



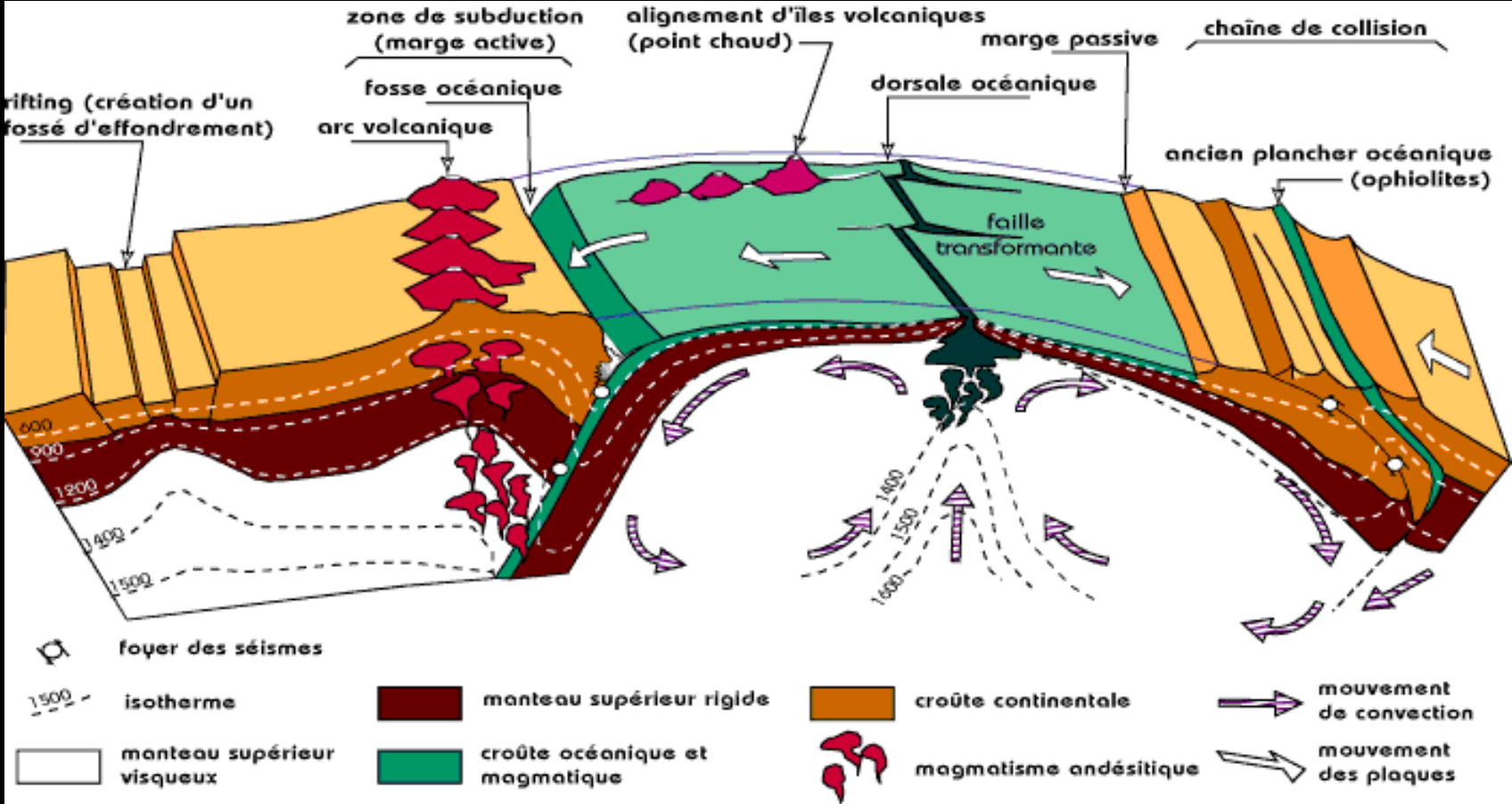
Le cycle de l'eau dans le manteau terrestre apport de la modélisation numérique

Guillaume RICHARD

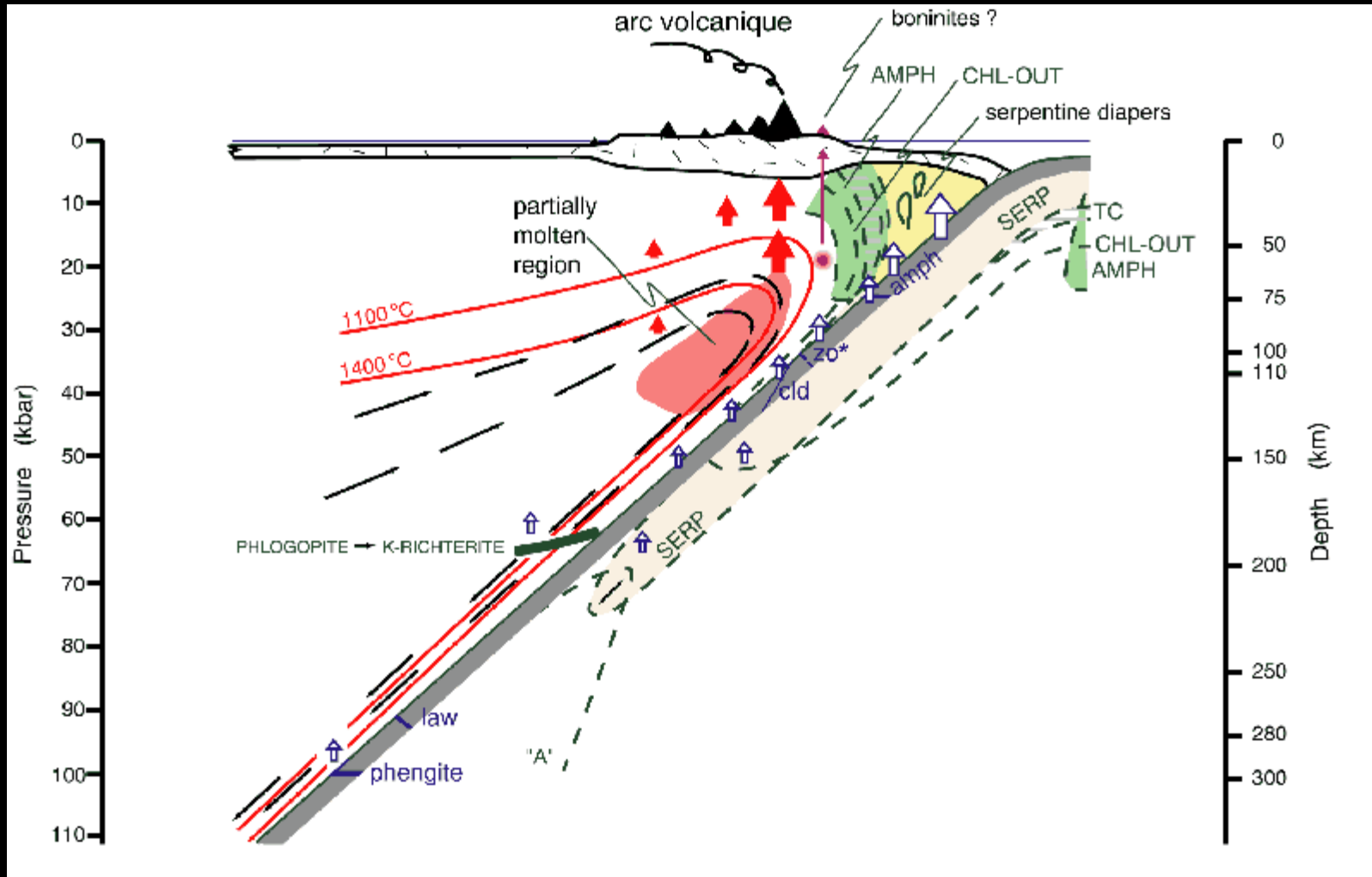
sous la direction de Marc MONNEREAU et Michel RABINOWICZ

Le 17 décembre 2003
Observatoire Midi-Pyrénées

Convection mantellique et tectonique des plaques



Zone de subduction : une porte d'entrée



D'après Schmidt & Poli, *Earth. Planet. Sci. Lett.*, 1998

Quelques effets de l'eau dans le manteau

- ❖ Sur la température de fusion
- ❖ Sur les changements de phases minéralogiques
- ❖ Sur l'élasticité
- ❖ Sur la viscosité
- ❖ Sur la rhéologie (water weakening)

Les différentes formes de l'eau dans le manteau⁵

❖ Dans les fluides

Molécule d'eau H₂O

Les différentes formes de l'eau dans le manteau⁵

- ❖ Dans les fluides

Molécule d'eau H₂O

- ❖ Dans les minéraux hydratés

Radicaux -OH

Les différentes formes de l'eau dans le manteau⁵

- ❖ Dans les fluides

Molécule d'eau H_2O

- ❖ Dans les minéraux hydratés

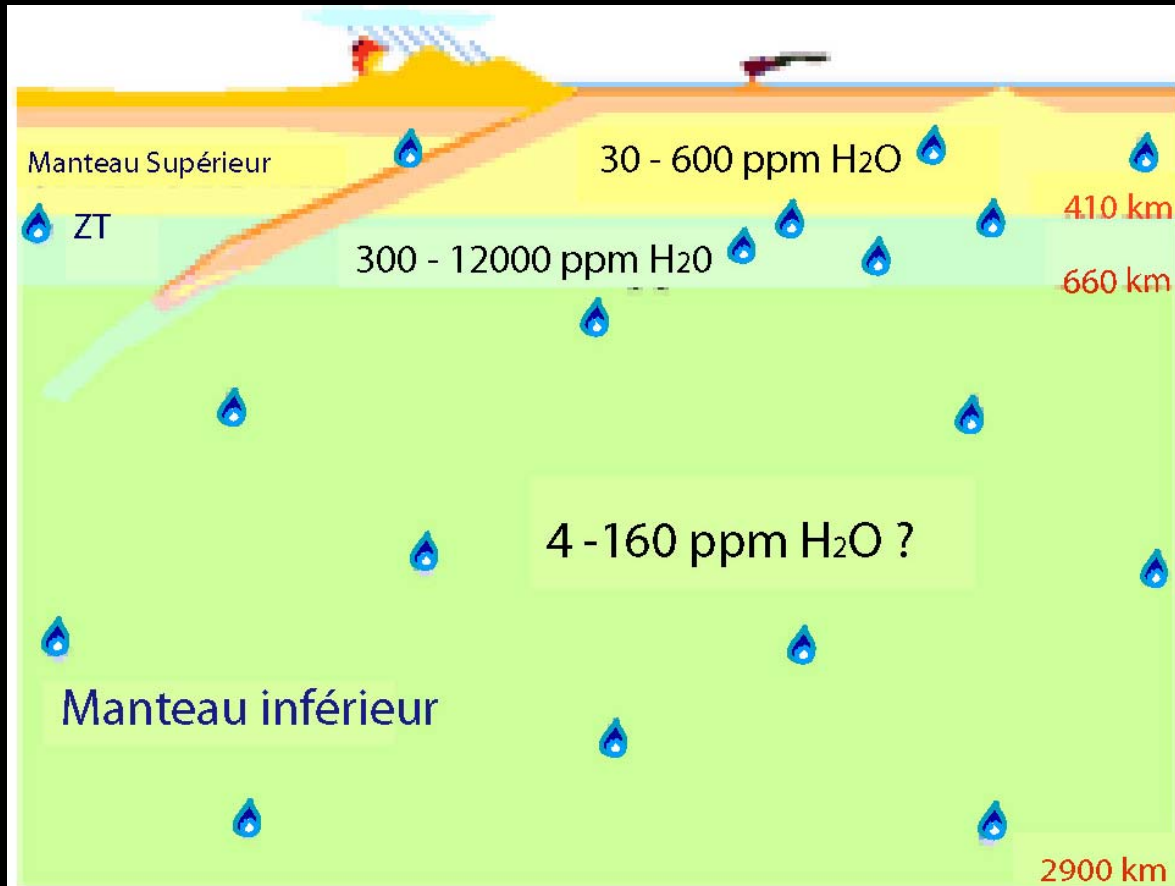
Radicaux $-OH$

- ❖ Dans les minéraux nominalement anhydres

Ion H^+

La solubilité de l'eau dans le manteau

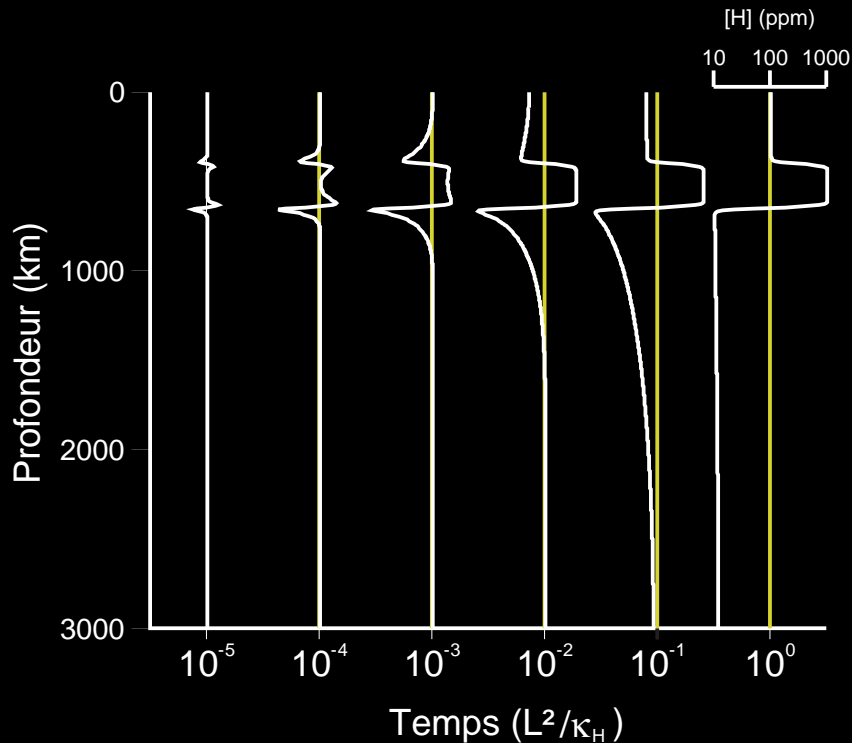
6



D'après site Internet HYDROSPEC

Problématique :
La carte de solubilité peut-elle être assimilée à une carte de concentration ?

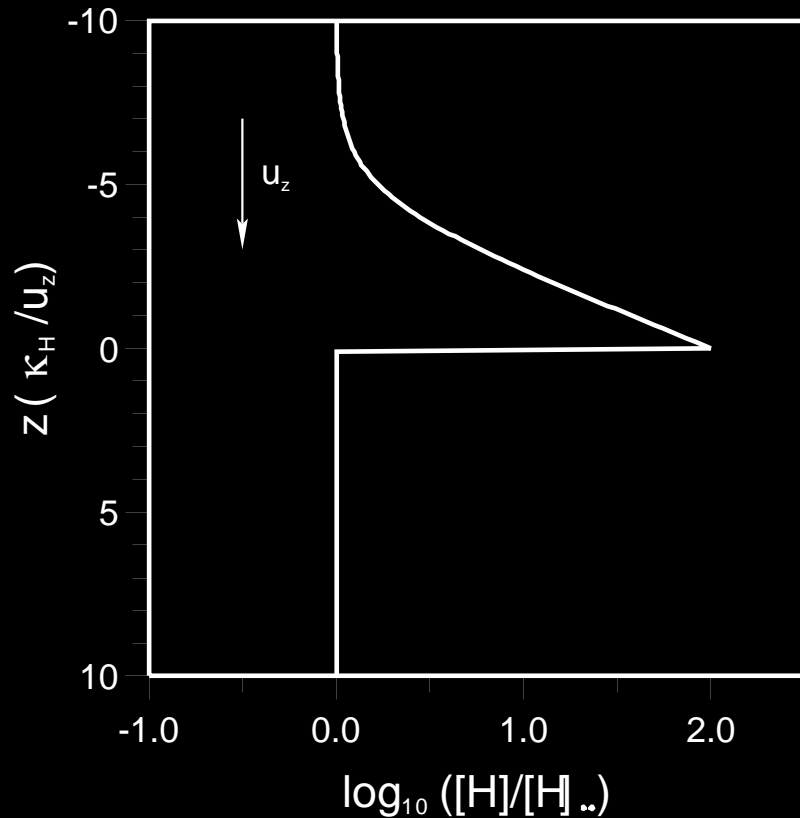
Influences des sauts de solubilité sur la distribution d'eau dans le manteau



Coefficients de partition de 10 et 100
 L Épaisseur du manteau (km)
 K_H Diffusivité de l'eau (m^2s^{-1})
 $[H]$ Concentration en eau (ppm)

La zone de transition : un réservoir vide ?

Effet de la convection sur la distribution d'eau⁸



Coefficient de partition de 100

u_z vitesse d'advection

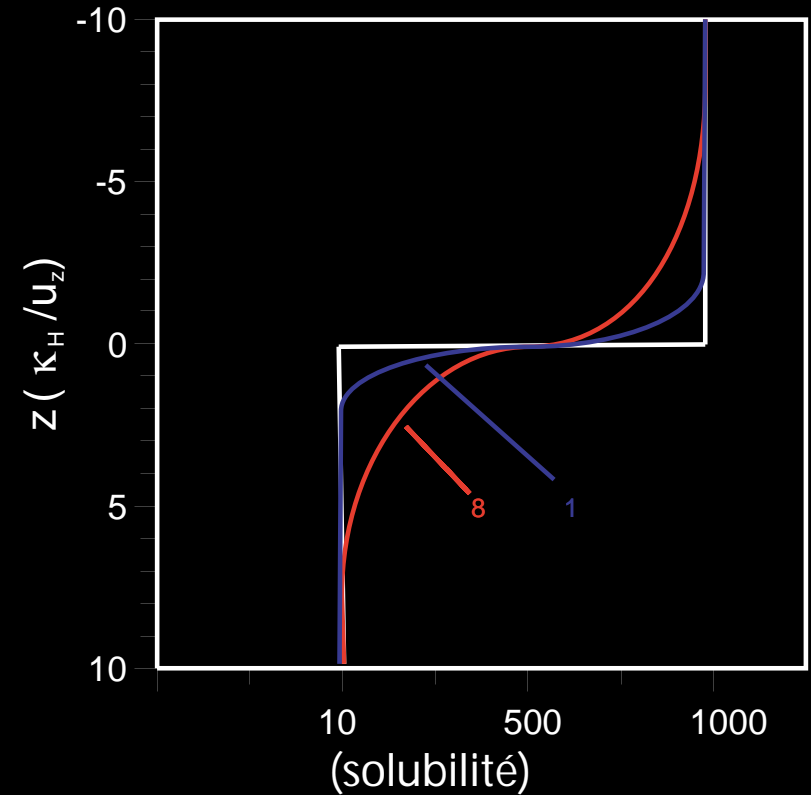
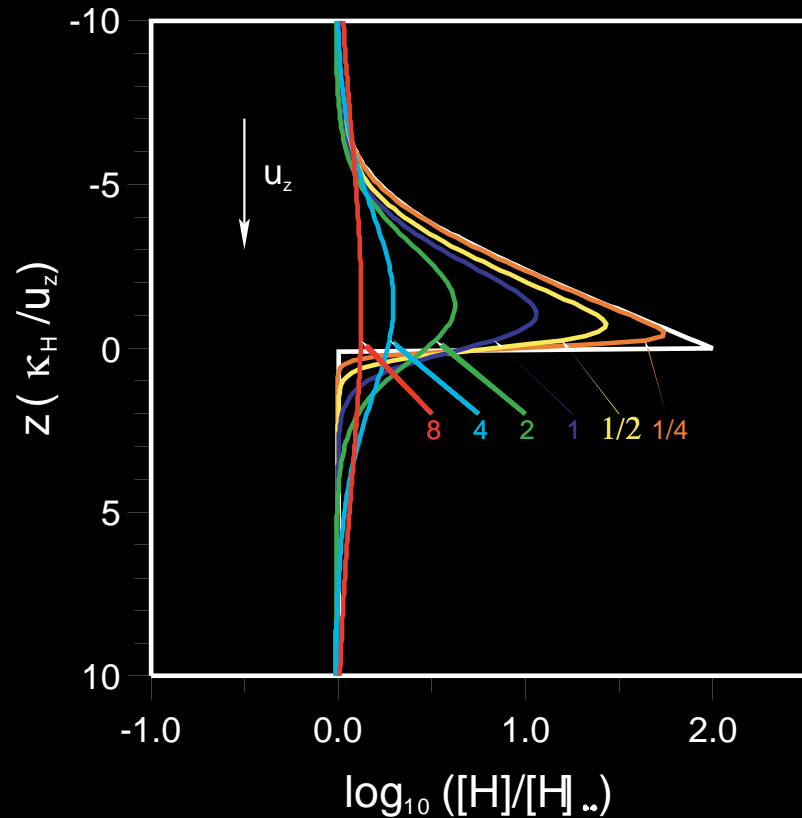
z profondeur

κ_H Diffusivité de l'eau

$[H]$ Concentration en eau

La zone de transition : un réservoir vide ?

Effet de la convection sur la distribution d'eau⁹



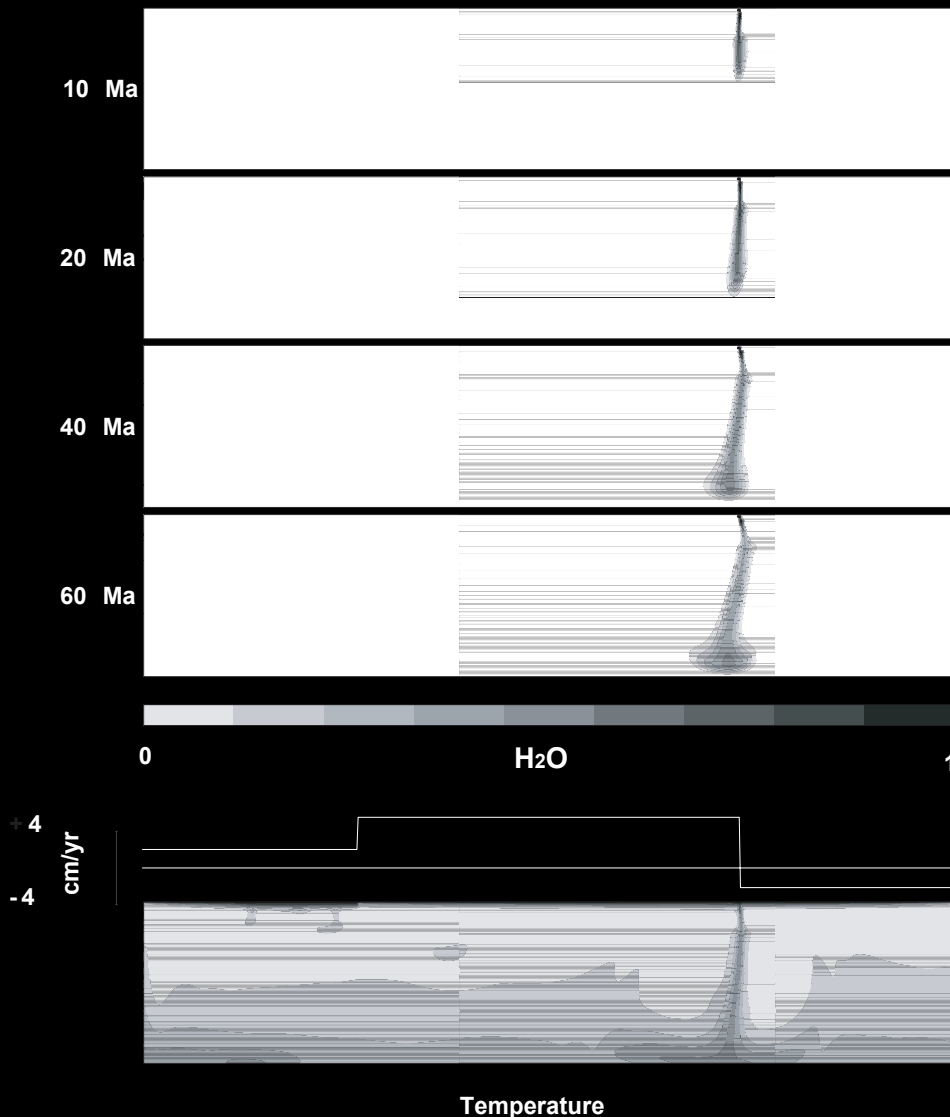
Effets de l'épaisseur du changement de phase

La zone de transition : un réservoir vide ?

Conditions initiales et homogénéisation

La zone de transition : un réservoir vide ?

Comportement de l'eau entrant dans le manteau



Coefficients de partition

10 et 100

Vitesse de surface moyenne

5 cm/an

K_H Diffusivité de l'eau

$10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$

H₂O Concentration en eau

La zone de transition : un réservoir vide ?

Formalisme mathématique du problème

Équations de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho_f \phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \phi \vec{V}_f = \dot{\Gamma}$$

$$\frac{\partial \rho_m (1 - \phi)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (1 - \phi) \vec{V}_m = -\dot{\Gamma}$$

Équations de conservation de la quantité de mouvement

$$-\phi (\vec{\nabla} P_f - \rho_f \vec{g}) + \vec{\nabla} \cdot \phi \vec{\tau}_f - \mu \frac{\phi^2}{k(\phi)} (\vec{V}_f - \vec{V}_m) = 0$$

$$-(1 - \phi) (\vec{\nabla} P_m - \rho_m \vec{g}) + \vec{\nabla} \cdot (1 - \phi) \vec{\tau}_m - \mu \frac{\phi^2}{k(\phi)} (\vec{V}_f - \vec{V}_m)$$

$$+ (P_m - P_f) \vec{\nabla} \phi = 0$$

Formalisme mathématique du problème

Équations de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho_f \phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \phi \vec{V}_f = \Gamma$$

$$\frac{\partial \rho_m (1 - \phi)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (1 - \phi) \vec{V}_m = -\Gamma$$

$$\frac{dP}{\kappa} = \frac{d\rho}{\rho}$$

K Incompressibilité des 2 phases

Équations de conservation de la quantité de mouvement

$$-\phi (\vec{\nabla} P_f - \rho_f \vec{g}) + \vec{\nabla} \cdot \phi \vec{\tau}_f - \mu \frac{\phi^2}{k(\phi)} (\vec{V}_f - \vec{V}_m) = 0$$

$$-(1 - \phi) (\vec{\nabla} P_m - \rho_m \vec{g}) + \vec{\nabla} \cdot (1 - \phi) \vec{\tau}_m - \mu \frac{\phi^2}{k(\phi)} (\vec{V}_f - \vec{V}_m)$$

$$+ (P_m - P_f) \vec{\nabla} \phi = 0$$

Migration de fluide dans le manteau profond

Formalisme mathématique du problème

Équations de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho_f \phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \phi \vec{V}_f = \Gamma$$

$$\frac{\partial \rho_m (1 - \phi)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (1 - \phi) \vec{V}_m = -\Gamma$$

$$\delta P = P_m - P_f$$

$$\vec{S} = \phi (\vec{V}_f - \vec{V}_m)$$

$$\vec{C} = (1 - \phi) \vec{V}_m + \phi \vec{V}_f$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{C} \cdot \vec{\nabla} \phi$$

Équations de conservation de la quantité de mouvement

$$-\phi (\vec{\nabla} P_f - \rho_f \vec{g}) + \vec{\nabla} \cdot \phi \vec{\tau}_f - \mu \frac{\phi^2}{k(\phi)} (\vec{V}_f - \vec{V}_m) = 0$$

$$-(1 - \phi) (\vec{\nabla} P_m - \rho_m \vec{g}) + \vec{\nabla} \cdot (1 - \phi) \vec{\tau}_m - \mu \frac{\phi^2}{k(\phi)} (\vec{V}_f - \vec{V}_m)$$

$$+ (P_m - P_f) \vec{\nabla} \phi = 0$$

$$\frac{d\phi}{dt} - \frac{(1-\phi)\phi}{\kappa} \frac{d\delta P}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \frac{k(\phi)}{\mu} (1-\phi) [\vec{\nabla} \delta P - \delta\rho \vec{g}] = \frac{(1-\phi)\rho_m + \phi\rho_f}{\rho_m \rho_f} \dot{\Gamma}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi(1-\phi) \frac{\delta P}{\mu + \eta}$$

$$\frac{d\phi}{dt} - \frac{(1-\phi)\phi}{\kappa} \frac{d\delta P}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \frac{k(\phi)}{\mu} (1-\phi) [\vec{\nabla} \delta P - \delta \rho \vec{g}] = \frac{(1-\phi)\rho_m + \phi\rho_f}{\rho_m \rho_f} \dot{\Gamma}$$

Équation de porosité (de fermeture)

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi(1-\phi) \frac{\delta P}{\mu + \eta} + \frac{\dot{\Gamma}}{\rho_m}$$

$$\frac{d\phi}{dt} - \frac{(1-\phi)\phi}{\kappa} \frac{d\delta P}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \frac{k(\phi)}{\mu} (1-\phi) [\vec{\nabla} \delta P - \delta \rho \vec{g}] = \frac{(1-\phi)\rho_m + \phi\rho_f}{\rho_m \rho_f} \dot{\Gamma}$$

Équation de porosité (de fermeture)

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \frac{\delta P}{\mu + \eta} + \frac{\dot{\Gamma}}{\rho_m} \quad \phi \ll 1 \Rightarrow (1 - \phi) = 1$$

Équation de pression

$$\phi \left[\overbrace{\frac{1}{\kappa} \frac{d\delta P}{dt}}^{\text{terme élastique}} + \overbrace{\frac{\delta P}{\eta}}^{\text{terme visqueux}} \right] - \overbrace{\vec{\nabla} \cdot \frac{k(\phi)}{\mu} [\vec{\nabla} \delta P - \delta \rho \vec{g}]}^{\text{terme de Darcy}} = \overbrace{\frac{\delta \rho}{\rho_m \rho_f} \dot{\Gamma}}^{\text{terme source}}$$

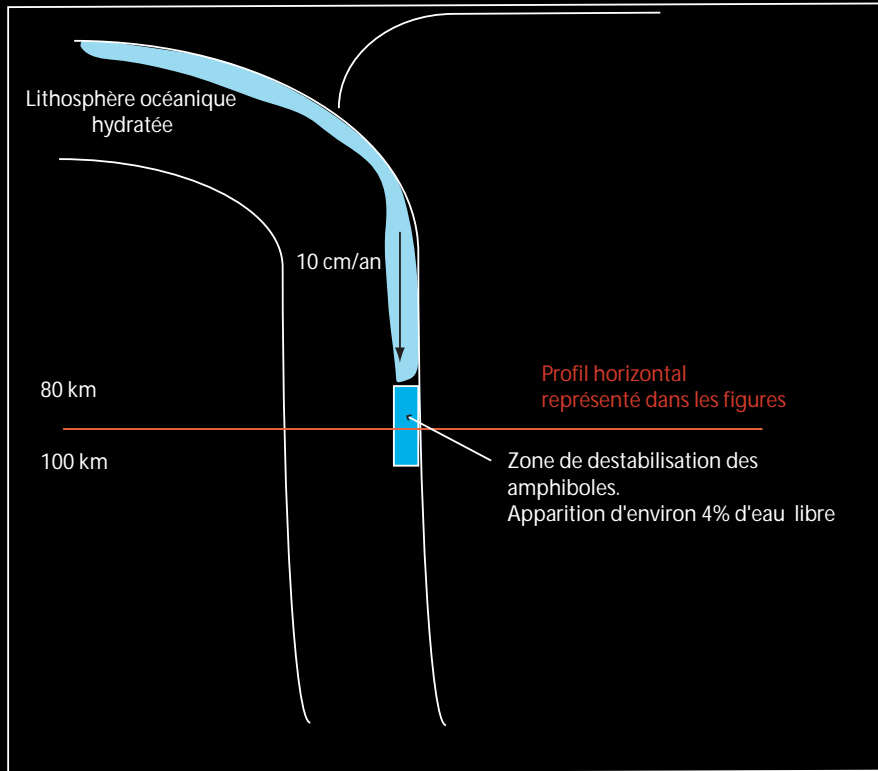
Équation de porosité (de fermeture) adimensionnée

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\dot{\Gamma}$$

Équation de pression adimensionnée

$$\phi \left[De \frac{d\delta P}{dt} + \delta P \right] - \vec{\nabla} \cdot \phi^3 \left\{ \vec{\nabla} \delta P - G \frac{\vec{g}}{g} \right\} = -(1 - B)\dot{\Gamma}$$

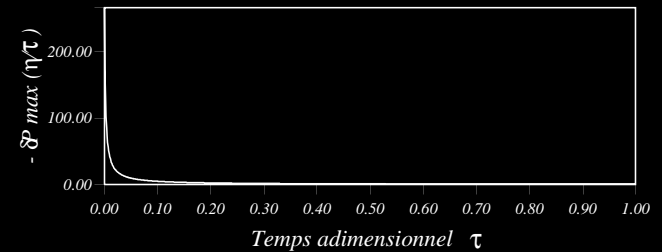
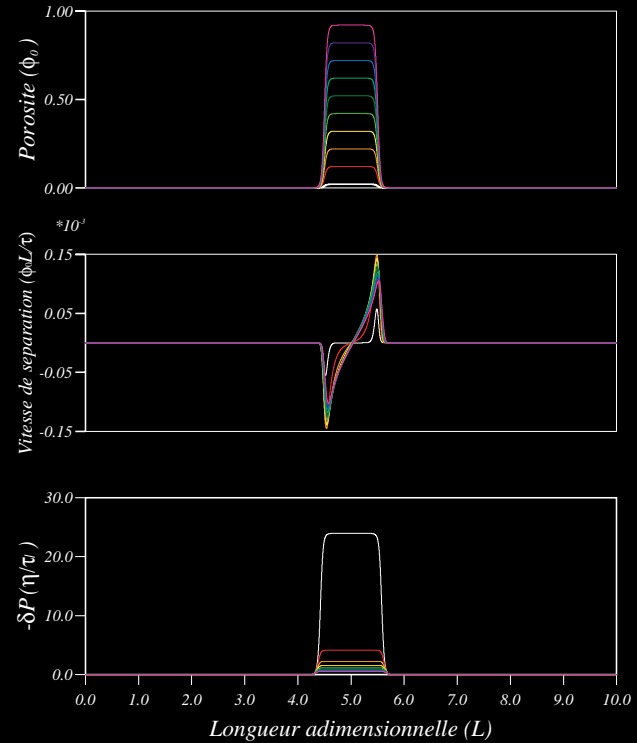
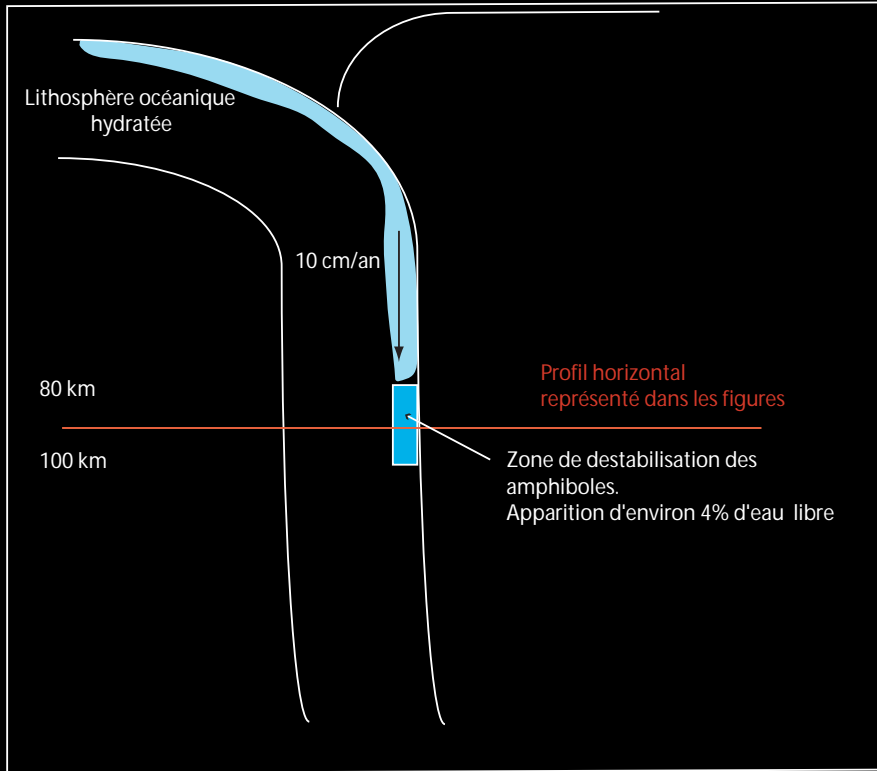
$L = \sqrt{\frac{\eta k(\phi)}{\mu \phi_0}}$	Longueur d'onde de compaction
$\tau = \frac{\phi_0}{\rho_f} \dot{\Gamma}_0$	Echelle de temps
Nombre de Deborah	$De = \frac{\eta}{\tau \kappa}$
Nombre de compaction	$G = \frac{\delta \rho g L \tau}{\eta}$
Nombre de source	$B = \frac{\rho_f}{\rho_m}$



$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\dot{\Gamma}$$

$$\phi \left[De \frac{d\delta P}{dt} + \delta P \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi^3 \frac{\partial}{\partial x} \delta P \right) = -(1 - B)\dot{\Gamma}$$

Migration de fluide dans le manteau profond

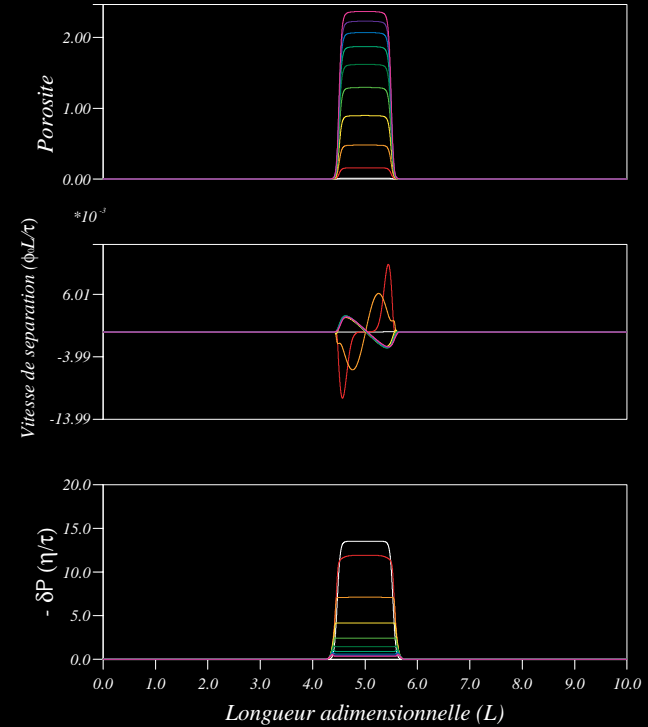
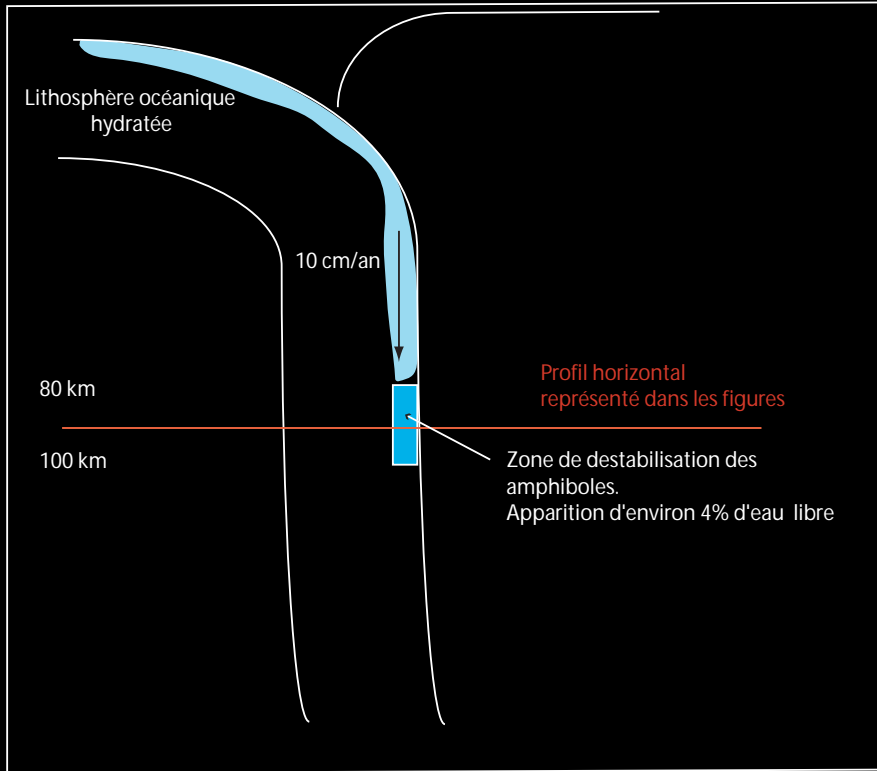


$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B \dot{\Gamma}$$

$$\phi \left[De \frac{d\delta P}{dt} + \delta P \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi^3 \frac{\partial}{\partial x} \delta P \right) = -(1 - B) \dot{\Gamma}$$

Migration de fluide dans le manteau profond

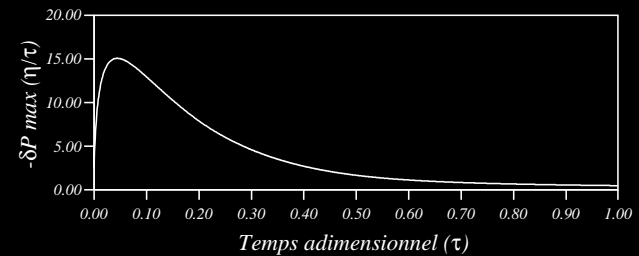
Conséquences du changement de volume



Effet élastique

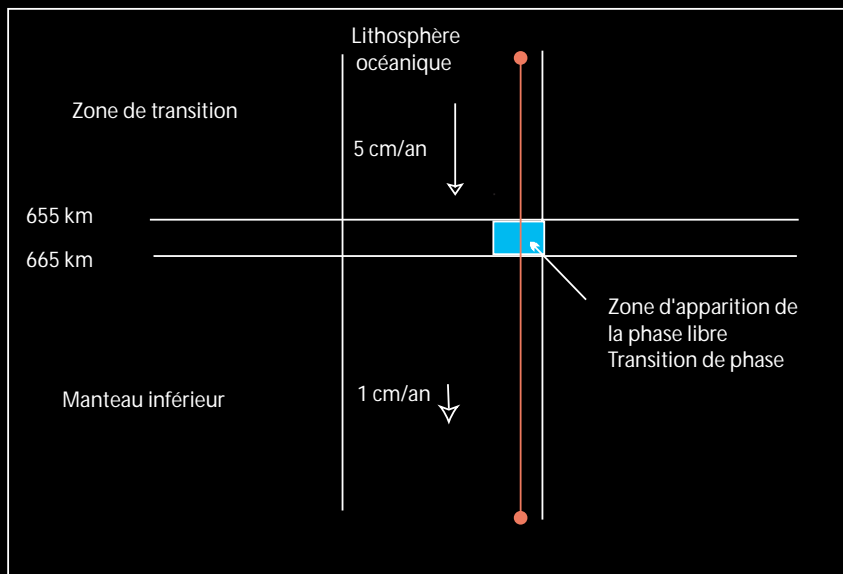
$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi\delta P + B\dot{\Gamma}$$

$$\phi \left[De \frac{d\delta P}{dt} + \delta P \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi^3 \frac{\partial}{\partial x} \delta P \right) = -(1-B)\dot{\Gamma}$$



Migration de fluide dans le manteau profond

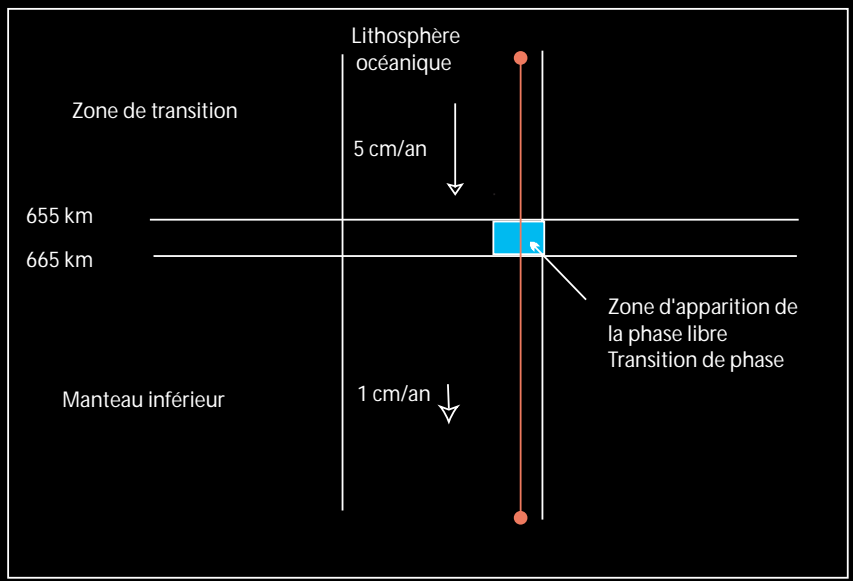
Phénomènes de compaction



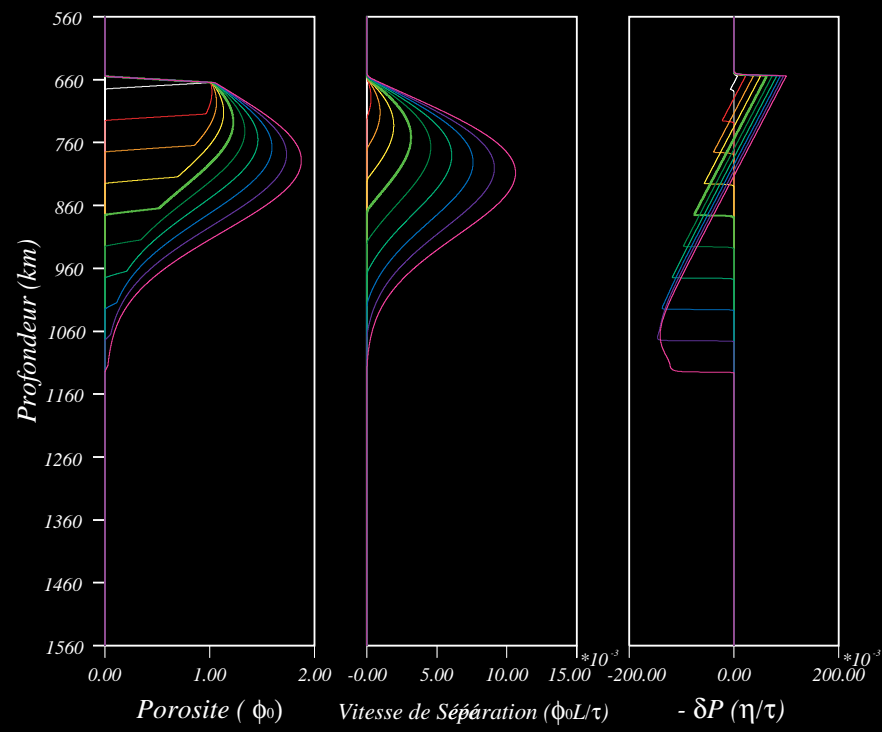
$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\Gamma$$

$$\phi \delta P - \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi^3 \frac{\partial}{\partial z} \delta P \right) - G \frac{\partial}{\partial z} \phi^3 = 0$$

Phénomènes de compaction

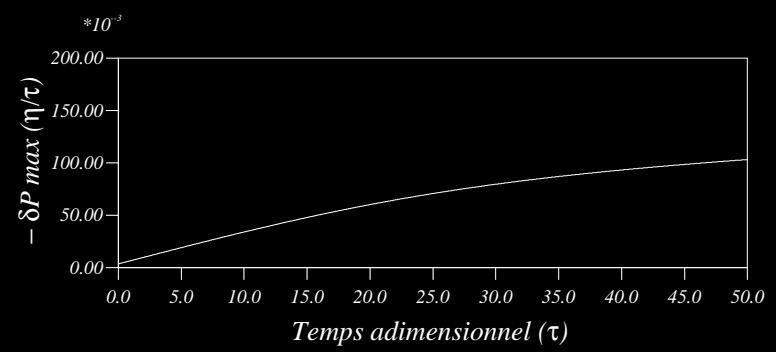


L=1000 km



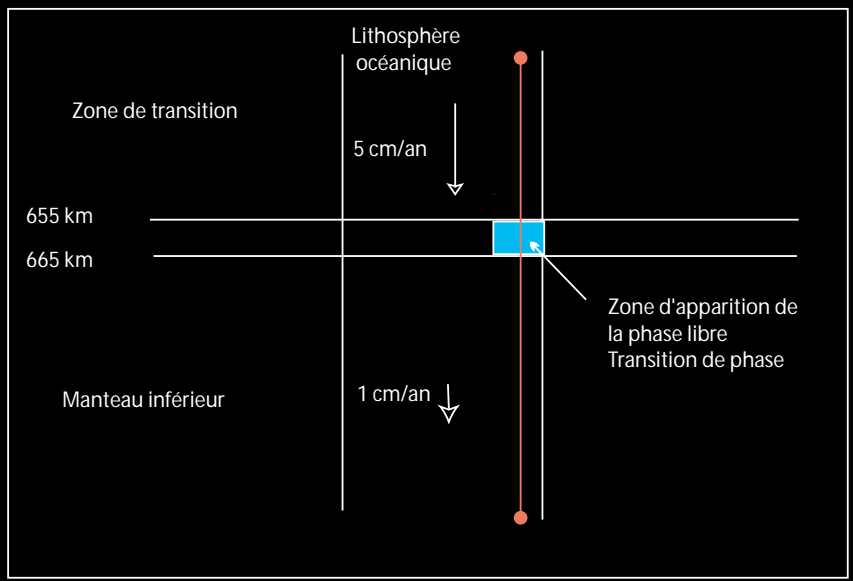
$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\Gamma$$

$$\phi \delta P - \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi^3 \frac{\partial}{\partial z} \delta P \right) - G \frac{\partial}{\partial z} \phi^3 = 0$$

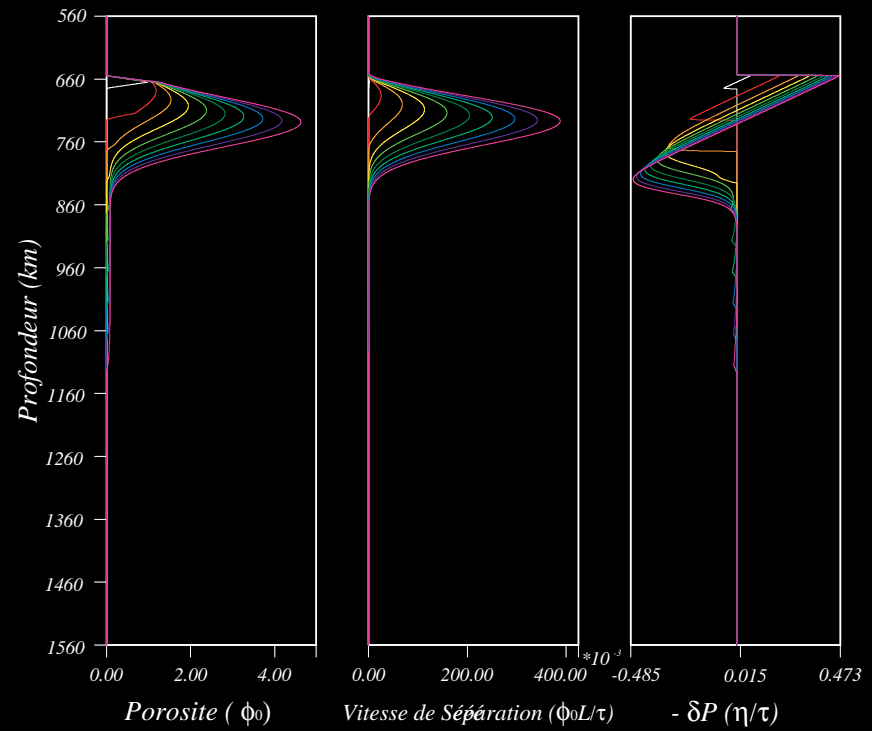


Migration de fluide dans le manteau profond

Phénomènes de compaction

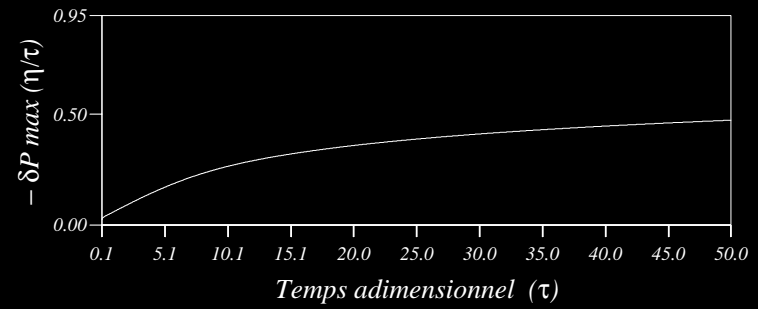


$L = 100 \text{ km}$



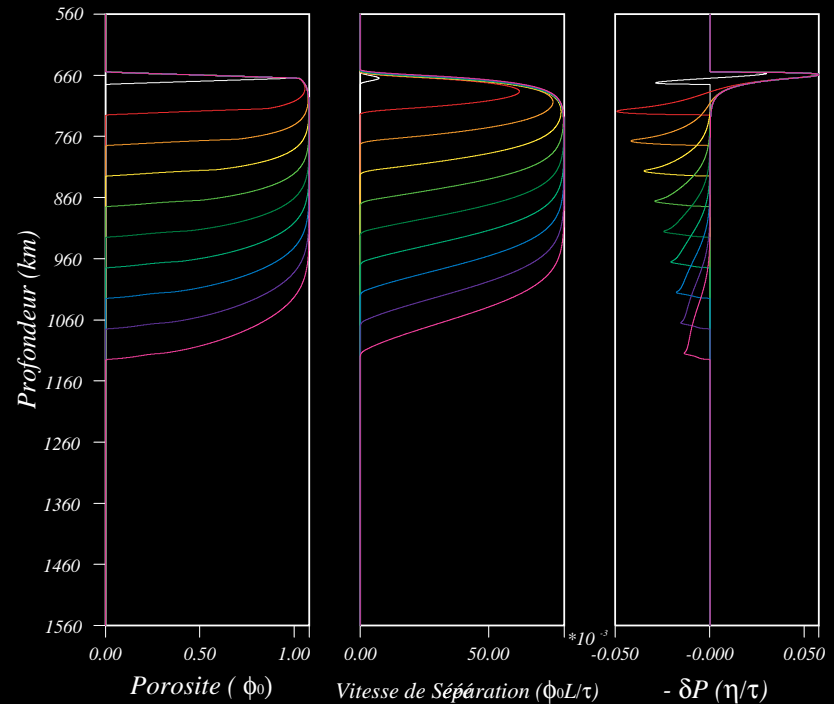
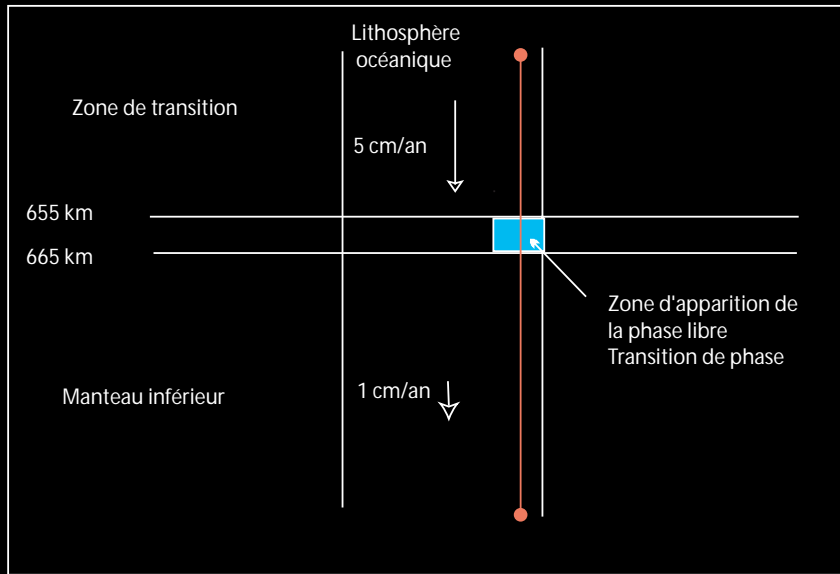
$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\Gamma$$

$$\phi \delta P - \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi^3 \frac{\partial}{\partial z} \delta P \right) - G \frac{\partial}{\partial z} \phi^3 = 0$$



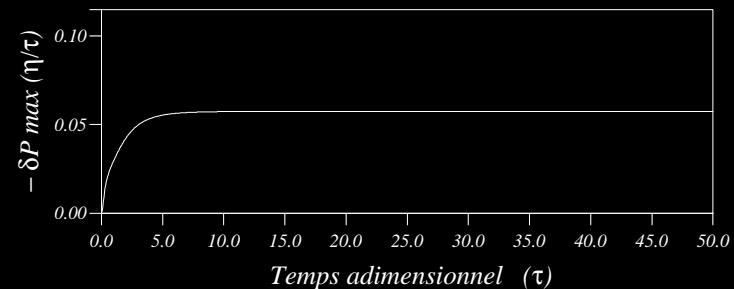
Migration de fluide dans le manteau profond

Phénomènes de compaction

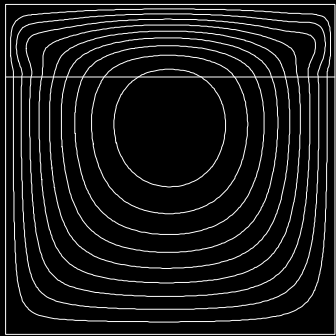


$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\Gamma$$

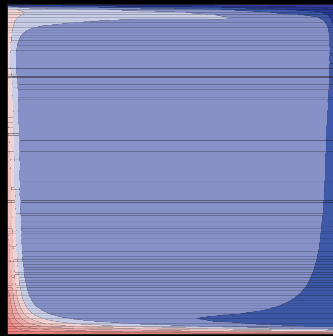
$$\phi \delta P - \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi^3 \frac{\partial \delta P}{\partial z} \right) - G \frac{\partial}{\partial z} \phi^3 = 0$$



Migration de fluide dans le manteau profond

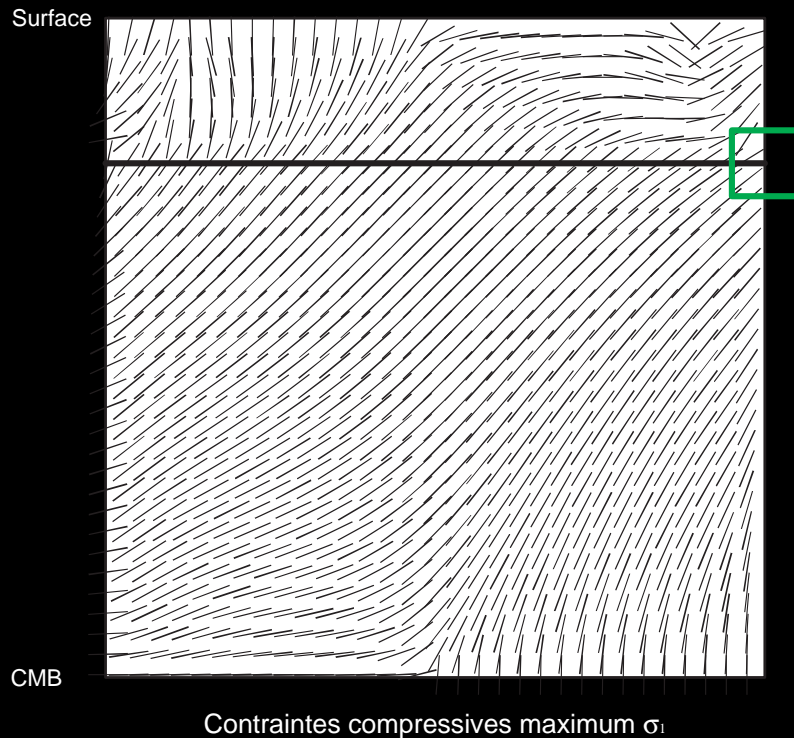


Fonction de courant Ψ



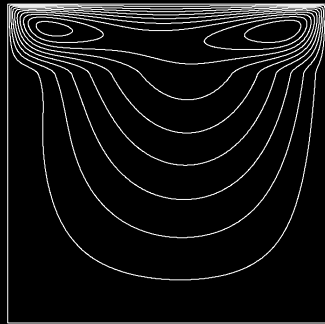
Temperature

Fracturation et migration dans les failles

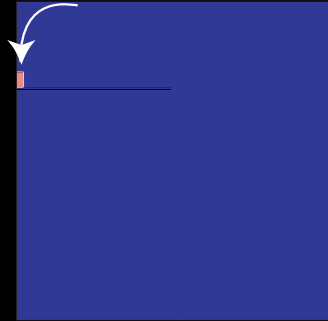


Contraintes compressives maximum σ_1

Migration de fluide dans le manteau profond



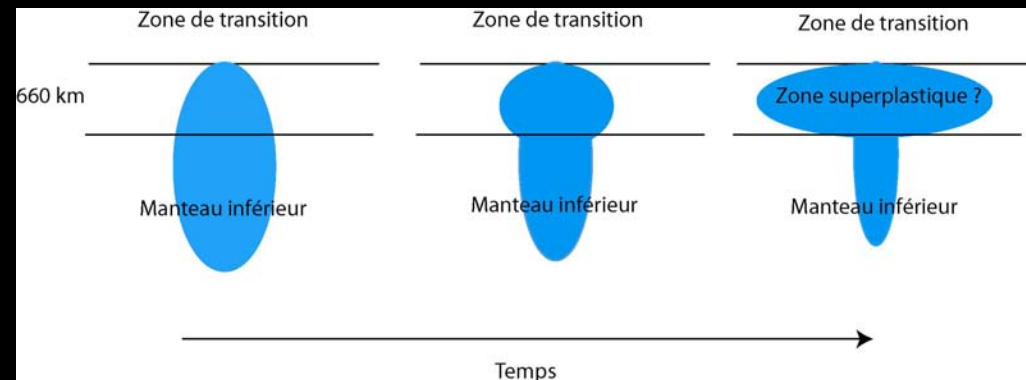
Fonction de courant ψ



Ecart de densité ($\delta\rho$)

- ❖ Différence de densité matrice 'mouillée' - matrice 'sèche'
- ❖ Mouvement d'ensemble de la matrice, Diapirisme

Forme des courants résultants de l'interaction entre une bulle de faible densité et un courant convectif descendant

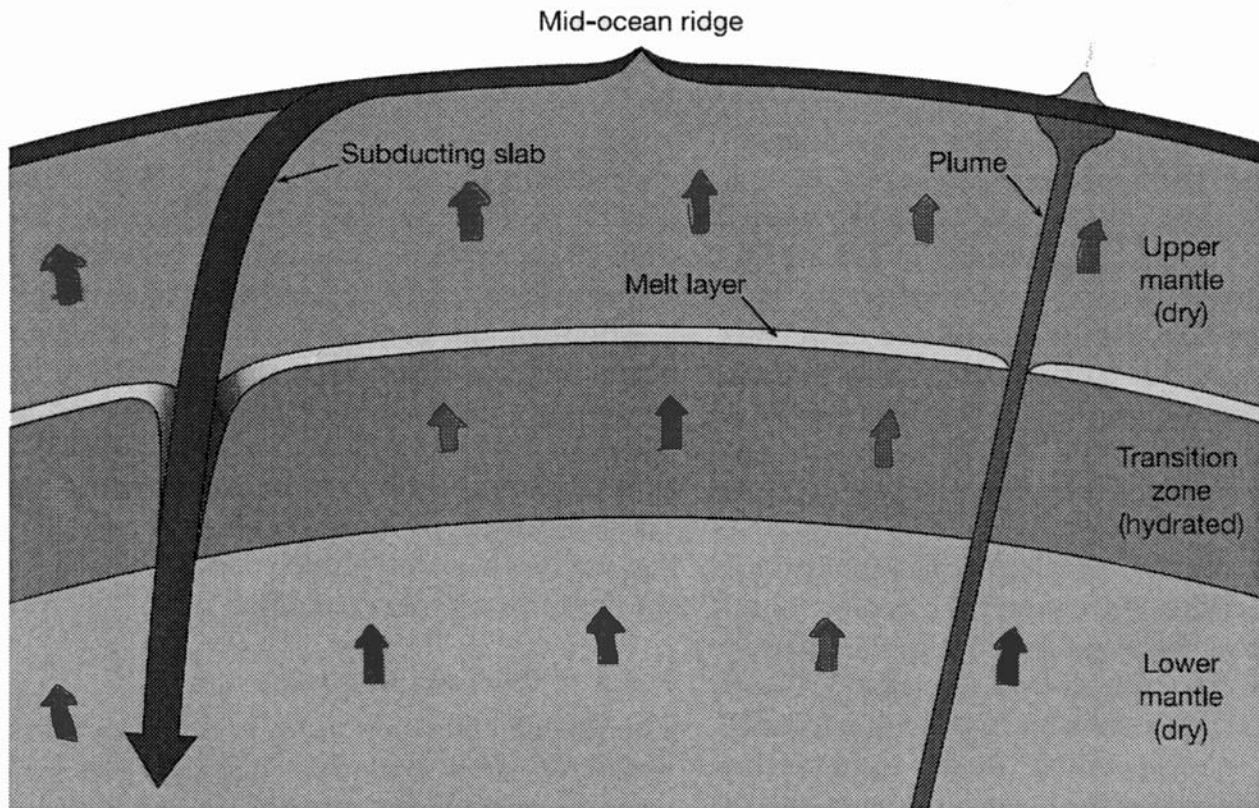


Migration de fluide dans le manteau profond

En résumé

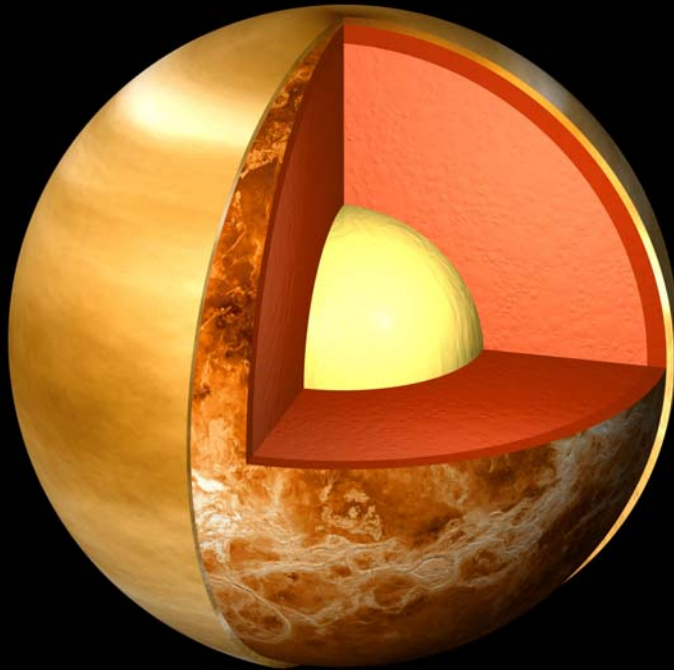
- ❖ Les études sur l'eau peuvent apporter des contraintes importantes dans la plupart des disciplines des sciences de la Terre.
- ❖ Les phénomènes convectifs sont dominants par rapport aux phénomènes diffusifs dans le manteau terrestre.
- ❖ L'existence d'une phase fluide liée à l'exsolution d'eau au niveau du changement de phase spinel-postspinel (660 km) devrait stopper au niveau du changement de phase la majorité de l'eau advectée à cette profondeur par les plaques subductantes.
- ❖ L'estimation expérimentale des paramètres dans le manteau inférieur devrait permettre de mieux contraindre les phénomènes.

Modèle de filtre à eau au sommet de la zone de transition



D'après Bercovici & Karato, Nature, 2003

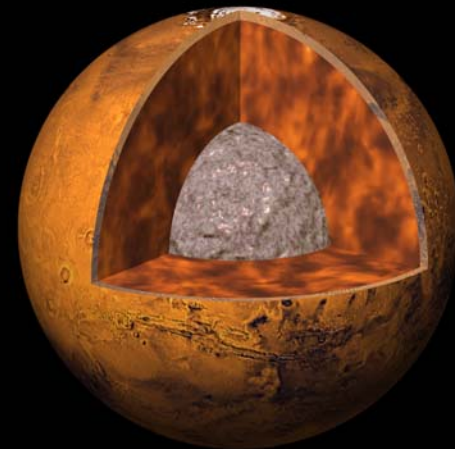
Vénus



The Interior of Venus

© Copyright 2000 by Calvin J. Hamilton

Mars



© Calvin J. Hamilton

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} - \frac{(1-\phi)\phi}{\kappa} \left[\frac{d\delta P}{dt} - \vec{S} \cdot \vec{\nabla} \delta P \right] + \frac{(1-\phi)}{\kappa} \vec{S} \cdot \vec{\nabla} P_f + \vec{\nabla} \cdot (1-\phi) \vec{S} \\ = \frac{(1-\phi)\rho_m + \phi\rho_f}{\rho_m\rho_f} \Gamma \dot{} \end{aligned}$$

$$\vec{S} = \vec{\nabla} \cdot \frac{k(\phi)}{\mu} (1-\phi) \left\{ \vec{\nabla} \delta P - \delta\rho \vec{g} \right\}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi(1-\phi) \frac{\delta P}{\eta_f + \eta_m} + \frac{\dot{\Gamma}}{\rho_m}$$

$$\phi \left[\frac{1}{\kappa} \frac{d\delta P}{dt} + \frac{\delta P}{\eta_s} \right] - \vec{\nabla} \cdot \frac{k(\phi)}{\eta_f} \left\{ \vec{\nabla} \delta P - \delta \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}_s - \delta P \vec{\nabla} \phi - \vec{\nabla} \sigma \alpha \right\}$$

$$= \frac{(1-\phi)\delta\rho}{\rho_m \rho_f} \dot{\Gamma}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\dot{\Gamma}$$

$$De = \frac{\eta_m}{\tau \kappa} \quad \text{Nombre de Deborah}$$

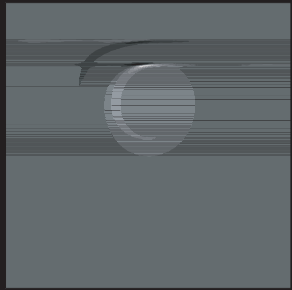
$$G = \frac{\delta \rho L \tau}{\eta_m} \quad \text{Nombre de compaction}$$

$$B = \frac{\rho_m}{\rho_f} \quad \text{Nombre de source}$$

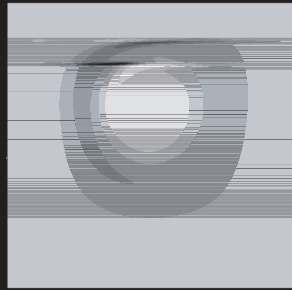
$$Ts = \frac{\sigma \alpha \alpha_0 \sigma}{\eta_m} \quad \text{Nombre de tension superficielle}$$

$$\phi \left[De \frac{d\delta P}{dt} + \delta P \right] - \vec{\nabla} \cdot \phi^n \left\{ \vec{\nabla} \delta P - G \frac{\vec{g}}{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}_s \right\} + Ts \vec{\nabla} \cdot \phi^{n-1} \vec{\nabla} \phi = -(1 - B)\dot{\Gamma}$$

a) $K_H = 10^{-8}$



b) $K_H = 10^{-6}$



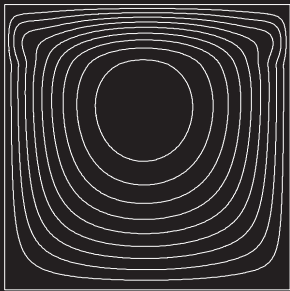
c) $K_H = 10^{-4}$



94 99 104
 H_2O (ppm)

15 115 215 315
 H_2O (ppm)

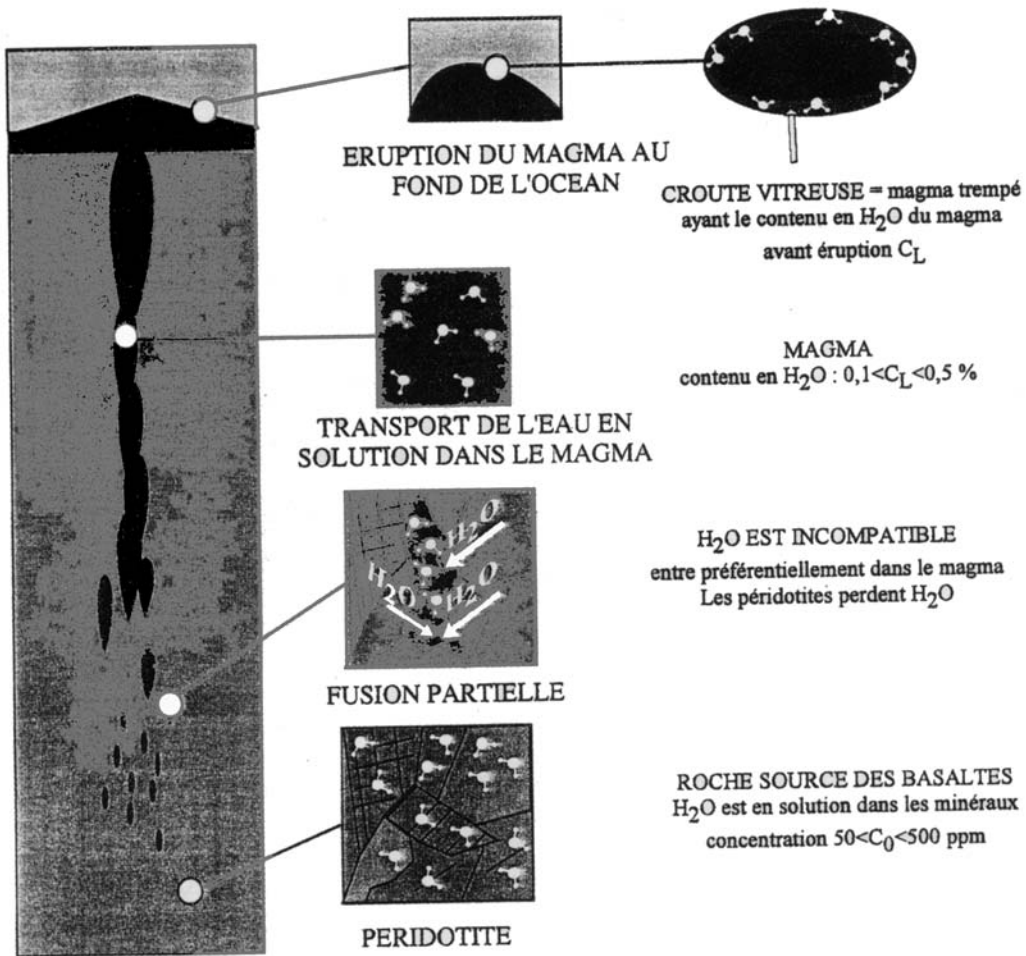
10 100 1000
 H_2O (ppm)



d) Fonction de courant



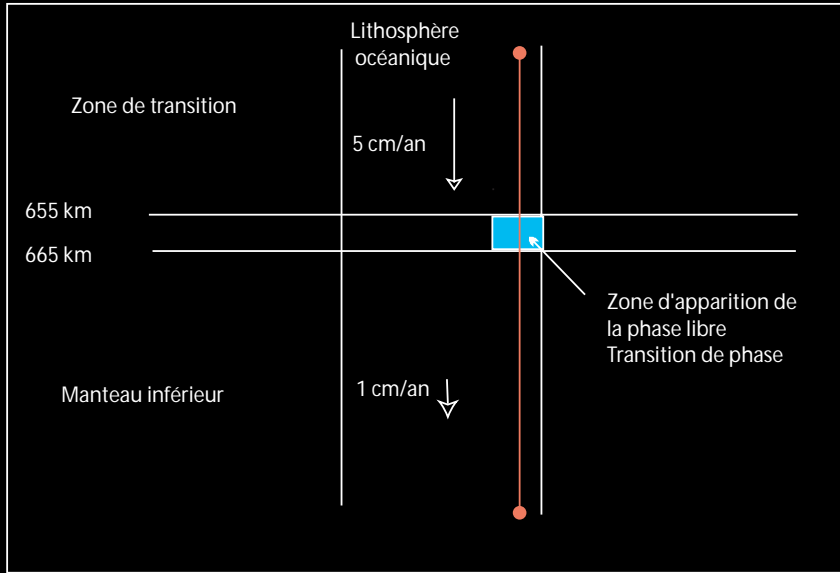
e) T emperature



CONNAISSANT C_L ON DEDUIT C_0 PAR : $C_0 = (D + F(1 - D))C_L$

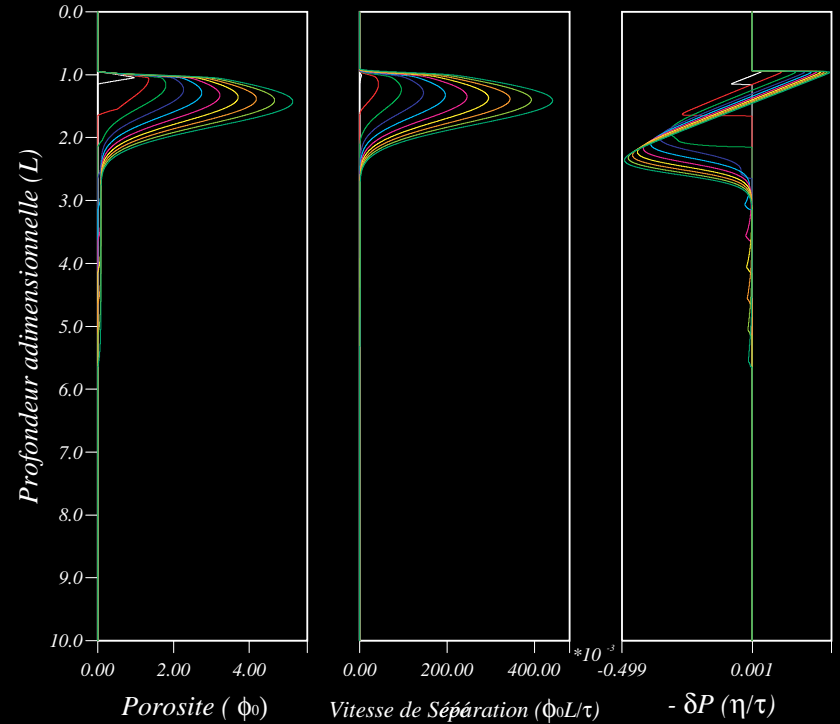
où F est le taux de fusion et D le coefficient de partage de l'eau entre roche et magma

Phénomènes de compaction



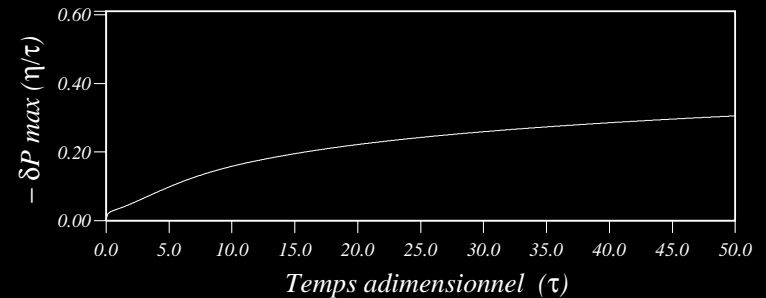
$L = 100 \text{ km}$

Faible viscosité de la zone d'exsolution

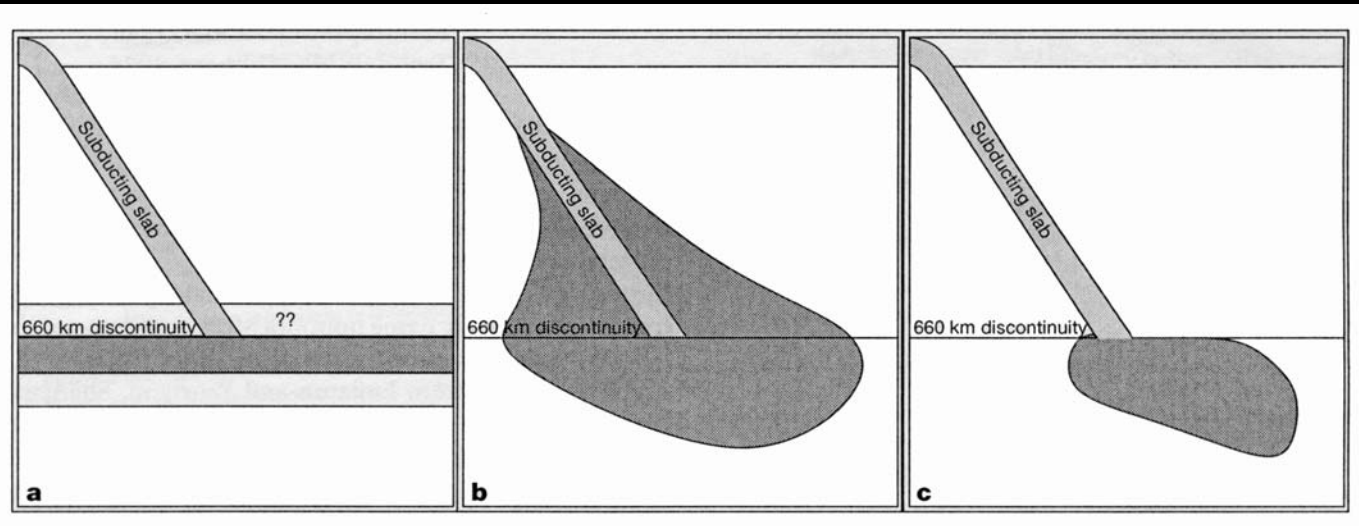


$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi \delta P + B\Gamma$$

$$\phi \delta P - \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi^3 \frac{\partial \delta P}{\partial z} \right) - G \frac{\partial}{\partial z} \phi^3 = 0$$



Migration de fluide dans le manteau profond



Modèles expliquant l'anisotropie sismique sous la discontinuité 660 km
D'après Wookey et al., Nature, 2002

Modèle de filtre à eau au sommet de la zone de transition

D'après Bercovici & Karato, Nature, 2003

