

Chapitre 5 : Première étude de modélisation : le modèle analytique

Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 3, la première approche de tout phénomène mécanique doit être, quand c'est possible, une modélisation analytique du phénomène étudié. En effet, l'intérêt d'un tel modèle est de déterminer le comportement global de ce phénomène et de pouvoir, avec ses premiers résultats, définir s'il est nécessaire ou pas de passer à une modélisation plus complexe. Nous avons donc décidé de commencer par modéliser le comportement du globe et des tissus mous de l'orbite, lors d'une décompression orbitaire, par un modèle analytique. Le but de ce modèle est d'obtenir la loi de comportement liant le recul oculaire au volume décompressé. Au cours de ce chapitre, nous allons décrire ce modèle, ses paramètres et ses résultats. Ce travail a été réalisé en collaboration avec le laboratoire de biomécanique de l'université de Toulouse 3 dirigée par le Professeur Pascal Swider.

1. Description du modèle

L'exophtalmie dysthyroïdienne, nous l'avons vu au cours du Chapitre 1, est provoquée par une augmentation du volume des tissus mous intra-orbitaires et conduit à une protrusion du globe. En général, l'augmentation de volume touche principalement les muscles oculomoteurs, mais il arrive que la graisse soit aussi touchée. Les muscles et la graisse représentant la quasi totalité du contenu orbitaire (le nerf optique et les structures sanguines occupent un volume moindre), nous avons supposé, dans cette première étude, que tous les tissus mous de l'orbite étaient touchés par cette augmentation de volume et que le volume du contenu orbitaire dans son ensemble augmentait.

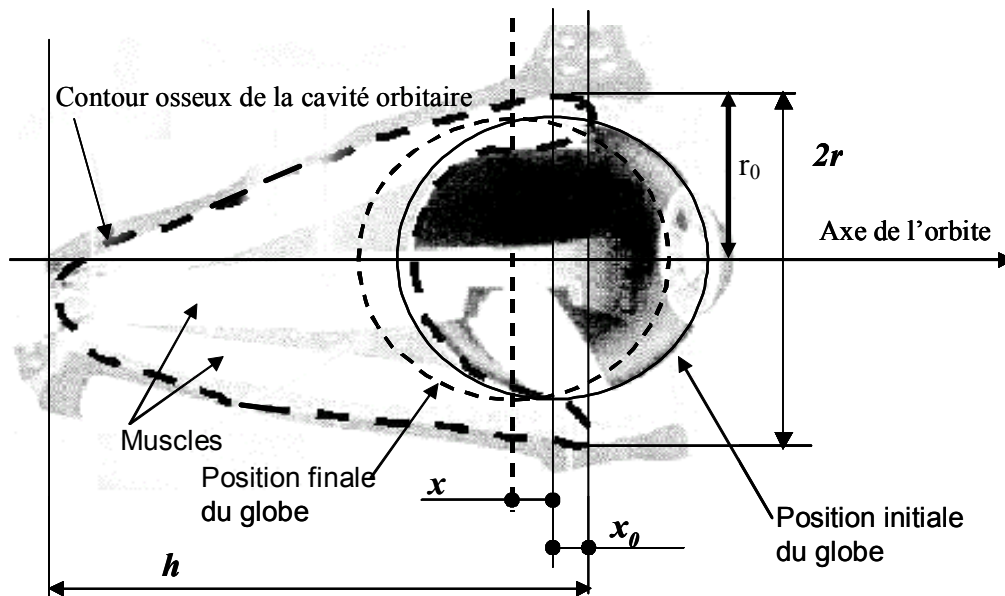


Figure 5.1 – Paramétrage du modèle analytique de l'orbite.

Dans le Chapitre 1, nous avons vu que l'orbite pouvait être comparée à une pyramide ou à un cône dont la base est, en ventral, la partie contenant le globe, et la pointe est, en dorsal, la partie où s'insèrent les muscles oculomoteurs et par où passe le nerf optique. Le globe, lui, a une géométrie très proche de celle d'une sphère. Pour ces raisons, nous avons décidé de modéliser ces deux structures de manière simple. Dans notre modèle analytique, le

globe est une sphère qui repose sur les tissus mous de l'orbite dont les parois sont supposées coniques. Ce modèle est représenté dans la Figure 5.1, dans laquelle : r_o est le rayon de l'œil, r est le rayon à la base de l'orbite, h est la profondeur de l'orbite et x est le recul du globe au cours de l'intervention de décompression.

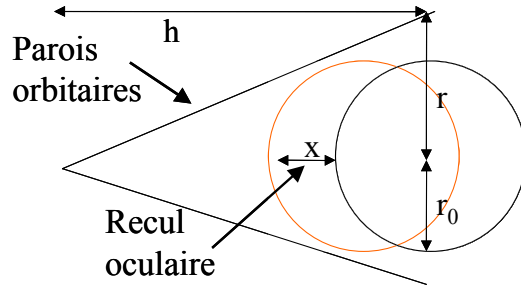


Figure 5.2 – Représentation simplifiée du globe et de l'orbite par une sphère et un cône.

A partir de ce modèle, nous souhaitons pouvoir calculer la variation de volume créée par le recul du globe dans l'orbite. Cela revient, en fait, à calculer le volume de tissus orbitaires qui créeront la hernie suite à la décompression.

Pour cela, nous supposons que :

- Les parois osseuses orbitaires sont inextensibles. Nous l'avons vu dans le Chapitre 1, c'est une hypothèse tout à fait réaliste.
- Le globe est un objet rigide qui ne se déforme pas. Les travaux de la littérature montrent bien que le globe est une structure élastique, mais que nous pouvons, de notre point de vue, considérer comme rigide par rapport à la rigidité beaucoup plus faible des tissus mous intra orbitaires.
- Les tissus mous au dessus et en dessous du globe ne peuvent pas s'échapper et ne forment pas de hernie. Cela revient, en fait, à supposer que les paupières empêchent toute «fuite» autour du globe, ce qui n'est pas tout à fait vérifié en réalité. Ainsi, toute la variation de volume affecte bien la taille de la hernie pratiquée par le chirurgien et elle seule.

Ces approximations permettent de simplifier suffisamment le modèle tout en restant relativement proche de la réalité. Nous pouvons alors calculer la variation de volume ΔV au cours de la décompression orbitaire :

$$\Delta V = V_i - V_f = \frac{\pi}{3} h * r^2 - \frac{\pi}{3} (h - x) * r_f^2 \quad (5.1)$$

Dans cette équation (5.1), V_i et V_f sont les volumes des tissus mous orbitaires avant et après l'intervention (c'est-à-dire avant et après le recul oculaire), r et r_f sont les rayons de l'orbite avant et après le déplacement du globe et les autres variables sont les dimensions de l'orbite que nous avons définies précédemment.

Le rapport du rayon final sur le rayon initial de l'orbite est donné par le théorème de Thalès :

$$\frac{r_f}{r} = \frac{(h - x)}{h} \quad (5.2)$$

On peut alors remplacer r_f par sa valeur, dans l'équation (5.1), pour obtenir :

$$\Delta V = \frac{\pi}{3} h * r^2 - \frac{\pi}{3} (h - x) * (r * \frac{h - x}{h})^2 \quad (5.3)$$

En simplifiant, nous arrivons à l'équation suivante :

$$\Delta V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{r}{h}\right)^2 (x^3 - 3x^2 h + 3h^2 x) \quad (5.4)$$

Cette équation (5.4) représente donc la variation de volume du modèle lorsque la sphère, représentant le globe, recule dans le cône, représentant l'orbite. En d'autres termes, ΔV est le volume de tissus mous qui sortira de l'orbite par toute ostéotomie pratiquée par le chirurgien dans le plancher orbitaire et formera une hernie dans la cavité sinusienne.

Les dimensions de l'orbite du patient sont déterminées à partir de l'examen scanner qui est effectué sur le patient avant l'intervention. Cet examen permet donc de mesurer les valeurs de : r , le rayon à la base de l'orbite et h , la profondeur de l'orbite. Le rayon de l'œil, r_o , n'intervient pas dans ce calcul. A partir de ces mesures, nous pouvons déterminer facilement la variation de volume qui sera induit pour un recul x donné. L'avantage de ce modèle est qu'il donne cette estimation immédiatement puisqu'il suffit d'injecter ces mesures dans l'équation (5.4) pour avoir le résultat.

Par exemple, pour un patient moyen, les valeurs données pour les dimensions nécessaires à notre modèle analytique sont : $r_o = 12$ mm, $r = 19$ mm et $h = 45$ mm. Le recul oculaire moyen observé au cours d'une intervention visant la réduction d'une exophtalmie est de $x = 4$ mm. L'équation (5.4) nous donne alors le volume de la hernie créée dans ce cas : $\Delta V = 4,14$ cm³. Dans le Chapitre 1, nous avons vu que la plupart des cliniciens considéraient que, en moyenne, la loi empirique liant le recul du globe avec le volume de la hernie créée était linéaire telle que : un recul de 1 à 1,5 mm induit une hernie d'1 cm³ de volume. On se rend compte qu'avec notre modèle analytique, nous nous situons dans les bornes de cette loi de comportement moyen et plus particulièrement proche de sa limite théorique maximum (Figure 5.3).

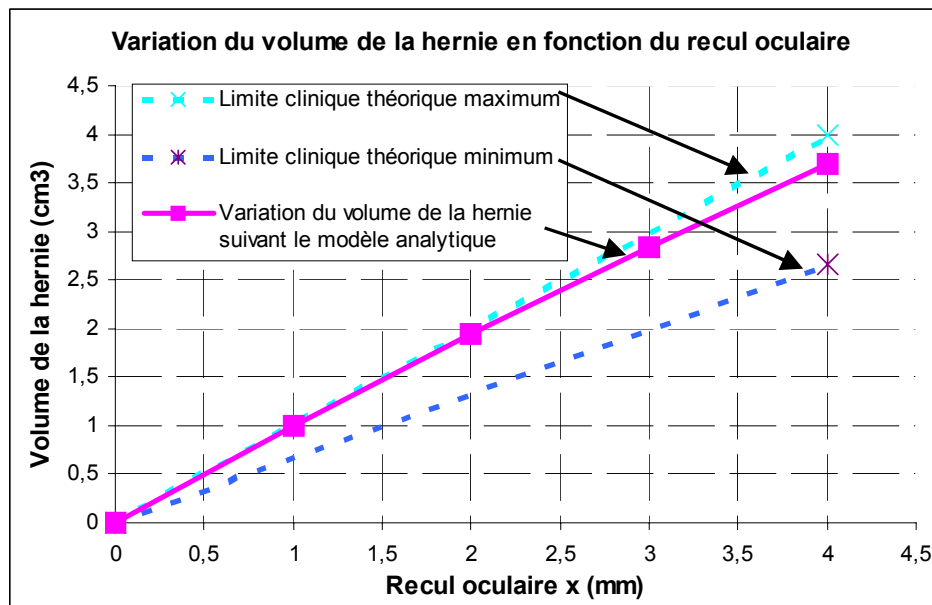


Figure 5.3 – Illustration de la variation du volume de la hernie en fonction du recul oculaire. Jusqu'à 3 mm de recul, il n'y a quasiment pas de différence entre notre modèle, donné par l'équation (5.4) et la limite maximum de la loi linéaire moyenne rencontrée dans la littérature.

2. Etude de sensibilité des paramètres du modèle

Nous avons vu dans la partie précédente que l'équation (5.4) ne dépendait que de x , r et h . En conséquence, seules les dimensions de l'orbite jouent un rôle dans la variation de volume de la hernie créée par le recul de l'œil. Pour savoir quelle est l'importance de chacun de ces paramètres dans le calcul du volume de la hernie, nous avons décidé d'effectuer une analyse de sensibilité de ces deux paramètres.

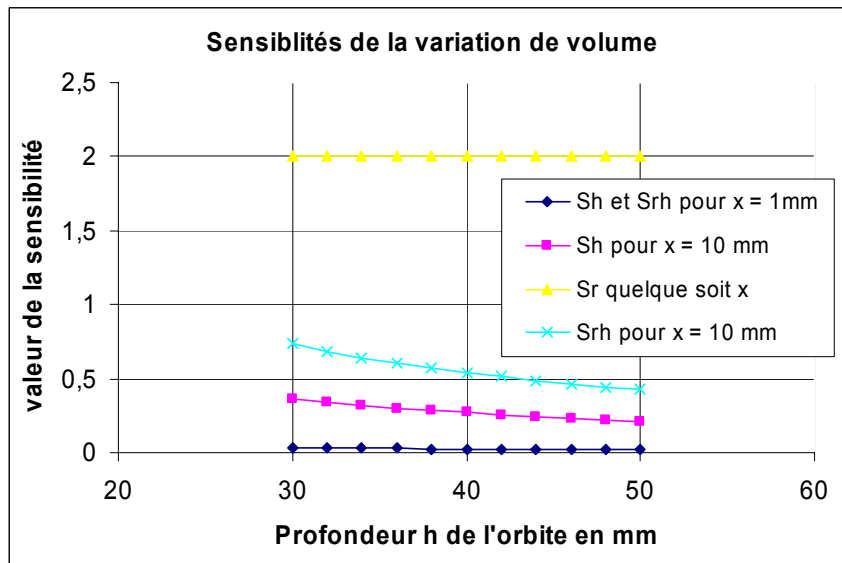
Pour cela, nous avons utilisé une technique de perturbation basée sur le développement de Taylor au premier ordre de la variation relative, $\Delta V / V$, du volume ΔV donné par l'équation (5.4). Le développement de cette variation relative s'écrit alors :

$$\frac{\Delta V}{V} = S_r \frac{\delta r}{r} + S_h \frac{\delta h}{h} + S_{rh} \frac{\delta r}{r} \frac{\delta h}{h} + O(\delta r^2, \delta h^2) \quad (5.5)$$

Avec :

$$S_r = 2 \quad S_h = \frac{(3h - 2x)x}{3h^2 + (x - 3h)x} \quad \text{et} \quad S_{rh} = 2 S_h$$

La sensibilité¹ de l'équation (5.4) à r est représentée par S_r , tandis que celle par rapport à h est représentée par S_h . La sensibilité croisée (c'est-à-dire l'influence cumulée) de ces deux variables, r et h est notée S_{rh} . La sensibilité à r est donc constante et égale à 2. Pour calculer l'intervalle dans lequel se situe la valeur de la sensibilité à h , nous avons injecté dans S_h les valeurs extrêmes anatomiquement possibles. En général, la profondeur h de l'orbite varie entre 30 et 50 mm et le recul du globe varie entre 0 et 10 mm. La Figure 5.4 montre les intervalles dans lequel S_h et S_{rh} se situent. La courbe la plus basse représente les valeurs que peuvent prendre S_h et S_{rh} lorsque h varie entre 30 et 50 mm et que $x = 1$ mm. Les 2 autres courbes représentent les valeurs que peuvent prendre S_h et S_{rh} lorsque h varie entre 30 et 50 mm et que $x = 10$ mm. Ces courbes permettent d'encadrer les valeurs cliniquement admissibles de S_h et S_{rh} . Les valeurs maximales de S_h et S_{rh} sont donc respectivement de 0,37 et de 0,74. La troisième et dernière courbe, la plus haute sur le graphique, est celle figurant la sensibilité de ΔV à r . Sur cette figure, il apparaît comme évident que la sensibilité à r est largement prédominante sur la sensibilité à h . et sur la sensibilité croisée à r et h .



¹ Note : la sensibilité n'a pas d'unité puisque c'est une valeur relative.

Figure 5.4 – Les sensibilités de la variation de volume par rapport à r , h et leur influence croisée, lorsque h varie. S_r étant prédominant sur S_h et S_{rh} , le volume de la hernie créée sera essentiellement influencé par une variation du rayon de l'orbite.

La conclusion de cette analyse de sensibilité est que l'équation (5.4) est plus sensible au rayon du cône qu'à sa profondeur et ce quel que soit le recul imposé au globe. On en déduit donc que la prévision du volume de tissus mous décompressés sera principalement influencé par la précision de la segmentation du rayon de la base de l'orbite alors que sa profondeur jouera un rôle moins important. Une conséquence est que la variation de volume de la hernie sera plus importante entre deux patients pour lesquels il y a une différence significative au niveau du rayon de la base de l'orbite plutôt qu'entre deux patients pour lesquels il y a une différence significative au niveau de la profondeur de l'orbite (pour un même recul oculaire).

Par exemple, pour une profondeur constante de l'orbite de 42 mm :

- si le rayon de la base de l'orbite est de $r_1 = 14$ mm alors $\Delta V_1 = 2,23$ cm³,
- si on prend un rayon de $r_2 = 28$ mm, alors $\Delta V_2 = 8,94$ cm³.

Et donc $\Delta V_1 = 4 * \Delta V_2$ pour un rayon deux fois plus grand.

Par contre, pour un rayon constant de l'orbite de 18 mm :

- si la profondeur de l'orbite est de $h_1 = 26$ mm alors $\Delta V_1 = 3,48$ cm³,
- si on prend une profondeur de $h_2 = 52$ mm, alors $\Delta V_2 = 3,76$ cm³

Et donc $\Delta V_1 = 1,08 * \Delta V_2$ pour une profondeur deux fois plus grande.

3. Résultats

Afin d'estimer la validité du modèle que nous venons de présenter, nous nous sommes basés sur les mesures obtenues sur l'examen scanner d'un patient souffrant d'une exophtalmie dysthyroïdienne. Celle-ci a été corrigée pour l'œil droit, mais pas encore pour l'œil gauche (Figure 5.5). Grâce à ce cas, nous pouvons supposer que nous disposons, pour l'œil droit, d'un examen post opératoire et, pour l'œil gauche, un examen préopératoire. En effet, on peut supposer que la décompression de l'orbite de gauche tendra à arriver au même résultat que ce qui a été fait à droite. En prenant une coupe scanner au niveau du cristallin, nous nous plaçons à l'endroit où le diamètre du globe est le plus grand. Ainsi, on peut mesurer le rayon de l'œil, r_o , le rayon de la base de l'orbite, r , et la profondeur de l'orbite, h .

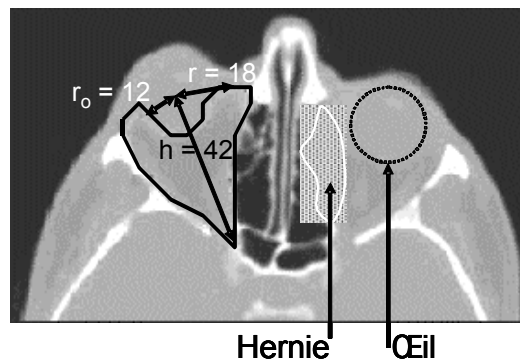


Figure 5.5 – Mesure sur une coupe scanner où le cristallin est visible, de r_o , r et h pour le patient de référence. Sur la même coupe, nous mesurons aussi le recul du globe entre l'œil droit et l'œil gauche.

La segmentation de la hernie permet la mesure de son volume grâce à Analyze ©.

Pour notre patient, qu'on appellera par la suite «patient de référence», les valeurs sont les suivantes : $r_o = 15$ mm, $r = 18$ mm, et $h = 42$ mm. Entre l'œil droit et l'œil gauche (respectivement avant et après l'intervention), un recul de $x = 4$ mm est mesuré. De plus, en segmentant la hernie créée au niveau de l'orbite décompressée (Figure 5.5), nous avons pu déterminer son volume. Cette segmentation est effectuée en prenant comme limite externe de la hernie la séparation avec les sinus de la cavité orbitaire droite et comme limite interne la frontière entre l'orbite gauche et les sinus, qui a été reporté sur l'orbite gauche de façon symétrique. Ceci a été réalisé à l'aide du logiciel Analyze © ; le volume de la hernie a été déterminé en moyennant les mesures résultant de quinze segmentations (réalisées par un seul utilisateur) afin de réduire au maximum les erreurs dues à la segmentation. Finalement, le volume moyen de la hernie est de $3,6$ cm³ (avec un écart type de $\sigma_{\text{vol}} = 0,16$ cm³, soit environ 5 % d'erreurs sur cette mesure) et l'aire de décompression au niveau du plancher orbitaire de $2,9$ cm² (avec un écart type de $\sigma_{\text{surf}} = 0,2$ cm²).

En intégrant, dans l'équation (5.4), les valeurs de r et de h , mesurées sur le patient de référence, nous sommes capables de donner une première estimation de la variation de volume dans l'orbite. Pour ce patient, le volume décompressé est estimé à $3,69$ cm³ de tissus qui sont supposés passer dans la hernie après un recul de $x = 4$ mm. Par rapport à la relation (1) donnée au cours du Chapitre 1 (un recul de 4 mm implique une hernie d'un volume compris entre $2,66$ et 4 cm³), il y a une différence d'environ - 8 % avec la limite haute et d'environ + 39 % avec la limite basse. L'essentiel est que l'estimation du volume de la hernie soit entre les deux bornes de la relation (1). Plus important, par rapport aux données mesurées sur notre patient de référence et donnant un volume de $3,6$ cm³ pour la hernie créée au cours de la décompression, une différence d'environ 3 % est observée. Cette différence est relativement faible compte tenu notamment des approximations dues à la segmentation. De plus, le fait que la géométrie du modèle analytique soit loin de celle de l'orbite du patient est une autre source d'erreur qui peut causer cette différence d'environ 3 %. En effet, nous pouvons le voir sur la Figure 5.5, la cavité orbitaire n'a pas réellement la forme d'un cône. Quoiqu'il en soit, avec le modèle analytique présenté au cours de ce chapitre, nous sommes capables de donner une première estimation du volume de la hernie créée, relativement proche de la réalité.

4. Discussion

Ce modèle est très intéressant puisqu'il permet d'estimer, en fonction du recul du globe et des dimensions de l'orbite, le volume de la hernie créée au cours de la réduction de l'exophtalmie, avec une différence d'environ 3 % par rapport aux mesures cliniques. L'intérêt de ce modèle est qu'il est très rapide à mettre en œuvre puisqu'il suffit d'intégrer les dimensions mesurées sur l'examen scanner à l'équation (5.4) pour avoir la valeur de ce volume. Pour ce patient, ce modèle semble plus efficace (seulement 3 % d'erreur sur la prédiction du volume) que la relation empirique (1) qui ne donne qu'un intervalle assez large pour prédire le volume de la hernie (entre $2,66$ et 4 cm³). Néanmoins, ce résultat devra par la suite être vérifié sur une série plus importante de patients pour lesquels nous disposerons de scanners pré et postopératoire. Etant données les importantes variations anatomiques possibles

au niveau de l'orbite, il est fort probable que, dans d'autres cas, notre modèle donne une prédiction du volume avec un peu plus que 3 % d'erreur.

Il est donc indéniable que le modèle analytique présenté au cours de ce chapitre apporte une contribution intéressante à l'estimation du volume de tissus décompressés au cours de la réduction d'une exophtalmie et plus généralement au cours de chirurgies orbitaires.

Cependant, malgré sa capacité à donner cette estimation rapidement, il ne peut pas prédire les effets d'une chirurgie orbitaire sur les tissus mous et osseux de l'orbite. En particulier, ce modèle analytique est dans l'incapacité de prendre en compte la taille de l'ostéotomie et donc d'estimer le recul oculaire résultant de telle ou telle ostéotomie. De plus, il ne peut pas prendre en compte les différentes possibilités liées aux interventions de décompression orbitaire. En effet, la taille et la position de l'ostéotomie pratiquée par le chirurgien ne sont absolument pas prises en compte dans ce modèle analytique. Par ailleurs, cette modélisation ne permet pas de déterminer les forces à exercer sur le globe pour obtenir tel ou tel recul et si cela est faisable cliniquement. Pour intégrer tous ces paramètres à notre modèle, il faudrait obligatoirement l'alourdir considérablement et il perdrait alors son intérêt principal : sa capacité à donner une estimation rapide de la variation de volume des tissus mous intra-orbitaires.

Pour prendre en compte ces paramètres, nous avons décidé de nous orienter vers un modèle plus complexe, demandant plus de calculs, mais plus précis d'un point de vue biomécanique. Notre choix s'est porté sur l'utilisation de la méthode des éléments finis au travers d'un modèle tridimensionnel complexe de l'orbite. Nous allons présenter cette approche et la développer, dans le chapitre suivant.