$E = E_s + E_u \quad \beta = \frac{\kappa E_s}{E_s + E_u} \quad (2.23)$$

Dans le cas de l'expansion libre (unidimensionnelle) l'expression (2.22) permet de conclure

$$\sigma = 0 \quad : \quad \epsilon = \beta\xi \quad (2.24)$$

La variable interne  $\xi$  et sa cinétique peuvent être ainsi mesurées indirectement à travers l'expansion libre du matériau. En fait, c'est avec cette idée-là qu'ont été dépouillés les essais sur béton réactif au laboratoire (Larive 1998).

### Force thermodynamique de réaction

En substituant (2.19) dans (2.15) et en tenant compte de (2.21) on obtient :

$$A = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = -\kappa p_s - \frac{\partial g}{\partial \xi} \quad (2.25)$$

où le second terme rend compte de la contribution purement chimique  $g(\xi)$  à l'affinité  $A$ , tandis que le premier terme  $-\kappa p_s$  représente l'influence mécanique sur cette affinité. Dans les essais de matériau, l'influence mécano-chimique est rarement observée, ce qui nous mène à négliger la contribution du premier terme par rapport au second. En d'autres termes, il convient de supposer :

$$\left| -\kappa p_s \right| \ll \left| -\frac{\partial g(\xi)}{\partial \xi} \right| \quad (2.26)$$



et l'affinité  $A$  s'écrit alors :

$$A = A_0(1 - \xi) \quad (2.27)$$

L'équation (2.27) consiste en une relation entre l'avancement de la réaction  $\xi$  et l'affinité, qui d'une valeur initiale  $A(\xi = 0) = A_0$  pour débiter la réaction décroît linéairement jusqu'à zéro à la fin de réaction  $A(\xi = 1) = 0$ .

Il reste à expliciter la cinétique de la réaction, c'est à dire la relation existant entre l'affinité chimique  $A$  et la vitesse de la réaction  $\dot{\xi}$ . En première approche, on adopte une relation linéaire entre  $\dot{\xi}$  et la force  $A$  :

$$A = k_d \dot{\xi} \quad (2.28)$$

qui indique que la réaction est d'autant plus rapide que l'affinité est grande. La combinaison de (2.27) et (2.28) mène à écrire la loi d'évolution gouvernant  $\xi$  sous la forme :

$$t_c \dot{\xi} = 1 - \xi \quad \text{avec} \quad t_c = \frac{k_d}{A_0} \quad (2.29)$$

où  $t_c$  est un temps caractéristique à préciser par des essais de laboratoire.

### Expansion libre de matériau

Les équations (2.22) et (2.29) constituent le modèle chimico-élastique et nécessitent la détermination du coefficient d'expansion chimico-mécanique  $\beta$  et du temps caractéristique  $t_c$ . Pour ce faire des résultats d'expansion libre des éprouvettes réactives sont exploités (Larive 1998). Les éprouvettes sont des cylindres avec 24 cm de hauteur et 13 cm de diamètre. Après le coulage et la cure, elles sont soumises aux conditions ambiantes isotherme et iso-hydrométrique. Vu la dimension des éprouvettes, on suppose que le temps nécessaire pour établir les équilibres thermique et hydrique avec l'ambiance extérieure est négligeable par rapport à la vitesse de réaction et de mise en expansion des éprouvettes. Autrement dit, la réaction et l'expansion se déroulent dans des conditions isothermes et iso-hydrométriques imposées. A partir de (2.24), on obtient directement,

$$\beta = \epsilon(\infty) \quad \text{et} \quad \xi = \frac{\epsilon(t)}{\epsilon(\infty)} \quad (2.30)$$

Compte tenu de (2.29), on peut écrire :

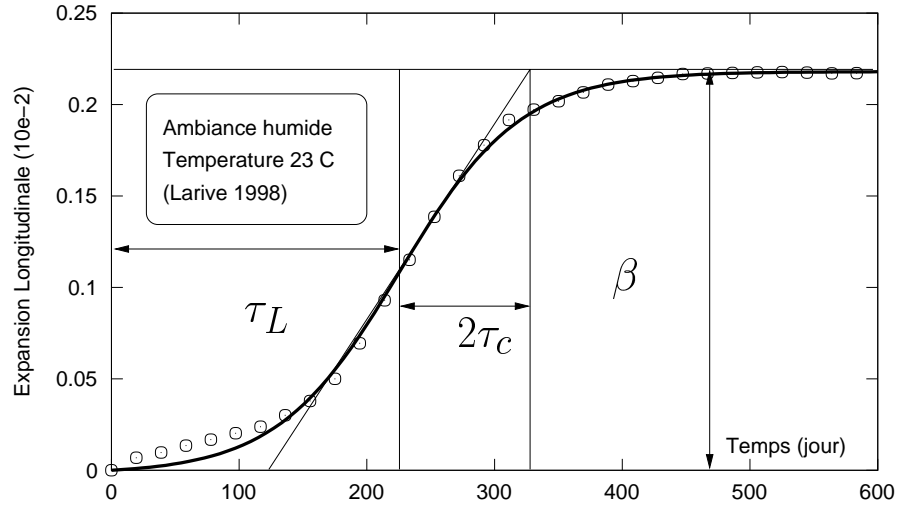


FIG. 2.2 – Courbe typique d'expansion libre des éprouvettes réactives

$$\epsilon(\infty) - \epsilon(t) = t_c \dot{\epsilon}(t) \quad (2.31)$$

La figure (2.2) représente une courbe typique d'expansion libre dans une ambiance humide à une température de 23°C. L'ajustement mathématique conduit à deux temps caractéristiques  $\tau_c$  et  $\tau_L$  pour définir les courbes expérimentales observées avec :

$$\sigma = 0, T = T_0, h = h_0 : \xi = \frac{1 - \exp(-t/\tau_c)}{1 + \exp(-t/\tau_c + \tau_L/\tau_c)} \quad (2.32)$$

si bien que le temps  $t_c$  est identifié comme une fonction de ces deux temps caractéristiques et l'avancement  $\xi$  sous la forme suivante,

$$t_c = \tau_c \frac{1 + \exp[-\tau_L/\tau_c]}{\xi + \exp[-\tau_L/\tau_c]} \quad (2.33)$$

Le tableau (2.1) résume les paramètres chimico-élastiques pour le cas unidimensionnel. Comme précédemment évoqué par les mécanismes chimiques et les observations au niveau de matériau, cf. Fig. (2.3) et (2.2) (Part. 1), des corrélations entre ces paramètres et la température ambiante et l'humidité ambiante sont à établir.

Leur corrélation avec la température est largement mise en évidence par les travaux de Larive (1998), où dans une humidité ambiante contrôlée, les expansions libres à 23°C, 33°C, 38°C, 58°C sont étudiées. Les deux temps  $\tau_c$ ,  $\tau_L$  sont identifiés comme thermoactifs, i.e. leurs valeurs à deux températures pourraient se lier à travers leurs énergies thermoactives,

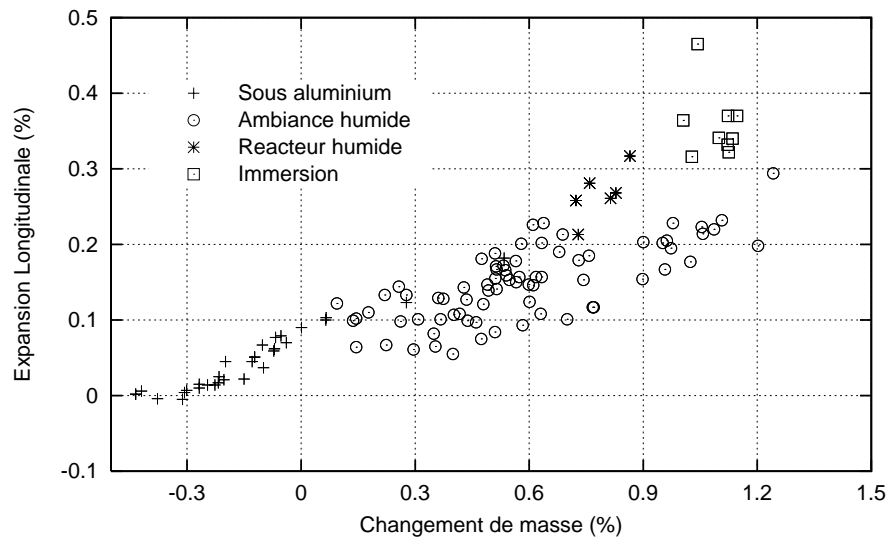


FIG. 2.3 – *Expansion libre et la prise de l'eau des éprouvettes (Larive 1998)*

TAB. 2.1 – *Paramètres chimico-élastiques*

Paramètre	Signification
$\beta$ (-)	Coefficient d'expansion chimico-élastique
$\tau_c$ (jour)	Temps caractéristique d'expansion
$\tau_L$ (jour)	Temps caractéristique d'expansion

TAB. 2.2 – *Corrélation entre les paramètres et l'humidité relative*

Condition ambiante	Humidité (%)	Expansion (%)	$\tau_c$ (jour)	$\tau_L$ (jour)
Sous aluminium	88	0,110	47,5	111,9
Chambre humide	92	0,196	33,4	82,9
Réacteur	97	0,266	21,4	48,6
Immersion	100	0,352	16,0	38,8

$$\tau_{c,L}(T) = \tau_{c,L}(T_0) \exp \left[ U_{c,L} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \quad (2.34)$$

où l'on trouve les valeurs typiques  $U_c = 5400 \pm 500$  K,  $U_L = 9400 \pm 500$  K (Ulm et al. 2000). Le coefficient d'expansion chimico-élastique  $\beta$ , interprété par  $\epsilon(\infty)$ , ne semble pas corréler avec la température, et des valeurs typiques des éprouvettes en question sont,

$$\beta = \epsilon(\infty) = 0.15\% \sim 0.35\% \quad (2.35)$$

Quant à la corrélation avec l'humidité ambiante, l'expansion libre de quatre groupes d'éprouvettes sont disponibles dans une température ambiante de  $38^\circ\text{C}$ . Elles ont soumises à: (i) l'immersion dans l'eau liquide; (ii) le conteneur humide, i.e. réacteur; (iii) l'ambiance humide; (iv) l'emballage sous des couches d'aluminium. Leur changement de masse, i.e. prise ou perte de l'eau, est noté. La figure (2.3) montre la corrélation évidente entre la prise de l'eau des éprouvettes et l'expansion asymptotique. Le tableau (2.2) liste les paramètres chimico-élastiques de chaque condition ambiante avec l'humidité estimée par le changement de masse, i.e. prise ou perte de l'eau, des éprouvettes à travers une modélisation du transport hydrique de béton<sup>4</sup>. Donc un premier fittage de données acquises dans le tableau (2.2) nous fournit des fonctions normalisées vis-à-vis de leurs valeurs à la condition dans l'eau liquide<sup>5</sup>,

$$C(h, \theta = 38^\circ\text{C}) = C(h = 100\%, \theta = 38^\circ\text{C}) f_C(h), \quad \text{avec } C = \beta, \tau_c, \tau_L \quad (2.36)$$

En synthétisant les corrélations thermique et hydrique, on obtient les dépendences de ces paramètres chimico-élastiques de la température et de l'humidité relative sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \beta(h) = \beta(h = h_0) f_\beta(h) \\ \tau_{c,L}(\theta, h) = \tau_{c,L}(\theta = \theta_0, h = h_0) \exp \left[ U_{c,L} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] f_{c,L}(h) \end{cases} \quad (2.37)$$

où  $\theta_0 = 38^\circ\text{C}$ ,  $h_0 = 100\%$  dans notre cas d'étude. À l'aide des essais d'expansion libre, le modèle chimico-élastique, décrit complètement (2.22), (2.29), (2.33) et (2.37), est capable de prédire l'histoire d'expansion libre dans la condition isotherme et iso-hydrométrique. Quant au cas où les conditions thermique et hydrique s'agissent des histoires, i.e.  $\theta = \theta(t)$ ,  $h = h(t)$ , l'expansion du matériau peut, en première approche, être estimée par le même modèle mais sous la forme de discrétisation temporelle du modèle. L'algorithme concerné est montré à la fin d'annexe A.

4. Dans cette modélisation l'humidité interne dans béton en tant qu'un milieu poreux est désignée par *humidité relative*, et ce modèle sera détaillé dans la partie ultérieure.

5. Notons la relation entre la température absolue  $T$  (K) et celle de Celsius  $\theta$  ( $^\circ\text{C}$ ):  $T = 273,15 + \theta$ .

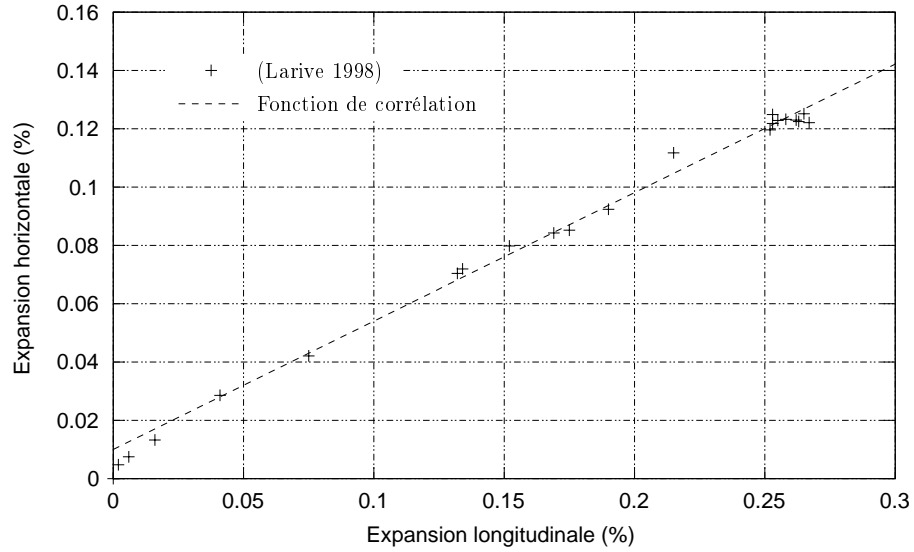


FIG. 2.4 – Anisotropie du gonflement libre d’une éprouvette réactive (Larive 1998)

### 2.1.3 Extension tridimensionnelle

L’application de ce modèle au calcul de structures exige une description tridimensionnelle du gonflement de matériau. En fait, cette extension ne consiste qu’à réécrire l’équation (2.22) sous la forme tridimensionnelle :

$$\boldsymbol{\sigma} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{1} + 2G\boldsymbol{\epsilon} - 3\beta K \xi \mathbf{1} \quad (2.38)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}$  sont les tenseurs de contrainte et de déformation respectivement,  $K$ ,  $G$  représentent le module de compressibilité et de cisaillement,  $\mathbf{1}$  désigne le tenseur d’identité de second ordre et  $\epsilon$  est la trace du tenseur de la déformation  $\epsilon = tr(\boldsymbol{\epsilon})$ . L’équation (2.38) donne un gonflement isotrope du matériau.

Néanmoins, d’après les observations au laboratoire, le gonflement des éprouvettes cylindriques, dans le cas d’expansion libre, montre une anisotropie importante. Pour une éprouvette dont la direction du coulage est longitudinale, son expansion dans cette direction arrive à environ 2 fois plus importante que son expansion transversale, i.e. horizontale, cf. Fig. (2.4). Larive (1998) attribue cette anisotropie à l’amorçage éventuel de la fissuration aplatie favorisée par la microstructure du béton, donc à la morphologie initiale d’espace libre pour le gel à remplir. Donc il s’agit d’une anisotropie provenant du coulage de matériau, qui peut être rendue compte par l’introduction d’un tenseur d’anisotropie du coulage  $\mathbf{b}$  :

$$\mathbf{b} = \text{diag}[b_{11}, b_{22}, b_{33}] \quad \text{avec} \quad tr(\mathbf{b}) = 1 \quad (2.39)$$

En supposant que la direction d'expansion favorisée soit 11 et  $b_{11} = \vartheta b_{22} = \vartheta b_{33}$ , ( $\vartheta > 1$ ), on obtient,

$$b_{11} = \frac{\vartheta}{\vartheta + 2}, \quad b_{22} = b_{33} = \frac{1}{\vartheta + 2} \quad (2.40)$$

Le modèle tridimensionnel ayant une anisotropie de coulage est donc disponible en introduisant ce tenseur d'anisotropie  $\mathbf{b}$  dans l'expression de contrainte dans (2.38) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) \epsilon \mathbf{1} + 2G\boldsymbol{\epsilon} - 3\beta K \xi \mathbf{b} \quad (2.41)$$

avec  $\vartheta \approx 2$  pour les essais en question, cf. Fig. (2.4).

Cette anisotropie est due à la microstructure de matériau où la direction d'amorçage de première fissures est favorisée par le coulage de béton. Alors, l'observation de gonflement du béton armé montre une anisotropie moins importante, voire un gonflement isotrope (Ballivy et al. 2000). Ceci est dû évidemment à la redistribution de contrainte entre le béton et les aciers, qui favorise un gonflement plus isotrope que le béton plein. Il est donc approprié d'appliquer le modèle avec l'anisotropie, i.e. celui dans (2.41), seulement pour les ouvrages d'art en béton plein, e.g. les barrages.

#### 2.1.4 Étude micromécanique d'anisotropie

En plus de l'anisotropie intrinsèque présentée dans (2.41), les résultats expérimentaux reportés sur la figure (2.5) et le tableau (2.3) mettent en évidence une anisotropie supplémentaire de gonflement due au chargement. Les compressions sont exercées dans la direction de l'axe des éprouvettes cylindriques dès le début de l'essai et maintenues constantes par la suite. Les valeurs reportées à la figure (2.5) ne tiennent compte que du gonflement chimique, les déformations des éprouvettes témoins (non réactives) dues à la compression, au fluage et au retrait ayant déjà été soustraites. La figure (2.5) montre que l'expansion (verticale) suivant la direction de chargement, i.e.  $\epsilon_{11}$ , diminue de manière monotone en fonction de l'intensité de la compression tandis que l'expansion dans la direction transverse, i.e.  $\epsilon_{22}$ , augmente jusqu'à un niveau de compression de 10 MPa et puis diminue.

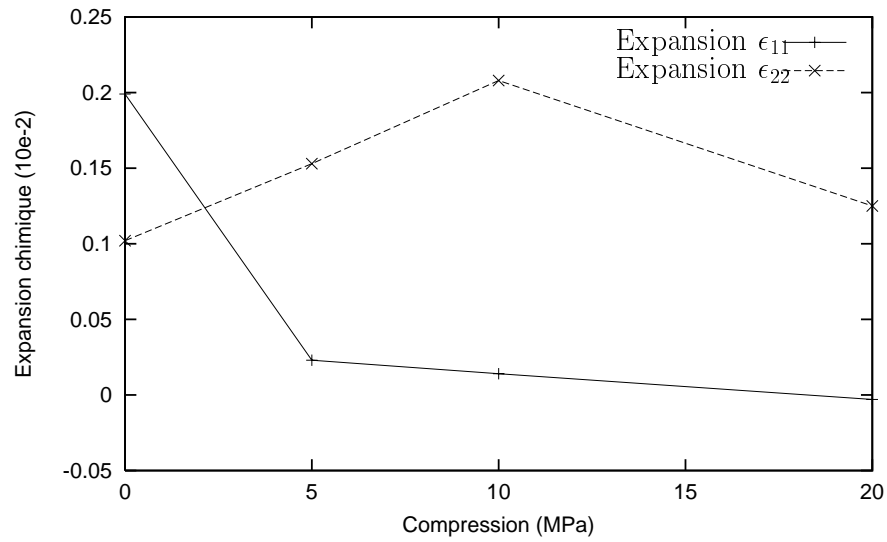


FIG. 2.5 – *Gonflement anisotropique des éprouvettes réactives sous compression (Larive 1998)*

TAB. 2.3 – *Gonflement anisotropie vis-à-vis du niveau de compression (Larive 1998)*

Compression $q$ (MPa)	Expansion $\epsilon_{11}$ ( $10^{-2}$ )	Expansion $\epsilon_{22}$ ( $10^{-2}$ )
0	0,199	0,102
5	0,023	0,153
10	0,014	-0,003
20	-0,003	0,125

L'origine de cette anisotropie de gonflement sous compression peut être recherchée dans le couplage entre la fissuration induite par la compression et la mise en pression locale du gel<sup>6</sup>. Les fissures induites par la compression augmentent l'espace offert au gel à l'interface ciment-granulat où se forme le gel. Ce changement de la morphologie de l'espace offert au gel pourrait être à l'origine de l'anisotropie du gonflement sous compression. On se propose ainsi de modéliser l'effet du changement de morphologie de l'espace poreux occupé par le gel pour rendre compte des variations des déformations reportées à la figure (2.5) en fonction du niveau de compression.

### Déformation d'un milieu homogénéisé

L'étude de l'influence sur le gonflement de la morphologie de l'espace poreux offert au gel peut être entreprise à l'aide d'une description micromécanique du matériau. À cette échelle le milieu se compose : (i) d'une matrice solide élastique linéaire et homogène ; (ii) de pores qu'on idéaliserait sous la forme d'ellipsoïdes saturés par un gel liquide ne reprenant ainsi que des pressions. En outre tous les pores sont supposés avoir la même taille et la même orientation. Un pore est illustré à la figure (2.6) de rapport d'aspect  $a/b$  où  $a$  et  $b$  sont les demis-axes de l'ellipsoïde en se plaçant dans un contexte bidimensionnel. La pression  $p_g$  exercée sur le paroi du pore est induite par le fait que le volume  $V_g$  du gel formé le saturant est supérieur au volume initial  $V_p$  du pore. La pression  $p_g$  s'exprime sous la forme :

$$p_g = k^p (V_g - V_p) = k^p \pi b^2 \left( \frac{V_g}{\pi b^2} - \frac{a}{b} \right) \quad (2.42)$$

où  $k^p$  est le module de compressibilité de la matrice solide. Sans plus d'indication explicite,  $V_g$  représente la quantité totale du gel formé en fin de réaction. Notons  $\phi_{in}$  la porosité du matériau relative à un volume élémentaire représentatif (V.E.R.),  $\Sigma$  et  $\mathbf{E}$  les tenseurs macroscopiques de contraintes et de déformation. D'après la théorie de l'homogénéisation (Zaoui 1997),  $\Sigma$  et  $\mathbf{E}$  sont reliés par la relation :

$$\Sigma = \mathbf{C}^{hom} : \mathbf{E} + \Sigma^p \quad (2.43)$$

où,

$\mathbf{C}^{hom}$  est le tenseur homogénéisé des modules d'élasticité qui s'exprime sous la forme :

$$\mathbf{C}^{hom} = \mathbf{C}^s [\mathbf{I} - \phi_{in} \mathbf{A}^p] \quad (2.44)$$

où  $\mathbf{C}^s$  est le tenseur des modules d'élasticité de la matrice solide,  $\mathbf{I}$  le tenseur unité du quatrième ordre et  $\mathbf{A}^p$  le tenseur de localisation relatif au pore, qui dépend de sa géométrie, dans notre cas du rapport  $a/b$ .

---

6. Une explication alternative attribue cette anisotropie de gonflement à un effet de plasticité (voir Peterson et Ulm (2000)). On reviendra sur cette explication dans le prochain chapitre.



$\Sigma^p$  représente le tenseur de la précontrainte produite par la pression du gel qui s'écrit sous la forme :

$$\Sigma^p = \phi_{in} \mathbf{A}^p : \mathbf{1} p_g \quad (2.45)$$

où  $\mathbf{1}$  est le tenseur unité du deuxième ordre.

Dans le cas d'un gonflement libre la déformation n'est due qu'à la pression  $p_g$  avec :

$$\mathbf{E} = -\phi_{in} \left\{ \mathbf{C}^s \left[ \mathbf{I} - \phi_{in} \mathbf{A}^p \right] \right\}^{-1} : \mathbf{A}^p : \mathbf{1} p_g \quad (2.46)$$

Pour une matrice solide isotrope, l'anisotropie du gonflement provient ainsi essentiellement de  $\mathbf{A}^p$ , et donc du rapport  $a/b$ . La détermination de la déformation  $\mathbf{E}$  se ramène au calcul du tenseur de localisation  $\mathbf{A}^p$ . Enfin un schéma Mori-Tanaka est utilisé (Zaoui 1997) pour tenir compte de l'influence des autres pores sur un pore donné<sup>7</sup>. Le calcul numérique permet finalement de pouvoir exprimer  $\epsilon_{11}$  et  $\epsilon_{22}$  en fonction des valeurs successives de  $a/b$  avec d'autres caractéristiques du matériau provenant des éprouvettes réactives de Larive (1998), i.e. le module d'Young  $E = 34000$  MPa, le coefficient de Poisson  $\nu = 0,2$  et la porosité  $\phi_{in} = 9,8\%$ .

### Anisotropie du gonflement

L'expression (2.46) de la déformation en fonction de la pression de pore  $p_g$  et le moyen numérique d'estimation de  $\mathbf{A}^p$  décrit plus haut permettent d'étudier l'influence du changement de la morphologie des pores, i.e. l'influence des variations du rapport d'aspect  $a/b$  sur l'anisotropie du gonflement. On a adopté la méthodologie suivante :

- (i) L'espace *initial* offert au gel en formation et en l'absence de chargement est idéalisé par un ellipsoïde ayant pour demi-axes  $a_0$  et  $b_0$ , cf. Fig. (2.6). Un des demis-axes,  $a_0$ , coïncide avec la direction de la compression ultérieurement appliquée.
- (ii) La fissuration créée par la compression ajoute un espace à celui de l'ellipsoïde initial. Compte tenu du comportement fragile du béton, l'espace se crée parallèlement à la direction de compression, i.e. l'axe  $a_0$ . Le changement de la morphologie des pores occupé par le gel sous l'effet de la compression, par rapport à la morphologie initiale à charge nulle, est traduit par une augmentation de l'axe  $a_0$ , l'axe  $b_0$  étant gardé constant. La nouvelle morphologie produite sous l'effet du chargement extérieur est supposée ne pas évoluer sous l'effet de la pression du gel.

En suivant la procédure indiquée ci-dessus et en se fondant donc sur (2.46), le calcul numérique permet d'associer aux valeurs du tableau (2.3) de  $\epsilon_{11}$  et  $\epsilon_{22}$  les rapports d'aspect  $a/b$  et  $p_g$  suivants :

---

7. Dans le cadre de ce schéma plutôt que d'avoir à manier les expressions analytiques un peu lourdes mais explicites des composantes de  $\mathbf{A}^p$  on a préféré les déterminer numériquement par éléments finis pour les valeurs successives de  $a/b$  et du coefficient de Poisson retenues.

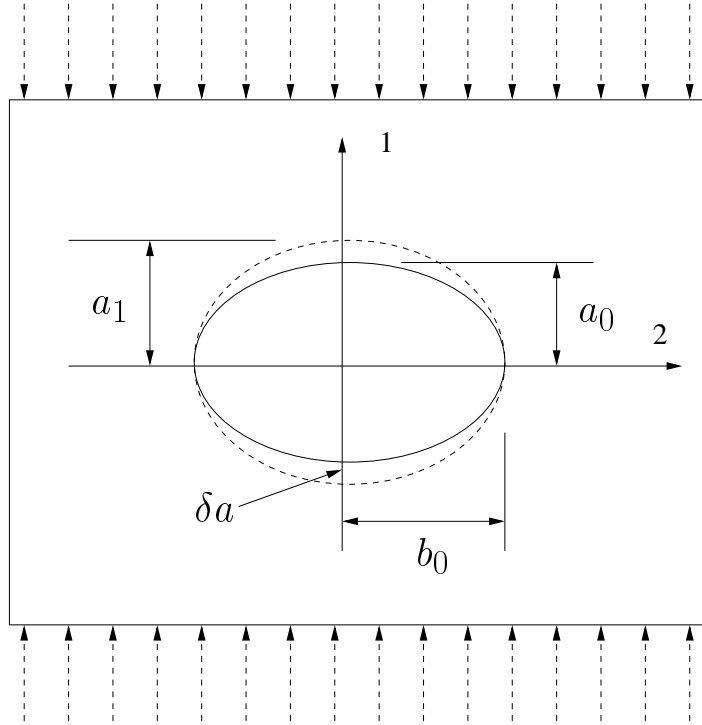


FIG. 2.6 – Pore représentatif idéalisé comme un ellipsoïde (Flèches pointillées désignent la direction de compression)

$$\begin{cases} \left( \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{22}} \right) \Big|_{\sigma=0} = 1,951 \rightarrow \left( \frac{a}{b} \right) \Big|_{\sigma=0} = 0,76 \\ \left( \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{22}} \right) \Big|_{\sigma=5} = 0,115 \rightarrow \left( \frac{a}{b} \right) \Big|_{\sigma=5} = 3,45 \end{cases} \quad (2.47)$$

et

$$\begin{cases} \epsilon_{22} \Big|_{\sigma=0} = 0,102\% \rightarrow p_g \Big|_{\sigma=0} = 17,6 \text{ MPa} \\ \epsilon_{22} \Big|_{\sigma=5} = 0,153\% \rightarrow p_g \Big|_{\sigma=5} = 7,27 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.48)$$

$b = b_0$  étant une constante, la relation (2.42) et les valeurs précédentes trouvées pour  $p_g$  et  $a/b$  pour les deux états de contrainte  $\sigma = 0$  et  $\sigma = 5$  MPa permettent d'identifier les valeurs  $b_0$  et  $V_g$  avec ainsi :

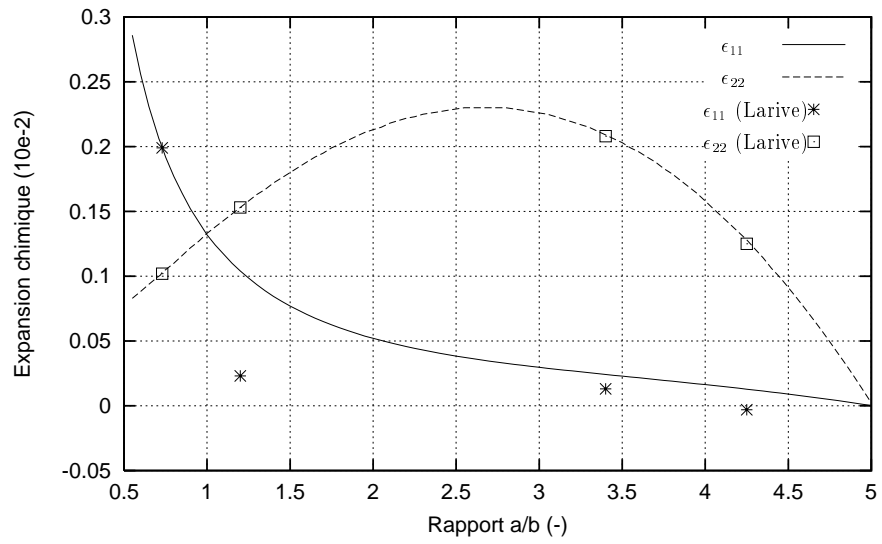


FIG. 2.7 – *Gonflement anisotrope en fonction du rapport a/b*

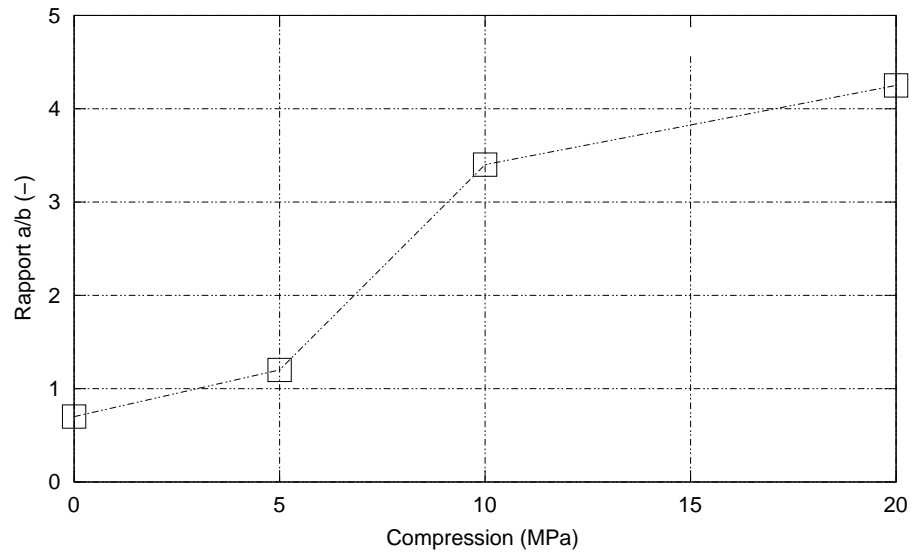


FIG. 2.8 – *Corrélation éventuelle entre  $\delta a/b_0$  et la compression*

$$\begin{cases} p_g = k^p \pi b_0^2 \left( \frac{V_g}{\pi b_0^2} - \frac{a}{b_0} \right) \\ k^p \pi b_0^2 = 3,84 \text{ (MPa)}, \quad k^p V_g = 20,5 \text{ (MPa)} \end{cases} \quad (2.49)$$

Les évolutions des déformations  $\epsilon_{11}$  et  $\epsilon_{22}$  peuvent alors être prédites en fonction du rapport  $a/b$  suivant le processus suivant : pour une valeur de  $a/b = a/b_0$  donnée, la pression de gonflement  $p_g$  est évaluée par (2.49) puis les déformations  $\epsilon_{11}$  et  $\epsilon_{22}$  sont alors calculées à l'aide de l'équation (2.46). Les évolutions obtenues sont représentées à la figure (2.7). Une similarité intéressante est observée entre les courbes expérimentales de la figure (2.5), donnant les déformations de gonflement  $\epsilon_{11}$  et  $\epsilon_{22}$  en fonction de la compression exercée et les courbes de la figure (2.7) prédisant ces mêmes déformations en fonction du rapport d'aspect  $a/b = a/b_0$ . De fait, la variation des déformations  $\epsilon_{11}$  et  $\epsilon_{22}$  en fonction de  $a/b = a/b_0$  suit celle de l'effort exercé autour d'un pore suivant les directions 11,22. D'après la figure (2.6), ces forces s'écrivent en effet :

$$\begin{cases} P_1 = 2b_0 p_g = k^p 2\pi b_0^2 \left( \frac{V_g}{\pi b_0} - a \right) \\ P_2 = 2a p_g = k^p 2\pi b_0 a \left( \frac{V_g}{\pi b_0} - a \right) \end{cases} \quad (2.50)$$

La déformation  $\epsilon_{11}$  diminue de manière monotone avec  $a$  comme la force locale  $P_1$ . En revanche, deux tendances opposées concourent à la variation parabolique de  $\epsilon_{22}$  : une augmentation de  $a$  a tendance à diminuer la force locale  $P_2$  par augmentation de l'espace offert au gel, mais dans le même temps augmente la surface sur laquelle s'exerce  $p_g$ . L'anisotropie de gonflement sous chargement serait ainsi expliquée par la fissuration induite par la compression. On peut alors associer les valeurs de la contrainte de la figure (2.5) aux valeurs  $\Delta a/b_0$  de la figure (2.7) obtenues pour une même valeur de la déformation  $\epsilon_{22}$ . Les résultats de cette association sont reportés à la figure (2.8).

En résumé, l'expansion d'un gel *incompressible* dans un espace poreux dont la morphologie évolue sous l'effet de la compression appliquée conduit à un gonflement anisotrope similaire à celui observé au laboratoire.

## 2.2 Approfondissement de la cinétique

Dans le modèle précédent, l'augmentation volumique du gel, i.e. la déformation chimico-mécanique locale  $\epsilon_r$  dans (2.18), est liée à l'avancement de réaction  $\xi$  à travers un coefficient  $\kappa$ . Ceci aboutit à l'interprétation de l'expansion libre par l'avancement de réaction  $\xi$  et un paramètre chimico-élastique  $\beta$ . Sans justification, on suppose que cette modélisation s'applique aussi au gonflement ayant des histoires thermique et hydrique. Cette

application à l’aspect mérite une étudié complémentaire du fait que la dégradation des structures est souvent associée à la présence de l’eau liquide, d’autant plus que des essais spéciaux à propos de l’influence de l’histoire hydrique sur l’expansion du béton réactif sont disponibles dans la base de données (Larive 1998).

Prenons une histoire d’humidité, qui commence par une humidité modérée  $h_m$  et puis termine par une humidité élevée  $h_e > h_m$ . L’expansion libre prédite par (2.24) est donc :

$$h_m \rightarrow h_e : \epsilon(\xi \rightarrow 1) \rightarrow \beta(h_e) \quad (2.51)$$

qui indique que le gel (ou l’éprouvette réactive) peut “rattraper” tout son potentiel d’expansion même si l’eau liquide lui est temporairement privée. Mais cette constatation est moins justifiée par l’observation au laboratoire.

La figure (2.9) montre l’expansion de deux éprouvettes,  $A$ ,  $B$ , soumises initialement à une humidité modérée (dans la chambre humide) pendant des périodes courte (environs 80 jours) et longue (environs 450 jours) respectivement, puis transportées dans l’eau liquide (immersion). L’autre éprouvette  $C$  du même matériau, témoin de  $A$ ,  $B$ , est dès le début immergée dans l’eau liquide. L’expansion de l’éprouvette  $A$ , celle avec un délai court dans la chambre humide, rejoint rapidement l’expansion de  $C$ . Mais contrairement à la prédiction de (2.51), l’expansion ultime de  $B$  n’arrive pas à rejoindre celle de  $C$  même avec un prise de l’eau comparable avec elle. Evidemment le potentiel d’expansion ne reste plus la même si une éprouvette est soumise à des histoires hydriques différentes, de plus cette différence est non-négligeable, i.e.  $\sim 50\%$  dans le cas de la figure (2.9). Cette observation, baptisée “effet de l’eau tardive” par Larive (1998), nous mène à remettre en question une simple application du modèle au cas d’une histoire hydrique.

En sorte de tenir compte de cette altération temporelle du potentiel d’expansion vis-à-vis d’une histoire hydrique, il est indispensable de faire appel aux mécanismes chimiques de la réaction. Pour le mécanisme topo-chimique, l’origine de cette variation de capacité d’expansion réside essentiellement dans le processus physique de la combinaison du gel formé avec le liquide présent. En revanche, dans la réaction de trans-solution, cette altération d’expansion pourrait concerner des réactions différentes vis-à-vis du niveau de l’eau présente, i.e. différents produits vis-à-vis du nombre  $n$  dans la réaction (2.4)(Part. 1). Donc pour l’histoire dans la figure (2.9), au moins deux réactions différentes sont concernées, celle dans la chambre humide et celle dans l’eau liquide. Dans le cadre de modélisation chimico-mécanique, on ne tient compte que d’une réaction, évoquée dans (2.1), dont un avancement  $\xi$  est déduit. Le mécanisme de trans-solution nécessite donc l’introduction d’une série de réactions dans le système thermodynamique, qui a largement dépassé le cadre chimico-mécanique proposé dans la section précédente. Il en résulte que le mécanisme topo-chimique est retenue comme une base pour la modélisation dans cette section.

Revenons donc au mécanisme topo-chimique. L’expansion du matériau est due à la formation de gel pre-gonflant, i.e. *gel sec*, et puis sa prise de l’eau présente. Le fait que le matériau garde une capacité d’expansion vis-à-vis de l’arrivée d’eau extérieure concerne le

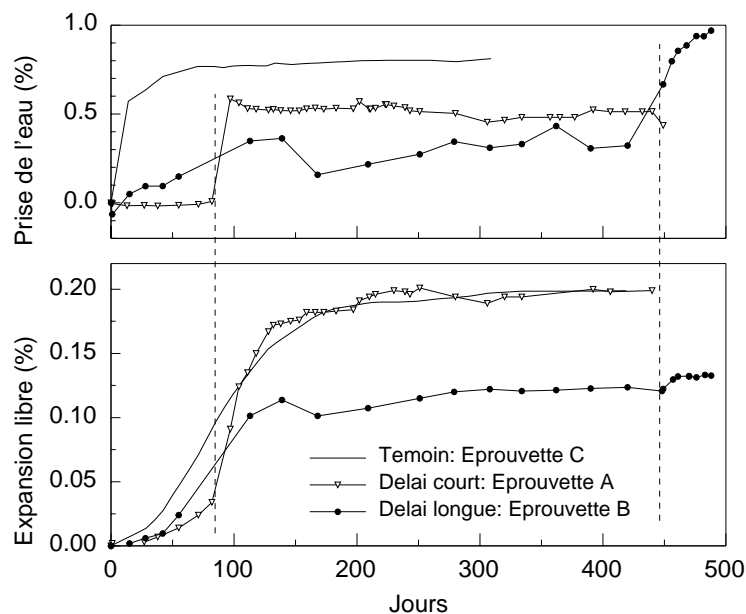


FIG. 2.9 – *Expansion d'une éprouvette soumise à une arrivée de l'eau tardive (Larive 1998)*

comportement de combinaison<sup>8</sup> de l'eau liquide par ce gel sec, car la formation de gel sec exige peu de l'eau extérieure. Le capacité de ce gel sec ne pourrait pas être constante donc un comportement de *vieillissement* est attribué au gel sec formé vis-à-vis de sa capacité de combiner de l'eau liquide. Ce comportement de vieillissement était aussi observé dans les essais chimiques sur un gel synthétique (Diamond et al. 1981). Leur gel, composé de  $Na_2O$  et  $SiO_2$ , est privé de l'eau après sa formation pendant une certaine périodes. Vis-à-vis de sa durée d'isolation hydrique, le gel montre une décroissance notable de son potentiel de prendre de l'eau.

### 2.2.1 Gonflement chimico-élastique du gel vieillissant

À l'issue de la discussion précédente, avec un mécanisme topo-chimique privilégié le terme *vieillissant* est utilisé afin de caractériser l'expansion du matériau vis-à-vis de la présence d'eau extérieure. Toutes les hypothèses de la modélisation chimico-élastique précédente sont retenues sauf qu'un caractère vieillissant est maintenant attribué à la combinaison *instantanée* de l'eau liquide par le gel sec. Par conséquent, il n'existe plus la linéarité entre la formation du gel sec et l'expansion locale du matériau, comme dans (2.18). Deux sous-processus sont ainsi maintenant distingués : celui de la formation du gel sec et celui de sa combinaison avec l'eau liquide, qui se déroulent simultanément au sein du matériau.

---

8. Puisque ce processus n'est pas suffisamment éclairé par les résultats chimiques, on emploie le terme "combinaison de l'eau" pour désigner ce processus quelle que soit son origine (physique ou physico-chimique).

## Deux sous-processus distingués

Notons toujours  $\xi$  l'avancement normalisé de la réaction de formation du gel sec, sa cinétique restant décrite par (2.27) et (2.29). En revanche le temps caractéristique de réaction  $t_c$  est maintenant pris constant à température et à humidité relative constantes. Dans ce cas, d'après (2.29) l'expansion libre de matériau s'écrit sous la forme suivante :

$$\xi = 1 - \exp \left[ -\frac{t}{t_c} \right] \quad (2.52)$$

Pour rendre compte du caractère vieillissant du sous-processus de la combinaison de l'eau par le gel sec formé, une variable de vieillissement normalisée  $\gamma$  est introduite avec  $\gamma = 0$  pour un gel sec "jeune", qui vient d'être formé et garde donc tout son potentiel de combiner de l'eau, et  $\gamma = 1$  pour un gel "vieux" ayant perdu toute capacité à se combiner avec l'eau. Adoptant une cinétique de premier ordre (Atkins 1994), on écrit :

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{t_a} (1 - \gamma) \quad (2.53)$$

où  $t_a$  est un temps caractéristique de ce processus de vieillissement supposé constant. L'intégration de (2.53) conduit à :

$$1 - \gamma = \exp \left[ -\frac{t}{t_a} \right]. \quad (2.54)$$

Quand  $t_a \rightarrow 0$ ,  $\gamma \rightarrow 1$  et le processus de vieillissement est instantané, tandis que le processus est non-vieillissant ( $\gamma \rightarrow 0$ ) quand  $t_a \rightarrow \infty$ <sup>9</sup>. Ainsi,  $t_a$  caractérise la vitesse de vieillissement de la capacité du gel sec à se combiner avec l'eau. Expriment le temps  $t$  dans (2.54) en fonction de l'avancement  $\xi$  de formation du gel sec à l'aide de (2.52), on écrit :

$$1 - \gamma = (1 - \xi)^{\frac{t_c}{t_a}}. \quad (2.55)$$

## Expansion de matériau

Le caractère vieillissant de la capacité du gel à fixer l'eau revient à écrire que le taux de prise de volume d'eau  $\dot{v}_w$  dépend à la fois de la cinétique de formation du gel sec, donc de  $\xi$ , et l'âge  $\gamma$  du gel. On choisit d'écrire :

---

9. D'après (2.53),  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  quand  $t_a \rightarrow \infty$ . Vu que  $\gamma(t=0) = 0$ , donc  $\gamma \rightarrow 0$ .

$$\dot{v}_w = M(1 - \gamma)\dot{\xi}, \quad (2.56)$$

où  $M$  est un coefficient de combinaison qui rapporte le taux de prise d'eau au taux de gel sec "jeune" en cours de formation. Le remplacement de  $1 - \gamma$  par l'expression (2.55) donne la prise de l'eau en fonction de  $\xi$  :

$$\dot{v}_w = M(1 - \xi)^{\left(\frac{t_c}{t_a}\right)} \dot{\xi} \quad (2.57)$$

qui, intégré à une humidité constante, donne :

$$v_w = \frac{M}{1 + \varpi} [1 - (1 - \xi)^{(1 + \varpi)}] \quad \text{avec} \quad \varpi = \frac{t_c}{t_a}. \quad (2.58)$$

Le gonflement du gel résulte de l'augmentation volumique du gel "mouillé" par rapport au gel "sec". En supposant l'eau faiblement compressible, cette augmentation volumique n'est donc autre que le volume  $v_w$ . La déformation locale du matériau  $\epsilon_r$  n'est due qu'à cette augmentation volumique de prise de l'eau  $v_w$ . En adoptant le même modèle rhéologique d'expansion de matériau que celui représenté à la figure (2.1), la contrainte macroscopique  $\sigma$  s'exprime alors sous la forme :

$$\sigma = E \left( \epsilon - \frac{E_s}{E_s + E_u} v_w \right) = E(\epsilon - \pi v_w) \quad \text{avec} \quad \pi = \frac{E_s}{E_s + E_u} \quad (2.59)$$

où  $E$  est donné par (2.23). La signification mécanique du coefficient  $\pi$  peut être donnée par l'approche micromécanique (Lemarchand et Dormieux 2000). Dans le cas de l'expansion libre, l'augmentation de volume du gel mouillé se traduit par l'expansion du matériau :

$$\sigma = 0 : \quad \epsilon = \pi v_w. \quad (2.60)$$

Utilisant l'expression de  $v_w$  dans (2.58), l'expansion libre à humidité constante s'écrit alors :

$$\epsilon = \frac{\pi M}{1 + \varpi} [1 - (1 - \xi)^{(1 + \varpi)}]. \quad (2.61)$$



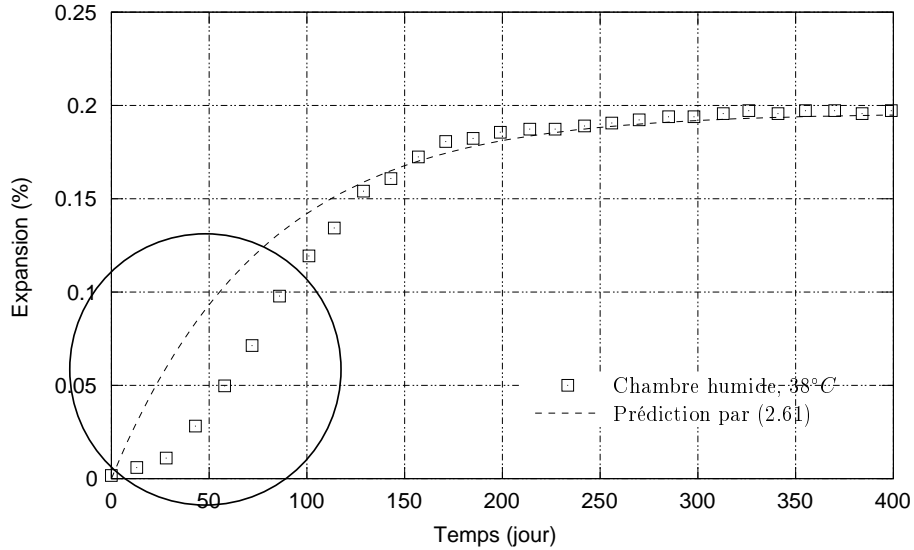


FIG. 2.10 – Écart entre la prédiction et l'observation

## 2.2.2 Expansion initiale : un processus de remplissage

L'expression (2.61) nous donne une prédiction de l'expansion libre dans une humidité ambiante constante. Pourtant, l'observation au laboratoire du gonflement des éprouvettes, cf. Fig. (2.10), révèle une phase d'expansion initiale dont ne rend pas compte l'expression (2.61). Dans le but de prendre en compte cette phase d'expansion initiale, deux approches peuvent être menées. La première approche consiste à attribuer cette phase initiale d'expansion à une cinétique non linéaire de la réaction. La deuxième approche, de type micromécanique, attribue pour sa part cette phase initiale à un remplissage progressif des pores qui ne sont alors pas mis en pression simultanément. La première approche revient à celle déjà mise en oeuvre dans le premier modèle chimico-élastique à travers la dépendance, retenue dans (2.33), du temps caractéristique  $t_c$  en fonction de  $\xi$ . La seconde approche a été développée dans une étude micromécanique du béton analysé en tant que milieu poreux (Lemarchand 2001). Si la co-existence des deux phénomènes paraît vraisemblable, l'hypothèse de remplissage progressif est adoptée par la suite pour étudier cette phase initiale et replacée dans le contexte macroscopique ici adopté.

Il est supposé pour simplifier que l'espace poreux à remplir par le gel mouillé ne concerne que celui connecté. Sa fraction volumique par rapport au matériau est désignée par  $\phi_0$ . En outre on suppose qu'avant un remplissage total de gel mouillé dans  $\phi_0$ , aucune pression ne s'exerce sur le squelette solide du matériau, qui conduit à remplacer (2.60) par une fonction simplifiée telle que :

$$\epsilon = \pi \langle v_w - \phi_0 \rangle_+ \quad \text{avec} \quad \langle v_w - \phi_0 \rangle_+ = \begin{cases} 0 & \text{si } v_w - \phi_0 < 0 \\ v_w - \phi_0 & \text{si } v_w - \phi_0 \geq 0 \end{cases} . \quad (2.62)$$

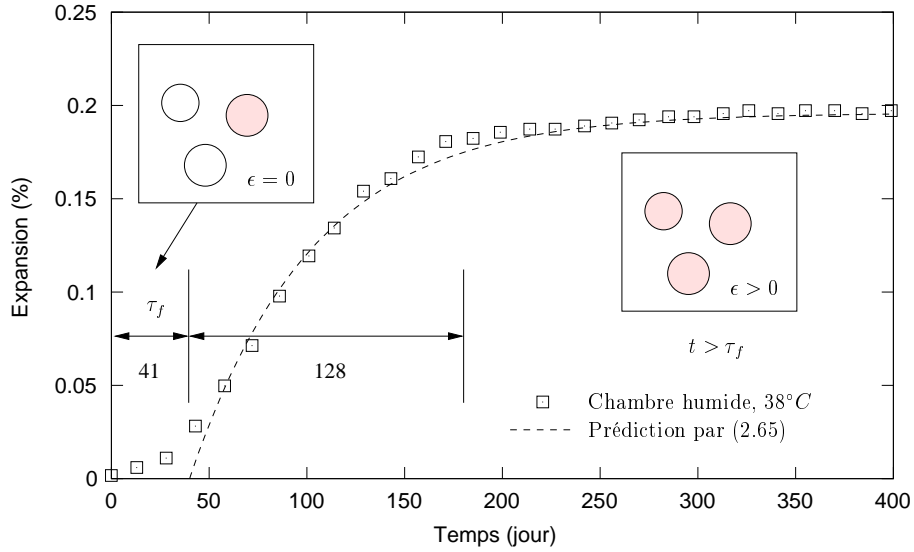


FIG. 2.11 – Prédiction avec une phase initiale de remplissage

où  $\langle x \rangle_+ = \frac{1}{2}(x + |x|)$ . A la fin de cette phase de remplissage, tous les pores sont remplis par le gel mouillé et sont sur le point d'exercer une pression sur la matrice solide et de déformer le matériau. La durée de cette phase correspond à un temps de remplissage  $\tau_f$  :

$$v_w|_{t=\tau_f} = \phi_0 \quad (2.63)$$

qui donne l'espace initial à remplir pour le gel mouillé. Les expressions (2.58) et (2.52) de  $v_w$  et  $\xi$  conduisent à exprimer  $\phi_0$  en fonction de  $\tau_f$  sous la forme :

$$\phi_0 = \frac{M}{1 + \varpi} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{\tau_f}{t_c} (1 + \varpi) \right] \right) . \quad (2.64)$$

Cette expression substituée dans (2.62) donne ainsi l'expansion libre du matériau sous la forme :

$$\epsilon = \frac{\pi M}{1 + \varpi} \exp \left[ -\frac{\tau_f}{t_c} (1 + \varpi) \right] \left( 1 - \exp \left[ -\frac{\langle t - \tau_f \rangle_+}{t_c} (1 + \varpi) \right] \right) . \quad (2.65)$$

D'après (2.65), l'expansion provoquée par le gel mouillé implique trois phénomènes couplés : la formation de gel sec de temps caractéristique  $t_c$ , la combinaison de l'eau du gel sec dont le caractère vieillissant est caractérisé par le temps caractéristique  $t_a$  et un phénomène de remplissage de durée  $\tau_f$ . L'effet relatif des deux premiers intervient sur l'évolution

d'expansion à travers le terme  $\varpi = t_c/t_a$  tandis que tous les trois influent sur l'amplitude ultime d'expansion. La figure (2.11) représente la prédiction donnée par (2.65) tenant compte de la phase de remplissage.

### 2.2.3 Paramètres du modèle chimico-élastique vieillissant

Les équations (2.29), (2.57), (2.62) et (2.64) constituent un modèle chimico-élastique rendant à la fois compte du caractère vieillissant de la capacité de fixation de l'eau par le gel et de la phase initiale de remplissage des pores. Les paramètres définissant le modèle sont :

- $t_c$  Temps caractéristique de formation de gel sec. Ce temps caractérise la cinétique de réactions chimiques et dépend de la température et l'humidité ambiantes.
- $t_a$  Temps caractéristique associé au processus de combinaison de l'eau liquide avec le gel sec. Il intervient sur la cinétique et l'amplitude de l'expansion, cf. Eq. (2.65).
- $M$  Coefficient de capacité de combinaison de l'eau liquide au gel sec, cf. Eq. (2.56).
- $\phi_0$  Porosité initiale, connectée, quantifiant l'espace libre disponible pour le gel mouillé avant que ce dernier n'exerce une pression sur la matrice solide au bout du temps de remplissage  $\tau_f$  défini par (2.64).
- $\pi$  Coefficient d'expansion chimico-élastique, cf. Eq. (2.59), traduisant la réponse du matériau à l'expansion du gel mouillé. Dans le cas où le squelette est considéré comme linéairement élastique,  $\pi$  se réduit à une constante.

Tous les paramètres ne sont pas mesurables par seulement des essais de matériau. Par exemple, le coefficient de combinaison  $M$  ne peut être estimé que par des essais physico-chimiques pertinents. Le calibrage de ce modèle n'exige toutefois, d'après l'examen de (2.29), (2.57), (2.62) et (2.64), que la détermination de  $t_c$ ,  $t_a$ ,  $\pi$ ,  $\phi_0$  et  $\pi M$ .

#### Calage

Les mêmes résultats expérimentaux que ceux ayant conduit à (2.36) sont utilisés pour caler les quatre paramètres précédents pour le modèle chimico-élastique vieillissant, dans une température ambiante  $\theta = 38^\circ C$ . Rappelons que les éprouvettes sont soumises à : (i) l'immersion dans l'eau liquide ( $h = 100\%$ ); (ii) l'exposition en réacteurs humides ( $h \sim 98\%$ ); (iii) l'exposition en chambre humide ( $h \sim 92\%$ ); (iv) l'isolation par des couches d'aluminium ( $h \sim 88\%$ ). Leur changement de masse ainsi que leur expansion sont enregistrés. Pour faciliter le calage, la variable teneur en eau  $s_l$ , définie comme le rapport de l'espace poreux occupé par l'eau liquide  $\phi_w$  par rapport à l'espace poreux total  $\phi_0$ , soit

$$s_l = \phi_w / \phi_0 \tag{2.66}$$

est préférée à l'humidité relative, afin de convertir directement le changement de masse en

variation de teneur en eau. De plus, afin de simplifier la discussion par la suite, un temps de latence  $\tau$  est introduit tel que :

$$\tau = t_c/(1 + \varpi) \quad (2.67)$$

Pour l'expansion libre mesurée sous chaque condition hydrique, cf. Fig. (2.11), les coefficients mesurables sont l'expansion asymptotique  $\epsilon^\infty$ , le temps de latence  $\tau$ , cf. Eq. (2.67), et le temps de remplissage  $\tau_f$ . Selon (2.65) la valeur asymptotique d'expansion libre est,

$$\epsilon^\infty = \frac{\pi M}{1 + \varpi} \exp \left[ -\frac{\tau_f}{\tau} \right]. \quad (2.68)$$

Le paramètre  $\pi\phi_0$  peut être déterminé par les mesures directes de  $\tau_f$ ,  $\tau$  et  $\epsilon_r^\infty$  à l'aide de (2.64) et (2.65) :

$$\pi\phi_0 = \epsilon^\infty \frac{1 - \exp(-\tau_c/\tau)}{\exp(-\tau_f/\tau)} \quad (2.69)$$

Pour les trois paramètres  $t_c(s_l)$ ,  $t_a$ ,  $\pi M$ , on introduit les fonctions auxiliaires  $\zeta(s_l) = t_c(s_l)/(\pi M)$  et  $\mu = (\pi M)/t_a$ . Les équations (2.67) et (2.68) mènent alors à :

$$\epsilon^\infty \exp \left[ \frac{\tau_f}{\tau} \right] = \frac{\pi M}{1 + \mu \zeta(s_l)} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{(\pi M) \zeta(s_l)}{1 + \mu \zeta(s_l)}. \quad (2.70)$$

La fonction  $\zeta(s_l)$  peut être déterminée à l'aide des mesures de  $\tau, \tau_f$  et  $\epsilon^\infty$  à travers (2.68),

$$\zeta(s_l) = \frac{t_c(s_l)}{\pi M} = \frac{\tau}{\epsilon^\infty \exp(\tau_f/\tau)} \quad (2.71)$$

Dans (2.70) les inconnues sont bien  $\mu$  et  $\pi M$ , les autres termes étant déterminés par des mesures directes. Deux calages de ces variables peuvent être effectués à travers (2.70)<sub>1,2</sub>, donnant effectivement deux couples de valeurs  $(\mu, \pi M)_1$  et  $(\mu, \pi M)_2$ . D'un point de vue numérique, le bon groupe de variables correspondra à des calages identiques. Avec un tel algorithme, un résultat satisfaisant est trouvé avec  $\pi M = 0,00635 \pm 0,0003$  et  $\mu = (4,345 \pm 0,2) \times 10^{-5}$ . Les temps caractéristiques de formation de gel sec  $t_c$  et de vieillissement  $t_a$  sont alors déterminés :

$$\begin{cases} t_c = \pi M \zeta(s_l) = t_c(s_l = 100\%) \exp[c_1 s_l + c_2] \\ t_a = \frac{\pi M}{\mu} = \text{const.} \end{cases} \quad (2.72)$$

L'ensemble des paramètres ainsi déterminés est récapitulé au tableau (2.4).

TAB. 2.4 – Paramètres déterminés du modèle chimico-élastique vieillissant

Paramètre	Valeur
Coefficient de remplissage $\pi\phi_0$ (-)	0,00062
Expansion chimico-mécanique $\pi M$ (-)	0,00635
Temps de vieillissement $t_a$ (jour)	146
Temps de formation du gel sec $t_c$ ( $s_l = 100\%$ ) (jour)	30
Coefficient $c_1$ (-)	-9,080
Coefficient $c_2$ (-)	15,343

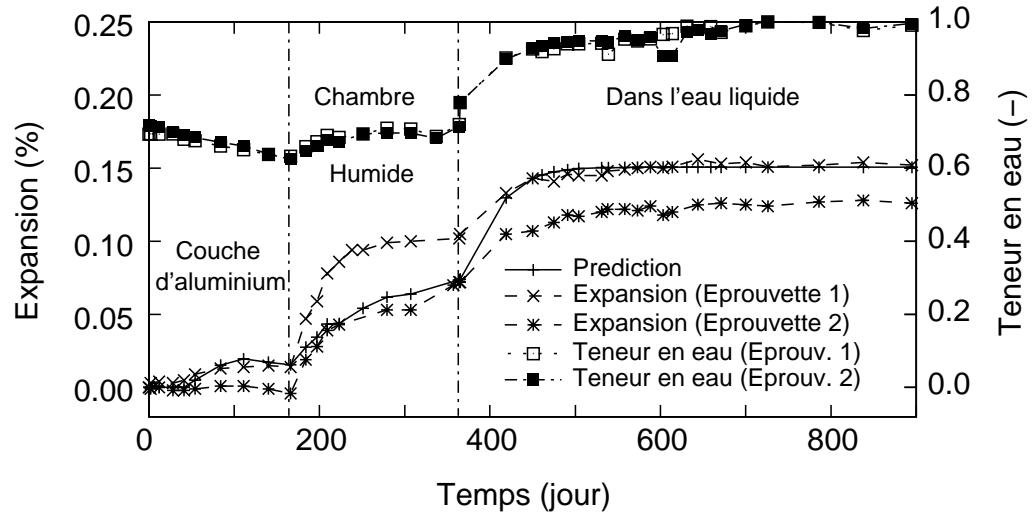


FIG. 2.12 – Concordance entre les expansions libres mesurée (Larive 1998) et prédite par le modèle chimico-élastique vieillissant

## Validation

Pour valider le modèle ainsi calé, deux éprouvettes réactives soumises à une historique d'humidité particulier sont choisies, cf. Fig. (2.12). Ces deux éprouvettes sont dès leur coulage emballées sous aluminium avec donc un processus de séchage dans un premier temps, et puis transportées à la chambre humide et finalement immergées sous l'eau liquide. Le changement de masse et l'expansion des éprouvettes sont mesurés. Pour une telle histoire hydrique, une modification évidente de la capacité d'expansion est observée. Le modèle proposé est censé pouvoir capturer cet effet avec les paramètres déjà calés dans le tableau (2.4).

Dans le calcul, le changement de masse des deux éprouvettes est converti en changement de teneur en eau  $\Delta s_l$ . Une teneur en eau initiale  $s_l^0 = 73\%$ , i.e. après le durcissement du béton, est évaluée à partir des changements de masse des éprouvettes non-réactives témoins. Pour une analyse numérique, l'ensemble des équations (2.29), (2.57), (2.62) et (2.64) est discrétisé par un schéma incrémental, présenté dans l'Annexe II. La figure (2.12) montre une bonne concordance entre les expansions mesurées et celles prédites par le modèle vieillissant.

Dans la discussion du modèle vieillissant, on s'est concentré sur le calage hydrique. Parmi les quatre paramètres du tableau (2.4) l'aspect thermique ne concerne que le temps caractéristique  $t_c$ . Puisqu'il s'agit de la formation du gel sec, une énergie de thermoactivation  $U_r$  similaire à celle intervenant dans (2.34) peut être déterminée si bien que  $t_c$  s'exprime sous la forme :

$$t_c(s_l, \theta) = t_c(s_l = 100\%, \theta = \theta_0) \exp\left(b s_l + c\right) \exp\left[U_r \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \quad (2.73)$$

avec les trois autres paramètres donnés par le tableau (2.4). Avec un schéma de discrétisation temporelle, ce modèle est alors capable de prédire et calculer l'expansion pour une histoire thermique et hydrique quelconque. L'extension tridimensionnelle de (2.59) est :

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(K - \frac{2}{3}G\right)\boldsymbol{\epsilon}\mathbf{1} + 2G\boldsymbol{\epsilon} - 3K\pi v_w \mathbf{1} \quad (2.74)$$

ou sous forme d'anisotrope :

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(K - \frac{2}{3}G\right)\boldsymbol{\epsilon}\mathbf{1} + 2G\boldsymbol{\epsilon} - 3K\pi v_w \mathbf{b} \quad (2.75)$$

où  $K$ ,  $G$  sont les modules de compressibilité et de cisaillement respectivement et  $\mathbf{b}$  un tenseur d'anisotropie de gonflement du matériau, cf. Eq. (2.39)<sup>10</sup>.

---

10. La discussion dans cette section se fait l'objectif d'une de nos publications (Steffens, Li et Coussy 2003).



# Chapitre 3

## Chimico-plasticité de gonflement

Afin d'étudier la cinétique du gonflement, on a fortement idéalisé la réponse du matériau dans le chapitre précédent par un milieu élastique linéaire. La déformation provoquée par le gonflement d'origine chimique est réversible mécaniquement si la réaction pouvait s'inverser. L'objectif de ce chapitre est d'aborder la modélisation du gonflement d'origine chimique pour un matériau élastoplastique<sup>1</sup>.

### 3.1 Couplage chimico-mécanique dans un milieu élastoplastique

Avec une réaction chimique toujours décrite par (2.1), la dissipation  $\Phi$  d'un milieu susceptible de se déformer irréversiblement reste donnée par (2.6). Par rapport à un milieu élastique, on a cependant maintenant besoin des variables supplémentaires pour décrire la déformation irréversible, i.e.  $(\boldsymbol{\epsilon}_p, \chi)$ , où  $\boldsymbol{\epsilon}_p$  représente la déformation plastique du matériau et  $\chi$  une variable d'écrouissage. Ces variables sont toutes les deux internes, non accessibles à la mesure directe. Dans ce cas, l'énergie libre  $\psi$  s'exprime sous la forme :

$$\psi = \psi(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\epsilon}_p, \chi, \xi, T) \quad (3.1)$$

En supposant de plus que seule la partie élastique intervient dans l'expression de l'énergie libre, soit  $\psi = \psi(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p, \chi, \xi, T)$ , la dissipation intrinsèque  $\Phi_1 + \Phi_{\rightarrow}$  déduite de (2.6) s'écrit sous la forme :

---

1. La modélisation chimico-plastique est présentée dans la publication (Li et Coussy 2002a).



$$\begin{aligned} \Phi_1 + \Phi_{\rightarrow} &= \left( \boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \right) : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dt} - \left( S + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \frac{dT}{dt} \\ &\quad - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}_p} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}_p}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dt} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

En reconduisant les equations d'état (2.11), la dissipation (3.2) s'écrit encore :

$$\Phi_1 + \Phi_{\rightarrow} = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}_p}{dt} + \zeta \frac{d\chi}{dt} + A \frac{d\xi}{dt} \geq 0 \quad (3.3)$$

avec les définitions,

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} = - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}_p} \quad \zeta = - \frac{\partial \psi}{\partial \chi} \quad A = - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \quad (3.4)$$

où  $\zeta$  est la force d'écroûissage associée à la variable d'écroûissage  $\chi$ . On voit dans l'expression (3.3) que la dissipation est due à la déformation irréversible  $\boldsymbol{\epsilon}_p$  ainsi qu'à la réaction chimique  $\xi$ . La poursuite de la modélisation chimico-plastique réside alors notamment dans la forme de l'énergie libre  $\psi(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\epsilon}_p, \chi, \xi, T)$ . Dans la suite on se restreindra à un processus isotherme, i.e.  $T = T_0$ , et on note cette énergie sous la forme  $\bar{\psi}(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\epsilon}_p, \chi, \xi) = \psi(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\epsilon}_p, \chi, \xi, T_0)$ .

Afin d'aider à établir l'expression de cette énergie pour le gonflement d'alcali-réaction, une image *mésoscopique* du mécanisme de mise en gonflement du matériau est proposée dans la figure (3.1) avec le modèle rhéologique unidimensionnel correspondant. Comme dans le modèle de la figure (2.1), la déformation du matériau  $\epsilon$  est due au couplage entre l'expansion locale de produit chimique  $\epsilon_r$  et la réponse du matériau aux alentours représentée par les ressorts  $E_s$  et  $E_u$ . Le modèle rhéologique de la figure (3.1) tient compte du développement éventuel de la fissuration dans la partie du matériau sous traction, i.e. la partie I dans la figure, à travers une déformation irréversible  $\gamma_p$ . Il est à noter que  $\gamma_p$  n'est qu'une déformation plastique locale et n'est pas la déformation plastique du matériau  $\epsilon_p$ . Ceci peut être montré à travers un essai de charge-décharge sur le modèle rhéologique.

L'équation d'équilibre et le critère de plasticité du modèle de la figure (3.1) s'écrivent :

$$\sigma = \sigma_u - p_s \quad \text{et} \quad \sigma_u \leq k_m \quad (3.5)$$

La pression  $p_s$  et la traction  $\sigma_u$  s'expriment sous la forme suivante<sup>2</sup> :

---

2. Un gel non vieillissant est d'abord retenu ici pour illustrer la chimico-plasticité, et l'introduction du gel vieillissant sera traité dans la suite.

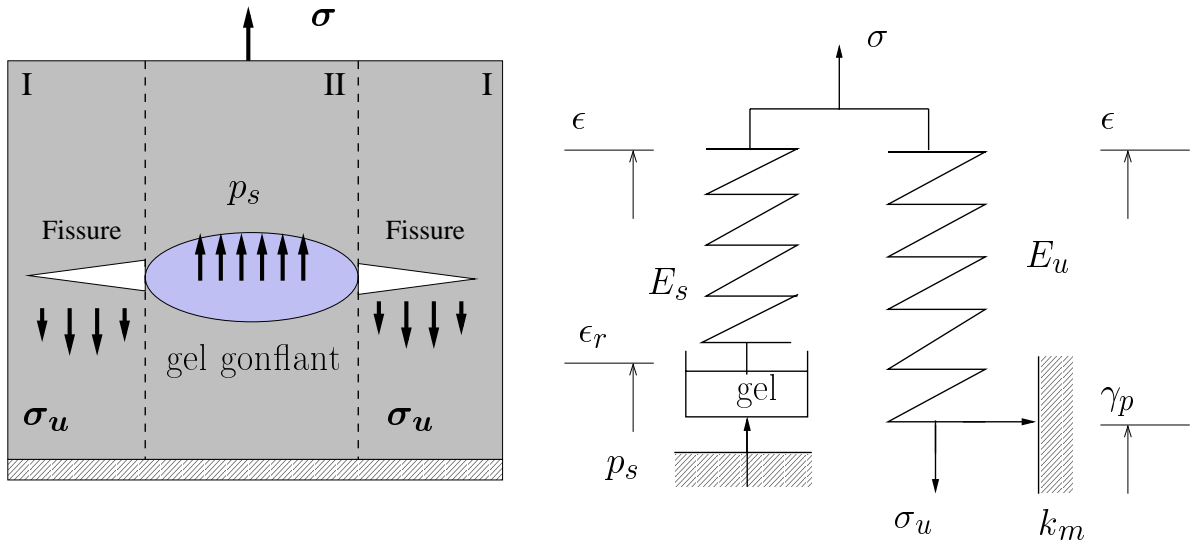


FIG. 3.1 – *Chimico-plasticité du gonflement*

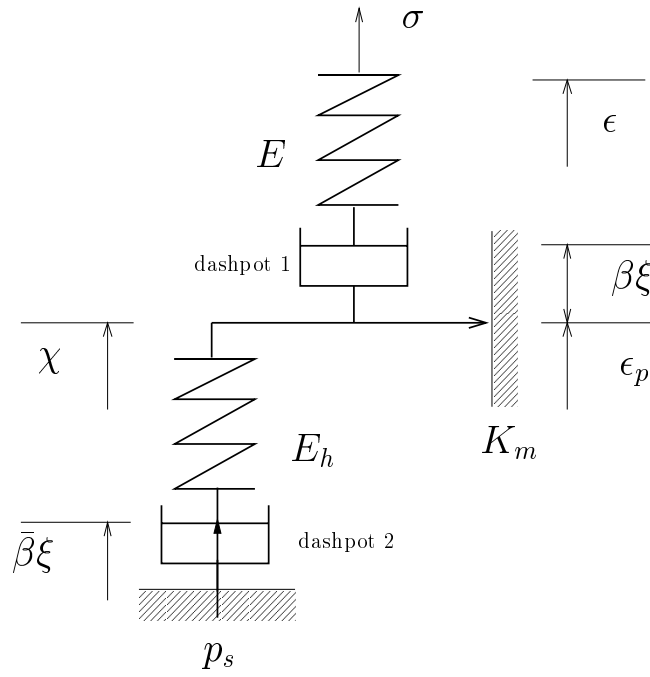


FIG. 3.2 – *Modèle équivalent de chimico-plasticité*

$$p_s = -E_s (\epsilon - \kappa\xi), \quad \text{et} \quad \sigma_u = E_u (\epsilon - \gamma_p) \quad (3.6)$$

Substituant (3.6) dans (3.5) on obtient :

$$\begin{cases} \sigma = E (\epsilon - \epsilon_p - \beta\xi) \\ \sigma - E_h (\epsilon_p - \bar{\beta}\xi) \leq K_m \end{cases} \quad (3.7)$$

avec  $\beta$ ,  $E$  donnés par (2.23) et

$$\begin{cases} \epsilon_p = \frac{E_u}{E_s + E_u} \gamma_p, \quad \bar{\beta} = \frac{\kappa E_u}{E_s + E_u} \\ E_h = \frac{E_s}{E_u} (E_s + E_u), \quad K_m = k_m \frac{E_s + E_u}{E_u} \end{cases} \quad (3.8)$$

À l'aide de (3.7) et des nouveaux coefficients, un modèle rhéologique équivalent à celui de la figure (3.1) est présenté dans la figure (3.2). Les variables d'état de ce modèle sont donc  $(\epsilon, \epsilon_p, \xi)$ . Il est à noter que dans ce modèle unidimensionnel la déformation plastique, i.e.  $\epsilon_p$ , coïncide avec la variable d'écrouissage  $\chi$ , et la différence entre les deux sera explicite dans un contexte tridimensionnel. On y voit que l'expansion du gel peut provoquer à la fois une déformation élastique par  $\beta\xi$  et une déformation plastique par  $\bar{\beta}\xi$ . L'importance relative de ces deux contributions repose sur le rapport  $E_s/E_u$ , cf. Eqs. (2.23) et (3.8).

## 3.2 Modèle à plasticité induite

Supposons tout d'abord que,  $E_s \gg E_u$ , donc que :

$$\bar{\beta}\xi \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

La contribution d'expansion du gel au gonflement de matériau est alors purement élastique. Le modèle se réduit à celui de la figure (3.3), qui en fait intercale un "dashpot" chimique dans un modèle classique de plasticité avec écrouissage. Pour ce modèle l'énergie libre  $\bar{\psi}$  s'exprime sous la forme suivante :

$$\bar{\psi}[(\epsilon - \epsilon_p), \xi, \chi] = \frac{1}{2}E [(\epsilon - \epsilon_p) - \beta\xi]^2 + \frac{1}{2}E_h\chi^2 + g(\xi) \quad (3.10)$$

avec  $g(\xi) = \frac{A_0}{2}(1 - \xi)^2$ .

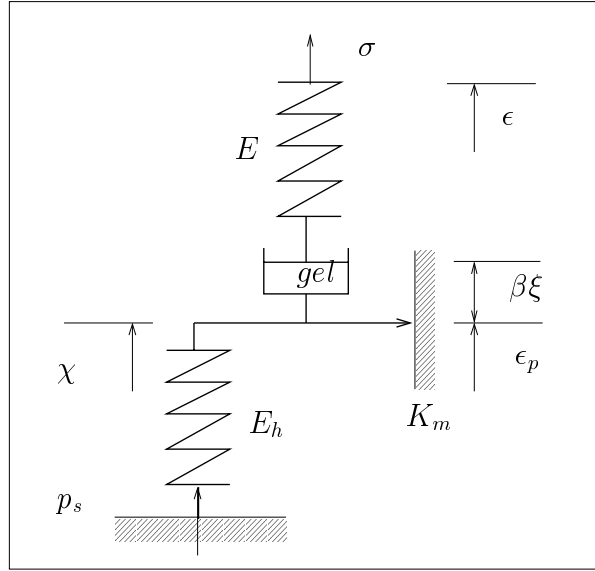


FIG. 3.3 – *Chimico-plasticité induite du gonflement du gel d'alcali-réaction*

### Equations d'état

Substituant (3.10) dans (3.4) on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \epsilon} = E(\epsilon - \epsilon_p) - \beta E \xi \\ \zeta = p_s = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \chi} = -E_h \chi \\ A = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = \beta \sigma + A_0(1 - \xi) \end{array} \right. \quad (3.11)$$

L'influence de la contrainte  $\beta \sigma$  sur la réaction chimique étant négligeable, on simplifie à nouveau l'affinité de réaction sous la forme :

$$A = A_0(1 - \xi) \quad (3.12)$$

### Critère de plasticité

Le critère de plasticité s'écrit :

$$|\sigma + p_s| - K_m \leq 0 \quad (3.13)$$

où  $K_m$  est la résistance du patin plastique. La fonction de charge est alors :

$$f(\sigma, p_s) = |\sigma + p_s| - K_m \quad (3.14)$$

### Lois complémentaires

La règle d'écoulement plastique s'écrit :

$$\begin{cases} d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = d\lambda \text{sign}(\sigma + p_s) \\ d\chi = d\lambda \frac{\partial f}{\partial p_s} = d\lambda \text{sign}(\sigma + p_s) \end{cases} \quad (3.15)$$

### Multiplicateur plastique

$$df = 0 : \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_s} dp_s = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_s} \frac{\partial p_s}{\partial \chi} d\chi = 0 \quad (3.16)$$

Compte tenu de (3.11)<sub>2</sub> et (3.15)<sub>2</sub>, l'équation (3.16) devient,

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = d\lambda \left( \frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 E_h \quad (3.17)$$

et le multiplicateur plastique  $d\lambda$  a pour expression :

$$d\lambda = \frac{1}{H} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma \right) \quad \text{avec} \quad H = E_h \left( \frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 \quad (3.18)$$

### 3.2.1 Implication d'une plasticité induite

Appliquant (3.15) et (3.18) au cas d'expansion libre du matériau on obtient :

$$\sigma = 0 ; d\sigma = 0 \Rightarrow d\lambda = 0 ; d\epsilon_p = 0 \quad (3.19)$$

L'expansion libre  $\epsilon$  s'exprime donc, d'après l'expression (3.11)<sub>1</sub>, toujours comme dans le modèle chimico-élastique en terme de l'avancement de la formation du gel  $\xi$  :

$$\sigma = 0; d\sigma = 0 : \quad \epsilon = \beta \xi \quad (3.20)$$

Plus généralement, au terme d'un processus de chargement qui aura conduit à la déformation irréversible  $\epsilon_p^0$ , si l'on maintient ultérieurement la contrainte au niveau alors atteint  $\sigma_0$ , on peut écrire :

$$\sigma_0 \neq 0; d\sigma = 0 : \quad \sigma_0 = E(\epsilon - \epsilon_p^0) - \beta E \xi \quad (3.21)$$

ou encore sous forme incrémentale

$$\sigma_0 \neq 0; d\sigma = 0 : \quad d\epsilon = \beta d\xi \quad (3.22)$$

On voit ainsi que l'évolution de déformation plastique  $\epsilon_p$  est découplée de la formation du gel et que le gonflement d'origine chimique reste élastique. L'avancement chimique  $\xi$  n'intervient pas dans la force d'érouissage  $p_s$ , ni dans le multiplicateur plastique  $d\lambda$ . En fait, l'équation (3.11)<sub>1</sub> peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma + \sigma_c(\xi) = E(\epsilon - \epsilon_p), \quad \text{avec} \quad \sigma_c = \beta E \xi \quad (3.23)$$

Tout revient alors à imposer une contrainte (ou bien une déformation) d'origine chimique dans un milieu élastoplastique classique. Le terme employé de *chimico-plasticité induite* vient de ce fait. Cette source de contrainte (ou de déformation) chimique peut en effet induire de la plasticité dans le matériau. Si l'on bloque la déformation totale  $\epsilon = 0$  dans le modèle de la figure (3.3), le “dashpot” chimique finira par entraîner une déformation plastique si la pression accumulée dépasse la résistance  $K_m$  du patin. La déformation plastique induite par la réaction chimique ne peut avoir lieu que dans le cas où la déformation du matériau est limitée ou empêchée.

Les équations (3.20) et (3.22) indiquent alors que la cinétique peut s'exprimer directement par l'expansion macroscopique du matériau, comme dans le cas chimico-élastique. Le calage effectué dans le chapitre précédent, cf. Eqs. (2.32) et (2.33), demeure alors valable pour le modèle à plasticité induite, tandis que si l'on veut rendre compte du vieillissement de la capacité de prise de l'eau par le gel, l'équation (3.22) devient  $d\epsilon = \pi dv_w$  où  $\pi dv_w$  reste calculé par le schéma proposé dans l'annexe B. En effet, ce modèle chimico-plastique inclut les modèles chimico-élastiques.

### 3.2.2 Extension tridimensionnelle

L'extension du modèle précédent au cas tridimensionnel revient à réécrire les équations d'état sous forme tensorielle. Il est nécessaire de plus d'adopter un critère plastique du béton plus précis que (3.14).

#### Equations d'état

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p)} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p) \mathbf{1} + 2G(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p) - \beta K \xi \mathbf{1} \\ \zeta = p_s = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \chi} = -K_h \chi \\ A = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = \beta \sigma_m + A_0(1 - \xi) \end{array} \right. \quad (3.24)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}_p$  représentent respectivement les tenseurs de contrainte, de déformation et de déformation plastique.  $\epsilon = tr(\boldsymbol{\epsilon})$ ,  $\epsilon_p = tr(\boldsymbol{\epsilon}_p)$  et  $\sigma_m = tr(\boldsymbol{\sigma})$  sont respectivement les traces des tenseurs de déformation, de déformation plastique et de contrainte. Le gonflement est ici supposé isotrope. Un gonflement anisotrope s'exprimerait de la même façon que (2.40) en remplaçant le tenseur d'identité  $\mathbf{1}$  par le tenseur d'anisotropie  $\mathbf{b}$ .

#### Critère de plasticité

La fonction de charge  $f(\boldsymbol{\sigma}, p_s)$  définit le domaine d'élasticité  $D_e$ . Dans l'espace des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et de  $p_s$  :

$$(\boldsymbol{\sigma}, p_s) \in D_e : \quad f(\boldsymbol{\sigma}, p_s) \leq 0 \quad (3.25)$$

#### Lois complémentaires

La règle d'écoulement s'exprime sous la forme :

$$d\boldsymbol{\epsilon}_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad d\chi = d\lambda \frac{\partial f}{\partial p_s} \quad (3.26)$$

Afin d'illustrer cette plasticité induite, un critère de type Drucker-Prager est considéré :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, p_s) = \sqrt{J_2} + a(\sigma_m + p_s) - c \leq 0 \quad (3.27)$$

avec

$$J_2 = \frac{1}{2}tr(\mathbf{s} : \mathbf{s}) \quad \sigma_m = \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma}) \quad (3.28)$$

où  $\mathbf{s}$  est le tenseur déviateur de la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $a, c$  étant les coefficients de friction et de cohésion respectivement. La signification de  $a, c$  provient de deux essais mécaniques : un essai de compression uniaxiale avec  $f'_c$  comme résistance et un autre de traction avec la résistance notée  $f'_t$ . Substituer ces deux cas dans (3.27) donne :

$$a = \sqrt{3} \frac{1 - f'_t/f'_c}{1 + f'_t/f'_c}, \quad \text{et} \quad c = \frac{2f'_t}{\sqrt{3}(1 + f'_t/f'_c)} \quad (3.29)$$

La règle d'écoulement s'écrit, à la suite de (3.26), comme :

$$d\boldsymbol{\epsilon}_p = d\lambda \left( \frac{\mathbf{s}}{2\sqrt{J_2}} + \frac{1}{3}a\mathbf{1} \right) \quad d\chi = d\lambda a = tr(d\boldsymbol{\epsilon}_p) \quad (3.30)$$

### Multiplicateur de plasticité

Par (3.18), on obtient le multiplicateur de plasticité sous la forme suivante :

$$f = df = 0 : d\lambda = \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\boldsymbol{\sigma} \quad \text{avec} \quad H = - \left( \frac{\partial p_s}{\partial \chi} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 \quad (3.31)$$

Le remplacement de  $f(\boldsymbol{\sigma}, p_s)$  par son expression (3.27) donne :

$$d\lambda = \frac{\partial_{\boldsymbol{\sigma}} f}{H} = \frac{1}{a^2 \bar{K}_h} (d\sqrt{J_2} + ad\sigma_m) \quad (3.32)$$

avec  $\bar{K}_h$  défini par

$$\bar{K}_h = \begin{cases} K_h & K_h = const. \\ \left( K_h + \frac{\partial K_h}{\partial \chi} d\chi \right) & K_h = K_h(\chi) \end{cases} \quad (3.33)$$

Un algorithme complet d'éléments finis est présenté dans l'annexe C pour les applications tridimensionnelles du modèle à chimico-plasticité induite.



### 3.3 Modèle à plasticité couplée

Considérons un autre cas,  $E_s \ll E_u$ , qui conduit à :

$$\beta\xi \rightarrow 0 \quad (3.34)$$

Le modèle rhéologique dans la figure (3.2) se transforme donc en un autre modèle simplifié, illustré dans la figure (3.4). Ce modèle donne une autre interprétation du gonflement chimico-mécanique, où l'expansion chimique elle-même devient une source de déformation irréversible. L'énergie libre  $\bar{\psi}(\epsilon - \epsilon_p, \chi, \xi)$  s'écrit donc :

$$\bar{\psi}(\epsilon - \epsilon_p, \chi, \xi) = \frac{1}{2} \left[ E(\epsilon - \epsilon_p)^2 + E_h(\bar{\beta}\xi - \chi)^2 \right] + g(\xi) \quad (3.35)$$

avec  $g(\xi) = \frac{1}{2}A_0(1 - \xi)^2$ . Comme dans le modèle à plasticité induite, on obtient les équations d'état en substituant (3.35) dans (3.4), alors que le critère de plasticité provient de l'équilibre de contraintes.

#### Equations d'état

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \epsilon} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \epsilon_p} = E(\epsilon - \epsilon_p) \\ \zeta = p_s = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \chi} = E_h(\bar{\beta}\xi - \chi) \\ A = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = \bar{\beta}p_s + A_0(1 - \xi) \end{array} \right. \quad (3.36)$$

Suivant le même raisonnement que précédemment on peut négliger  $\bar{\beta}\xi$  devant  $A_0(1 - \xi)$ . L'affinité (3.36)<sub>3</sub> devient  $A = A_0(1 - \xi)$ .

#### Critère de plasticité

L'équilibre des contraintes impose :

$$|\sigma + p_s| \leq K_m \quad (3.37)$$

d'où la définition de la fonction de charge  $f(\sigma, p_s)$ ,

$$f(\sigma, p_s) = |\sigma + p_s| - K_m \leq 0 \quad (3.38)$$

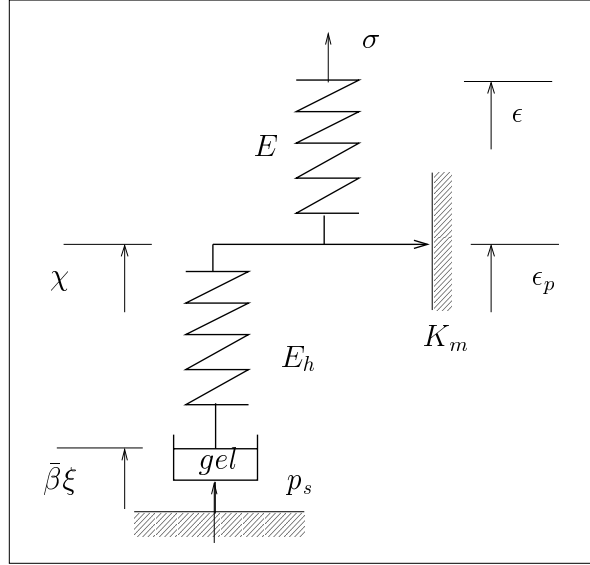


FIG. 3.4 – *Chimico-plasticité couplée du gonflement du gel d'alcali-réaction*

### Lois complémentaires

Les évolutions des déformations irréversibles et de l'écroutissage peuvent en être caculées si une plasticité associée est adoptée :

$$\begin{cases} d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = d\lambda \text{sign}(\sigma + p_s) \\ d\chi = d\lambda \frac{\partial f}{\partial p_s} = d\lambda \text{sign}(\sigma + p_s) \end{cases} \quad (3.39)$$

### Multiplicateur de plasticité

La condition  $f = df = 0$  mène à :

$$f = df = 0 : \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_s} dp_s = 0 \quad (3.40)$$

Compte tenu de (3.36)<sub>2</sub> et (3.39)<sub>2</sub>,  $d\lambda$  est alors :

$$d\lambda = \left( \frac{1}{H} \right) (d\sigma + \bar{\beta} E_h d\xi) \quad (3.41)$$

avec le module d'écroutissage  $H$  défini par :

$$H = E_h \left( \frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 = E_h \quad (3.42)$$

### 3.3.1 Implication d'une plasticité couplée

Le modèle à plasticité couplée interprète la mise en plasticité du matériau différemment que celui à plasticité induite. Dans un cas d'expansion libre, cf. Fig. (3.4), avant que la pression accumulée dans le ressort  $p_s$  n'atteigne  $K_m$  il n'y aura pas de déformation macroscopique du matériau. Ceci représente en fait une image telle que : la pression s'accumule dans les pores jusqu'à ce que tout l'espace libre soit épuisé, puis cette pression fait déformer le squelette solide de façon plastique. Dans ce cas, on constate donc que la déformation élastique entraînée par l'expansion du gel est négligeable devant la déformation plastique. Or, dès qu'on observe la déformation macroscopique du matériau la déformation irréversible, créée par la pression interne accumulée, a déjà eu lieu. La déformation s'exprime d'après (3.36)<sub>1</sub> sous la forme suivante :

$$\sigma = 0 : \quad \epsilon = \epsilon_p \quad (3.43)$$

à condition que la pression accumulée  $p_s$  atteigne  $K_m$ . La forme incrémentale de la déformation  $d\epsilon$ , d'après (3.41) et (3.37), s'écrit :

$$d\epsilon = d\epsilon_p = \begin{cases} 0 & |p_s| < K_m \\ \frac{E_h}{H} \bar{\beta} d\xi & |p_s| = K_m \end{cases} \quad (3.44)$$

Un seuil d'avancement  $\xi_0$ , à partir duquel la déformation plastique se déclenche, est ainsi défini par :

$$|p_s| = K_m : \quad \xi_0 = \frac{1}{\bar{\beta} E_h} K_m \quad (3.45)$$

Il apparaît alors que  $\xi_0$  est un paramètre naturel de calage du modèle<sup>3</sup>.

---

3. Sans connaître ce seuil  $\xi_0$ , les Eqs. (3.44) et (3.45) posent une difficulté d'interprétation de la mesure d'expansion libre d'éprouvettes au laboratoire. Evidemment, une hypothèse supplémentaire devrait être prise en compte. Peterson et Ulm (2000) constatent que ce seuil pourrait être assez négligeable, i.e.

$$\xi_0 \ll 1 \quad (3.46)$$

si bien que la pression interne  $p_s$ , une fois accumulée, atteint rapidement  $K_m$ . Cette montée rapide de la pression est justifiée par une étude micromécanique (Lemarchand 2001) qui estime cette pression à plusieurs centaines MPa, rendant tout de suite la déformation locale irréversible. Cette hypothèse est retenue dans la partie de calage des paramètres du modèle.

Dans le cas de chargement statique,  $\sigma(t) = \sigma(0) \neq 0$ , la déformation incrémentale  $d\epsilon$  s'exprime sous la même forme que (3.44) sauf que les déformations initiales  $\epsilon(0)$ ,  $\epsilon_p(0)$ , réponses instantanées d'éprouvette à la charge, ne sont pas nulles. De nouveau, la mesure de déformation dans ce cas n'est exploitable qu'avec une précision du seuil  $\xi_0$ .

### 3.3.2 Extension tridimensionnelle

L'extension tridimensionnelle consiste à introduire des tenseurs dans les équations d'état unidimensionnelles et à adopter un critère de plasticité adapté au béton.

#### Equations d'état

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p)} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p) \mathbf{1} + 2G(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p) \\ p_s = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \chi} = K_h(3\bar{\beta}\xi - \chi) \\ A_m = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = \bar{\beta}p_s + A_0(1 - \xi) \end{array} \right. \quad (3.47)$$

#### Critère de plasticité

Un critère du type Drucker-Prager est retenu :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, p_s) = \sqrt{J_2} + a(\sigma_m + p_s) - c \leq 0 \quad (3.48)$$

Il est à noter que, sans l'alcali-réaction  $p_s = -K_h\chi$ , ce critère revient à celui d'un béton normal. Si une plasticité associée est adoptée, la règle d'écoulement s'écrit :

$$d\boldsymbol{\epsilon}_p = d\lambda \left( \frac{\mathbf{s}}{2\sqrt{J_2}} + \frac{1}{3}a\mathbf{1} \right) \quad d\chi = d\lambda a = d\epsilon_p \quad (3.49)$$

$\epsilon_p = \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}_p)$  étant la trace du tenseur  $\boldsymbol{\epsilon}_p$ .

#### Multiplicateur de plasticité

La condition  $f = df = 0$  aboutit à l'expression du multiplicateur plastique  $d\lambda$  en terme de  $(\boldsymbol{\sigma}, p_s)$  :

$$\begin{aligned}
d\lambda &= \frac{1}{H} \left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial p_s} 3K_h \bar{\beta} d\xi \right) \\
&= \frac{1}{H} [d\sqrt{J_2} + a(d\sigma_m + 3K_h \bar{\beta} d\xi)]
\end{aligned} \tag{3.50}$$

avec

$$H = - \left( \frac{\partial p_s}{\partial \chi} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 \tag{3.51}$$

où le module  $K_h = K_h(\chi)$ . Compte tenu de (3.47)<sub>2</sub> et (3.48), le module d'écoulement  $H$  est alors,

$$H = a^2 K_h(\chi) \left[ \frac{dK_h}{d\chi} \frac{p_s}{K_h^2} - 1 \right] = a^2 \bar{K}_h. \tag{3.52}$$

### Deux anisotropies de gonflement

Dans le cas d'expansion libre des éprouvettes, les déformations incrémentales de  $\boldsymbol{\epsilon}$  et de  $\boldsymbol{\epsilon}_p$  s'écrivent, d'après (3.50) et (3.49),

$$d\boldsymbol{\epsilon} = d\boldsymbol{\epsilon}_p = \bar{k} d\xi \mathbf{1}, \quad \text{avec} \quad \bar{k} = \bar{\beta} \frac{K_h}{\bar{K}_h} \tag{3.53}$$

qui donne effectivement un gonflement isotrope. D'après la figure (2.4) l'expansion dans la direction de coulage est environ 2 fois plus important que dans la direction normale. L'inclusion de cette anisotropie du gonflement consiste donc à rejeter la plasticité associée et à adopter une plasticité non-associée. Or, la règle d'écoulement provient d'un autre potentiel  $h(\boldsymbol{\sigma}, p_s)$  que  $f(\boldsymbol{\sigma}, p_s)$ :

$$h(\boldsymbol{\sigma}, p_s) = \sqrt{J_2} + a(\mathbf{b} : \boldsymbol{\sigma} + p_s) - c \leq 0 \tag{3.54}$$

si bien que la règle d'écoulement devient,

$$\left\{ \begin{array}{l} d\boldsymbol{\epsilon}_p = d\lambda \frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = d\lambda \left( \frac{\mathbf{s}}{\sqrt{J_2}} + \frac{1}{3} a \mathbf{b} \right) \\ d\chi = d\lambda \frac{\partial h}{\partial p_s} = d\lambda a = \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}_p) \end{array} \right. \tag{3.55}$$

où  $\mathbf{b}$  est le tenseur d'anisotropie de gonflement, défini dans (2.40). Le gonflement libre devient donc anisotrope :

$$d\boldsymbol{\epsilon} = d\boldsymbol{\epsilon}_p = \bar{k}d\xi\mathbf{b} \quad (3.56)$$

Et le module d'écroutissage est alors,

$$H = -\left(\frac{\partial p_s}{\partial \chi}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial p_s}\right)\left(\frac{\partial h}{\partial p_s}\right) = a^2 \bar{K}_h. \quad (3.57)$$

Maintenant, avec cette plasticité non-associée on se propose d'étudier le cas de chargement uniaxial statique, i.e.  $\sigma_{11} = \sigma$ , les autres composantes du tenseur des contraintes étant nulles. Le chargement est effectué instantanément à l'instant  $t = 0$  et se maintient à  $\sigma$  tout au long de l'essai de gonflement. Par (3.50) et (3.55), les incréments  $d\boldsymbol{\epsilon}_p$ ,  $d\chi$  sont calculés sous la forme suivante ( $\boldsymbol{\sigma} \neq \mathbf{0}$ ,  $d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$ ) :

$$d\boldsymbol{\epsilon}_p = \bar{k}d\xi\left(\frac{\sqrt{3}\mathbf{s}}{2a|\sigma|} + \mathbf{b}\right) \quad \text{et} \quad d\chi = \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}_p) = \bar{k}d\xi \quad (3.58)$$

On voit une seconde source d'anisotropie, celle entraînée par le tenseur déviateur de contrainte  $\mathbf{s}$ , i.e. le premier terme dans l'expression de  $d\boldsymbol{\epsilon}_p$ . Plus explicitement, les expansions dans les direction "11" et "22" sont :

$$\begin{cases} d\epsilon_{11} = d\epsilon_{p,11} = \bar{k}d\xi\left[\frac{\sqrt{3}}{a}\text{sign}(\sigma) + b_{11}\right] \\ d\epsilon_{22} = d\epsilon_{p,22} = \bar{k}d\xi\left[\frac{\sqrt{3}}{2a}\text{sign}(\sigma) + b_{22}\right] \end{cases} \quad (3.59)$$

Peterson et Ulm (2000) ont ainsi expliqué l'origine de l'anisotropie observée dans les essais des éprouvettes réactives sous compression<sup>4</sup>, cf. Tab.(2.3) et Fig.(2.5).

4. Ils ont comparé le coefficient  $a$  du béton réactif et celui d'un béton non réactif. En calculant  $\epsilon_{p,11}/\epsilon_{p,22}$  par les données dans le tableau (2.3), ils ont trouvé

$$a = 1,45 \pm 0,15 \quad (3.60)$$

tandis que la valeur de  $a$  provenant des essais mécaniques (compression et traction) sur les éprouvettes non-réactives est :

$$a = 1,50 \pm 0,03 \quad (3.61)$$

La similitude entre les deux résultats, pour eux, confirme le mécanisme de couplage.

## Paramètres du modèle

Compte tenu de deux anisotropies, les équations (3.47), (3.48), (3.54), (3.55), (3.57) et (2.29) fournissent une description complète du modèle à pasticité couplée où plusieurs paramètres du matériau interviennent :

- $a, c$  Coefficients de friction et de cohésion du béton, déterminés par les essais mécaniques de compression  $f'_c$  et de traction  $f'_t$ , cf. Eq. (3.29).
- $\mathbf{b}$  Tenseur d'anisotropie de gonflement, qui est observée dans l'expansion libre du matériau, est vraisemblablement déterminé par la direction de coulage;
- $K, G$  Modules de compression et de cisaillement du matériau.
- $K_h(\chi)$  Module d'écrouissage chimico-mécanique en terme de  $\chi$ , reliant la pression accumulée  $p_s$  à  $(\xi, \chi)$  dans (3.47)<sub>2</sub>.
- $\bar{K}_h(\chi)$  Gradient du module  $K_h(\chi)$ , un composant du module d'écrouissage  $H$ , cf. Eq. (3.57).
- $t_c$  Temps caractéristique de la formation du gel gonflant, qui dans le cas d'un gel vieillissant sera complété par les caractéristiques de vieillissement, e.g.  $t_a$ .
- $\bar{\beta}$  Coefficient d'expansion locale du matériau par le gel formé.

## Calage du modèle par Peterson et Ulm (2000)

Les auteurs ont en outre désigné la variable d'écrouissage  $\chi$  comme la porosité plastique entraînée par la pression accumulée  $p_s$  dans les pores internes, i.e.  $\chi \equiv \phi_p$ . Le calage revient donc à déterminer le coefficient  $\bar{\beta}$ , le module  $K_h$  en terme de porosité plastique  $\phi_p$ . Une hypothèse forte retenue par les auteurs est la suivante. Pendant le chargement mécanique, la porosité plastique  $\phi_p$  change considérablement, puis  $K_h$  et  $\bar{K}_h$  restent constant tout au long du gonflement chimique. Cette hypothèse est essentiellement la même que celle retenue dans l'étude micromécanique d'anisotropie dans la section 2.1.4.

Par définition du coefficient  $\bar{k}$  dans (3.52) et (3.53) on a :

$$\bar{\beta} = \bar{k} \left[ 1 - \frac{dK_h}{d\phi_p} \frac{\bar{p}_s}{K_h^2} \right] \quad (3.62)$$

où  $\bar{p}_s$  signifie le seuil de pression accumulée au-delà duquel l'évolution irréversible de la porosité se déclenche, correspondant à  $\xi_0$ .  $\bar{p}_s$  peut se calculer, dans le cas de chargement uniaxial, par le critère de plasticité de (3.48) :

$$f = 0 : \quad \bar{p}_s = \frac{c}{a} - \frac{|\sigma|}{a\sqrt{3}} - \sigma \quad (3.63)$$

Avec les expansions dans le tableau (2.3) une corrélation peut donc être établie entre  $\bar{p}_s$ , calculé par (3.63) et  $\bar{k}$ , déterminé par (3.59). Une corrélation linéaire est mise en évidence par eux si bien que,

$$\bar{p}_s \rightarrow 0 ; \bar{k} \rightarrow \bar{\beta} : \quad \bar{\beta} = 0,145\% \pm 0,007 \quad (3.64)$$

Le calage de  $K_h(\phi_p)$  est détaillé dans le rapport de Peterson et Ulm (2000).





# Chapitre 4

## Bilan des modèles

### 4.1 Modèles chimico-mécaniques disponibles

Les modèles développés dans cette partie proviennent de deux modélisations principales : celle de la cinétique de formation du gel et celle de la réponse mécanique du matériau. En ce qui concerne la cinétique chimique, on a étudié l'expansion d'un gel simple et puis celle d'un gel vieillissant. Quant à la réponse mécanique, l'expansion chimique est décrite dans un milieu élastique ensuite dans un milieu élastoplastique, où deux modèles de plasticité sont précisés. En conséquence six modèles sont effectivement disponibles :

**Modèle chimico-élastique** est le premier modèle évoqué qui consiste à adopter un gel simple dans un milieu élastique, l'avancement de formation du gel désigné par  $\xi \in [0, 1]$  et sa cinétique gouvernée par  $t_c \dot{\xi} = 1 - \xi$ .

**Modèle chimico-élastique vieillissant** inclut un gel vieillissant dans un milieu élastique, qui, par une approche phénoménologique, modélise l'altération temporelle d'expansion du matériau par deux processus couplés : la formation d'un gel sec représenté par  $\xi \in [0, 1]$  et le vieillissement de sa capacité de combiner avec l'eau liquide dénoté par  $\gamma \in [0, 1]$ .

**Modèle chimico-plastique induit** met un gel simple, dont l'avancement de formation est  $\xi$ , dans un milieu élastoplastique à supposer que la plasticité du matériau n'est entraînée que par un mécanisme induit, i.e. si le gonflement de matériau est bloqué.

**Modèle chimico-plastique induit vieillissant** considère de plus le caractère de vieillissement du gel sec formé dans un milieu élastoplastique à travers le mécanisme induit du gonflement.

**Modèle chimico-plastique couplé** interprète la plasticité entraînée par l'expansion local de formation d'un gel simple par un mécanisme couplé dans lequel l'avancement  $\xi$  intervient dans le comportement d'écroutissage du matériau.

**Modèle chimico-plastique couplé vieillissant** introduit en outre le caractère de vieillissement dans le modèle précédent.

Les équations constitutives et les paramètres<sup>1</sup> du matériau de chaque modèle sont listés dans les tableaux (4.1) et (4.2) pour leurs applications unidimensionnelle et tridimensionnelle.

## 4.2 Utilisation des modèles

Parmi les modèles développés ci-dessus, chaque modèle a sa propre utilisation dans le calcul du comportement des structures vis-à-vis des hypothèses spécifiques retenues. Ces hypothèses, pour un certain modèle, conduisent à une implication spécifique, qui, à son tour, définit l'application de ce modèle. Il est donc indispensable à la fin de cette partie de mettre en évidence les implications d'ingénierie des modèles disponibles avant de les appliquer aux calculs ultérieurs de structures.

Du côté chimique, les modèles sans vieillissement du gel sont censés être appliqués aux structures où l'influence de l'eau liquide n'est pas évidente, i.e. l'ambiance sèche ou bien l'ambiance humide mais sans perturbation des conditions hydriques. En revanche, les modèles avec un gel vieillissant ont pour but de capturer l'évolution de gonflement du matériau quand les conditions hydriques, surtout celle de l'eau liquide, varient de la façon évidente.

Du côté mécanique, les modèles élastiques, sans ou avec vieillissement, sont développés dans un milieu élastique donc ne sont pas capables de saisir les déformations irréversibles de structures. Il est donc approprié de les appliquer aux structures atteintes où une dégradation irréversible importante n'a pas encore eu lieu. Au-delà de cette limite, ces modèles ne nous fournissent qu'une estimation élastique de la tendance de dégradation structurale, ce qui est parfois suffisant d'un point de vue d'ingénierie. Grâce à leur simplicité, ils peuvent être facilement implantés dans les codes de calcul, e.g. un code d'éléments finis.

Quant aux modèles plastiques, ceux à plasticité induite constatent que la déformation plastique a lieu quand et seulement quand le gonflement libre du matériau est empêché. Suivant cette remarque, il est donc convenu de les appliquer aux calculs où les effets de structures sont évidents, i.e. l'existence des conditions aux limites fixées, des gradients du gonflement dans la même partie de structure, etc. Ces modèles interprètent l'expansion libre du matériau exactement de la même façon que les modèles chimico-élastique, cf. Eq. (3.20) ou (3.22). Leur implémentation dans les outils de calcul consiste donc simplement à adopter les paramètres déjà calés pour les modèles chimico-élastiques et d'employer des lois élastoplastiques convenues pour le béton en question.

En fin, les modèles à plasticité couplée introduisent une nouvelle loi d'écrouissage, cf. Eq. (3.47)<sub>2</sub>, et un nouveau critère de plasticité, cf. Eq. (3.48). À part la déformation irréversible due éventuellement aux effets structuraux, ils peuvent aussi capturer la déformation plastique du matériau due au gonflement chimique. Ces modèles peuvent donc être employés pour examiner la dégradation au niveau de la structure ainsi qu'au niveau du matériau. Néanmoins, vu les nouvelles lois introduites, i.e. Eqs. (3.47)<sub>2</sub> et (3.48), et la

---

1. L'indice (·)<sup>1</sup> signifie les paramètres chimico-mécaniques tandis que (·)<sup>2</sup> représente les paramètres mécaniques.

TAB. 4.1 – *Equations constitutives et paramètres des modèles unidimensionnels*

Modèle	Equations constitutives	Paramètres <sup>(1,2)</sup>
CHIMICOÉLASTIQUE	(2.22),(2.29 ),(2.33)	$(\beta, \tau_c, \tau_L)^1; (E)^2$
CHIMICOÉLASTIQUE VIEILLISSANT	(2.57),(2.59), (2.62)	$(t_c, t_a, \pi\phi_0, \pi M)^1$ $(E)^2$
CHIMICOPLASTIQUE INDUIT	(2.29),(2.33 ),(3.11) (3.14),(3.15)	$(\beta, \tau_c, \tau_L)^1$ $(E, E_h, K_m)^2$
CHIMICOPLASTIQUE INDUIT, VIEILLISSANT	(2.57),(2.62) (3.11),(3.14),(3.15)	$(t_c, t_a, \pi\phi_0, \pi M)^1$ $(E, E_h, K_m)^2$
CHIMICOPLASTIQUE COUPLÉ	(2.29),(3.36 ),(3.38) (3.39)	$(\bar{\beta}, t_c)^1$ $(E, E_h(\chi, \xi), K_m)^2$
CHIMICOPLASTIQUE COUPLÉ, VIEILLISSANT	(2.57),(2.62) (3.36),(3.38),(3.39)	$(t_c, t_a, \pi\phi_0, \pi M)^1$ $(E, E_h(\chi, \xi), K_m)^2$

TAB. 4.2 – *Equations constitutives et paramètres des modèles tridimensionnels*

Modèle	Equations constitutives	Paramètres <sup>(1,2)</sup>
CHIMICOÉLASTIQUE	(2.38) ou (2.41 ), (2.29), (2.33)	$(\beta, \tau_c, \tau_L)^1$ $(K, G; \mathbf{b})^2$
CHIMICOÉLASTIQUE VIEILLISSANT	(2.57), (2.62), (2.74) ou (2.75)	$(t_c, t_a, \pi\phi_0, \pi M)^1$ $(K, G; \mathbf{b})^2$
CHIMICOPLASTIQUE INDUIT	(2.29),(2.33),(3.24), (3.27),(3.31)	$(\beta, \tau_c, \tau_L)^1$ $(K, G, a, c, K_h; \mathbf{b})^2$
CHIMICOPLASTIQUE INDUIT, VIEILLISSANT	(2.57), (2.62), (3.24),(3.27),(3.31)	$(t_c, t_a, \pi\phi_0, \pi M)^1$ $(K, G, a, c, K_h; \mathbf{b})^2$
CHIMICOPLASTIQUE COUPLÉ	(2.29),(3.47),(3.48), (3.50)	$(\bar{\beta}, t_c)^1$ $(K, G, a, c, K_h(\chi, \xi); \mathbf{b})^2$
CHIMICOPLASTIQUE COUPLÉ, VIEILLISSANT	(2.57),(2.62), (3.47),(3.48),(3.50)	$(t_c, t_a, \pi\phi_0, \pi M)^1$ $(K, G, a, c, K_h(\chi, \xi); \mathbf{b})^2$

difficulté de calage, cf. Eq. (3.44), l'implémentation numérique de ces modèles exigerait un effort spécial.

Troisième partie

Dégradation

Hydro-thermo-chimico-mécanique



# Chapitre 1

## Avant-propos

À travers la modélisation chimico-mécanique, la corrélation entre les paramètres du matériau, e.g.  $(\beta, \tau_c, \tau_L)$  dans les modèles non vieillissants, et la température ambiante ainsi que l'humidité ambiante est mise en évidence. Avant de se lancer dans l'analyse numérique de dégradation structurale à travers les modèles développés, il est utile de discuter cette corrélation au sein d'une structure, où on trouve ses propres environnements thermique et hydrique caractérisant le déroulement chimique du matériau constitutif. En effet, il s'agit d'un côté de l'influence des conditions thermique et hydrique de la structure sur le gonflement du matériau, i.e. le couplage hydro-chimico-mécanique ou thermo-chimico-mécanique, d'un autre côté de l'impact du déroulement du processus chimique sur les environnements thermique et hydrique internes au sein de la structure, i.e. les couplages chimico-thermique et chimico-hydrique.

En ce qui concerne le premier, à l'échelle d'une éprouvette, cylindrique du 24cm de haut et 13cm de diamètre pour celles de Larive (1998), les corrélations hydro-chimico-mécanique et thermo-chimico-mécanique sont observées, cf. Fig.(2.2) et Fig.(2.3) (Part. 1). Pourtant l'effet des diffusions thermique et hydrique est négligé par rapport au déroulement de l'expansion chimique à cette échelle. En d'autres termes, on suppose que le temps nécessaire pour établir les équilibres thermique et hydrique entre l'ambiance et l'éprouvette est bien inférieur aux temps caractéristiques du processus d'expansion, e.g.  $\tau_c, \tau_L$ . Par conséquent, on peut simplement attribuer les conditions ambiantes (température et humidité) aux éprouvettes dans le calage des modèles. Si cette hypothèse se tient vraisemblablement à l'échelle d'une éprouvette, un véritable ouvrage d'art, dont la dimension est plus importante que celle d'une éprouvette, est toujours susceptible à des gradients thermique et hydrique. Ceci nécessite donc la connaissance de l'évolution des conditions thermique et hydrique internes pour évaluer l'avancement du gonflement. Pour le dernier, le couplage chimico-thermique concerne l'effet exothermique ou endothermique de l'alcali-réaction, i.e. la prise ou le dégagement de chaleur par la réaction chimique. Ceci relie sans doute étroitement avec le mécanisme chimique de réaction. Ici cet aspect est présumé négligeable par rapport aux autres processus chimiques dans le matériau de béton, e.g. la réaction d'hydratation. Quant au couplage chimico-hydrique, les mécanismes d'expansion du gel conduisent au fait qu'une certaine quantité de l'eau est effectivement



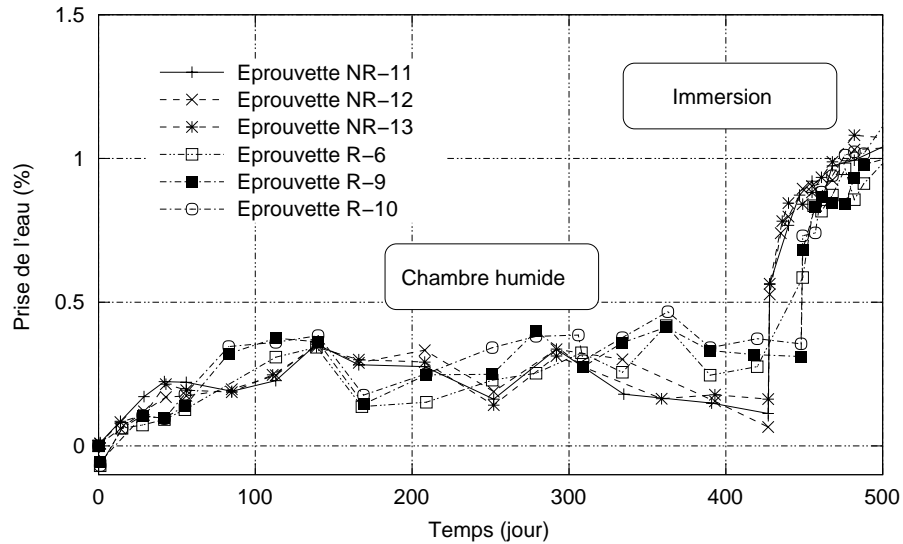


FIG. 1.1 – *Prise de l'eau équivalente pour la réactive et la non-réactive (Larive 1998)*

prise par le produit de la réaction. Donc la formation de gel et l'expansion de gel pourrait attirer de l'eau liquide vers les sites réactifs. A cette fin, une observation importante est acquise par des essais du matériau (Larive 1998) : si l'on met une éprouvette réactive et une autre non-réactive, i.e. son témoin, sous une histoire d'humidité ambiante, d'abord sous des couches d'aluminium ensuite dans la chambre humide finalement dans l'eau liquide, cf. Fig. (1.1). Presque la même quantité de l'eau prise est enregistrée pour tous les deux, ce qui montre que l'eau prise par le gel pour son expansion ne devrait pas atteindre à une telle mesure d'orienter le transport hydrique du matériau. Cette observation nous mène à découpler le lien chimico-hydrique du gonflement de gel. D'ailleurs, il survient aussi les couplages entre la diffusion thermique et le transport hydrique, i.e. thermo-hydrique ou hydro-thermique. Même suffisamment de littératures soulignent l'existence du couplage thermo-hydrique, on retient une hypothèse que dans les conditions réelles d'un structure où se déroule l'alcali-réaction ces deux couplages puissent être négligés. Les couplages retenus et négligés sont illustrés dans la figure (1.2).

A l'issu de cette discussion, l'évaluation de dégradation structurale d'alcali-réaction consiste donc d'abord à calculer les évolutions thermique  $\theta_s(x, t)$  et hydrique  $h_s(x, t)$  au sein de la structure en question et puis calculer, à travers les modèles développés, le gonflement structural vis-à-vis de ces histoires internes, le scénario du déroulement de la réaction chimique. Dans la suite, on rappelle d'abord les modélisations thermique et hydrique dans le béton, qui seront utilisés ultérieurement dans les travaux numériques. La diffusion thermique sera brièvement évoqué par un modèle linéaire tandis que le transport hydrique est abordé à l'aide d'une étude sur la diffusion hydrique dans béton en tant que milieu poreux (Mainguy 1999) (Mainguy et al. 2001). Avec les modèles thermique et hydrique, les effets structuraux de gonflement sont étudiés d'abord par des problèmes unidimensionnels sous lesquels les couplages thermo-chimico-mécanique et hydro-chimico-

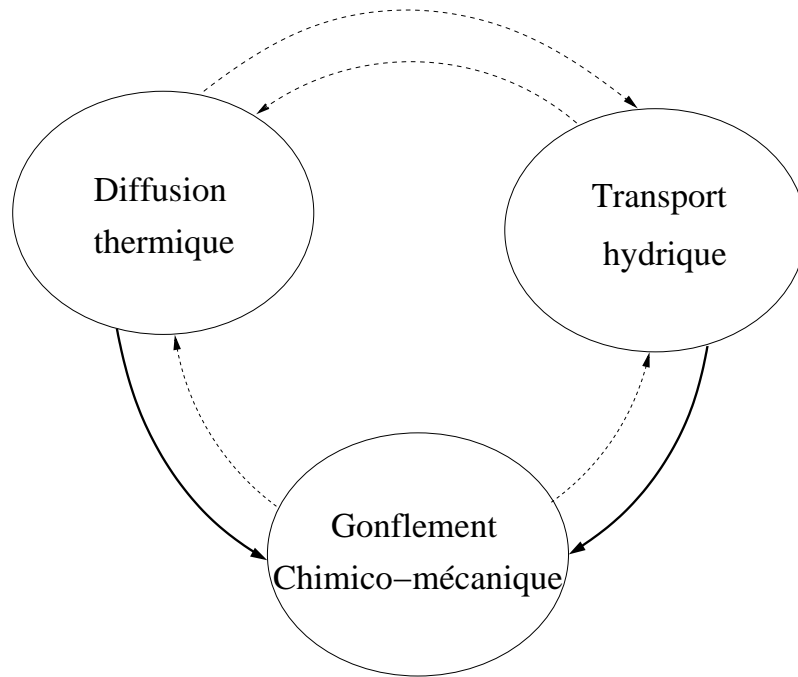


FIG. 1.2 – *Couplages retenus (lignes continues) et négligés (lignes pointillées) dans l'évaluation de la dégradation structurale*

mécanique sont étudiés. Des longueurs caractéristiques de la dégradation d'expansion chimique y sont identifiées.

Grâce aux modèles implémentés dans un code de calcul par éléments finis<sup>1</sup>, on pourra alors comprendre les caractéristiques de la dégradation structurale entraînée par le gonflement interne. Suivant les longueurs caractéristiques proposées, deux cas de pathologie structurale sont étudiés numériquement pour illustrer l'évolution de cette dégradation. Un barrage de gravité est choisi pour montrer la dégradation caractéristique par un gradient de température. Quant à l'effet hydrique, un mur de soutènement est retenu pour illustrer comment cette dégradation évolue sous l'impact d'un gradient hydrique.

---

1. **CESAR-LCPC**, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), Paris.



# Chapitre 2

## Diffusion thermique et transport hydrique dans le béton

### 2.1 Diffusion thermique linéaire

La conservation thermique dans un volume  $d\Omega$  d'un milieu s'écrit :

$$C_t \frac{\partial \theta}{\partial t} = r - \operatorname{div} \mathbf{q} + \varphi_r \quad (2.1)$$

où,

$\theta$  est la température ambiante de Celsius, étant  $\theta = T + 237,15$  K.

$C_t$  est la capacité calorifique volumique de béton, i.e. la chaleur produite par une variation unitaire de température  $dT$  dans un volume unitaire du milieu. Elle est constatée (Bastien et Khelidj 1995) indépendante de température, dont la valeur typique est  $C_t = 2400 - 2500$  Kj/m<sup>3</sup>/K.

$r$  représente la source thermique au sein du volume  $d\Omega$  concerné.

$\mathbf{q}$  signifie le vecteur du flux thermique dans ce volume.

$\varphi_r$  est la chaleur absorbée ou dégagée par la réaction concernée, pour le cas de l'alcali-réaction, ce terme est constaté négligeable par rapport aux autres contributions.

Conformément au critère thermodynamique, une loi de conduction linéaire, isotrope, baptisée *Loi de Fourier*, peut être adoptée,

$$\mathbf{q} = -K_t \operatorname{grad} \theta \quad (2.2)$$

où  $K_t$  est le coefficient de conductivité isotrope. Substituer (2.2) dans (2.1) en négligeant la chaleur  $\varphi_r$  et la source thermique interne  $r$  conduit à une description linéaire de diffusion thermique sous la forme suivante,

$$C_t \frac{\partial \theta}{\partial t} = K_t \nabla^2 \theta \quad (2.3)$$

où  $\nabla$  est laplacien scalaire. L'équation (2.3) nous fournit un modèle linéaire de diffusion thermique dans le béton, qui est disponible dans le code **CESAR-LCPC** dans le module Diffusion Transitoire Linéaire (LCPC 1996). Trois types de conditions aux limites complètent ce modèle dans l'application,

$$\begin{cases} \theta(x) = \bar{\theta}(x) & x \in \Gamma_1 \\ q_2(x) = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}(x) & x \in \Gamma_2 \\ q_3(x) = f(\theta, \theta_{ext}) & x \in \Gamma_3 \end{cases} \quad (2.4)$$

où la température est imposée sur la frontière  $\Gamma_1$ , le flux thermique est précisé sur  $\Gamma_2$  tandis qu'une condition d'échange s'exprime à  $\Gamma_3$  avec  $\theta_{ext}$  étant la température extérieure.

## 2.2 Transport hydrique non linéaire

Le mouvement hydrique dans le réseau poreux du béton concerne la phase d'eau liquide dans la solution interstitielle, la phase gazeuse d'eau (vapeur) mélangée avec l'air sec. Une description précise du transport hydrique consiste à détailler le comportement de l'eau liquide, la vapeur et l'air sec ainsi que l'échange éventuel entre eux. De nombreuses études ont été consacrées à ce sujet, citons par exemple Philip (1952) et Bažant et Najjar (1972). Ne cherchant pas à préciser ce phénomène complexe, on retient le résultat d'une étude récente (Mainguy 1999)(Baroghel-Bouny et al. 1999).

### Équation de transport simplifiée

Issue de cette étude, une équation unique, en terme de la teneur en eau liquide  $s_l$ , est retenue pour décrire le transport hydrique au sein du béton en tant que milieu très peu perméable (Mainguy et al. 2001) :

$$\frac{\partial s_l}{\partial t} = \text{div}[D(s_l)\text{grad}(s_l)] \quad \text{avec} \quad D(s_l) = -\frac{p'_c(s_l)}{\phi} \frac{k}{\eta} k_{rl}(s_l) \quad (2.5)$$

où

$s_l$  est la saturation en eau liquide dans les pores du béton, définie par la fraction volumique de l'espace occupé par l'eau liquide par rapport à celui occupé par l'eau liquide et la phase gazeuse (vapeur, l'air sec).

$\phi$  est la porosité connectée dans le réseau poreux du béton.  
 $p_c$  désigne la pression capillaire, la différence de pression à l'interface gaz-liquide, sous la forme suivante d'après cette étude (Mainguy et al. 2001) :

$$p_c(s_l) = a \left( s_l^{-b} - 1 \right)^{1-\frac{1}{b}} \quad (2.6)$$

avec  $a, b$  étant les coefficients à déterminer par les essais.

$k$  est la perméabilité intrinsèque du béton à l'eau liquide.

$\eta_l$  représente la viscosité dynamique du liquide.

$k_{rl}$  est la perméabilité relative à l'eau liquide, donné par la relation semi-empirique (Van Genuchten 1980) :

$$k_{rl} = \sqrt{s_l} \left[ 1 - \left( 1 - s_l^{\frac{1}{m}} \right)^m \right] \quad (2.7)$$

$m$  étant un coefficient à déterminer expérimentalement.

## Transport en terme d'humidité

Nous préférons l'humidité relative au lieu de la teneur en eau pour représenter le niveau hydrique du béton. Le passage d'une variable à l'autre se fait au travers de l'équilibre isotherme des potentiels chimiques de la vapeur et de l'eau liquide :

$$\frac{dp_v}{\rho_v} = \frac{dp_l}{\rho_l} \quad (2.8)$$

où  $p_v, p_l$  sont les pressions de la vapeur et de l'eau liquide et  $\rho_v, \rho_l$  sont les masses volumiques de la vapeur et de l'eau liquide respectivement<sup>1</sup>. En utilisant la loi de gaz parfait :

$$p_v M_v = RT \rho_v \quad (2.11)$$

---

1. D'après la thermodynamique, les potentiels *Gibbs* pour la vapeur  $g_v$  et l'eau liquide  $g_l$  vérifient les relations :

$$\frac{\partial g_i}{\partial p_i} = \frac{1}{\rho_i}, \quad \frac{\partial g_i}{\partial T} = -s_i \quad (i = v, l) \quad (2.9)$$

où  $s_i$  est l'entropie interne massique pour la phase  $i$  et  $T$  la température absolue. L'équilibre thermodynamique entre les deux phases impose que  $g_l(p_l, T) = g_v(p_v, T)$ . À l'interface gaz-liquide un changement de phase sans dissipation se traduit par la relation de Clapeyron :

$$dg_l(p_l, T) = dg_v(p_v, T) \quad (2.10)$$

Dans un processus isotherme et compte tenu de (2.9) ce changement de phase se simplifie sous l'équation (2.8).

avec  $M_v$  étant la masse molaire de vapeur et  $R$  pour la constante du gaz parfait, on obtient alors de (2.8) :

$$\rho_l \frac{RT}{M_v} d(\ln p_v) = dp_l \quad (2.12)$$

En prenant comme état d'équilibre de référence :  $p_l$  égale à la pression atmosphérique  $p_{atm} = 1,01325 \times 10^5$  Pa et  $p_v$  égale à la pression de vapeur saturante  $p_{vs}$ , l'équation (2.12) devient :

$$\rho_l \frac{RT}{M_v} \ln \left( \frac{p_v}{p_{vs}} \right) = p_l - p_{atm} \quad (2.13)$$

qui, en prenant la définition d'humidité relative  $h = p_v/p_{vs}$ , s'écrit :

$$\rho_l \frac{RT}{M_v} \ln h = p_l - p_{atm} = p_c(s_l) \quad (2.14)$$

Les équations (2.6) et (2.14) établissent la relation  $s_l - h$  si bien que l'équation de transport (2.5) peut être exprimée en terme d'humidité relative :

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}[K(h) \text{grad}(h)] \quad (2.15)$$

avec,

$$\left\{ \begin{array}{l} C(h) = \frac{\partial s_l}{\partial h} = -\rho_l \frac{RT}{M_v} \frac{1}{h} \frac{1}{a(1-b)} \left( s_l^{-b} - 1 \right) s_l^{b+1} \\ K(h) = D(s_l) \frac{\partial s_l}{\partial h} = \frac{1}{\phi} \frac{k}{\eta_l} \frac{RT}{M_v} \frac{1}{h} \rho_l k_{rl}(s_l) \end{array} \right. \quad (2.16)$$

Les paramètres concernés du modèle sont listés dans le tableau (3.1)<sup>2</sup> et la relation  $s_l - h$  est donnée dans la figure (2.1). La solution numérique de l'équation (2.15) à travers la méthode d'éléments finis est disponible dans le code CESAR-LCPC.

**Remarque** Un schéma de l'évaluation numérique de la dégradation structurale concerne donc d'abord les calculs de la diffusion thermique et du transport hydrique selon

---

2. Les valeurs de paramètres qui portent l'indice (\*) proviennent d'un béton normal dans l'étude de Mainguy et Coussy (1999).

TAB. 2.1 – Paramètres du transport hydrique non linéaire au sein du béton

Paramètre (1)	Valeur (2)
Constante de gaz parfait $R$ (J/K/mol)	8,3147
Coefficient de pression capillaire $a$ (MPa)	18,62*
Coefficient de pression capillaire $b$ (-)	2,27*
Coefficient de perméabilité $m$ (-)	0,44
Masse molaire de la vapeur $M_v$ (Kg/mol)	0,018
Densité de l'eau liquide $\rho_l$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1000
Porosité en béton $\phi$	0,122*
Viscosité de l'eau liquide $\eta_l$ (Kg/m/s)	0,001
Perméabilité absolue $k$ (m <sup>2</sup> )	$3,0 \times 10^{-21}$

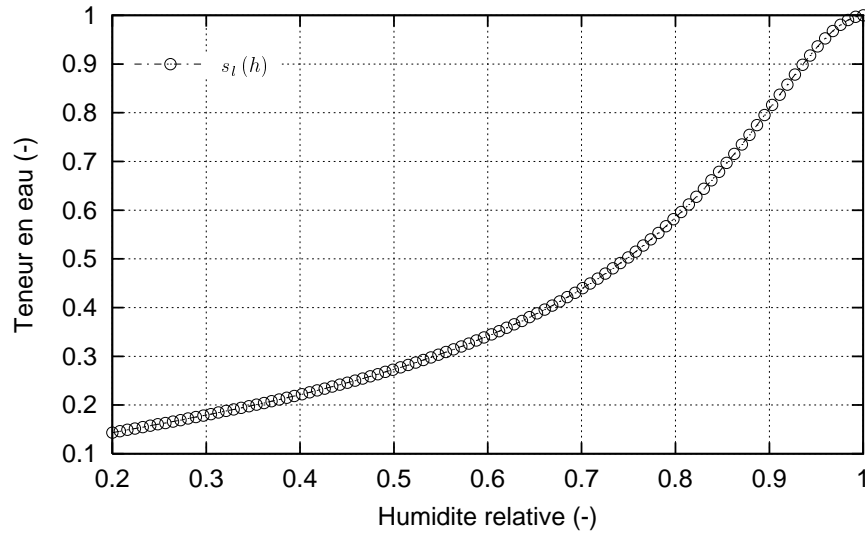


FIG. 2.1 – Saturation de l'eau en fonction de l'humidité relative



(2.3) et (2.15). À l'issue de ces calculs, on a l'évolution de la température structurale,  $\theta_s(x, t)$ , et celle de l'humidité relative  $h_s(x, t)$ , qui intervient directement sur le déroulement de l'alcali-réaction au sein de la structure. Ensuite la réponse mécanique de structure peut être calculée à travers les modèles chimico-mécaniques développés vis-à-vis de  $[\theta_s(x, t), h_s(x, t)]$ .

# Chapitre 3

## Longueurs caractéristiques

Avant d’effectuer les calculs de structure par la méthode des éléments finis, il convient de trouver un outil pour caractériser la dégradation structurale influencée par la diffusion thermique et le transport hydrique interne. Récemment, les couplages internes affectant la durabilité du béton ont été traités dans (Coussy and Ulm 2001) où une longueur caractéristique est proposée pour les couplages chimico-mécaniques. Pour le processus physique diffusion-adsorption des agents agressifs, e.g. celui de diffusion des ions chlorures, une longueur  $x_p(t)$  représentant la profondeur de pénétration de ces agents agressifs est identifiée en fonction de la racine de temps physique  $t$  (Mainguy and Coussy 2000). Pour un processus chimique exothermique, e.g. celui de la réaction d’hydratation des bétons au jeune âge, cette longueur caractéristique dépend de la racine de temps  $t$  et de la temps caractéristique de la réaction concernée (Ulm and Coussy 2001b), ce qui conduit à la définition des structures “massives” vis-à-vis du risque de dégradation entraînée (Ulm and Coussy 2001a).

Dans le cas du gonflement d’alcali-réaction, le processus implique des couplages entre la diffusion thermique, le transport hydrique et l’expansion chimique. On s’attend à cette longueur, à travers une analyse unidimensionnelle, d’une indication de la dégradation structurale par l’expansion chimique. Puisque la diffusion thermique ainsi que le transport hydrique sont en jeu, deux cas sont traité séparément : une longueur définie par le couplage entre la diffusion thermique et l’expansion chimique et une autre calculée par le couplage entre le transport hydrique et l’expansion chimique.

### 3.1 Longueur thermique

Un problème unidimensionnel est proposé pour étudier l’évolution du couplage thermo-chimico-mécanique sous condition d’humidité constante. Une modélisation sans vieillissement est retenue, i.e. l’avancement  $\xi$  signifie à la fois la formation du gel et l’expansion du gel. Prenons un demi-espace infini ( $x \geq 0$ ), tous les points dans cet espace sont supposés thermo-conductifs et chimico-réactifs. À l’instant  $t = 0$ , la température est uniforme  $\theta(x, t = 0) = \theta_0$  et l’alcali-réaction est sur le point de démarrer  $\xi(x, t = 0) = 0$ . Dès  $t > 0$ , une température constante plus élevée  $\theta_s > \theta_0$  est imposée et maintenue à  $x = 0$ . À

cause de ce gradient thermique imposé, une diffusion thermique aura lieu dans cet espace et l'expansion chimique va évoluer au fur et à mesure de la diffusion, ce que nous nous proposons d'étudier.

Supposons que la diffusion thermique unidimensionnelle est linéaire et obéit à la *loi de Fick*,

$$\frac{\partial(\theta - \theta_0)}{\partial t} = D_\theta \frac{\partial^2(\theta - \theta_0)}{\partial x^2}. \quad (3.1)$$

où  $D_\theta$  est le coefficient de diffusivité, égal à la conductivité divisée par la capacité thermique  $K_t/C_t$  d'après (2.3). La solution analytique (Carslaw and Jaeger 1960) s'écrit :

$$\theta - \theta_0 = (\theta_s - \theta_0) \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_\theta t}}\right) \right] \quad \text{avec} \quad \operatorname{erf}(y) = \int_0^y \exp(-z^2) dz \quad (3.2)$$

qui conduit à,

$$x \ll \sqrt{D_\theta t} : \theta \rightarrow \theta_s ; \quad x > \sqrt{D_\theta t} : \theta \rightarrow \theta_0. \quad (3.3)$$

Dans ce scénario thermique, l'expansion thermo-chimico-mécanique se déroule. L'avancement d'expansion  $\xi = \xi(t)$  dans l'équation (2.32)(Part.2) est de plus simplifié par une fonction *Heaviside* dans la figure (3.1) :

$$\xi = \begin{cases} 0 & \text{si } t < \tau_L \\ 1 & \text{si } t \geq \tau_L \end{cases} \quad (3.4)$$

La corrélation entre la température et le temps caractéristique  $\tau_L$ , cf. Eq.(2.36)(Part.2), montre que dans le demi-espace,

$$\tau_L(\theta_s) < \tau_L[\theta(x, t)] < \tau_L(\theta_0) \quad (3.5)$$

Dans ce demi-espace, quand  $t < \tau_L(\theta_s)$ ,  $\xi = 0$ , ce qui indique que dans cette période il n'y a que la diffusion thermique et aucune expansion chimique. En revanche, pour  $t > \tau_L(\theta_0)$  le processus chimico-mécanique est terminé, i.e.  $\xi \rightarrow 1$ , sans être plus influencée par la diffusion thermique. On s'intéresse donc à l'intervalle temporel  $\tau_L(\theta_s) < t < \tau_L(\theta_0)$  pendant lequel un couplage entre la diffusion thermique et l'expansion chimico-mécanique

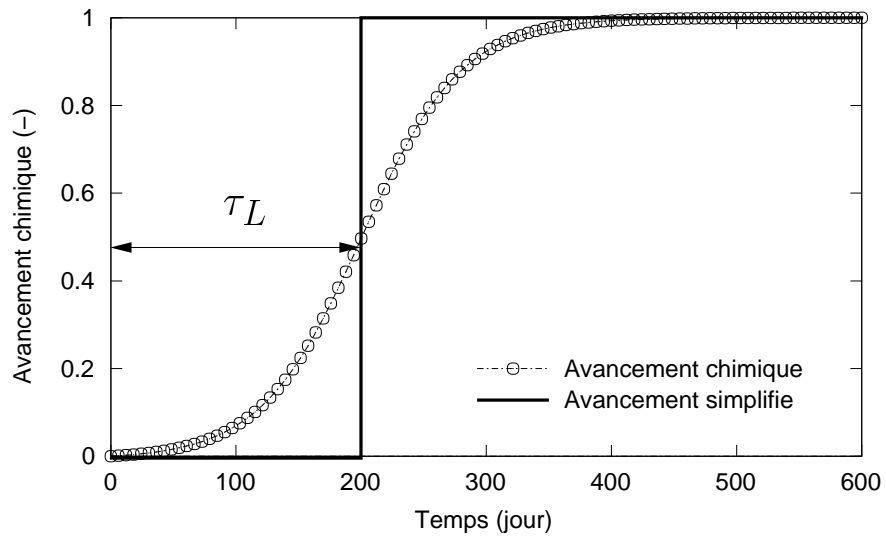


FIG. 3.1 – Cinétique simplifiée du gonflement

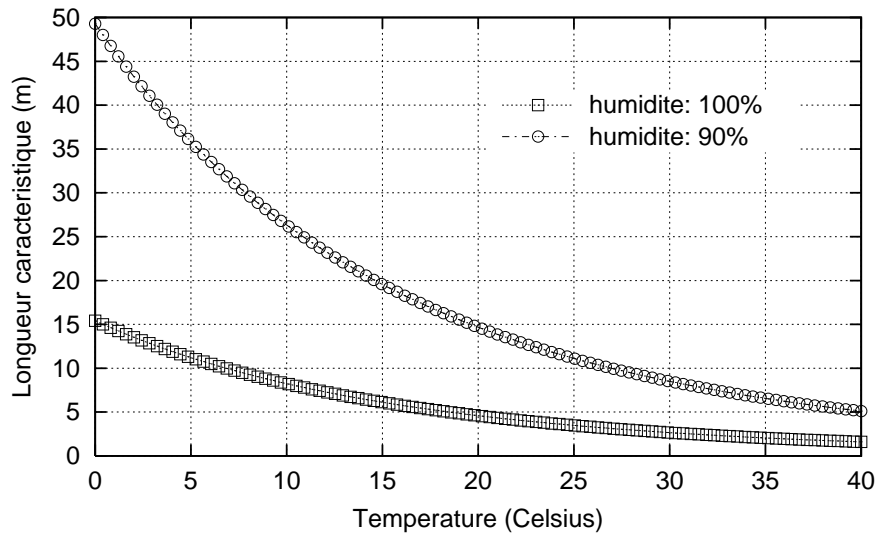


FIG. 3.2 – Longueur caractéristique en fonction de la température et de l'humidité ambiantes

devrait avoir lieu. Considérons  $\tau_L(\theta_s) \ll t < \tau_L(\theta_0)$  et  $t \rightarrow \tau_L(\theta_0)$ , l'équation (3.3) montre que :

$$\begin{cases} \xi = 1 & \text{si } x \ll \sqrt{D_\theta \tau_L(\theta_0)} \\ \xi = 0 & \text{si } x > \sqrt{D_\theta \tau_L(\theta_0)} \end{cases} \quad (3.6)$$

ce qui implique, malgré la simplicité de cette analyse, un gradient d'expansion existe avant que ce couplage ne disparaisse ( $t > \tau_L(\theta_0)$ ). L'étendue spatiale de ce gradient est mesurée par une longueur caractéristique  $\mathcal{L}_t$ ,

$$\mathcal{L}_t = \sqrt{D_\theta \tau_L(\theta_0)} \quad (3.7)$$

Ce gradient d'expansion peut être à l'origine d'une dégradation importante au sein d'une structure à condition qu'un gradient thermique existe. Cette expansion différentielle est souvent observée sous la forme de *délamination* dans les ouvrages d'art touchés. L'importance de cette dégradation est marquée par la dimension de structure par rapport à cette longueur. C'est-à-dire, si la structure a une dimension bien supérieure à cette longueur  $\mathcal{L}_t$ , la *délamination* vis-à-vis d'un gradient thermique promet d'avoir lieu. Dans le cas contraire, i.e. la dimension de structure est bien inférieure à cette longueur, cette dégradation devrait être négligeable car la diffusion thermique aurait déjà fini avant qu'un gradient d'expansion ne soit entraîné. Cet argument peut nous ramener à la définition d'une structure réactive "massive" vis-à-vis d'un gradient thermique. Prenons les valeurs typiques dans (3.7), i.e.  $D_\theta = 0,08 \text{ m}^2/\text{jour}$  et  $\tau_L(15^\circ\text{C}) = 480 \text{ jours}$ . Alors  $\mathcal{L}_t$  a un ordre de grandeur :

$$\mathcal{L}_t = 6,19 \text{ m} \sim 10 \text{ m} \quad (3.8)$$

Si l'on introduit de plus l'influence de la température ambiante et de l'humidité relative ambiante, une longueur calée est disponible sous la forme suivante :

$$L_t(\theta_{amb}, h_{amb}) = \sqrt{D_\theta \tau_L(\theta_{amb}, h_{amb})} \quad (3.9)$$

avec  $\theta_{amb}$ ,  $h_{amb}$  pour la température ambiante et l'humidité ambiante respectivement. Cette longueur est montrée dans la figure (3.2), et serait un critère pour les ingénieurs de distinguer les structures susceptibles au gradient thermique de celles qui ne le sont pas.

**Remarque** D'après la figure (3.7), la longueur caractéristique est de l'ordre de 10 m, ce qui indique que, parmi les structures en génie civil, les structures massives, au sens

thermique, concernent celles qui ont la dimension d'un tel ordre, tels que les barages, les réacteurs nucléaires etc. Une fois qu'un gradient thermique tant permanent que temporaire existe dans une structure *massive*, la dégradation due à l'expansion différentielle, i.e. délamination, serait en jeu. En autres termes, dans le calcul structural d'une telle situation, le gradient thermique devrait être pris en compte. En revanche, pour les autres ouvrages d'art tels que les bâtiments, les chaussées, on pourrait constater que le gradient thermique, s'il existe, n'entraînent pas un gonflement différentiel important dans la structure. Par conséquent, le calcul structural peut négliger ce gradient thermique et présumer que l'équilibre thermique s'établit simultanément entre la structure et son environnement extérieur.

## 3.2 Longueur hydrique

On cherche ici à savoir comment l'expansion chimique évolue au fur et à mesure d'un transport hydrique en condition isotherme. On pourrait utiliser à cette fin la démarche précédente pour proposer une longueur caractéristique  $\mathcal{L}_h$  vis-à-vis d'un gradient hydrique imposé à la structure. Une première estimation de  $\mathcal{L}_h$  consiste à remplacer dans (3.9) le coefficient de diffusivité thermique  $D_\theta$  par sa contrepartie du transport hydrique :

$$L_h(\theta_{amb}, h_{amb}) = \sqrt{D_h \tau_L(\theta_{amb}, h_{amb})} \quad (3.10)$$

Mais deux raisons nous empêchent de faire une telle extension directe du cas thermique au cas hydrique. Premièrement, le coefficient de diffusivité du transport hydrique, si l'on peut le noter par  $D_h$ , est toujours hautement non-linéaire en terme de l'humidité. Par conséquent, le transport hydrique ne peut pas s'exprimer directement sous la forme comme (3.1). En second lieu l'expansion chimique ne montre pas son caractère vieillissant au sens thermique tandis que le comportement vieillissant est effectivement engagé vis-à-vis du transport hydrique envers le gel formé.

Le même problème est étudié : dans un demi-espace infini  $x \geq 0$ , à l'instant  $t = 0$ , une humidité uniforme  $h(x, t = 0) = h_0$  est imposée et le processus chimique est mis à son départ, i.e.  $\xi(x, t = 0) = 0$ . Dès  $t > 0$ , une humidité plus élevée  $h_s > h_0$  est imposée et maintenue à  $x = 0$ , ce qui déclenche un transport hydrique dans le demi-espace. Vu l'importance de l'histoire hydrique dans ce cas, un gel vieillissant est employé si bien que  $\xi$  représente la formation du gel sec et l'expansion s'exprime à travers  $\xi$  et l'avancement de vieillissement  $\gamma$ . En conséquence, différemment que le cas thermique, la non-linéarité d'équation de transport (2.15) et la vieillissement du gel sont pris en compte. Pour la non-linéarité de transport, il est hors de question d'étudier directement (2.15) car la solution elle même pourrait masquer la discussion de la longueur caractéristique par les expressions mathématiques compliquées. Une démarche d'estimation est prise : les valeurs de la diffusivité hydrique à  $h_0$  et  $h_s$  sont adoptées dans la loi linéaire de Fick comme (3.1) et deux analyses linéaires seront effectuées afin d'encadrer la vraie solution de (2.15).

On commence par l'analyse linéaire avec la diffusivité constante, égale à  $D_h(h_0)$ . La loi de transport est linéarisée sous la forme suivante,

$$\frac{\partial(h - h_0)}{\partial t} = D_h^0 \frac{\partial^2(h - h_0)}{\partial x^2} \quad \text{avec} \quad D_h^0 = D_h(h_0) \quad (3.11)$$

et la solution analytique nous fournit (Carslaw and Jaeger 1960) :

$$x \ll \sqrt{D_h^0 t} : h \rightarrow h_s ; \quad x > \sqrt{D_h^0 t} : h \rightarrow h_0 . \quad (3.12)$$

Comme dans le cas thermique, la cinétique d'expansion chimico-mécanique est de plus simplifiée par une fonction *Heaviside* en adoptant la modélisation chimico-élastique vieillissant d'après la figure (2.11)(Part.2),

$$\epsilon_r = \begin{cases} 0 & t \leq t_c + \tau_f \\ \frac{\pi M}{1 + \varpi} \exp\left[-\frac{\tau_f}{t_c}(1 + \varpi)\right] & t > t_c + \tau_f \end{cases} \quad (3.13)$$

D'après la corrélation établie entre l'humidité relative et le temps caractéristique  $t_c$ , on a  $t_c(h_0) + \tau_f(h_0) > t_c(h_s) + \tau_f(h_s)$ <sup>1</sup>. Dans le demi-espace, si  $t > t_c(h_0) + \tau_f(h_0)$ , tous les points vont atteindre leurs expansions asymptotiques et le transport n'influence plus l'expansion chimico-mécanique, compte tenu de la simplification de la cinétique. Mais tous les points ne sont pas soumis aux mêmes histoires d'humidité.

À l'instant  $t = t_c(h_0) + \tau_f(h_0)$  pour les points  $x > \sqrt{D_h^0 [t_c(h_0) + \tau_f(h_0)]}$ , l'humidité est toujours maintenue à  $h = h_0$ , hors de la portée du transport hydrique. Par conséquent leurs expansions sont,

$$\epsilon_\infty^0 = \frac{\pi M}{1 + \varpi(h_0)} \exp\left[-\frac{\tau_f}{t_c}[1 + \varpi(h_0)]\right] \quad \text{avec} \quad \varpi = \frac{t_c}{t_a} . \quad (3.14)$$

En contraste, pendant ce temps-là, à  $x = 0$ , l'humidité est toujours maintenue à  $h = h_s$ , ce qui donne l'expansion à l'instant  $t = t_c(h_0) + \tau_f(h_0) > t_c(h_s) + \tau_f(h_s)$  :

$$\epsilon_\infty^s = \frac{\pi M}{1 + \varpi(h_s)} \exp\left[-\frac{\tau_f}{t_c}[1 + \varpi(h_s)]\right] > \epsilon_\infty^0 . \quad (3.15)$$

---

1. Pour une certaine porosité interne  $\phi_0$ , le remplissage à une humidité modérée est plus longue que celui à une humidité élevée, ceci peut être prouvée par (2.64)(Part.2).

Donc à l'instant  $t = t_c(h_0) + \tau_f(h_0)$  un gradient d'expansion est créé dans ce demi-espace ayant la portée mesurée par une longueur caractéristique :

$$\mathcal{L}_h^0 = \sqrt{D_h^0 [t_c(h_0) + \tau_f(h_0)]} \quad (3.16)$$

De plus, ce gradient n'évolue plus dès cet instant puisque le processus d'expansion chimico-mécanique est déjà fini. En autres termes, l'arrivée de l'eau après  $t = t_c(h_0) + \tau_f(h_0)$  n'entraîne plus l'expansion chimique. Donc contrairement au cas thermique, ce gradient est *permanent* et ne disparaît pas malgré la continuation du transport hydrique. Ce gradient permanent est proprement dû à l'introduction du vieillissement de la capacité de combinaison de l'eau liquide par le gel sec. La longueur  $\mathcal{L}_h^0$  signifie ultérieurement la profondeur de gradient d'expansion qu'un gradient hydrique peut entraîner.

Ayant conscience que tous ces arguments proviennent d'une adoption d'une diffusivité constante de  $D_h(h_0)$ , on substitue cette diffusivité par  $D_h^s = D_h(h_s)$ , ce qui nous mène à une autre estimation de la longueur  $\mathcal{L}_h$  :

$$\mathcal{L}_h^s = \sqrt{D_h^s [t_c(h_0) + \tau_f(h_0)]} \quad (3.17)$$

Vu que la diffusivité est une fonction décroissante en terme de l'humidité,  $D_h(h_s) > D_h[h(x, t)] > D_h(h_0)$ , il convient de constater que la vraie longueur caractéristique se situe entre ces deux estimations,

$$\mathcal{L}_h^s > \mathcal{L}_h > \mathcal{L}_h^0, \quad \mathcal{L}_h^{0,s} = \sqrt{D_h^{0,s} [t_c^0 + \tau_f^0]} \quad (3.18)$$

L'intervalle  $[L_h^0, L_h^s]$  nous fournit une première estimation pour repérer la zone susceptible à la délamination à l'imposition d'un gradient hydrique de celle qui pourrait être exempte de cette dégradation. Pour avoir une idée de la grandeur de cette longueur, un cas typique est étudié : un gradient hydrique  $h_0 = 80\%$  et  $h_s = 100\%$  avec  $D_h(h = 80\%) = 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$  et  $D_h(h = 100\%) = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  pour les diffusivités du béton ayant une porosité interne de  $\phi_0 = 10\%$ . La longueur caractéristique hydrique  $\mathcal{L}_h$  est évaluée d'après (3.18) comme,

$$38 \text{ cm} > \mathcal{L}_h > 12 \text{ cm} . \quad (3.19)$$

**Remarque** La discussion sur la longueur caractéristique  $\mathcal{L}_h$  révèle deux faits importants à propos de la démonstration structurale de la dégradation. D'abord, d'une façon



plus sure que dans le cas thermique, le gradient hydrique va imposer en permanence un gradient de gonflement à cause du caractère de vieillissement de la capacité de combiner de l'eau par le gel sec. En second lieu, l'équation (3.19) donne l'ordre de grandeur de cette longueur comme  $12 \text{ cm} \sim 38 \text{ cm}$ , qui concerne vraisemblablement toutes les structures en béton du génie civil. Ceci explique l'observation *in situ* que la dégradation est souvent accompagnée par la présence d'eau liquide. Il est ainsi nécessaire de tenir compte du gradient hydrique, s'il existe, dans l'évaluation numérique de la dégradation de structure.

# Chapitre 4

## Cas d'étude

À la suite de la discussion sur les longueurs caractéristiques thermique  $\mathcal{L}_t$  et hydrique  $\mathcal{L}_h$ , on procède à l'analyse numérique du comportement de structure au moyen du code par éléments finis CESAR-LCPC. Les modèles du gonflement chimico-mécanique sont implémentés par un schéma incrémental, cf. les annexes A et B. Le principe de découplage dans la figure (1.2) et le schéma de calcul de structure sont suivis. L'intérêt de cette étude consiste à comprendre la réponse caractéristique d'un certain ouvrage d'art au gonflement interne, qui, à son tour, est caractérisé par les environnements internes thermique et hydrique au sein de cette structure.

Guidé par les grandeurs des longueurs caractéristiques proposées, on a choisi deux ouvrages d'art représentatifs afin d'étudier l'évolution de dégradation par le gonflement interne. Un barrage, dont la dimension est du même ordre de  $\mathcal{L}_t$ , est choisi pour mettre en évidence le rôle d'un gradient thermique dans la dégradation thermo-chimico-mécanique. La réponse mécanique au fur et à mesure de la diffusion thermique sera quantifiée par la contrainte accumulée et la déformation irréversible induite au sein du barrage. Quant à la dégradation hydro-chimico-mécanique, un mur de soutènement, dont la dimension est largement supérieure à  $\mathcal{L}_h$ , est retenu pour cette fin. Le gradient hydrique est introduit par une attaque de l'eau stagnante sur une de ses surfaces. Dans les deux cas, la déformation irréversible du matériau. i.e. la déformation plastique, sera employée pour interpréter la dégradation de structure. Par conséquent un modèle chimico-plastique induit est adoptée.

### 4.1 Barrage: Dégradation thermo-chimico-mécanique

Le barrage est probablement le type d'ouvrage d'art le plus sensible à l'alcali-réaction à cause de sa dimension, son importance structurale et la difficulté d'intervention éventuelle. L'analyse numérique sur les barages atteints est toujours un sujet important pour les ingénieurs et les gestionnaires. L'exigence de quantifier l'état de structure provient initialement du souci de la pathologie de barrages. Le cas d'étude dans cette section concerne d'un barrage-poids dont les dimensions sont précisées dans la figure (4.1).

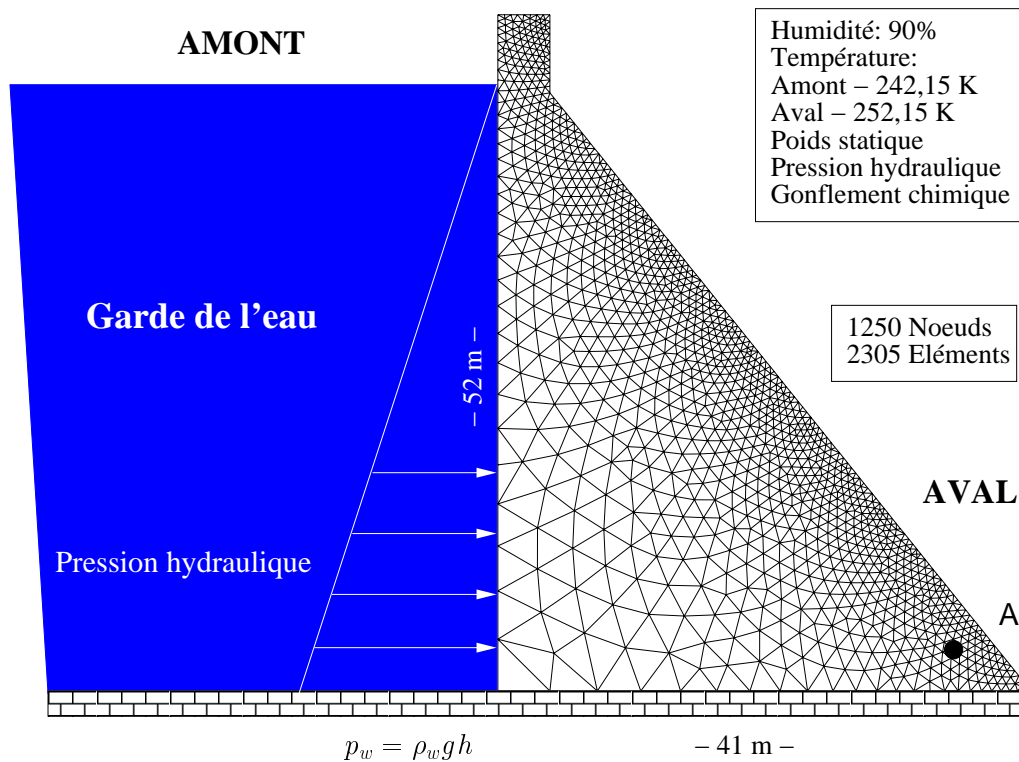


FIG. 4.1 – Barrage-poids sous un gradient thermique et son maillage de calcul (CESAR-LCPC)

TAB. 4.1 – Paramètres employés dans le calcul du barrage

Paramètre (1)	Valeur (2)
Capacité calorifique $C_t$ ( $kJ/m^3/K$ )	2400
Conductivité thermique $K_t$ ( $kJ/h/m/K$ )	6,0
Coefficient de dilatation thermique $\alpha$ ( $K^{-1}$ )	$10^{-5}$
Module d'Young $E_b$ (GPa)	22,0
Ratio de Poission $\nu$ (-)	0,2
Densité du béton $\rho_b$ ( $kg/m^3$ )	2500
Densité de l'eau $\rho_w$ ( $kg/m^3$ )	1000
Accélérateur de gravité $g$ ( $m/s^2$ )	9,81
Résistance à compression $f_c$ (MPa)	25,0
Résistance à traction $f_t$ (MPa)	2,0
Résistance à compression biaxiale $f_{bc}$ (MPa)	27,5
Temps caractéristique $\tau_c$ ( $\theta = 38^\circ C, h = 100\%$ ) (jour)	16,0
Temps caractéristique $\tau_L$ ( $\theta = 38^\circ C, h = 100\%$ ) (jour)	38,8
Coefficient d'expansion $\beta_0$ (%)	0,25
Humidité du béton $h_b$ (%)	90

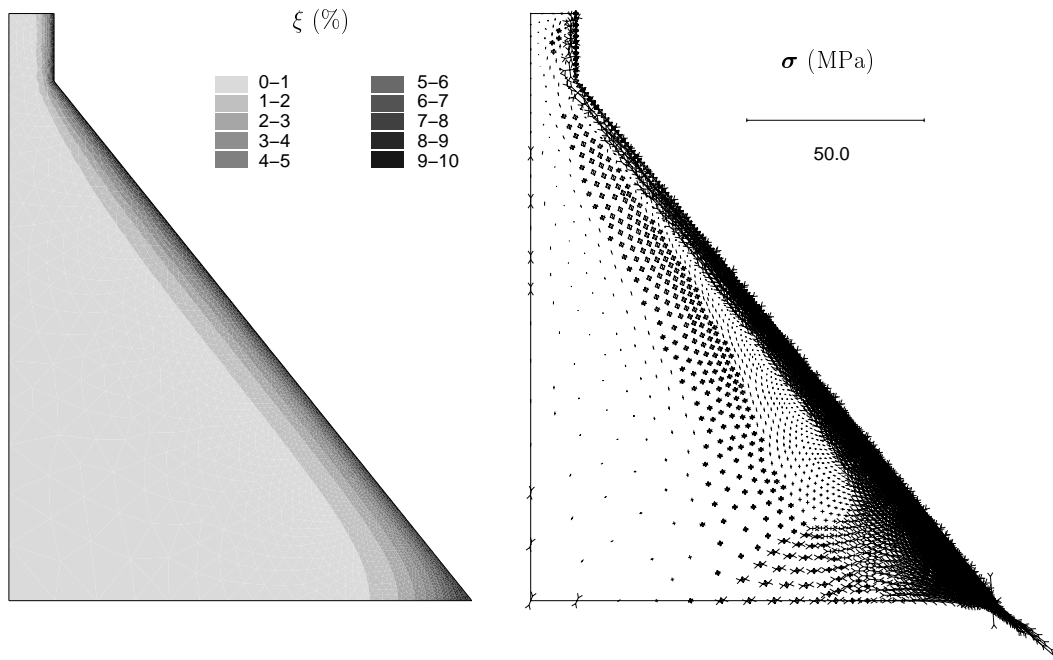


FIG. 4.2 – *Contrainte accumulée à cause du gonflement chimique ( $t = 5$  ans)*

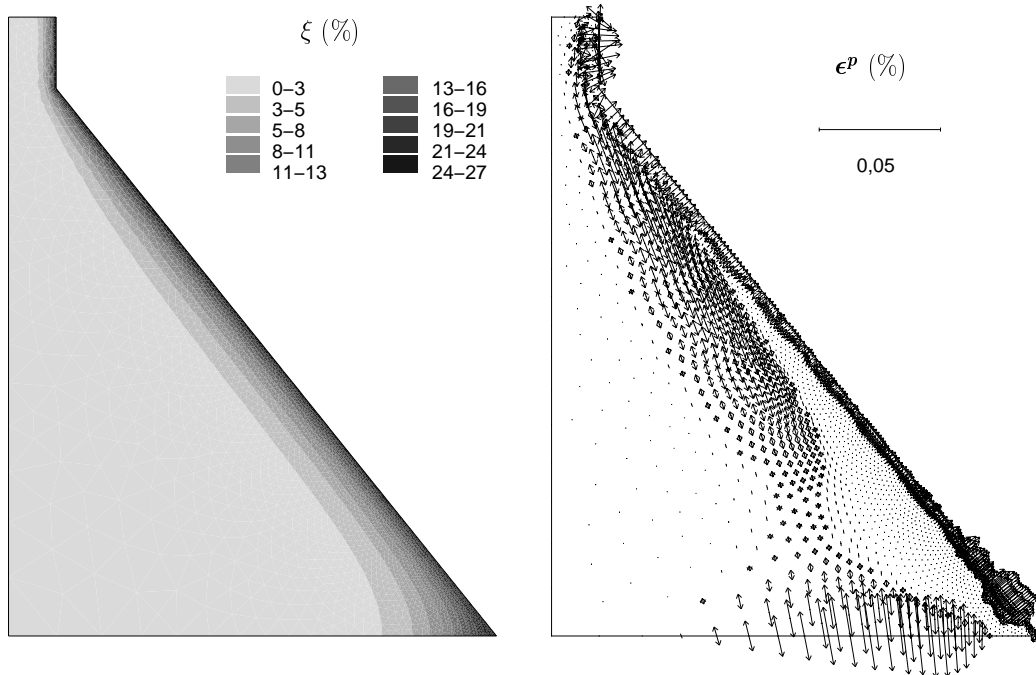


FIG. 4.3 – *Développement de la déformation irréversible ( $t = 7$  ans)*

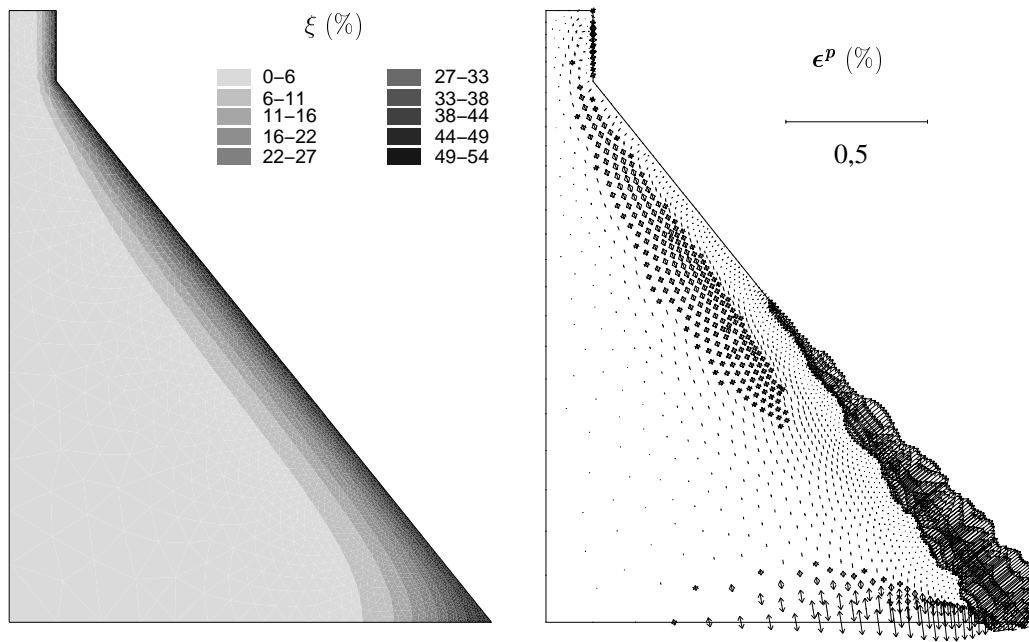


FIG. 4.4 – *Délamination du béton à la surface de l'aval (t = 8 ans)*

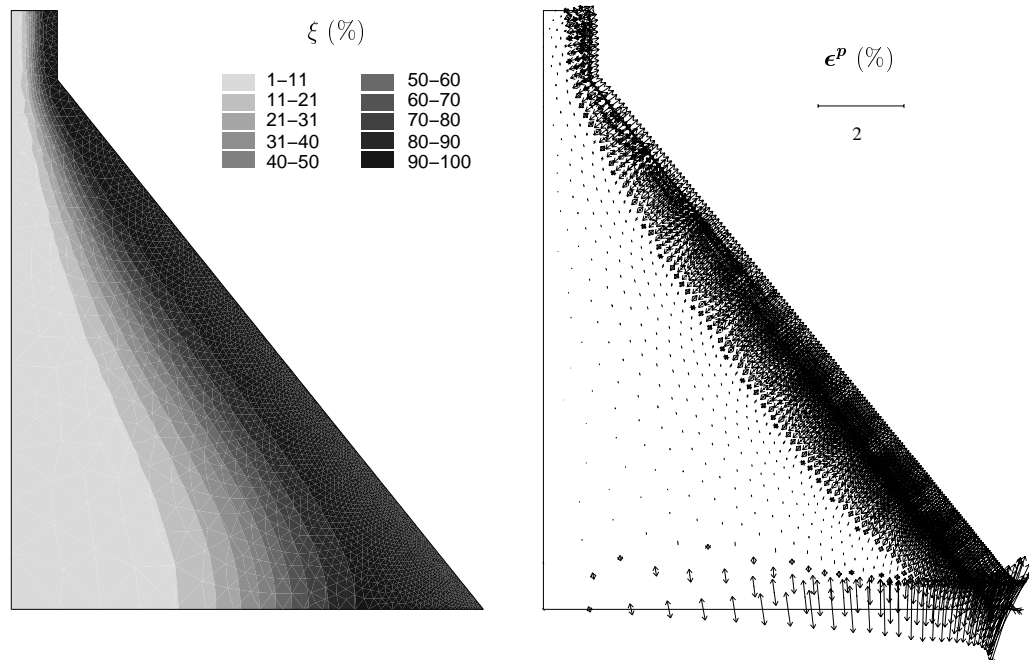


FIG. 4.5 – *Dégradation de la surface à l'aval (t = 15 ans)*

## Condition thermo-hydrigue

On suppose qu'à l'amont une garde de l'eau impose une température uniforme et constante de  $5^{\circ}C$  sur la surface du barrage et l'aval, exposé à l'atmosphère, est à une température plus élevée que celle à l'amont, i.e.  $15^{\circ}C$ . La diffusion thermique résultant au sein du barrage est calculée par (2.3) avec une condition aux limites telle que (2.4)<sub>1</sub> :

$$\theta_s = \theta_s(x, t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \bar{\theta}|_{amont} = 5^{\circ}C ; \bar{\theta}|_{aval} = 15^{\circ}C \\ \theta_s(x, t = 0) = 5^{\circ}C \end{cases} \quad (4.1)$$

Les paramètres thermiques du barrage-poids sont précisés dans le tableau (4.1). On suppose aussi qu'une protection est assurée parfaitement contre la pénétration de l'eau à l'amont et une humidité relative uniforme constante, i.e.  $h = 90\%$ <sup>1</sup>, peut ainsi être attribuée au béton de structure :

$$h_s(x, t) = 90\% \quad (4.2)$$

$(\theta_s(x, t), h_s(x, t))$  fournit l'environnement caractérisant le déroulement de l'alcali-réaction et de l'expansion induite.

## Thermo-chimico-mécanique

Le barrage-poids est encastré aux deux bouts de sa portée, et la dimension dans la direction de portée est beaucoup plus importante que celle de la section. En conséquence, mécaniquement il est simulé par un problème de déformation plane encastrée à l'interface fondation-barrage. Le calcul tient compte des chargements suivants : le poids du barrage, la pression hydraulique à l'amont, la contrainte thermique induite par le gradient de température et le gonflement d'alcali-réaction. Le maillage d'éléments finis est montré par la figure (4.1) et les paramètres retenus pour ce calcul sont listés dans le tableau (4.1).

Quant à la chimico-mécanique du gonflement d'alcali-réaction, un modèle chimico-plastique induit, sans vieillissement, est adopté, car (i) on a besoin de la déformation irréversible pour mettre en évidence la dégradation du matériau ; (ii) l'hypothèse de déformation plane et l'encastrement à l'interface fondation-barrage empêchent le gonflement interne donc une plasticité due à cet effet aura lieu dans le barrage ; (iii) une humidité constante nous mène à favoriser un modèle sans vieillissement. Avec un gonflement isotrope et une telle diffusion thermique, la contrainte thermo-chimique dans le barrage s'écrit sous la forme suivante :

---

1. Cette humidité est proche de celle de la chambre humide des essais de Larive (1998).

$$\sigma_{ij} = (K - \frac{2}{3}G)(\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^p) + 2G(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p) - 3K(\alpha\Delta\theta + \beta\xi)\delta_{ij} \quad (4.3)$$

où  $K, G$  sont les modules de compressibilité et de cisaillement du béton respectivement, calculés par le module d'Young  $E_b$  et le ratio de Poisson  $\nu$ , et  $\epsilon_{ij}^p$  sont les déformations plastiques du matériau. Les paramètres chimico-mécaniques typiques des essais de Larive (1998) sont retenus pour le béton structural, cf. Tab.(3.1). Pour compléter le modèle chimico-plastique induit, on adopte un critère de Willam-Wankre à trois paramètres<sup>2</sup> (Willam and Warnke 1975), qui est plus adapté au béton que celui de Druger-Prager retenu dans la partie de modélisation.

Il est à noter que dans ce barrage la contrainte est induite d'un côté par le déroulement chimique  $3K\beta\xi\delta_{ij}$ , d'un autre côté par la diffusion thermique  $3K\alpha\Delta\theta\delta_{ij}$ . Afin de distinguer et analyser leur propre contribution à la contrainte accumulée dans le barrage, on lance un calcul de témoin, qui consiste à négliger le terme chimique  $3K\beta\xi\delta_{ij}$ .

## Réponse de structure

Les calculs ont été effectués sur une durée de 20 ans. La déformation plastique et la contrainte accumulée du béton sont retenues comme les principales réponses mécaniques. Par la déformation plastique issue du calcul thermo-chimico-mécanique, on essaie de caractériser la dégradation évolutive du barrage tandis que la contribution chimique à la contrainte accumulée est à mettre en évidence par le calcul thermo-chimico-mécanique et son témoin, le calcul thermo-mécanique. Parmi les résultats numériques, plusieurs tranches sont dépouillées et analysées à la suite.

$t = 5$  **ans** Cinq ans après l'amorçage du gonflement chimique au sein du matériau structural, cf. Fig. (4.2), la diffusion thermique se déroule de l'aval vers l'amont si bien que l'avancement de réaction  $\xi(x, t = 5 \text{ ans})$  possède la même distribution, i.e. plus avancé ( $\xi \sim 10\%$ ) à l'aval et moins à l'amont ( $\xi \sim 0$ ). Marqué par la longueur caractéristique  $\mathcal{L}_t \sim 30\text{m}$  d'après la figure (3.7), un gradient de gonflement se produit entre l'aval et l'amont. L'investigation de la déformation plastique montre que la réponse structurale du barrage reste essentiellement élastique. Pourtant, une contrainte importante est déjà accumulée à cet instant au pied de l'aval, cf. Fig. (4.2). Au point  $A$ , cf. Fig. (4.1), une contrainte normale de compression  $\sigma_{zz}^A = -8,85 \text{ MPa}$  est observée, par rapport à  $-4,25 \text{ MPa}$  issue du calcul thermo-mécanique. Même avec un si faible avancement, le gonflement chimique représente déjà une contrainte accumulée aussi importante que la contrainte thermique. La contrainte s'accumulant sans entraîner la déformation irréversible, ce qui marque donc une période latente de la dégradation structurale.

---

2. Ces trois paramètres s'agissent de la résistance de compression unidimensionnelle du béton  $f'_c$ , sa résistance de traction unidimensionnelle  $f'_t$  et sa résistance de compression bidimensionnelle  $f'_{bc}$ .

$t = 7$  **ans** Sept ans après le démarrage de la diffusion thermique et de la réaction chimique, l'avancement chimique continue à se propager vers l'amont au fur et à mesure de la diffusion thermique. Un front d'avancement chimique est ainsi créé entre l'aval et l'amont,  $0 < \xi < 30\%$ , alors que la contrainte résultante s'accumule à une telle intensité que la déformation plastique<sup>3</sup> a lieu dans la section, cf. Fig. (4.3). Il est instructif de noter que le front crée une délamination de surface arrière lui (i.e. la surface à l'aval) et une expansion parallèle à la surface à l'aval devant lui. Il en résulte que deux comportements pourraient être caractéristiques : une délamination de surface à l'aval et une microfissuration à la direction normale (celle de  $\sigma_{zz}$ ). La contrainte de compression  $\sigma_{zz}^A$  s'accumule à -18,9 MPa par rapport à sa valeur de témoin -4,30 MPa.

$t = 8$  **ans** Un ans après, la plastification du matériau par la contrainte évolue vis-à-vis de l'avancement du front de réaction, i.e.  $0 < \xi < 50\%$ . Par rapport à l'expansion intérieure (parallèle à la surface de l'aval), la délamination devient plus importante et se concentre progressivement sur le pied de l'aval, cf. Fig. (4.4). Ceci est évidemment dû au front de gonflement ainsi qu'à la condition aux limites de l'encastrement. Par conséquent, une dégradation importante et caractéristique de ce barrage, une délamination (*popout*) du béton au pied à l'aval, pourrait avoir lieu. La contrainte normale, s'achevant à  $\sigma_{ij}^A = -27,7$  MPa (référence thermo-mécanique : -4,32 MPa), facilite sans doute ce *popout*. En pratique, dès cet instant, l'ouvrage exige une surveillance en permanence et une intervention éventuelle afin de libérer la contrainte normale et de renforcer le matériau dégradé.

$t = 15$  **ans** Même sans trop de sens en réalité, il est instructif de voir comment la dégradation se terminerait. Une tranche de résultats sont présentés à la figure (4.5), i.e. 15 ans après le commencement du gonflement. Le front de gonflement se propage à une moitié de la section vers l'amont ayant un avancement  $\xi \sim 100\%$  à l'aval. La déformation irréversible entraînée fait en sorte que la délamination s'étend à toute la surface de l'aval. Dès lors, plus le front avance, plus le matériau intérieur se délamine.

Cette évolution de la dégradation structurale est reliée strictement à l'imposition d'un gradient thermique et la condition aux limites de structure. La dégradation, amorçant de l'aval (plus chaud) à l'amont (plus froid) évolue progressivement. Le dégradation se développe d'abord localement puis structurellement, et finit par une délamination importante du matériau à la surface de l'aval du barrage. Une telle étude numérique nous fournit une compréhension de la réponse d'une structure massive au gonflement interne sous certaines conditions thermiques.

---

3. Au niveau du matériau cette déformation irréversible peut être interprétée comme la microfissuration dans le béton.



## 4.2 Mur de soutènement : Dégradation hydro-chimico-mécanique

La pathologie d'alcali-réaction des ouvrages d'art routiers montre souvent une corrélation entre la dégradation du matériau et la présence d'eau dans les zones affectées (LCPC 1999). Dans cette section, un ouvrage d'art représentatif, un mur de soutènement (i.e. *culée*) est retenu comme sujet d'étude, cf. Fig. (4.6). Cette structure routière sert à assurer la connexion entre la superstructure d'un pont, i.e. *viaduc*, et celle d'une chaussée. Entre le mur en béton (ou en béton armé) et le pavement de chaussée se trouve le sol tassé, qui est censé passer le chargement mécanique provenant de la chaussée (le poids statique, l'impact des véhicules, etc.) au mur et à sa fondation. Dans la suite on ne distingue plus le mur de sa fondation, la structure du *mur de soutènement* concerne tous les deux. On se propose d'explorer comment la dégradation évolue dans le mur au fur et à mesure d'un processus de transport hydrique, i.e. la contrepartie d'étude du cas thermique dans la section précédente.

### Condition hydro-thermique

Le béton structural du mur est supposé suivre une histoire hydrique typique : après le coulage du béton, la réaction d'hydratation donne la résistance au matériau et laisse de l'eau résiduelle dans le réseau poreux connecté interne, tant sous forme liquide (dans la solution interstitielle) que sous forme de vapeur (dans la phase gazeuse des pores). Ces eaux donnent donc une humidité initiale dans le matériau, est  $h_s(x, t = 0) = 80\%$  est retenue dans notre cas d'étude. Supposons que la structure soit privée du contact avec l'eau naturelle par une protection dès la fin de sa construction pendant une période de 5 ans. Ayant une humidité atmosphérique imposée sur les surfaces extérieures, i.e. 60% dans ce cas, le mur, pendant ces 5 ans, subit un processus de séchage car l'humidité extérieure est plus basse que celle dans le béton structural (80%). Ce processus de séchage est calculé par le modèle dans (2.15) en tenant compte des paramètres du transport hydrique dans le tableau (2.1),

$$h_s = h_s(x, 0 \leq t \leq 5 \text{ ans}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} h_s(x, t) = 80\% & t = 0 \\ h_s(x, t) \Big|_{surfaces} = 60\% & 0 < t \leq 5 \text{ ans} \end{cases} \quad (4.4)$$

Ce gradient hydrique transporte de l'eau de l'intérieur à l'extérieur du mur. La figure (4.7a) illustre  $h_s(x, t = 5 \text{ ans})$ . Ensuite à cause du dysfonctionnement inattendu de la couche anti-pénétration sol-chaussée, l'eau naturelle (e.g. la pluie) arrive à infiltrer dans le sol entassé et s'impose sur l'interface sol-mur, cf. Fig. (4.6). Ceci crée un nouveau gradient hydrique dans le mur par l'eau stagnante sur l'interface sol-mur. Ayant une distribution hydrique  $h_s(x, t = 5 \text{ ans})$  issue de (4.4), un autre transport s'amorce, calculé par (2.15),

$$h_s = h_s(x, t > 5 \text{ ans}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} h_s(x, t = 5 \text{ ans}) & \text{cf. Fig. (4.7b)} \\ h_s(x, t) \Big|_{\text{sol-mur}} = 100\% & t > 5 \text{ ans} \end{cases} \quad (4.5)$$

Ce nouveau transport permet à l'eau stagnante de rentrer dans le mur et  $h_s(x, t = 7 \text{ ans})$  résultant est illustrée dans la figure (4.7b).

Avec une telle histoire hydrique, il est convenu de prendre en compte l'effet de vieillissement du gel d'alcali-réaction car l'eau stagnante sur l'interface sol-mur est bien une eau *tardive*. Ceci nous mène à adopter un modèle vieillissant. En vue d'avoir le comportement vieillissant du gel, la condition thermique du calage du modèle vieillissant (cf. Part. 2) est attribuée au tous le matériau structural dans ce calcul, i.e.  $\theta_s(x, t) = 38^\circ C^4$ .

## Hydro-chimico-mécanique

Le mur de soutènement a souvent une dimension plus importante dans la direction normale. Donc son comportement mécanique est modélisé dans le cadre des déformations planes. Les chargements suivants sont pris en compte dans le calcul : le poids du mur, la charge verticale provenant du pont et le gonflement chimique du béton. Par contre, la pression du sol entassé et la force horizontale provenant du pont (e.g. celle de freinage des véhicules) sont négligées. Le maillage d'éléments finis et les dimensions précises sont illustrées dans la figure (4.6).

En ce qui concerne la modélisation chimico-mécanique du gonflement chimique, un modèle chimico-plastique induit avec vieillissement est adopté car : (i) la déformation plastique sera employée afin d'interpréter l'évolution de dégradation du mur ; (ii) dans le calcul de déformation plane la contrainte normale  $\sigma_{zz}$  due au gonflement est importante ; (iii) l'arrivée de l'eau stagnante sur l'interface sol-mur, 5 ans après le démarrage de réaction, agit bien comme une eau *tardive*. La contrainte dans ce calcul s'exprime donc,

$$\sigma_{ij} = \left(K - \frac{2}{3}G\right)(\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^p) + 2G(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p) - 3K\pi v_w \delta_{ij} \quad (4.6)$$

avec la prise de l'eau  $v_w$ , l'avancement de réaction  $\xi$  et l'avancement de vieillissement  $\gamma$  calculés par les équations constitutives du modèle dans le tableau (4.2)(Part. 2) et par l'algorithme précisé dans l'annexe B. Les paramètres chimico-mécaniques provenant du calage des essais de Larive (1998) sont retenus dans le calcul. Comme pour le cas thermique dans la section précédente, un critère de Willam-Warnke à trois paramètres (1975) est adopté pour calculer l'évolution de la déformation plastique  $\epsilon_{ij}^p$ . Le tableau (4.2) présente tous les paramètres employés dans le calcul.

---

4. On retient cette température, qui est sans doute trop élevée pour un cas réel, dans le but de montrer la caractéristique du comportement structural du mur sous attaque de l'eau liquide. Une étude supplémentaire de la corrélation entre le temps caractéristique  $t_c$  et la température ambiante, cf. Eq. (2.72)<sub>1</sub> (Part.2), pourrait rendre les résultats ci-dessous plus réalistes.

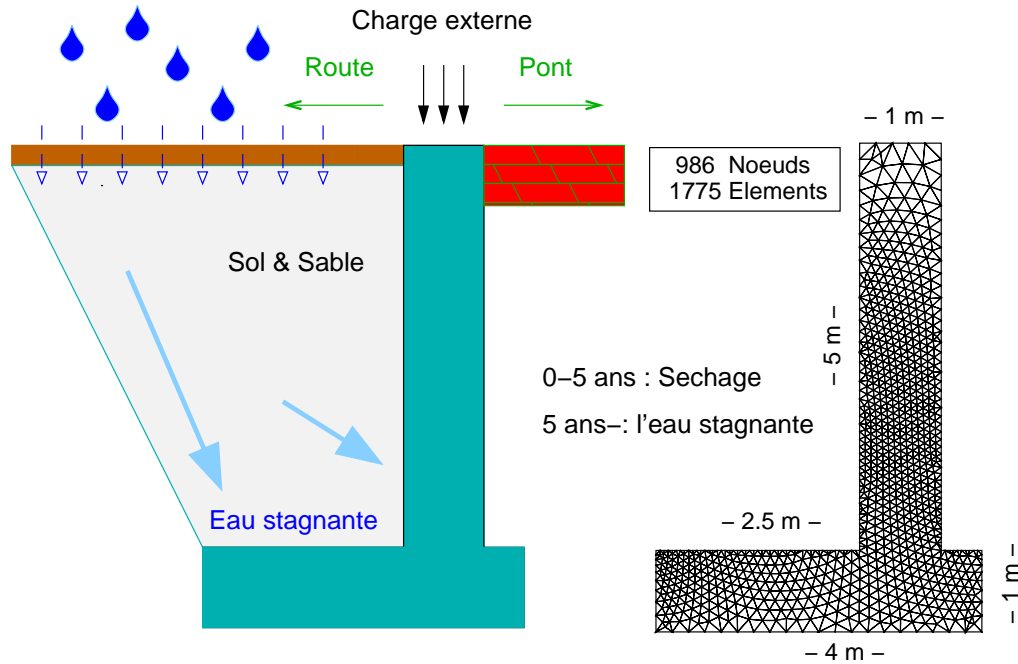


FIG. 4.6 – Mur de soutènement sous l’attaque de l’eau stagnante

## Réponse structurale

Ayant l’histoire combinée par (4.4) et (4.5), l’évolution du comportement du mur est calculée sur 20 ans, une durée jugée suffisamment longue pour toute la démonstration de dégradation. Afin d’illustrer explicitement la dégradation, l’avancement de formation de gel sec  $\xi$ , la déformation irréversible  $\epsilon^P$  et la contrainte  $\sigma$  sont montrés dans plusieurs phases représentatives parmi les résultats numériques obtenus.

$t = 5$  **ans** Jusqu’à l’arrivée de l’eau naturelle à l’interface sol-mur, le culée était soumis à un processus de séchage, dont le gradient hydrique à cet instant est montré dans la figure (4.7a). Due au séchage, la formation de gel sec se déroule moins rapidement à la surface de la structure, i.e.  $\xi \sim 25\%$ , par rapport au coeur du mur, i.e.  $\xi \sim 75\%$ , où une humidité plus élevée se maintient, cf. Fig. (4.8). La contrainte normale accumulée  $\sigma_{zz}$  atteint une compression  $\sim 10$ MPa tandis que la contrainte dans la section est bien orientée par la charge verticale de service  $q$  à la tête du mur. L’investigation de la déformation dans cet instant montre qu’aucune déformation irréversible n’est entraînée. Ceci indique que le processus d’expansion de gel mouillé se trouve dans l’étape de remplissage dans le matériau structural à cause de la persistance d’une humidité modérée (60%  $\sim$  80%).

$t = 5, 5$  **ans** L’arrivée de l’eau stagnante maintient une humidité de 100% à l’interface sol-mur. Le transport hydrique est re-orienté par ce nouveau gradient hydrique, ce qui transporte l’eau stagnante de cette interface à l’intérieur du mur. Par conséquent, la

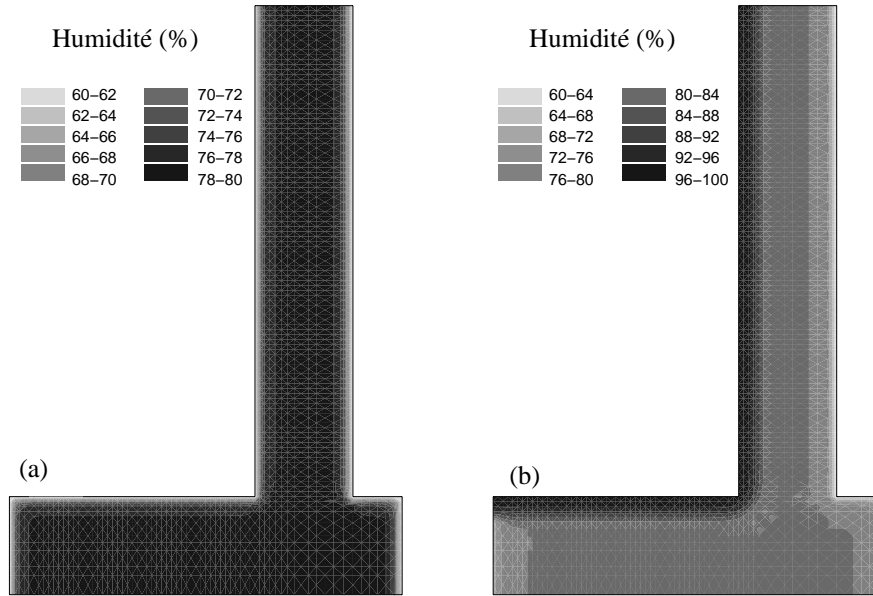


FIG. 4.7 – Distributions hydriques : (a) à la fin du séchage ( $t = 5$  ans); (b) deux ans après l'attaque de l'eau stagnante ( $t = 7$  ans)

TAB. 4.2 – Paramètres utilisés dans le calcul du mur de soutènement

Paramètre (1)	Valeur (2)
Humidité initiale $h_s^0$ (%)	80
Humidité atmosphérique $h_{atm}$ (%)	60
Temps de vieillissement $t_a$ (jour)	146
Temps de réaction $t_c(h = 100\%)$ (jour)	30
Coefficient de remplissage $\pi\phi_0$ (-)	0,00062
Coefficient de vieillissement $\pi M/\rho_w$ (-)	0,00635
Masse volumique du béton $\rho_b$ ( $kg/m^3$ )	2500
Module d'Young $E_b$ (MPa)	300
Ratio de Poisson $\nu$ (-)	0,35
Résistance de compression $f_c$ (MPa)	25
Résistance de traction $f_t$ (MPa)	0
Résistance de compression biaxiale $f_{bc}$ (MPa)	27,5
Charge verticale du mur $q$ (MPa)	3,15

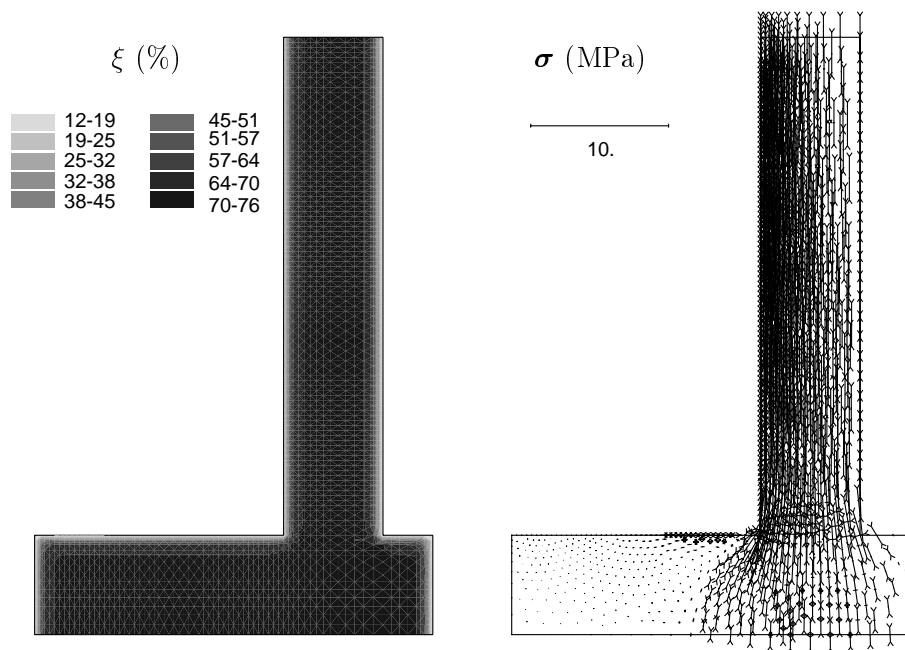


FIG. 4.8 – *Contrainte de compression à la fin du séchage ( $t = 5$  ans)*

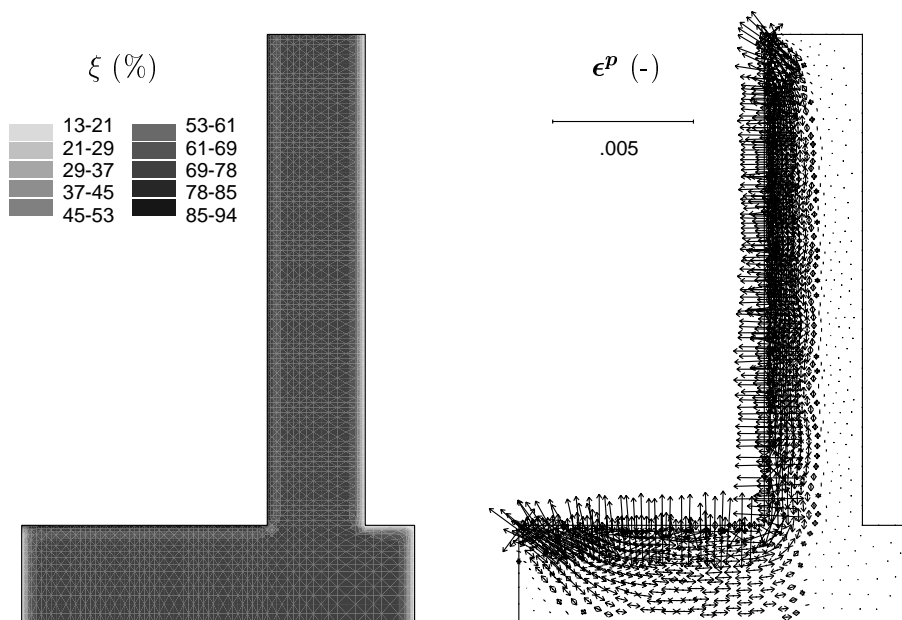


FIG. 4.9 – *Dégradation du mur réactif à l'attaque de l'eau stagnante ( $t = 5, 5$  ans)*

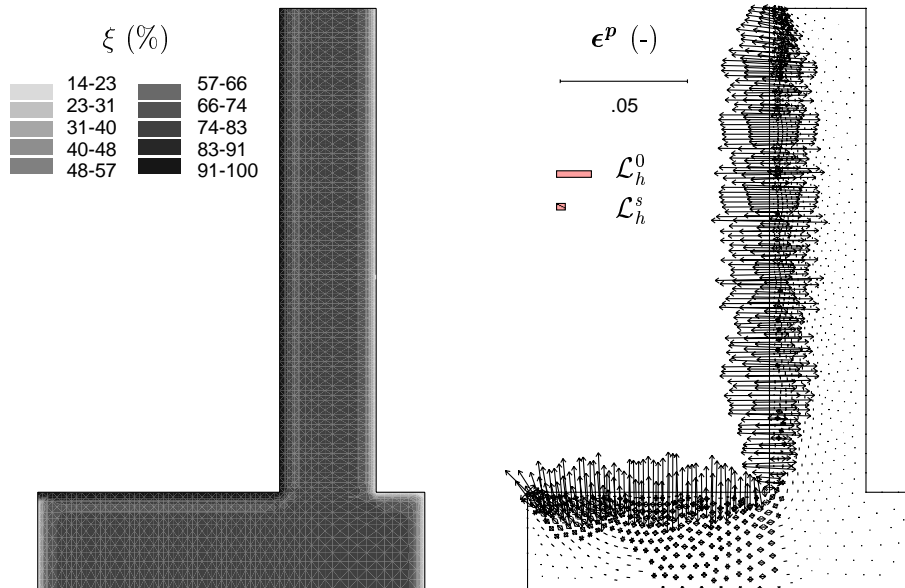


FIG. 4.10 – *Délamination extensive du matériau à la surface de l'attaque ( $t = 6$  ans)*

formation du gel sec et sa prise d'eau sont accélérées dans cette surface si bien que six mois après,  $\xi$  y approche 90% avec  $\xi \sim 80\%$  à l'intérieur du mur. Ceci crée un front d'avancement, cf. Fig. (4.9). Vis-à-vis de ce front, deux effets mécaniques sont observés : une délamination arrière le front, i.e. l'interface sol-mur, et une elongation avant le front (plus intérieur du mur), moins importante dans le mur vertical (due à la force verticale  $q$ ) mais plus prononcée dans le pied. Ceci nous aide à distinguer deux dégradations structurales : la délamination de l'interface sol-mur et l'elongation dans l'intérieur du culée.

$t = 6$  **ans** Accéléré par le nouveau transport hydrique, l'avancement de formation de gel sec à l'interface sol-mur est presque terminée, i.e.  $\xi \sim 100\%$  d'après la figure (4.10). Quant aux deux effets mécaniques, la délamination évolue plus rapidement que l'elongation et entraîne à cet instant une dégradation totale de l'interface sol-mur. Il est à noter que la profondeur de cette délamination est bien saisie par la longueur caractéristique hydrique  $\mathcal{L}_h$ , estimée par  $\mathcal{L}_h^0 < \mathcal{L}_h < \mathcal{L}_h^s$  à travers (3.18).

Du résultat numérique de la dégradation du mur de soutènement se dégagent plusieurs indications. En premier lieu, la formation de gel sec peut avoir lieu sans entraîner une dégradation importante si une humidité relative modérée est maintenue, ce qui est bien illustré par un avancement de  $\xi = 70\%$  avec aucune déformation irréversible du matériau dans la figure (4.8). Dans ce cas, faute de l'eau présente, le gel sec se forme et vieillit *tranquillement* sans exercer une pression importante au sein du béton. En second lieu, l'arrivée d'eau liquide entraîne une dégradation évolutive dont la caractéristique dépend de la géométrie et de la condition aux limites de la structure en question. Dans le cas du mur de soutènement, la délamination de surface et l'elongation des membres de structure (mur vertical, pied) sont observées comme les réponses caractéristiques structurales, ce qui

seraient des *symptômes* de la pathologie. De plus, la dégradation se termine vraisemblablement par une délamination de la surface sous l'attaque de l'eau liquide. La profondeur de cette délamination pourrait être estimée par la longueur caractéristique  $\mathcal{L}_h$  issue du problème unidimensionnel du couplage hydro-chimico-mécanique.

**Remarque** Par cet exemple, on voit bien l'effet de l'eau *liquide* sur l'évolution de gonflement structural à travers un gel sec vieillissant. Une humidité modérée peut limiter le gonflement de gel d'abord par la formation de gel sec, i.e. la corrélation entre  $t_c$  et  $h$ , ensuite par sa prise d'eau vieillissante. Donc contrôler le niveau d'humidité dans le matériau serait une façon pertinente et efficace de diminuer le risque de la pathologie structurale. Par rapport à la modélisation d'un gel non-vieillissant, le gel vieillissant a tendance à rendre le gradient hydrique plus évident vis-à-vis des effets mécaniques. Ceci explique pourquoi sur le terrain la dégradation structurale de l'acali-réaction est souvent reliée à la présence d'eau locale. Priver le béton actif du contact avec l'eau liquide est ainsi cruciale pour la prévention de la pathologie de structure.

# Chapitre 5

## Conclusions

Évaluer la dégradation du gonflement chimico-mécanique de l'alcali-réaction implique l'étude de plusieurs couplages entre quatre phénomènes : la diffusion thermique, le transport hydrique, le gonflement de réaction et la réponse mécanique du matériau. Avec les hypothèses retenues et l'observation au laboratoire, on ne retient que les couplages thermo-chimico-mécanique et hydro-chimico-mécanique. Afin de compléter le calcul d'une structure atteinte, la diffusion thermique est formulé sous la forme d'une modélisation linéaire et le transport hydrique par un modèle non-linéaire simplifié.

Inspiré par l'application de la mécanique de durabilité aux couplages chimico-mécaniques du béton, l'effet thermo-chimico-mécanique du gonflement est étudié à travers un problème unidimensionnel, d'où une longueur caractéristique est identifiée sous la forme :  $\mathcal{L}_t = \sqrt{D_\theta \tau_L}$ . Quant à l'effet hydro-chimico-mécanique du gonflement, cette longueur est de la forme :  $\mathcal{L}_h = \sqrt{D_h t_c}$ . Ces longueurs sont censées répondre à la question : comment un ouvrage d'art réactif réagit à la présence de gradients thermique et hydrique ? Grâce à elles, on arrive à distinguer les ouvrages d'art réactifs sensibles aux gradients, i.e. structures *massives*, de ceux qui ne le sont pas. Par un calcul pour un cas typique, la longueur thermique  $\mathcal{L}_t$  a une grandeur de 10 m concernant effectivement les ouvrages tels que les barrages, les réacteurs nucléaires, etc. En revanche, la longueur hydrique  $\mathcal{L}_h$  est de l'ordre de 10 cm et concerne donc tous les ouvrages en béton du génie civil. C'est-à-dire que tous les ouvrages d'art réactifs sont *massifs* vis-à-vis d'un gradient hydrique.

Mesurés par  $\mathcal{L}_t$ ,  $\mathcal{L}_h$ , deux structures sont choisies comme cas d'étude. Un barrage, ayant une dimension  $l_s \sim 10$  m donc *massif* vis-à-vis d'un gradient thermique, est choisi pour étudier l'évolution de sa dégradation thermo-chimico-mécanique. Un mur de soutènement, dont la dimension  $l_s \sim 10$  m donc certainement *massif* au sens hydrique, est étudié avec une histoire hydrique typique : un séchage suivi par l'attaque de l'eau liquide. Les deux ouvrages montrent une dégradation principale de délamination à la surface où s'impose le gradient (thermique ou hydrique). En même temps, tous les deux montrent leurs propres réponses structurales vis-à-vis du gonflement chimico-mécanique, qui peuvent en outre servir à diagnostiquer et identifier les dégradations *in situ*.





Quatrième partie

Méthode d'Expertise des Structures



# Chapitre 1

## Avant-propos

De nos jours, une formulation de béton sans l'alcali-réaction est largement assurée par les recherches engagées et accumulées. Il ne nous reste donc que la problématique d'une stratégie de conservation et de maintenance des ouvrages d'art réellement atteints par cette pathologie. Après la discussion de modélisation du gonflement chimico-mécanique d'alcali-réaction et son application aux calculs de dégradations structurales, on est prêt dans cette partie à répondre aux questions posées au début de ce rapport, telles que, dans quelle mesure elle a affecté l'ouvrage d'art, comment estimer la résistance résiduelle de telles structures, comment la dégradation va évoluer désormais et comment justifier une intervention contre cette dégradation. Avec les éléments disponibles, c'est-à-dire les modèles chimico-mécaniques du gonflement et ceux de la diffusion thermique et du transport hydrique, on cherche à fournir à ces questions une réponse quantitative par une reconstitution numérique de l'évolution de la dégradation structurale. Pour une structure affectée, ce résultat numérique forme effectivement une base de données pour les décisions gestionnaires pour sa conservation et sa maintenance. Entre les travaux effectués dans les précédentes parties et cette réponse numérique, il nous manque une méthode systématique pour intégrer les modèles développés au laboratoire, les observations de dégradation structurale *in situ* et une évaluation réaliste de l'évolution du gonflement structural. Afin d'avoir une telle méthode systématique, plusieurs aspects sont à éclairer.

D'abord, cette méthode et les travaux numériques qu'elle implique font partie de la stratégie de maintenance des ouvrages d'art. Avant de traiter le sujet de la méthode, il est donc convenu de considérer ce plan global, qui est censé schématiser la procédure du traitement des ouvrages atteints allant de l'identification de l'origine de la dégradation, sa classification jusqu'à la décision gestionnaire. C'est dans ce scénario que la méthode numérique trouve ses données d'entrée et l'attente de son résultat.

Ensuite, la méthode numérique elle-même doit retrouver le comportement mécanique entier de la structure en question, aux échelles temporelle et spatiale, à partir des données disponibles dans le cadre de la méthodologie de traitement. À la différence des travaux précédents, le comportement chimico-mécanique du béton structural, i.e. *in situ*, lui-même nous reste inconnu. En d'autres termes, les paramètres du matériau dans un modèle chimico-mécanique spécifique, par exemple  $(\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)$  pour un modèle chimico-élastique

non vieillissant, pour le béton *in situ* sont inconnus. Ces paramètres acquis au laboratoire ne concernent que le matériau en question, donc ils ne sont pas représentatifs pour un autre béton, e.g. un béton structural. La proposition d'une telle méthode numérique implique donc d'abord un problème inverse (Bui and Tanaka 1994): à partir des comportements connus, tant au niveau de structure qu'au niveau du matériau *in situ*, les paramètres du modèle chimico-mécanique sont à caler. Avec ce modèle calé on reconstitue ensuite l'évolution entière du comportement mécanique structural. Il en résulte que l'analyse de données disponibles et l'algorithme de résolution du problème inverse sont deux points cruciaux dans cette méthode.

Enfin, étant donné que le problème inverse proposé est résolu par un algorithme approprié, on est prêt à calculer numériquement le comportement entier de la structure en question : il suffit d'appliquer le modèle calé à un calcul temporel et spatial du comportement structural qui contient l'évolution de la dégradation par gonflement interne. Par le dépouillement du résultat de ce calcul, le passé, l'état actuel et le comportement futur de cette structure seront tous déterminés. Ce résultat fournit donc un diagnostic ainsi qu'un pronostic de l'évolution de la dégradation structurale. Dans la suite on précise la méthodologie globale de traitement des structures affectées, la méthode numérique et l'utilisation des modèles dans le problème inverse.

## 1.1 Contexte complet du traitement des structures atteintes

À l'aval des résultats acquis au niveau de la chimie, de l'expertise du matériau (MEB, Pétrographie, Essai de fluorescence des ions uranyl) et de l'observation *in situ*, on cherche à les intégrer dans une méthodologie de traitement des structures atteintes par les réactions du gonflement interne des bétons, dont l'alcali-réaction, afin de normaliser leur gestion. Le travail présenté dans cette section du mémoire fait partie d'une telle étude complète en cours au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées à Paris<sup>1</sup>.

La figure (1.1) illustre la partie de cette méthodologie concernant la pathologie d'alcali-réaction. Elle consiste à diviser la tâche en six étapes allant de la classification des désordres observés *in situ* (Étape I) jusqu'à une évaluation du comportement structural (Étape VI). Les travaux numériques se situent donc à la suite de la détermination de la cause de la pathologie structurale et des essais des échantillons extraits, dit *les carottes*. La méthode numérique vise à une connaissance complète de l'évolution de la dégradation. En vue d'une décision gestionnaire, deux aspects de cette connaissance sont soulignés : l'état actuel mécanique de la structure en question par lequel sa performance mécanique (e.g. la résistance actuelle) sera jugée; et l'évolution future du comportement mécanique de laquelle la durabilité de structure sera déduite.

---

1. Thème de recherche OA14: *Diagnostic et Suivi des Ouvrages Atteints de Réactions de Gonflement Interne - Guide Méthodologique*, dont la première version officielle sera disponible à la fin de 2002.

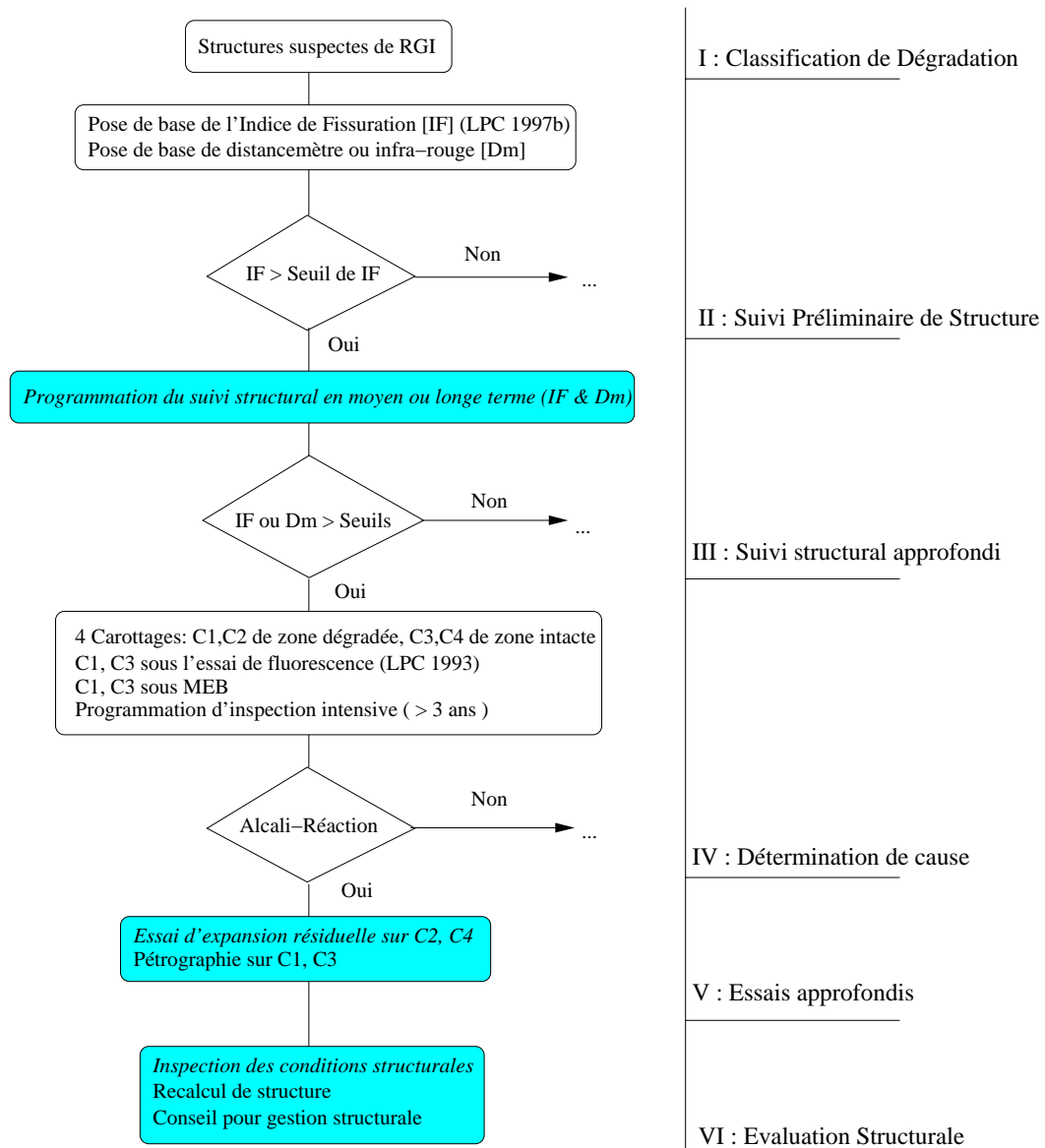


FIG. 1.1 – Méthodologie de traitement et de suivi des ouvrages atteints

## 1.2 Méthode numérique d'expertise

D'après la figure (1.1), l'information accessible pour les travaux numériques provient de trois sources<sup>2</sup>: (i) le suivi structural du gonflement par la mesure de l'indice de fissure (IF) ou la distancemétrie (Étape III); (ii) l'expansion résiduelle des carottes extraites de la structure (C2, C4 dans l'étape V); (iii) les conditions hydro-thermiques auxquelles la structure est soumise (Étape VI). Grâce à ces sources d'information, la recherche des paramètres du matériau se traduit par un problème inverse :

$$\boxed{\text{Trouver } \boldsymbol{\kappa} : \quad \mathcal{M}\mathbf{u}(\mathbf{m}; \boldsymbol{\kappa}) = \bar{\mathbf{u}} \Big|_{x \in \bar{\Omega}; t \in \bar{T}}} \quad (1.1)$$

où

- $\boldsymbol{\kappa}$  est le vecteur des paramètres chimico-mécaniques, tels que  $(\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)$  pour un comportement chimico-élastique non vieillissant;
- $\mathbf{m}$  est le vecteur des autres paramètres ou caractéristiques mécaniques de la structure qui sont indispensables pour avoir une réponse mécanique, et qui, de plus, sont supposés connus dans ce problème;
- $\mathbf{u}$  est la réponse mécanique observable de structure, par exemple le déplacement;
- $\mathcal{M}$  représente l'opérateur qui projette la réponse structurale complète  $\mathbf{u}(x, t)$  aux instants  $t \in \bar{T}$  et aux endroits  $x \in \bar{\Omega}$  où la mesure est effectuée;
- $\bar{\mathbf{u}}$  est la mesure réelle de la réponse  $\mathbf{u}$ , telles que IF et la distancemétrie, effectuée pour  $t \in \bar{T}$  et  $x \in \bar{\Omega}$ .

Néanmoins le problème (1.1) s'avère souvent mathématiquement mal posé (Mahnken and Stein 1996), donc pour sa résolution une approche d'optimisation est adoptée, qui transforme (1.1) comme :

$$f(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{2} \left\| \mathcal{M}\mathbf{u}(\mathbf{m}; \boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}} \right\|_{\bar{\Omega}; \bar{T}}^2 \rightarrow \min \quad (1.2)$$

Si l'on analyse de plus les trois sources d'information, deux comportements sont effectivement concernés : celui de la structure et celui des carottes. Les deux comportements sont liés mais ne sont pas identiques car les carottes sont soumises aux conditions du laboratoire (température et humidité) et non plus à celles de la structure après leur extraction. Tous les deux sont essentiels pour l'identification des paramètres chimico-mécaniques. En vue de la méthodologie prise et des données disponibles, cf. Fig. (1.1), deux sous-problèmes sont effectivement concernés : un au niveau de la structure et l'autre au niveau des carottes<sup>3</sup>. À la suite de (1.2), ces deux sous-problèmes, dont l'inconnu est le vecteur  $\boldsymbol{\kappa}$ , s'écrivent sous la forme suivante :

---

2. Mises en couleur

3. Dans cette partie sans explication explicite les symbols ayant l'indice  $_c$  signifient ceux au niveau de *carottes* tandis que ceux avec l'indice  $_s$  représentent les variables au niveau de structure.

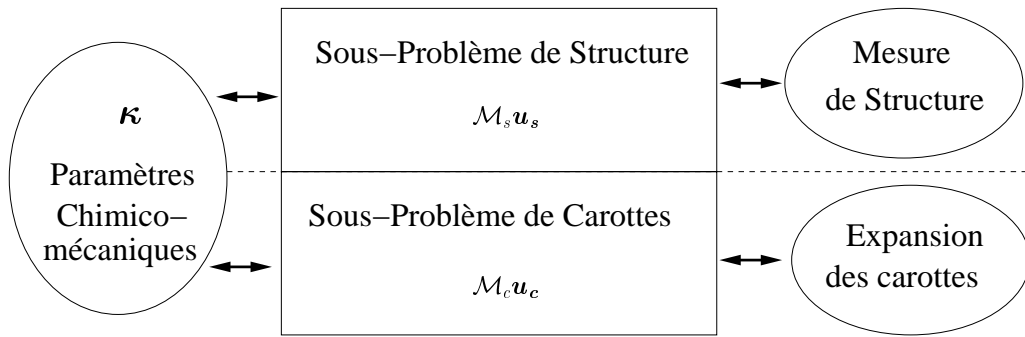


FIG. 1.2 – *Problème inverse dans la méthode numérique*

$$\begin{cases} f_s(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{2} \|\mathcal{M}_s \mathbf{u}_s(\mathbf{m}; \boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_s\|_{\bar{\Omega}_s; \bar{T}_s}^2 \rightarrow \min \\ f_c(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{2} \|\mathcal{M}_c \mathbf{u}_c(\mathbf{m}; \boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_c\|_{\bar{\Omega}_c; \bar{T}_c}^2 \rightarrow \min \end{cases} \quad (1.3)$$

où  $\mathbf{u}_s$ ,  $\mathbf{u}_c$  sont respectivement les réponses de la structure et des carottes,  $\bar{\mathbf{u}}_s$  et  $\bar{\mathbf{u}}_c$  étant leurs valeurs mesurées. L'analyse approfondie des données et l'algorithme pour la résolution des problèmes (1.3) seront discutés dans le prochain chapitre. La transition du problème (1.2) au (1.3) est illustrée dans la figure (1.2).

### 1.3 Utilisation des modèles chimico-mécaniques

La résolution de (1.3) nécessite l'adoption de modèles chimico-mécaniques spécifiques pour le béton de la structure, afin de calculer la réponse mécanique de la structure  $\mathbf{u}_s$  dans (1.3)<sub>1</sub> et évaluer le comportement des carottes  $\mathbf{u}_c$  dans (1.3)<sub>2</sub>. Issus de la modélisation chimico-mécanique du béton affecté, plusieurs modèles (élastique ou plastique, vieillissant ou non) sont disponibles et les modèles adoptés sont à caler par la résolution de (1.3).

À vrai dire, la réponse de la structure affectée et celle des carottes résultent du même comportement chimico-mécanique, il suffit d'introduire un modèle spécifique dans (1.3)<sub>1</sub> et (1.3)<sub>2</sub>. Néanmoins, afin de faciliter la résolution de (1.3), on n'est pas obligé de se limiter à un modèle unique pour les deux sous-problèmes. Différents comportements chimico-mécaniques peuvent être attribués à la structure affectée et aux carottes extraites si l'on observe que : (i) les deux modèles sont capables de décrire respectivement les deux comportements avec une précision suffisante ; (ii) ils partagent le même groupe de paramètres chimico-mécaniques  $\boldsymbol{\kappa}$  ; (iii) la dimension du vecteur  $\boldsymbol{\kappa}$  est suffisamment petite pour que (1.3) puisse facilement converger.

La figure (1.3) permet une comparaison de l'état mécanique, c'est-à-dire la fissuration, entre un béton réactif à la condition du laboratoire et un béton d'une structure dégradée



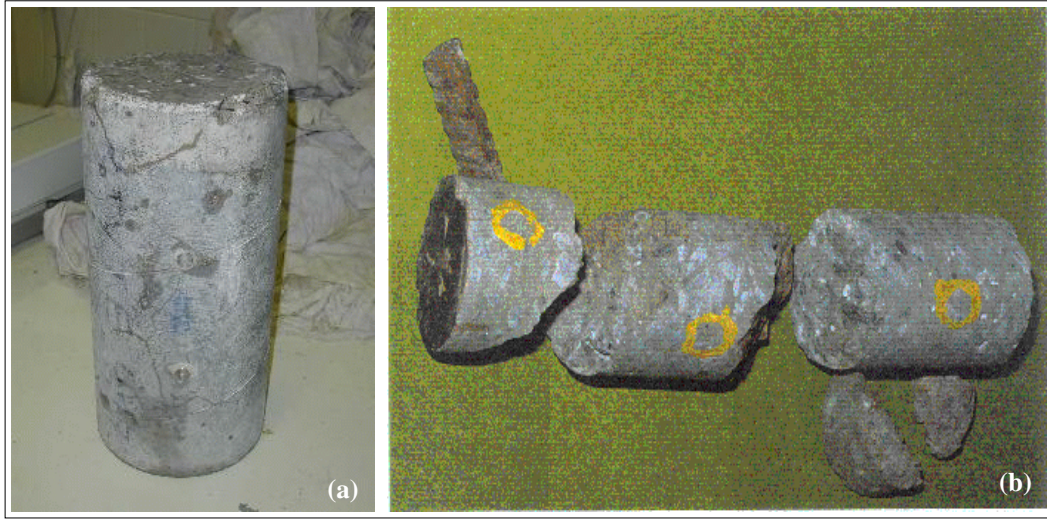


FIG. 1.3 – Comparaison entre l'état mécanique d'une éprouvette au laboratoire (a) et celui d'une carotte extraite d'une structure affectée (b)

pour un avancement de réaction comparable. La différence évidente du degré de dégradation entre les deux bétons nous confirme l'existence d'effets structuraux sur le béton *in situ*. La fissuration importante dans le béton structural est due évidemment à une contrainte bloquée dans la structure. Si l'on attribue un comportement chimico-élastique au béton réactif au laboratoire, cf. Fig. (1.3a), un comportement chimico-plastique induit peut être adopté pour le béton de structure, tel que celui dans la figure (1.3b).

Quant à la résolution du problème inverse, il est donc convenu, en premier lieu, d'introduire un comportement chimico-élastique pour le sous-problème au niveau de carottes (1.3)<sub>2</sub> et un comportement chimico-plastique induit pour celui de structure (1.3)<sub>1</sub>. Si l'on se donne en outre un comportement du gel non vieillissant,  $\kappa$  dans (1.3) se réduit à :

$$\kappa = \left( \beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0 \right) \quad (1.4)$$

Ce choix respecte à la fois les deux comportements des carottes et de la structure et minimise la dimension de  $\kappa$ . D'autres choix de modèles que celui-ci sont bien sûr possibles à condition que les trois critères ci-dessus soient respectés.

# Chapitre 2

## Méthode numérique d'expertise

En admettant que l'expertise du matériau au laboratoire identifie l'alcali-réaction comme cause de la dégradation de structure, on se concentre dans ce chapitre sur la méthode numérique d'expertise à travers la résolution du problème inverse de (1.3) illustré par la figure (1.2). Afin de schématiser clairement la méthode numérique, un ouvrage représentatif est illustré dans la figure (2.1). Les données collectées *in situ* sur cette structure sont d'abord classées et analysées pour les deux sous-problèmes, e.g.  $\bar{u}_s$ ,  $\bar{u}_c$  dans (1.3). À la suite de ces données analysées, on procède à un algorithme pour le calage des modèles. La méthode d'expertise complète est proposée à la fin du chapitre.<sup>1</sup>

### 2.1 Analyse des informations collectées

Comme l'indique la méthodologie globale dans la figure (1.1), trois sources d'information sont disponibles pour les travaux numériques : (i) le suivi de la structure concernant la mesure de l'indice de fissure (IF) ou la distancemétrie ; (ii) les expansions résiduelles des carottes extraites ; (iii) la connaissance des conditions hydro-thermiques pour la réaction chimique du matériau dans la structure.

#### 2.1.1 Trois sources d'information

Dans le but de garder la généralité de la méthode numérique, ces trois sources d'informations sont considérées comme une base minimale des indications d'alcali-réaction pour une structure affectée, cf. Fig. (2.1). Dans une telle structure, l'alcali-réaction du béton s'amorce dès la fin de sa construction, qui est choisie comme origine des temps  $t = 0$ . En général, c'est après une période d'incubation, pendant laquelle le gonflement du matériau se déroule inaperçu, que la pathologie est détectée et que la structure devient un sujet de la surveillance et de mesures programmées. Le suivi structural et l'essai des carottes ne révèlent donc qu'une partie du déroulement de la réaction et du gonflement. Il en ré-

---

1. La proposition de cette méthode et son application aux cas réels sont successivement publiées dans (Li et Coussy 2001a), (Li et al. 2001b) et (Li et Coussy 2002c).

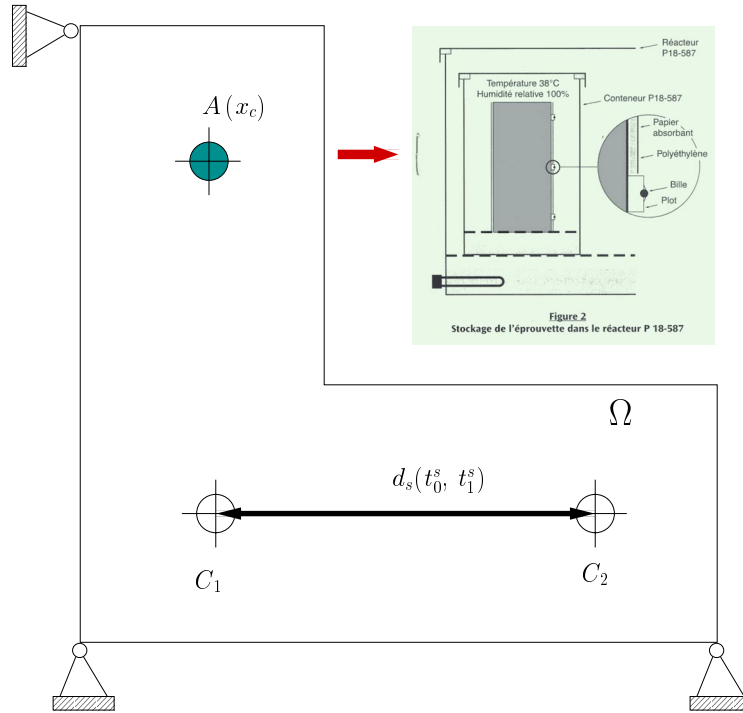


FIG. 2.1 – Analyse de données sur une structure affectée représentative

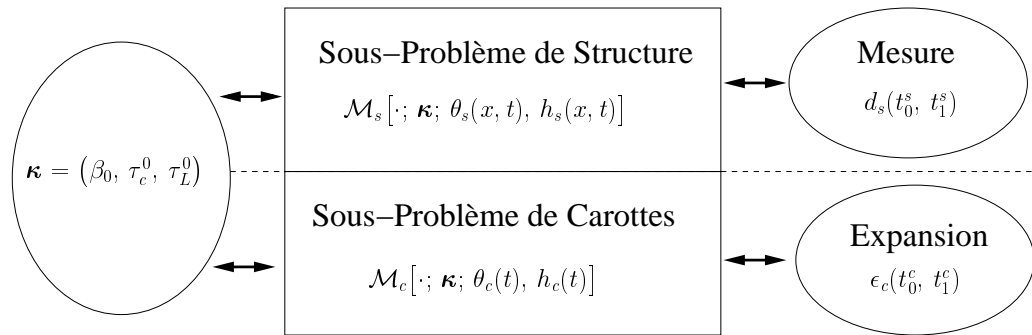


FIG. 2.2 – Problèmes inverses précisés par les sources d'information

sulte que ces mesures sont *fragmentaires* : elles sont *fragmentaires* au sens temporel car c'est après une période d'incubation qu'on effectue les mesures, et, de surcroît, pour une durée limitée ; elles sont aussi *fragmentaires* au sens spatial parce que les investigations ne peuvent être faites qu'en certaines zones de la structure. Dans ce contexte, les trois sources de données issues de la méthodologie globale sont expliquées en détail à la suite sur la structure représentative.

## Suivi du gonflement de structure

Cette mesure cherche à saisir l'évolution du gonflement d'alcali-réaction au niveau de la structure. D'après la méthodologie globale, le suivi de structure concerne principalement deux types de mesures, l'indice de fissure et la distancemétrie. La mesure de l'indice de fissure consiste à quantifier la fissuration sur une surface de béton, e.g. une surface de  $1\text{ m}^2$  recommandée par LPC (1997b), tandis que la distancemétrie suit directement la variation des distances entre les cibles fixées sur la surface de structure. La distancemétrie entre deux cibles  $C_1$  et  $C_2$  est illustrée dans la figure (2.1) pendant une période de suivi  $[t_0^s, t_1^s]$ ,  $t = 0$  correspondant à la fin de construction. Il est à noter que ce suivi de structure ne nous fournit que la variation *relative* de distance  $\Delta d_s(t_0^s, t_1^s)^2$  par rapport à la valeur à l'instant de l'installation des appareils,  $d_s(t_0^s)$ . En d'autres termes, la variation de distance déjà acquise à cet instant nous reste inconnue.

## Expansion résiduelle des carottes

Dès la détermination de l'origine de désordre, on procède au carottage des échantillons de la structure, schématisés par une éprouvette<sup>3</sup> à la position  $A(x = x_c)$  dans la figure (2.1). Celle-ci est soumise, après un traitement mécanique, aux conditions contrôlées du laboratoire, i.e. une température de  $38^\circ\text{C}$  et l'immersion dans l'eau liquide (LPC 1997a), afin d'accélérer son expansion chimique et d'évaluer son potentiel du gonflement. Notons  $[t_0^c, t_1^c]$  la période de l'essai. Comme le suivi de structure  $d_s$ , l'essai d'expansion résiduelle de cet échantillon ne donne qu'une expansion relative  $\epsilon_{res}(t_0^c, t_1^c)$  par rapport à son expansion chimique à l'instant de son extraction  $\epsilon_c(t = t_0^c)$ , et cette expansion initiale nous reste obscure. En effet, l'expansion initiale est pour cette éprouvette un indicateur mécanique donnant le gonflement chimique acquis à l'instant de son extraction au point  $A(x = x_c)$ . Les indicateurs de tous les points dans la structure  $\epsilon_c(x, t_0^c)$  reconstituent effectivement une image complète de l'état de dégradation structurale à l'instant  $t = t_0^c$ . En pratique, plusieurs éprouvettes sont extraites et soumises à l'essai d'expansion résiduelle. Pour la simplicité de la discussion, on se limite à l'expansion résiduelle d'une éprouvette représentative.

---

2. Pour la simplicité de notation, on note la variation relative de distance encore par  $d_s(t)$  au lieu de  $\Delta d_s(t)$ .

3. Le terme *éprouvette* et celui de *carotte* sont essentiellement le même pour le calcul, mais au sens technique, une *éprouvette* provient d'une *carotte* brute extraite de l'ouvrage d'art après certain traitement mécanique.

## Conditions thermo-hydriques

Selon les mécanismes chimiques de la réaction et la modélisation chimico-mécanique, le gonflement du béton est en fait piloté par l'ambiance hydro-thermique dans la structure. C'est pourquoi il faut collecter cette source d'information. La connaissance de l'ambiance hydro-thermique interne de structure nécessite : (i) l'investigation des conditions environnementales, i.e. la température et l'humidité atmosphériques  $\theta_{atm}(t), h_{atm}(t)$ , dans lesquelles la structure est enveloppée ; (ii) celle des sources thermo-hydriques ponctuelles sur la structure, e.g. le contact permanent avec l'eau liquide; (iii) la connaissance de l'état initial hydro-thermique à l'instant  $t = 0$ , i.e. sa distribution après la formation du matériau  $\theta_s(x, t = 0), h_s(x, t = 0)$ . Ces connaissances aboutissent, à travers les calculs thermique et hydrique de la structure, à la reconstitution de l'ambiance thermo-hydrique complète de l'ouvrage d'art, i.e.  $\theta_s(x, t), h_s(x, t)$ . Dans la suite on suppose que cette ambiance est ainsi disponible.

### 2.1.2 Information de la structure

De ces trois sources analysées ci-dessus, l'information suivante peut être extraite pour la résolution du sous-problème de structure  $(1.3)_1$  :

$$\begin{cases} d_s(t) & t_0^s \leq t \leq t_1^s \\ \theta_s(x, t), h_s(x, t) & 0 \leq t, x \in \Omega \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $\Omega$  est le domaine occupé par la structure avec  $\theta_s(x, t), h_s(x, t)$  issus des calculs thermique et hydrique de la structure.

### 2.1.3 Information d'une éprouvette extraite

Quant au sous-problème au niveau du matériau  $(1.3)_2$ , les données pertinentes sont à extraire de ces trois sources d'information pour une éprouvette spécifique, i.e. celle extraite du point  $A$  dans l'ouvrage représentatif. La vie de cette éprouvette se compose distinctement de deux parties : (i) la partie *in situ*, i.e.  $0 \leq t < t_0^c$ , dès son intégration dans la structure jusqu'à son extraction pendant laquelle on ignore son histoire du gonflement ; (ii) la partie *in test*, i.e.  $t_0^c \leq t \leq t_1^c$ , concernant son essai d'expansion résiduelle dans laquelle son expansion est mesurée par rapport à  $\epsilon_c(t = t_0^c)$ . Son histoire thermo-hydrique  $\theta_c(t), h_c(t)$  se compose ainsi de deux phases,

$$\theta_c(t), h_c(t) = \begin{cases} \theta_s(x_c, t), h_s(x_c, t) & 0 \leq t < t_0^c \\ \theta_{res}, h_{res} & t_0^c \leq t \leq t_1^c \end{cases} \quad (2.2)$$

avec  $x_c$  pour la position de carottage et  $(\theta, h)_{res}$  pour la condition thermo-hydrique dans

l'essai d'expansion résiduelle. Néanmoins, son histoire d'expansion n'est que partiellement connue,

$$\epsilon_c(t) = \begin{cases} \text{inconnue} & 0 \leq t < t_0^c \\ \epsilon_c(t_0^c) + \epsilon_{res}(t) & t_0^c \leq t \leq t_1^c \end{cases} \quad (2.3)$$

$\epsilon_{res}(t)$  étant l'expansion résiduelle de cette éprouvette. Le terme  $\epsilon_c(t_0^c)$  correspond à l'expansion déjà acquise par cette éprouvette à l'instant de son extraction  $t_0^c$ , qui lui est effectivement un indicateur mécanique.

## 2.2 Calage des modèles

Ayant les informations analysées dans (2.1), (2.2) et (2.3), les deux sous-problèmes dans (1.3) peuvent ainsi être mis à jour sous la forme suivante :

$$\begin{cases} f_s[\boldsymbol{\kappa} = (\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)] = \frac{1}{2} \left\| \mathcal{M}_s \mathbf{D}_s(\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}; \theta_s(x, t), h_s(x, t)) - \mathbf{d}_s \right\|_{[t_0^s, t_1^s]}^2 \rightarrow \min \\ f_c[\boldsymbol{\kappa} = (\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)] = \frac{1}{2} \left\| \mathcal{M}_c \mathbf{E}_c(\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}; \theta_c(t), h_c(t)) - \boldsymbol{\epsilon}_c \right\|_{[t_0^c, t_1^c]}^2 \rightarrow \min \end{cases} \quad (2.4)$$

où

$\mathbf{D}_s$  est le vecteur des variations de distances calculées par un comportement chimico-plastique induit;

$\mathbf{d}_s$  est le vecteur des mesures de distancemétrie;

$\mathbf{E}_c$  sont les expansions des éprouvettes extraites, issues des calculs chimico-élastiques;

$\boldsymbol{\epsilon}_c$  sont les expansions résiduelles mesurées au laboratoire;

$\mathcal{M}_s$  représente l'opérateur qui projette  $\mathbf{D}_s$  aux mesures réelles de distancemétrie en certaines zones de la structure et pour la durée  $[t_0^s, t_1^s]$ ;

$\mathcal{M}_c$  est l'opérateur projetant les histoires entières d'expansion chimique des éprouvettes  $\mathbf{E}_c$  dans la période de l'essai d'expansion résiduelle  $[t_0^c, t_1^c]$ ;

$\bar{\mathbf{m}}$  représente le vecteur des caractéristiques du matériau autres que  $\boldsymbol{\kappa}$  et que la condition thermo-hydrique  $\theta, h$ .

Ce problème, avec les deux sous-problèmes dont il est composé, est schématisé sur la figure (2.2). Si, en outre, on le simplifie en prenant seulement une mesure de distancemétrie  $d_s(t_0^s, t_1^s)|_{C_1 \rightarrow C_2}$  et un essai d'expansion résiduelle  $\epsilon_c(t_0^c, t_1^c)|_{x_c=A}$ , l'équation (2.4) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_s[\boldsymbol{\kappa} = (\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)] = \frac{1}{2} \sum_{t_0^s}^{t_1^s} [\mathcal{M}_s D_s(\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}; \theta_s(x, t), h_s(x, t)) - d_s]^2 \rightarrow \min \\ f_c[\boldsymbol{\kappa} = (\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)] = \frac{1}{2} \sum_{t_0^c}^{t_1^c} [\mathcal{M}_c E_c(\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}; \theta_c(t), h_c(t)) - \epsilon_c]^2 \rightarrow \min \end{array} \right. \quad (2.5)$$

En d'autres termes, le calage du vecteur  $\boldsymbol{\kappa}$  consiste à trouver les *bons* paramètres qui sont capables de redonner l'expansion résiduelle de l'éprouvette en question par le calcul au niveau du matériau, et de retrouver le suivi de l'ouvrage d'art par le calcul de structure.

### 2.2.1 Critère de calage

Même simplifié comme (2.5), le calage de  $\boldsymbol{\kappa}$  nécessite un critère de convergence entre ses deux sous-problèmes afin d'obtenir une solution numérique. Notons  $\mathcal{G}_s$  l'ensemble des solutions du sous-problème de structure :

$$\mathcal{G}_s = \{ \boldsymbol{\kappa} \in R \times R \times R \mid f_s(\cdot; \boldsymbol{\kappa}; \cdot) \rightarrow \min \}, \quad (2.6)$$

et  $\mathcal{G}_c$  celui du sous-problème de matériau :

$$\mathcal{G}_c = \{ \boldsymbol{\kappa} \in R \times R \times R \mid f_c(\cdot; \boldsymbol{\kappa}; \cdot) \rightarrow \min \}. \quad (2.7)$$

Une hypothèse importante est ensuite adoptée, qui pose

$$\mathcal{G}_s \subseteq \mathcal{G}_c. \quad (2.8)$$

Ceci transforme la résolution de (2.5) en la recherche de la solution  $\boldsymbol{\kappa}$  du seul sous-problème de structure, restreinte à l'ensemble  $\mathcal{G}_c$ . Ce problème unique peut s'exprimer comme :

$$\boxed{\text{Trouver } \boldsymbol{\kappa} \in \mathcal{G}_c : f_s(\boldsymbol{\kappa}) \rightarrow \min} \quad (2.9)$$

Pour le problème transformé et simplifié comme (2.9), étudions donc un algorithme. La difficulté de la résolution est que ni l'expansion résiduelle d'éprouvette  $\epsilon_{res}(t_0^c, t_1^c)$  ni le suivi

de distancemétrie  $d_s(t_0^s, t_1^s)$  ne nous fournissent leur valeurs initiales<sup>4</sup>. En outre ces valeurs initiales ne seront jamais disponibles dans cette problématique. C'est effectivement une question générale pour tous les suivis de dégradation structurale évolutive. Retenant cette caractéristique de la résolution de (2.9), nous formulons ainsi l'algorithme en deux étapes : l'étape de matériau afin de former l'ensemble  $\mathcal{G}_c$  et l'étape de structure pour trouver  $\boldsymbol{\kappa}$ .

1. Étape de matériau : Prédéterminer une valeur pour l'expansion initiale absolue  $\varepsilon_0 = \varepsilon_c(t_0^c)$  et déterminer l'histoire partielle de l'expansion de l'éprouvette  $\varepsilon_c(t_0^c, t_1^c) = \varepsilon_0 + \varepsilon_{res}(t_0^c, t_1^c)$ . Vis-à-vis de l'histoire complète thermo-hydrique de l'éprouvette  $\theta_c(t)$ ,  $h_c(t)$ , chercher un vecteur de paramètres  $\boldsymbol{\kappa} = (\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)$  qui satisfait (2.5)<sub>2</sub>. Cette procédure est à répéter pour une série de  $\varepsilon_0^{(k)}$ , ( $k = 1, n$ ) si bien que l'on obtienne l'ensemble de solutions  $\mathcal{G}_c$  avec les expansions initiales  $\varepsilon_0^{(k)}$  correspondant à chaque  $\boldsymbol{\kappa}^{(k)}$  :

$$\mathcal{G}_c : [(\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0)]^{(k)}, k = 1, n \quad (2.10)$$

$n$  étant un nombre d'itérations prédéterminé.

2. Étape de structure : Pour chaque vecteur de paramètres  $\boldsymbol{\kappa}^{(k)}$  dans l'ensemble  $\mathcal{G}_c$ , calculer l'histoire relative de variation de distance  $D_s(t_0^s, t_1^s)$  vis-à-vis de l'histoire thermo-hydrique complète de la structure  $[\theta_s(x, t), h_s(x, t)]$  à travers le modèle de chimico-plasticité induite. Le groupe de paramètres qui satisfait (2.5)<sub>1</sub> est ainsi le vecteur optimal.

**Remarque** En fait, l'algorithme proposé ci-dessus se relie effectivement à l'hypothèse (2.8), selon laquelle l'ensemble des paramètres admissibles est à chercher au niveau du matériau (éprouvette) et la détermination du groupe optimal se fait au niveau de la structure. On peut aussi suivre une autre voie qui consiste à supposer :

$$\mathcal{G}_s \supseteq \mathcal{G}_c \quad (2.11)$$

et à proposer un problème unique sous la forme :

$$\boxed{\text{Trouver } \boldsymbol{\kappa} \in \mathcal{G}_s : f_c(\boldsymbol{\kappa}) \rightarrow \min,} \quad (2.12)$$

$\mathcal{G}_s$  étant formé par une série de mesures initiales de distancemétrie  $d_s^{(k)}(t_0^s)$ . Mais plusieurs raisons nous conduisent à privilégier l'algorithme proposé par rapport à celui-ci. Premièrement, l'algorithme retenu nous fournira non seulement les paramètres

---

4. Strictement parlant,  $\varepsilon_{res}(t_0^c, t_1^c)$ ,  $d_s(t_0^s, t_1^s)$  devraient s'écrire comme  $\Delta\varepsilon_{res}(t_0^c, t_1^c)$ ,  $\Delta d_s(t_0^s, t_1^s)$  par rapport à l'expansion absolue à  $t = t_0^c$  et à la variation de distance à  $t = t_0^s$  respectivement.



chimico-mécaniques mais aussi l'expansion initiale  $\varepsilon_0 = \varepsilon_c(t_0^c)$  pour l'éprouvette en question, qui explicite l'état de dégradation en un point précis de la structure. En revanche la valeur initiale de distance à l'instant  $t = t_0^s$ , issue éventuellement de la solution de (2.12), nous fournit moins d'information. En second lieu, la démarche proposée impose la recherche mathématique des groupes de paramètres, c'est-à-dire la formation de  $\mathcal{G}_c$ , au niveau du matériau. Il s'agit de calculs chimico-élastiques sur une éprouvette géométriquement simple (cylindre), ce qui réduit considérablement le volume de calcul pour obtenir  $\mathcal{G}_c$ . Dans la résolution éventuelle de (2.12) la formation de  $\mathcal{G}_s$  doit être faite au niveau de la structure à travers des calculs chimico-plastiques.

## 2.2.2 Algorithme de calage

On suppose que l'histoire thermo-hydrrique pour la structure  $\theta_s(x, t)$ ,  $h_s(x, t)$  et celle de l'éprouvette  $\theta_c(t)$ ,  $h_c(t)$  sont accessibles par les calculs concernés. On détaille ici les deux étapes de calage de la démarche proposée.

### Étape de matériau : Formation de $\mathcal{G}_c$

- (a) Se donner des intervalles et des pas de variation pour les paramètres  $(\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0) = \boldsymbol{\kappa}$  et pour l'indicateur mécanique  $\varepsilon_0$  :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \beta_0^{(min)} \leq \beta_0 \leq \beta_0^{(max)} & \text{avec } \Delta\beta_0 \\ \tau_{c,L}^{0,(min)} \leq \tau_{c,L}^0 \leq \tau_{c,L}^{0,(max)} & \text{avec } \Delta\tau_{c,L}^0 \\ \varepsilon_0^{min} \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_0^{max} & \text{avec } \Delta\varepsilon_0 \end{array} \right. \quad (2.13)$$

- (b) Calculer la valeur de l'indicateur mécanique  $\varepsilon_0$  pour la  $k$ ème itération :

$$\varepsilon_0^{(k)} = \varepsilon_0^{(k-1)} + \Delta\varepsilon_0, \quad (k \geq 1) \quad (2.14)$$

avec  $\varepsilon_0^{(0)} = \varepsilon_0^{min}$  quand  $k = 1$ .

- (c) Choisir une combinaison des paramètres  $[\beta_0^{(l)}, \tau_c^{0(m)}, \tau_L^{0(n)}]$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_0^{(l)} = \beta_0^{(l-1)} + \Delta\beta \\ \tau_c^{0(m)} = \tau_c^{0(m-1)} + \Delta\tau_c^0 \\ \tau_L^{0(n)} = \tau_L^{0(n-1)} + \Delta\tau_L^0 \end{array} \right. \quad (2.15)$$

avec  $l, m, n \geq 1$  et  $\beta_0^{(0)} = \beta_0^{min}, \tau_{c,L}^{0(0)} = \tau_{c,L}^{0(min)}$  quand  $l, m, n = 1$ .

- (d) Évaluer la fonction  $f_c^{(k)}$  de (2.5)<sub>2</sub><sup>5</sup> avec un vecteur des paramètres ainsi construit  $\boldsymbol{\kappa} = [\beta_0^{(l)}, \tau_c^{0(m)}, \tau_L^{0(n)}]$ :

$$f_c^{(k)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{|\epsilon_{res}^{(i)} + \varepsilon_0^{(k)} - E_c^{(i)}|}{|\epsilon_{res}^{(i)}|} \right)^2} \quad (2.16)$$

où  $N$  représente le nombre des valeurs enregistrées dans l'essai d'expansion résiduelle d'éprouvette.

- (e) Itérer (c) et (d), tout en gardant  $\varepsilon_0^{(k)}$ , afin de trouver un groupe de paramètres  $\boldsymbol{\kappa} = [\beta_0^{(l)}, \tau_c^{0(m)}, \tau_L^{0(n)}]$  qui satisfait :

$$f_c^{(k)} \leq \eta_\epsilon \quad (2.17)$$

où  $\eta_\epsilon$  est une tolérance de convergence, fixée à  $10^{-2}$ .

- (f)  $k \rightarrow k + 1$ , revenir à (b) jusqu'à  $\varepsilon_0^{(k)} = \varepsilon_0^{max}$ .

Un ensemble de groupes  $\mathcal{G}_c$  avec les indicateurs mécaniques associés sont ainsi disponibles :

$$\left\{ [\beta_0^{l_k}, \tau_c^{0(m_k)}, \tau_L^{0(n_k)}]; \varepsilon_0^{(k)} \right\} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_0^{min} \leq \varepsilon_0^{(k)} \leq \varepsilon_0^{max} \quad (2.18)$$

### Etape de structure : Trouver $\boldsymbol{\kappa}$

- (g) Choisir un groupe de paramètres  $\boldsymbol{\kappa}^{(j)}$  dans  $\mathcal{G}_c$  ainsi formé :

$$\boldsymbol{\kappa}^{(j)} = [\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0]^{(j)} = [\beta_0^{l_j}, \tau_c^{0(m_j)}, \tau_L^{0(n_j)}] \quad \text{avec} \quad j \geq 1 \quad (2.19)$$

---

5. Dans le but d'avoir assez de précision mathématique, la fonction  $f_c$  est évaluée par rapport aux mesures réelles dans l'essai d'expansion résiduelle de l'éprouvette.

- (h) Évaluer la fonction  $f_s(\boldsymbol{\kappa}^{(j)})$  dans (2.5)<sub>1</sub><sup>6</sup> compte tenu de l'histoire thermo-hydrrique complète de la structure :

$$f_s^{(j)} = \sqrt{\sum_{i=1}^K \left( \frac{|(D_s^{(i)} - D_s^{(0)}) - d_s^{(i)}|}{|d_s^{(i)}|} \right)^2} \quad (2.20)$$

où  $K$  signifie le nombre de l'enregistrement du suivi structural.

- (i)  $j \rightarrow j + 1$ , itérer les étapes (g) et (h) afin de trouver un groupe de paramètres  $\boldsymbol{\kappa}^{(jv)}$  et son indicateur mécanique  $\{[\beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0]; \varepsilon_0\}^{(jv)}$  par le critère :

$$f_s^{(jv)} \leq \eta_s \quad (2.21)$$

avec la tolérance de convergence  $\eta_s$  fixée à  $10^{-2}$ .

À l'issue de cette étape, le groupe optimal  $\boldsymbol{\kappa}^{(jv)}$  est ainsi trouvé :

$$\boldsymbol{\kappa}^{(jv)} = \left( \beta_0, \tau_c^0, \tau_L^0 \right)^{(jv)} = \left( \beta_0^{l_{jv}}, \tau_c^{0(m_{jv})}, \tau_L^{0(n_{jv})} \right) \quad (2.22)$$

avec son indicateur associé  $\varepsilon_0^{jv}$  indiquant l'expansion déjà acquise par l'éprouvette à la fin de sa vie *in situ*.

**Remarque** L'étape de structure dans cet algorithme n'implique pas nécessairement un calcul de la structure entière. Afin de reconstituer le suivi de la structure, il s'agit parfois d'un calcul de structure mais local à l'endroit où la mesure est effectuée. Dans ce cas-là, l'histoire thermo-hydrrique peut être extraite de celle de la structure entière pour cette partie. De surcroît, on a montré ici un algorithme qui exploite un suivi de distancemétrie. Quant à la mesure de l'indice de fissuration (IF), l'algorithme proposé demeure essentiellement le même sauf que  $f_s(\boldsymbol{\kappa})$  dans (2.20) sera évaluée vis-à-vis de la mesure d'IF.

## 2.3 Méthode numérique d'expertise

Avec les modèles (chimico-élastique, chimico-plastique induit) calés par  $\boldsymbol{\kappa}^{(jv)}$ , une expertise numérique du comportement structural  $\mathbf{q}_s(x, t)$  peut être effectuée à travers

---

6. Dans le but d'acquérir une précision mathématique suffisante, la fonction  $f_s$  est évaluée par rapport aux mesures réelles du suivi de la structure.

un calcul chimico-mécanique de la structure vis-à-vis de son histoire thermo-hydrrique  $\theta_s(x, t)$ ,  $h_s(x, t)$  :

$$\boldsymbol{\kappa} \rightarrow \mathbf{q}_s[\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}; \theta_s(x, t), h_s(x, t)] \quad (2.23)$$

où  $\mathbf{q}_s$  représente une réponse mécanique spécifique de la structure, comme la déformation  $\boldsymbol{\epsilon}$ , la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  ou le déplacement  $\mathbf{u}$ . Le calcul numérique de (2.23) se fait, par exemple par un code d'éléments finis, dès la fin de la construction de la structure ( $t = 0$ ) jusqu'à un instant anticipé. Si l'on note l'instant actuel par  $t = \bar{t}$ , on a effectivement :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{q}_s(0 \leq t < \bar{t}) & \rightarrow \text{Diagnostic} \\ \mathbf{q}_s(t = \bar{t}) & \rightarrow \text{État actuel} \\ \mathbf{q}_s(t > \bar{t}) & \rightarrow \text{Pronostic} \end{array} \right. \quad (2.24)$$

Dans un calcul on récupère donc un diagnostic numérique du comportement structural, une détermination de l'état actuel de la structure ainsi qu'un pronostic de son comportement à l'avenir. À partir de ces résultats numériques, on arrive ainsi à fournir une base de données pour la décision gestionnaire de l'ouvrage d'art. De plus, on peut évaluer l'effet d'une intervention structurale telle qu'un renforcement ou une réparation. Notant le comportement actuel  $\mathbf{q}_s(t = \bar{t})$  par  $\bar{\mathbf{q}}_s$ , il s'agit de calculer :

$$\boldsymbol{\kappa} \rightarrow \mathbf{q}_s[\bar{\mathbf{m}}'; \boldsymbol{\kappa}; \theta_s(x, t \geq \bar{t}), h_s(x, t \geq \bar{t})] \quad \text{avec} \quad \mathbf{q}_s \Big|_{t=\bar{t}} = \bar{\mathbf{q}}_s, \quad (2.25)$$

où  $\bar{\mathbf{m}}'$  représente le changement des caractéristiques du matériau à cause de l'intervention. Le résultat  $\mathbf{q}_s(t \geq \bar{t})$  permet d'évaluer quantitativement l'efficacité et la faisabilité de cette intervention. Intégrée dans le contexte complet de la méthodologie du traitement des structures affectées, cette méthode numérique est schématisée sur la figure (2.3).

**Remarque** L'expertise du comportement d'une structure consiste à exploiter les informations disponibles le mieux possible pour arriver à un résultat crédible. La méthode d'expertise proposée sur la figure (2.3) s'appuie sur le calage de  $\boldsymbol{\kappa}$  qui tient compte d'un suivi de la structure  $d_s$  pendant une période déterminée  $[t_0^s, t_1^s]$ , et qui permet le calcul du comportement  $\mathbf{q}_s$ . Cette démarche est en fait une expertise *ponctuelle* au sens du suivi de la structure. On peut en outre étendre cette expertise *ponctuelle* à un expertise *continue* en considérant ce  $\boldsymbol{\kappa}$  seulement comme le premier calage vis-à-vis de l'instant  $t_1^s$  :

$$d_s(t_0^s, t_1^s) \quad : \quad \boldsymbol{\kappa}_1 \quad \rightarrow \quad \mathbf{q}_s(\boldsymbol{\kappa}_1) \quad (2.26)$$

Recueil de données	A. Essai d'expansion résiduelle d'éprouvettes
	B. Suivi structural du gonflement
	C. Investigation des conditions ambiantes
Analyse de données	D. Recalcul thermo-hydrique de structure
	E. Condition thermo-hydrique pour éprouvette
Calage de modèles	F. Calage au niveau de matériau
	G. Calage au niveau de structure
Expertise structurale	H. Évaluation numérique de la dégradation
	I. Base de données pour décisions gestionnaires

FIG. 2.3 – *Méthode d'expertise complète pour une structure affectée*

Puis, au fur et à mesure de la continuation du suivi de la structure aux instants  $t_2^s, t_{3,\dots,n}^s$  ( $> t_1^s$ ) une série de calages  $\boldsymbol{\kappa}_{2,3,\dots,n}$  et donc des comportements  $\mathbf{q}_s(\boldsymbol{\kappa}_{2,3,\dots,n})$  seront disponibles à travers le même algorithme :

$$d_s(t_0^s, t_i^s) \quad : \quad \boldsymbol{\kappa}_i \quad \rightarrow \quad \mathbf{q}_s(\boldsymbol{\kappa}_i) \quad \text{avec} \quad i = 2, n \quad (2.27)$$

On attribuera évidemment plus de crédibilité à  $\mathbf{q}_s(\boldsymbol{\kappa}_i)$  qu'au précédent résultat  $\mathbf{q}_s(\boldsymbol{\kappa}_{i-1})$  car les nouvelles mesures pendant  $[t_{i-1}^s, t_i^s]$  sont prises en compte dans le calage de  $\boldsymbol{\kappa}_i$ .



# Chapitre 3

## Application I : Pont Suspendu

La structure du pont suspendu<sup>1</sup> (situé dans l'ouest de la France) se compose de trois portées avec une portée principale métallique et deux pylônes en béton armé, cf. Fig. (3.1). Il fut construit dans les années 1920 et reconstruit dans la période 1949-1952. Depuis 1980, une fissuration importante est observée dans les deux pylônes en béton armé. Cette fissuration se développe jusqu'à la fondation de maçonnerie en traversant les appuis fixes des pylônes. Au laboratoire on a repéré le gel typique d'alcali-réaction dans les carottes extraites de l'ouvrage d'art. La durée de service de ce pont ayant atteint 50 ans, un nouveau pont est sous conception et sera achevé dans 5 ans. Notre étude consiste à évaluer les états mécaniques actuel et futur de ce pont afin d'avoir des indices quantitatifs de sa durabilité pendant la période de construction du nouveau pont. La figure (3.2) nous donne un panorama de cet ouvrage d'art.

En 1994, des éprouvettes furent carottées dans un des deux pylônes atteints et soumises à l'essai d'expansion résiduelle pendant la période de février 1994 à février 1997. La variation de l'aire de la section du pylône est mise en surveillance de 1990 à 1999. Les investigations *in situ* concernent les sources thermo-hydriques locales ainsi que les conditions atmosphériques de la région où se trouve le pont. On dispose ainsi d'une base de données minimale pour procéder au calage des modèles et à l'expertise de la structure.

### 3.1 Analyse des données

La figure (3.4) montre la variation de l'aire de la section du pylône en question entre 1990 et 1999. Quant à la condition thermique  $\theta_s(x, t)$ , aucune source thermique n'est décelée, de plus les dimensions de la section du pylône (1,6 m × 1,8 m) sont bien inférieures à la longueur caractéristique thermique  $\mathcal{L}_t \sim 10\text{m}$ , proposée dans la troisième partie de ce rapport. Nous attribuerons donc une température uniforme et constante au pylône, égale à la température moyenne annuelle donnée par l'investigation météorologique :

---

1. Toutes les indications de cet ouvrage sont rendues anonymes et tous les plans structuraux sont réservés à cette étude.



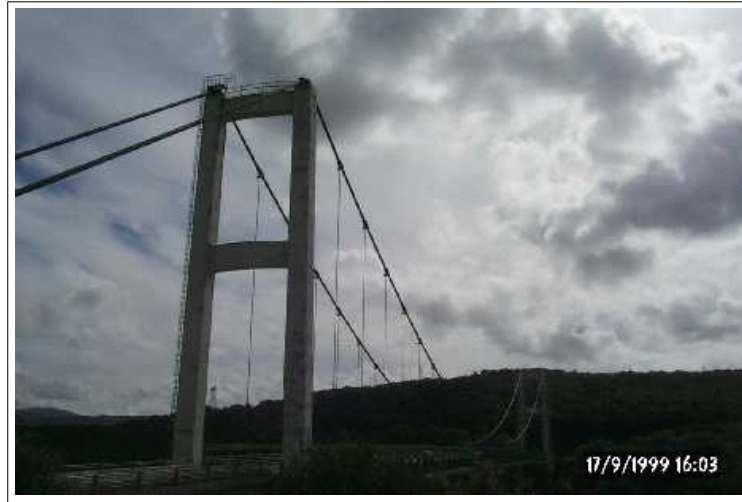


FIG. 3.1 – Pont suspendu (France) affecté par l'acali-réaction

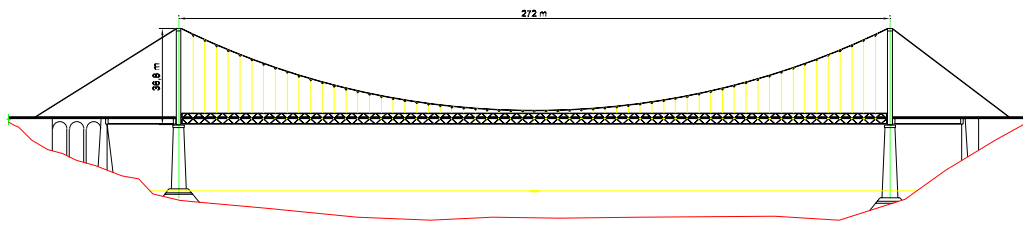


FIG. 3.2 – Panorama de la structure du pont suspendu

$$\theta_s(x, t) = 12^\circ C \quad (3.1)$$

Quant à la condition hydrique, le scénario est un peu plus compliqué. Afin de déterminer l'histoire hydrique de ce pylône,  $h_s(x, t)$ , il faudrait connaître la distribution d'humidité relative juste après la formation du matériau  $h_s(x, t = 0)$  et l'humidité atmosphérique autour de la structure. La première, stabilisée après la réaction d'hydratation du béton, dépend fortement du rapport *Eau/Ciment* dans la formulation de béton que l'on ignore dans ce cas. Dans une approche d'ingénieur, le transport hydrique est négligé puisqu'aucun contact avec de l'eau liquide n'est observé sur le pylône. Une humidité moyenne atmosphérique (95%) est retenue pour le matériau dans le pylône :

$$h_s(x, t) = 95\% \quad (3.2)$$

Au niveau du matériau, on choisit une éprouvette représentative du coeur d'un fût de pylône<sup>2</sup>. La figure (3.3) montre son expansion résiduelle pendant la période de l'essai, de février 1994 à février 1997. La condition thermo-hydrique de cette éprouvette représentative est reconstituée par  $\theta_s(x, t)$ ,  $h_s(x, t)$  et les conditions dans l'essai d'expansion résiduelle :

$$\theta_c(t), h_c(t) = \begin{cases} 12^\circ C, 95\% & t = 1952-1994 \\ 38^\circ C, 100\% & t = 1994-1997 \end{cases} \quad (3.3)$$

## 3.2 Calage des modèles

On applique l'algorithme est appliqué vis-à-vis de cette éprouvette représentative et de la section du fût de pylône. Au niveau de l'éprouvette, l'ensemble des groupes de paramètres  $\mathcal{G}_c$  est formé à travers le calcul chimico-élastique par une série d'indicateurs mécaniques (expansions initiales de l'éprouvette) en tenant compte de son histoire thermo-hydrique (3.3). Le tableau (3.1) montre une partie de cet ensemble  $\mathcal{G}_c$ .

---

2. Dans cette expertise, on a attribué à l'éprouvette extraite un comportement chimico-élastique tandis qu'une chimico-plasticité induite est adoptée pour le matériau de la structure. Cette logique guide aussi le choix de l'éprouvette *représentative*. L'éprouvette provenant du coeur de la structure est souvent moins fissurée et dans un état mécanique proche du matériau du laboratoire. Cette éprouvette est donc préférée par l'expertise numérique car tous les modèles se fondent sur les essais du laboratoire. En revanche, l'éprouvette de la surface de structure, ou de la zone bien dégradée, une fois soumise à l'essai d'expansion résiduelle, donne une déformation qui couple l'expansion chimique et la déformation irréversible à cause de la fissuration importante de l'éprouvette. Il est souvent trop compliqué d'interpréter son expansion par les modélisations disponibles. C'est la raison pour laquelle dans le cas de ce pont suspendu une éprouvette du coeur du pylône est privilégiée par rapport aux autres.

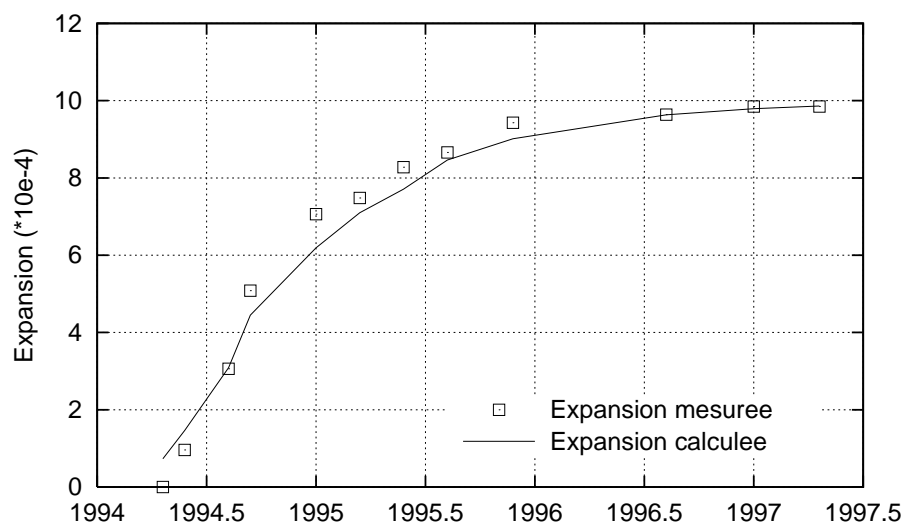


FIG. 3.3 – *Expansion résiduelle d’une éprouvette représentative carottée du pylône*

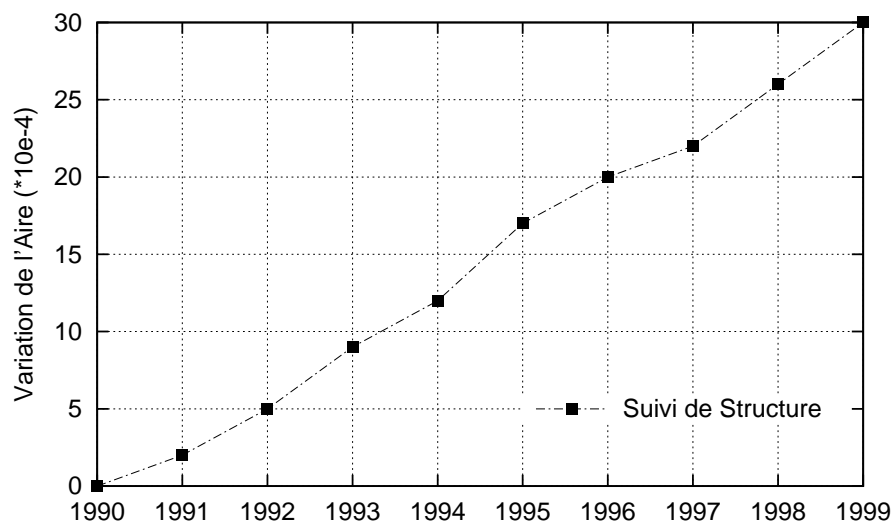


FIG. 3.4 – *Suivi de la variation de l’aire de la section du pylône*

TAB. 3.1 – *Ensemble de groupes de paramètres chimico-mécaniques du pylône*

Indicateur $\varepsilon_0$ (%)	$\beta_0$ (%)	$\tau_c^0$ (jour)	$\tau_L^0$ (jour)
(1)	(2)	(3)	(4)
0,25	0,35	190	230
0,28	0,38	190	225
0,31	0,41	190	220
0,32	0,42	195	215
0,35	0,45	195	220

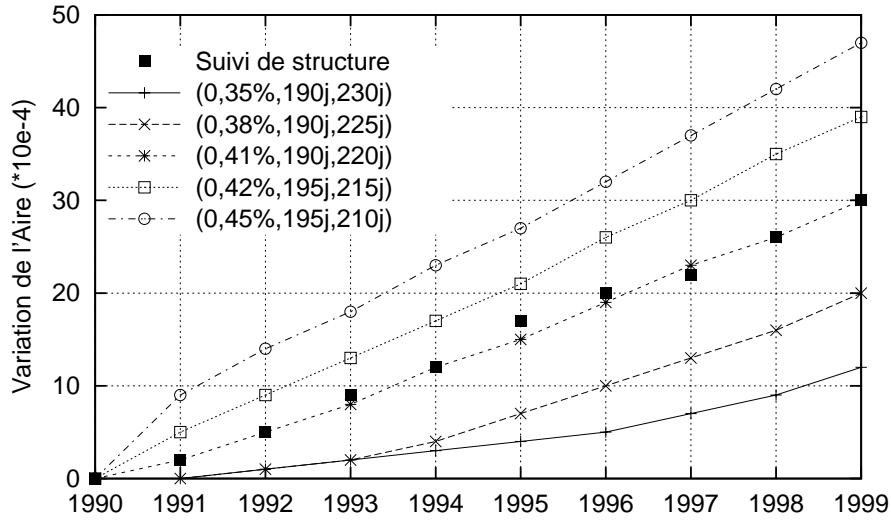


FIG. 3.5 – Variations de l'aire estimée et mesurée

Afin de calculer la variation d'aire on modélise la section du pylône en déformations planes sous la sollicitation du gonflement interne. A l'aide du code d'éléments finis CESAR-LCPC, une série de calculs est effectuée pour chaque groupe de paramètres  $\kappa^{(k)}$  du tableau (3.1). La variation de l'aire de cette section par rapport à la valeur à l'instant  $t = 1990$  est ensuite extraite du résultat numérique. On compare enfin la variation relative (par rapport à 1990) de l'aire de cette section avec le suivi de la structure, cf. Fig. (3.4). D'après la figure (3.5), le groupe optimal est :

$$\beta_0 = 0,41\% \quad \tau_c^0 = 190 \text{ (jour)}, \quad \tau_L^0 = 220 \text{ (jour)} \quad (3.4)$$

La figure (3.3) montre l'expansion résiduelle calculée par ce groupe. L'indicateur mécanique associé avec ce groupe est :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_c(t = 1994) = 0,31\% \quad (3.5)$$

Ceci signifie qu'à l'instant du carottage de cette éprouvette environ 75% de son potentiel de gonflement est acquis par le matériau, plus précisément celui au coeur du pylône. Une condition thermo-hydrrique uniforme et constante adoptée pour tout le pylône, cette valeur indique effectivement l'avancement du gonflement chimique pour tout le pylône à l'instant du carottage (février 1994).

### 3.3 Évaluation du comportement du pylône

En tant que membre principal du pont suspendu, le pylône en béton armé supporte les câbles principaux et transmet la force de service de ces câbles à la fondation, assume donc un rôle crucial pour la sécurité de la structure. Ainsi, au lieu de calculer la structure entière du pont suspendu, on étudie le comportement du pylône afin de connaître l'effet mécanique du gonflement progressif d'alcali-réaction et l'indice éventuel de la durabilité de la structure.

#### Modélisation mécanique du pylône

Une partie du pylône, i.e. l'entretoise supérieure plus le fût vertical, est retenue dans l'expertise numérique. Dans cette partie du pylône deux matériaux coexistent, le béton et les barres d'acier. La figure (3.6) montre les maillages d'éléments finis pour le béton et le ferrailage<sup>3</sup> respectivement. Les chargements mécaniques suivants sont pris en compte : (i) le poids propre du pylône ; (ii) le chargement de service provenant des câbles principaux du pont ; (iii) le gonflement progressif de l'alcali-réaction. La sollicitation dynamique provenant des véhicules est négligée. Un comportement chimico-plastique induit est attribué au béton avec les paramètres chimico-mécaniques déterminés dans (3.4). La contrainte est décrite alors :

$$\sigma_{ij} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^p) + 2G(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p) - 3K\beta\xi\delta_{ij} \quad (3.6)$$

où l'avancement chimique  $\xi$  est calculé par la loi de cinétique d'un gel non-vieillissant et un critère de Willam-Warnke à trois paramètres (1975) est adopté pour calculer l'évolution de la déformation plastique  $\epsilon_{ij}^p$  dans le pylône. Quant aux barres d'acier, on les modélise ici par des éléments de barre unidimensionnelle ayant un comportement élastique linéaire. La contrainte dans les barres d'acier est donc :

$$\sigma = E_s \epsilon \quad (3.7)$$

De plus, une cohésion parfaite est supposée entre les barres d'acier et le béton autour. Avec des chargements mécaniques et les lois de comportements pour les deux matériaux, cette partie de pylône est calculée dès la fin de sa construction (1952) à 2010. Le tableau (3.2) donne la liste des paramètres utilisés dans le calcul.

---

3. Pour la lisibilité de cette figure, on ne montre que la partie de ferrailage qui contient les étriers du fût, les étriers de l'entretoise et les barres de liaison. Dans le calcul ultérieur, toutes les barres d'acier dans cette partie de structure sont prises en compte.

## Résultat numérique

Ne pouvant pas présenter tous les résultats numériques, on se concentre sur le niveau de contrainte accumulée dans les barres d'acier, surtout dans les étriers de la section du fût et de la section de l'entretoise, cf. Fig. (3.6). Ces étriers servent à assurer la résistance transversale des sections, et sont donc sensibles au gonflement du béton. En conséquence, l'évolution de la contrainte accumulée dans ces étriers est un indice important de la sécurité des sections en béton. À partir des résultats numériques, les évolutions de la contrainte accumulée pour trois groupes de barres d'acier : les étriers du fût, les étriers de l'entretoise et les barres de liaison, sont présentées sur la figure (3.7). On observe les tendances suivantes.

**Étriers du fût** Placés horizontalement, ces étriers sont censés contraindre la section et maintenir son intégralité. Après la construction, le chargement vertical des câbles principaux, soit une compression de  $-8,0$  MPa sur la tête du fût, les ont soumis à une traction de l'ordre de  $25$  MPa. Dès lors, cette traction augmente progressivement avec l'évolution du gonflement du béton dans la section. De ce fait, en 1995 elle dépasse la limite élastique de ces étriers, soit  $240$  MPa. Ceci implique que ces étriers travaillent depuis plus de six ans dans la phase plastique et qu'une fissuration importante a dû se développer pendant cette période, ce qui est confirmé par les observations *in situ*. Le haut niveau de contrainte après 2000 est moins réaliste car une élasticité linéaire est adoptée pour ces barres d'acier. Pourtant ce résultat montre effectivement qu'ils sont en train de perdre leur efficacité pour contraindre la section, et une intervention serait nécessaire.

**Étriers de l'entretoise** Actuellement, ils travaillent en deçà de la limite élastique. Néanmoins, une fissuration pourrait aussi avoir lieu compte tenu de leur niveau de contrainte accumulée, soit  $160$  MPa, et des déformations correspondantes. Dans 5 ans, cette traction pourra atteindre  $190$  MPa approchant la limite élastique. En conséquence, une intervention dès maintenant serait souhaitable.

**Barres de liaison** Elles sont conçues pour assurer le lien entre le ferrailage du fût et celui de l'entretoise. Ces barres sont soumises à une compression de  $-50$  MPa en 1952, après la construction, par la charge verticale des câbles sur la tête du fût. Au fur et à mesure du gonflement du béton dans cette partie du pylône, ces barres passent progressivement de la compression à la traction. Cette traction accumulée atteint actuellement environ  $50$  MPa, loin de la limite élastique. L'intervention sur ces barres ne semble pas nécessaire.

Malgré la simplicité de cette présentation on a effectivement reconstitué l'évolution d'un indice important de la sécurité du pylône : le niveau de la contrainte accumulée dans les étriers des sections.

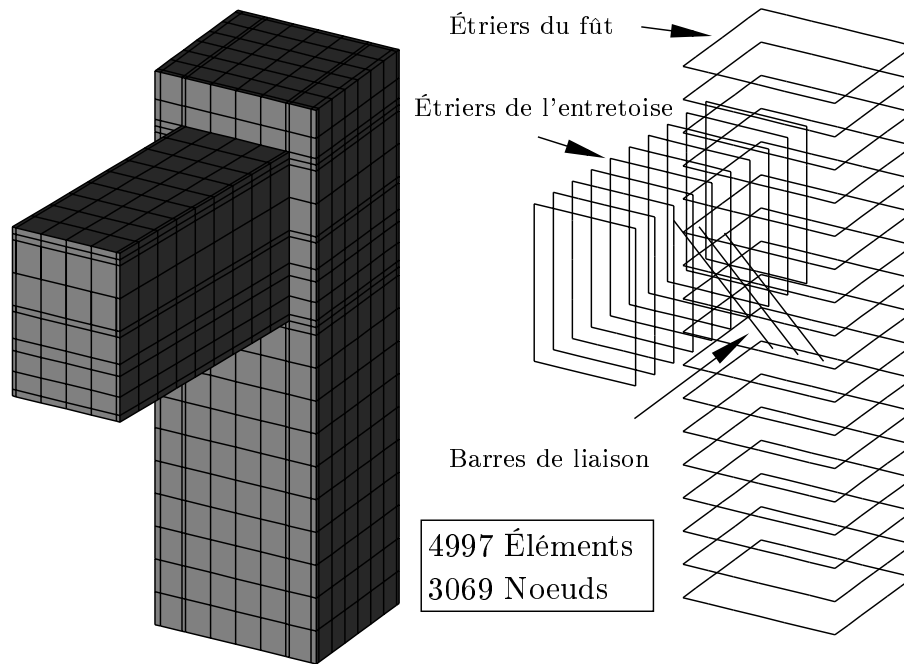


FIG. 3.6 – Maillages du béton et du ferrailage dans le pylône (CESAR-LCPC)

TAB. 3.2 – Paramètres utilisés dans l'expertise du pylône en béton armé

Paramètre (1)	Valeur (2)
Module d'Young $E_c$ (GPa)	9,8
Coefficient de Poisson $\nu$	0,2
Densité de masse $\rho_c$ ( $Kg/m^3$ )	2.400
Chargement vertical $q$ (MPa)	8,027
Résistance à la compression $f_c$ (MPa)	19,0
Résistance à la traction $f_t$ (MPa)	1,74
Résistance de l'acier $f_s$ (MPa)	240,0
Module d'Young de l'acier $E_s$ (GPa)	200,0
Temps caractéristique $\tau_c^0$ (jours)	190
Temps caractéristique $\tau_L^0$ (jours)	220
Coefficient d'expansion chimico-mécanique $\beta_0$ (%)	0,41
Température ambiante $\theta_{atm}$ ( $^{\circ}C$ )	12
Humidité du béton $h_s$ (%)	95

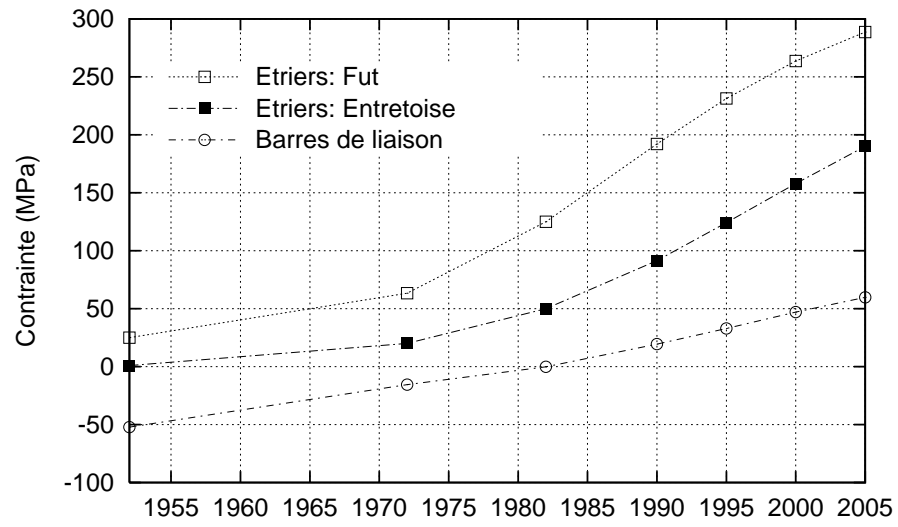


FIG. 3.7 – Évolution des contraintes dans trois groupes de barres d'acier





# Chapitre 4

## Application II : Pont métallique

Le pont métallique<sup>1</sup> (situé en Afrique) fut construit entre 1976 et 1979, cf. Fig. (4.1). Il se trouve dans un environnement équatorial. La structure de ce pont se compose de trois travées isostatiques en béton précontraint et de trois travées continues métalliques avec une pile intermédiaire en béton armé servant de support de freinage, cf. Fig. (4.2). Depuis 1992, une fissuration étendue importante est observée sur cette pile avec une classification de dégradation allant de “*très dégradé*” pour la base à “*légèrement affecté*” pour la tête. Les analyses au laboratoire ont attribué l’origine de cette dégradation à l’alcali-réaction. L’étude menée sur ce pont, qui est encore en service, vise à déterminer numériquement l’évolution de la dégradation de la structure et à valider l’efficacité d’une intervention envisagée sur la pile.

### 4.1 Analyse des données

Au niveau de la pile, on ne dispose que d’une mesure de l’indice de fissure faite en juillet 1995 par une méthode normalisée (LPC 1997b). Sans un suivi évolutif, cette information nous oblige d’appliquer l’algorithme dans le cas extrême où dans l’étape de structure de l’algorithme on n’a qu’un point ( $K = 1$  dans l’équation (2.20)), mais avec sa valeur absolue.

Quant à la condition thermique  $\theta_s(x, t)$ , on ne détecte ni source locale ni gradient thermique évident dans la pile. De plus, la dimension de cette pile est inférieure à la longueur thermique  $\mathcal{L}_t \sim 10$  m et elle n’est donc pas une structure massive au sens thermique. Ainsi, la température de la pile ne dépend que de la température atmosphérique. La température moyenne annuelle de la région est estimée à  $25^\circ C$ . En négligeant les fluctuations quoditienne et saisonnière de la température, on adopte une condition thermique uniforme et constante pour le matériau dans la pile :

$$\theta_s(x, t) = 25^\circ C \quad (4.1)$$

---

1. Toutes les indications à propos de cet ouvrage sont rendues anonymes et tous les plans structuraux sont réservés à cette étude.

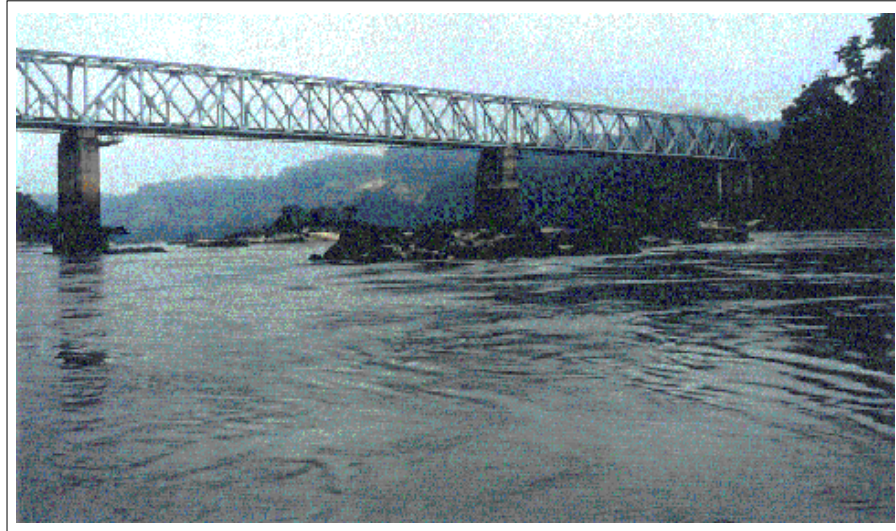


FIG. 4.1 – *Pont métallique en question (Afrique équatoriale)*

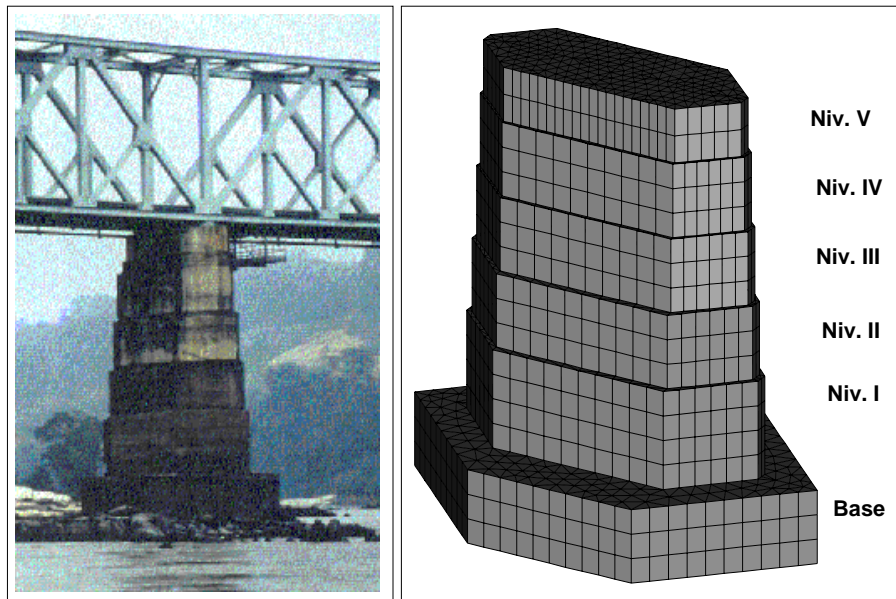


FIG. 4.2 – *Pile affectée par l'alcali-réaction et sa géométrie*

En ce qui concerne la condition hydrique  $h_s(x, t)$ , on est obligé de tenir compte du transport hydrique car la pile entre effectivement en contact avec de l'eau courante de façon saisonnière. De plus, on peut observer une corrélation évidente entre la dégradation des différents niveaux et leur durée d'immersion. La détermination de  $h_s(x, t)$  implique donc : (i) l'humidité atmosphérique imposée sur les surfaces extérieures non immergées dans l'eau saisonnière ; (ii) l'immersion saisonnière des surfaces ; (iii) l'humidité initiale du matériau dans la pile  $h_s(x, t = 0)$ . D'après les dossiers de la structure, on estime l'humidité atmosphérique moyenne à 90%, et on évalue à 80% l'humidité initiale du matériau d'après la formulation du béton. Les durées d'immersion sont de 9 mois par an pour la base et le premier niveau de la pile, de 6 mois et 3 mois par an respectivement pour les deuxième et troisième niveaux. Il en résulte que  $h_s(x, t)$  est calculé avec les conditions aux limites :

$$\bar{h}_s(x, t) = \begin{cases} 90\% & x \in \Gamma_1 \\ h_{saison}(t) & x \in \Gamma_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad h_s(x, t = 0) = 80\% \quad (4.2)$$

où  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  représentent respectivement les surfaces non immergées et les surfaces immergées. Le transport hydrique est calculé dès la fin de la construction de la pile (1978) à travers le modèle non-linéaire présenté dans la Partie 3 de ce rapport. La figure (4.3) montre le résultat  $h_s(x, t = 2001)$ .

Au niveau du matériau, plusieurs éprouvettes furent extraites dans des zones différentes. Parmi elles, on choisit une éprouvette *représentative*, extraite de la base de la pile en octobre 1992 par un carottage d'une profondeur de 40 cm. La figure (4.5) montre son expansion résiduelle pendant une durée de 150 jours. Son histoire thermo-hydrique est ainsi reconstituée, cf. Fig.(4.4), par  $\theta_s(x, t)$ ,  $h_s(x, t)$  et celle de l'essai d'expansion résiduelle :

$$\theta_c(t), h_c(t) = \begin{cases} 25^\circ C, h_s(x_c, t) & t = 1978 - \text{oct. } 1992 \\ 38^\circ C, 100\% & t = \text{oct. } 1992 - \text{mar. } 1993 \end{cases} \quad (4.3)$$

$x_c$  étant la position du carottage.

## 4.2 Calage des modèles

Un ensemble de paramètres  $\mathcal{G}_c$  est formé par les calculs chimico-élastiques sur l'éprouvette représentative vis-à-vis de son expansion résiduelle, cf. Fig.(4.5), et de sa condition thermo-hydrique  $\theta_c(t)$ ,  $h_c(t)$ . Une partie de cet ensemble est présentée dans le tableau (4.1) avec les indicateurs mécaniques associés. Au niveau de la structure, un calcul bidimensionnel sur une partie de la base de la pile détermine la déformation irréversible de

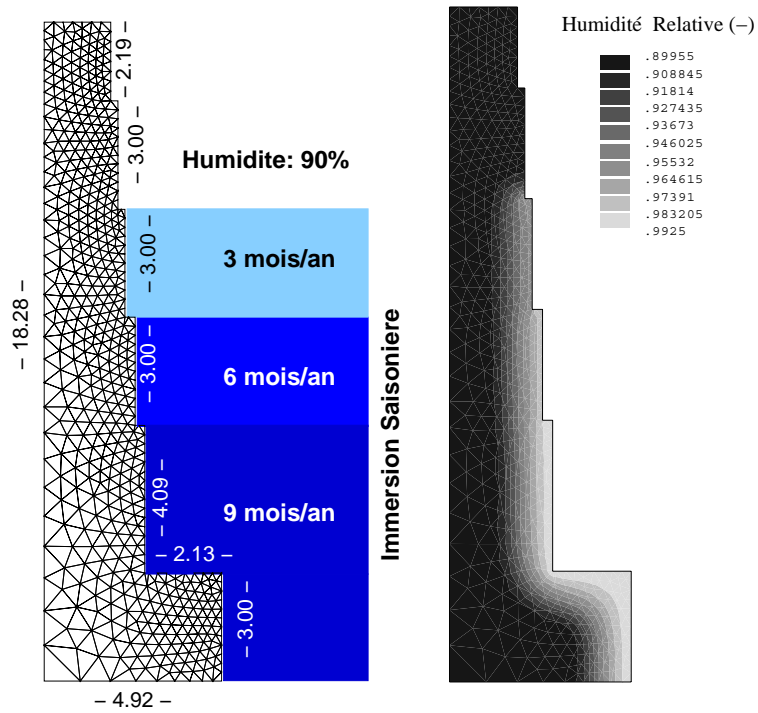


FIG. 4.3 – Humidité relative  $h_s(x, t = 2001)$  dans la pile (CESAR-LCPC)

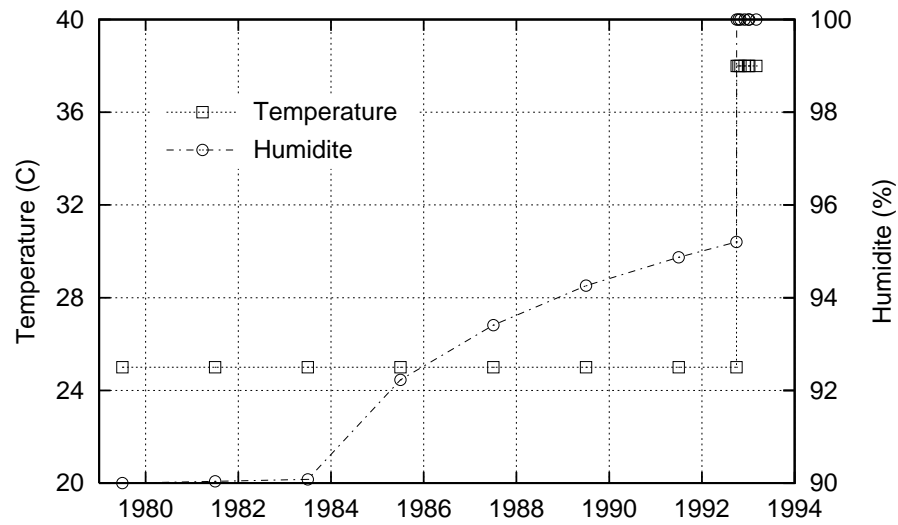


FIG. 4.4 – Histoire thermo-hydrrique de l'éprouvette carottée

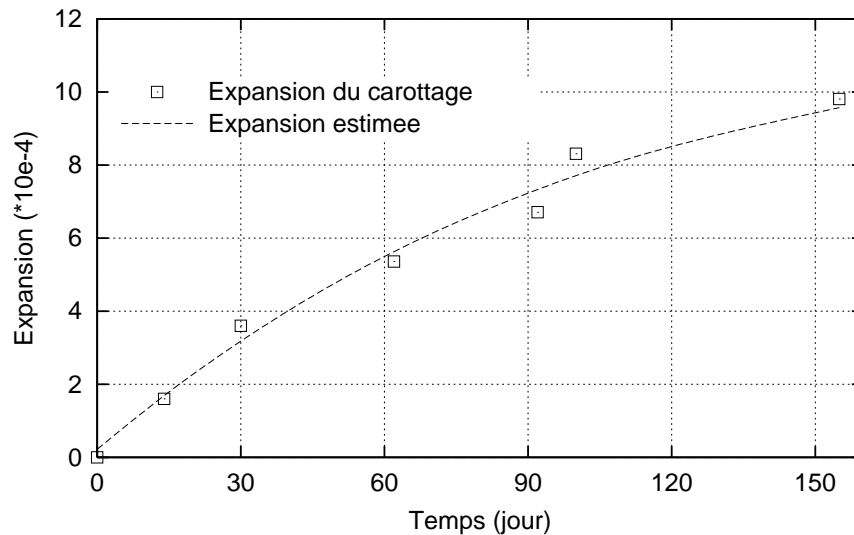


FIG. 4.5 – *Expansion résiduelle d'une éprouvette représentative*

la surface du béton que l'on traduit en indice de fissure. D'après la figure (4.6), le groupe optimal de paramètres  $\kappa$  est :

$$\beta_0 = 0,47\% \quad \tau_c^0 = 78 \text{ (jour)} \quad \tau_L^0 = 206 \text{ (jour)} \quad (4.4)$$

et l'expansion résiduelle reconstituée par ce groupe est montrée sur la figure (4.5). L'indicateur mécanique associé est :

$$\varepsilon_0 = \epsilon_c(t = 1992) = 0,185\% \quad (4.5)$$

ce qui signifie que le gonflement chimique a atteint 40 – 45% à l'instant du carottage mais précisément au point du carottage. À la différence du cas du pont suspendu, cette valeur ne peut pas représenter l'avancement chimique pour toute la pile au moment du carottage parce que le gradient hydrique crée sûrement un gradient de l'avancement du gonflement chimique.

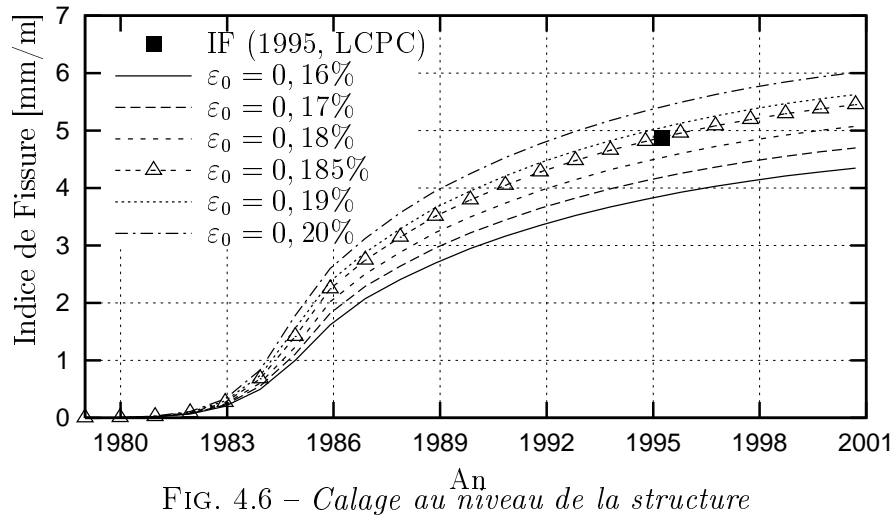
### 4.3 Évaluation de la dégradation évolutive

#### Modélisation par éléments finis

Afin de connaître la dégradation évolutive, on tient compte de la pile entière dans l'expertise numérique. Vu sa géométrie, cf. Fig. (4.2), le comportement mécanique de la pile est modélisé en déformations planes, ce qui est illustré dans la figure (4.7). On retient

TAB. 4.1 – Ensemble de groupes de paramètres chimico-mécaniques de la pile

Indicateur $\varepsilon_0$ (%)	$\beta_0$ (%)	$\tau_c^0$ (jour)	$\tau_L^0$ (jour)
(1)	(2)	(3)	(4)
0,16	0,41	72	212
0,17	0,43	75	210
0,18	0,45	77	209
0,185	0,47	78	206
0,19	0,48	80	203
0,20	0,50	80	200



les chargements suivants dans le calcul : (i) le poids propre de la pile ; (ii) les charges de service provenant de la superstructure du pont (force de freinage, force verticale) ; (iii) le gonflement progressif d'alcali-réaction. La pression hydraulique sur les surfaces immergées est négligée. Le maillage d'éléments finis est montré dans la figure (4.7). En fait, deux matériaux, le béton réactif et les barres d'acier, coexistent dans la pile. Néanmoins, on homogénéise le ferrailage dans la section de la pile afin d'éviter la difficulté de convertir le ferrailage tridimensionnel sur une section bidimensionnelle. Cette modélisation mécanique est justifiée du fait que le calcul vise à mettre en évidence la dégradation évolutive de la pile entière non pas à déterminer la contrainte précise dans la pile. Il en résulte qu'un comportement global de chimico-plasticité induite est adopté pour le béton armé dans la pile. La relation constitutive de ce matériau s'écrit comme :

$$\sigma_{ij} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^p) + 2G(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p) - 3K\beta\xi\delta_{ij} \quad (4.6)$$

où  $\sigma_{ij}$  signifie en fait une contrainte *nominale* pour le matériau béton armé homogénéisé, et la déformation plastique  $\epsilon_{ij}^p$  sera exploitée pour mettre en évidence l'évolution de la dégradation de la pile. Pour compléter le comportement chimico-plastique induit, on adopte le critère de Willam-Warnke à trois paramètres (Willam and Warnke 1975) pour le comportement élastoplastique du béton armé et une loi de cinétique d'un gel non-vieillissant pour calculer l'avancement du gonflement  $\xi$ . Compte tenu de la condition thermo-hydrrique reconstituée de la pile  $\theta_s(x, t)$ ,  $h_s(x, t)$ , le calcul est effectué dès la fin de construction de la pile, soit  $t = 1978$ , jusqu'à  $t = 2001$ . Les paramètres employés sont donnés dans le tableau (4.2).

## Évolution de dégradation

Deux tranches de résultat sont présentées explicitement afin de caractériser la dégradation dans la pile :

**$t = 1995$**  La figure (4.8) montre la déformation irréversible  $\epsilon^p$  à cet instant, qui révèle clairement l'existence de deux formes de dégradations dans la pile. La dégradation principale est une délamination du matériau aux surfaces de la pile, plus prononcée à la surface immergée fréquemment (la base) et moins importante à la surface immergée pour de courtes durées (Niveau II). Cette distribution de délamination est due évidemment au gradient hydrique imposé par l'eau saisonnière. Une seconde dégradation concerne l'élongation verticale de la pile, capturée par le suivi de structure. En fait, l'indice de fissure est une mesure de cette dégradation secondaire. L'image de la dégradation dans la figure (4.8) est en outre confirmée par les éprouvettes extraites de la pile dans la même époque. Les états mécaniques de trois éprouvettes provenant de trois niveaux de la pile correspondent bien aux déformations irréversibles calculées.

**$t = 2001$**  À cet instant le gonflement chimique atteint un avancement  $\xi = 40 - 60\%$  pour les zones non immergées tandis que le gonflement approche de sa fin,  $\xi \doteq 100\%$ ,



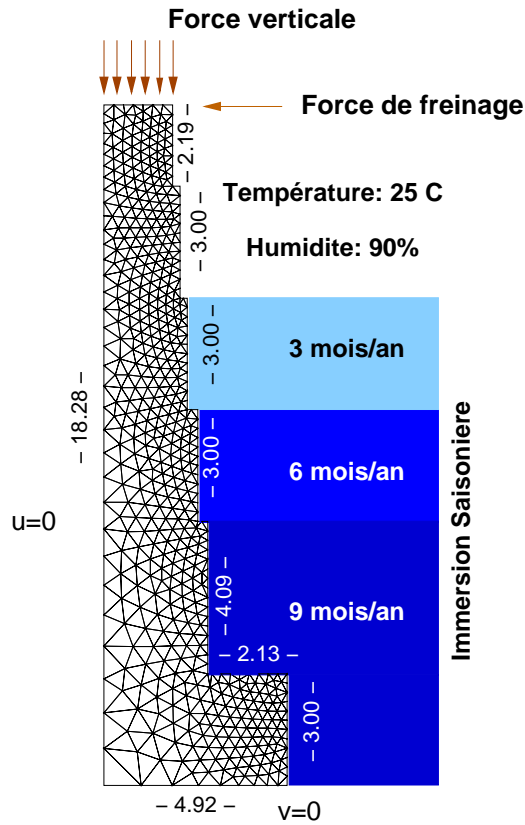


FIG. 4.7 – Maillage de la pile du calcul thermo-hydro-chimico-mécanique (CESAR-LCPC)

TAB. 4.2 – Paramètres employés dans l'expertise de la pile en béton armé

Paramètre (1)	Valeur (2)
Chargement vertical $\sigma_v$ (MPa)	0,5
Densité de masse $\rho_c$ ( $Kg/m^3$ )	2.400
Module d'Young $E_c$ (GPa)	15,6
Coefficient de Poisson $\nu$	0,2
Résistance à la compression $f_c$ (MPa)	30,0
Résistance à la traction $f_t$ (MPa)	2,7
Résistance à la compression biaxiale $f_{bc}$ (MPa)	33,0
Temps caractéristique $\tau_c^0$ (jour)	78
Temps caractéristique $\tau_L^0$ (jour)	206
Coefficient d'expansion chimico-mécanique $\beta_0$ (%)	0,47
Humidité ambiante $h_{atm}$ (%)	90
Température ambiante $\theta_{atm}$ ( $^{\circ}C$ )	25

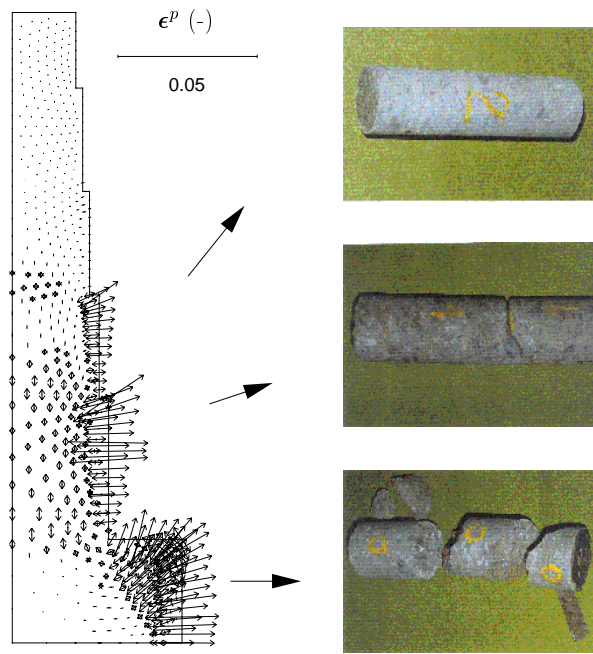


FIG. 4.8 – Dégradations identifiées par le calcul et états mécaniques des éprouvettes extraites ( $t = 1995$ )

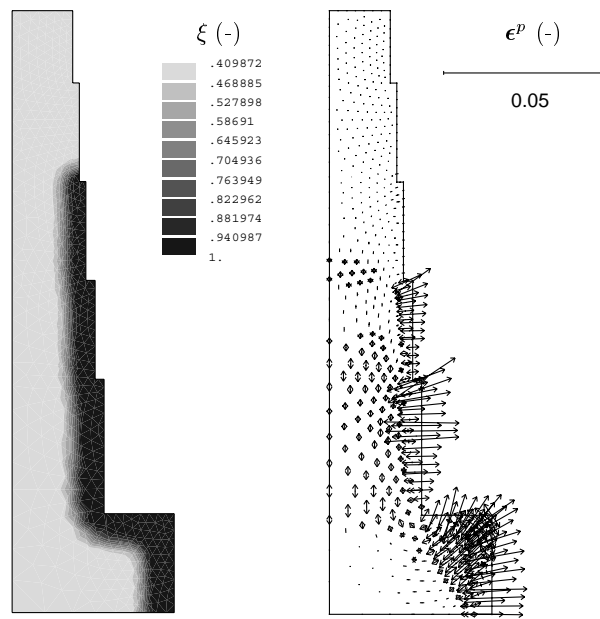


FIG. 4.9 – Avancement du gonflement chimique et déformation irréversible dans la pile ( $t = 2001$ )

aux surfaces immergées saisonnièrement, cf. Fig. (4.9). Le contact direct avec l'eau liquide accélère le processus du gonflement chimique. Quant à la dégradation de la pile, la délamination aux surfaces immergées (base, niveaux I,II) a tendance à se stabiliser par rapport à  $\epsilon^p$  à l'instant  $t = 1995$ . En revanche, une comparaison du soulèvement (déplacement vertical) à la tête de la pile à cet instant avec celui à  $t = 1995$  montre que l'élongation verticale de la pile poursuit son cours.

## 4.4 Justification d'un renforcement par précontrainte

Dans le but de limiter la continuation de la dégradation de la pile, un projet de renforcement consiste à : (i) introduire des cordes précontraintes dans le corps de pile ; (ii) appliquer une nouvelle couche de béton autour de la pile ; (iii) ajouter des couches élastiques entre la pile actuelle et la couche de béton appliquée. Cette réparation est illustrée dans la figure (4.10). Les cordes précontraintes sont de limiter mécaniquement le gonflement du béton réactif de la pile. Au total quatre groupes de cordes sont programmées. La nouvelle couche de béton sert à la fois à protéger les cordes précontraintes introduites et à isoler la pile de l'eau saisonnière. L'application des couches élastiques consiste alors à laisser une marge de l'espace pour la continuation éventuelle du gonflement de la vieille pile.

### Calcul de reprise

Supposant que la réparation se réalise à l'instant  $t = 2001$ , on se propose, dans cette section, d'évaluer l'efficacité de ce renforcement au bout de 5 ans, i.e.  $t = 2005$ . La justification numérique du renforcement consiste à effectuer un calcul thermo-hydro-chimico-mécanique sur la pile renforcée pendant cette période. La première étape de calcul est donc de construire la condition thermo-hydrigue pour la pile renforcée, i.e.  $\theta_s(x, t = 2001 - 2005)$ ,  $h_s(x, t = 2001 - 2005)$ . En ce qui concerne la condition thermique la même température moyenne est retenue pour la pile renforcée,

$$\theta_s(x, t = 2001 - 2005) = 25^\circ C \quad (4.7)$$

Quant à la condition hydrique,  $h_s(x, t = 2001 - 2005)$  est à calculer en tenant compte : (i) des nouvelles conditions aux limites de la pile renforcée, e.g. l'isolation de l'eau de la vieille pile par le nouveau béton ; (ii) de la condition hydrique initiale  $h_s(x, t = 2001)$  dans la vieille pile, cf. Fig. (4.3). On calcule le transport hydrique par le modèle non linéaire dans la Part. 3 de ce rapport, et montre le maillage d'éléments finis sur la figure (4.10).

Ensuite, dans la partie de calcul chimico-mécanique de nouveaux chargements sont pris en compte : (i) le poids propre du nouveau béton ; (ii) les précontraintes appliquées ; (iii) la poursuite du gonflement chimique. Comme dans le calcul d'évaluation, le même comportement de chimico-plasticité induite est adopté pour le vieux béton. Le nouveau

béton est supposé non réactif, et en premier lieu un comportement élastique lui est attribué. Le maillage du calcul chimico-mécanique est identique de celui du calcul hydrique, cf. Fig.(4.10). Les effets mécaniques de l'intervention sont mis en évidence par le calcul de reprise vis-à-vis de la condition thermo-hydrique disponible, en prenant compte des nouveaux chargements ci-dessus et des états initiaux (mécanique et chimique) à l'instant  $t = 2001$  dans la vieille pile :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma(x, t), \epsilon^p(x, t), \epsilon(x, t) \Big|_{x \in \text{vieille pile}; t=2001} \\ \xi(x, t) \Big|_{x \in \text{vieille pile}; t=2001} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Le tableau (4.3) donne la liste des nouveaux paramètres du calcul.

## Résultats numériques

La figure (4.11) montre l'avancement du gonflement chimique à la fin de cette période  $\xi(x, t = 2005)$ . Malgré l'isolation de l'eau extérieure saisonnière par la nouvelle couche de béton, le gonflement poursuit son cours au sein de la vieille pile avec sa condition thermo-hydrique. À  $t = 2005$  cet avancement atteint 70% – 80% dans la vieille pile par rapport à un avancement de 40% – 60% avant l'intervention. L'isolation de l'eau extérieure sert donc peu à stopper le gonflement car le gonflement chimique a déjà fini aux surfaces immergées avant l'intervention et la poursuite du gonflement se déroule dès lors à l'intérieur de la vieille pile.

Quant à l'effet mécanique de cette intervention, la vieille pile poursuit son gonflement chimique tandis que le nouveau béton reste non-réactif, ce qui introduit effectivement un gradient de gonflement entre les deux parties même sous les précontraintes. D'après la figure (4.11), la vieille partie de pile continue à s'élonger verticalement et impose une traction dans la couche de nouveau béton. Au bout de 5 ans, cette traction atteint une grandeur de 2 – 4 MPa, susceptible d'entraîner des désordres dans le nouveau béton. En outre, à cause de l'effet dimensionnel le déplacement horizontal de la vieille pile (dû à l'expansion horizontale) est plus important à la base qu'à la tête. Variant en fonction de la hauteur de la pile, ce déplacement horizontal a tendance à détacher au lieu de comprimer les couches élastiques introduites. L'évolution des distances entre les parois des deux bétons est présentée sur la figure (4.12). Elle montre clairement qu'aux niveaux I, II et III les couches sont détachées tandis que celle du quatrième niveau est comprimée. Cette observation pourrait conduire à redéfinir la fonction de ces couches élastiques et aiderait à choisir leurs épaisseurs.

## Remarque

De ce résultat numérique, on voit que les précontraintes ont beau mécaniquement limiter le gonflement de la pile, on n'a pas de raison de constater qu'elles peuvent stopper

la poursuite du gonflement chimique dans la pile. De plus, l'application du nouveau béton autour la vieille pile, initialement pour protéger la vieille pile et les précontraintes, se fait imposer une traction à cause du gonflement différentiel. Le fait indique que si l'intervention dans la structure dégradée consiste à ajouter des éléments dans la vieille structure on devrait être vigilant au gradient du gonflement entre la vieille partie (réactive) et les éléments ajoutés (non réactifs).

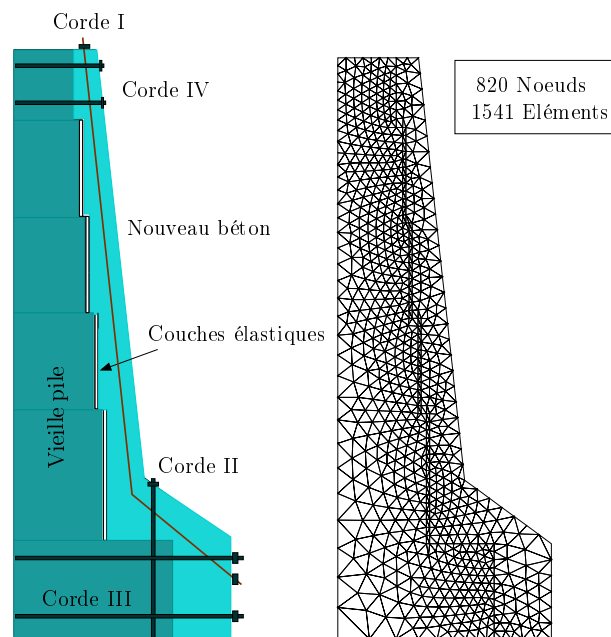


FIG. 4.10 – *Projet de renforcement et le maillage du calcul de reprise (CESAR-LCPC)*

TAB. 4.3 – *Paramètres utilisés dans le calcul de reprise de la pile*

Paramètre (1)	Valeur (2)
Densité de masse du nouveau béton $\rho_c^r$ ( $Kg/m^3$ )	2.400
Module d'Young du nouveau béton $E_c^r$ (GPa)	30,0
Coefficient de Poisson $\nu$	0,2
Précontrainte I $\sigma_p^I$ (MPa)	1,0
Précontrainte II $\sigma_p^{II}$ (MPa)	2,0
Précontrainte III $\sigma_p^{III}$ (MPa)	2,0
Précontrainte IV $\sigma_p^{IV}$ (MPa)	1,0

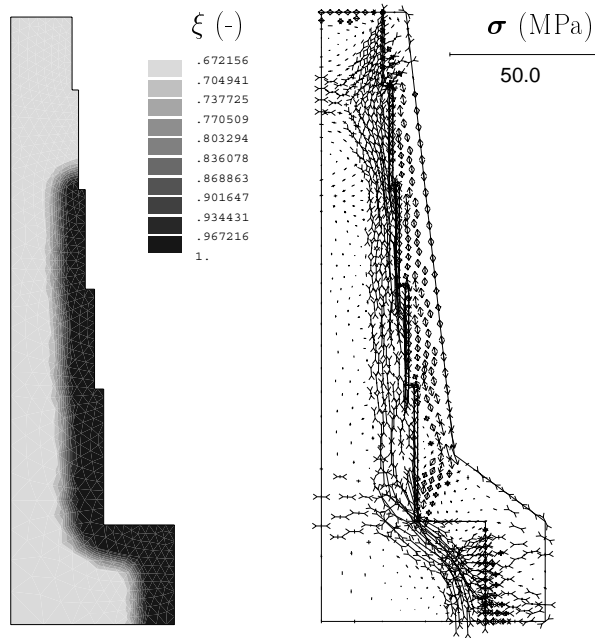


FIG. 4.11 – Avancement du gonflement chimique et état mécanique 5 ans après l'intervention ( $t = 2005$ )

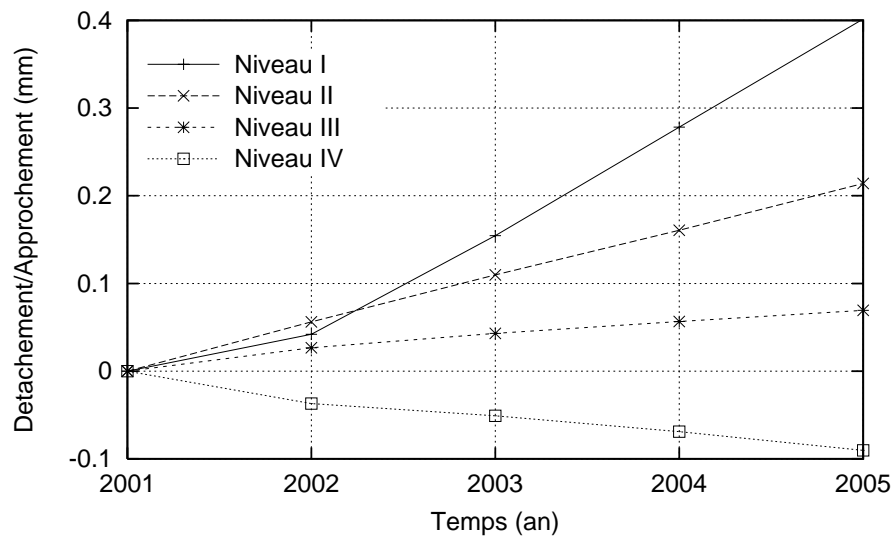


FIG. 4.12 – Variations de distance entre la paroi de la vieille pile et celle du nouveau béton: approche (négatif) ou détachement (positif)

# Chapitre 5

## Conclusions

Cette partie est consacrée à une méthode numérique d'expertise complète des structures réellement atteintes par l'alcali-réaction dans un contexte d'une méthodologie globale de maintenance et de traitement des ouvrages d'art. Dans ce contexte, les ouvrages d'art suspects sont mis en surveillance par deux dispositifs principaux : le suivi de l'indice de fissure (LPC 1997b) sur les parois de structure et la distancemétrie entre les cibles fixes sur les surfaces de structure. Au bout d'une période de surveillance, si les suivis (ou un des suivis) dépassent les valeurs de seuil cet ouvrage d'art passe à la phase de l'expertise du matériau au laboratoire. Une fois que l'origine de désordres dans la structure est attribuée à l'alcali-réaction, des éprouvettes extraites sont ensuite étudiées par les essais d'expansion résiduelle. C'est à ce stade que l'expertise numérique intervient. Les travaux numériques engagés consistent à analyser les informations pertinentes pour la pathologie, à caler les modèles du gonflement chimique, à effectuer une expertise numérique complète sur la dégradation évolutive de l'ouvrage d'art et finalement à fournir des réponses quantitatives pour les décisions gestionnaires.

Ici les données pertinentes à la pathologie d'alcali-réaction sont d'abord classées en trois catégories : (i) les suivis de structure (information au niveau de la structure) ; (ii) l'expansion résiduelle des carottes extraites (information au niveau du matériau *in situ*) ; (iii) la condition thermo-hydrique de la structure. Afin de caler les modèles chimico-mécaniques pour le béton *in situ*, un problème inverse est constitué. Vu la disponibilité des données, le problème original est transformé en deux sous-problèmes : un au niveau d'une éprouvette extraite et l'autre au niveau de la structure. Dans le but de simplifier la résolution de ces problèmes inverses, un comportement chimico-élastique est attribué au problème de l'éprouvette et un chimico-plastique induit est adopté pour le problème de structure. Un algorithme numérique est ensuite proposé pour la résolution de ces deux sous-problèmes. Les modèles calés pour le béton réactif *in situ*, il est donc possible de procéder à un calcul thermo-hydro-chimico-mécanique de la structure, qui contient une évolution complète de la dégradation de structurale. L'ensemble de ces éléments constituent une méthode numérique d'expertise des structures atteintes.

La méthode est d'abord appliquée au pylône d'un pont suspendu affecté par l'alcali-réaction. Les modèles sont calés à travers l'algorithme proposé vis-à-vis de l'expansion



résiduelle d'une éprouvette extraite du coeur du pylône et du suivi de la variation d'aire de la section du pylône. Issu d'un calcul complet sur une partie du pylône en béton armé, le résultat révèle qu'à l'instant du carottage, correspondant à un âge de service de 43 ans du pont, l'éprouvette a acquis 75% de son gonflement total. De plus, cette valeur indique l'avancement du gonflement chimique pour tout le pylône car une condition thermo-hydrigue uniforme et constante est adoptée dans l'expertise. Donc on a, pour le pylône :

$$\text{Âge du pont : 43 (ans)} \iff \text{Gonflement : 75\%}$$

qui porte un message important pour le gestionnaire : *le potentiel du gonflement chimique est non négligeable et la pathologie n'est donc pas encore dans son stade de stabilisation.* L'évolution des contraintes accumulées dans les barres d'acier montre que le fût est en train de perdre l'efficacité de ses étriers et une intervention est très attendue. L'entretoise est en train d'approcher de la plastification de ses étriers donc mérite une surveillance attentive.

La dégradation de la pile d'un pont métallique dans un environnement équatorial se différencie de celle du pont suspendu, car sa surface entre directement en contact avec de l'eau saisonnière. La fissuration aux différentes hauteurs de la pile montre une corrélation évidente entre la dégradation et la présence d'eau. La condition thermique est supposée constante et uniforme dans la pile tandis que un calcul de transport hydrigue est nécessaire pour reconstituer l'histoire hydrigue dans la pile dès la fin de sa construction. Les modèles sont calés vis-à-vis de l'expansion résiduelle d'une éprouvette et de la mesure de l'indice de fissure. Issue d'un calcul de la dégradation évolutive de la pile, l'image de déformation irréversible à l'instant  $t = 1995$  nous permet d'identifier deux dégradations dans la pile : une délamination des surfaces immergées et une élongation verticale dont témoigne l'indice de fissure en surface. En comparant l'image acquise à  $t = 2001$ , on observe que la délamination s'est stabilisée tandis que l'élongation poursuit son cours. Le message destiné au gestionnaire par cette observation serait de *surveiller l'impact du soulèvement de la tête de pile sur le fonctionnement de la superstructure du pont métallique.* Par un calcul de reprise, l'effet d'un renforcement par précontrainte est étudié. Le résultat montre que le nouveau béton appliqué autour de la vieille pile risque d'avoir en lui-même un désordre à cause d'un gonflement différentiel entre la vieille pile réactive et le nouveau béton non réactif. Ce résultat remet en cause la fiabilité de ce renforcement, il appelle aussi une réflexion sur l'efficacité du renforcement par précontraintes pour les ouvrages d'art atteints.

Cinquième partie  
Conclusions Générales



Ce travail de thèse a tenté de répondre à deux objectifs: (i) comment tenir compte dans le calcul d'un ouvrage d'art du gonflement progressif du béton affecté par l'alcali-réaction? (ii) comment proposer une méthode numérique d'expertise des ouvrages d'art atteints par cette pathologie?

## Modélisation chimico-mécanique du gonflement

Dans le but de répondre à la première question, on a proposé une modélisation mécanique du gonflement macroscopique du béton affecté par l'alcali-réaction. Deux aspects ont été systématiquement traités: la cinétique de formation du produit gonflant d'alcali-réaction et la réponse mécanique du matériau à ce gonflement interne. Avec un béton réactif considéré comme un milieu sujet à un couplage chimico-mécanique, l'alcali-réaction est simplifiée sous la forme *Réactifs*  $\rightarrow$  *Gel + d'autres produits*. La thermodynamique de ce système permet d'identifier une variable d'état interne associée à la réaction: l'avancement normalisé  $0 \leq \xi \leq 1$  de formation du gel, régie par la loi de cinétique:

$$t_c \dot{\xi} = 1 - \xi \quad (1)$$

Cette loi fixe la base purement chimique des modèles ultérieurs. La description du comportement macroscopique mécanique du béton dépend alors: (i) du lien établi entre l'avancement chimique  $\xi$  et l'expansion locale  $\epsilon_r$  créée dans le matériau; (ii) du mécanisme de mise en gonflement macroscopique du béton à partir de cette expansion locale.

- Dans un milieu élastique, un mécanisme mésoscopique de mise en gonflement du matériau impose une relation linéaire entre  $\xi$  et  $\epsilon_r$  et nous mène à un premier modèle chimico-élastique *simple*. L'essai d'expansion libre des éprouvettes au laboratoire permet d'identifier le temps caractéristique  $t_c$  intervenant dans la loi de cinétique du gonflement. Compte tenu de l'effet combiné de la température  $\theta$ , de l'humidité  $h$  et de l'anisotropie de gonflement dans le cas tridimensionnel, ce modèle, malgré sa simplicité, capitalise la plupart des informations expérimentales acquises au niveau de l'éprouvette de laboratoire. L'introduction d'une variable de vieillissement du gel  $0 \leq \gamma \leq 1$  dans la relation  $\epsilon_r - \xi$  conduit à un modèle chimico-élastique vieillissant rendant compte de l'altération dans le temps de la capacité d'expansion des éprouvettes vis-à-vis de ses conditions hydriques. Afin de rendre compte d'une mise en gonflement irréversible du matériau, la modélisation chimico-plastique introduit une variable interne supplémentaire: la déformation irréversible ou plastique du matériau. Dans ce cadre élastoplastique deux modèles complémentaires sont proposés, l'un où le gonflement libre est déjà plastique, l'autre où c'est le gonflement empêché qui est la source de la déformation plastique au niveau de la structure. Avec ainsi deux descriptions possibles pour la relation entre  $\xi - \epsilon_r$  (gel non vieillissant et gel vieillissant) et deux mécanismes mésoscopiques (élastique et élastoplastique), une famille de modèles chimico-mécaniques sont alors disponibles pour analyser les

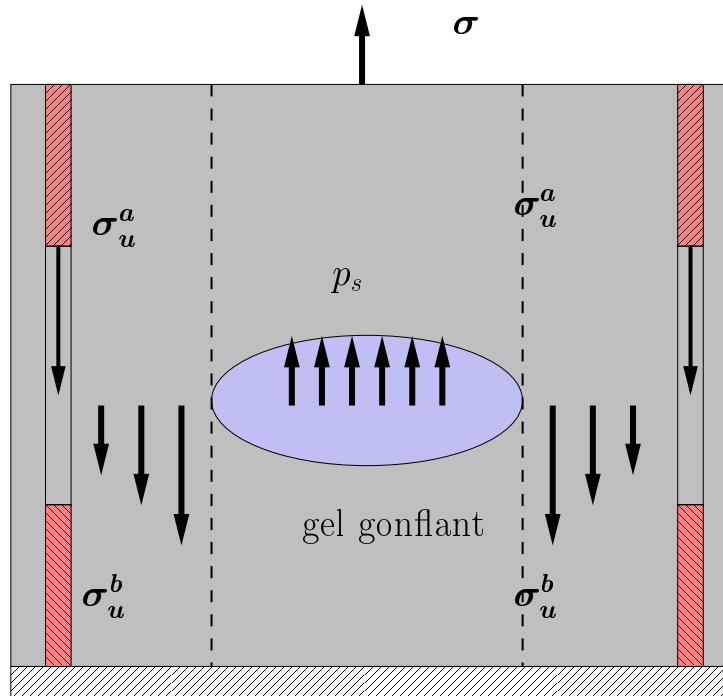


FIG. 1 – Mécanisme de la mise en gonflement du béton armé par l'expansion du gel ( $\sigma_u^a$ : traction dans le béton;  $\sigma_u^b$ : traction dans l'acier)

structures atteintes par la pathologie de l'alcali-réaction.

- Les modèles proposés pour l'analyse des structures sont de nature macroscopique. Néanmoins, l'analyse aux autres échelles, e.g. au niveau de la microstructure du matériau, et d'autres approches de la fissuration, e.g. par la mécanique de la rupture ou de l'endommagement, peuvent apporter des éléments explicatifs ou complémentaires aux modèles présentés. À l'aide d'une méthode d'homogénéisation, on a ainsi mis en évidence une explication possible de la corrélation entre l'anisotropie de gonflement sous compression et les fissures pré-crées dans un milieu élastique-fragile (cf. Section 2.1.4). Un résultat récent (Li and Coussy 2002b) montre que la dépendance du temps caractéristique  $t_c = t_c(\xi)$  identifiée dans le modèle chimico-élastique non vieillissant (Section 2.1.2) trouverait son origine dans le remplissage progressif par le gel formé des grands pores puis des petits pores. Tous ces éléments aident alors à mieux comprendre les modèles macroscopiques et éventuellement les enrichir.
- La démarche macroscopique proposée et les modèles chimico-mécaniques associés peuvent évidemment être utiles pour modéliser le gonflement d'un matériau quel qu'en soit l'origine chimique. L'analyse développée pourrait également être étendue à celle du comportement mécanique du béton armé affecté par l'alcali-réaction, en retenant l'approche concernant la seule partie chimique ( $\xi$  et la loi de cinétique) et en précisant le mécanisme mésoscopique de la mise en gonflement du béton armé, tel

qu'illustré dans la figure (1). La pression exercée sur le squelette solide du béton  $p_s$  n'est alors pas seulement équilibrée par la traction du squelette  $\sigma_u^b$  mais aussi par celle de la barre d'acier  $\sigma_u^a$  à travers l'interface béton-acier. La redistribution des tractions résultante dépendra de la qualité de l'interface béton-acier, allant de la cohésion parfaite à l'absence de redistribution avec la disparition de contrainte dans l'acier dans l'état d'endommagement total. Le modèle de comportement à retenir devra alors rendre compte de cette redistribution et de la relation entre  $\xi$  et l'expansion locale créée  $\epsilon_r$ . Une étude expérimentale actuellement en cours au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées peut servir à nourrir cette réflexion (Multon 2003). L'application de cette démarche serait également envisageable au cas du béton affecté par la réaction sulfatique, une pathologie aussi répandue que celle de l'alcali-réaction. Pour cette autre réaction le gonflement trouve son origine dans le produit issu d'une réaction chimique entre  $SO_4^{2-}$  dans la solution interstitielle et la pâte de ciment du béton (Pavoine 2002).

## Chimico-mécanique d'une structure affectée

En complément de la modélisation chimico-mécanique, les modèles de la diffusion thermique et du transport hydrique sont abordés dans la troisième partie pour arriver à un calcul complet des structures. Inspiré par la longueur caractéristique proposée pour le couplage chimico-mécanique dans le béton, on étudie cette longueur pour les dégradations thermo-chimico-mécanique et hydro-chimico-mécanique des structures.

- Deux calculs complets sur le barrage et le mur de soutènement montrent la pertinence de ces longueurs. Par la grandeur de ces longueurs, on arrive à montrer que la dégradation provenant d'un gradient thermique ne concerne que des ouvrages d'art ayant des dimensions importantes tandis que la plupart des ouvrages d'art en génie civil sont *massifs* au sens hydro-chimico-mécanique. Cette constatation indique que dans le calcul complet de la dégradation d'une structure réellement touchée le contact avec de l'eau extérieure, s'il existe, devrait *impérativement* être tenu en compte.
- Par les outils numériques et les modèles disponibles, un *diagnostic numérique* sur une structure serait faisable. Prenons un ouvrage d'art, suspect du victime de l'alcali-réaction, qui exige la détermination d'origine de la pathologie structurale. Un calcul chimico-mécanique préliminaire peut être effectué sur la structure, compte tenu de sa condition thermo-hydrique, les paramètres chimico-mécaniques (pour un modèle spécifique) du matériau réactif au laboratoire et ses charges mécaniques. Ensuite, on peut comparer la caractéristique de la dégradation calculée, e.g. l'évolution de dégradation, la profondeur de délamination, la dimension de zones affectées etc., avec les observations *in situ*. Ceci pourrait compléter l'analyse pétrographique ou chimique au laboratoire afin de confirmer l'origine des désordres. En outre, ce résultat numérique pourrait servir à indiquer la cause thermique ou hydrique de la dégradation, qui, à son tour, implique la prévention de la pathologie structurale.

## Méthode d'expertise numérique

Le second volet de la recherche est consacré à une méthode numérique afin de répondre à la question posée par l'expertise des structures pathologiques. Le calage des modèles pour le béton *in situ* est formulé sous la forme d'un problème inverse. Il consiste à trouver un groupe *compatible* de paramètres chimico-mécaniques permettant de restituer toutes les mesures disponibles. Ce problème inverse peut être décomposé en deux sous-problèmes : un au niveau de structure et l'autre au niveau de l'éprouvette extraite. Une fois l'algorithme élaboré pour la résolution de ces deux sous-problèmes, une méthode numérique d'expertise est alors opérationnelle.

- En traitant deux cas réels de structures, la méthode a montré sa capacité à fournir des réponses quantitatives à l'appréciation de la durabilité des ouvrages d'art atteints. Il est à noter que le principe de cette méthode repose sur la solution des sous-problèmes inverses, mais non pas sur un modèle de comportement spécifique. Par conséquent, la méthode peut *accueillir* d'autres modèles que ceux développés dans ce rapport. Prenons ainsi un autre modèle et notons ses paramètres  $\boldsymbol{\kappa}'$ . Les sous-problèmes inverses peuvent alors effectivement être mis sous la même forme que (2.5)(Part.4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_s(\boldsymbol{\kappa}') = \frac{1}{2} \sum_{t_0^s}^{t_1^s} \left[ \mathcal{M}_s D_s(\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}'; \theta_s(x, t), h_s(x, t)) - d_s \right]^2 \rightarrow \min \\ f_c(\boldsymbol{\kappa}') = \frac{1}{2} \sum_{t_0^c}^{t_1^c} \left[ \mathcal{M}_c E_c(\bar{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}'; \theta_c(t), h_c(t)) - \epsilon_c \right]^2 \rightarrow \min \end{array} \right. \quad (2)$$

L'algorithme proposé est donc généralisable. Ceci donne en fait à cette méthode une grande flexibilité d'adaptation aux autres modèles possibles pour représenter le gonflement.

- L'approche développée dans la méthode d'expertise a été entièrement déterministe. Vu la dispersion importante que peuvent avoir les résultats du test d'expansion résiduelle sur les éprouvettes extraites et les mesures effectuées sur la structure, une étude supplémentaire est nécessaire pour estimer la crédibilité de la méthode d'expertise proposée. Dans la description déterministe, cette estimation peut se traduire par l'analyse de sensibilité des résultats vis-à-vis des données d'entrée. Notons le résultat en question par  $\mathbf{q}_s$ , sa sensibilité  $\Delta_d^q$  vis-à-vis d'un certain type de données  $d$  s'exprime sous la forme suivante :

$$\Delta_d^q = \frac{\delta \mathbf{q}_s}{\delta d} \quad (3)$$

En pratique, la solution analytique de  $\Delta_s^q$  est rarement disponible, ceci d'autant plus que  $\mathbf{q}_s$  et  $d$  sont des fonctions temporelles et spatiales, i.e.  $\mathbf{q}_s = \mathbf{q}_s(x, t)$  et  $d = d(x, t)$ . Le recours aux moyens numériques est alors nécessaire pour estimer cette sensibilité  $\Delta_d^q$ . La perturbation du résultat  $\Delta\mathbf{q}_s$  entraînée par une variation des données d'entrée  $\Delta d$  se calcule alors comme :

$$\Delta\mathbf{q}_s = \Delta_d^q \Delta d \quad (4)$$

En prenant l'expansion résiduelle  $\epsilon_r$  comme exemple, la variation du résultat (l'écart d'incertitude)  $\Delta\mathbf{q}_s$  vis-à-vis d'une variation  $\Delta\epsilon_r$  d'expansion résiduelle d'une certaine éprouvette se calcule par  $\Delta\mathbf{q}_s = \Delta_\epsilon^q \Delta\epsilon_r$ . Si cette sensibilité  $\Delta_\epsilon^q$  est conséquente, le comportement sera *sensible* vis-à-vis de la courbe d'expansion résiduelle et on devra être vigilant à la représentation théorique de la courbe d'expansion résiduelle expérimentale. Cette courbe pourra être rendue la plus crédible possible en prenant la moyenne de plusieurs expansions résiduelles d'éprouvettes extraites de la même zone de structure. En suivant le même principe, la dépendance de l'incertitude sur  $\mathbf{q}_s$  vis-à-vis de l'incertitude sur le suivi de la structure  $\Delta d_s$  et des incertitudes thermo-hydrauliques  $\Delta\theta_s$ ,  $\Delta h_s$  peuvent également s'exprimer sous la forme :

$$\Delta\mathbf{q}_s = \Delta_{d_s}^q \Delta d_s, \quad \Delta\mathbf{q}_s = \Delta_\theta^q \Delta\theta_s \quad \Delta\mathbf{q}_s = \Delta_{h_s}^q \Delta h_s \quad (5)$$

De plus, il est important de déterminer si la dispersion sur les résultats est due à la dispersion déterministe des histoires thermo-hydrauliques subies les éprouvettes ou une dispersion de type statistique sur les caractéristiques de comportement.





# Sixième partie

## Annexe



# Annexe A

## Solution EF de la chimico-élasticité

### Solution EF<sup>1</sup> générale pour un milieu élastique

La solution EF concerne un problème de valeur frontière dans un milieu élastique. Prenant une description unidimensionnelle, où  $\sigma = \sigma(x, t)$  est la contrainte,  $u = u(x, t)$  signifie le déplacement et  $\rho b$  représente la force volumique imposée dans l'espace concerné  $\mathcal{B}$ ,  $x$  étant la position spatiale dans ce domaine. Avec cet ensemble de notions le problème de valeur frontière s'écrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho b = 0 & x \in \mathcal{B} \\ u = \bar{u} & x \in \partial_u \mathcal{B} \\ \sigma = \bar{\sigma} & x \in \partial_\sigma \mathcal{B} \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

Afin de compléter ce problème, une relation constitutive entre la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\epsilon$  est retenue sous la forme linéaire suivante,

$$\sigma = E(\epsilon - \epsilon_0) \quad (\text{A.2})$$

avec  $\epsilon_0$  : une déformation initiale. Un espace  $\mathbf{V}$  de déplacements virtuels  $w(x, t)$ , satisfaisant les limites de frontière s'écrit,

$$\mathbf{V} = \{w : \mathcal{B} \rightarrow \mathbf{R} \mid w|_{\partial_u \mathcal{B}} = 0\} \quad (\text{A.3})$$

---

1. par éléments finis

Donc le problème (A.1) se traduit sous une autre forme à travers cet espace de déplacements virtuels, qui consiste à trouver la solution  $u = u(x, t)$  avec  $u|_{\partial_u \mathcal{B}} = \bar{u}$  si bien que :

$$G(\sigma, w) := \int_{\mathcal{B}} \sigma \frac{\partial w}{\partial x} ds - \int_{\mathcal{B}} \rho b w ds - \bar{\sigma} w \Big|_{\partial_u \mathcal{B}} = 0 \quad (\text{A.4})$$

est valable pour tous les  $w(x, t) \in \mathbf{V}$ .

## Discrétisation spatiale

Le domaine du milieu  $\mathcal{B}$  est d'abord discrétisé en  $N$  éléments  $\mathcal{B}_e$ ,

$$\mathcal{B} = \cup \mathcal{B}_e \quad \text{avec} \quad 1 \leq e \leq N \quad (\text{A.5})$$

Sur chaque élément, i.e. un sous domaine typique du problème, on suppose que le champ de déplacement  $u^e(x, t)$  puisse être défini par des fonctions d'interpolation  $N_i(x)$  et un vecteur de déplacement de certain nombre, i.e.  $m$ , de points dans ce sous domaine  $\bar{u}_i^e$ ,

$$u^e(x, t) = \sum_{i=1}^m N_i(x) \bar{u}_i^e(t) = \mathbf{N}(x) \cdot \bar{\mathbf{u}}^e \quad (\text{A.6})$$

Avec cette répartition du déplacement, la fonction  $G(\sigma, w)$  peut être calculée sur ce sous domaine  $\mathcal{B}_e$  sous la forme suivante,

$$G^e(\sigma, w) = \bar{\mathbf{u}}^e \cdot \left( \mathbf{f}_e^{int} - \mathbf{f}_e^{ext} \right) \quad (\text{A.7})$$

où,

$$\begin{cases} \mathbf{f}_e^{int} = \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T \sigma(x, t) ds, & \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \\ \mathbf{f}_e^{ext} = \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{N}^T \rho \cdot b(x, t) ds - \left[ \mathbf{N}^T \bar{\sigma}(t) \right] \Big|_{\partial \mathcal{B}_e \cap \partial \mathcal{B}_\sigma} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Et la condition (A.4) exige que,

$$\mathbf{F}^{int}(\sigma) - \mathbf{F}^{ext}(t) = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{F}^{int, ext} = \sum_{e=1}^N \mathbf{f}_e^{int, ext} \quad (\text{A.9})$$

## Discrétisation temporelle

Soit  $[0, T]$  l'intervalle de temps concerné par ce problème, une discrétisation temporelle consiste à faire la répartition de cet intervalle sous  $M$  pas de temps,

$$[0, T] = \sum_{n=1}^M [t_n, t_{n+1}] \quad (\text{A.10})$$

L'application de (A.9) à un pas de temps entre deux instants  $t_n$  et  $t_{n+1}$  conduit à,

$$\Delta_n^{n+1} \mathbf{F}^{int} - \Delta_n^{n+1} \mathbf{F}^{ext} = 0 \quad (\text{A.11})$$

où  $\Delta_n^{n+1}(\cdot) = \Delta(\cdot)_n^{n+1} = (\cdot)_{t_{n+1}} - (\cdot)_{t_n}$  avec,

$$\begin{cases} \Delta_n^{n+1} \mathbf{F}^{int} = \sum_{e=1}^N \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T \Delta \sigma(x, t)_n^{n+1} ds \\ \Delta_n^{n+1} \mathbf{F}^{ext} = \sum_{e=1}^N \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{N}^T \rho \Delta b(x, t)_n^{n+1} ds - \sum_{e=1}^N \left[ \mathbf{N}^T \Delta \bar{\sigma}(t)_n^{n+1} \right] \Big|_{\partial \mathcal{B}_e \cap \partial \mathcal{B}_\sigma} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Compte tenu de relation constitutive (A.2), les déplacements incrémentaux  $\Delta \bar{\mathbf{u}}_n^{n+1}$  peuvent se calculer par (A.11) :

$$\Delta \bar{\mathbf{u}}_n^{n+1} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \left( \Delta_n^{n+1} \mathbf{F}^{ext} + \Delta_n^{n+1} \mathbf{F}_0 \right) \quad (\text{A.13})$$

avec<sup>2</sup>,

$$\begin{cases} \mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T E \mathbf{B} ds \\ \Delta_n^{n+1} \mathbf{F}_0 = \sum_{e=1}^N \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T E \Delta \epsilon_0(t)_n^{n+1} ds \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

---

2. Il est à noter que, l'opérateur  $\sum_{e=1}^N (\cdot)$  employé dans (A.12) et (A.14) ne signifie pas strictement une addition mathématique mais un opérateur d'assemblage d'éléments finis pour former des vecteurs ou bien des matrices globales (Hughes 1987).

## Solution itérative

Après ces discrétisations, la solution du problème (A.1) est disponible sous une forme itérative. On précise l'algorithme dans un intervalle typique  $[t_n, t_{n+1}]$  en supposant que les fonctions  $b(x, t)$ ,  $\bar{\sigma}(t)$  et  $\epsilon_0(t)$  soient connus.

- (a) Supposons qu'à l'instant  $t_n$ , la contrainte  $\sigma(x, t)_n$ , le déplacement  $u(x, t)_n$ , donc les déplacements aux noeuds  $\bar{\mathbf{u}}_n$ , soient connus, avec  $u_n, \sigma_n \Big|_{t_n=0}, \bar{\mathbf{u}}_n \Big|_{t_n=0}$  satisfaisant les conditions initiales dans (A.1)<sub>2,3</sub>.
- (b) Calculer les variations de sollicitation dans l'intervalle  $[t_n, t_{n+1}]$  pour chaque élément  $e$  sur chaque noeud  $i$ ,

$$\Delta b_n^{n+1} = b_{n+1} - b_n, \quad \Delta \bar{\sigma}_n^{n+1} = \bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n, \quad \Delta \epsilon_0^{n+1} = \epsilon_0^{n+1} - \epsilon_0^n \quad (\text{A.15})$$

- (c) Calculer et assembler, d'après (A.12) et (A.14), les vecteurs globaux  $\Delta_n^{n+1} \mathbf{F}^{ext}$  et  $\Delta_n^{n+1} \mathbf{F}_0$ , qui détermine les incréments de déplacements aux noeuds  $\Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}}$  d'après (A.13).
- (d) Mettre à jour des déplacements aux noeuds,

$$\bar{\mathbf{u}}_{n+1} = \bar{\mathbf{u}}_n + \Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}} \quad (\text{A.16})$$

et la contrainte et la déformation au niveau d'élément,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_n^{n+1} u^e = \sum_{i=1}^m N_i \Delta_n^{n+1} \bar{u}_i^e \\ \Delta_n^{n+1} \epsilon^e = \sum_{i=1}^m B_i \Delta_n^{n+1} \bar{u}_i^e \\ \Delta_n^{n+1} \sigma^e = E \sum_{i=1}^m \left( B_i \Delta_n^{n+1} \bar{u}_i^e - \Delta_n^{n+1} \epsilon_0^i \right) \end{array} \right. \quad (\text{A.17})$$

et donc,

$$\Delta \epsilon_n^{n+1} = \epsilon_n + \Delta \epsilon_n^{n+1}, \quad \Delta \sigma_n^{n+1} = \sigma_n + \Delta \sigma_n^{n+1} \quad (\text{A.18})$$

- (e)  $n \rightarrow n + 1$  revenir à (b) jusqu'à  $t_{n+1} = T$ .

# Chimico-élasticité simple

La solution itérative du modèle chimico-élastique simple est de substituer la déformation initiale dans (A.2) par un gonflement chimico-mécanique  $\epsilon_0 = \beta\xi$ . L'avancement chimique  $\xi$  est gouverné par la loi cinétique, i.e.  $t_c \dot{\xi} = 1 - \xi$ , dans lesquelles deux temps caractéristiques  $\tau_c, \tau_L$  sont identifiés par les essais du matériau, dépendants de la température et l'humidité ambiantes.

L'implantation numérique de ce modèle n'intervient que dans (A.15)<sub>3</sub> de l'algorithme en précisant le calcul de la contribution de déformation chimico-mécanique dans l'intervalle  $[t_n, t_{n+1}]$ . Pour assurer la précision de convergence, on adopte une sous-itération dans cet intervalle afin de calculer  $\epsilon_0^{n+1}$  à partir de  $\epsilon_0^n$ . En supposant que la température  $\theta$  et l'humidité  $h$  sont déjà connues aux instants  $t_n$  et  $t_{n+1}$ , on propose un sous-algorithme à intégrer à l'étape (b).

## Sous-algorithme de calcul du gonflement chimique

(b-i) Diviser l'intervalle  $[t_n, t_{n+1}]$  en  $N_s$  sous-intervalles  $[t_n^i, t_n^{i+1}]$  avec un ordre<sup>3</sup>

$$\Delta t_n^{i+1} = t_n^{i+1} - t_n^i \sim 0,01\tau_c^0 \quad (\text{A.19})$$

avec

$$t_n^i = t_n \Big|_{i=0}, \quad t_n^{i+1} = t_{n+1} \Big|_{i=N_s} \quad (\text{A.20})$$

et

$$\Delta \epsilon_0^{n+1(i=0)} = 0 \quad (\text{A.21})$$

(b-ii) Pour un sous-intervalle typique  $[t_n^i, t_n^{i+1}]$ , supposons qu'à l'instant  $t_n^i$ , l'avancement chimique  $\xi_n^i$  soit connu et les paramètres  $(\beta, \tau_c, \tau_L)$  puissent être calculés à travers les fonctions de corrélation hydrique et thermique avec  $\theta_n^{i+1}, h_n^{i+1}$  connues pour l'instant  $t_n^{i+1}$ . L'avancement chimique  $\xi_n^{i+1}$  peut donc être calculé par un schéma d'Euler d'arrière,

$$\xi_n^{i+1,(k+1)} = \xi_n^i + \frac{\Delta t_n^{i+1}}{t_c(\xi_n^{i+1,(k)}, \theta_n^{i+1}, h_n^{i+1})} (1 - \xi_n^{i+1,(k)}) \quad (\text{A.22})$$

---

3. Cet ordre de pas de temps est le résultat des essais numériques.



avec

$$\xi_n^{i+1,(0)} = \xi_n^i \quad \text{et} \quad \xi_n^0 = \xi_n \quad (\text{A.23})$$

(b-iii)  $k \rightarrow k + 1$ , faire l'itération de (A.22) jusqu'à

$$\left| \frac{\xi_n^{i+1,(k+1)} - \xi_n^{i+1,(k)}}{\xi_n^{i+1,(k+1)}} \right| \leq \eta_b \quad (\text{A.24})$$

où  $\eta_b$  est une tolérance de convergence, présumée à  $10^{-3}$ . Donc,

$$\begin{cases} \Delta \Delta_i^{i+1} \xi_n = \xi_n^{i+1,(k+1)} - \xi_n^i \\ \Delta \Delta_i^{i+1} \epsilon_0^n = \beta_n^{i+1} \Delta \Delta_i^{i+1} \xi_n \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

(b-iv) Mettre à jour la déformation chimico-mécanique cumulée,

$$\Delta_n^{n+1} \epsilon_0^{i+1} = \Delta_n^{n+1} \epsilon_0^i + \Delta \Delta_i^{i+1} \epsilon_0^n \quad (\text{A.26})$$

et  $i \rightarrow i + 1$  revenir à  $(b - ii)$ , jusqu'à  $i + 1 = N_s$ .

## Chimico-élasticité vieillissante

La numérisation du modèle chimico-élastique vieillissant ne diffère de celle du modèle globalisé que par le calcul de l'incrémental de déformation chimique  $\Delta_n^{n+1} \epsilon_0$  sur un intervalle de solution itérative  $[t_n, t_{n+1}]$ . On suppose que la température  $\theta$  et l'humidité  $h$  sont disponible durant la période  $[0, T]$ . Comme pour le modèle simple, un sous-algorithme est proposé avec cet intervalle divisé en  $N_s$  sous-intervalles.

(b-i) Diviser l'intervalle  $[t_n, t_{n+1}]$  en  $N_s$  sous-intervalles  $[t_n^i, t_n^{i+1}]$  tel que :

$$\begin{cases} \Delta \Delta_i^{i+1} t = t_n^{i+1} - t_n^i \sim 0,01 \tau_r^0 \\ t_n^i = t_n \Big|_{i=0}, \quad t_n^{i+1} = t_{n+1} \Big|_{i=N_s} \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

avec l'avancement de formation de gel "sec"  $\xi_n$ , le volume de gel formé  $(\pi M)_n$  et la déformation chimique  $\epsilon_0^n$  connus. Les valeurs initiales d'incrémental du volume du gel sec formé et du gonflement chimique sont mis à zéro,

$$\Delta_n^{n+1}(\pi M)^{(i=0)} = 0, \quad \Delta_n^{n+1}\epsilon_0^{(i=0)} = 0 \quad (\text{A.28})$$

(b-ii) Pour un sous-intervalle typique  $[t_n^i, t_n^{i+1}]$ , le temps caractéristique  $t_c$  peut être calculé à travers les fonctions de corrélation identifiées avec  $\theta_n^{i+1}, h_n^{i+1}$  connues pour l'instant  $t_n^{i+1}$ . Par un schéma d'Euler d'arrière l'avancement chimique  $\xi_n^{i+1}$  s'écrit,

$$\begin{cases} \xi_n^{i+1,(k+1)} = \xi_n^i + \frac{\Delta \Delta_n^{n+1} t}{t_c(\theta_n^{i+1}, h_n^{i+1})} (1 - \xi_n^{i+1,(k)}) \\ \xi_n^{i+1,(0)} = \xi_n^i \quad \text{et} \quad \xi_n^0 = \xi_n \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

(b-iii)  $k \rightarrow k + 1$ , faire l'itération de (A.29) jusqu'à

$$\left| \frac{\xi_n^{i+1,(k+1)} - \xi_n^{i+1,(k)}}{\xi_n^{i+1,(k+1)}} \right| \leq \eta_b \quad (\text{A.30})$$

et l'incrément de l'avancement chimique est ainsi calculé,

$$\Delta \Delta_i^{i+1} \xi_n = \xi_n^{i+1,(k+1)} - \xi_n^i \quad (\text{A.31})$$

Alors l'incrément du volume du gel formé résultant s'écrit sous la forme suivante,

$$\Delta \Delta_i^{i+1}(\pi M)_n = (\pi M) (1 - \xi_n^{i+1,(k+1)})^{\frac{t_c(\theta_n^{i+1}, h_n^{i+1})}{t_a}} \Delta \Delta_i^{i+1} \xi_n \quad (\text{A.32})$$

Les volumes de gel formé accumulés jusqu'à l'instant  $t_n^{i+1}$  sont donc,

$$\begin{cases} \Delta_n^{n+1}(\pi M)^{i+1} = \Delta_n^{n+1}(\pi M)^i + \Delta \Delta_i^{i+1}(\pi M)_n \\ (\pi M)_n^{i+1} = (\pi M)_n + \Delta_n^{n+1}(\pi M)^{i+1} \end{cases} \quad (\text{A.33})$$

(b-iv) Mettre à jour la déformation chimico-mécanique accumulée,

$$\Delta_n^{n+1} \epsilon_0^{i+1} = \Delta_n^{n+1} \epsilon_0^i + \begin{cases} 0 & \text{si } (\pi M)_n^{i+1} \leq \pi \phi_0 \\ \Delta \Delta_i^{i+1} (\pi M)_n & \text{si } (\pi M)_n^{i+1} > \pi \phi_0 \end{cases} \quad (\text{A.34})$$

et  $i \rightarrow i + 1$ , revenir à l'étape (b-ii) jusqu'à  $i + 1 = N_s$ .

# Annexe B

## Solution EF de la chimico-plasticité

### Solution EF générale pour un milieu élasto-plastique

Le problème de *valeur de frontière* pour un milieu élastoplastique reste le même que celui d'un milieu élastique, cf. Eq. (A.1), sauf que la relation constitutive entre la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\epsilon$  n'est plus linéaire comme (A.2) mais précisée par une description complète d'élastoplasticité<sup>1</sup>.

#### Equations constitutives

$$\begin{cases} \sigma = E(\epsilon - \epsilon_p) \\ q = -D\chi \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

avec  $(q, \chi)$  étant la force et la variable d'écroissage respectivement,  $\epsilon_p$  pour la déformation irréversible, i.e. plastique, dans le milieu et  $D$  pour le module d'écroissage.

#### Critère de plasticité

$$\mathbf{E}_\sigma = \{(\sigma, q) \in R \times R \mid f(\sigma, q) \leq 0\} \quad (\text{B.2})$$

---

1. Pour simplifier, la contrainte et la déformation sont présentées sous la forme 1D au lieu de celle de tenseur. L'application 3D de l'algorithme est évidente avec l'adoption de la notion de tenseur.

## Règles d'écoulement

$$\begin{cases} d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ d\chi = d\lambda \frac{\partial f}{\partial q} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

## Conditions de Kuhn-Tucher

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad f(\sigma, q) \leq 0, \quad \dot{\lambda} f(\sigma, q) = 0 \quad (\text{B.4})$$

## Condition de consistance

$$\dot{\lambda} \dot{f}(\sigma, q) = 0 \quad (\text{B.5})$$

Quant à la solution via la méthode d'éléments finis dans un intervalle typique  $[t_n, t_{n+1}]$ , les itérations concernées pour ce problème peuvent être traitées en deux niveaux: le niveau d'élément et celui d'un point d'intégration, i.e. *point de Gauss*, dans un élément.

## Niveau d'élément: Méthode newtonienne classique

Prenons la même discrétisation temporelle et spatiale que le cas élastique. Dans un intervalle typique  $[t_n, t_{n+1}]$ , supposons que les chargements extérieurs sont disponibles explicitement,

$$b_{n+1} = b_n + \Delta b_n^{n+1}, \quad \bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\sigma}_n + \Delta \bar{\sigma}_n^{n+1} \quad (\text{B.6})$$

Au lieu de résoudre  $\Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}}$  directement par (A.13), la mise à jour des déplacements aux noeuds se traduit par une procédure itérative,

Trouver  $\Delta_n^{n+1} u(x) \in \mathbf{V}$ , si bien que le déplacement mis à jour  $u_{n+1} = u_n + \Delta u(x)$ , les variables internes mises à jour  $(\epsilon_{n+1}^p, q_{n+1})$  et la contrainte  $\sigma_{n+1}$  arrivent à obéir,

$$\mathbf{F}^{int}(\sigma_{n+1}) - \mathbf{F}_{n+1}^{ext} = \mathbf{0} \quad (\text{B.7})$$

et les équations (B.1)-(B.5).

Cette procédure s'écrit sous une forme itérative comme suit,

- (a) Initialisation  $k = 0$ ,  $\bar{\mathbf{u}}_{n+1}^0 = \bar{\mathbf{u}}_n$  et <sup>2</sup>

$$\mathbf{K}_{n+1}^0 = \mathbf{K}_n = \sum_{e=1}^N \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T \frac{\partial \sigma_n}{\partial \epsilon_n} \mathbf{B} ds \quad (\text{B.8})$$

- (b) Calculer l'incrément des déplacement aux noeuds,

$$\begin{cases} \Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}}^{(k)} = -\mathbf{K}_{n+1}^{(k)} \cdot [\mathbf{F}^{int}(\sigma_{n+1}^{(k)}) - \mathbf{F}_{n+1}^{ext}] \\ \bar{\mathbf{u}}_{n+1}^{(k)} = \bar{\mathbf{u}}_n^{(k)} + \Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}}^{(k)} \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

et donc les déformations pour chaque élément  $\mathcal{B}_e$ ,

$$\epsilon_{n+1}^{(k)} \Big|_{\mathcal{B}_e} = \mathbf{B} \cdot \Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}}^{(k)} \quad (\text{B.10})$$

- (c) Mettre à jour des variables internes ( $\epsilon_{n+1}$ ,  $q_{n+1}$ ,  $\sigma_{n+1}$ ) au niveau des points d'intégration pour chaque élément, qui est à précisé par l'agorithme au niveau d'un point d'intégration.
- (d) Evaluer  $\mathbf{f}_{n+1}^{int}(\sigma_{n+1})$  d'après (A.8)<sub>1</sub> et assembler  $\mathbf{F}_{n+1}^{int}$ .
- (e) Vérifier

$$\left| \mathbf{F}^{int}(\sigma_{n+1}) - \mathbf{F}_{n+1}^{ext} \right| < TOL \quad (\text{B.11})$$

Si oui,  $\sigma_{n+1}^{(k)}$  et  $\Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{u}}^{(k)}$  sont les solutions, sinon continuer.

- (f) Re-évaluer le module tangent  $\mathbf{K}_{n+1}^{(k)}$ ,

$$\mathbf{K}_{n+1}^{(k)} = \sum_{e=1}^N \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T \frac{\partial \sigma_{n+1}^{(k)}}{\partial \epsilon_{n+1}^{(k)}} \mathbf{B} ds \quad (\text{B.12})$$

$k \rightarrow k + 1$ , aller à (b).

---

2. L'expression précise de  $\mathbf{K}_{n+1}$  est fournie par Simo et Hughes (1986).

## Niveau d'un point d'intégration

Il s'agit de préciser l'étape (c) dans l'algorithme avec une méthode newtonienne, mettant à jour sur un point d'intégration des variables  $(\epsilon_{n+1}^p, q_{n+1}, \sigma_{n+1})$ <sup>3</sup>. Supposant que ces variables  $(\epsilon_n^p, q_n)$  sont connus à l'instant  $t = t_n$  et une estimation de déformation totale  $\epsilon_{n+1}$  est acquise. Une estimation élastique de  $\sigma_{n+1}$  s'écrit,

$$\sigma_{n+1}^{trial} = E(\epsilon_{n+1} - \epsilon_n^p) \quad (\text{B.13})$$

en supposant que pendant cet intervalle aucune déformation plastique n'a lieu. A partir de cette estimation, la solution des variables à l'instant  $t = t_{n+1}$  se traduit par le problème en terme de l'incrément du multiplier plastique  $\Delta\lambda_n^{n+1}$ <sup>4</sup>,

Trouver un  $\Delta\lambda_n^{n+1} \in \mathbf{R}$ , si bien que

$$\bar{f}(\Delta\lambda) = f(\sigma(\Delta\lambda), q(\Delta\lambda)) = 0 \quad (\text{B.14})$$

avec des relations,

$$\begin{cases} \frac{d\sigma}{d\lambda} = E \partial_\sigma f(\sigma(\Delta\lambda), q(\Delta\lambda)) \\ \frac{dq}{d\lambda} = D \partial_q f(\sigma(\Delta\lambda), q(\Delta\lambda)) \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

et une condition initiale,

$$\left. \left\{ \sigma(\Delta\lambda), q(\Delta\lambda) \right\} \right|_{\Delta\lambda=0} = \left\{ \sigma_{n+1}^{trial}, q_n \right\} \quad (\text{B.16})$$

### Cutting plane algorithm

Pour le problème (B.14), (B.15) et (B.16), un algorithme simple, baptisé *Cutting Plane Algorithm* par Simo and Ortiz (1985) propose que,

(1) Le critère de développement de plasticité est bien,

$$f(\sigma_{n+1}^{trial}, q_n) > 0 \quad (\text{B.17})$$

---

3. ou bien  $(\epsilon_{n+1}^p, \chi_{n+1}, \sigma_{n+1})$ .

4. Pour simplifier,  $\Delta\lambda_n^{n+1}$  est désigné par  $\Delta\lambda$ .

- (2) Une forme de linéarisation de (B.14) est retenue pour résoudre  $\Delta\lambda$  comme la suivante,

$$f(\sigma_{n+1}, q_{n+1}) - \Delta\lambda (\partial_\sigma f E \partial_\sigma f + \partial_q f D \partial_q f) = 0 \quad (\text{B.18})$$

- (3) Mettre à jour des variables par les règles d'écoulement de (B.3).

Par cette démarche, la solution sur un intervalle typique  $[t_n, t_{n+1}]$  peut s'effectuer comme suit,

- (c-i) Calculer un état d'essai élastique  $\sigma_{n+1}^{trial}$  par (B.13), si  $f_{n+1}^{trial} < 0$ ,

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial}, \quad \epsilon_{n+1}^p = \epsilon_n^p \quad q_{n+1} = q_n \quad (\text{B.19})$$

aller au prochain intervalle temporel, sinon continuer.

- (c-ii) Initialisation de l'iteration,  $k = 0, \epsilon_p^{n+1,0} = \epsilon_p^n$  et  $q_{n+1} = q_n$ .

- (c-iii) Calculer les contrainte et le critère de plasticité,

$$\begin{cases} \sigma_{n+1}^{(k)} = E (\epsilon_{n+1} - \epsilon_{n+1}^{p,(k)}) \\ f_{n+1}^{(k)} = f(\sigma_{n+1}^{(k)}, q_{n+1}^{(k)}) \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

Si  $f_{n+1}^{(k)} < TOL$  stopper, sinon continuer.

- (c-iv) Calculer le sous-incrément du multiplicateur plastique  $\Delta\Delta^{(k)}\lambda_n^{n+1}$ ,

$$\Delta\Delta^{(k)}\lambda = \frac{f_{n+1}^{(k)}}{\partial_\sigma f_{n+1}^{(k)} E \partial_\sigma f_{n+1}^{(k)} + \partial_q f_{n+1}^{(k)} D \partial_q f_{n+1}^{(k)}} \quad (\text{B.21})$$

- (c-v) Mettre à jours des variables,

$$\begin{cases} \epsilon_{n+1}^{p,(k+1)} = \epsilon_{n+1}^{p,(k)} + \Delta\Delta^{(k)}\lambda \partial_\sigma f_{n+1}^{(k)} \\ q_{n+1}^{(k+1)} = q_{n+1}^{(k)} - \Delta\Delta^{(k)}\lambda D \partial_q f_{n+1}^{(k)} \\ \Delta\lambda_{n+1}^{(k+1)} = \Delta\lambda_{n+1}^{(k)} + \Delta\Delta^{(k)}\lambda \end{cases} \quad (\text{B.22})$$



$k \rightarrow k + 1$ , aller à (c-iii).

## Chimico-plasticité induite

Quant à la modélisation de chimico-plasticité induite, l'algorithme de *cutting plane* s'y adapte avec des considération de l'existence d'une déformation chimico-mécanique, qui n'intervient que dans l'équation constitutive (B.1)<sub>1</sub> par une déformation chimique. On suppose qu'à l'instant  $t = t_n$  la déformation chimique  $\epsilon_n$  est déjà connue. L'intervention dans l'algorithme ne se trouve en fait que dans l'évaluation de contrainte  $\sigma$ <sup>5</sup>,

(c-i) Pour évaluer  $f_{n+1}^{trial}$ , calculer  $\sigma_{n+1}^{trial}$  par

$$\begin{cases} \sigma_{n+1}^{trial} = E (\epsilon_{n+1} - \epsilon_n^p - \epsilon_0^{n+1}) \\ \epsilon_0^{n+1} = \epsilon_0^n + \Delta_n^{n+1} \epsilon_0 \end{cases} \quad (\text{B.23})$$

avec  $\Delta_n^{n+1} \epsilon_0$  calculé par l'algorithme (A.19)-(A.26) ou bien (A.27)-(A.34), et la déformation chimique  $\epsilon_0^n$  connue.

(c-ii) ...

(c-iii) Evaluer la contrainte  $\sigma_{n+1}^{(k)}$  par,

$$\sigma_{n+1}^{(k)} = E (\epsilon_{n+1} - \epsilon_{n+1}^{p,(k)} - \epsilon_0^{n+1}) \quad (\text{B.24})$$

(c-iv) ...

(c-v) ...

## Chimico-plasticité couplée

Différemment à la chimico-plasticité imposé, la modélisation de chimico-plasticité garde l'équation constitutive (B.1)<sub>1</sub> et fait coupler la déformation chimique, i.e. l'avancement chimique  $\xi$ <sup>6</sup>, dans la force d'écroutissage,

$$q = q(\chi, \xi) \quad (\text{B.25})$$

---

5. La répétition de l'algorithme est omise, seul l'adaptation est précisée.

6. Pour le cas de vieillissement, la formulation reste la même.

D'après l'algorithme de *cutting plane*, la force d'érouissage  $q$  est précisée par deux variables  $(\chi, \xi)$ . Supposant qu'à l'instant  $t_n$  les variables connues sont  $(\epsilon_n^p, \chi_n, \xi_n)$  et la déformation totale  $\epsilon_{n+1}$  à  $t_{n+1}$ . L'adaptation de *cutting plane* algorithme est,

(c-i) Sous-algorithme (A.19)-(A.26) pour calculer l'incrément de déformation chimique  $\Delta_n^{n+1}\epsilon_0$ ,

$$\epsilon_0^{n+1} = \epsilon_0^n + \Delta_n^{n+1}\epsilon_0 \quad (\text{B.26})$$

avec  $\epsilon_0^n$  connue à  $t = t_n$ . Comme  $\sigma_{n+1}^{trial}$ , une estimation chimico-élastique est d'abord présumée à  $q(\chi, \xi)$ ,

$$q_{n+1}^{trial} = q(\chi_n, \xi_{n+1}) \quad (\text{B.27})$$

avec laquelle  $f_{n+1}^{trial}$  est évaluée par

$$f_{n+1}^{trial} = f(\sigma_{n+1}^{trial}, q_{n+1}^{trial}) \quad (\text{B.28})$$

(c-ii) Initialisation  $k = 0$  et  $q_{n+1}^{(k)} = q_{n+1}^{trial}$ .

(c-iii) Evaluer le critère  $f_{n+1}^{(k)}$  par,

$$f_{n+1}^{(k)} = f(\sigma_{n+1}^{(k)}, q(\chi_{n+1}^{(k)}, \xi_{n+1})) \quad (\text{B.29})$$

(c-iv) ...

(c-v) Mettre à jours des variables,

$$\chi_{n+1}^{(k+1)} = \chi_{n+1}^{(k)} - \Delta\Delta^{(k)}\lambda\partial_q f_{n+1}^{(k)} \quad (\text{B.30})$$



# Annexe C

## Solution EF du transport hydrique dans béton

Dans notre modélisation de transport hydrique en terme d'humidité relative, l'équation de transport s'écrit sous la forme,

$$\begin{cases} C(h)\frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}[K(h)\text{grad}(h)] \\ h(x) = \bar{h}(x), x \in \partial_h \mathcal{B} \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

avec  $\partial_h \mathcal{B}$  signifiant la frontière avec l'humidité désignée. Un problème auxiliaire consiste à adopter un champs virtuel  $v(x, t)$ ,

$$\mathbf{H} = \{v : \mathcal{B} \rightarrow \mathbf{R} \mid v|_{\partial_h \mathcal{B}} = 0\} \quad (\text{C.2})$$

avec lequel le problème original, (C.1), se traduit<sup>1</sup> par la recherche d'un champs  $h(x, t)$  avec  $h|_{\partial_h \mathcal{B}} = \bar{h}$  telle que,  $\forall v \in \mathbf{H}$

$$\int_{\mathcal{B}} C(h)\frac{\partial h}{\partial t} v \, d\Omega = \int_{\mathcal{B}} K(h)\mathbf{grad}(h) \cdot \mathbf{grad}(v) \, d\Omega \quad (\text{C.3})$$

### Discrétisation spatiale

Le domaine  $\mathcal{B}$  est discrétisé par des sous-domaines, i.e. des éléments,  $\mathcal{B}_e$ . Des fonctions d'interpolation  $N_i(x)$  servent à décrire des valeurs  $h^e, v^e(x)$  dans un sous-domaine à partir de ses valeurs aux noeuds  $\bar{h}_i, \bar{v}_i$ ,

---

1. La formulation mathématique est précisé par Piau (1991).

$$v^e(x) = \sum_{i=1}^m N_i(x) \bar{v}_i, \quad h^e(x) = \sum_{i=1}^m N_i(x) \bar{h}_i \quad (\text{C.4})$$

Remplacer cette discrétisation dans (C.3) nous donne,

$$\mathbf{C}^e \cdot \dot{\bar{\mathbf{h}}}^e = \mathbf{K}^e \cdot \bar{\mathbf{h}}^e \quad (\text{C.5})$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{K}^e = \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{B}^T K(h^e) \mathbf{B} ds, \quad \mathbf{B} = \text{grad} \mathbf{N} \\ \mathbf{C}^e = \int_{\mathcal{B}_e} \mathbf{N}^T C(h^e) \mathbf{N} ds \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Assembler (C.5) des tous les sous-domaines, on a :

$$\begin{cases} \mathbf{C} \cdot \dot{\bar{\mathbf{h}}} = \mathbf{K} \cdot \bar{\mathbf{h}} \\ \mathbf{C} = \sum_{e=1}^N \mathbf{C}^e, \quad \mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{K}^e \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

## Discrétisation temporelle

Dans la dimension temporelle, le problème se traduit à travers (C.7) par la recherche de  $\bar{\mathbf{h}}(t)$  dans  $[0, T]$  tel que,

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{h}} = \bar{\mathbf{h}}_0 & t = 0 \\ \mathbf{C}(\bar{\mathbf{h}}) \cdot \dot{\bar{\mathbf{h}}} = \mathbf{K}(\bar{\mathbf{h}}) \cdot \bar{\mathbf{h}} & t > 0 \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Un schéma de *point fixe* consiste à discrétiser (C.8)<sub>2</sub> dans un intervalle typique  $[t_n, t_{n+1}]$  sous la forme suivante,

$$\mathbf{C}(\bar{\mathbf{h}}_n) \cdot \Delta \bar{\mathbf{h}}_n^{n+1} = \mathbf{K}(\bar{\mathbf{h}}_n) \cdot \bar{\mathbf{h}}_n \Delta t_n^{n+1} \quad (\text{C.9})$$

## Solution itérative

(a) Initialisation  $n = 0$ ,  $\bar{\mathbf{h}}(n) = \bar{\mathbf{h}}_0$ .

(b) Calculer  $\mathbf{C}(\bar{\mathbf{h}}_n)$ ,  $\mathbf{K}(\bar{\mathbf{h}}_n)$  d'après (C.6) et (C.7)<sub>2</sub> et

$$\bar{\mathbf{h}}_{n+1}^0 = \bar{\mathbf{h}}_n \quad (\text{C.10})$$

(c) Résoudre l'incrément des humidités aux noeuds  $\Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{h}}^i$  d'après,

$$\Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{h}}^i = \mathbf{C}(\bar{\mathbf{h}}_{n+1}^{i-1})^{-1} \mathbf{K}(\bar{\mathbf{h}}_{n+1}^{i-1}) \cdot \bar{\mathbf{h}}_{n+1}^{i-1} \Delta t_n^{n+1} \quad (\text{C.11})$$

(d) Mettre à jour des humidités aux noeuds,

$$\bar{\mathbf{h}}_{n+1}^i = \bar{\mathbf{h}}_{n+1}^{i-1} + \Delta_n^{n+1} \bar{\mathbf{h}}^i \quad (\text{C.12})$$

(e) Si  $\left| \bar{\mathbf{h}}_{n+1}^i \right| < TOL$ ,

$$\bar{\mathbf{h}}_{n+1} = \bar{\mathbf{h}}_{n+1}^i \quad (\text{C.13})$$

$n \rightarrow n + 1$  aller à (b), sinon  $i \rightarrow i + 1$  aller à (c).



# Bibliographie

- ASTM. (1994). "Standard test for potential alkali reactivity of aggregate (mortar-bar, method)", *C 1260-94*, Philadelphia, U.S.
- Atkins, P. W. (1994). *Physical Chemistry*, 5th edition, Oxford University Press, U.K.
- Baroghel-Bouny, V., Mainguy, M., Lassabatere, T., Coussy, O. (1999). "Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties of ordinary and high-performance cementitious materials", *Cement and Concrete Res.*, 29(8), 1225-1238.
- Ballivy, G., Khayat, K., Gravel, C., Houle, D. (2000). "Influence of reinforcement steel on the expansion of concrete affected by alkali-aggregate reaction", *Proc. 11th AAR Inter. Conf.*, Québec, Canada, 919-928.
- Baron, J., Olivier, J.-P. (1992). *La Durabilité des bétons*, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Bastien, G., Khelidj, A. (1995). "Propriétés thermophysiques d'un béton fraîchement coulé", *Bull. liaison Labo. P. et Ch.*, 200, 25-35.
- Bažant, Z.P., Najjar, L.N. (1972). "Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete", *Matériaux et Constructions*, 5(25), 3-20.
- Bažant, Z. P., Steffens, A. (2000). "Mathematical model for kinetics of alkali-silica reaction in concrete", *Cement and Concrete Res.*, 30(3), 419-428.
- Blanks, R. F. (1941). "Concrete deterioration at Park Dam", *Engrg. News.*, 126, 462-465.
- Bui, H. D., Tanaka, M. (1994). *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, Balkema, Rotterdam, Holland.
- Capra, B., Bournazel, J. P. (1998). "Modeling of induced mechanical effects of alkali-aggregate reactions", *Cement and Concrete Res.*, 28(2), 251-260.
- Carslaw, A. R., Jaeger, C. J. (1960). *Conduction of Heat in Solids*, Oxford and Clarendon, U.K.
- Chatterji, S., Christensen, P. (1990). "Studies of the Alkali-Silica Reaction: Part 7. Modeling of Expansion", *Cement and Concrete Res.*, 20, 285-290.
- Chatterji, S. (2000). "Some fundamental aspects of Alkali-Silica Reaction", *Proc., 11th AAR Inter. Conf.*, Québec, Canada, 21-29.
- Coussy, O. (1995). *Mechanics of Porous Continua*, Wiley, Chichester, U.K.
- Coussy, O., Ulm, F. J. (2001). "Elements of Durability Mechanics of Concrete Structu-



- res” *Proc, Creep, Shrinkage and Durability Mech. Concrete and Other Quasi-brittle Materials*, Edited by Ulm, Bažant and Wittmann, 393-409, Cambridge, U.S.
- CRIB. (2000). *Proceedings of 11th International Conference on Alkali-Aggregate Reaction in Concrete*, Edited by Bérubé, Fournier and Durand, Québec, Canada.
- Davie, J., Tripp, J. F., (1991). “Maentwrog dam - deterioration in the concrete fabric of a concrete gravity dam and related structural implications”, *Proc. 17th Inter. Cong. on Large Dams*, Vienna, Austria, 1023-1034.
- De Beauchamps, T., Goguel, B. (1992). “Gonflement et projet de confortement du barrage du Chambon”, *Proc., Inter. Conf. AAR. Hyro. Plants and Dams*, Fredricton, Canada, 1992.
- Dent Glaser, L. S., Kataoka, N. (1981a). “The chemistry of ‘alkali-aggregate’ reaction”, *Cement and Concrete Res.*, 11(1), 1-9.
- Dent Glaser, L. S., Kataoka, N. (1981b). “The chemistry of ‘alkali-aggregate’ reaction”, *Proc. 5th Inter. Conf. AAR*, Cape Town, South Africa, Paper 252/23.
- Diamond, S., Barneyback, R. S. Jr., Struble, L. J. (1981). “On the physics and chemistry of alkali-silica reactions”, *Proc., 5th AAR Inter. Conf.*, S252/22, 1-11
- Dron, R., Brivot, F. (1992). “Thermodynamic and kinetic approach to the alkali-aggregate reaction. Part 1: Concepts”. *Cement and Concrete Res.*, 22(5), 941-948.
- François, D., Zaoui, A. (1993). *Comportement Mécanique des Matériaux: Viscoplasticité, Endommagement, Mécanique de la Rupture, Mécanique de Contacte*, Edition Hermès, Paris.
- Furusawa, Y., Ohga, H. Uomoto, T. (1994). “An analytical study concerning prediction of concrete expansion due to alkali-silica reaction”, *Durability of Concrete: Third International Conference*, ACI SP 145-40, 757-778.
- Huang, M., Pietruszczak, S. (1999). “Modeling of thermomechanical effects of alkali-silica reaction”, *J. Engrg. Mech.*, 125(4), 476-485.
- Hughes, T.J.R. (1987). *The Finite Element Method*, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs, New Jersey, U.S.
- Jones, A. E. K., Clark, L. A. (1998). “The effects of ASR on the properties of concrete and the implications for assessment”, *Engrg. Struct.*, 20(9), 785-791.
- Larive C., Coussy, O. (1996). “Behavior of AAR-affected Concrete, Modeling”, *Proc., 10th AAR Int. Conf.*, Québec, Canada, 662-669.
- Larive, C. (1998). “Apports combinés de l’expérimentation et la modélisation à la compréhension de l’alcali-réaction et de ses effets mécaniques”, *Monograph LPC, 0A28*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- Larive, C. (1999). “Quand le béton se met à gonfler”, *La Recherche*, 319, 43-47.
- LCPC. (1994). “Recommandations pour la prévention des désordres dus à l’alcali-réaction”, *Monograph LCPC*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- LCPC. (1996). “CESAR-LCPC 3.2: Manuel Théorique”, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.

- LCPC. (1991). "Recommandations provisoires pour la prévention des désordres dus à l'alcali-réaction", Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- LCPC. (1999). "Manuel d'identification des réactions de dégradation interne du béton dans les ouvrages d'art", *Monograph LCPC*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- Leger, P., Tinawi, R., Mounzer, N. (1995). "Numerical simulation of concrete expansion in concrete dams affected by alkali-aggregate reaction: state-of-the-art", *Can. J. Civ. Eng.*, 22, 692-713.
- Léger, P., Côté, P., Tinawi, R. (1996). "Finite element analysis of concrete swelling due to alkali-aggregate reactions in dams", *Comput. Struct.*, 60(4), 601-611.
- Lemarchand, E., Dormieux, L. (2000). "A micromechanical approach to the modeling of swelling due to alkali-silica reaction", *Proc., 14th Engrg. Mech. Conf.*, Mai 2000, Austin (Texas), U.S.
- Lemarchand, E. (2001). "Contribution de la micromécanique à l'étude des phénomènes de transport et de couplage poromécanique dans les milieux poreux: Application aux phénomènes de gonflement des géomatériaux", *Thèse de Doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, mai, 2001, Paris.
- Le Roux, A., Thiebaut, J., Guédon, J. S., Wackenheim, C. (1999). "Pétrographie appliquée à l'alcali-réaction", *Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, OA 26, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- Li, K., Ulm, F. J., Coussy, O., Larive, C., Fan, L. (2000). "Chemoelastic modeling of alkali-silica reaction in concrete", *Proc., 11th AAR Int. Conf.*, Québec, Canada, 989-998.
- Li, K., Coussy, O. (2001). "Evaluation de l'état mécanique des ouvrages dégradés par la réaction alcali-silice", accepté par *Revue française de génie civil*.
- Li, K., Ulm, F.J., Coussy, O. (2001). "Durability assessment of ASR-induced structural concrete degradation by a consistent model-based diagnosis-prognosis methodology", *Proc, Creep, Shrinkage and Durability Mech. Concrete and Other Quasi-brittle Materials*, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Boston, U.S., 499-504.
- Li, K., Coussy, O. (2002a). "Concrete ASR degradation: from material modelling to structure assessment", *Concrete Science and Engineering*, 4, 35-46.
- Li, K., Coussy, O. (2002b). "Aging-Filling models of ASR expansion in concrete as a reactive porous material", *2nd Conf. Poromechanics*, 26-28, août, 2002, Grenoble, France.
- Li, K., Coussy, O. (2002c). "Numerical assessment of ASR-affected durability of concrete structures", *5th World Congr. Comput. Mech.*, 7-12 juillet, 2002, Vienna, Autria.
- Lombardi, J., Massard, P., and Perruchot, A. (1997). "Mesure expérimentale de la cinétique de formation d'un gel silico-calcique, produit de la réaction alcali-silice", *Cement and Concrete Res.*, 27(9), 1379-1391.
- LPC. (1993). "Essai de mise en évidence du gel d'alcali-réaction par fluorescence des ions uranyl", *Méthode d'Essai LPC*, 36, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- LPC. (1997a). "Alcali-réaction du béton: Essai d'expansion résiduelle sur béton durci

- (Alkali reaction: Residual expansion test on the hardened concrete)”, *Méthode d’Essai LPC*, 47, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- LPC. (1997b). “Détermination de l’indice de fissuration d’un parement de béton (Determination of cracking index on a concrete surface)”, *Méthode d’Essai LPC*, 44, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- Mahnken, M., Stein, E. (1996). “A unified approach for parameter identification of inelastic models in the frame of the finite element method”, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 136, 225-258.
- Mainguy, M. (1999). “Modélisation des transports isothermes en milieu poreux. Application au séchage des matériaux à base de ciment”, *Thèse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Paris.
- Mainguy, M., Coussy, O. (2000). “Propagation fronts during calcium leaching and chloride penetration”, *J. Engrg. Mech., ACSE*, 126(3), 250-260.
- Mainguy, M., Coussy, O., Baroghel-Bouny, V. (2001). “Role of air pressure in drying of weakly permeable materials”, *J. Engrg. Mech.*, 127(6), 582-592.
- Meissner, H. S. (1941). “Cracking in concrete due to expansion reaction between aggregate and high-alkali cement as evidenced in Paker Dam”, *Proc., Am. Conc. Inst.*, 37, 549-568.
- Moranville, M. (1997). “Modeling of Expansion Induced by ASR - New Approaches”, *Cement and Concrete Comp.*, 19, 415-425.
- Multon, S., Seignol, J.F., Toutlemonde, F. (2003). “Large-Scale experiments on ASR”, *Proc. 6th CANMET/ACI Int. Conf. Durability of Concrete*, June 1-7, Thessaloniki, Greece, communication acceptée.
- Multon, S. (2003). “Évaluation expérimentale et théorique des effets mécaniques de l’alcali-réaction sur des structure de chaussées”, *Thèse de doctorat à l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Paris, soutenue en 2003.
- Pavoine, A. (2002). “Évaluation du potentiel de réactivité des bétons”, *Thèse de doctorat à l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Paris, soutenue en 2002.
- Peterson, M. G., Ulm, F. J. (2000). “Chemoplasticity of the Alkali-Silica Reaction in Concrete: Modeling of Stress-Induced Anisotropy”, *CEE Report*, R00-02, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, U.S.
- Philip, J.R. (1958). “Physics of water mouvement in porous solids”, *Spec. Rep. No. 40*, Highway Research Board, Washington, D.C., 147-163.
- Pietrusczak, S. (1996). “On the mechanical behavior of concrete subjected to alkali-aggregate reactions”, *Comput. Struct.*, 58, 1093-1099.
- Power, T. C., Steinour H. H. (1955). “An interpretation of some published researches on the alkali-aggregate reaction: Part 1- The chemical reaction and mechanisms of expansion”, *J. American Concrete Institute Proc.*, 51, 497-516.
- RILEM Technical Committees. (2000). “Recommendations of RILEM TC 106-AAR: Alkali aggregate reaction”, *Materials and Structures*, 33(229), 283-293.

- Sellier, A., Capra, B. (1997). "Modélisations physico-chimique de la réaction alcali-granulat : apport au calcul des structures dégradées", *Revue française de génie civil*, 1(3), 445-481.
- Simo, J. C., Hughes, T. J. R. (1988). *Elastoplasticity and Viscoplasticity-Computational Aspects*, *Monograph de Illinois University*, Urbana, Illinois, U.S.
- Stanton, T. E. (1940). "Expansion of concrete through reaction between cement and aggregate", *Proc., ASCE*, 66, 1781-1811.
- Steffens, A., Li, K., Coussy, O. (2002). "An aging approach to water effect on ASR degradation of structures", accepted by *ASCE Engrg. Mech.*
- Swamy, R. N. (1992). *The alkali-aggregate reaction in concrete*, New York, U.S.
- Tanner, D.T. (1992). "The use of monitoring and finite element analyses in evaluating remedial measures at TVA's Hiwassee Dam", *Proc., Inter. Conf. AAR. Hyro. Plants and Dams*, Fredricton, Canada, 28 septembre - 2 octobre, 1992.
- Ulm, F.J., Coussy, O., Li, K., Larive, C. (2000). "Thermo-Chemo-Mechanics of ASR Expansion in Concrete Structures", *J. Engr. Mech.*, 126(3), 233-242.
- Ulm, F.-J., Coussy, O. (2001a). "What is a 'massive' early-age concrete structure? - Some dimensional arguments" *J. Eng. Mech.*, 2001.
- Ulm, F.-J., Coussy, O. (2001b). "Some length and time scales in durability mechanics of concrete structures", *Concrete Science and Engineering*, 3, 121-134.
- Van Genuchten, M. T. (1980). "A closed-form equation for predicting hydraulic conductivity of unsaturated soils", *American Journal of Soil Science Society*, 44, 892-898.
- Willam, K.-J., Warnke, E. P. (1975). "Constitutive Models for the Triaxial Behaviour of Concrete", *Proc., Int. Assoc. Bridge Struct. Eng.*, 19, 1-30.
- Xi, Y., Suwito, A., Meyer, C., Jin, W. (1999). "Testing and modeling of alkali-silica reaction and the associated expansion of concrete" in Pijaudier-Cabot, G., Bittnar, Z., Gérard, B. (Eds.) *Mechanics of Quasi-Brittle Materials and Structures*, Hermes Science Publications, Paris, 217-232.
- Yeh, C.H., Zipparro, V.J., Kaltsouni, M., Wagner, C., Niznik, J. (1993). "Fontana Emergency Spillway, case study.", *Inter. Works. on Dam Safety Evaluation*, Grindelwald, Switzerland, 26-28 avril, 1, 187-198.
- Zaoui, A. (1997). *Matériaux hétérogènes et composites*, Cours de l'Ecole Polytechnique.