

**Dynamique temporelle des oscillateurs paramétriques
optiques continus :
oscillations multimodes, oscillations en rafales et chaos**

Thèse effectuée au
*Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes, Molécules,
Université des Sciences et Technologies de Lille, France*

par **A. Amon**

dans l'équipe : S. Bielawski, D. Derozier, M. Lefranc et J. Zemmouri.

Plan de l'exposé

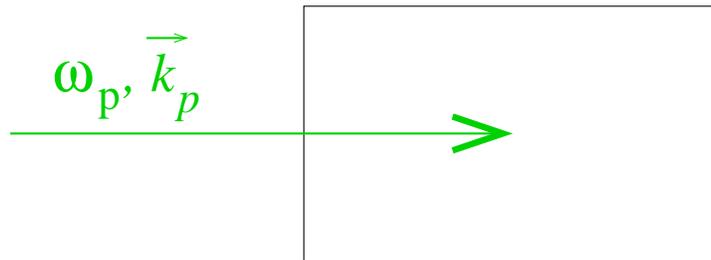
- **Introduction**
 - Principe des oscillateurs paramétriques optiques (OPO)
 - Instabilités temporelles : prédictions théoriques et travaux antérieurs
- **Oscillations multimodes transverses**
 - Preuve expérimentale du caractère multimode transverse
 - Conditions d'apparition des oscillations
- **Oscillations complexes**
 - Oscillations en rafales
 - Chaos

Plan de l'exposé

- **Introduction**
 - Principe des oscillateurs paramétriques optiques (OPO)
 - Instabilités temporelles : prédictions théoriques et travaux antérieurs
- Oscillations multimodes transverses
 - Preuve expérimentale du caractère multimode transverse
 - Conditions d'apparition des oscillations
- Oscillations complexes
 - Oscillations en rafales
 - Chaos

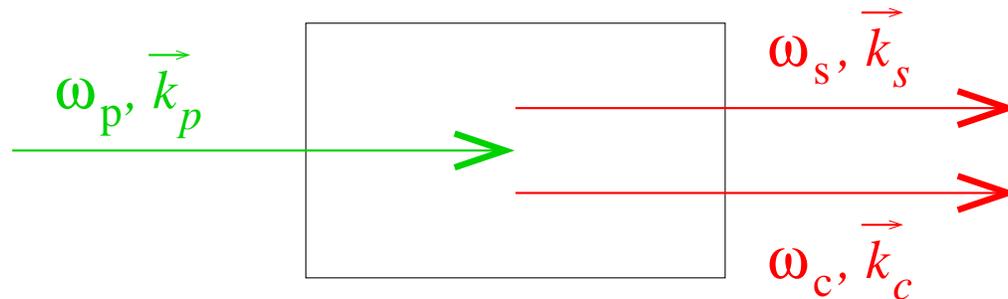
Mécanisme de base

Génération paramétrique de sous-harmonique : conversion d'un photon de **pompe** en un photon **signal** et un photon **complémentaire**.



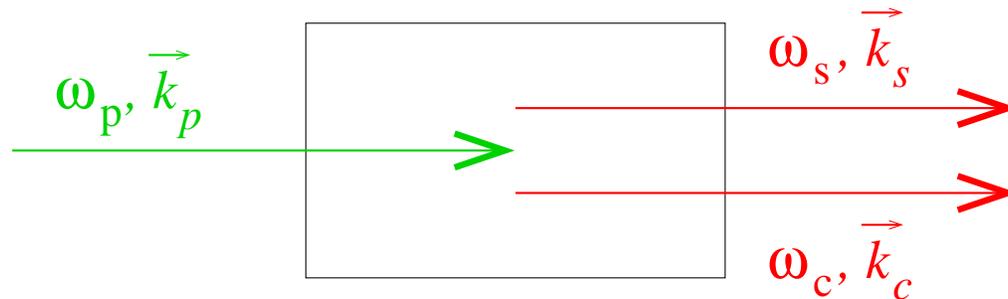
Mécanisme de base

Génération paramétrique de sous-harmonique : conversion d'un photon de **pompe** en un photon **signal** et un photon **complémentaire**.



Mécanisme de base

Génération paramétrique de sous-harmonique : conversion d'un photon de **pompe** en un photon **signal** et un photon **complémentaire**.



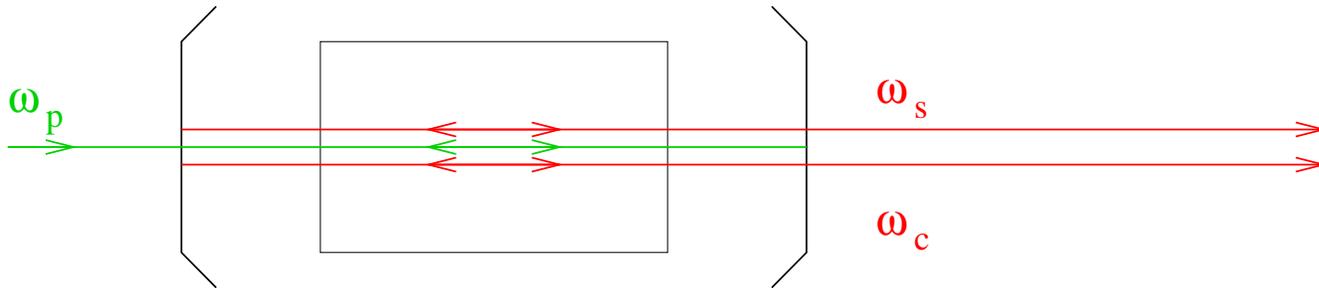
- $\omega_p = \omega_s + \omega_c$ (conservation de l'énergie)
- $\Delta k = k_p - k_s - k_c$ petit (conservation de l'impulsion)

Oscillateur paramétrique optique

Repose sur un effet non-linéaire dans le cristal ($\chi^{(2)}$) :

$$\frac{dA_s}{dz} \sim A_p A_c^*, \quad \frac{dA_c}{dz} \sim A_p A_s^*, \quad \frac{dA_p}{dz} \sim A_s A_c.$$

Gain faible \rightarrow le cristal est placé à l'intérieur d'une cavité résonnante :



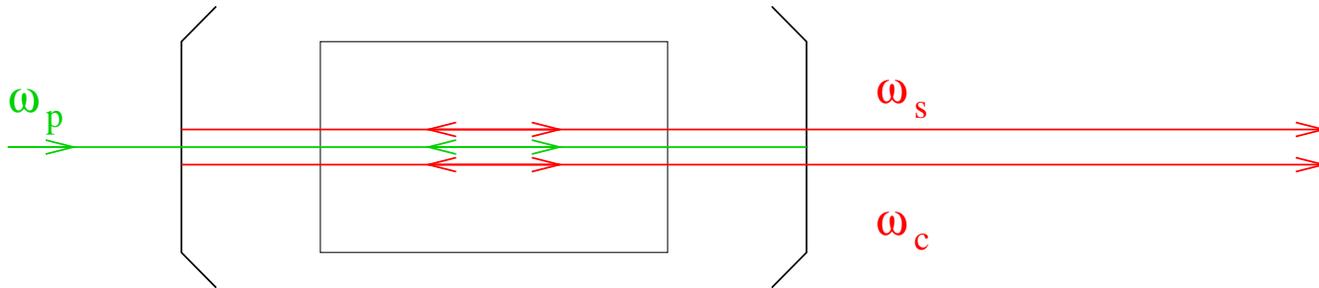
Les miroirs peuvent être réfléchissants pour 1, 2 ou 3 champs : OPO simplement, doublement ou **triplement** résonant (TROPO, cas de nos expériences).

Oscillateur paramétrique optique

Repose sur un effet non-linéaire dans le cristal ($\chi^{(2)}$) :

$$\frac{dA_s}{dz} \sim A_p A_c^*, \quad \frac{dA_c}{dz} \sim A_p A_s^*, \quad \frac{dA_p}{dz} \sim A_s A_c.$$

Gain faible \rightarrow le cristal est placé à l'intérieur d'une cavité résonnante :



Les miroirs peuvent être réfléchissants pour 1, 2 ou 3 champs : OPO simplement, doublement ou **triplement** résonant (TROPO, cas de nos expériences).

\rightarrow source de lumière cohérente, largement accordable mais difficile à stabiliser dans la configuration TROPO notamment à des taux de pompage élevés.

Intérêts

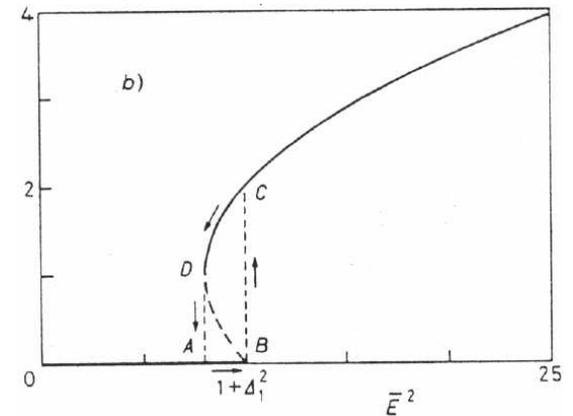
- spectroscopie
- métrologie
- optique quantique : états comprimés, photons jumeaux (propriétés quantiques des photons générés)
- système optique non-linéaire : dynamique temporelle et spatio-temporelle

Modèle champ-moyen monomode dégénéré

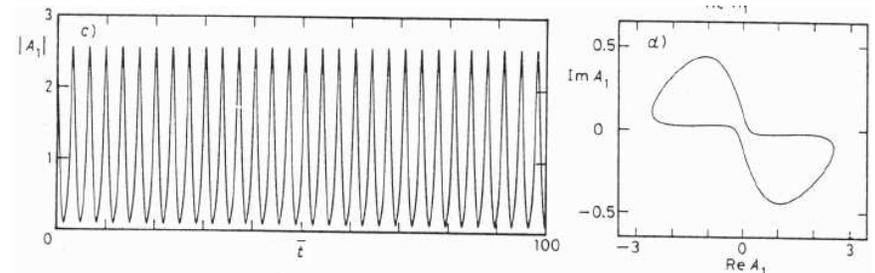
$$\dot{A}_p = \tau_p^{-1} [-(1 + i\sigma_p) A_p - A_s^2 + E]$$

$$\dot{A}_s = \tau_s^{-1} [-(1 + i\sigma_s) A_s + A_p A_s^*]$$

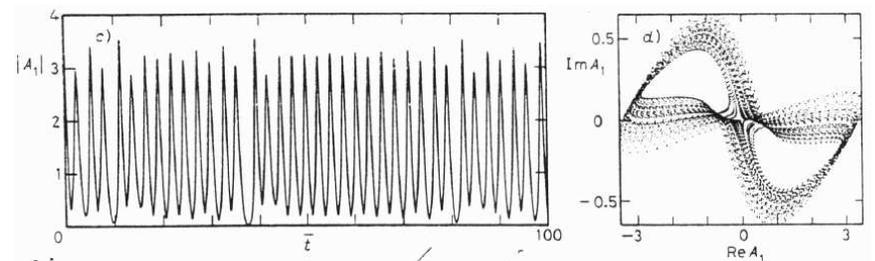
- bistabilité



- instabilité périodique
(bifurcation de Hopf)



- cascade de doublements de période
vers un **comportement chaotique**

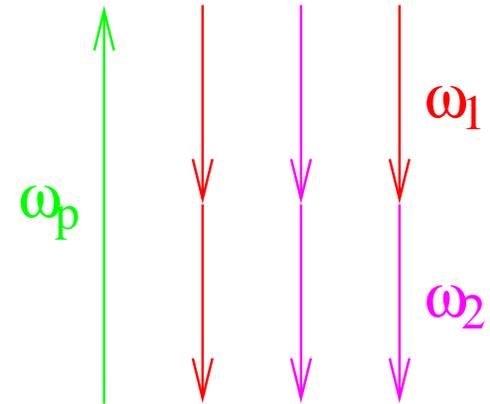
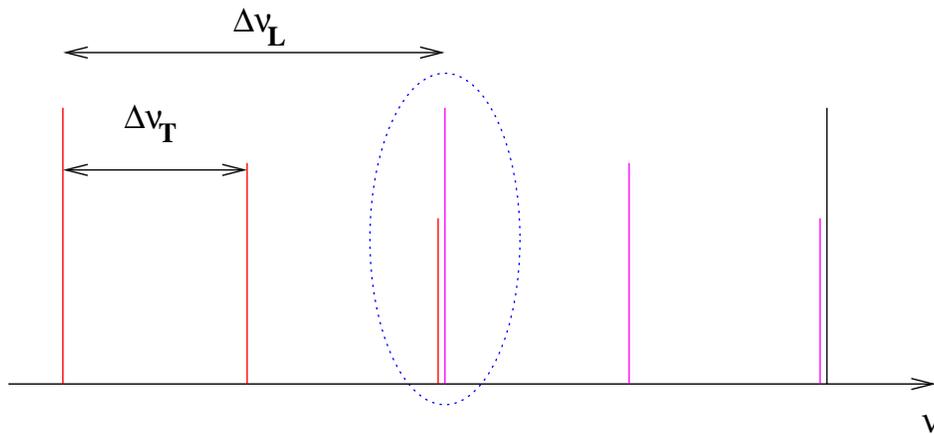


McNeil *et al.*, *Opt. Commun.* **27** 29 (1978)

Lugiato *et al.*, *Il Nuovo Cimento* **10D**, 959 (1988)

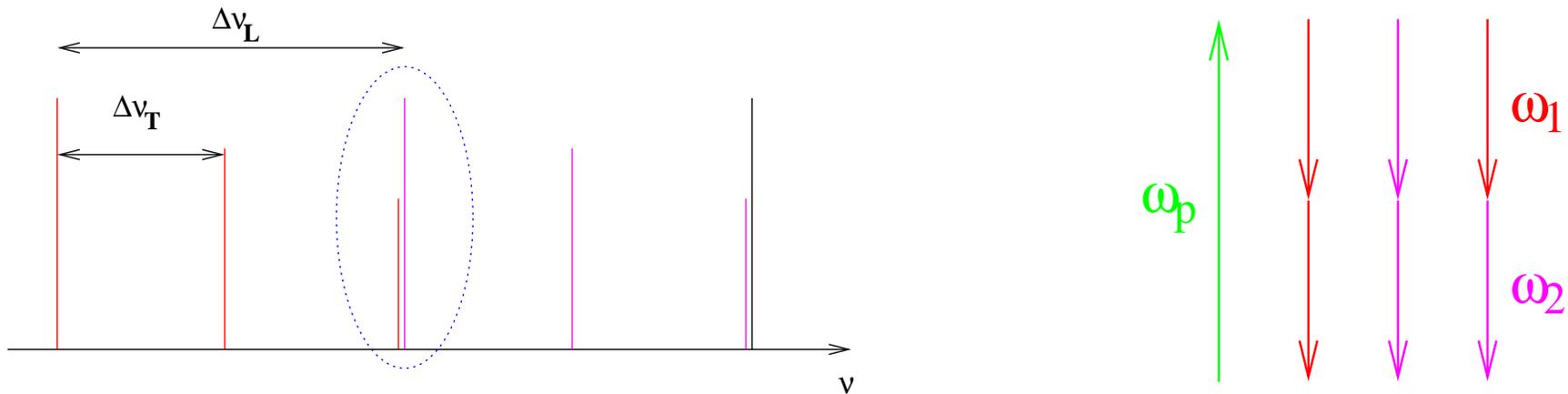
Dynamique multimode

Coïncidence de modes transverses de la cavité : ne peuvent plus être considérés comme découplés



Dynamique multimode

Coïncidence de modes transverses de la cavité : ne peuvent plus être considérés comme découplés



Interaction de deux modes transverses (cas dégénéré $\omega_s = \omega_c = \omega_p/2$):

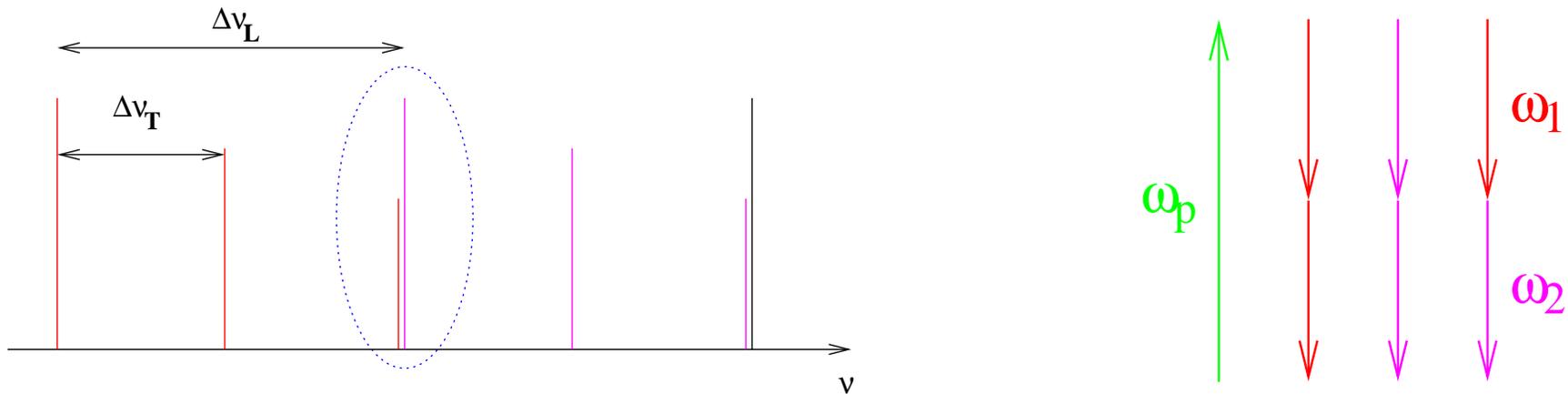
$$\dot{A}_p = \gamma[-(1 + \sigma_p)A_p - A_1^2 - \chi A_2^2 - 2\chi_{12}A_1A_2 + E]$$

$$\dot{A}_1 = -(1 + \sigma_1)A_1 + A_p A_1^* + \chi_{12}A_p A_2^*$$

$$\dot{A}_2 = -(1 + \sigma_2)A_2 + \chi_{12}A_p A_1^* + \chi A_p A_2^*$$

Dynamique multimode

Coïncidence de modes transverses de la cavité : ne peuvent plus être considérés comme découplés



Interaction de deux modes transverses (cas dégénéré $\omega_s = \omega_c = \omega_p/2$):

$$\dot{A}_p = \gamma[-(1 + \sigma_p)A_p - A_1^2 - \chi A_2^2 - 2\chi_{12}A_1A_2 + E]$$

$$\dot{A}_1 = -(1 + \sigma_1)A_1 + A_p A_1^* + \chi_{12}A_p A_2^*$$

$$\dot{A}_2 = -(1 + \sigma_2)A_2 + \chi_{12}A_p A_1^* + \chi A_p A_2^*$$

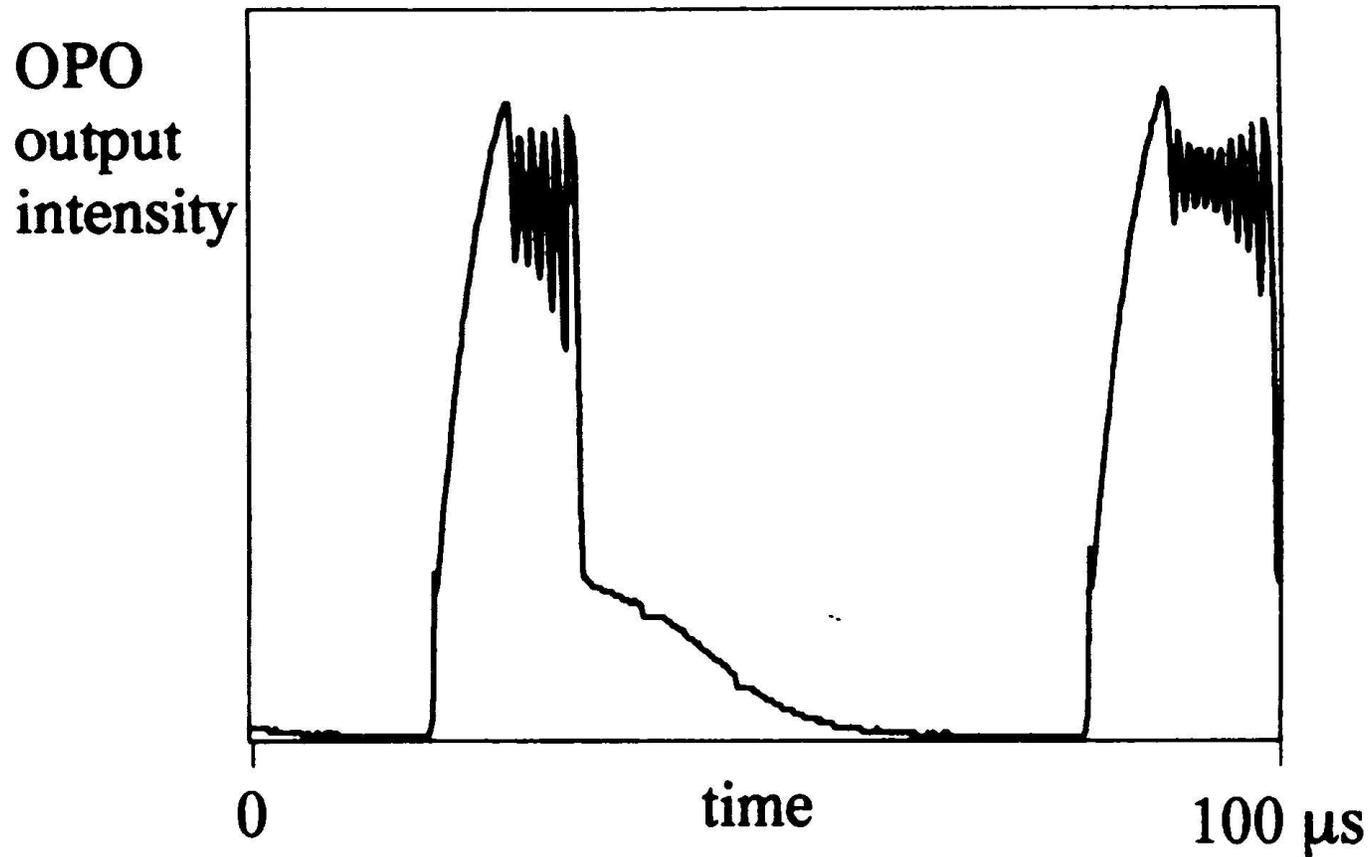
En fonction des paramètres de contrôle (en particulier σ_1 et σ_2)

- émission stationnaire sur les deux modes verrouillés en fréquence
- oscillations périodiques

Schwob *et al.*, *Applied Phys. B* **66**, 685 (1998)

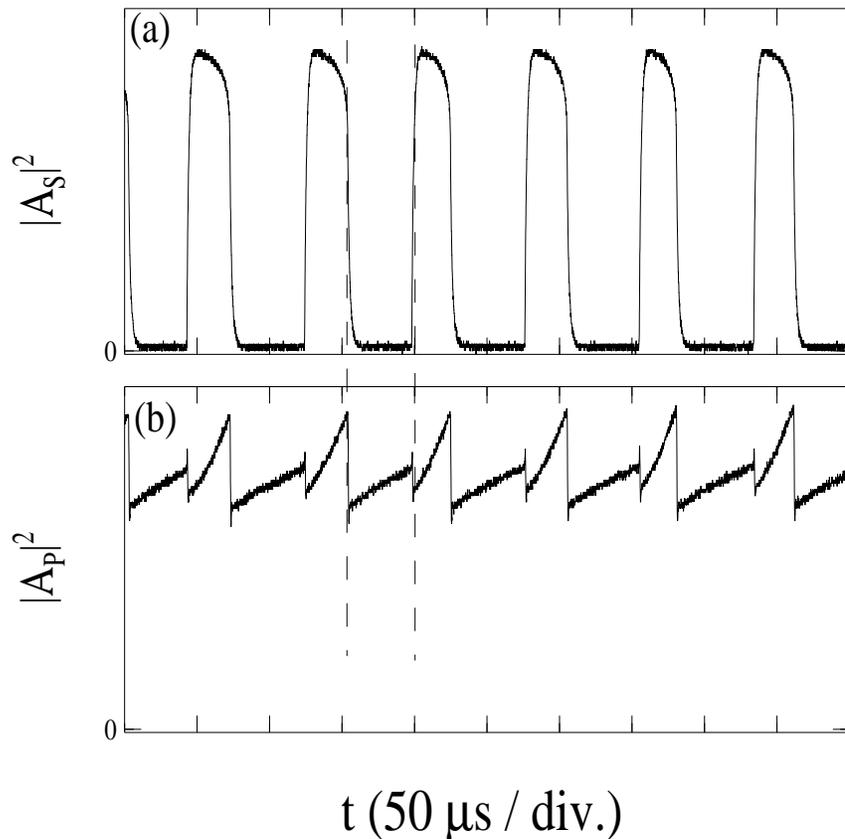
Expériences antérieures

En étudiant la bistabilité et le retard à la bifurcation dans un TROPO, Richy *et al.* ont observé des oscillations spontanées sur deux échelles de temps :



C. Richy *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 456 (1995).

Instabilités opto-thermiques : observations expérimentales

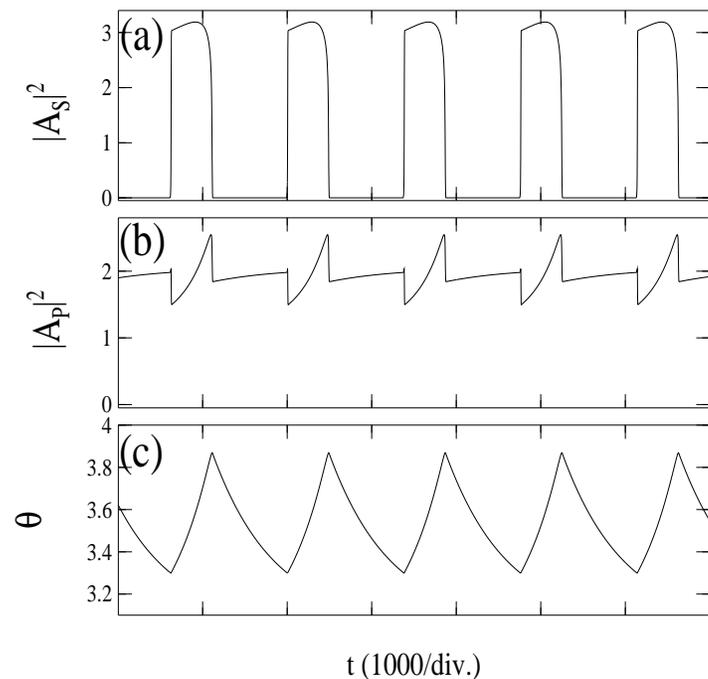


- taux de répétition : ~ 10 kHz : lent en comparaison de l'inverse du temps de vie des photons dans la cavité (~ 10 MHz)
- périodes d'évolutions lentes séparées par des sauts brusques où le système évolue sur des échelles de temps beaucoup plus rapides

Modélisation et mécanisme

Prise en compte de l'absorption des champs
: la longueur de la cavité est fonction de la
température \rightarrow introduction d'une variable
lente (θ) dans le modèle.

Simulations numériques

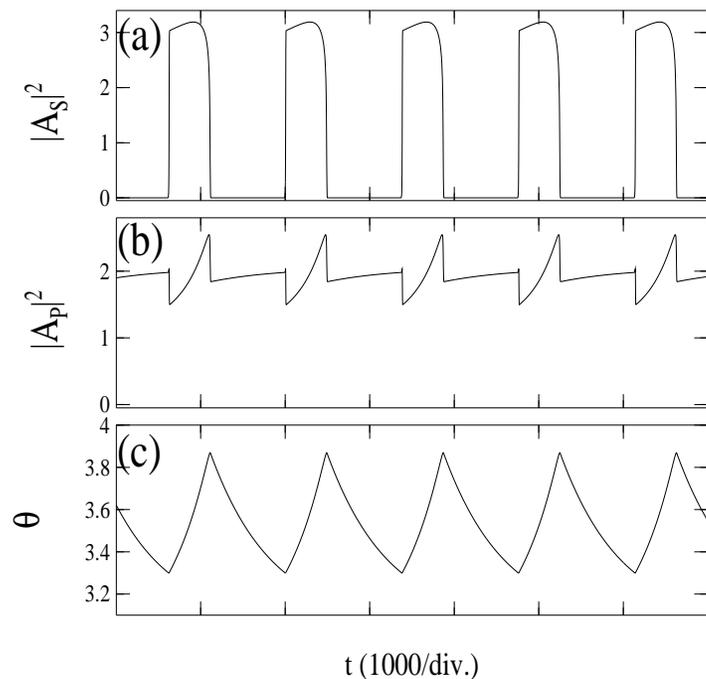


Reproduction des résultats expérimentaux
par ce modèle phénoménologique.

Modélisation et mécanisme

Prise en compte de l'absorption des champs
: la longueur de la cavité est fonction de la
température \rightarrow introduction d'une variable
lente (θ) dans le modèle.

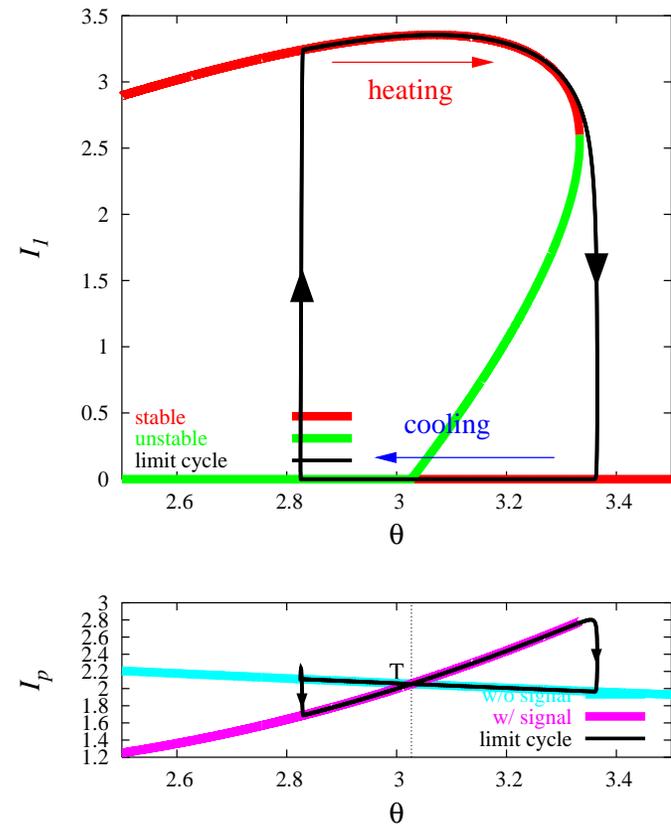
Simulations numériques



Reproduction des résultats expérimentaux
par ce modèle phénoménologique.

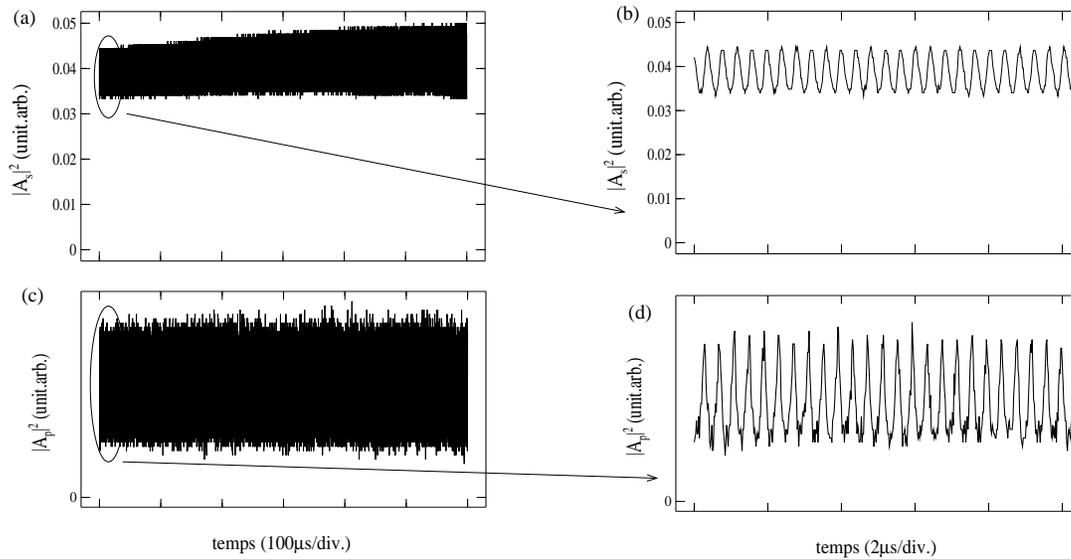
P. Suret *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 021805 (R) (2000)

Oscillations de relaxation autour d'un cycle de bistabilité (van der Pol)



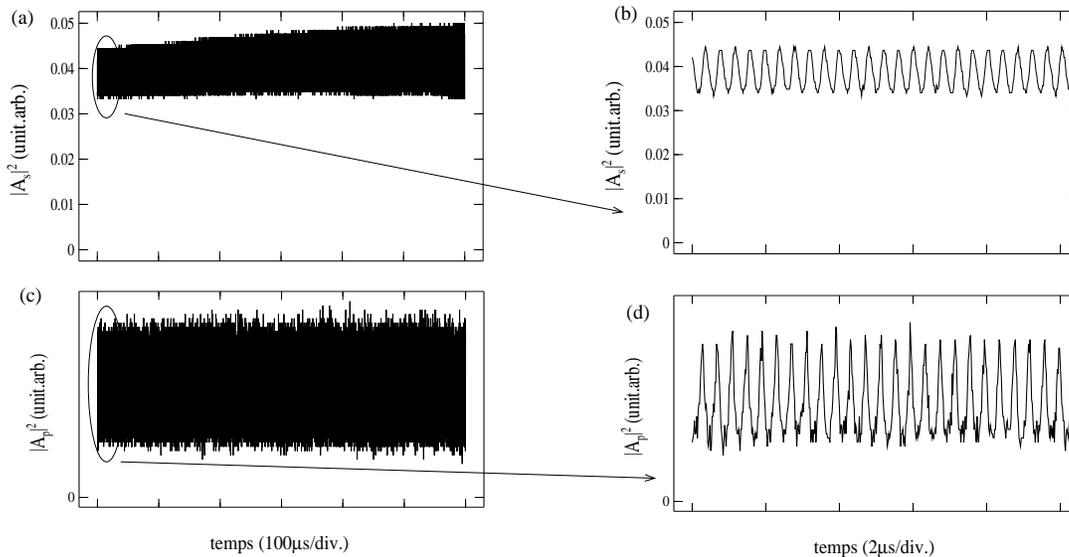
Le cycle de bistabilité peut être arbitrairement petit \rightarrow des variations de la taille de la cavité et des absorptions arbitrairement petites peuvent engendrer des modulations de 100% de l'intensité.

Instabilités “rapides”

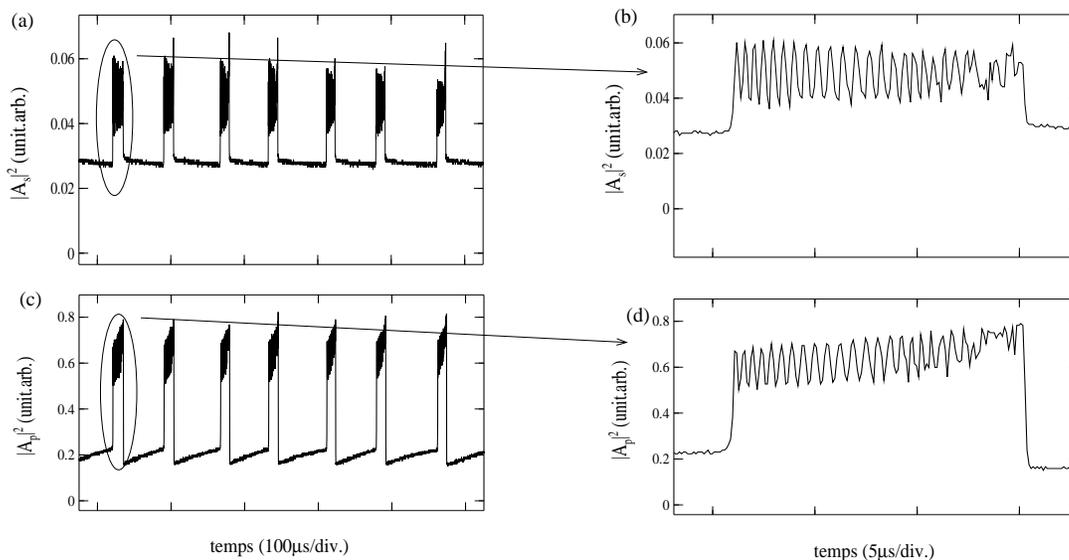


- Oscillations rapides des intensités de la pompe et du signal à des fréquences de 1MHz à 10MHz
- Formes simples, pas de discontinuités

Instabilités “rapides”



- Oscillations rapides des intensités de la pompe et du signal à des fréquences de 1MHz à 10MHz
- Formes simples, pas de discontinuités



- Superposition des instabilités opto-thermiques et des oscillations rapides
- Forme et fréquence proches des observations de Richy *et al.*

Hypothèse de mécanisme

Oscillations rapides \neq solution oscillante du modèle champ-moyen monomode :

- les valeurs du taux de pompage et du seuil dans les expériences sont incompatibles avec les conditions de la bifurcation

A. Amon *et al.*, en préparation

- limite inférieure de la fréquence de la Hopf :

$$\omega_H > \omega_L = \frac{1}{\sqrt{\tau_p(\tau_p + \tau_s)}} \sim 10 \text{ MHz}$$

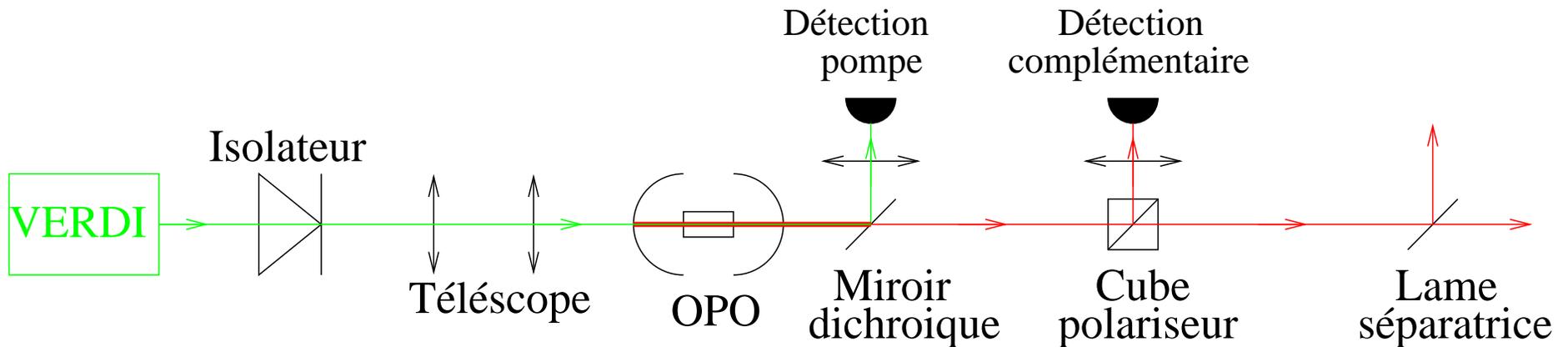
P. Suret *et al.*, *Opt. Comm.* **200**, 369 (2001)

\implies Hypothèse naturelle : interaction de modes transverses

Questions

- Les oscillations “rapides” correspondent-elles réellement à un fonctionnement multimode ?
- Etude expérimentale plus poussée de ces instabilités
- Peut-on observer des comportements plus complexes prévus par la théorie et les simulations numériques ?

Dispositif expérimental

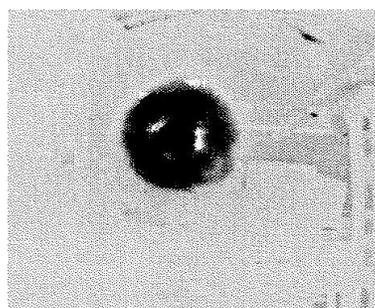
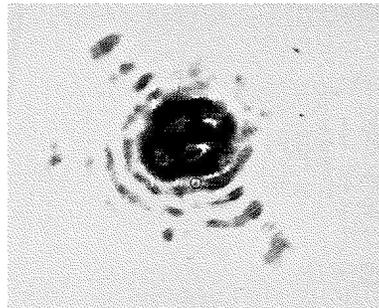
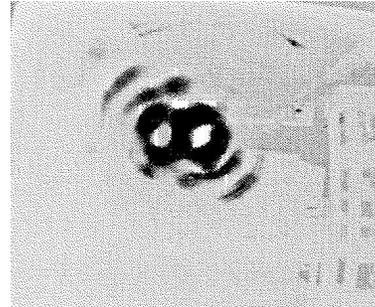
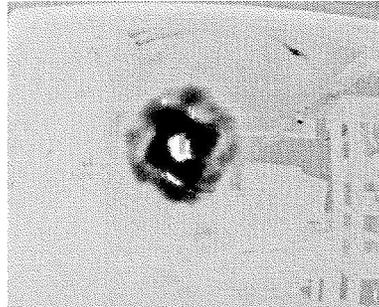
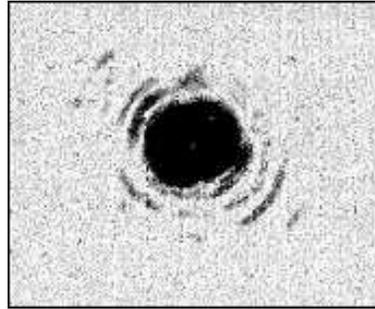
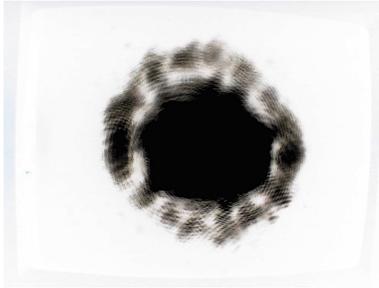


- laser de pompe : Verdi (Coherent) puissance maximale 5W à 532nm
- cristal non-linéaire : KTP 5mm×5mm×15mm, accord de phase de type II
- miroirs sphériques de rayon de courbure 5cm :
 - entrée 90% ou 94% à 532nm, R_{max} à 1064nm
 - sortie R_{max} à 532 nm, 99% à 1064nm

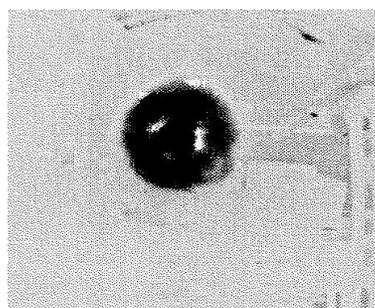
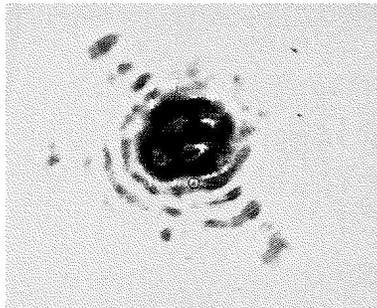
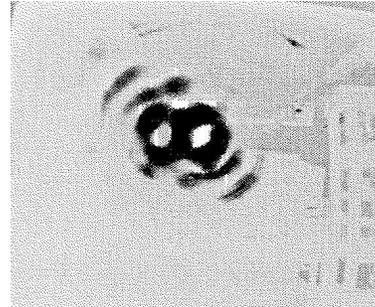
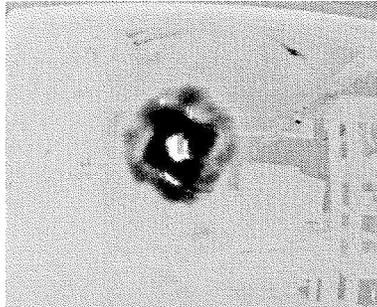
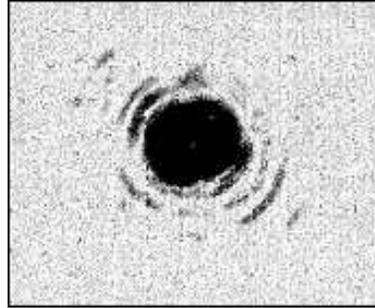
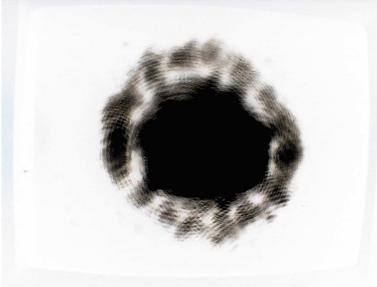
Plan de l'exposé

- Introduction
 - Principe des oscillateurs paramétriques optiques (OPO)
 - Instabilités temporelles : prédictions théoriques et travaux antérieurs
- **Oscillations multimodes transverses**
 - Mise en évidence du caractère multimode transverse
 - Conditions d'apparition des oscillations
- Oscillations complexes
 - Oscillations en rafales
 - Chaos

Observations à la caméra



Observations à la caméra



Temps d'acquisition d'une image à la caméra : 20ms

Temps maximum sur lequel se maintiennent les oscillations rapides : $\sim 500 \mu s$

Preuve expérimentale du comportement multimode

un seul mode $\Leftrightarrow E(t, \vec{r}) = A(t)f(\vec{r})$

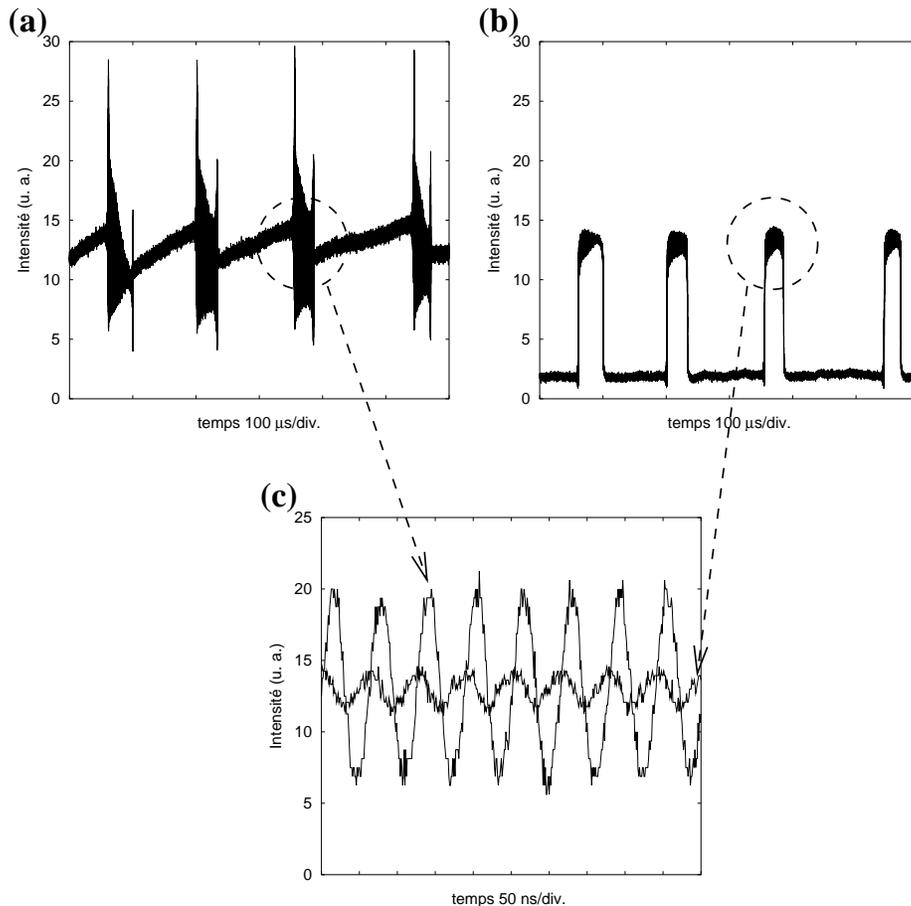
Preuve expérimentale du comportement multimode

un seul mode $\Leftrightarrow E(t, \vec{r}) = A(t)f(\vec{r}) \Leftrightarrow E(t, \vec{r}_1)/E(t, \vec{r}_2) = f(\vec{r}_1)/f(\vec{r}_2)$

Preuve expérimentale du comportement multimode

un seul mode $\Leftrightarrow E(t, \vec{r}) = A(t)f(\vec{r}) \Leftrightarrow E(t, \vec{r}_1)/E(t, \vec{r}_2) = f(\vec{r}_1)/f(\vec{r}_2)$

Observation de l'intensité du signal en deux points différents d'une section du faisceau transverse :



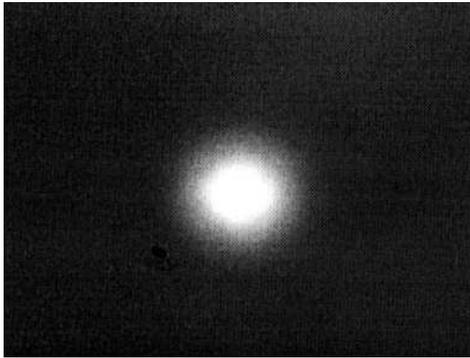
- Les traces ne sont pas proportionnelles entre elles
- Les oscillations sont déphasées

\Rightarrow présence de plusieurs modes de structure transverse différente

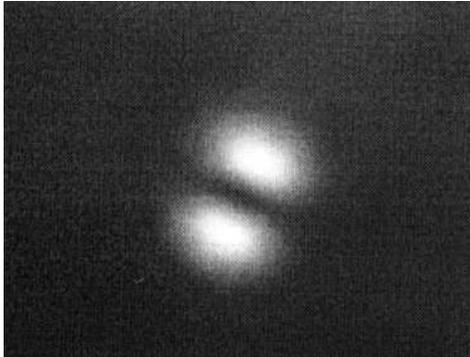
Méthode d'observation du profil transverse

Champs gaussiens :

TEM₀₀

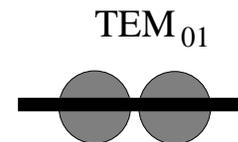
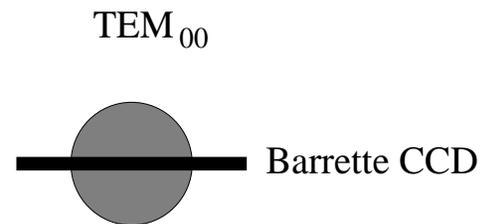


TEM₀₁

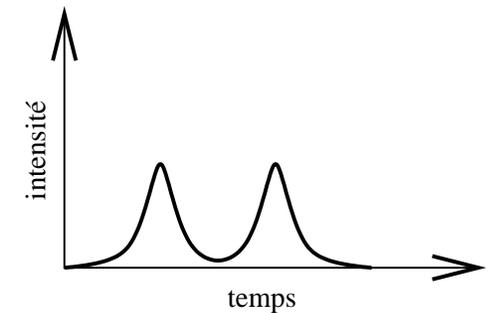
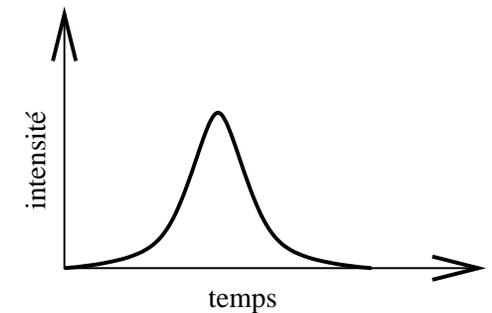


Observation d'une coupe du profil transverse : coupe unidimensionnelle du faisceau par une barrette CCD (temps d'acquisition 30 μ s) :

Image transverse

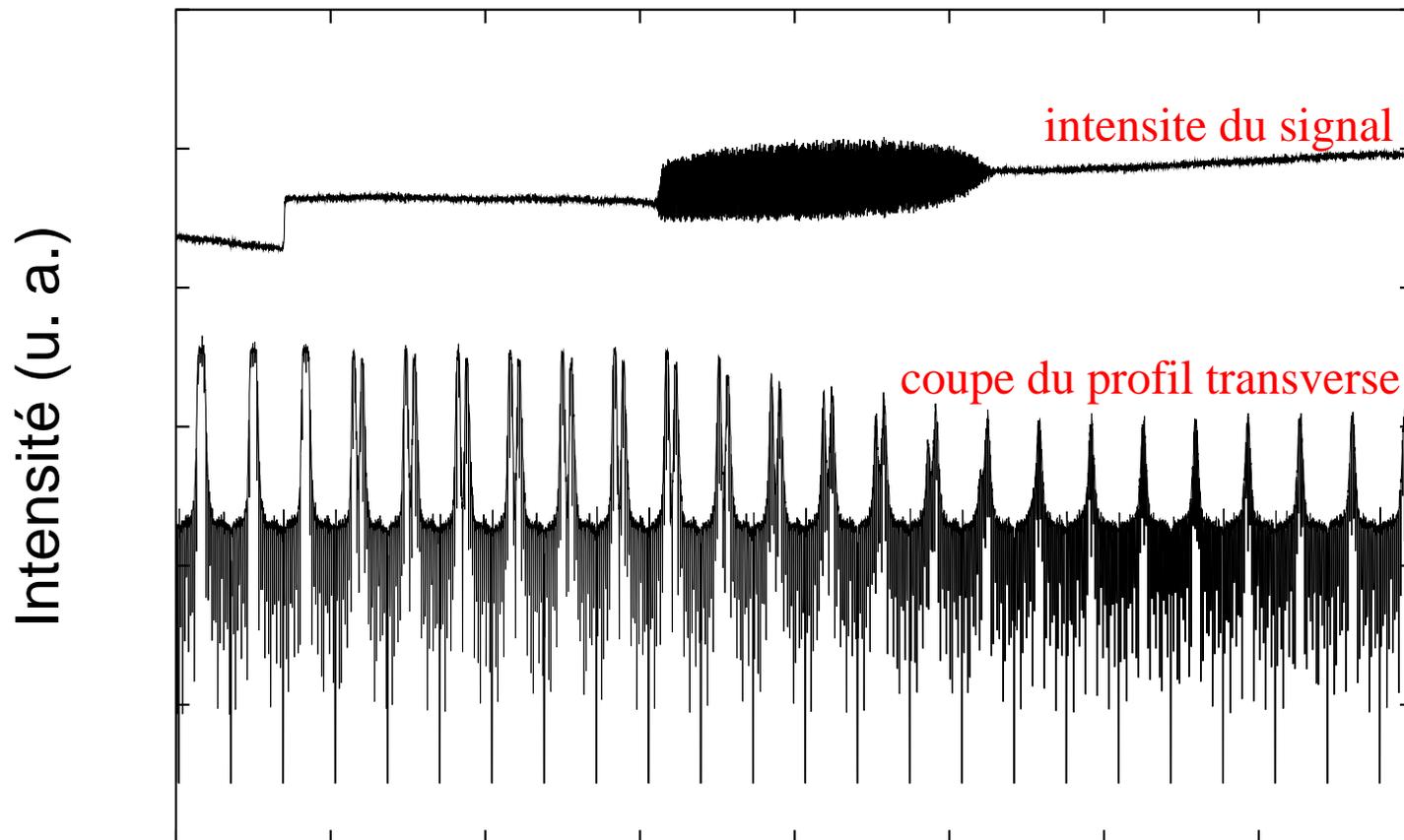


Profil à la barrette



Evolution d'une coupe du profil transverse

Coupe du faisceau transverse par une barrette de détecteurs → évolution du profil transverse au cours du temps

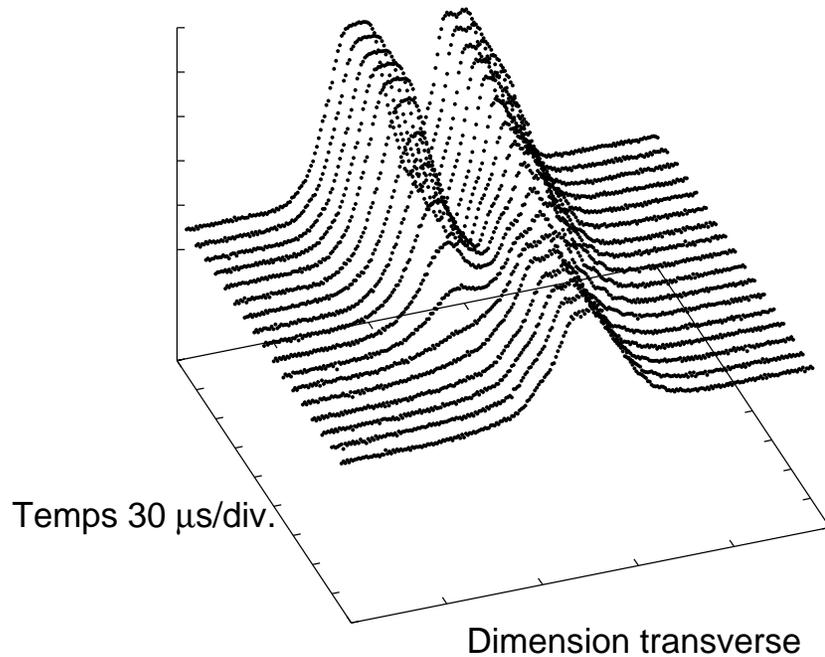


temps 100 μs/div.

Evolution d'une coupe du profil transverse

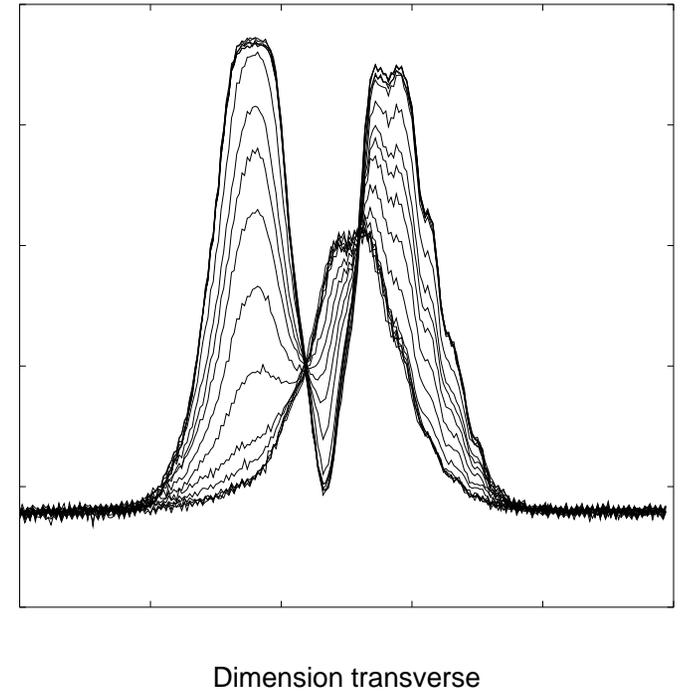
(a)

Intensité (u. a.)



(b)

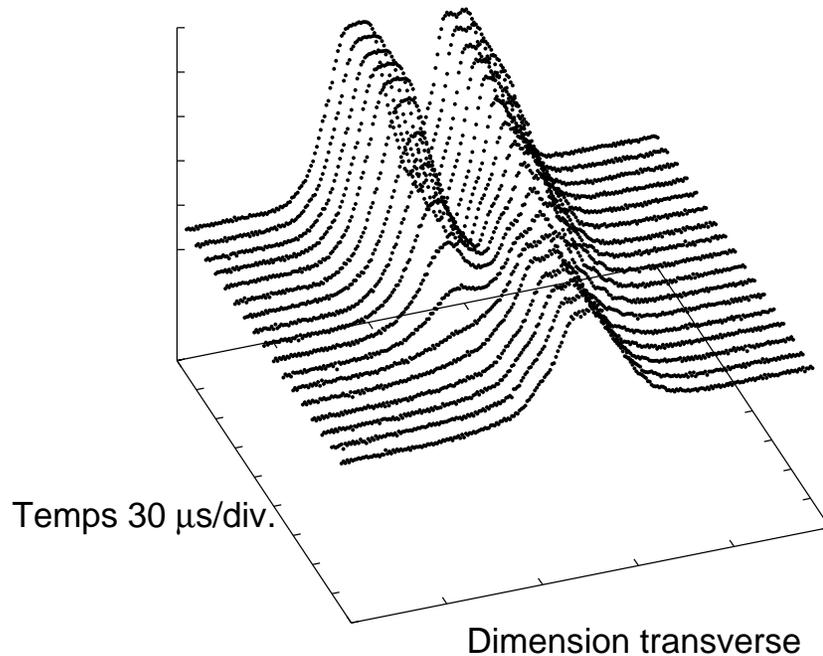
Intensité (u. a.)



Evolution d'une coupe du profil transverse

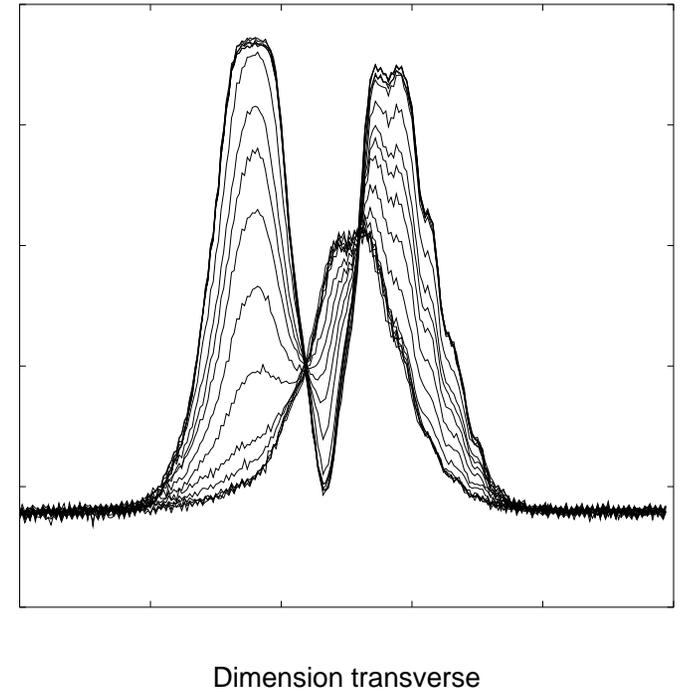
(a)

Intensité (u. a.)



(b)

Intensité (u. a.)

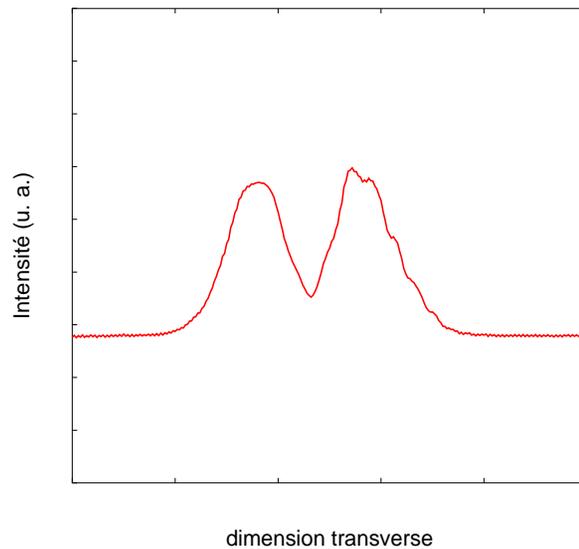


Combien de modes interviennent ?

→ méthode de décomposition modale : décomposition en valeurs singulières (SVD).

Résultats de la SVD

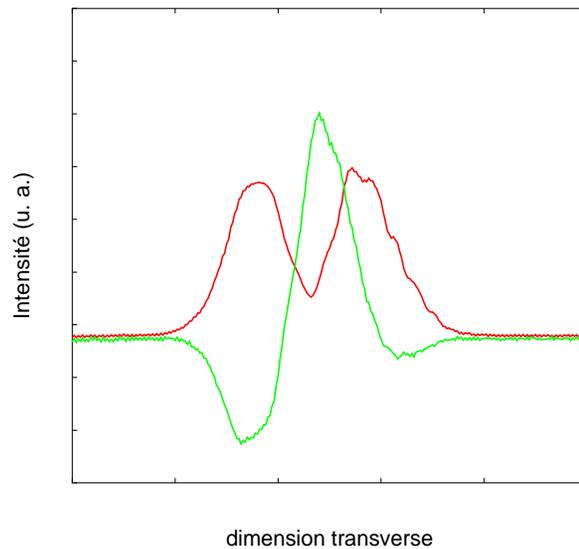
Profils correspondant aux trois premières valeurs singulières :



N	$\frac{w_N}{w_1}$	$\frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^m w_i}$
1	1	70.5%
2	0.315	92.7%
3	0.033	95.0%
4	0.014	95.9%
5	0.008	96.5%
6	0.008	97.1%
7	0.006	97.5%
8	0.005	97.9%
9	0.004	98.2%
10	0.004	98.4%
11	0.003	98.7%
12	0.003	98.9%
13	0.003	99.2%
14	0.003	99.4%
15	0.003	99.6%
16	0.003	99.8%
17	0.003	100%

Résultats de la SVD

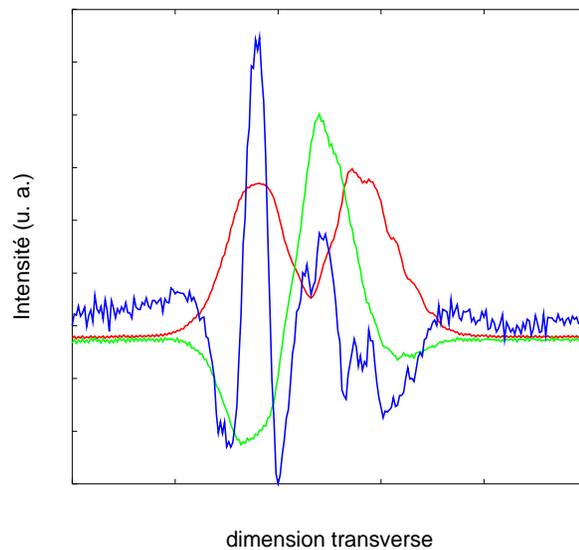
Profils correspondant aux trois premières valeurs singulières :



N	$\frac{w_N}{w_1}$	$\frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^{17} w_i}$
1	1	70.5%
2	0.315	92.7%
3	0.033	95.0%
4	0.014	95.9%
5	0.008	96.5%
6	0.008	97.1%
7	0.006	97.5%
8	0.005	97.9%
9	0.004	98.2%
10	0.004	98.4%
11	0.003	98.7%
12	0.003	98.9%
13	0.003	99.2%
14	0.003	99.4%
15	0.003	99.6%
16	0.003	99.8%
17	0.003	100%

Résultats de la SVD

Profils correspondant aux trois premières valeurs singulières :



N	$\frac{w_N}{w_1}$	$\frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^m w_i}$
1	1	70.5%
2	0.315	92.7%
3	0.033	95.0%
4	0.014	95.9%
5	0.008	96.5%
6	0.008	97.1%
7	0.006	97.5%
8	0.005	97.9%
9	0.004	98.2%
10	0.004	98.4%
11	0.003	98.7%
12	0.003	98.9%
13	0.003	99.2%
14	0.003	99.4%
15	0.003	99.6%
16	0.003	99.8%
17	0.003	100%

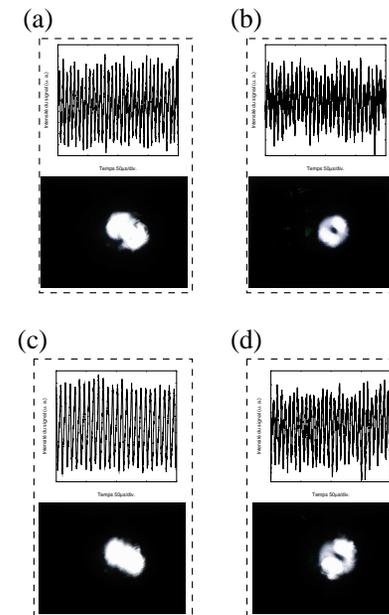
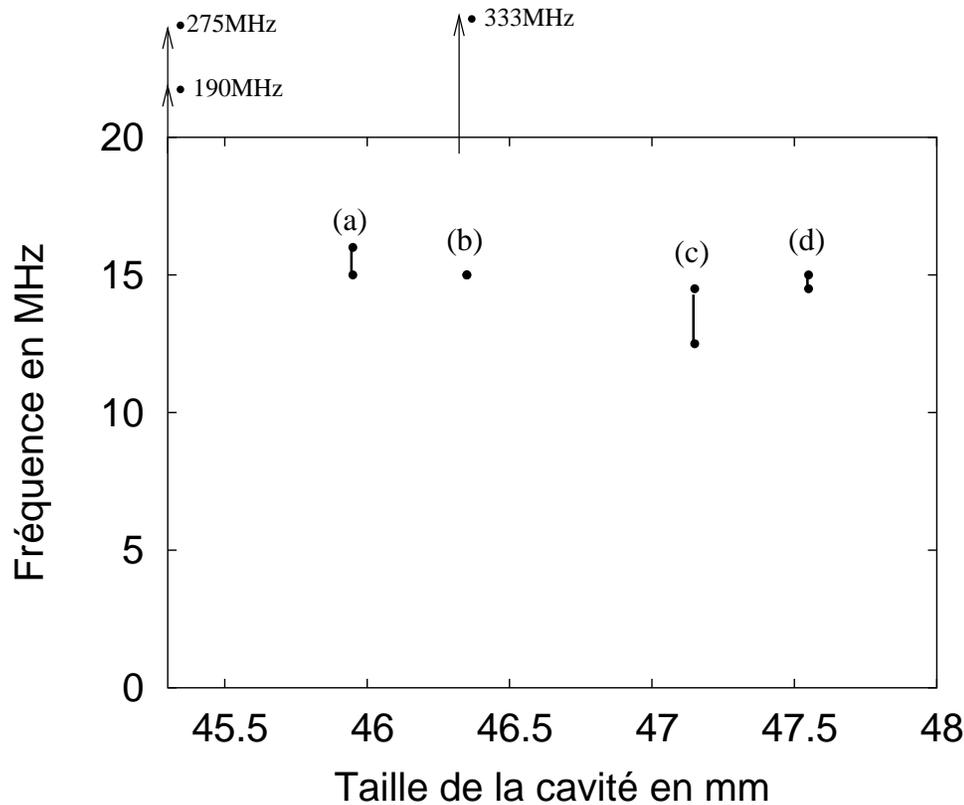
Conclusion

- Les oscillations rapides correspondent à des situations multimodes
- En général les modes impliqués sont peu nombreux
- Les modes impliqués sont d'ordre peu élevé

Mais

Si les oscillations multimodes correspondent à des coïncidences de modes, le phénomène devrait être rare.

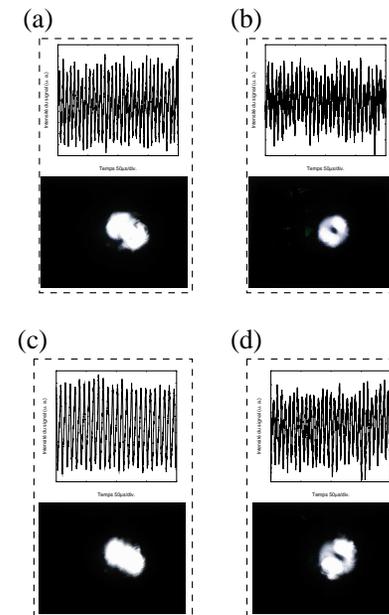
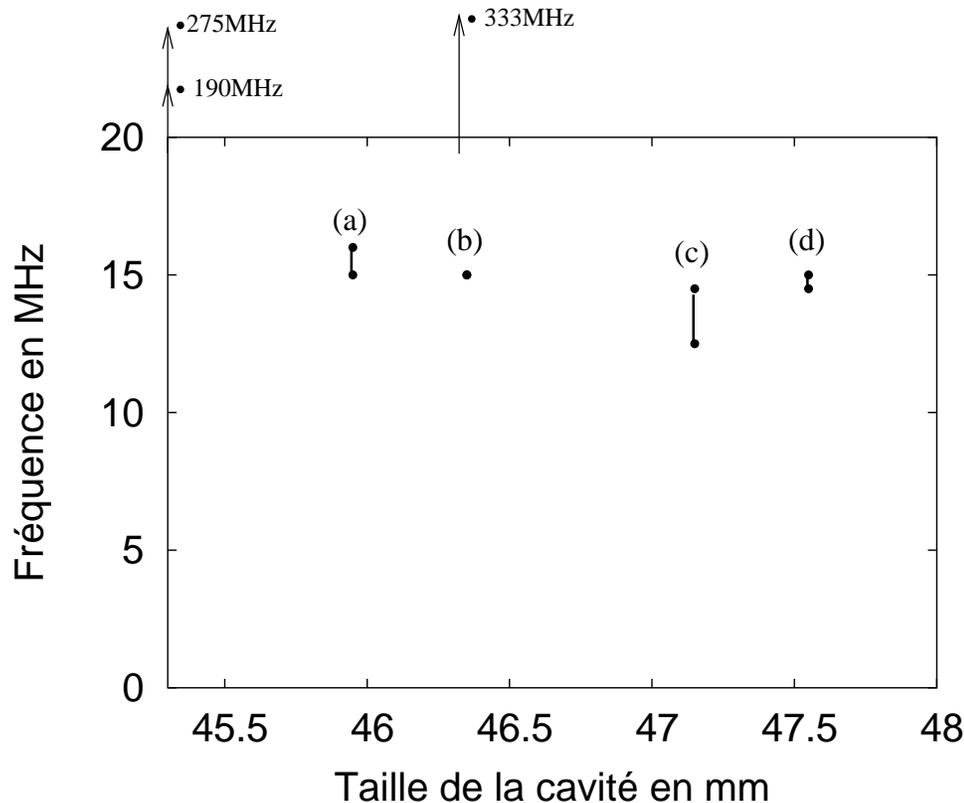
Les oscillations multimodes surviennent fréquemment



- exploration de la cavité par pas de $200\mu\text{m}$ entre 45.3 et 47.3mm
- pour chaque taille de cavité, exploration d'un intervalle spectral libre pour trouver des oscillations rapides, dans ce cas enregistrement du faisceau transverse

Des résultats similaires ont été obtenus pour plusieurs tailles de cavité choisies au hasard.

Les oscillations multimodes surviennent fréquemment



- exploration de la cavité par pas de $200\mu\text{m}$ entre 45.3 et 47.3mm
- pour chaque taille de cavité, exploration d'un intervalle spectral libre pour trouver des oscillations rapides, dans ce cas enregistrement du faisceau transverse

Des résultats similaires ont été obtenus pour plusieurs tailles de cavité choisies au hasard.

⇒ **Les oscillations rapides peuvent être observées dans de nombreuses configurations.**

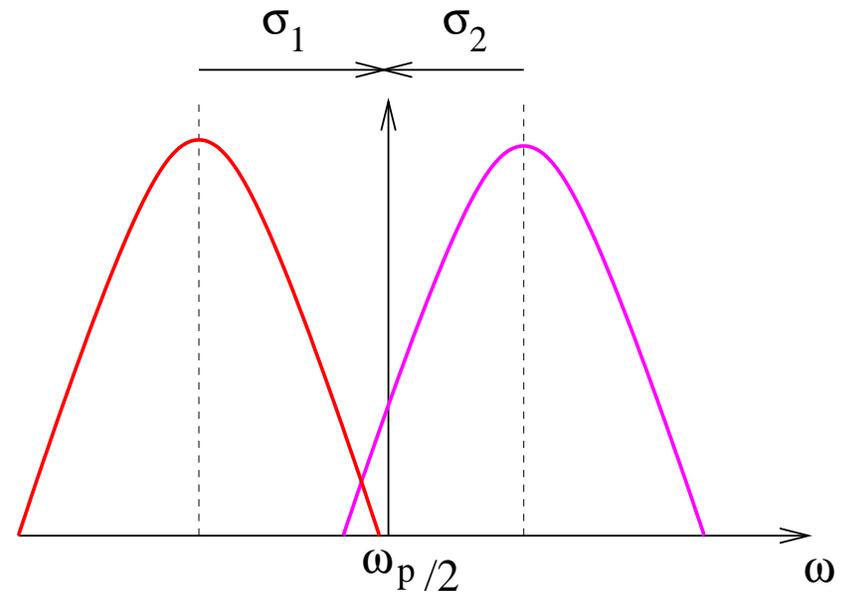
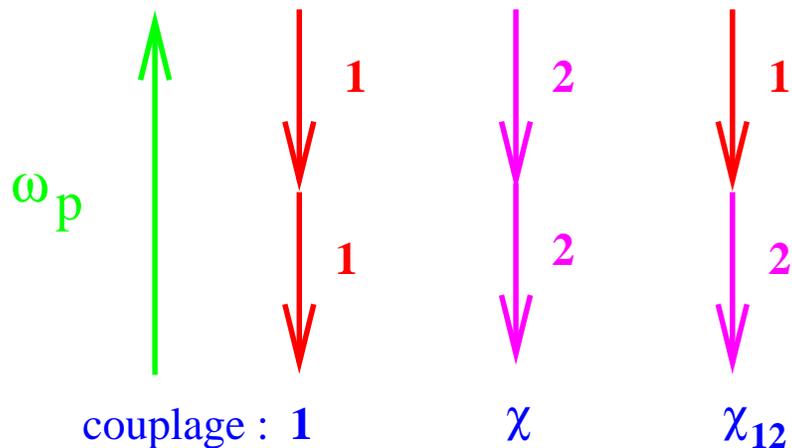
Rappel du modèle multimode

Modèle multimode transverse dégénéré ($\omega_s = \omega_c = \omega_p/2$) :

$$\dot{A}_p = \gamma[-(1 + i\sigma_p)A_p - A_1^2 - \chi A_2^2 - 2\chi_{12}A_1A_2 + E]$$

$$\dot{A}_1 = -(1 + i\sigma_1)A_1 + A_pA_1^* + \chi_{12}A_pA_2^*$$

$$\dot{A}_2 = -(1 + i\sigma_2)A_2 + \chi_{12}A_pA_1^* + \chi A_pA_2^*$$



Etude perturbative (1)

Conditions de l'approximation :

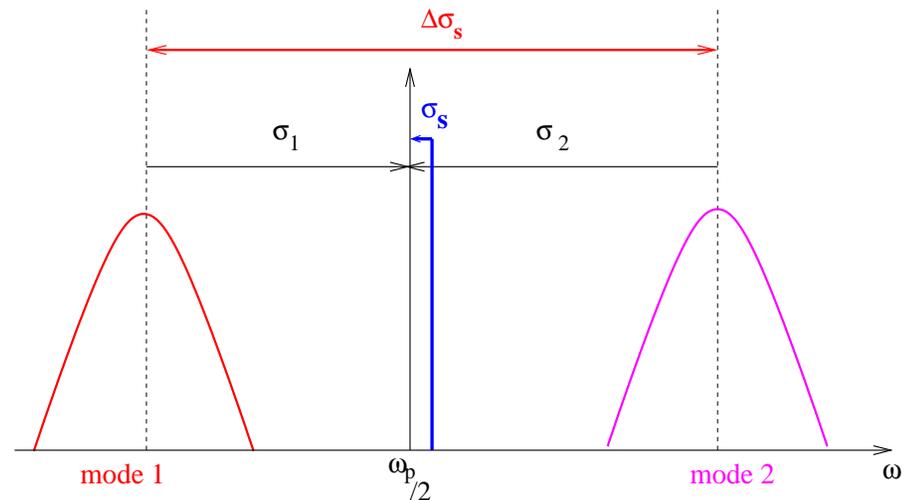
$$|\sigma_1|, |\sigma_2| \gg |\sigma_p|$$

$$|\sigma_1|, |\sigma_2| \gg |\sigma_1 + \sigma_2|$$

Définitions :

$$\Delta\sigma_s = |\sigma_2 - \sigma_1|$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$



A. Amon, M. Nizette, M. Lefranc et T. Erneux, *Phys. Rev. A* **68**, 023801 (2003)

Etude perturbative (2)

Définition de $\eta \ll 1$:

$$\sigma_1, \sigma_2 = O(\eta^{-1})$$

$$\sigma_p, \sigma_s = O(1)$$

Définitions des échelles de temps :

- t variable lente
- $s \equiv \eta^{-1}t$ variable rapide

Développement perturbatif multi-échelle:

$$A_j = A_{j0}(s, t) + \eta A_{j1}(s, t) + \dots$$

$$A_p = A_{p0}(s, t) + \eta A_{p1}(s, t) + \dots$$

Hypothèse des temps indépendants :

$$\dot{A}_j = \eta^{-1} \frac{\partial A_j}{\partial s} + \frac{\partial A_j}{\partial t}$$

Etude perturbative (3)

$$\begin{aligned} A_j &= \overbrace{a_j(t) \exp(i\sigma_s t)}^{\text{variation lente}} \overbrace{\exp(-i\sigma_j t)}^{\text{oscillation rapide}} + O(\eta) \\ A_p &= a_p(t) + O(\eta) \end{aligned}$$

Asymptotiquement : $a_1 = a_2 = a_s$, où a_s est solution du système monomode dégénéré indépendant de $\Delta\sigma_s$:

$$\begin{aligned} \dot{a}_s &= -(1 + i\sigma_s)a_s + \chi_{12}a_p a_s^* \\ \dot{a}_p &= \gamma[-(1 + i\sigma_p)a_p - \chi_{12}a_s^2 + E] \end{aligned}$$

Aux temps longs :

$$\begin{aligned} A_1(t) &= a_s(t) \exp\left(i\frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{2}t\right) + O(\eta) \\ A_2(t) &= a_s(t) \exp\left(i\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2}t\right) + O(\eta) \\ A_p(t) &= a_p(t) + O(\eta) \end{aligned}$$

Etude perturbative (résultats)

- La solution moyenne est déterminée par un système monomode de désaccord σ_s , et **qui est indépendant de $\Delta\sigma_s$** .
- Seuil d'apparition du régime multimode :

$$E_s = \frac{\sqrt{(1 + \sigma_p^2)(1 + \sigma_s^2)}}{\chi_{12}}.$$

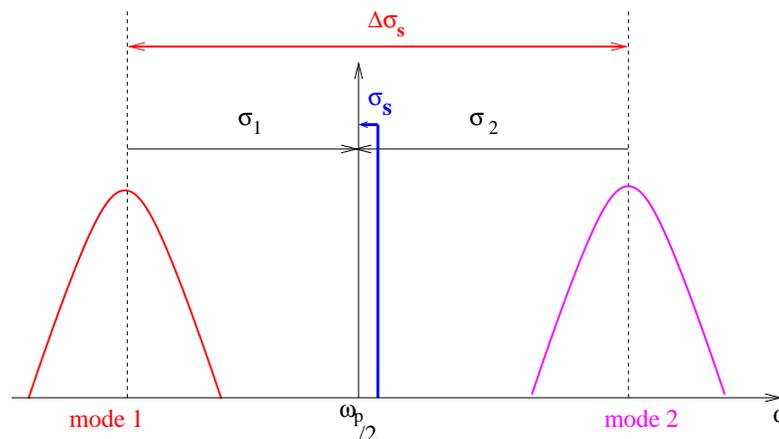
- Les photons des deux modes sont corrélés.

Etude perturbative (résultats)

- La solution moyenne est déterminée par un système monomode de désaccord σ_s , et **qui est indépendant de $\Delta\sigma_s$** .
- Seuil d'apparition du régime multimode :

$$E_s = \frac{\sqrt{(1 + \sigma_p^2)(1 + \sigma_s^2)}}{\chi_{12}}.$$

- Les photons des deux modes sont corrélés.

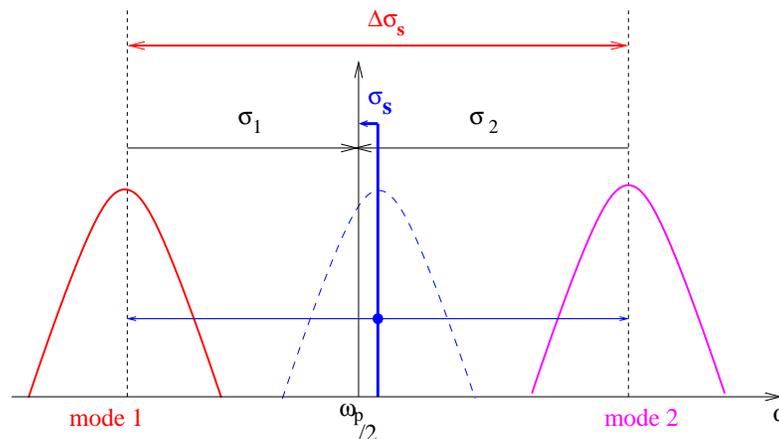


Etude perturbative (résultats)

- La solution moyenne est déterminée par un système monomode de désaccord σ_s , et **qui est indépendant de $\Delta\sigma_s$** .
- Seuil d'apparition du régime multimode :

$$E_s = \frac{\sqrt{(1 + \sigma_p^2)(1 + \sigma_s^2)}}{\chi_{12}}.$$

- Les photons des deux modes sont corrélés.



Etude perturbative (résultats)

Expression de la somme des intensités :

$$\begin{aligned} I_s &= |A_1|^2 + |A_2|^2 \\ &= F_0(t) + \eta \underbrace{[F_1(t) \exp(i(\sigma_2 - \sigma_1)t) + c.c.]}_{\text{oscillation rapide}} \end{aligned}$$

Fréquence d'oscillation de l'intensité : fréquence de battement entre les deux modes transverses :

$$\boxed{\frac{\Delta\sigma_s}{2\pi} = \frac{|\sigma_2 - \sigma_1|}{2\pi}.}$$

Questions

- la facilité de l'observation des oscillations rapides est incompatible avec l'étude des coïncidences de modes transverses
- on observe expérimentalement des modes TEM_{00} et TEM_{01} alors que la configuration est proche confocal

Questions

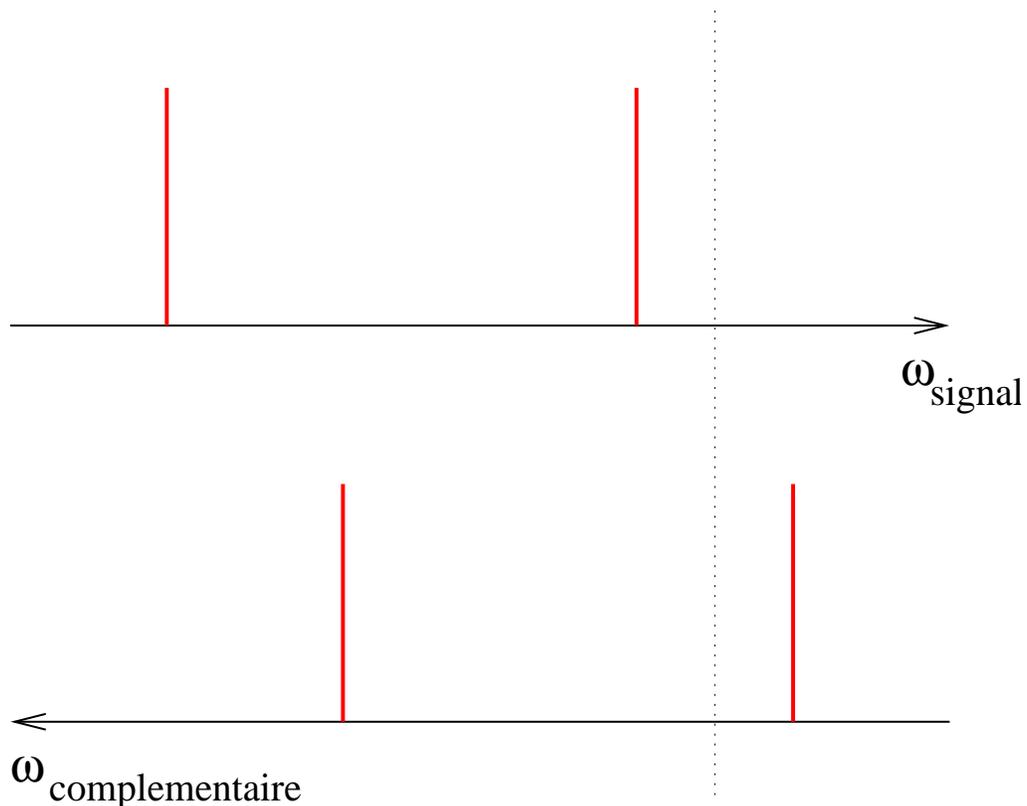
- la facilité de l'observation des oscillations rapides est incompatible avec l'étude des coïncidences de modes transverses
- on observe expérimentalement des modes TEM_{00} et TEM_{01} alors que la configuration est proche confocal

Hypothèse : il faut tenir compte du caractère non-dégénéré de l'OPO

Questions

- la facilité de l'observation des oscillations rapides est incompatible avec l'étude des coïncidences de modes transverses
- on observe expérimentalement des modes TEM_{00} et TEM_{01} alors que la configuration est proche confocal

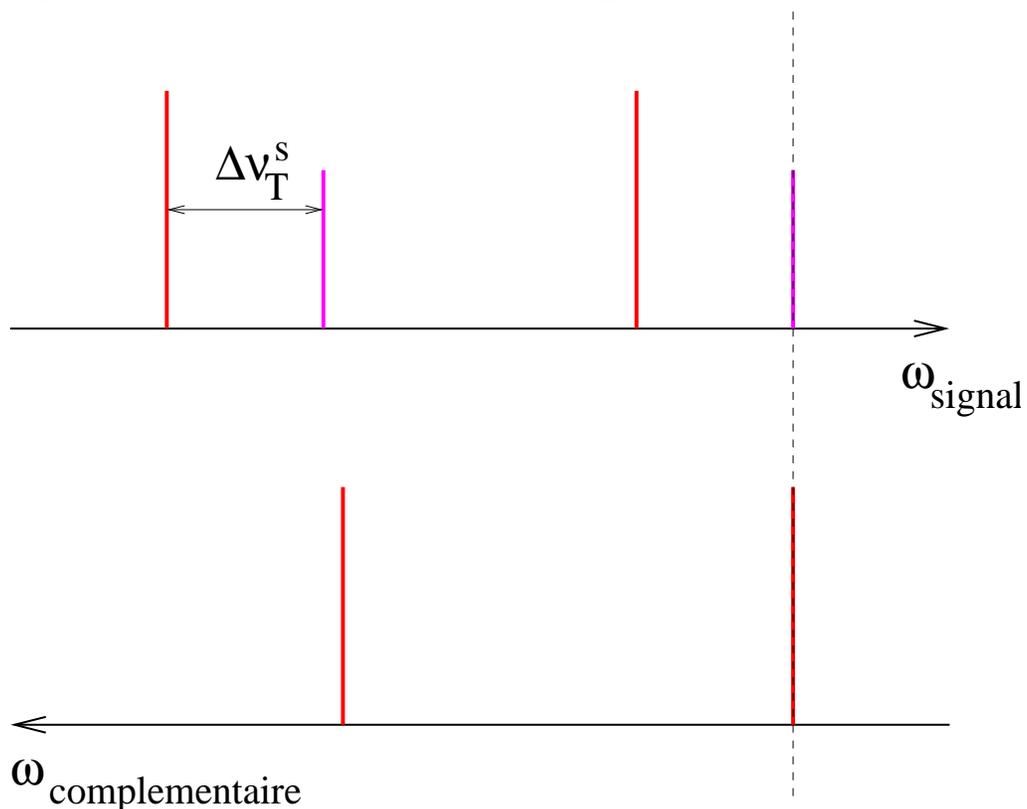
Hypothèse : il faut tenir compte du caractère non-dégénéré de l'OPO



Questions

- la facilité de l'observation des oscillations rapides est incompatible avec l'étude des coïncidences de modes transverses
- on observe expérimentalement des modes TEM_{00} et TEM_{01} alors que la configuration est proche confocal

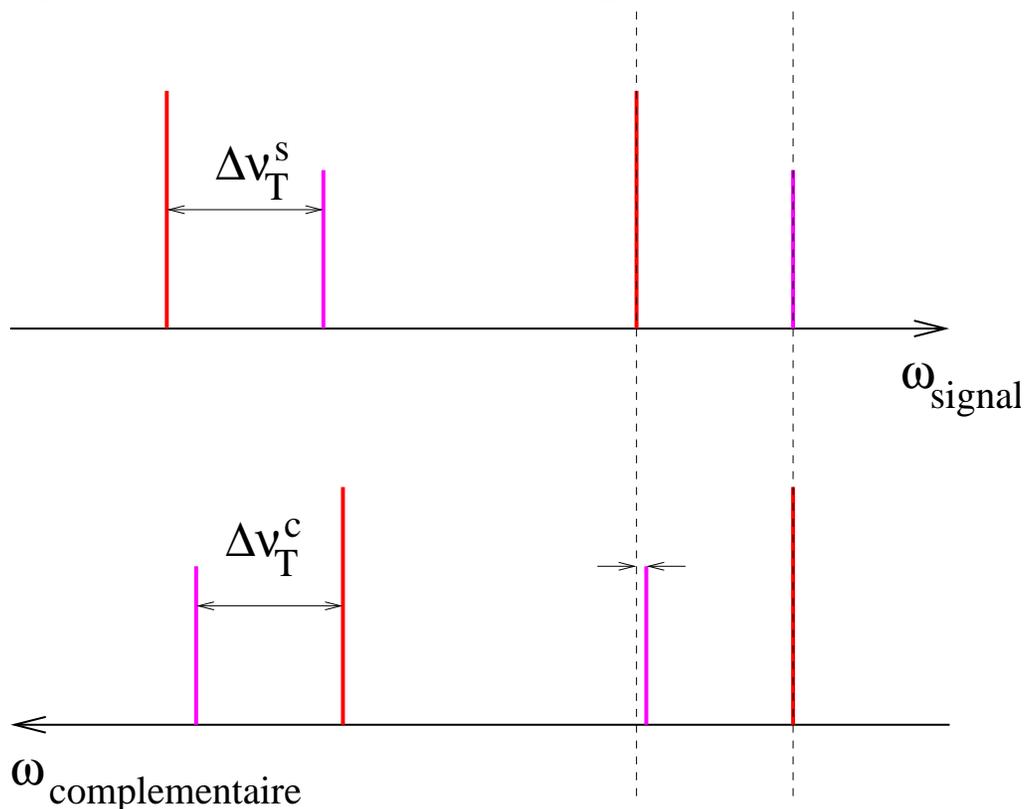
Hypothèse : il faut tenir compte du caractère non-dégénéré de l'OPO



Questions

- la facilité de l'observation des oscillations rapides est incompatible avec l'étude des coïncidences de modes transverses
- on observe expérimentalement des modes TEM_{00} et TEM_{01} alors que la configuration est proche confocal

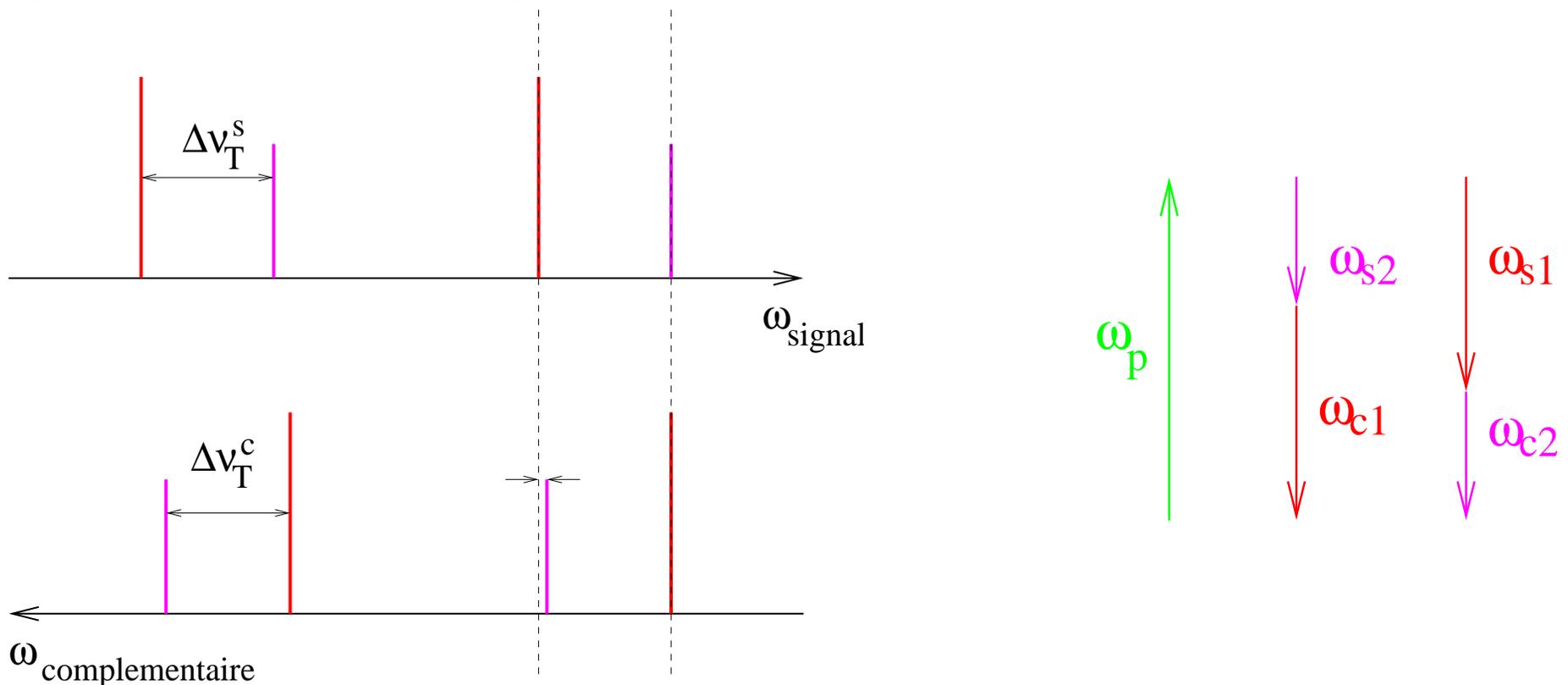
Hypothèse : il faut tenir compte du caractère non-dégénéré de l'OPO



Questions

- la facilité de l'observation des oscillations rapides est incompatible avec l'étude des coïncidences de modes transverses
- on observe expérimentalement des modes TEM_{00} et TEM_{01} alors que la configuration est proche confocal

Hypothèse : il faut tenir compte du caractère non-dégénéré de l'OPO



Conclusion

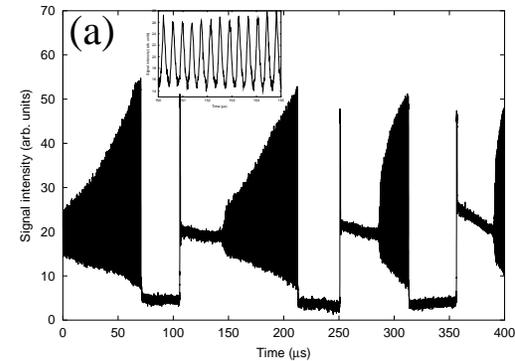
- Les oscillations multimodes transverses surviennent pour de nombreuses configurations de la cavité.
- L'étude perturbative du modèle montre que des modes transverses même distants peuvent interagir. Le seuil de ces régimes peut être bas.

Plan de l'exposé

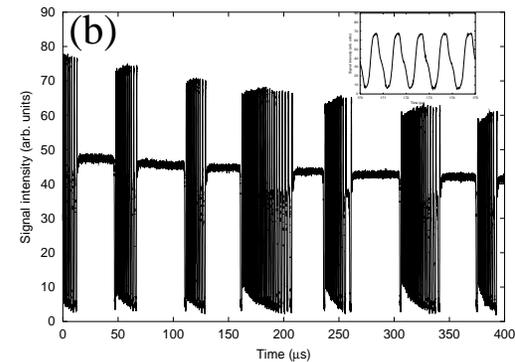
- Introduction
 - Principe des oscillateurs paramétriques optiques (OPO)
 - Instabilités temporelles : prédictions théoriques et travaux antérieurs
- Oscillations multimodes transverses
 - Mise en évidence du caractère multimode transverse
 - Conditions d'apparition des oscillations
- **Oscillations complexes**
 - Oscillations en rafales
 - Chaos

Oscillations multimodes superposées à des oscillations thermiques

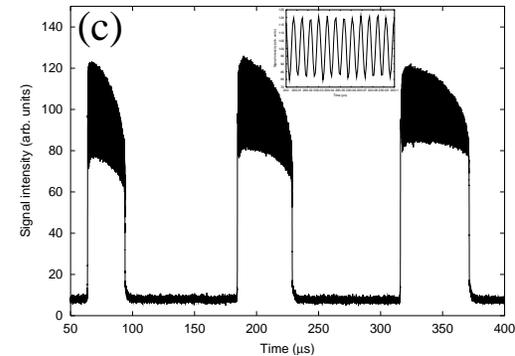
Fréquences rapides : 3MHz



1MHz



130 MHz



A. Amon, M. Nizette, M. Lefranc et T. Erneux, *Phys. Rev. A* **68**, 023801 (2003)

Variable rapide

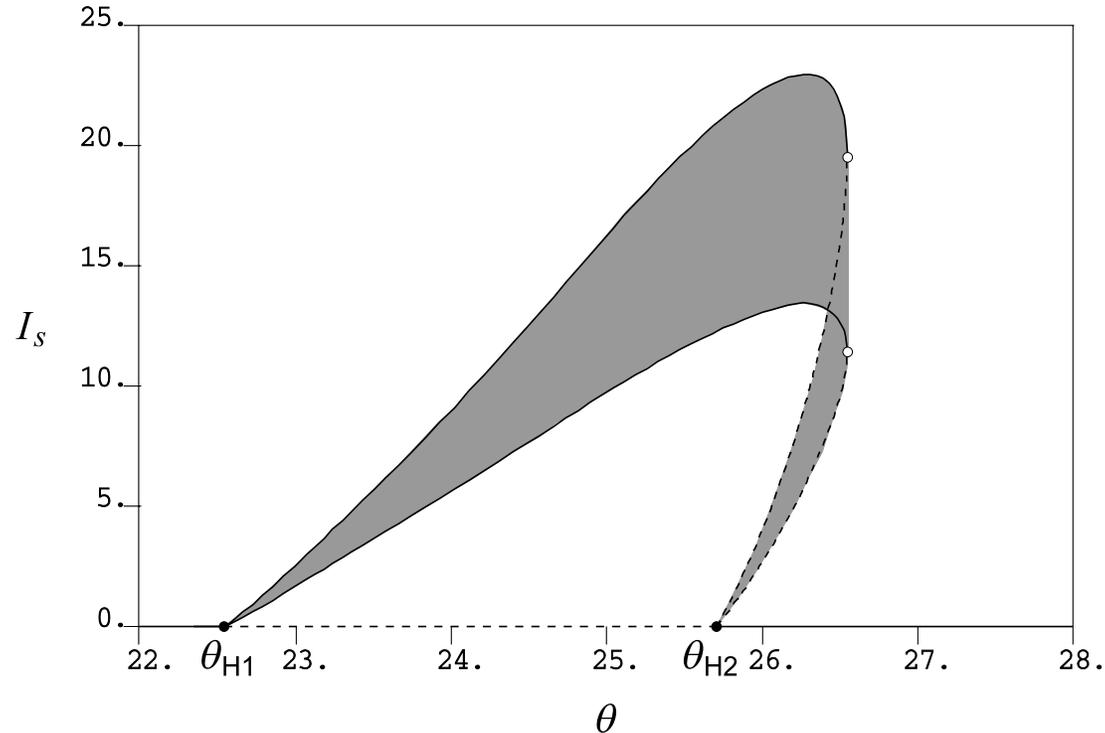
Modèle multimode transverse dégénéré ($\omega_s = \omega_c = \omega_p/2$) :

$$\dot{A}_p = \gamma[-(1 + i\sigma_p(\theta))A_p - A_1^2 - \chi A_2^2 - 2\chi_{12}A_1A_2 + E]$$

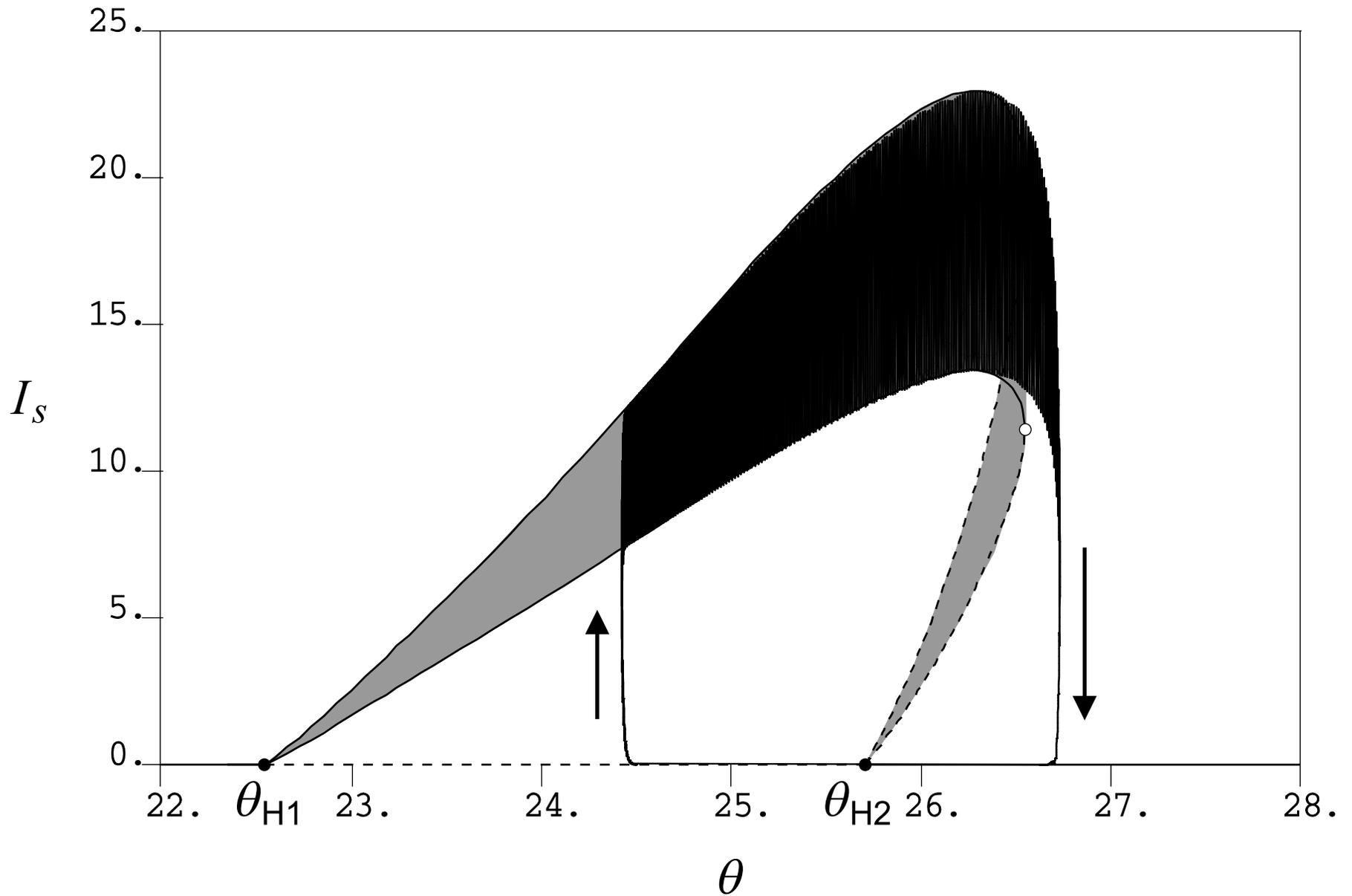
$$\dot{A}_1 = -(1 + i\sigma_1(\theta))A_1 + A_pA_1^* + \chi_{12}A_pA_2^*$$

$$\dot{A}_2 = -(1 + i\sigma_2(\theta))A_2 + \chi_{12}A_pA_1^* + \chi A_pA_2^*$$

Portrait de phase :



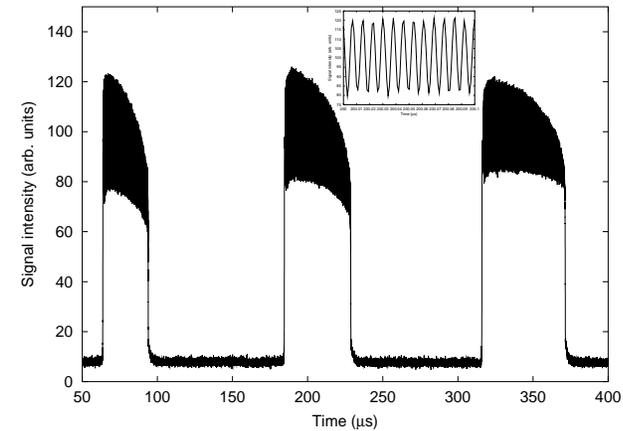
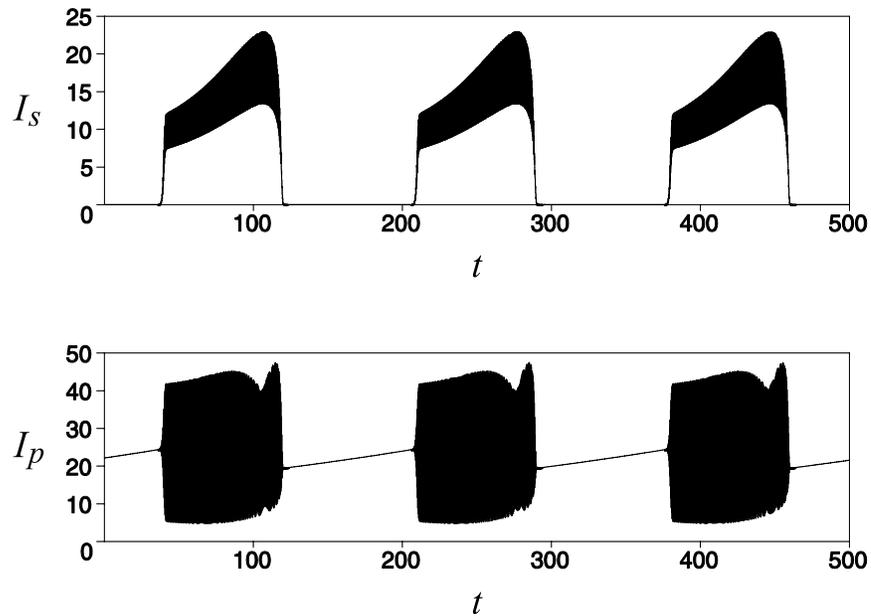
Systeme lent/rapide



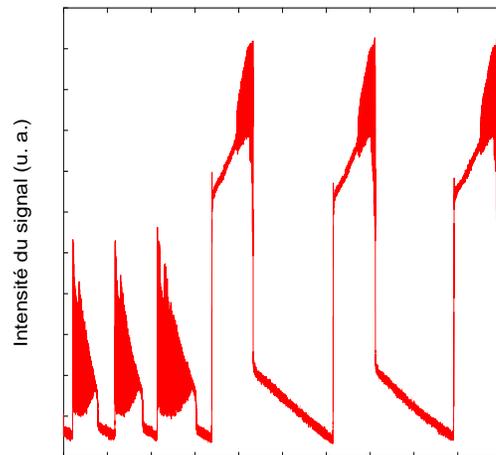
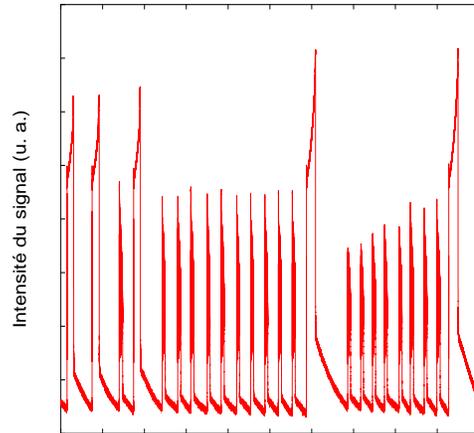
Simulations numériques

Modèle multimode + modélisation des effets thermiques → reproduction numérique du bursting.

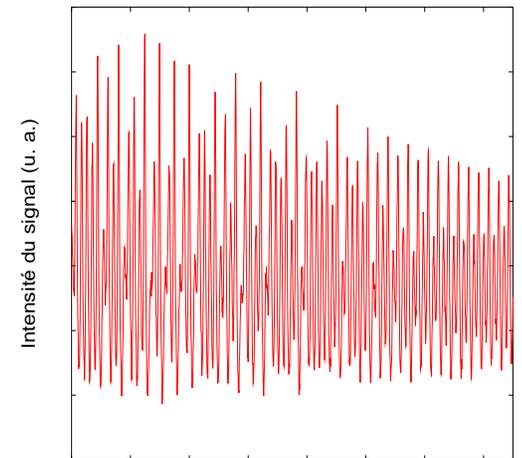
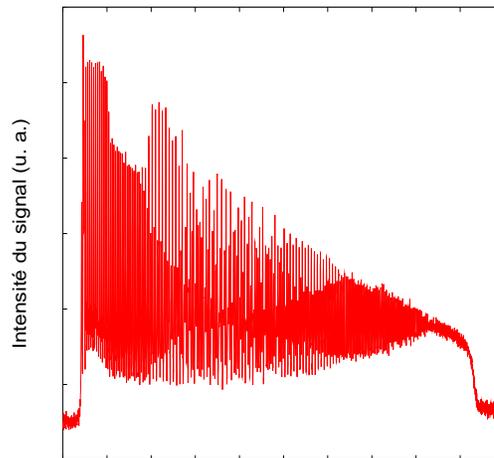
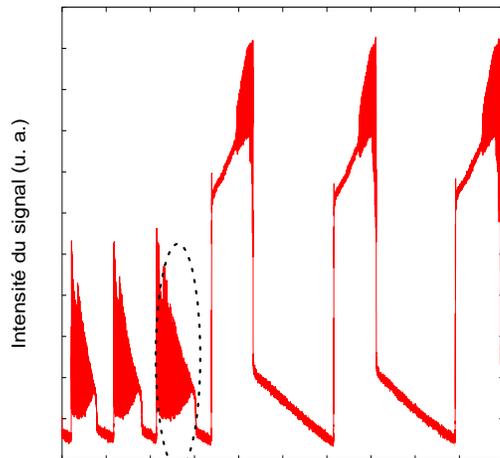
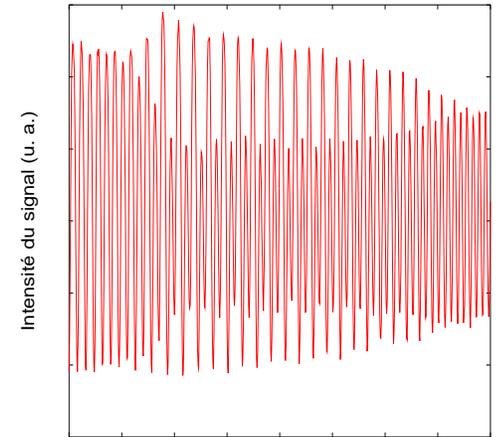
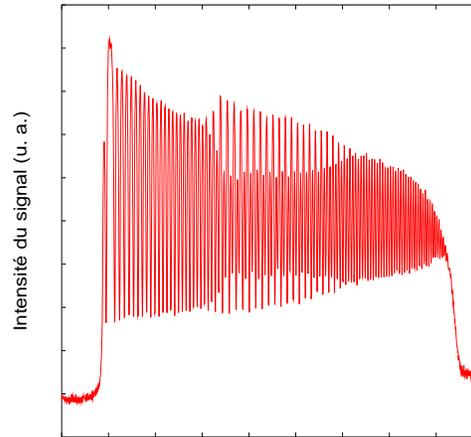
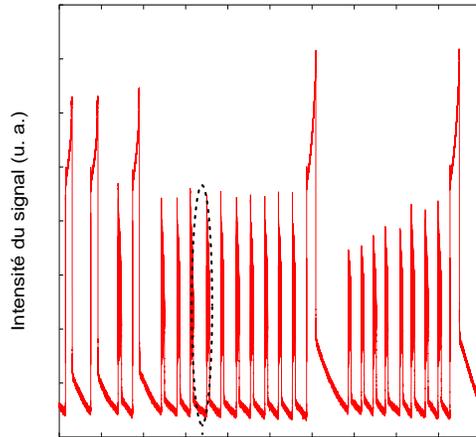
A comparer aux mesures expérimentales :



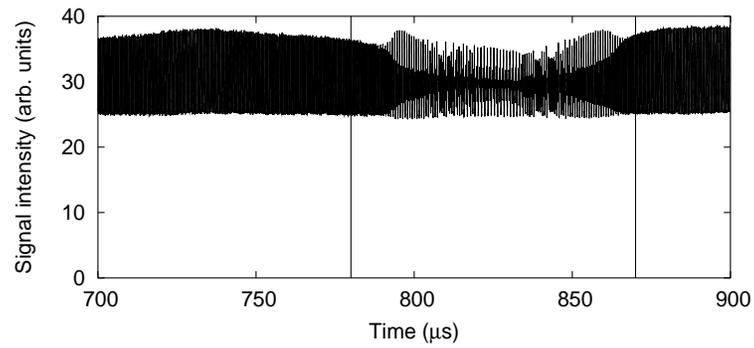
Comportements plus complexes



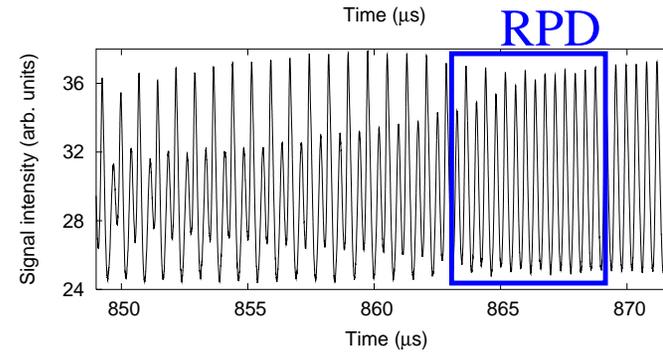
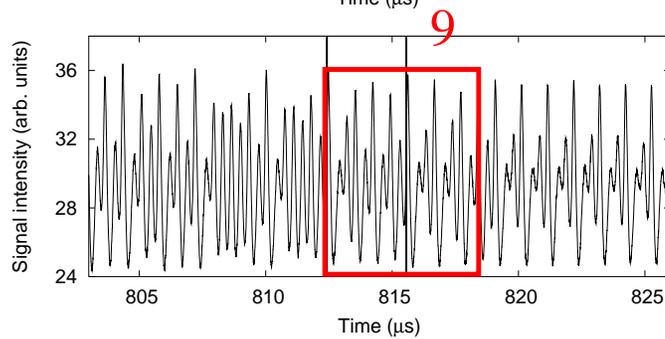
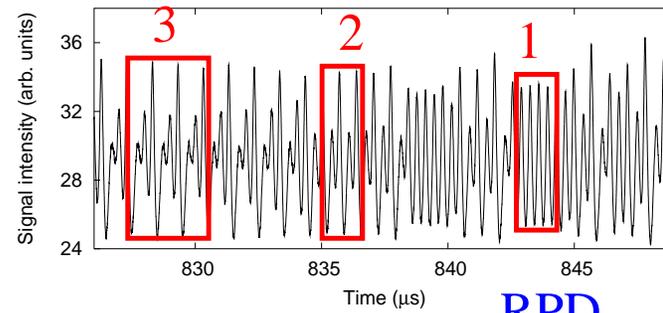
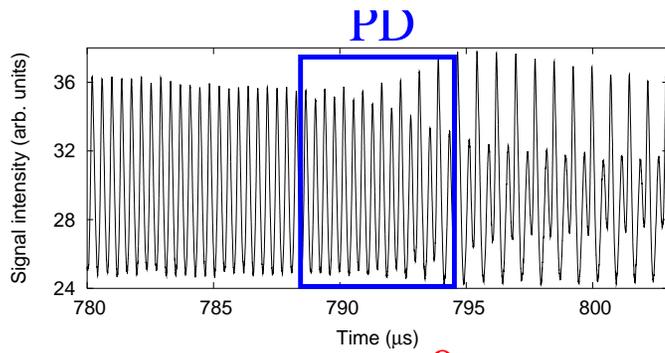
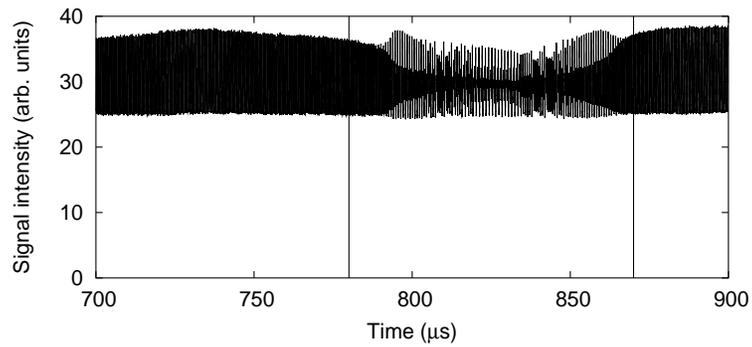
Comportements plus complexes



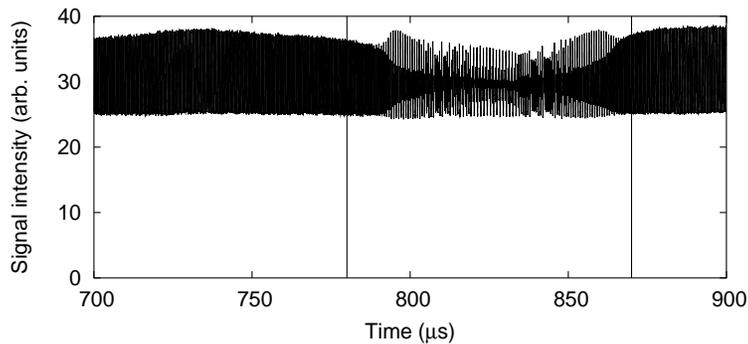
Chaos dans un OPO



Chaos dans un OPO

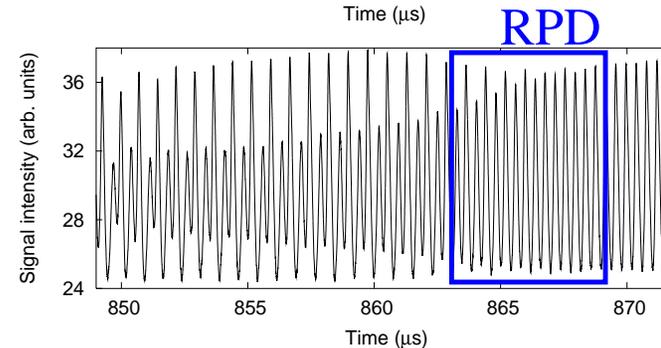
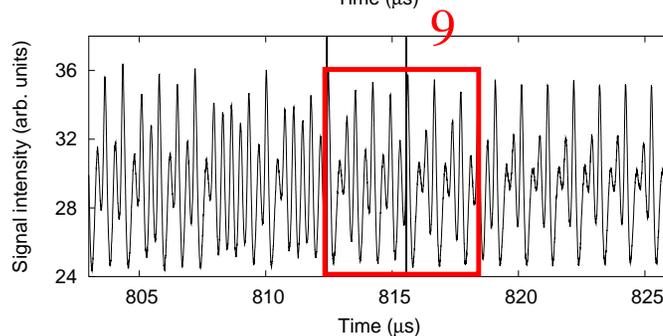
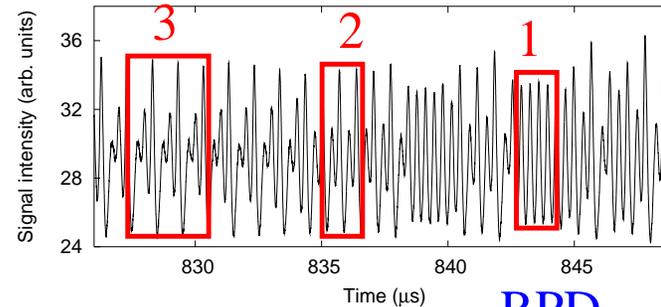
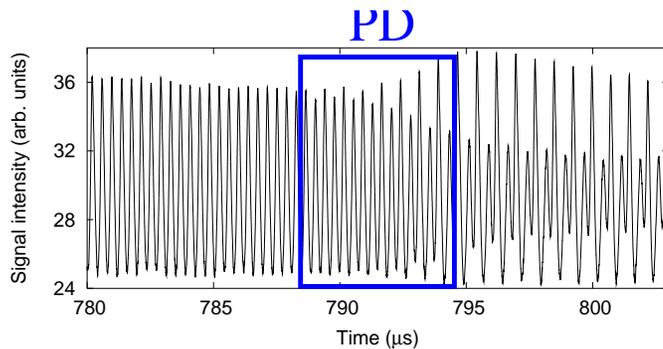


Chaos dans un OPO



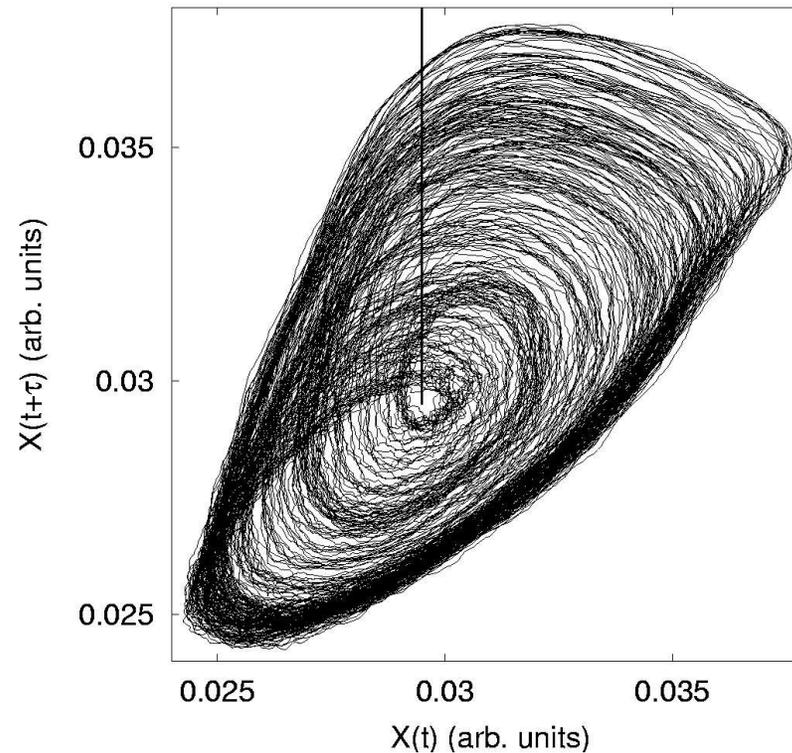
- Bouffée de comportement irrégulier au milieu d'oscillations périodiques de fréquence 3 MHz ($\sim 80 \mu\text{s}$)
- Bifurcations de doublement de période directe et inverse
- petits segments de comportement quasiment périodique suggérant du chaos déterministe

Première observation expérimentale d'un comportement périodique dans un OPO continu ?



Portrait de phase

Plongement de la série temporelle dans un espace des phases par la méthode des délais :



Même si le système n'est pas stationnaire, le graphe résultant ressemble beaucoup à un attracteur étrange

Poursuite de l'analyse : choix d'une section de Poincaré et étude du temps de vol entre deux intersections avec le plan de section.

Analyse de la série temporelle

Variation des temps de vol T_n le long de la série temporelle

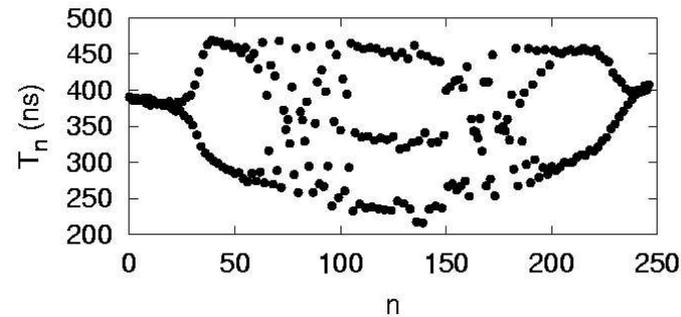


Diagramme de bifurcation chaotique typique (les paramètres sont balayés)

Analyse de la série temporelle

Variation des temps de vol T_n le long de la série temporelle

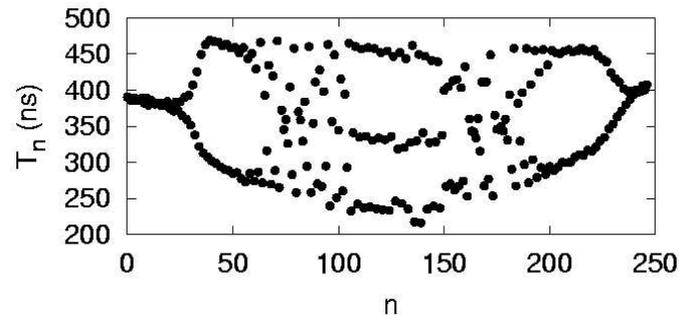
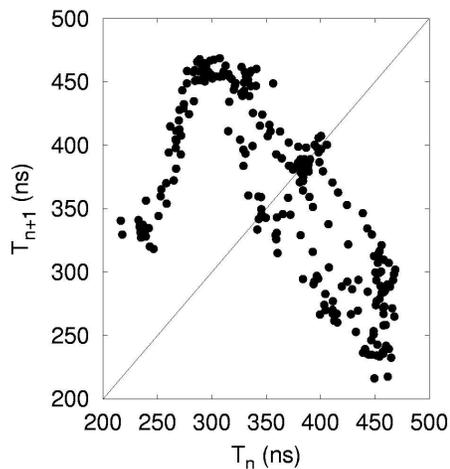


Diagramme de bifurcation chaotique typique (les paramètres sont balayés)

Application de premier retour pour les temps de vol : $T_{n+1} = f(T_n)$:

Pour la série temporelle entière



Analyse de la série temporelle

Variation des temps de vol T_n le long de la série temporelle

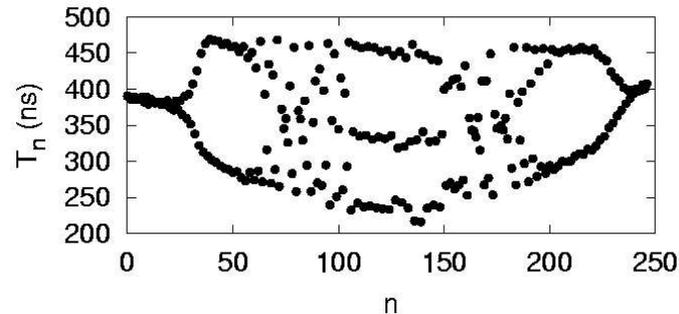
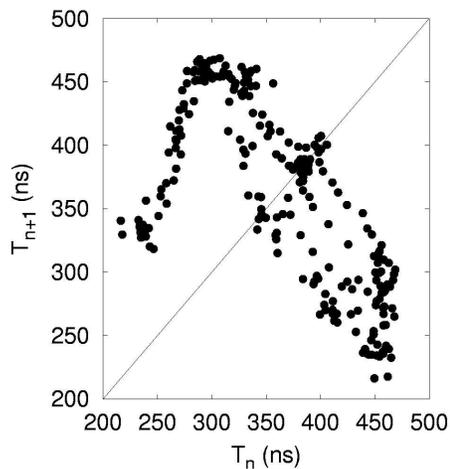


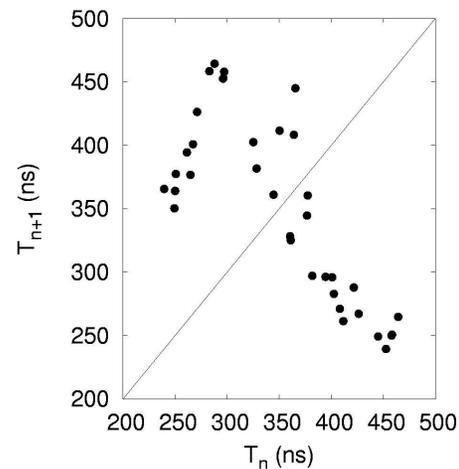
Diagramme de bifurcation chaotique typique (les paramètres sont balayés)

Application de premier retour pour les temps de vol : $T_{n+1} = f(T_n)$:

Pour la série temporelle entière

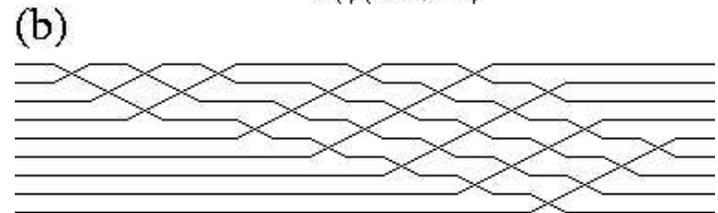
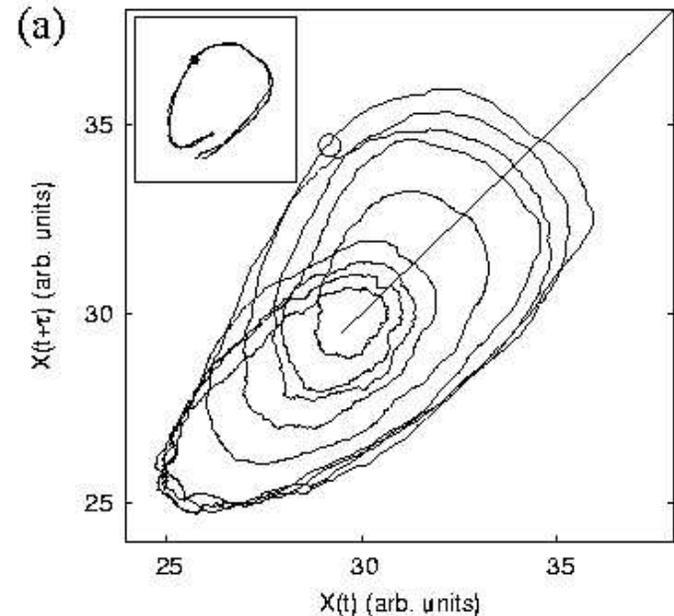
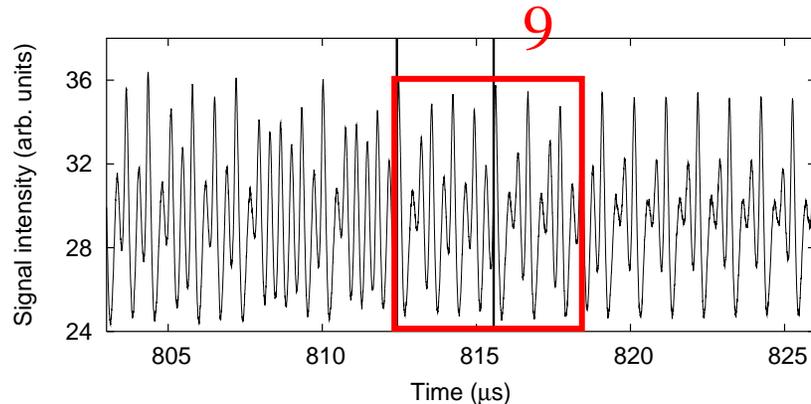


Pour la première zone chaotique



Analyse quantitative impossible : brouillée ou trop peu de points

Analyse topologique



- Détection d'une orbite fermée de période 9 dans "l'attracteur étrange"
- Le type de noeud de cette orbite ne peut apparaître que dans un système dynamique présentant du chaos déterministe
- L'entropie topologique $h_T \sim 0.377$ associée à ce type de noeud donne une mesure quantitative du chaos

Conclusion

- La dynamique des oscillations en rafales peut être bien comprise en séparant une variable lente et une variable rapide
- Première observation expérimentale de chaos déterministe dans un OPO
- Première mise en évidence de chaos dans un système non-stationnaire

Le chaos déterministe observé n'est pas celui prévu par Lugiato *et. al.*.

Conclusion générale

Dynamique temporelle des oscillateurs paramétriques optiques :

- Oscillations multimodes apparaissant fréquemment
- Oscillations en rafales
- Chaos déterministe

Fonctionnement de l'OPO :

- Fonctionnement multimode de l'OPO
- Nouveaux modes à prendre en compte dans la sélection de modes

Perspectives

Dynamique temporelle :

Asservissement de la taille de la cavité :

- Instabilités opto-thermiques ?
- Etude des régimes périodiques et chaotiques ?

Perspectives

Dynamique temporelle :

Asservissement de la taille de la cavité :

- Instabilités opto-thermiques ?
- Etude des régimes périodiques et chaotiques ?

Fonctionnement multimode de l'OPO :

- Prise en compte de la non-dégénérescence de l'OPO
- Seuil expérimental des régimes multimodes stationnaires
- Autres hypothèses de fonctionnement multimode (stabilisation thermique sur un régime bimode stationnaire)

Perspectives

OPO de type I :

