



Exploitation de la texture d'images de speckle pour caractériser, de façon globale, l'état de surface des chaussées à l'échelle de microtexture

Catherine Hun

► To cite this version:

Catherine Hun. Exploitation de la texture d'images de speckle pour caractériser, de façon globale, l'état de surface des chaussées à l'échelle de microtexture. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2002. Français. NNT: . tel-00003899

HAL Id: tel-00003899

<https://theses.hal.science/tel-00003899>

Submitted on 4 Dec 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 4209

École Doctorale Sciences Pour l'Ingénieur
ULP – ENSAIS – ENGEES - URS

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Louis Pasteur – Strasbourg I
Discipline : Sciences pour l'Ingénieur
(spécialité Opto - Informatique)

par

Catherine Hun

Exploitation de la texture d'images de speckle pour caractériser, de façon globale, l'état de surface des chaussées à l'échelle de la microtexture

Soutenue publiquement le 16 décembre 2002

Membres du jury

- Directeur de thèse :* M. Michel Bruynooghe (LSP Strasbourg)
Rapporteur interne : M. Joël Fontaine (ENSAIS Strasbourg)
Rapporteur externe : M. Pierre Jacquot (EPFL Lausanne)
Rapporteur externe : M. Hassan Zahouani (ECL Lyon)
Examinateur : M. Jean-Marie Caussignac (LCPC Paris)

Exploitation de la texture d'images de speckle pour caractériser, de façon globale, l'état de surface des chaussées à l'échelle de la microtexture

Résumé :

Afin d'améliorer l'adhérence des chaussées, il est nécessaire d'accéder à une caractérisation de leur état de surface tant à l'échelle des granulats (macrotexture) que de leur rugosité locale (microtexture). Or, à ce jour, la microtexture et plus particulièrement les aspérités d'amplitude comprise entre un et quelques dizaines de micromètres, ne peut être appréhendée de manière satisfaisante par les moyens mis en œuvre en génie civil (limitation de l'étendue de mesure des profilomètres aux résolutions souhaitées).

Les travaux de recherches réalisés s'inscrivent dans le cadre plus global de travaux du LCPC destinés à accéder à une meilleure compréhension de l'apport de la microtexture au frottement pneumatique/chaussée. Ils ont pour objectif l'élaboration d'une méthode de caractérisation globale de la microtexture par l'emploi des techniques du speckle, plus particulièrement dans le cas d'un speckle subjectif non résolu.

Devant le peu d'informations disponibles sur l'application des techniques du speckle aux surfaces multi-échelles, des simulations du contraste de speckle dans la configuration expérimentale particulière choisie sont réalisées pour une surface comportant deux échelles de texture à l'aide du modèle de diffraction scalaire de Kirchhoff. Celles-ci démontrent la possibilité de caractériser la finesse de la microtexture ou son évolution avec l'usure par la méthode choisie.

Dans un second temps, les paramètres statistiques du premier ordre du speckle (contraste, histogramme de l'intensité) sont examinés dans le cadre d'expérimentations réalisées sur des surfaces de référence (papiers abrasifs de différente finesse) et sur des modèles de surface de chaussée (différentes roches, différents stades d'usure), chaque échantillon étant étalonné par des relevés de profils. Par des traitements adaptés des images de speckle, nous parvenons à séparer les surfaces de référence et dans le cas des modèles de chaussée, deux finesse différentes et deux stades d'usure.

Exploitation of the texture of specklegrammes to characterize by a global approach, the surface condition of pavements at the scale of microtexture

Abstract :

The improvement of skid resistance of pavements requires some means of characterization of the surface condition on the aggregate scale (macrotexture) and of their polish (microtexture). However, to date, the microtexture, more particularly height variations from one up to about ten micrometers in amplitude, cannot be correctly apprehended by means implemented in civil engineering (owing to the limitation of the measuring range of profilometers at the required resolution).

The research works carried out come within the general framework of works of the LCPC intended to reach a better understanding of the contribution of microtexture to tire/road friction. They aim at the development of a global characterization method of microtexture by using the speckle techniques, more particularly in the case of an unresolved subjective speckle.

In view of the lack of information available regarding the application of speckle techniques to multi-scale surfaces, some simulations of the speckle contrast are carried out using the scalar diffraction theory of Kirchhoff in case of a two-scale surface texture and for the selected particular experimental configuration. They demonstrate the possibility to characterize by the chosen method, the coarseness of the microtexture or any changes with wear.

In the second time, the first-order statistics of speckle (contrast, histogram of intensity) are examined within the framework of experiments carried out with some reference surfaces (abrasive papers with different kinds of coarseness) and some models of pavement surfaces (various rocks, various steps of wear), all samples being calibrated by recording some profiles. By means of adapted treatments of the speckle images, we achieve to discriminate the reference surfaces and in the case of the models of pavement surfaces, two different kinds of coarseness and two different steps of wear.

Remerciements :

Cette Thèse est issue de la collaboration entre :

- le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), désireux d'explorer les potentialités des méthodes de caractérisation globales dans le cadre de ses activités de recherches relatives à l'amélioration des performances des chaussées, et assurant les modalités de financement, d'accueil et de soutien scientifique et technique jusqu'à la fin de la Thèse.
- le Laboratoire des Systèmes Photoniques (Université Louis Pasteur de Strasbourg), assurant l'encadrement scientifique tout au long de la Thèse.

Je tiens à remercier ces organismes pour la confiance dont ils m'ont honorée en me permettant d'entreprendre cette Thèse de doctorat.

J'exprime ma sincère reconnaissance à l'ensemble des personnes qui, à divers titres, m'ont prêté leur concours et sans lesquelles je n'aurais pas pu mener à bien et à terme cette Thèse.

- *Table des matières* -

LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX.....	13
INTRODUCTION GENERALE.....	21
CHAPITRE 1	
ADHERENCE ET TEXTURE DE SURFACE DES CHAUSSSEES.....	27
1. Pneumatiques.....	29
2. Structures des chaussées.....	30
3. Adhérence.....	31
4. Apport de la texture de surface d'une chaussée.....	33
5. Moyens de caractérisation.....	35
5.1 Caractérisation de l'adhérence.....	35
5.2 Caractérisation de la macrotexture et de la microtexture.....	36
6. Conclusion.....	37
CHAPITRE 2	
PHENOMENE DE SPECKLE : CONDITIONS D'OBSERVATION ET DESCRIPTION STATISTIQUE.....	39
1. Origine du phénomène.....	41
2. Liaison texture de surface / speckle : approche théorique.....	42
2.1 Formation de l'image de speckle.....	42
2.1.1 Speckle objectif.....	42
2.1.2 Speckle subjectif.....	44
2.2 Description statistique d'une figure de speckle.....	46
2.2.1 Statistiques du 1er ordre.....	47
2.2.2 Statistiques du 2ème ordre.....	48
2.3 Description de la texture de surface.....	48
2.4 Modèles.....	49
2.4.1 Définitions.....	49
2.4.2 Modèle de Goodman.....	51
2.4.2.1 Hypothèses.....	51
2.4.2.2 Description statistique du 1er ordre.....	51
2.4.2.3 Description statistique du 2ème ordre.....	52
2.4.3 Modèle de speckle partiellement développé.....	54
2.4.3.1 Hypothèses.....	54
2.4.3.2 Description statistique du 1er ordre.....	54
2.4.3.3 Description statistique du 2ème ordre.....	58
2.4.4 Speckle non-Gaussien.....	60
2.4.5 Influence de la résolution lors de l'enregistrement d'une image de speckle.....	61
2.4.5.1 Influence sur le contraste.....	61
2.4.5.2 Influence sur la densité de probabilité de l'intensité lumineuse.....	63
2.4.6 Conclusion.....	63
3. Liaison texture de surface / speckle : approche expérimentale.....	64
3.1 Méthodes statistiques.....	64
3.2 Méthodes par corrélation.....	65

4. Conclusion et orientation de l'étude.....	66
CHAPITRE 3	
SPECKLE DANS LE CAS DE SURFACES MULTI-ECHELLES.....	67
1. Modèles de diffraction.....	69
1.1 Critère de Rayleigh.....	69
1.2 Domaine d'utilisation des modèles de diffraction.....	71
2. Modèle de diffraction scalaire de Kirchhoff.....	73
2.1 Théorème intégral de Helmholtz et Kirchhoff.....	73
2.2 Approximation en champ lointain.....	74
2.3 Approximation des petites pentes.....	75
2.4 Champ diffracté selon l'approche scalaire.....	77
2.5 Exploitation au cas d'un speckle subjectif.....	77
3. Description statistique de l'intensité lumineuse.....	81
3.1 Modélisation de la rugosité.....	81
3.2 Valeur moyenne de l'intensité observée.....	82
3.3 Ecart - type de l'intensité observée.....	83
3.4 Cas de rugosités de distributions normales.....	84
3.4.1 Cas d'une surface sans texture.....	85
3.4.2 Cas d'une surface comportant une texture lente seule.....	88
3.4.3 Cas d'une surface comportant une texture de longueur r_c grande.....	89
3.4.4 Cas d'une surface comportant une texture de longueur r_c moyenne.....	90
3.4.5 Cas d'une surface comportant une texture de longueur r_c petite.....	92
3.4.6 Synthèse de l'étude analytique.....	94
4. Simulation du contraste.....	95
4.1 Techniques de quadrature numérique.....	96
4.2 Résultats de simulation du contraste.....	100
4.2.1 Premiers résultats à deux échelles de texture.....	100
4.2.2 Analyse des variations du contraste en fonction des caractéristiques du bruit.....	101
4.2.3 Résultats de simulation du contraste avec le bruit.....	103
5. Conclusion.....	105
CHAPITRE 4	
DESCRIPTION DES EXPERIMENTATIONS.....	107
1. Echantillons de surfaces.....	109
1.1 Surfaces simples.....	109
1.1.1 Description des surfaces simples.....	109
1.1.2 Etalonnage des surfaces simples.....	111
1.2 Surfaces complexes.....	112
1.2.1 Description et préparation des surfaces complexes.....	112
1.2.2 Etalonnage des surfaces complexes.....	115
1.2.2.1 Essais au pendule SRT.....	115
1.2.2.2 Relevés de microtexture.....	117
1.2.2.3 Relevés de macrotexture.....	118

2. Montage expérimental.....	119
2.1 Système d'illumination.....	120
2.2 Système de positionnement de l'échantillon.....	122
2.3 Système de prise de vue.....	123
3. Expérience.....	124
4. Conclusion.....	127
 CHAPITRE 5	
EXPLOITATION DES DONNEES EXPERIMENTALES ET COMPARAISON AVEC LES SIMULATIONS....	129
1. Exploitation des données de texture des échantillons.....	131
1.1 Microtexture.....	131
1.1.1 Analyse spectrale.....	132
1.1.1.1 Surfaces simples.....	133
1.1.1.2 Surfaces complexes.....	135
1.1.2 Distribution des hauteurs.....	138
1.1.2.1 Surfaces simples.....	139
1.1.2.2 Surfaces complexes.....	141
1.2 Macrotecture.....	143
1.2.1 Distribution des hauteurs.....	143
1.2.2 Distribution des pentes.....	143
2. Exploitation des figures de speckle.....	145
2.1 Pré-traitements.....	145
2.1.1 Suppression du bruit de la caméra.....	145
2.1.2 Filtrage de l'image géométrique.....	145
2.1.2.1 Principe du filtrage.....	145
2.1.2.2 Définition du voisinage de calcul de l'image géométrique.....	146
2.1.2.3 Résultats.....	148
2.1.3 Détection automatique des zones d'intérêt pour les échantillons de surfaces complexes.....	149
2.2 Caractérisation des images de speckle.....	153
2.2.1 Calcul du contraste.....	153
2.2.1.1 Estimateurs.....	154
2.2.1.2 Résultats.....	154
2.2.2 Calcul de l'histogramme.....	160
2.2.2.1 Estimateur.....	160
2.2.2.2 Résultats.....	161
3. Potentiel de classification.....	163
3.1 Contraste.....	163
3.2 Histogramme.....	164
3.3 Discussion.....	166
3.3.1 Résultats des tests statistiques pour le contraste.....	167
3.3.2 Résultats des tests statistiques pour le paramètre M.....	168
4. Conclusion.....	169
CONCLUSION GENERALE.....	171

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	177
ANNEXE A	
Examen du terme de champ de diffraction par les bords	187
ANNEXE B	
Examen de l'erreur due au choix d'une direction de diffraction constante.....	193
ANNEXE C	
Complément des calculs du paragraphe 3.4.2 du Chapitre 3.....	199
ANNEXE D	
Complément des calculs du paragraphe 3.4.3 du Chapitre 3.....	203
ANNEXE E	
Complément des calculs du paragraphe 3.4.4 du Chapitre 3.....	207
ANNEXE F	
Complément des calculs du paragraphe 3.4.5 du Chapitre 3.....	213
ANNEXE G	
Résultats de calcul du contraste sans filtrage de l'image géométrique (Chapitre 5).....	219

- *Liste des figures et des tableaux* -

Chapitre 1

Figure 1.1 : Coupe radiale type d'un pneumatique sous gonflage.....	29
Figure 1.2 : Coupe type d'une chaussée	30
Figure 1.3 : Aire de contact pneu / chaussée.....	32
Figure 1.4 : Domaines de texture de surface des chaussées.....	33
Figure 1.5 : Principe de mesure du CFL.....	35
Figure 1.6 : Principe de mesure du CFT.....	36

Chapitre 2

Figure 2.1 : Configuration d'observation d'un speckle objectif.....	42
Figure 2.2 : Notations du modèle de Beckmann.....	43
Figure 2.3 : Configuration d'observation d'un speckle subjectif.....	44
Figure 2.4 : Cellule de résolution du système de prise de vue.....	45
Figure 2.5 : Définition de la notion de texture.....	46
Figure 2.6 : Approche statistique de description du speckle.....	47
Figure 2.7 : Variations du contraste avec le nombre N d'aspérités de surface dans la cellule de résolution.....	58
Figure 2.8 : Facteur de corrélation du champ diffracté en fonction de la texture.....	59
Figure 2.9 : Aire de corrélation du champ diffracté.....	60

Chapitre 3

Figure 3.1 : Principe du critère de Rayleigh.....	70
Figure 3.2 : Diagramme de diffraction par une surface.....	71
Figure 3.3 : Diagramme de validité des modèles de diffraction.....	72
Figure 3.4 : Diffraction par une surface rugueuse.....	73
Figure 3.5 : Approximation du plan tangent.....	76
Figure 3.6 : Configuration expérimentale de speckle subjectif.....	78
Figure 3.7 : Modélisation du speckle subjectif.....	79
Figure 3.8 : Modélisation des deux échelles de texture.....	82
Figure 3.9 : Présentation des cas de texture étudiés.....	86
Figure 3.10 : Cas d'une surface sans texture.....	87
Figure 3.11 : Intensité lumineuse dans le plan d'observation dans le cas d'une surface sans texture.....	87
Figure 3.12 : Cas d'une surface de texture h_2 seule.....	89
Figure 3.13 : Signification de a_1 , a_2 , a_3 et a_4 dans le calcul de $\langle I(j)^2 \rangle$ (r_c est petit).....	94
Figure 3.14 : Convergence des méthodes de Gauss-Legendre.....	99

Figure 3.15 : Simulation du contraste avec l'échelle h_1 seule.....	100
Figure 3.16 : Simulation du contraste avec les deux échelles h_1 et h_2 ($\sigma_a = 0,05$).....	101
Figure 3.17 : Variations du contraste en fonction des caractéristiques du bruit (σ_b' , r_{cb}).....	103
Figure 3.18 : Variations du contraste avec l'échelle h_1 seule en fonction de σ_h'	103
Figure 3.19 : Variations du contraste avec les deux échelles en fonction de σ_h' pour $\sigma_a = 0,07$	104
Figure 3.20 : Variations du contraste avec l'échelle h_1 seule en fonction de r_c	104
Figure 3.21 : Variations du contraste avec les deux échelles en fonction de r_c pour $\sigma_a = 0,07$	105

Chapitre 4

Figure 4.1 : Distributions granulométriques théoriques.....	111
Figure 4.2 : Schéma du capteur profilométrique tactile.....	111
Figure 4.3 : Exemples de profils de surfaces simples.....	112
Figure 4.4 : Exemple d'échantillon de surface complexe.....	113
Figure 4.5 : Déroulement du polissage.....	114
Figure 4.6 : Appareil utilisé pour l'usure (d'après [DELALANDE, 1992]).....	115
Figure 4.7 : Schéma du pendule SRT (d'après [P18-578, 1990]).....	116
Figure 4.8 : Evolution du frottement avec l'usure.....	116
Figure 4.9 : Schéma du profilomètre à focalisation dynamique.....	118
Figure 4.10 : Exemple de profils de microtexture relevés sur les surfaces complexes.....	118
Figure 4.11 : Schéma du capteur TRIDIM.....	119
Figure 4.12 : Schéma du montage expérimental.....	120
Figure 4.13 : Répartition spatiale des intensités dans le faisceau avant filtrage.....	121
Figure 4.14 : Répartition des intensités dans le plan focal de l'objectif.....	122
Figure 4.15 : Schéma du système de positionnement de l'objet.....	122
Figure 4.16 : Organisation du système de prise de vue.....	123
Figure 4.17 : Exemple de figure de speckle sur les surfaces simples (P800).....	125
Figure 4.18 : Exemple de figure de speckle sur les surfaces simples (P150).....	126
Figure 4.19 : Exemple de figure de speckle sur les surfaces complexes.....	126

Chapitre 5

Figure 5.1 : Décomposition du profil de microtexture.....	132
Figure 5.2 : Calcul de la densité spectrale de puissance.....	133
Figure 5.3 : Dsp des surfaces simples.....	134
Figure 5.4 : Dsp des surfaces complexes du groupe 1.....	137

Figure 5.5 : Dsp des surfaces complexes du groupe 2.....	137
Figure 5.6 : Histogramme des hauteurs des surfaces simples (P800).....	140
Figure 5.7 : Histogramme des hauteurs des surfaces simples (P150).....	141
Figure 5.8 : Histogramme des hauteurs des surfaces complexes (chateupanne).....	142
Figure 5.9 : Histogramme des hauteurs des surfaces complexes (pays de galles).....	142
Figure 5.10 : Distribution des hauteurs de la macrotexture.....	143
Figure 5.11 : Approximation gaussienne de la distribution des pentes de la macrotexture ..	144
Figure 5.12 : Pourcentage de variation de $\langle I(j) \rangle$ en fonction du voisinage.....	148
Figure 5.13 : Exemple de filtrage de l'image géométrique sur P800 et P150.....	149
Figure 5.14 : Exemple de filtrage de l'image géométrique sur chateupanne et pays de galles	149
Figure 5.15 : Exemple de résultat du filtrage morphologique pour la détection automatique des zones "granulats".....	151
Figure 5.16 : Histogramme de l'image après filtrage.....	152
Figure 5.17 : Exemple de résultat du seuillage des zones "granulats".....	153
Figure 5.18 : Exemple de résultat du positionnement automatique des imagettes.....	153
Figure 5.19 : Contraste τ_1 sur les surfaces simples sans filtrage.....	155
Figure 5.20 : Contraste τ_1 sur les surfaces simples avec filtrage.....	156
Figure 5.21 : Contraste τ_2 sur les surfaces simples sans filtrage.....	156
Figure 5.22 : Contraste τ_2 sur les surfaces simples avec filtrage.....	157
Figure 5.23 : Contraste τ_1 sur les surfaces complexes du groupe 1 sans filtrage.....	157
Figure 5.24 : Contraste τ_1 sur les surfaces complexes du groupe 1 avec filtrage.....	158
Figure 5.25 : Contraste τ_2 sur les surfaces complexes du groupe 1 avec filtrage.....	158
Figure 5.26 : Contraste τ_1 sur les surfaces complexes du groupe 2 avec filtrage.....	159
Figure 5.27 : Contraste τ_2 sur les surfaces complexes du groupe 2 avec filtrage.....	159
Figure 5.28 : Exemples d'ajustement de l'histogramme pour P800.....	160
Figure 5.29 : Exemples d'ajustement de l'histogramme pour P150.....	161
Figure 5.30 : Paramètre M pour les surfaces simples.....	161
Figure 5.31 : Paramètre M pour les surfaces complexes du groupe 1.....	162
Figure 5.32 : Paramètre M pour les surfaces complexes du groupe 2.....	162
Figure 5.33 : Classification des surfaces simples par le contraste.....	163
Figure 5.34 : Classification des surfaces complexes du groupe 1 par le contraste.....	164
Figure 5.35 : Classification des surfaces complexes du groupe 2 par le contraste.....	164
Figure 5.36 : Classification des surfaces simples par le facteur d'échelle M.....	165
Figure 5.37 : Classification des surfaces complexes du groupe 1 par le facteur d'échelle M	165

Figure 5.38 : Classification des surfaces complexes du groupe 2 par le facteur d'échelle M	166
Figure 5.39 : Exemple d'histogramme cumulé des valeurs obtenues pour un estimateur donné.....	166

Annexe A

Figure A.1 : Rapport $\langle I_2(j) \rangle / \langle I_{\text{do}}(j) \rangle$ pour $j = 1$, $r_c = 12 \mu\text{m}$ et différentes valeurs de (σ_a, σ_h)	191
Figure A.2 : Rapport $\langle I_2(j) \rangle / \langle I_{\text{do}}(j) \rangle$ pour $\sigma_a = 0$, $\sigma_h = 0$ et différentes valeurs de j	191

Annexe B

Figure B.1 : Résultats de simulation de l'erreur ΔC	196
Figure B.2 : Résultats de simulation de l'erreur ΔA	197

Annexe G

Figure G.1 : Contraste τ_2 sur les surfaces complexes du groupe 1 sans filtrage.....	221
Figure G.2 : Contraste τ_1 sur les surfaces complexes du groupe 2 sans filtrage.....	221
Figure G.3 : Contraste τ_2 sur les surfaces complexes du groupe 2 sans filtrage.....	222

Chapitre 2

Tableau 2.1 : Méthodes de caractérisation.....	64
--	----

Chapitre 3

Tableau 3.1 : Récapitulatif des Modèles.....	72
Tableau 3.2 : Valeurs numériques des paramètres expérimentaux.....	78
Tableau 3.3 : Bilan des paramètres de texture d'influence sur $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$	95
Tableau 3.4 : Méthodes de Gauss.....	98
Tableau 3.5 : Caractéristiques des calculs selon la méthode de Gauss-Legendre.....	99

Chapitre 4

Tableau 4.1 : Diamètres spécifiés pour P150, P180 et P220.....	110
Tableau 4.2 : Diamètres spécifiés pour P240, P360 et P800.....	110
Tableau 4.3 : Caractéristiques du profilomètre tactile.....	112
Tableau 4.4 : Caractéristiques du capteur UBM.....	117
Tableau 4.5 : Caractéristiques du capteur TRIDIM.....	119
Tableau 4.6 : Caractéristiques des éléments du montage optique.....	120
Tableau 4.7 : Bilan des caractéristiques des échantillons.....	127

Chapitre 5

Tableau 5.1 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces simples : couples (σ_i, r_{ci}) ...134	134
Tableau 5.2 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces simples : valeurs des σ_i' ...135	135
Tableau 5.3 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces complexes : couples (σ_i, r_{ci})	138
Tableau 5.4 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces complexes : valeurs des σ_i'	138
Tableau 5.5 : Coefficients profilométriques des surfaces simples.....	140
Tableau 5.6 : Coefficients profilométriques des surfaces complexes.....	142
Tableau 5.7 : Ecart type des pentes de la macrotexture.....	145
Tableau 5.8 : Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov pour le contraste.....	167
Tableau 5.9 : Résultats du test du khi-deux pour le contraste.....	168
Tableau 5.10 : Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov pour le paramètre M.....	168
Tableau 5.11 : Résultats du test du khi-deux pour le paramètre M.....	169

- *Introduction générale* -

L'objectif recherché dans la conception des routes et de leur chaussée est d'assurer aux usagers un bon niveau de confort et de sécurité. L'influence de l'adhérence sur la sécurité fait l'objet d'une controverse : les ingénieurs routiers considèrent comme primordial une bonne adhérence, en particulier en présence d'eau. En effet, la proportion des accidents double lorsque la chaussée est mouillée. Cependant, d'après les spécialistes de l'accidentologie, il faut relativiser cette augmentation de l'insécurité qui est également imputable à différents facteurs impliquant le comportement du conducteur comme une baisse de la visibilité. Toutefois, si l'adhérence n'est pas à proprement parler un facteur déclenchant des accidents, elle reste un facteur aggravant malgré les progrès réalisés dans la formulation des revêtements. Ceci justifie de poursuivre les efforts d'amélioration par des recherches complémentaires.

Dans ce contexte, des recherches sont menées pour examiner l'influence des caractéristiques physiques des revêtements routiers sur l'adhérence. La plupart des qualités d'usage d'une chaussée (adhérence, bruit de contact pneu-chaussée, résistance à l'avancement) sont conditionnées par les efforts mécaniques résultant de l'interaction entre le pneumatique et la surface des chaussées. C'est la raison pour laquelle on s'intéresse à l'état de surface des revêtements et plus particulièrement à leur texture de surface. La surface des chaussées résulte de la superposition de différentes échelles de texture et, suivant la propriété d'usage considérée, l'analyse porte sur une ou plusieurs échelles particulières. Ainsi, des études ont montré que la microtexture de surface des chaussées intervenait principalement dans la capacité d'adhérence à faibles vitesses sur chaussée humide. Ces études nécessitent que soient développés en parallèle des moyens de caractérisation des échelles de texture considérées : pour l'adhérence, il s'agit principalement de la macrotexture et de la microtexture.

En ce qui concerne la macrotexture, les moyens de caractérisation disponibles en génie civil sont satisfaisants. Il n'en est pas de même pour la microtexture. En effet, les méthodes employées reposent généralement sur la profilométrie : le profil est reconstitué par l'agrégation de mesures ponctuelles juxtaposées et l'interprétation en termes de rugosité est immédiate. Les limitations rencontrées sont de deux ordres : d'une part, l'étendue de mesure des appareils ne permet généralement pas de résoudre simultanément la microtexture et de couvrir la macrotexture ; d'autre part, les temps d'acquisition des profils sont rédhibitoires si l'on souhaite disposer d'une grande résolution spatiale et caractériser une zone de surface de dimensions suffisantes pour être significative.

Pour tenter de pallier ces limitations, on peut s'orienter vers une approche indirecte qui consiste à ne plus décrire la surface par sa géométrie point par point, mais à extraire une ou plusieurs informations globales de l'interaction entre un rayonnement et la surface, d'où l'objet de cette étude : on se propose de tester la faisabilité d'une méthode indirecte pour caractériser la microtexture de surface des chaussées, plus particulièrement dans l'intervalle de un à quelques dizaines de micromètres d'amplitude et de période spatiale. Compte tenu des rugosités à couvrir, nous n'envisageons ici que des ondes de type électromagnétique, dont les longueurs d'onde sont adaptées à l'étendue du relief de surface visé. Les variations spatiales de la grandeur physique mesurée (champ électromagnétique, intensité, etc.) constituent une nouvelle forme de représentation. Des modélisations permettent l'interprétation de cette dernière en termes de rugosité.

Les méthodes plein - champ se divisent en trois catégories selon la nature de la source utilisée : incohérente, structurée ou cohérente. Cette dernière fait intervenir le phénomène d'interférence des ondes, qui, dans le domaine de rugosité envisagé (de l'ordre de quelques

longueurs d'onde), offre le plus de sensibilité. De plus, l'application des deux premières méthodes se heurte à des limites technologiques si l'on souhaite conserver un champ d'observation important : au niveau du pas du réseau projeté, lors de l'utilisation d'une source de lumière structurée et de la profondeur de champ dans les méthodes d'optique incohérente. Nous nous sommes donc orientés vers des méthodes diffractives en lumière cohérente. Le choix s'est porté sur la technique du speckle, d'une part, pour sa forte sensibilité à la microstructure de l'élément diffusant, d'autre part, car il s'agit d'une méthode directe ne nécessitant pas de référentiels, contrairement aux méthodes interférométriques.

L'un des avantages de la technique du speckle est, de transposer dans le domaine macroscopique, donc observable, une information liée aux échelles microscopiques de la surface. De nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont établi les propriétés du phénomène de speckle, en liaison avec celles de la texture d'une surface. Cependant, les auteurs se sont limités aux cas de textures de surface mono-échelles de faible amplitude. L'application de la technique du speckle à la caractérisation des revêtements de chaussée qui présentent deux gammes distinctes de texture, nécessite donc une extension des travaux existants en tenant compte des particularités des surfaces de chaussées :

- La microtexture correspond à un intervalle de texture d'amplitude relativement importante par rapport au cadre d'application classique de la technique du speckle.
- En dehors de la microtexture, on doit tenir compte, principalement, de la macrotexture qui crée des rotations du plan moyen de la microtexture.
- Les matériaux des constituants de chaussée sont hétérogènes. Des variations spatiales des propriétés optiques de la surface sont à prévoir.

L'objectif primordial des travaux présentés dans cette thèse est d'étendre l'application du speckle à la caractérisation de surfaces complexes sachant que l'état de l'art sur le sujet se limite presque exclusivement aux surfaces simples. Les modélisations du phénomène de speckle créé par la microtexture sont basées sur une nouvelle approche prenant en compte les variations d'inclinaison de la normale locale à la surface. Les expérimentations sont effectuées à l'aide d'un système de prise de vue tel que le grain de speckle n'est pas résolu, ce qui constitue la spécificité de notre approche.

Les travaux de thèse sont structurés de la manière suivante :

Chapitre 1 : nous examinons les particularités des surfaces de chaussée et nous définissons les besoins "utilisateurs" en matière de caractérisation de la microtexture des chaussées.

Chapitre 2 : nous présentons le phénomène de speckle et nous examinons les principaux modèles de description qui permettent de relier le phénomène à la texture de surface. Nous étudions ensuite les principales méthodes de caractérisation et nous en déduisons une configuration expérimentale adaptée.

Chapitre 3 : à l'aide de la théorie scalaire de la diffraction de Kirchhoff, nous modélisons le contraste du speckle dans la configuration choisie au chapitre 2 sur des surfaces composées de deux échelles de texture afin de définir des tendances et d'étudier l'influence des caractéristiques statistiques des deux échelles de texture.

Chapitre 4 : nous présentons les expérimentations effectuées pour tester la méthode sur des modèles de surfaces réelles. L'étude expérimentale se fait en deux étapes : après avoir examiné, dans un premier temps, la faisabilité de la méthode pour caractériser la microtexture

de surfaces simples de référence, nous cherchons, dans un second temps, à l'étendre à des surfaces complexes de rugosité connue.

Chapitre 5 : nous présentons les exploitations effectuées sur les données expérimentales et nous établissons des comparaisons entre les résultats expérimentaux et les résultats des simulations. Dans une première partie, le dépouillement porte sur les profils relevés afin de quantifier les variations de texture de surface des échantillons. Dans une deuxième partie, les traitements sont réalisés sur les images de speckle. Ils comportent deux étapes : la suppression de l'image géométrique par un moyennage local et le calcul d'un quantificateur (histogramme, contraste). Enfin, les résultats obtenus sur les images de speckle sont mis en correspondance avec les données de texture. Le pouvoir classifiant des estimateurs de la microtexture est examiné à l'aide des surfaces simples. Des résultats sur les surfaces complexes, nous déduisons les potentialités d'une classification de la microtexture en présence de macrotexture.

Chapitre 1

**Adhérence et texture de surface
des chaussées**

A notre connaissance, les surfaces de chaussées échappent au cadre d'application classique des techniques du speckle. Pour pouvoir étudier la faisabilité de ces techniques pour caractériser la microtexture des chaussées, il convient auparavant de définir les particularités des surfaces de chaussée et préciser les besoins utilisateurs en matière de caractérisation.

Afin d'expliquer la nature des informations de texture que l'on souhaite caractériser, il est nécessaire de présenter l'interaction route – véhicule qui conditionne l'adhérence. Les pneus constituant l'interface entre le véhicule et la chaussée, le premier paragraphe rappelle quelques notions de base à leur sujet. Afin de disposer d'une représentation simple de la chaussée, nous nous intéressons ensuite à sa structure générale et aux techniques utilisées pour réaliser la couche de roulement. Puis, les mécanismes induisant la perte de contact entre le pneumatique et la chaussée en présence d'eau sont mis en évidence. Ceci permet de définir les fonctionnalités que doit remplir la surface des chaussées de manière à garantir une capacité d'adhérence satisfaisante.

L'examen des caractéristiques de surface des chaussées permet alors de définir les échelles de texture concernées ainsi que de préciser leurs fonctions respectives. A partir de la bibliographie, nous relevons le type d'information de texture qui peut avoir une influence sur les fonctionnalités dégagées. Nous étudions également l'évolution que ces caractéristiques de texture peuvent subir dans le temps.

Enfin, nous examinons les moyens de caractérisation disponibles pour l'étude de la relation texture / adhérence : mesures directes de frottement ou caractérisation des échelles de texture concernées.

1. Pneumatiques

Les pneumatiques sont généralement composés des éléments suivants (cf. figure 1.1) :

- une carcasse constituée de nappes de fils parallèles enrobés de caoutchouc (les câblés), qui est gonflée et qui relie la ceinture à la jante rigide
- une ceinture quasi inextensible et rigide en flexion dans son plan et qui présente la bande de roulement au sol comme le ferait une chenille
- une bande de roulement sculptée et constituée d'un mélange étudié de caoutchoucs pour résister aux efforts
- deux flancs caoutchoutés constitués de câbles d'acier à haute résistance enrobés dans une gomme spéciale

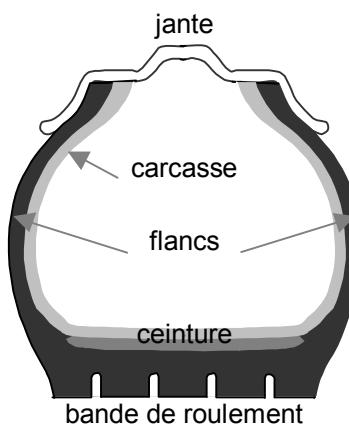


Figure 1.1 : Coupe radiale type d'un pneumatique sous gonflage

Lorsque l'ensemble supporte une charge, la jante est « suspendue » à l'intérieur de la ceinture. La zone de contact résulte de l'équilibre entre les tensions sur son pourtour, la pression de gonflage des pneus et la pression d'appui au sol. La zone de contact entre le pneumatique et la chaussée fait environ 200 mm de longueur pour un véhicule léger et 300 mm pour un poids lourd [LUCAS, 1993].

2. Structures des chaussées

Une chaussée se présente comme un ensemble de couches superposées de matériaux, destinées à permettre la circulation des véhicules dans des conditions satisfaisantes et à supporter sans dommage les efforts dus à cette circulation [S.E.T.R.A., 1994] (cf. figure 1.2).

La couche de roulement qui constitue la partie supérieure de la couche de surface doit assurer l'imperméabilisation de la chaussée, l'adhérence des véhicules, le confort de l'usager et la protection mécanique des couches inférieures.

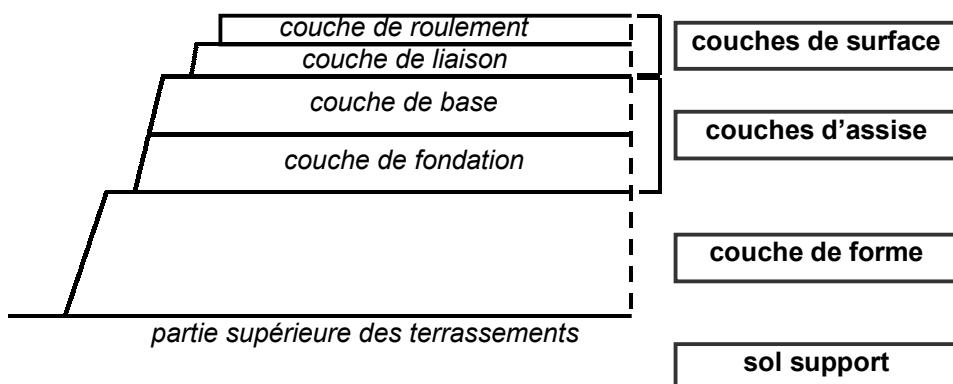


Figure 1.2 : Coupe type d'une chaussée

Dans les études relatives à l'adhérence, on se limite généralement à la couche de roulement. Différentes techniques peuvent être employées pour sa réalisation : les enduits superficiels, les enrobés hydrocarbonés et les bétons.

Enduits superficiels [HERSKORN, 1985] :

La technique consiste à répandre des couches successives de bitume et de granulats. Sa structure est définie par le nombre et l'arrangement des couches de liant et de granulats ainsi que par la ou les classe(s) granulaire(s) des couches de granulats. La formule de l'enduit est définie par sa structure et, par la nature et les doses de ses constituants.

Compte tenu de leur position à la surface des chaussées en contact direct des pneumatiques, les granulats font l'objet d'exigences strictes du point de vue de leur résistance mécanique (dureté, résistante au polissage...) et de leur fabrication (propreté, angularité, homogénéité...).

Enrobés hydrocarbonés [HERSKORN, 1985] :

Ce sont des mélanges de gravillons, de sable et de bitume réalisés à chaud. La variété des enrobés hydrocarbonés est très grande et s'accroît continuellement. L'évolution des techniques a conduit à la mise au point d'une directive par le SETRA (Service d'études techniques des routes et autoroutes) et le LCPC en 1969 codifiant deux types de bétons bitumineux qui réalisent un compromis entre deux exigences contradictoires :

- une bonne résistance à l'ornierage et une texture de surface suffisante qui nécessite un « squelette minéral » important

- une maniabilité suffisante pendant la phase de compactage qui conduit, en contrepartie, à leur mise en œuvre en couches relativement épaisse (6 à 9 cm).

Par la suite, différentes techniques ont vu le jour visant en particulier à améliorer la texture de surface des revêtements parmi lesquelles :

- les bétons bitumineux cloutés obtenus en incrustant à la surface du béton bitumineux au moment de sa mise en œuvre des gravillons durs, non-polissables et de granularité serrée
- les enrobés drainants dont la porosité est obtenue par réduction des quantités de sable et par des ajouts au bitume permettant de le rendre plus épais

De même, il est possible de réduire l'épaisseur de la couche de roulement par l'emploi de techniques telles que les enrobés très minces à chaud (amélioration du liant) ou les enrobés coulés à froid (utilisation d'un matériel spécial).

Bétons [BERTHIER, 1992] :

Dans les chaussées en béton, la dalle joue le double rôle de couche d'assise et de couche de roulement. Un traitement de surface lui confère sa texture. Plusieurs méthodes ont été mises au point à cette fin, par exemple :

- le striage consistant à marquer le revêtement transversalement à l'aide d'un râteau à dents (espacées aléatoirement pour minimiser le bruit de roulement)
- le cloutage par encaissement de gravillons durs dans le béton frais
- le cloutage - dénudage qui consiste à enfoncez les gravillons durs et à pulvériser un produit inhibiteur de prise permettant ensuite, par balayage, de dégager les sommets des gravillons
- le dénudage employé sans cloutage préalable pour dégager les gravillons constituant le béton

En conclusion, quelle que soit la technique utilisée, un revêtement routier peut être modélisé, en surface, comme un ensemble de granulats encaissés dans un liant de texture plus fine. Dans le cas des enduits superficiels et des revêtements cloutés ou dénudés, la surface des granulats est à nu. Dans les autres cas, les granulats sont recouverts d'une fine couche de liant.

3. Adhérence

L'adhérence d'un revêtement est définie comme « *sa capacité à mobiliser des forces de frottement au contact pneu / chaussée sous l'effet des sollicitations engendrées par la conduite : accélérations, freinages, virages...* » [GROUPE, 1993]

Elle permet au véhicule de :

- conserver à tout moment la trajectoire désirée, notamment dans les virages,
- réduire les distances de freinage et d'arrêt d'urgence notamment aux carrefours,
- favoriser les manœuvres d'évitement ou de « récupération » réussies.

Sur chaussées sèches, le niveau d'adhérence est généralement satisfaisant. Par contre, sur chaussées mouillées ou humides, l'adhérence offerte aux pneumatiques diminue selon des lois complexes par suite de la présence d'eau qui s'interpose entre le pneumatique et la surface de la chaussée.

La figure 1.3 illustre l'aire de contact pneu / chaussée en présence d'eau (dans le cas satisfaisant). On peut délimiter 3 zones [GROUPE, 1996].

- Zone 1 (pénétration) : la surface du pneumatique pénètre la couche d'eau qui est évacuée progressivement par la macrotexture.
- Zone 2 (transition) : une partie de l'eau est évacuée et le pneumatique commence à prendre contact avec la chaussée.
- Zone 3 (contact sec) : le pneumatique est entièrement en contact avec le revêtement.

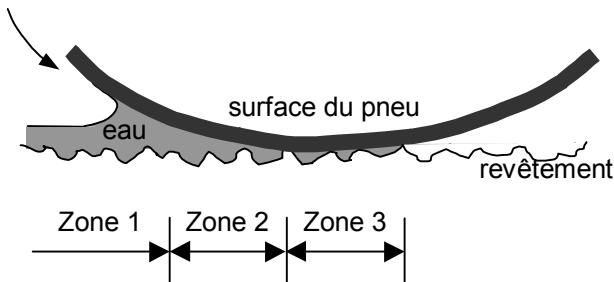


Figure 1.3 : Aire de contact pneu / chaussée

Selon l'épaisseur de l'eau sur la chaussée, différents phénomènes physiques peuvent apparaître.

En **contact mouillé** (épaisseur d'eau supérieure à 1 mm), le pneumatique exerce une pression sur l'eau qui se trouve évacuée par drainage dans les sillons des sculptures du pneu et de la chaussée. Au-delà d'une vitesse critique, le pneumatique n'arrive plus à évacuer assez vite la couche d'eau qui le sépare de la chaussée. L'eau s'accumule à l'avant créant une pression suffisante pour soulever le pneumatique et envahir l'aire de contact entre le pneumatique et la chaussée : les zones 2 et 3 n'existent plus. Il n'y a plus d'adhérence et le véhicule glisse alors sur l'eau. Ce phénomène est appelé **hydroplanage** (ou aquaplaning) [BERTHIER, 1991].

En **contact humide** (épaisseur d'eau inférieure à 0,1 mm), le film d'eau qui s'interpose entre le pneumatique et la chaussée peut être très faible (parfois jusqu'à 0,02 mm) donc difficile à chasser de part sa viscosité élevée. En plus de l'infiltration par l'avant du film d'eau, comme dans le cas de l'hydroplanage, un phénomène annexe appelé **effet élastohydrodynamique** agrave la perte de contact entre la chaussée et le pneumatique : un glissement relatif entre la chaussée et le pneumatique se produit, entraînant l'aspiration de l'eau se trouvant dans les anfractuosités du revêtement aux sommets de ses aspérités. Ce phénomène empêche le contact pneu / chaussée en particulier à l'arrière du pneumatique où le glissement est le plus important. Il apparaît, de ce fait, que, contrairement aux idées reçues, les risques de perte de contrôle du véhicule sont plus importants en contact humide qu'en contact mouillé. En contact humide, le phénomène observé est appelé **viscoplanage** en raison du comportement visqueux du film d'eau [DO, 1995].

Lorsque l'épaisseur de l'eau est comprise entre 0,1 et 1 mm, les deux phénomènes peuvent être observés simultanément.

En conclusion, pour parer à l'érosion de l'aire de contact, les revêtements routiers doivent être conçus et mis en œuvre avec un double objectif :

- assurer le drainage des épaisseurs importantes d'eau
- offrir le plus grand contact sec possible entre la gomme du pneumatique et la surface de chaussée en présence d'un film d'eau

Au paragraphe suivant, nous étudions les caractéristiques de la surface d'une chaussée et leur apport par rapport à ces deux fonctionnalités qui garantissent une capacité d'adhérence satisfaisante.

4. Apport de la texture de surface d'une chaussée

Pour décrire la texture de surface d'une chaussée, différents domaines de longueur d'onde spatiale sont définis. Rapportées à l'aire de contact pneumatique / chaussée, les échelles susceptibles d'intervenir dans les phénomènes d'adhérence sont la mégatexture, la macrotexture et la microtexture [LUCAS, 1993].

La **mégatexture** est l'ensemble des aspérités dont la dimension horizontale est comprise entre 50 mm et 500 mm et dont la dimension verticale est comprise entre 1 mm et 50 mm. Par exemple, le diamètre des nids de poule et la profondeur des ornières sont des caractéristiques de la mégatexture. En créant des déformations du profil de la chaussée, elle peut être à l'origine de zones d'accumulation d'eau.

La **macrotexture** est constituée des aspérités dont la dimension horizontale est comprise entre 0,5 mm et 50 mm et dont la dimension verticale est comprise entre 0,2 mm et 10 mm. Elle dépend des dimensions des granulats, de la mise en œuvre et du traitement de surface éventuel. En créant des canaux d'évacuation de l'eau, elle contribue à la première fonctionnalité décrite au paragraphe précédent, le drainage superficiel. Certains revêtements de chaussée dits drainants (cf. § 2) présentent dans la masse des vides communicants. L'eau s'infiltra verticalement et s'accumule au fond de la couche drainante à la rencontre de l'interface étanche puis s'écoule par le jeu des pentes vers le bord de chaussée.

La **microtexture** est l'ensemble des aspérités dont la dimension horizontale est comprise entre 0 mm et 0,5 mm et dont la dimension verticale est comprise entre 0 mm et 0,2 mm. Elle est liée aux aspérités des granulats en surface du revêtement et à la texture du liant. La microtexture est concernée par la deuxième fonctionnalité dégagée au paragraphe précédent : lorsque l'épaisseur de l'eau entre le revêtement et le pneumatique est mince, dès le départ ou après drainage, elle peut permettre de rétablir le contact en perçant le film d'eau.

Une sous-décomposition de ces domaines de longueur d'onde spatiale peut se révéler nécessaire, particulièrement en ce qui concerne la microtexture, par la définition de sous-échelles plus fines qui n'ont pas de signification dans le domaine du génie civil mais qui optiquement jouent un rôle très important comme nous le verrons aux chapitres 3 et 5.

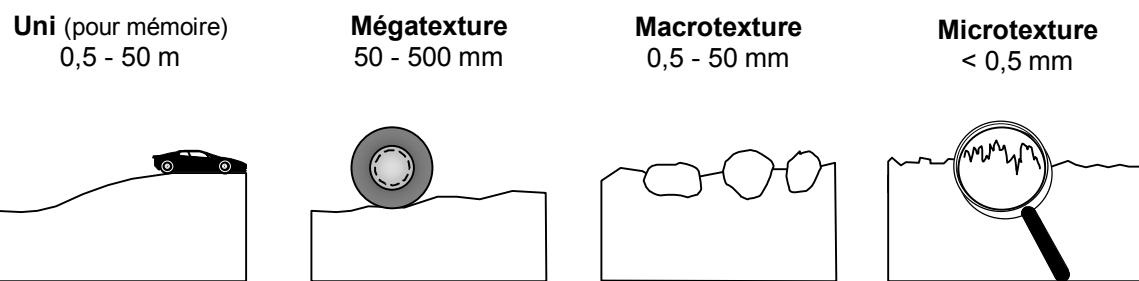


Figure 1.4 : Domaines de texture de surface des chaussées

La capacité de drainage offerte par la macrotexture dépend des volumes des creux présents en surface ou dans le revêtement et les paramètres utilisés pour décrire la macrotexture tendent à atteindre ce type d'information (cf. [BRILLET, 1985]).

En ce qui concerne la microtexture, la littérature montre que l'épaisseur d'eau aspirée au sommet des aspérités et la hauteur du film d'eau résiduel après évacuation par la pression de

gonflage sont toutes deux comprises entre 3 et 10 µm [DO, 1995]. De ce fait, on estime généralement que la hauteur utile des aspérités de la microtexture est comprise entre 10 et 100 µm. Outre l'amplitude des microaspérités, d'autres paramètres interviennent également dans la capacité à percer le film d'eau : la forme et la densité des microaspérités.

La capacité de la microtexture à percer le film d'eau constitue un premier niveau d'analyse. Pour approfondir l'apport de la microtexture à l'adhérence, on doit considérer les mécanismes de génération du frottement au niveau des points de contact secs pneu / chaussée. Ces mécanismes sont encore mal connus. Les observations expérimentales permettent de dégager des tendances et ont montré, en particulier, une interdépendance entre les effets de la macrotexture et de la microtexture [DO, 1995]. En effet, la microtexture peut entrer en action seulement si la macrotexture présente une amplitude suffisante pour évacuer les fortes épaisseurs d'eau. Mais une augmentation de l'amplitude de la macrotexture au-delà de ce seuil conduit à réduire l'aire de contact pneu / chaussée et cette diminution doit alors être compensée par un surcroît d'efficacité de la microtexture. Sur le plan théorique, les modèles prédictifs de l'adhérence [DELANNE, 1993] sont encore à améliorer. Ceci accroît les difficultés à définir un ou plusieurs paramètres de texture prépondérants vis à vis de l'adhérence. Cependant, les recherches se poursuivent et on notera, en particulier, une étude récente qui ouvre des perspectives intéressantes avec un paramètre qui quantifie les pentes qui relient les maxima locaux de la texture [ZAHOUANI, 2000].

Enfin, connaissant les géométries de surface souhaitables, il convient d'étudier la possibilité de les réaliser et de les maintenir. L'obtention d'une macrotexture élevée peut être obtenue en jouant sur la formulation du revêtement [DELORME, 1993] en accord avec d'autres exigences (le bruit de roulement par exemple). En ce qui concerne la microtexture, on s'intéresse aux caractéristiques minéralogiques des roches [DUPONT, 1993]. L'évolution de la texture avec le trafic se traduit par deux phénomènes : la fragmentation et l'usure. La **fragmentation** apparaît sous le passage des pneus de véhicules lourds et se manifeste par le fractionnement des éléments les plus gros du granulat. La microtexture est conservée mais les granulats disparaissent progressivement. L'**usure** se produit en présence d'eau et de poussières.

- à l'échelle macroscopique : l'action des particules de poussière les plus grossières creuse les surfaces et émousse les arêtes des granulats. La macrotexture est fortement diminuée.
- à l'échelle microscopique (**polissage**) : les poussières les plus fines jouent le rôle d'abrasif et procèdent selon une sorte de micro-usinage en arrachant des petits fragments de surface et en occasionnant des rayures. La microtexture est progressivement effacée et on atteint une sorte de "poli spéculaire" correspondant à une extrême finesse des rayures.

Là aussi, un compromis doit être trouvé entre la résistance mécanique et la résistance au polissage des granulats.

En conclusion, les informations de texture d'intérêt vis-à-vis de l'adhérence sont, à l'échelle de la microtexture, l'amplitude des aspérités, leur forme et leur densité. Ces paramètres conditionnent la capacité de la microtexture à percer le film d'eau. Sous le trafic, la microtexture des chaussées subit un polissage qui tend à diminuer l'amplitude des aspérités et à modifier leur rayon de courbure sans affecter, en principe, leur densité.

5. Moyens de caractérisation

5.1 Caractérisation de l'adhérence

La capacité d'adhérence peut être appréciée par la mesure directe d'un coefficient de frottement pneumatique / chaussée en présence d'eau [GRATIA, 1993]. En général, on fait appel à deux coefficients : le coefficient de frottement longitudinal (CFL) qui traduit les phénomènes de freinage en ligne droite et le coefficient de frottement transversal (CFT) qui caractérise le comportement du pneumatique dans des situations de virage ou de dérapage.

- Coefficient de frottement longitudinal :

Une roue animée d'une vitesse angulaire ω (constante et imposée) est tractée à une vitesse de translation constante V dirigée dans le plan vertical de symétrie de la roue. On mesure la force F qui se développe dans l'aire de contact pneu / chaussée et qui tendrait à entraîner la roue à une vitesse angulaire correspondant à V/r , r étant le rayon de la roue. Le CFL est défini comme le rapport de la force F et de la réaction normale due à la charge imposée sur la roue :

$$\text{CFL} = F / R$$

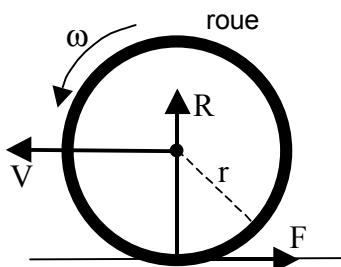


Figure 1.5 : Principe de mesure du CFL

Les mesures peuvent être effectuées avec les roues bloquées ou pour différentes valeurs du taux de glissement t défini comme suit :

$$t = (1 - \omega r / V) \times 100$$

La remorque LPC qui équipe les services des Ponts et Chaussées depuis 1968 est un appareil du type CFL.

- Coefficient de frottement longitudinal :

Le coefficient de frottement transversal apparaît dès que le plan vertical de symétrie de la roue ne contient plus le vecteur vitesse. On mesure cette fois la force N qui se développe dans l'aire de contact perpendiculairement au plan vertical de la roue. Le CFT est le rapport de la force N et de la réaction normale R :

$$\text{CFT} = N / R$$

L'appareil SCRIM (Sideway-force Coefficient Routine Investigation Machine) est employé depuis 1974 par les services des Ponts et Chaussées pour la mesure du CFT.

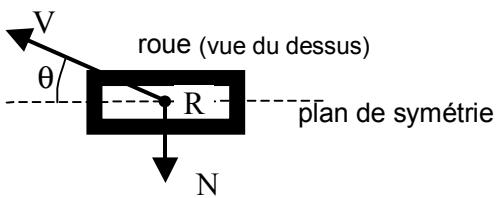


Figure 1.6 : Principe de mesure du CFT

Les appareils existants pour mesurer le CFL ou le CFT diffèrent entre eux dans le principe de mesure et pour certains paramètres tels que la nature des pneus employés, le taux de glissement, l'épaisseur d'eau. Leur point commun est de reproduire un contact pneumatique / chaussée plus ou moins proche de la réalité afin de mesurer une force à l'aide de jauge de contrainte ou un couple de freinage.

En ce qui concerne l'appareil appelé **pendule SRT** (skid resistance tester) [DELALANDE, 1992], le principe est un peu différent. Cet appareil d'origine anglaise est employé depuis plus de vingt ans, principalement sur les marquages routiers mais également dans certains cas sur revêtement routier (zones particulières, pistes cyclables). Le pendule comporte à son extrémité un patin de caoutchouc d'environ 76 mm sur 25 mm qui vient frotter sur le revêtement avec une force déterminée. L'appareil permet la mesure de la résistance au frottement. Léger et maniable, il est également employé en laboratoire pour caractériser l'adhérence sur des échantillons.

Enfin, il convient de mentionner aussi l'**essai de polissage accéléré** [XP P18-580, 1997] [NF EN1097-8, 2000] qui fournit des informations sur l'évolution de la capacité d'adhérence observable avec un type de roche donné. L'essai consiste à soumettre une action de polissage à une éprouvette constituée à partir d'un lot de granulats et à effectuer ensuite une mesure de frottement au pendule SRT. Le coefficient de polissage accéléré (CPA) qui est obtenu, constitue l'un des critères pour le choix des matériaux de la couche de roulement.

5.2 Caractérisation de la macrotexture et de la microtexture

L'adhérence est un phénomène physique. Pour pouvoir le caractériser, il faut reproduire l'interaction pneumatique / chaussée. A contrario, la texture de surface est un **état** (géométrique) qu'il convient de **décrire**. De nombreux critères sont concevables pour analyser une surface. Aucun ne fait l'unanimité. Il est généralement choisi selon les fonctionnalités de la surface et les possibilités des appareils de mesurage.

Parmi les techniques de caractérisation de texture, on distingue les **méthodes non-destructives** (généralement sans contact) des méthodes (destructrices) qui peuvent éventuellement conduire à des altérations de la surface. Par ailleurs, on distingue généralement deux groupes de méthodes :

Méthodes profilométriques :

A l'aide d'un capteur de distance avec ou sans contact ou de certaines techniques optiques, on restitue la géométrie de la surface de manière bi ou tridimensionnelle au moyen de données ponctuelles d'altitude à différentes abscisses. Les profils échantillonés peuvent être exploités de manière :

- * visuelle par tracé direct,
- * statistique par le calcul de différents paramètres (par exemple, la moyenne arithmétique des valeurs absolues des altitudes R_a ou l'écart type des altitudes R_q),
- * de manière fréquentielle par transformée de Fourier, ...

Méthodes globales :

On exploite un phénomène physique (optique, acoustique, etc.) pour atteindre une information sur la texture de surface sans passer par la description complète du profil point à point. Dans cette approche, les variations spatiales de la grandeur physique mesurée (champ électromagnétique, intensité, etc.) constituent une forme de représentation de la rugosité de la surface. Et l'interprétation des valeurs mesurées en termes de texture est obtenue par des modélisations préliminaires.

Dans le domaine routier, pour caractériser la **macrotexture**, on emploie traditionnellement des mesures de volume. En effet, un paramètre intéressant pour prédire la capacité de drainage est le volume des creux en surface d'un revêtement. La méthode la plus connue est l'essai de hauteur au sable (HS) qui est utilisé dans tous les pays [BRILLET, 1985]. Il consiste à répandre un volume connu V de sable et à l'aplanir en une plage circulaire dont on mesure le diamètre moyen D. On en déduit la profondeur moyenne des creux :

$$HS = 4V / \pi D^2$$

Dans certains cas, le sable est remplacé par de la graisse pour s'affranchir des aléas climatiques. L'essai, qui n'est pas à proprement parler une technique de caractérisation de texture de surface, fournit un indicateur global du volume des creux même s'il reste relativement sommaire : on n'a aucune information sur la manière dont les creux sont répartis.

Dans le domaine de la profilométrie, de nombreuses méthodes ont pu être utilisées ou envisagées en ce qui concerne la macrotexture. Parmi les appareils opérationnels, on peut citer le rugolaser qui permet l'auscultation grand rendement. Sur 10 m, l'appareil effectue 38 cycles de mesures (100 acquisitions de hauteurs au pas de 1,25 mm suivies d'un calcul de R_a et R_q) puis moyenne les valeurs obtenues de R_a et R_q . Le rugolaser [GOTHIE, 1989] est un module monté sur l'appareil SCRIM.

En revanche, il n'existe pas, aujourd'hui, d'appareil opérationnel pour relever la **microtexture** de surface des chaussées. En laboratoire, il est possible d'employer des profilomètres avec un faisceau laser plus fin que dans le cas de la macrotexture. Néanmoins, on est confronté à des limitations de deux types :

- L'étendue de mesure des profilomètres ne permet généralement pas de résoudre simultanément la microtexture et de couvrir la macrotexture.
- Les temps d'acquisition des profils sont rédhibitoires si l'on souhaite disposer d'une grande résolution spatiale.

Ceci justifie l'orientation proposée vers une approche globale. On cherchera, cependant, à atteindre une information de texture compatible avec celles délivrées par la profilométrie.

6. Conclusion

Nous avons étudié les caractéristiques de surface des chaussées et leur influence sur la capacité d'adhérence. En présence d'eau, différents mécanismes peuvent conduire à l'érosion de l'aire de contact pneu / chaussée, particulièrement en contact humide. Pour pallier ces risques, la texture de surface des chaussées doit assurer une double fonction : garantir le drainage des épaisseurs importantes d'eau et offrir le plus grand contact sec possible entre le pneu et la chaussée. De ce fait, les deux échelles de texture qui interviennent principalement sont la macrotexture qui fournit des canaux d'évacuation et la microtexture qui crée des points de contact en perçant le film d'eau résiduel et génère des forces de frottement.

Les études théoriques et expérimentales ont permis de mettre en évidence des tendances pour l'amélioration de la capacité d'adhérence offerte par un revêtement. En particulier, on observe un couplage des effets de la microtexture et de la macrotexture. Cependant, du fait de la complexité des mécanismes, il n'a pas été possible jusqu'à présent de définir avec précision les paramètres de texture prédominants. Au vu des connaissances actuelles, les informations de texture qui présentent un intérêt du point de vue de l'adhérence sont, à l'échelle de la microtexture, l'amplitude, la forme et la densité des microaspérités. Les deux premiers critères semblent, par ailleurs, les plus affectés par l'évolution due au trafic.

Enfin, nous avons passé en revue les principaux moyens de caractérisation disponibles en génie civil pour l'étude l'interaction pneumatique / chaussée.

A l'issue de ce chapitre, nous pouvons synthétiser les exigences qui ont été identifiées pour le développement d'une méthode de caractérisation globale et non destructive de la microtexture.

Surfaces à analyser :

La chaussée peut être modélisée comme un ensemble de granulats qui sont encastrés dans un liant et dont on souhaite caractériser la texture (microtexture des granulats)

Domaine de sensibilité de la méthode :

On délimite l'intervalle de sensibilité aux variations de hauteur :

- d'amplitude
 $1 - 100 \mu\text{m}$
- de période spatiale
 correspondant à l'intervalle d'amplitude mais inférieure à $500 \mu\text{m}$
- en présence de macrotexture.

Champ d'observation :

Le champ d'observation doit contenir plusieurs granulats donc doit faire quelques centimètres de côté et on pourra juxtaposer plusieurs images pour améliorer la représentativité.

Au chapitre 2, nous présentons les techniques du speckle et nous étudions son application à la caractérisation de la microtexture des chaussées.

Chapitre 2

**Phénomène de speckle : conditions
d'observation et description statistique**

Ce chapitre est consacré aux techniques du speckle, que l'on envisage de tester pour caractériser la microtexture des chaussées. Nous nous proposons d'étudier le fonctionnement de ces techniques pour définir une méthode d'acquisition des specklegrammes qui soit adaptée au cas de surfaces de chaussée et de mettre en évidence les éventuels axes d'étude à explorer en complément de la bibliographie.

En premier lieu, nous présentons l'origine du phénomène et les conditions d'observation afin de mettre en évidence l'influence de la texture de surface.

Comme toute méthode globale, la technique du speckle requiert des modélisations qui établissent une relation entre le phénomène et les caractéristiques d'influence que l'on cherche à atteindre. Aussi, nous présentons les principales configurations d'observation du speckle ainsi que la manière dont elles sont formalisées mathématiquement. Ceci mène à l'expression déterministe qui relie une surface donnée et le specklegramme associé. Nous présentons ensuite l'approche statistique qui est généralement employée pour relier certains paramètres du speckle à certains paramètres globaux de la texture de surface.

Puis, pour expliciter le principe des techniques de caractérisation d'une surface par le speckle, nous présentons les principaux modèles de description statistique du speckle en précisant les hypothèses effectuées sur la texture de surface et sur l'interaction lumière – objet.

Nous examinons ensuite les principales approches expérimentales testées dans la littérature qui se divisent en deux catégories : les méthodes statistiques et les méthodes par corrélations.

1. Origine du phénomène

Le phénomène de speckle a été observé dès l'apparition des premiers lasers vers 1960 et décrit de la manière suivante : un objet observé sous un éclairage cohérent présente un aspect granulaire particulier. La structure du speckle ne semble posséder aucune relation avec les propriétés macroscopiques de l'objet.

Il se comporte comme un bruit affectant la résolution des images dans des domaines comme l'holographie. C'est la raison pour laquelle ses propriétés ont d'abord été étudiées dans un but de filtrage. Toutefois, le phénomène peut être observé dans de nombreux domaines où se produit la propagation d'une onde cohérente (non nécessairement électromagnétique) après réflexion ou réfraction sur un objet rugueux ou diffusant : astronomie (l'atmosphère jouant le rôle d'objet rugueux), la télédétection (imagerie radar), l'échographie (imagerie acoustique cohérente).

Sur la base d'études théoriques et expérimentales, l'origine physique du phénomène a été mise en évidence comme l'interaction entre la lumière cohérente et la texture intrinsèque des surfaces naturelles à l'échelle de la longueur d'onde. La texture de surface entraîne une modulation des chemins optiques des ondes rétrodiffusées et une diminution de la cohérence spatiale. Les ondes diffractées cohérentes interfèrent de manière constructive ou destructive et il apparaît respectivement des zones claires ou sombres dans le plan d'observation donnant lieu à l'aspect granuleux caractéristique. Les déphasages relatifs des ondes rétrodiffusées étant liés aux variations de hauteur de la surface, on en déduit qu'il est possible d'accéder à une information de texture par l'analyse des caractéristiques de la figure de speckle.

La liaison entre la texture de surface et les caractéristiques du speckle a fait ensuite l'objet d'études spécifiques. Le phénomène n'est plus considéré comme un bruit mais comme une source d'information sur la texture ou la déformation d'objets rugueux. Généralement, l'image de speckle présente une structure très complexe et on pourrait construire, en théorie, l'image point à point à partir de la connaissance de la surface de l'objet à une résolution suffisante (inférieure à la longueur d'onde). Ceci nécessiterait de disposer d'une quantité considérable d'informations. Bien que cela soit théoriquement possible, une connaissance a

priori si précise de l'objet rendrait absurde toute analyse de l'image. D'ailleurs l'opération serait à refaire sur chaque objet puisque l'état microscopique d'objets macroscopiquement identiques varie. Ces considérations nous amènent naturellement à une analyse statistique d'une image de speckle. Néanmoins, le problème de détermination des lois statistiques du speckle est loin d'être simple et dépend en général du processus de diffusion de l'objet.

2. Liaison texture de surface / speckle : approche théorique

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de passer en revue les travaux théoriques classiques qui mettent en relation les caractéristiques de l'image de speckle avec des caractéristiques de la surface.

Après avoir présenté les configurations d'observation du speckle et l'approche statistique qui est utilisée pour le caractériser, nous examinons les modèles classiques de description du phénomène.

2.1 Formation de l'image de speckle

Deux configurations d'observation du speckle sont généralement rencontrées : le speckle objectif où le phénomène est observé directement dans un plan situé en avant de la surface et le speckle subjectif où on utilise un système de prise de vue. Nous présentons les caractéristiques de ces deux configurations et nous indiquons, pour chacune d'elles, l'expression qui relie l'amplitude du champ $U_i(P_i)$ en un point du plan d'observation P_i aux valeurs de hauteur $h(P_R)$ en chaque point de la surface illuminée P_R .

2.1.1 Speckle objectif

Dans cette configuration en propagation libre, un écran est placé à une distance d de la surface rugueuse pour permettre l'observation directe du phénomène comme représenté à la figure 2.1.

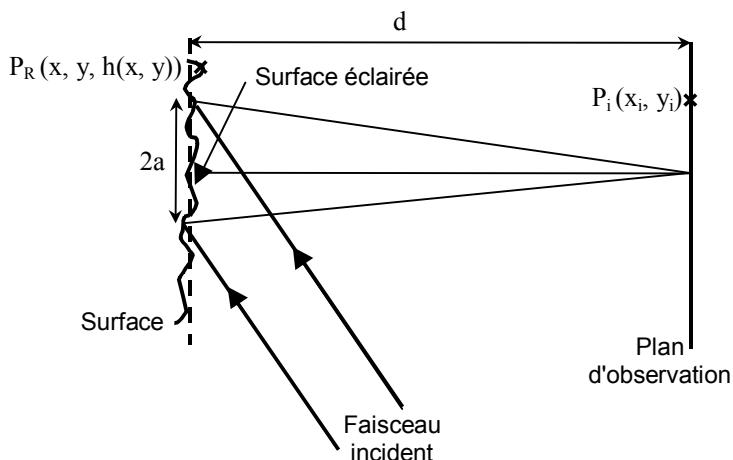


Figure 2.1 : Configuration d'observation d'un speckle objectif

La figure de speckle est issue de l'interférence des ondes cohérentes rétrodiffusées par la partie illuminée de la surface.

Pour modéliser l'interaction entre l'onde incidente et la surface, on utilise généralement le modèle de diffraction scalaire de Kirchhoff [BECKMANN, 1963] qui suppose que la surface peut être approchée localement par un plan. Par conséquent, les rayons de courbure de la

surface sont supposés grands par rapport à la longueur d'onde. Ce modèle exprime le champ $U(\theta_1, \theta_2)$ à une **distance importante de la surface rugueuse** (dans la zone de diffraction de Fraunhofer) dans la direction formant un angle θ_1 et θ_2 respectivement avec O_z et O_x (cf. figure 2.2) :

$$U(\theta_1, \theta_2) = \frac{U_c F_g(\theta_{inc}, \theta_1, \theta_2)}{S_R} \iint_{\text{Surface illuminée}} e^{i(\vec{k}_d - \vec{k}_{inc}) \cdot \overrightarrow{OP}_R} dP_R$$

où

U_c correspond au champ que l'on obtiendrait dans les mêmes conditions d'éclairage et dans la direction d'observation spéculaire en replaçant la surface illuminée par un plan

F_g est un facteur géométrique qui dépend de l'angle d'incidence θ_{inc} et des angles d'observation (θ_1, θ_2) défini comme à la figure 2.2

S_R est l'aire de la surface illuminée

L'expression du champ fait apparaître la différence entre le vecteur d'onde incident et le vecteur d'onde diffracté.

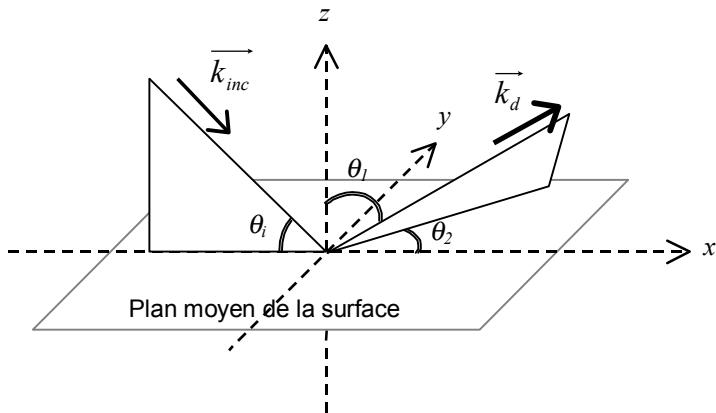


Figure 2.2 : Notations du modèle de Beckmann

Etant donné que la distance d'observation d est grande par rapport aux dimensions de la surface illuminée, la direction de diffraction k_d peut être considérée comme constante dans le domaine d'intégration. En exprimant θ_1 , θ_2 et k_d en fonction des coordonnées du point d'observation (x_i, y_i) , on exprime le champ en P_i (ce modèle est présenté plus en détail au chapitre 3) :

$$U_i(P_i) = \frac{U_c F_g(\theta_{inc}, P_i)}{S_R} \iint_{\text{Surface illuminée}} e^{ik(A(P_i)x + B(P_i)y + C(P_i)h(x, y))} dx dy \quad (2.1)$$

avec

$$A(P_i) = \frac{(\vec{k}_{inc}(P_i) - \vec{k}_d)_x}{k}$$

$$B(P_i) = \frac{(\vec{k}_{inc}(P_i) - \vec{k}_d)_y}{k}$$

$$C(P_i) = \frac{(\vec{k}_{\text{inc}}(P_i) - \vec{k}_d)_z}{k}$$

On note que l'expression du champ résulte de l'**intégration sur la surface illuminée** des ondes diffractées au point P_i .

2.1.2 Speckle subjectif

Dans le cas du "speckle subjectif", l'image est formée dans le plan d'observation à l'aide d'un système optique comme représenté à la figure 2.3.

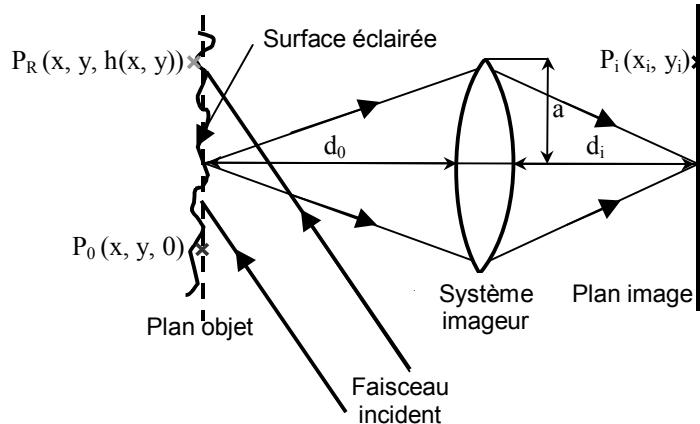


Figure 2.3 : Configuration d'observation d'un speckle subjectif

Les modèles de description du speckle subjectif sont généralement basés sur une approche en deux temps. On sépare l'interaction entre la surface et l'onde incidente, et la formation de l'image par le système de prise de vue.

- **Dans une première étape**, l'amplitude complexe du champ dans le plan d'observation $U_i(P_i)$ est reliée à l'amplitude complexe du champ dans le plan de l'objet $U_o(P_o)$ qui est généralement confondu avec le plan moyen de la surface : on utilise un calcul classique de formation d'image en éclairage cohérent [GOODMAN, 1972].

$$U_i(P_i) = \iint_{\Pi_o} U_o(P_o) \cdot f(P_i - gP_o) \cdot dP_o \quad (2.2)$$

où $f(P_i)$ représente la réponse impulsionnelle du système de prise de vue, définie comme l'image d'une source ponctuelle située dans le plan objet. g est le grandissement optique défini par

$$g = d_0/d_i.$$

Les conditions de validité de cette expression sont celles de l'approximation de Fresnel [GOODMAN, 1968].

Selon l'approximation de Fresnel [BORN, 1975], la réponse impulsionnelle est donnée par la transformée de Fourier de l'ouverture du système de prise de vue :

$$f(P_i) = \frac{1}{\lambda d_0 d_i} \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) e^{-ik[x_i \xi + y_i \eta]} d\xi d\eta \quad (2.3)$$

où $F(\xi, \eta)$ représente la fonction pupillaire qui décrit l'ouverture du système de prise de vue au point $M(\xi, \eta)$ du plan de la pupille et (x_i, y_i) sont les coordonnées de P_i . En général, la fonction pupillaire vaut 1 dans l'ouverture et 0 en dehors.

La réponse impulsionnelle $f(P_i)$ constitue une fonction de pondération des contributions du champ dans le plan objet $U_o(P_o)$ au champ dans le plan image $U_i(P_i)$. Or, lorsque l'ouverture du système de prise de vue diminue, la réponse impulsionnelle s'élargit et les contributions du champ dans le plan objet augmentent. On définit alors la "cellule de résolution" du système de prise de vue comme le voisinage d'un point du plan objet qui contribue au champ dans le plan image au point géométrique conjugué (cf. figure 2.4).

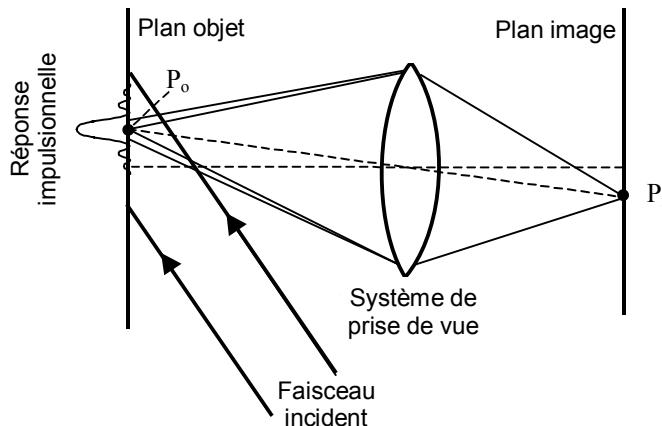


Figure 2.4 : Cellule de résolution du système de prise de vue

Pour une ouverture circulaire, la cellule de résolution est définie comme le cercle de diamètre :

$$1,22\lambda d_o/a$$

où λ est la longueur d'onde incidente et, d_o et a sont définis à la figure 2.3.

On notera l'**intégration sur la cellule de résolution** qui remplace celle sur la zone de surface illuminée dans le cas d'un speckle objectif.

- **Dans une deuxième étape**, la diffraction par la surface est modélisée en exprimant le champ dans le plan objet $U_o(P_o)$ à partir du champ incident et des caractéristiques de surface.

La relation générale entre le champ $U_o(P_o)$ dans le plan moyen de la surface et la fonction des hauteurs $h(P_R)$ est très complexe. De nombreux facteurs, lorsqu'ils sont pris en compte, peuvent mener à accroître la complexité comme les variations du coefficient de réflexion de Fresnel avec les pentes, les effets de la propagation du point P_R au point P_o , les diffractions multiples, les effets d'ombrage... C'est pourquoi, dans la littérature, un modèle simplifié [GOODMAN, 1984] est souvent adopté lors des

analyses, pouvant toutefois être considéré comme suffisamment réaliste lorsque les pentes de la surface restent faibles. Une fonction $t(P_o)$ qui représente la transmission en amplitude de l'objet rugueux lorsque celui-ci est transparent, est définie en fonction des hauteurs $h(P_o)$, de l'angle d'incidence θ_{inc} par rapport à la normale à la surface et du vecteur d'onde k . De manière similaire, on définit une fonction représentant la réflexion en amplitude de la surface lorsque l'objet est opaque.

$$U_o(P_o) = t(P_o) \cdot U_{inc}(P_o) \quad (2.4)$$

avec

$$t(P_o) = t_o \cdot e^{ikh(P_o)(1+\cos\theta_{inc})}$$

où t_o représente le coefficient de réflexion (ou de transmission) moyen de la surface et $h(P_o)$ la hauteur au point P_o projeté sur la surface. L'amplitude complexe du champ incident $U_{inc}(P_o)$ est généralement choisie constante. Dans cette approche, on ne tient pas compte de la diffraction entre la surface et le plan de calcul de U_o . La surface est supposée entraîner une simple différence de marche.

L'expression du champ au point de P_i du plan d'observation résulte de l'intégration des contributions provenant de la cellule de résolution conjuguée de P_i .

$$U_i(P_i) = U_{inc} t_o \iint_{\Pi_o} e^{ikh(P_o)(1+\cos\theta_{inc})} \cdot f(P_i - gP_o) \cdot dP_o \quad (2.5)$$

2.2 Description statistique d'une figure de speckle

Au paragraphe précédent, nous avons établi la relation déterministe qui relie le champ dans le plan d'observation et les hauteurs en chaque point de la surface pour une configuration de speckle objectif et de speckle subjectif. Comme nous l'avons vu au paragraphe 1, une exploitation directe de cette relation n'est pas envisageable, l'objectif étant de relier certaines caractéristiques de l'image de speckle à certaines caractéristiques de la surface. On est alors amené à utiliser une approche statistique.

Tout calcul statistique suppose que soit défini un ensemble d'événements sur lequel sont basés les calculs. Ainsi, pour un jeu de hasard, l'ensemble statistique correspond à l'ensemble des tirages possibles, supposé infini. Il est alors possible de calculer, par exemple, la probabilité de voir un évènement particulier se produire dans cet ensemble. Bien que théoriquement réalisable, l'ensemble statistique est bien souvent une vue de l'esprit.

Dans le cas présent, nous définissons un ensemble de surfaces qui comportent des statistiques identiques. Nous parlerons alors de **surfaces de même texture**. La figure 2.5 illustre cette notion à partir de profil de surfaces.

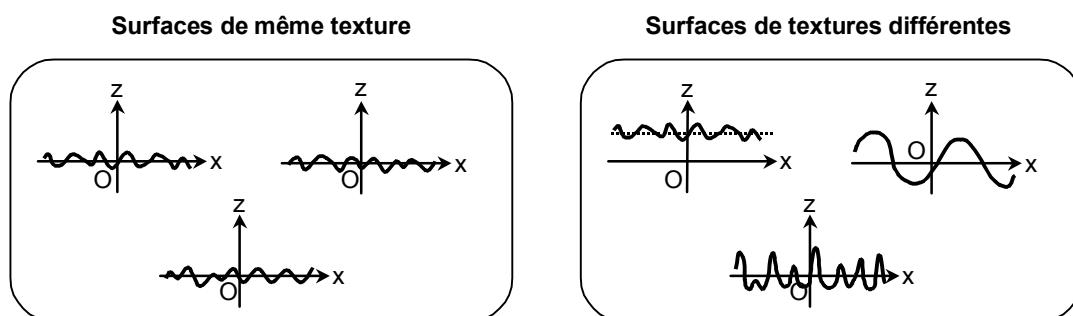


Figure 2.5 : Définition de la notion de texture

Les paramètres qui permettent de définir une texture sont présentés au paragraphe 2.3.

A chaque surface de cet ensemble, il est possible d'associer une figure de speckle par la relation déterminée précédemment. Nous faisons alors correspondre à l'**ensemble statistique de surfaces** défini précédemment un **ensemble statistique d'images de speckle** (cf. figure 2.6). Chaque figure de speckle constitue un événement de cet ensemble. Les propriétés statistiques du phénomène de speckle sont déterminées par le calcul de paramètres sur cet ensemble.

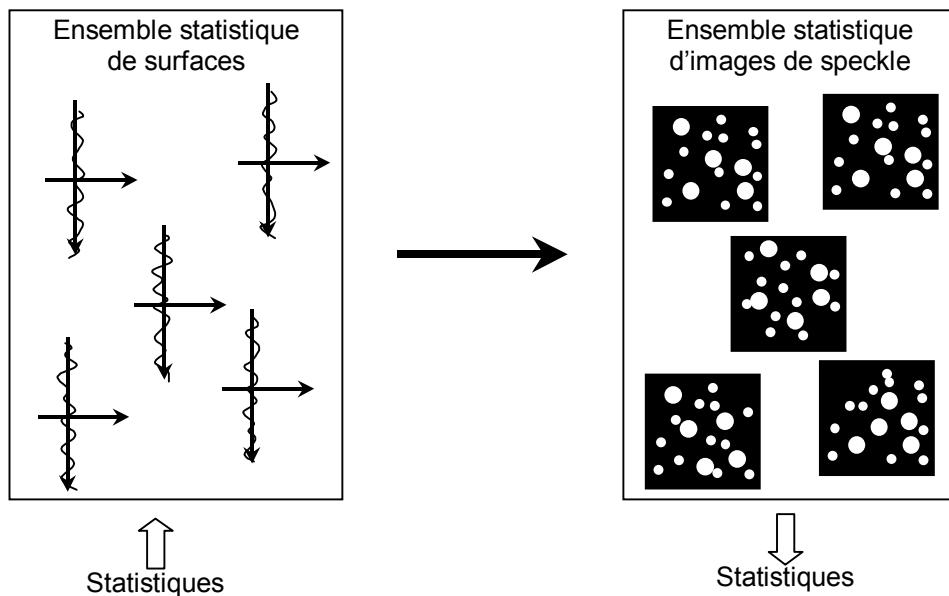


Figure 2.6 : Approche statistique de description du speckle

On relie alors la valeur de certains paramètres statistiques de la figure de speckle à celle de certains paramètres statistiques de la surface.

Dans la suite, la moyenne d'une grandeur $f(M')$ au point M' est la moyenne de cette grandeur au même point sur toutes les figures de speckle de l'ensemble et sera noté $\langle f(M') \rangle$.

Enfin, dans la pratique, on dispose très souvent d'un seul événement (une seule surface et l'image de speckle qui lui est associée). Si le processus aléatoire est spatialement ergodique, c'est à dire, si on peut estimer les variations d'une grandeur théoriquement observables en un point à partir des variations de la grandeur sur l'événement (soit l'image ou la surface), l'ensemble statistique peut être défini au moyen d'un seul événement. Une moyenne théorique en un point peut alors être évaluée au moyen d'une moyenne spatiale avec un voisinage de calcul suffisamment grand.

2.2.1 Statistiques du 1^{er} ordre

Les paramètres statistiques du 1^{er} ordre décrivent les propriétés statistiques du speckle **en un point** donné.

Les modèles de description font appel à la **densité de probabilité** de l'amplitude complexe du champ dans le plan d'observation $p(X_i, Y_i)$ à partir de laquelle est déduite celle de l'intensité lumineuse $p(I_i)$.

Dans la suite, une attention particulière est portée au **contraste** τ défini comme le rapport de l'écart type de l'intensité lumineuse dans le plan d'observation σ_I sur sa valeur moyenne $\langle I_i \rangle$.

$$\tau = \frac{\sigma_I}{\langle I_i \rangle} \quad (2.6)$$

2.2.2 Statistiques du 2^{ème} ordre

Les statistiques du 2^{ème} ordre décrivent les variations de l'intensité lumineuse relatives **en deux points**. De ce fait, elles donnent une indication sur la taille des grains dans la figure de speckle et leur distribution. Le paramètre statistique du 2^{ème} ordre le plus couramment employé dans l'étude du speckle est la fonction d'autocorrélation définie comme suit :

$$\rho_I(l, m) = \frac{\langle (I_i(x_i, y_i) - \langle I_i \rangle)(I_i(x_i + l, y_i + m) - \langle I_i \rangle) \rangle}{\sigma_I^2} \quad (2.7)$$

Le décalage (l, m) pour lequel la fonction d'autocorrélation chute à une valeur définie ($1/2, 1/e$ ou $1/e^2$, ou encore passe par 0) peut être utilisé pour mesurer **la taille moyenne des grains de speckle** s . En toute rigueur, on définit s par l'intégrale de l'autocorrélation :

$$s = \iint_{-\infty}^{\infty} \rho_I(l, m) \cdot dl dm \quad (2.8)$$

Un autre paramètre statistique du 2^{ème} ordre employé est la densité spectrale de puissance ou spectre de Wiener qui décrit la distribution des tailles de taches dans la figure de speckle. Elle est donnée par la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de l'intensité lumineuse.

2.3 Description de la texture de surface

Au paragraphe 2.2, nous avons défini un ensemble de surfaces de statistiques identiques, soit qui comportent une même texture. Il convient de définir les paramètres qui déterminent cet ensemble. Les paramètres s'appliquent aux variations de hauteur décrites par :

$$z = h(x, y)$$

On considère généralement le cas d'une surface plane : l'ondulation et les écarts de forme sont supposés inexistant. De ce fait, $h(x, y)$ représente la hauteur de la surface au point de coordonnées (x, y) par rapport à son plan moyen qui est généralement confondu avec le plan OxOy. Et les variations de hauteur sont centrées :

$$\langle h(x, y) \rangle = 0$$

Comme dans le cas des images de speckle, les variations de hauteur sont décrites suivant deux critères :

- Les variations de hauteur observables **en un point** sont données par la **densité de probabilité** $p_h(h)$. Dans la littérature, elle est couramment choisie gaussienne pour la simplification des calculs :

$$p_h(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_h} \exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma_h^2}\right)$$

où σ_h est l'écart type des hauteurs. D'une manière plus générale ce paramètre qui est équivalent au R_q présenté au chapitre 5, se définit par :

$$\sigma_h^2 = \int h^2 p_h(h) dh$$

- Les variations de hauteur relatives **en deux points** sont décrites par la **fonction d'autocorrélation** dont l'expression générale est :

$$\rho_h(P, P') = \frac{\langle h(P)h(P') \rangle}{\sigma_h^2}$$

Dans la littérature, la fonction d'autocorrélation est également souvent choisie gaussienne [GOODMAN, 1975] mais le cas d'une fonction d'autocorrélation triangulaire [FUJII, 1974] ou assimilable à un dirac [PEDERSEN, 1975] est aussi parfois rencontré.

A partir de la fonction d'autocorrélation, on définit la **longueur de corrélation** de la surface r_c par l'expression générale suivante :

$$r_c = \int |\rho_h(\Delta P)| d\Delta P$$

On note que la surface est décrite au moyen d'une seule variable aléatoire h . Les modèles de description du speckle sont donc adaptés au cas de surfaces simples comportant une seule échelle de texture. Par ailleurs, les statistiques sont supposées stationnaires. Nous renvoyons le lecteur à [LOWENTHAL, 1970] pour la définition d'ensemble statistique dans le cas d'objets non-stationnaires.

2.4 Modèles

Nous nous proposons à présent de passer en revue quelques modèles théoriques classiques qui établissent la relation entre la texture d'une surface et des caractéristiques du speckle. Ils font appel à l'approche statistique décrite précédemment. Dans la suite, nous supposerons que la surface est éclairée par une onde plane monochromatique polarisée.

2.4.1 Définitions

Dans la littérature, différents cas de speckle sont généralement considérés : speckle gaussien ou non gaussien et partiellement développé ou pleinement développé. Cette classification repose sur un raisonnement simple qui fait l'objet de ce paragraphe.

Nous avons vu au paragraphe 2.1, que la figure de speckle est issue de l'intégration de contributions lumineuses cohérentes : le domaine d'intégration est constitué de la cellule de résolution, dans le cas d'un speckle subjectif, et de la zone de surface illuminée dans le cas d'un speckle objectif. Comparons les dimensions de ce domaine à la longueur de corrélation de la surface qui caractérise la taille moyenne d'un défaut de surface. Si la longueur de corrélation de la surface est inférieure au domaine d'intégration, ce dernier contient plusieurs défauts de surface. On peut alors discréteriser le domaine d'intégration en zones de dimension des défauts de surface. Les expressions (2.1) et (2.5) sont exprimées sous la forme d'une somme discrète des contributions lumineuses issues de chaque zone.

$$U_i(P_i) = \sum_{n=1}^N a_n e^{i\phi_n} \quad (2.9)$$

où N est le nombre total de défauts contenus dans le domaine d'intégration. Le terme $a_n e^{i\phi_n}$ correspond au champ diffracté par le $n^{\text{ème}}$ défaut au point P_i . Les déphasages dépendent de la hauteur de la surface dans la zone correspondante. Compte tenu de la discréétisation opérée, les déphasages qui sont fonction des hauteurs dans chaque zone, sont statistiquement indépendants. On notera que la sommation des ondes est effectuée en amplitude car, bien que

les phases soient statistiquement indépendantes d'une zone à l'autre, leurs déphasages relatifs restent constants dans le temps.

Faisons varier le point d'observation P_i . Dans le cas d'un speckle subjectif, la cellule de résolution correspondante varie dans le plan objet. Les défauts de surface inclus sont différents. L'état d'interférence varie alors en fonction du point d'observation et on obtient une amplitude plus ou moins importante selon que les ondes interfèrent de manière constructive ou destructive. Dans le cas d'un speckle objectif, les chemins optiques des ondes cohérentes rétrodiffusées varient avec la position de P_i . De ce fait, l'état d'interférence varie également avec la position du point d'observation. On notera que si les ondes diffractées par l'ensemble de la surface sont cohérentes, dans le cas d'un speckle objectif, le champ en tout point du plan d'observation résulte de la superposition de l'ensemble des ondes diffractées en ce point par la surface ; à l'opposé, dans le cas, d'un speckle subjectif, le champ en un point du plan d'observation ne dépend que des défauts de surface situés dans la cellule de résolution correspondante.

L'approche discrète présentée précédemment pour le calcul du champ en un point du plan d'observation, permet de faciliter l'analyse des caractéristiques statistiques du phénomène de speckle. En effet, lorsque le nombre de zones N (que l'on nomme aussi "nombre de diffuseurs indépendants") est important, le théorème de la limite centrale peut être appliqué à l'expression (2.9). On en déduit que le champ en un point du plan d'observation $U_i(P_i)$ suit une loi gaussienne et le speckle est qualifié de **gaussien**.

Dans le cas où le nombre de zones est réduit, le théorème ne peut être appliqué. Le champ dans le plan d'observation ne suit plus nécessairement une loi gaussienne et le speckle est qualifié par opposition de "non gaussien".

Par ailleurs, dans le cas d'un speckle gaussien, on distingue le cas d'un speckle dit **pleinement développé** lorsque la composante non diffuse du champ dans le plan d'observation, soit la valeur moyenne du champ, est nulle. Dans le cas contraire, le speckle est dit **partiellement développé**. Différents facteurs peuvent être à l'origine de l'observation d'un speckle partiellement développé :

- Certaines caractéristiques de texture : ce point est examiné dans la suite du paragraphe 2.4.
- Le degré de cohérence de la source [PARRY, 1974] : si la source est ponctuelle mais de largeur spectrale non nulle $\Delta\nu$, la figure de speckle résultante s'obtient en intégrant, en chaque point, les figures de speckle associées à chaque fréquence. Le speckle est brouillé sauf si les figures de speckle individuelles sont pratiquement identiques. Les caractéristiques de l'image de speckle qui en résulte ne sont plus celles d'un speckle pleinement développé. On peut montrer que l'amplitude de la texture de surface et la réponse impulsionnelle conditionnent la largeur spectrale pour laquelle le brouillage est négligeable. Pour une texture d'écart type des hauteurs σ_h supérieur à la longueur d'onde, les effets de la texture sont prédominants ($\Delta\lambda < \lambda^2/\sigma_h$). Si la texture est faible, la réponse impulsionnelle est prédominante ($\Delta\lambda < \lambda$).

De même si la source est monochromatique mais étendue, la figure de speckle résultante est issue de l'intégration, en chaque point d'observation, des figures de speckle associées à chaque point de la source.

Enfin, certaines configurations du système de prise de vue permettent parfois de filtrer la composante non-diffuse du champ.

2.4.2 Modèle de Goodman

Le modèle de Goodman décrit les propriétés asymptotiques du speckle gaussien lorsque N tend vers l'infini, moyennant certaines hypothèses simplificatrices sur le processus de diffusion. On utilise la relation (2.9).

2.4.2.1 Hypothèses

En dehors de N très grand, on retiendra les hypothèses suivantes [GOODMAN, 1976] :

1. a_n et φ_n sont statistiquement indépendants entre eux ainsi que des autres a_k et φ_k . En d'autres termes, les diffuseurs élémentaires sont indépendants et l'amplitude et la phase de la composante diffusée sont sans relation.
2. φ_n est uniformément distribuée entre $-\pi$ et π . Ceci signifie que la texture de surface est supposée induire des variations de phase de plusieurs fois 2π radians.

Enfin, la surface est supposée stationnaire, impliquant également la stationnarité des caractéristiques statistiques du speckle.

2.4.2.2 Description statistique du 1^{er} ordre

Considérons dans un premier temps, la partie réelle X_i et la partie imaginaire Y_i du champ dans le plan d'observation $U_i(P_i)$. Selon les notations de la relation (2.9), on a :

$$X_i = \operatorname{Re}\{U_i\} = \sum_{n=1}^N |a_n| \cos \varphi_n$$

$$Y_i = \operatorname{Im}\{U_i\} = \sum_{n=1}^N |a_n| \sin \varphi_n$$

Par l'application du théorème de la limite centrale au champ $U_i(P_i)$, la densité de probabilité $p(X_i, Y_i)$ est gaussienne. Par ailleurs, on démontre que la partie réelle et la partie imaginaire du champ sont de moyenne nulle, de même variance et décorrélatées. En effet, l'hypothèse 1 permet de calculer séparément les moyennes des a_n et des φ_n et l'hypothèse 2 donne

$$\langle \cos \varphi_n \rangle = \langle \sin \varphi_n \rangle = 0$$

et

$$\langle \cos \varphi_n \cdot \cos \varphi_k \rangle = \langle \sin \varphi_n \cdot \sin \varphi_k \rangle = \begin{cases} \frac{1}{2} & k = n \\ 0 & k \neq n \end{cases}$$

$$\langle \cos \varphi_n \cdot \sin \varphi_k \rangle = 0$$

La densité de probabilité $p(X_i, Y_i)$ a la forme suivante quelle que soit la texture de surface vérifiant les hypothèses 1 et 2.

$$p(X_i, Y_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{X_i^2 + Y_i^2}{\sigma^2}} \quad (2.10)$$

où

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \frac{<|a_n|^2>}{2}$$

La densité de probabilité du champ est qualifiée de gaussienne circulaire centrée car les contours de densité de probabilité constante décrivent des cercles dans le plan (X_i, Y_i) .

Dans la plupart des cas pratiques, l'intensité lumineuse constitue la grandeur mesurable et non pas le champ. Connaissant les caractéristiques statistiques de premier ordre du champ, on déduit celles de l'intensité lumineuse par un changement de variable.

$$X_i = \sqrt{I_i} \cos \varphi_i$$

$$Y_i = \sqrt{I_i} \sin \varphi_i$$

avec $I_i \geq 0$ et $-\pi < \varphi_i < \pi$

On détermine la densité de probabilité de l'intensité lumineuse $p(I_i, \varphi_i)$ à partir de celle du champ.

$$p(I_i, \varphi_i) = \frac{1}{4\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{I_i}{2\sigma^2}\right)$$

En intégrant $p(I_i, \varphi_i)$, on obtient une distribution de l'intensité lumineuse exponentielle négative.

$$p(I_i) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{I_i}{2\sigma^2}} \quad (2.11)$$

Par ailleurs, le calcul des moments montre que le contraste vaut 1.

$$< I_i > = < X_i^2 + Y_i^2 > = 2\sigma^2$$

$$< I_i^2 > = 2 < I_i >^2$$

$$\tau = \frac{\sigma_I}{< I >} = 1 \quad (2.12)$$

En conclusion, dès lors que la surface vérifie les hypothèses énoncées, les statistiques du premier ordre du speckle totalement développé qui est observé ne dépendent pas des caractéristiques de la texture de surface. Ces résultats ont été vérifiés expérimentalement par [DAINTY, 1970].

2.4.2.3 Description statistique du 2^{ème} ordre

Le contraste étant égal à l'unité et compte tenu de la stationnarité des caractéristiques statistiques du premier ordre du speckle, il est possible de simplifier l'expression de la fonction d'autocorrélation de l'intensité lumineuse (2.7).

$$\rho_I(P_i, P_i') = \frac{< I_i(P_i) I_i(P_i') >}{< I_i >^2} - 1$$

Nous avons vu que le champ suivait une loi gaussienne circulaire centrée. Le théorème des moments de variables complexes gaussiennes peut être appliqué [GOODMAN, 1985], soit :

$$< I_i(P_i) I_i(P_i') > = < I_i >^2 + |< U_i(P_i) U_i'(P_i') >|^2 \quad (2.13)$$

Il suffit alors d'étudier le moment d'ordre deux du champ.

$$\langle U_i(P_i)U_i^*(P_i') \rangle = \int_{\text{objet}} \int_{\text{objet}} \langle U_o(P_o)U_o^*(P_o') \rangle f(P_i - P_o)f^*(P_i' - P_o') dP_o dP_o'$$

On suppose que la microstructure du champ diffracté dans le plan objet est trop fine pour être résolue par la lentille et qu'elle peut être remplacée par une fonction dirac.

$$\langle U_o(P_o)U_o^*(P_o') \rangle = \delta(P_o - P_o')$$

On en déduit que le moment d'ordre deux ne dépend plus que des caractéristiques de la réponse impulsionale et on montre alors, comme suit, que le grain de speckle est donné par la **figure de diffraction de l'ouverture de l'objectif**.

On a :

$$\langle U_i(P_i)U_i^*(P_i') \rangle = \int_{\text{objet}} f(P_i - P_o)f^*(P_i' - P_o) dP_o$$

Par ailleurs, on peut écrire la relation entre la fonction pupillaire et la réponse impulsionale du système de prise de vue sous la forme suivante :

$$f(P) = \kappa \text{TF}(F)(P/\lambda d_i)$$

où $\text{TF}(\cdot)$ indique une transformation de Fourier et κ est une constante. Le moment d'ordre deux du champ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\langle U_i(P_i)U_i^*(P_i') \rangle = \lambda^4 d_i^4 \kappa^2 \text{TF}\left\{ F((P_i' - P_i)\lambda d_i) \right\}^2$$

De même, on peut exprimer la valeur moyenne de l'intensité lumineuse à partir de la surface S_p de la fonction pupillaire.

$$\langle I_i \rangle = \lambda^4 d_i^4 \kappa^2 S_p$$

L'expression finale de la fonction d'autocorrélation s'écrit :

$$\rho_1(P_i, P_i') = \left| \frac{\text{TF}\left\{ F((P_i' - P_i)\lambda d_i) \right\}^2}{S_p} \right| \quad (2.14)$$

Le calcul de la fonction d'autocorrélation permet de calculer la surface moyenne du grain de speckle s . On trouve que le grain de speckle a la surface moyenne suivante:

$$s = \frac{\lambda^2 d_i^2}{S_p} \quad (2.15)$$

Comme précédemment, les caractéristiques statistiques du second ordre ne permettent pas d'accéder à une information de texture, à partir du moment où la surface vérifie les deux conditions posées par Goodman et que la structure spatiale du champ rétrodiffusé ne peut être résolue par le système de prise de vue.

Les résultats de ce modèle tendent à montrer qu'un speckle pleinement développé ne permet pas de caractériser la texture de surface.

2.4.3 Modèle de speckle partiellement développé

Dans le modèle de Goodman, la surface est supposée entraîner des variations de phase uniformément distribuées entre $-\pi$ et π . De plus, la surface de cohérence du champ rétrodiffusé est supposée trop petite pour être résolue par le système de prise de vue. L'auteur ne précise pas les conditions concernant la texture de surface sous lesquelles ces hypothèses peuvent être vérifiées.

Nous allons, à présent, nous intéresser à un modèle du phénomène de speckle qui repose, cette fois, sur un modèle de surfaces de distribution des hauteurs et de fonction d'autocorrélation gaussiennes. Sur la base de ces hypothèses, les différents auteurs qui ont contribué à l'étude [BECKMANN, 1963], [PEDERSEN, 1974] et [GOODMAN, 1975] établissent les caractéristiques d'un speckle gaussien partiellement développé et démontrent que les résultats du modèle de Goodman peuvent être retrouvés lorsque l'amplitude de la texture de surface augmente suffisamment par rapport à la longueur d'onde d'éclairage. Enfin, l'étude des caractéristiques du deuxième ordre permet de préciser les conditions de validité du modèle de Goodman pour ces mêmes caractéristiques.

2.4.3.1 Hypothèses

L'étude porte sur le cas d'un speckle subjectif.

1. On utilise le modèle simplifié de diffraction pour exprimer le champ en un point du plan objet sous incidence normale. L'expression (2.4) devient :

$$U_o(P_o) = e^{i\varphi(P_o)} = e^{i2kh(P_o)}$$

2. Les variations de hauteur suivent une loi de probabilité gaussienne d'écart type des hauteurs σ_h . L'écart type de la phase $\varphi(P_o)$ est relié à celui des hauteurs par la relation suivante :

$$\sigma_\varphi^2 = \left(\frac{4\pi}{\lambda} \right)^2 \sigma_h^2 \quad (2.16)$$

3. La fonction d'autocorrélation de la surface est gaussienne de longueur de corrélation r_c et ne dépend que de la distance r entre les deux points :

$$\rho_h(r) = e^{-\frac{r^2}{r_c^2}} \quad (2.17)$$

4. La surface de corrélation de l'objet est très inférieure à la cellule de résolution du système de prise de vue.

5. La réponse impulsionnelle du système de prise de vue $f(P_i)$ est réelle.

Enfin, pour une simplification des expressions établies dans ce paragraphe, le grossissement est pris égal à l'unité.

2.4.3.2 Description statistique du 1^{er} ordre

En vertu du théorème de la limite centrale et de l'hypothèse 4, la densité de probabilité $p(X_i, Y_i)$ de $U_i = X_i + jY_i$ est gaussienne.

A partir de la relation objet - image (2.5) et comme $f(P_i)$ est réelle, on peut écrire X_i et Y_i sous la forme suivante :

$$X_i = \int_{\text{objet}} f(P_i - P_o) \cos(\varphi(P_o)) dP_o$$

$$Y_i = \int_{\text{objet}} f(P_i - P_o) \sin(\varphi(P_o)) dP_o$$

Nous calculons dans un premier temps la valeur moyenne du champ et nous trouvons qu'elle est non nulle contrairement au modèle de Goodman. L'hypothèse 1 permet d'extraire la valeur moyenne de l'intégrale.

$$\langle X_i \rangle = \langle \cos \varphi \rangle = \int_{\text{objet}} f(P_i - P_o) dP_o$$

Par la formule d'inversion de Fourier, on trouve :

$$\int_{\text{objet}} f(P_i - P_o) dP_o = \lambda^2 d_i^{-2} \kappa P(0,0) = \lambda^2 d_i^{-2} \kappa$$

Par ailleurs, on calcule la valeur moyenne de $\cos \varphi$ et $\sin \varphi$ à partir de la fonction caractéristique de φ , φ étant, de par sa relation avec la hauteur h , une variable gaussienne centrée.

$$\langle X_i \rangle = \kappa \lambda^2 d_i^{-2} e^{-\frac{\sigma_\varphi^2}{2}} \quad (2.18)$$

$$\langle Y_i \rangle = 0$$

Lorsque σ_φ est petit, la partie réelle de l'amplitude complexe a une valeur moyenne non nulle correspondant à la composante non diffuse du champ. Lorsque σ_φ augmente, cette composante tend vers 0.

On montre également que, cette fois, les caractéristiques statistiques du champ sont non-circulaires mais non-correlées. En effet, comme, φ est stationnaire, le terme de valeur moyenne n'est fonction que de la distance ΔP_o entre P_o et P_o' et on note

$$\langle X_i^2 \rangle = \int_{\text{objet}} C(\Delta P_o) \langle \cos \varphi \cos \varphi' \rangle d\Delta P_o$$

avec

$$C(\Delta P_o) = \int_{\text{objet}} f(P_i - P_o) f(P_i + \Delta P_o - P_o) dP_o$$

Comme précédemment, le terme en valeur moyenne peut être calculé à partir de la fonction caractéristique du second ordre. Par ailleurs, $C(\Delta P_o)$ est peu différent de sa valeur en 0 compte tenu de l'hypothèse 4. Or, d'après le théorème de Parseval, l'expression se met sous la forme suivante :

$$C(0) = \int_{\text{objet}} f(P_i - P_o)^2 dP_o = \lambda^2 d_i^{-2} \kappa^2 S_p$$

où S_p est la surface de la fonction pupillaire. On en déduit les écarts types de X_i et Y_i .

$$\sigma_x^2 = e^{-\sigma_\phi^2} \lambda^2 d_i^2 \kappa^2 S_p \int_{\text{objet}} (\cosh(\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)) - 1) d\Delta P_o \quad (2.19)$$

$$\sigma_y^2 = e^{-\sigma_\phi^2} \lambda^2 d_i^2 \kappa^2 S_p \int_{\text{objet}} \sinh(\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)) d\Delta P_o \quad (2.20)$$

Deux cas asymptotiques sont considérés : le cas d'une texture de surface très faible et le cas d'une texture de surface importante (modèle de Goodman).

- Lorsque la texture est faible ($\sigma_\phi^2 \ll 1$)

$$\cosh(\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)) \approx 1$$

$$\sinh(\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)) \approx \sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)$$

Il vient

$$\sigma_x^2 \approx 0 \quad (2.21)$$

$$\sigma_y^2 \approx \sigma_\phi^2 \lambda^2 d_i^2 S_p \kappa^2 S_c \quad (2.22)$$

où S_c est l'aire de corrélation de la surface (πr_c^2).

- Lorsque la texture est forte ($\sigma_\phi^2 \gg 1$)

$$\cosh(\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)) \approx \frac{1}{2} e^{\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)}$$

$$\sinh(\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)) \approx \frac{1}{2} e^{\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)}$$

soit

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 \approx \frac{e^{-\sigma_\phi^2}}{2} \lambda^2 d_i^2 S_p \kappa^2 \int_{\text{objet}} e^{\sigma_\phi^2 \rho_h(\Delta P_o)} d\Delta P_o \quad (2.23)$$

A partir de l'expression (2.18) et des résultats précédents, on note que, lorsque l'amplitude de la texture diminue, la lumière est réfléchie par la surface de manière essentiellement non diffuse. A contrario, lorsque l'amplitude de la texture augmente, la valeur moyenne du champ tend vers zéro et la circularité des statistiques tend à être rétablie.

On démontre que le contraste peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\tau = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{4I_S \sigma_x^2 + 2(\sigma_x^4 + \sigma_y^4)}}{I_S + \sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

où

$$I_S = \langle X_i \rangle^2 = \kappa^2 \lambda^4 d_i^4 e^{-\sigma_\phi^2} \quad (2.24)$$

On remplace la fonction d'autocorrélation de la surface par son expression et par un changement de variable, on exprime les écarts types des parties réelle et imaginaire sous la forme suivante.

$$\sigma_x^2 = \lambda^2 d_i^2 \kappa^2 S_p S_c e^{-\sigma_\phi^2} \int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{\cosh t - 1}{t} dt \quad (2.25)$$

$$\sigma_y^2 = \lambda^2 d_i^2 \kappa^2 S_p S_c e^{-\sigma_\phi^2} \int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{\sinh t}{t} dt \quad (2.26)$$

Dans le cas du montage de Goodman [GOODMAN, 1975], on a :

$$\kappa = 1/\lambda d_i.$$

Par ailleurs, on pose :

$$N = \lambda^2 d_i^2 / S_p S_c$$

Le terme N est égal au rapport des surfaces de la cellule de résolution et de l'aire de corrélation de la surface. Il correspond physiquement **au nombre moyen d'aspérités de la surface embrassées par la cellule de résolution** et qui créent le speckle.

Le contraste prend la forme simplifiée suivante :

$$\tau = \left(\frac{4}{N} \int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{\cosh t - 1}{t} dt + \frac{2}{N^2} \left[\left(\int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{\sinh t}{t} dt \right)^2 + \left(\int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{\cosh t - 1}{t} dt \right)^2 \right] \right)^{1/2} \\ 1 + \frac{1}{N} \int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{\exp t - 1}{t} dt \quad (2.27)$$

La figure 2.7 présente des résultats de simulations numériques de l'expression du contraste (2.27) en fonction de l'écart type de la texture et du nombre N. Les intégrales ont été calculées avec l'algorithme de Gauss-Lobatto adaptatif [GANDER, 2000].

Lorsque la texture est faible, le contraste est proche de 0 et tend vers 1 lorsque la texture augmente.

Entre ces deux cas extrêmes, les variations du contraste peuvent être exploitées pour extraire une information de texture. On note, par ailleurs, que la vitesse de croissance du contraste avec l'écart type des hauteurs dépend de la valeur de N, lui-même fonction de la longueur de corrélation de la surface.

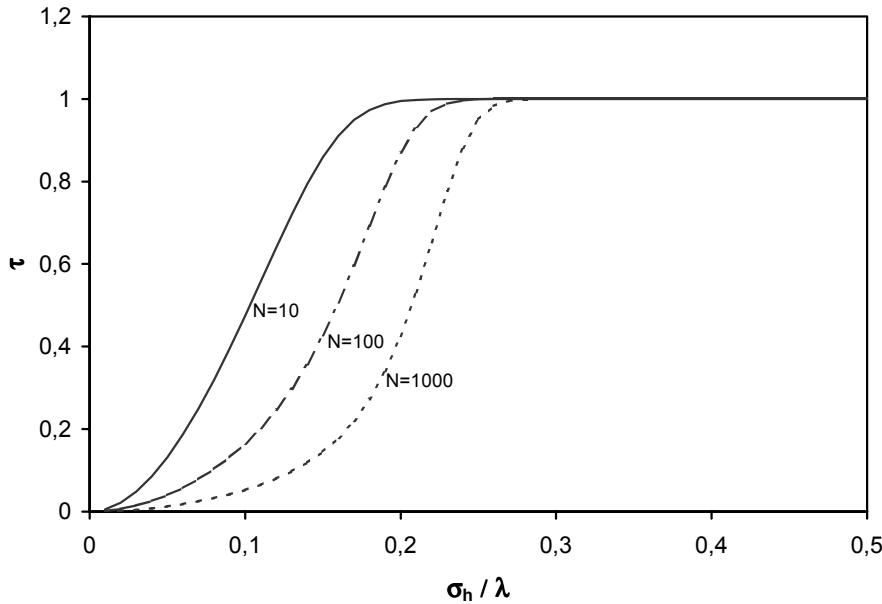


Figure 2.7 : Variations du contraste avec le nombre N d'aspérités de surface dans la cellule de résolution

2.4.3.3 Description statistique du 2^{ème} ordre

Les caractéristiques statistiques du premier ordre du champ étant gaussiennes mais non-circulaires et non-centrées, le théorème des moments de variables complexes gaussiennes (cf. (2.13)) ne peut être appliqué. La fonction d'autocorrélation du champ, seule, est calculable.

Dans le modèle de Goodman, on fait l'hypothèse d'une longueur de corrélation nulle. De ce fait, le champ diffracté $U_o(P_o)$ comporte des variations spatiales trop rapides pour être résolues par le système de prise de vue. Nous nous proposons de considérer le cas d'une longueur de corrélation non-nulle.

Le facteur de corrélation $\mu_o(\Delta P_o)$ du champ est défini comme suit.

$$\mu_o(\Delta P_o) = \langle e^{i(\phi(P_o) - \phi(P'_o))} \rangle$$

A partir de la fonction caractéristique, et compte tenu de la distribution gaussienne centrée de la phase, on détermine l'expression du facteur de corrélation où ρ_h est exprimé comme (2.17).

$$\mu_o(\Delta P_o) = e^{-\sigma_\phi^2(1-\rho_h(\Delta P_o))}$$

soit

$$\mu_o(r) = e^{-\sigma_\phi^2 \left[1 - \exp \left(-\frac{r^2}{r_c^2} \right) \right]} \quad (2.28)$$

L'expression (2.28) du facteur de corrélation du champ est tracée à la figure 2.8 en fonction du rapport r/r_c .

Pour de faibles valeurs de σ_h , on note que le facteur de corrélation tend vers une valeur non nulle lorsque la distance r augmente compte tenu de la présence de la composante spéculaire. Par ailleurs, lorsque l'amplitude de la texture augmente, le facteur de corrélation décroît plus vite que la fonction d'autocorrélation de la surface à mesure que r augmente. En

d'autres termes, l'aire de corrélation du champ diffracté est plus étroite que l'aire de corrélation de la surface.

Enfin, pour une texture d'amplitude très forte, le facteur de cohérence du champ diffracté dépend de la fonction d'autocorrélation de la surface uniquement près de l'origine.

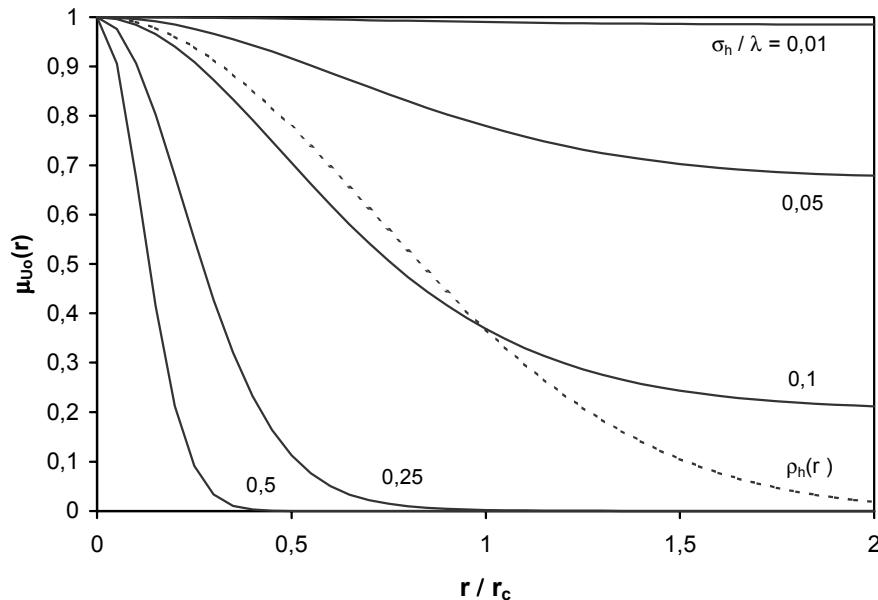


Figure 2.8 : Facteur de corrélation du champ diffracté en fonction de la texture

Afin d'exprimer l'aire de corrélation du champ diffracté, on exprime la fonction d'autocorrélation du champ diffracté à partir de son facteur de corrélation par centrage et normalisation.

$$\rho_{U_o}(r) = \frac{e^{-\sigma_\phi^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_c^2}\right)\right)} - e^{-\sigma_\phi^2}}{1 - e^{-\sigma_\phi^2}}$$

L'aire de corrélation de la surface est donnée par l'intégrale :

$$S_{U_o} = 2\pi \int_0^{+\infty} r |\rho_{U_o}(r)| dr$$

Ceci conduit au résultat :

$$S_{U_o} = \frac{S_c e^{-\sigma_\phi^2}}{1 - e^{-\sigma_\phi^2}} \int_0^{\sigma_\phi^2} \frac{e^t - 1}{t} dt \quad (2.29)$$

La figure 2.9 présente des résultats de simulations numériques de l'expression (2.29). L'intégrale a été calculée avec l'algorithme de Gauss-Lobatto adaptatif [GANDER, 2000].

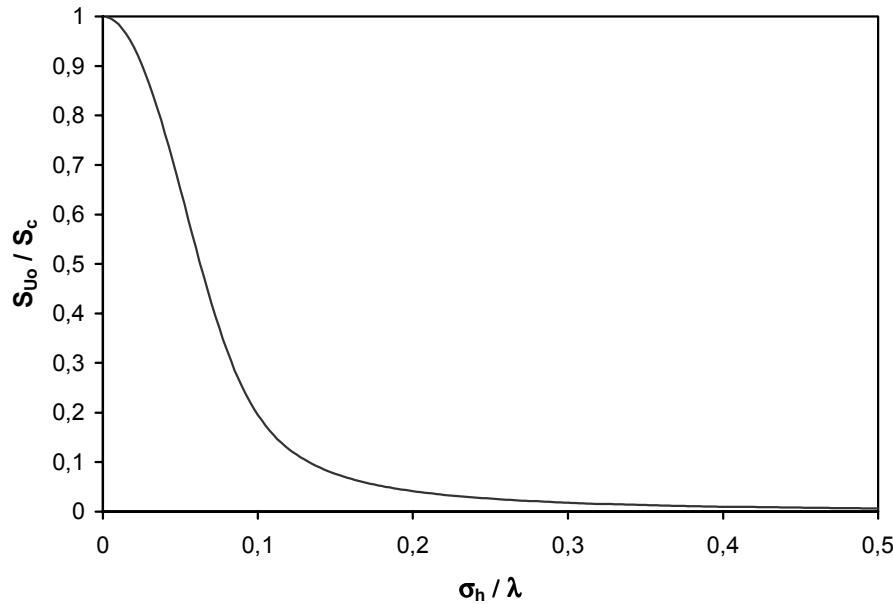


Figure 2.9 : Aire de corrélation du champ diffracté

Pour une faible texture, l'aire de corrélation du champ diffracté S_{U_0} est proche de celle de la surface. Dans le cas contraire, elle décroît vers 0. On retrouve bien asymptotiquement la vérification de l'hypothèse de Goodman.

En conclusion, le contraste d'un speckle partiellement développé permet d'accéder à l'écart type des hauteurs avec une connaissance a priori de la longueur de corrélation. En ce qui concerne les caractéristiques statistiques du 2^{ème} ordre, la littérature ne permet pas d'obtenir l'expression de la fonction d'autocorrélation de l'intensité lumineuse dans le plan image. On démontre néanmoins que le facteur de corrélation du champ diffracté dépend de la texture.

2.4.4 Speckle non-Gaussien

Les modèles présentés précédemment reposent sur l'application du théorème de la limite centrale. Lorsqu'un faible nombre de diffuseurs indépendants contribuent à la formation du speckle, les statistiques de la figure de speckle sont encore liées aux caractéristiques de la texture de surface bien que leur expression soit moins immédiate. Ce type de speckle est généralement mais pas nécessairement non-gaussian. De ce fait, la distribution de l'intensité lumineuse n'a pas lieu d'être exponentielle négative. Nous nous basons sur les travaux de synthèse de [DAINTY, 1984]. L'auteur n'a pas vu l'utilité pratique de ces modèles compte tenu de leur complexité accrue. Nous citons les principaux travaux. Dans [JAKEMAN, 1975] le cas de fortes textures de surface est étudié ($\sigma_h \geq \lambda$) et les surfaces faiblement rugueuses ($\sigma_h < \lambda$) font l'objet de [UOZUMI, 1981].

Les mesures expérimentales du moment d'ordre deux de l'intensité pour un speckle non-gaussian réalisées sur des diffuseurs ne corroborent pas la théorie. Néanmoins des vérifications expérimentales de la théorie ont été obtenues.

Il reste que la complexité des modèles a conduit à peu de réalisations pratiques pour la caractérisation de la texture de surface.

2.4.5 Influence de la résolution lors de l'enregistrement d'une image de speckle

Les modèles théoriques présentés précédemment ne tiennent pas compte des limitations pratiques d'enregistrement du phénomène. Ils supposent l'emploi d'une plaque photographique ou d'un détecteur offrant une résolution suffisante. Les caractéristiques de la figure de speckle peuvent être affectées si la taille du photodétecteur devient importante par rapport à celle du grain de speckle. Nous étudions ces effets sur le contraste et la densité de probabilité de l'intensité lumineuse.

2.4.5.1 Influence sur le contraste

Considérons l'intensité lumineuse I intégrée sur un détecteur de surface S_d et normalisée par rapport à la surface :

$$I = \frac{1}{S_d} \iint_{-\infty}^{+\infty} S(x_i, y_i) I_i(x_i, y_i) dx_i dy_i \quad (2.30)$$

où $S(x_i, y_i)$ est la fonction de pondération réelle positive caractéristique du détecteur. En supposant que la valeur moyenne de l'intensité lumineuse avant intégration ne varie pas à l'intérieur de la fenêtre du détecteur, on peut écrire la valeur moyenne de l'intensité lumineuse après intégration :

$$\langle I \rangle = \frac{1}{S_d} \iint_{-\infty}^{+\infty} S(x_i, y_i) \langle I_i \rangle dx_i dy_i = \langle I_i \rangle$$

La valeur moyenne de l'intensité d'un speckle intégré est égale à celle du speckle avant intégration.

Nous calculons à présent le moment du 2^{ème} ordre :

$$\langle I^2 \rangle = \frac{1}{S_d^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} S(x_i, y_i) S(x'_i, y'_i) \langle I_i(x_i, y_i) I_i(x'_i, y'_i) \rangle dx_i dy_i dx'_i dy'_i$$

On peut introduire la fonction d'autocorrélation de l'intensité (2.7)

$$\langle I^2 \rangle = \frac{1}{S_d^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} S(x_i, y_i) S(x'_i, y'_i) (\sigma_I^2 \rho_I(x_i, y_i, x'_i, y'_i) + \langle I_i \rangle^2) dx'_i dy'_i$$

On suppose que la figure de speckle avant intégration a des statistiques stationnaires et que la fonction d'autocorrélation de l'intensité ne dépend que des distances : $\Delta x = x_i - x'_i$ et $\Delta y = y_i - y'_i$. On pose, par ailleurs :

$$\rho_S(\Delta x, \Delta y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} S(x_i, y_i) S(x_i - \Delta x, y_i - \Delta y) d\Delta x d\Delta y$$

Il vient :

$$\langle I^2 \rangle = \frac{\sigma_I^2}{S_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_S(\Delta x, \Delta y) \rho_I(\Delta x, \Delta y) d\Delta x d\Delta y + \langle I \rangle^2$$

Et on en déduit la variance de l'intensité de la figure de speckle après intégration

$$\sigma_{I_0}^2 = \frac{\sigma_I^2}{S_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_S(\Delta x, \Delta y) \rho_I(\Delta x, \Delta y) d\Delta x d\Delta y$$

Deux cas peuvent se présenter :

- La surface du détecteur est grande par rapport au grain de speckle avant intégration ; il vient :

$$\sigma_{I_0}^2 \cong \frac{\sigma_I^2}{S_d} \rho_S(0,0) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_I(\Delta x, \Delta y) d\Delta x d\Delta y$$

La variance de l'intensité du speckle après intégration est égale à celle du speckle avant intégration multipliée par le rapport de la surface du grain de speckle avant intégration et de la surface effective du détecteur S_m :

$$\sigma_{I_0}^2 \cong \sigma_I^2 \frac{S}{S_m}$$

où

$$S_m = \frac{S_d^2}{\rho_S(0,0)}$$

- La surface du détecteur est petite par rapport au grain de speckle avant intégration ; cette fois, on a :

$$\sigma_{I_0}^2 \cong \frac{\sigma_I^2}{S_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_S(\Delta x, \Delta y) d\Delta x d\Delta y$$

soit

$$\sigma_{I_0}^2 \cong \sigma_I^2$$

On vérifie que, lorsque la résolution du système de détection augmente, les propriétés du speckle après intégration deviennent égales à celles du speckle avant intégration.

Pour la suite, on posera M comme égal au rapport des surfaces du détecteur et du grain de speckle

$$M_s = \frac{S_m}{S}$$

2.4.5.2 Influence sur la densité de probabilité de l'intensité lumineuse

Nous examinons également la forme simplifiée de la densité de probabilité de l'intensité lumineuse après intégration qui est obtenue selon l'approche retranscrite par [GOODMAN, 1984] dans le cas d'un speckle gaussien pleinement développé.

En première approximation, les variations d'intensité lumineuse du speckle avant intégration sont approchées par une fonction créneau sur le photodétecteur. L'expression (2.30) peut alors être remplacée par une somme discrète :

$$I = \frac{1}{S_d} \sum_{k=1}^m S_k I_k$$

où m est le nombre de zone sur le photoélément où l'intensité lumineuse peut être considérée comme constante, S_k et I_k sont respectivement la surface et l'intensité lumineuse de la $k^{\text{ème}}$ zone d'intensité constante. Les valeurs I_k sont supposées statistiquement indépendantes, de densité de probabilité exponentielle négative et de même valeur moyenne. Il s'ensuit que la fonction caractéristique de l'intensité lumineuse après intégration est donnée par :

$$M_I(v) \cong \prod_{k=1}^m \frac{1}{1 - iv \frac{S_k}{S_d} \langle I \rangle}$$

On considère le cas où la fonction d'ouverture $S(x_i, y_i)$ vaut 1 au niveau du détecteur et 0 en dehors. Dans ce cas, on a :

$$\frac{S_k}{S_d} = \frac{1}{m}$$

Il s'ensuit que la densité de probabilité de l'intensité lumineuse est donnée par une distribution gamma.

$$p_I(I) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\langle I \rangle} \right)^m I^{m-1} e^{-m \frac{I}{\langle I \rangle}} \quad (2.31)$$

La densité de probabilité dépend de deux paramètres $\langle I \rangle$ et m . Compte tenu de l'expression du contraste obtenue au paragraphe précédent, on identifie :

$$m = M_s$$

L'approche simplifiée qui conduit à l'expression (2.31) est valable lorsque le paramètre m est grand. Lorsque m est égal à 1, la distribution de l'intensité est de forme exponentielle négative et nous retrouvons le résultat du modèle de Goodman. Pour des valeurs intermédiaires de m , une approche plus rigoureuse basée sur des décompositions de Karhunen-Loeve est donnée dans la littérature [DAINTY, 1971] [SCRIBOT, 1974].

En conclusion, la taille du détecteur peut modifier de manière importante les statistiques de l'intensité lumineuse comme nous l'avons vu dans le cas particulier d'un speckle pleinement développé.

2.4.6 Conclusion

Les éléments bibliographiques ont montré que, dans le cas d'une surface mono-échelle un speckle partiellement développé permettait d'atteindre une information de texture de

surface. Ces résultats doivent être validés dans le cas où la surface est composée de plusieurs échelles.

3. Liaison texture de surface / speckle : approche expérimentale

Ce paragraphe complète la revue bibliographique en présentant quelques approches expérimentales remarquables de la littérature pour établir un lien entre speckle et texture de surface. Les modèles du paragraphe précédent apportent une justification théorique aux variations et aux limitations observées des méthodes de mesure. Dans certains cas, les expérimentations ont précédé la modélisation.

On distingue deux classes de méthodes. La première est qualifiée de méthode statistique, au sens où la mesure est représentée par la figure de speckle dans son ensemble. La seconde méthode détermine la variation de corrélation entre deux images de speckle enregistrées dans des conditions expérimentales différentes. Sur la base d'éléments bibliographiques, le tableau 2.1 indique les étendues de mesure possibles par ces deux approches.

Tableau 2.1 : Méthodes de caractérisation

	Expérience	Paramètre du speckle mesuré	Paramètre de rugosité	Etendue de mesure	Références bibliographiques
méthodes statistiques	1 Enregistrement direct avec un laser HeNe	contraste	écart-type des hauteurs	0,015-0,2 µm	[OHTSUBO, 1975]
	2 Enregistrements multiples avec variation de l'étendue de la zone illuminée	contraste en fonction de la zone illuminée	écart-type des hauteurs, longueur de corrélation de la surface	écart-type 0,03-0,2 µm	[FUJII, jan 1976]
	3 Enregistrements multiples avec variation de la pupille du système imageur	contraste en fonction de l'ouverture de l'objectif	écart-type des hauteurs, longueur de corrélation de la surface	écart-type 0,03-0,2 µm	[FUJII, nov 1976]
	4 Enregistrements à 2 longueurs d'ondes (497 nm et 502 nm) en champ lointain	écart-type de la soustraction des deux images point à point	écart-type des hauteurs	0-3,8 µm (en théorie)	[FUJII, 1977]
	5 Enregistrement sous éclairage polychromatique	élongation	écart-type des hauteurs	0,05-5 µm	[LEHMANN, 1997]
	6 Double speckle	taille moyenne du grain dans le plan d'observation	écart-type des hauteurs	testé jusqu'à 0,1 µm	[YOSHIMURA, 1992]
méthodes par corrélation	7 Corrélation en intensité à deux longueurs d'onde	contraste des franges	écart-type des hauteurs	0,5-20 µm suivant la source	[TRIBILLON, 1974]
	8 Corrélation en intensité à deux angles d'incidence	contraste des franges	écart-type des hauteurs	4-15 µm	[LEGER, 1975]
	9 Corrélation en intensité avec variation de la position de la pupille	contraste des franges	écart-type des hauteurs	0,6-12 µm	[TAY, 1995]
	10 Corrélation en amplitude à deux angles d'incidence	contraste des franges	écart-type des hauteurs	1-30 µm	[LEGER, 1976]
	11 Corrélation en intensité à deux angles d'incidence en polarisations croisées	contraste	écart-type des hauteurs	1-20 µm	[RUSSO, 1992]

3.1 Méthodes statistiques

Une méthode consiste à exploiter les variations des caractéristiques statistiques du speckle avec la texture de surface (cf. paragraphe 2.4.3.2) moyennant une connaissance a priori de la longueur de corrélation de la surface. L'opération consiste, par exemple, à enregistrer des figures de speckle sous des conditions expérimentales parfaitement déterminées et de calculer la valeur du contraste. Dans la littérature [OHTSUBO, 1975], cette approche est pratiquée à l'aide d'un laser HeNe (632,8 nm) sous incidence normale et en transmission. On enregistre la figure de speckle en plaçant une photodiode dans le plan d'observation et en déplaçant la surface dans son plan. Une courbe d'étalement peut être utilisée pour passer de la valeur du contraste à celle de l'écart type des hauteurs. Avec un laser HeNe, on obtient un intervalle de sensibilité de 15 à 200 nm.

L'étendue de mesure de la méthode peut être ajustée par une modification de l'un des paramètres d'influence conditionnant l'étendue de mesure :

- la longueur d'onde de la source

Lorsque la longueur d'onde diminue, on observe une réduction de la surface de la cellule de résolution et une augmentation de l'amplitude des variations de phases σ_ϕ . Au vu de la figure 2.7, ces deux effets se conjuguent. De ce fait, pour une texture de surface donnée, le contraste est réduit pour une augmentation de la longueur d'onde.

Exemples numériques :

A partir de l'expression (2.16) et de l'intervalle de sensibilité obtenu avec un laser HeNe (15 - 200 nm), on prévoit les intervalles suivants :

Laser krypton à 677 nm : étendue de mesure d'environ 16 - 214 nm

Laser CO₂ à 10,6 μm : étendue de mesure d'environ 25 - 335 nm

- l'angle d'incidence

Lorsque l'incidence n'est pas normale, l'expression (2.16) devient :

$$\sigma_\phi^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} (1 + \cos \theta_i) \right)^2 \sigma_h^2 \quad (2.32)$$

où θ_i est l'angle d'incidence défini par rapport à la normale à la surface. Une augmentation de l'angle d'incidence introduit un facteur d'échelle des variations de phase et une diminution du contraste.

Exemples numériques :

A partir de l'expression (2.32) et de l'intervalle de sensibilité indiqué précédemment en incidence normale, on prévoit les intervalles suivants :

$\theta_i = 60^\circ$: étendue de mesure d'environ 20-266 nm

$\theta_i = 75^\circ$: étendue de mesure d'environ 24-318 nm

3.2 Méthodes par corrélation

Lorsque l'écart type des hauteurs est supérieur à la longueur d'onde, le speckle devient pleinement développé. Les caractéristiques statistiques de la figure de speckle ne dépendent plus de la texture de surface. On peut néanmoins accéder à la texture en examinant le degré de corrélation de deux figures de speckle obtenues en faisant varier l'une des conditions expérimentales : l'angle d'incidence ou la longueur d'onde de la source. Les variations relatives de la figure de speckle sont fonction de la texture et le degré de corrélation des deux figures de speckle est fonction de l'écart type des hauteurs de la surface.

Une méthode consiste à éclairer la surface successivement par un faisceau faisant un angle d'incidence θ_{inc} et $\theta_{inc} + \Delta\theta$. On enregistre, l'une après l'autre, sur une même plaque photographique les deux figures de speckle de la surface obtenues en champ lointain. La modification de l'angle produit un déplacement de la figure de speckle et une décorrélation entre les deux figures qui augmente avec l'écart angulaire des illuminations. Le degré de corrélation est mesuré par transformée de Fourier optique du film et en employant un détecteur de grande dimension pour effectuer un moyennage local. La mesure de la visibilité des franges permet de déterminer l'écart type des hauteurs. Un intervalle de sensibilité de 1 à 15 μm a été obtenu par les auteurs [LEGER, 1975].

Une amélioration de la méthode précédente opérant par corrélation en amplitude a également été testée [LEGER, 1976]. La surface est illuminée simultanément par deux ondes planes cohérentes d'angles d'incidence différents θ_{inc} $\theta_{inc} + \Delta\theta$ et on utilise un interféromètre de Michelson pour faire interférer les deux speckles. On observe ainsi directement les franges d'interférence dont la visibilité est fonction du degré de corrélation des deux distributions de

champ. On mesure la visibilité des franges obtenues pour différentes valeurs de l'écart angulaire entre les deux faisceaux incidents. Et on détermine l'écart pour lequel on a une décroissance d'un facteur deux de la visibilité maximale. Ce paramètre est inversement proportionnel à l'écart type des hauteurs de la surface. Un intervalle de sensibilité de 1 à 30 μm a été obtenu par les auteurs.

Le principe commun de ces méthodes est d'exploiter le facteur de corrélation du champ diffracté. Pour une distribution des hauteurs gaussienne centrée, ce dernier, selon l'expression (2.28), dépend de l'écart type des hauteurs. Les démonstrations théoriques sont menées pour une distribution des hauteurs et une fonction d'autocorrélation de la surface gaussiennes.

4. Conclusion et orientation de l'étude

Ce chapitre a présenté des éléments bibliographiques, qui permettent d'établir un lien (théorique et expérimental) entre la structure du speckle et la texture d'une surface éclairée par une onde monochromatique polarisée. En résultat, on distingue les méthodes statistiques et les méthodes par corrélation.

La première méthode analyse d'un point de vue statistique la répartition spatiale de la lumière diffractée par la surface. Elle est simple à mettre en œuvre et permet d'atteindre des informations sur les textures de surface d'amplitude inférieure ou comparable à la longueur d'onde. Les modèles théoriques qui ont été présentés succinctement dans ce chapitre, permettent d'interpréter les limitations de ces méthodes sous certaines hypothèses. Les calculs se sont limités toutefois aux moments d'ordre 1 et 2.

Dans une seconde approche, on compare le niveau de corrélation entre deux images de speckle enregistrées dans des conditions expérimentales différentes (rotation de l'angle d'incidence par exemple). Les images de speckle présentent une corrélation dont le niveau significatif s'étend bien au-delà de la longueur d'onde. Les méthodes par corrélation sont adaptées à la mesure des textures de surface d'amplitude allant jusqu'à quelques dizaines de microns.

Ces deux méthodes ne sont pas directement applicables aux surfaces de chaussées. Le chapitre 1 a montré, en effet, que la surface des chaussées était composée de plusieurs échelles, d'une part, et que le matériau des surfaces de chaussée avait des propriétés photométriques hétérogènes, d'autre part. La mise en place de conditions expérimentales déterminées qui constitue la clef des méthodes par corrélation, semble peu envisageable dans ce cas. Ceci conduit à préférer les méthodes statistiques.

Cependant, le phénomène de speckle s'il est encore observable, peut être sensible à plusieurs intervalles de texture. Aussi, le chapitre 3 se propose de modéliser et de quantifier ces phénomènes. Pour simplifier cependant, l'étude se limitera au cas suivant :

- Les surfaces seront composées de deux échelles de textures indépendantes
- La surface sera supposée de propriétés photométriques homogènes.

La méthode expérimentale qui fera l'objet d'une présentation au chapitre 4, constitue un intermédiaire entre les deux méthodes présentées dans ce chapitre. Un **speckle subjectif** est visualisé par une caméra CCD **sans résolution du grain de speckle**. Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.4.6, cette configuration peut conduire à faire intervenir le facteur de corrélation de l'intensité lumineuse dans le plan d'observation. Elle permet également de satisfaire la nécessité de grands champs d'observation et le besoin de specklegrammes suffisamment lumineux même sur des surfaces de couleur sombre. L'image de speckle fera l'objet d'un traitement selon la première méthode par une analyse statistique.

Chapitre 3

Speckle dans le cas de surfaces

multi - échelles

Au chapitre 1, nous avons montré le caractère multi - échelle de la texture de surface des chaussées. Le chapitre 2 a permis, au travers d'une présentation des techniques du speckle, de définir une configuration d'acquisition des specklegrammes adaptée et a mis en évidence la nécessité de modélisations complémentaires du phénomène dans le cas de surfaces multi - échelles. Ce chapitre se propose d'étudier, par des modélisations, les variations du contraste du speckle qui constitue un paramètre d'exploitation classique du phénomène comme nous l'avons vu au chapitre 2, lorsque la surface est composée de deux échelles de texture disjointes. L'objectif de ce chapitre est :

- de déterminer les paramètres des deux échelles de texture qui ont une influence sur le contraste
- d'établir des tendances lorsque la texture de surface est de différentes natures (texture fine / texture grossière) ou lorsqu'elle subit une évolution (usure)

En premier lieu, nous examinons les domaines de validité de différents modèles classiques de diffraction afin de choisir un modèle adapté pour décrire l'interaction entre la surface et l'onde incidente. Nous en déduisons la pertinence du modèle de Kirchhoff scalaire. Le paragraphe 2 est consacré à ce modèle. Nous mettons en évidence les hypothèses simplificatrices utilisées et nous l'exploitons pour formaliser le cas d'un speckle subjectif de grain de speckle non résolu.

Nous procédons ensuite à l'analyse statistique. En premier lieu, nous représentons la surface comme la superposition de deux échelles de texture, l'une de variation lente sur un pixel et l'autre de variation rapide. Les expressions de la valeur moyenne de l'intensité lumineuse observée et de son écart type sont dérivées dans le cas général. Pour permettre des simplifications, nous faisons ensuite l'hypothèse que les échelles de texture sont de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne. Nous considérons alors différents cas limites sur le plan analytique. Puis, nous effectuons des simulations numériques des expressions obtenues pour différentes valeurs des écarts types et des longueurs de corrélation.

1. Modèles de diffraction

Nous avons vu au chapitre 2 que le phénomène de speckle est obtenu par illumination d'une surface rugueuse à l'aide d'une source cohérente et par l'observation de la lumière diffractée dans un plan d'observation avec ou sans système de prise de vue.

Comme on l'a vu au chapitre 2, la modélisation du phénomène selon l'approche statistique habituelle nécessite que l'on appréhende l'interaction entre l'onde incidente et la surface rugueuse qui constitue un problème complexe. Le critère de Rayleigh permet de mettre en évidence certains facteurs d'influence. Les conditions de validité de modèles de diffraction classiques sont ensuite étudiées afin de choisir une approche conforme aux échelles de texture considérées dans l'étude.

1.1 Critère de Rayleigh

En optique, l'interaction d'une onde lumineuse et d'un dioptrre plan conduit au problème parfaitement résolu de réflexion spéculaire. Lorsqu'une surface n'est pas plane mais comporte des variations spatiales locales de hauteur, le phénomène devient plus complexe à appréhender. Dans la pratique, on observe que la lumière est rétro diffusée dans différentes directions. Ainsi, au sens de l'optique, une surface rugueuse se différencie des surfaces lisses par ses propriétés diffractantes et/ou diffusantes de la lumière. Rayleigh a proposé une démarche qualitative pour traduire cette notion.

Considérons, comme à la figure 3.1, deux rayons d'angle d'incidence θ_i arrivant au point P et P'. La différence de marche des rayons réfléchis dans la direction θ_d est donnée par l'expression :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta h (\cos \theta_i + \cos \theta_d) + \Delta x (\sin \theta_i - \sin \theta_d)] \quad (3.1)$$

où Δh est la dénivellation et λ la longueur d'onde de la source.

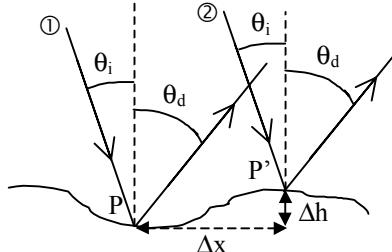


Figure 3.1 : Principe du critère de Rayleigh

Dans la direction spéculaire ($\theta_i = \theta_d$), l'expression devient :

$$\Delta\phi = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \Delta h \cos \theta_i \quad (3.2)$$

Si $\Delta\phi$ est petit, les ondes interfèrent de manière constructive. On observe une forte composante spéculaire et la surface est considérée comme *lisse*. A contrario, si $\Delta\phi$ est proche de π , les interférences sont destructives, ne donnant aucune contribution d'énergie lumineuse dans cette direction. Il s'ensuit que l'énergie lumineuse doit être réémise dans d'autres directions. La lumière est diffractée dans l'espace et la surface est dite *rugueuse*.

Une valeur arbitraire $\pi/2$ (ou parfois $\pi/4$) peut être choisie pour séparer les surfaces rugueuses des surfaces lisses. Δh étant remplacé par l'écart type des hauteurs de la surface σ_h , le critère de Rayleigh exprime la condition pour qu'une surface soit qualifiée de rugueuse sous la forme suivante :

$$4\pi \frac{\sigma_h}{\lambda} \cos \theta_i > \frac{\pi}{2}$$

En dehors de la direction spéculaire et pour une surface lisse, on peut écrire :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x (\sin \theta_i - \sin \theta_d)$$

Le déphasage $\Delta\phi$ varie vite au-delà de $\pi/2$ dès que Δx augmente et des interférences destructives apparaissent. De ce fait, une surface lisse de dimension infinie diffracte uniquement dans la direction spéculaire. Si la surface lisse est de dimension finie, on observe une forte diffraction dans et autour de la direction spéculaire dont l'amplitude dépend des dimensions et de la forme de la surface (cf. figure 3.2).

Pour une surface rugueuse, en dehors de la direction spéculaire, le déphasage est donné par l'équation (3.1). Il varie largement sur l'intervalle $0-2\pi$ avec une modification de l'angle θ_d . De plus, la valeur du champ pour une valeur donnée de θ_d ne peut être déduite sans une connaissance de la surface en chaque point. Le premier terme, non nul dans le cas d'une

surface rugueuse, empêche l'apparition d'interférences totalement destructrices. Il s'ensuit que la lumière est diffractée dans tout l'espace.

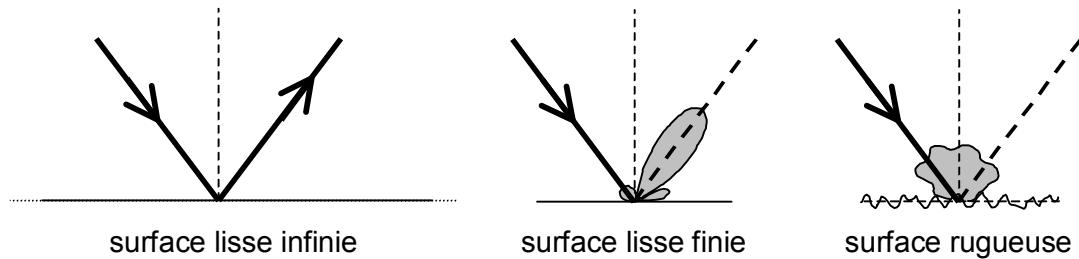


Figure 3.2 : Diagramme de diffraction par une surface

La composante spéculaire du champ diffracté est appelée généralement *composante cohérente* car la valeur moyenne du champ est constante et parfaitement définie par les statistiques de la surface. Par opposition, la composante du champ en dehors de la direction spéculaire est qualifiée d'*incohérente* car on doit calculer l'intensité lumineuse, pour la caractériser.

En conclusion, on note que la notion de rugosité n'est pas intrinsèque : elle dépend de la longueur d'onde de la source et des angles d'incidence et de réflexion. Le critère de Rayleigh reste un outil rudimentaire car la texture est décrite uniquement par l'écart type des hauteurs. Au paragraphe suivant nous examinons différents modèles de diffraction de surface. Nous verrons, en particulier, que les domaines de validité de ces derniers sont délimités par des critères similaires.

1.2 Domaine d'utilisation des modèles de diffraction

Un nombre imposant d'études tant expérimentales que théoriques ont été menées dans le domaine de la diffraction par une surface. Sur le plan théorique, deux types d'approches sont rencontrés :

- Les méthodes approchées, permettant une résolution analytique dans certains cas, telles que la méthode des petites perturbations ou les méthodes issues de la théorie de Kirchhoff qui ont été très largement employées (souvent sans justifications).
- Les méthodes plus rigoureuses comme le modèle IEM (Integral Equation Model) dont les conditions de validité sont souvent moins bien définies car elles ont été beaucoup moins utilisées, particulièrement, en comparaison de l'expérimental.

Des équivalents de ces modèles existent en acoustique comme en optique. Dans le domaine des radars, des travaux de synthèses ont été réalisés, mettant en évidence les domaines de validité des modèles les plus classiques (cf. tableau 3.1). A la figure 3.3, nous reproduisons le diagramme de validité qui a été obtenu en fonction de $k\sigma_h$ et kr_c [RAKOTOARIVONY, 1995], k étant le vecteur d'onde et σ_h et r_c respectivement l'écart type des hauteurs et la longueur de corrélation. Ces critères sont relatifs à une seule échelle de texture.

La théorie des petites perturbations est valable pour les surfaces dont les variations de hauteur sont rapides et de faible amplitude (surfaces lisses). Le champ diffracté est considéré comme faiblement altéré par la présence de rugosité.

La théorie de Kirchhoff avec la méthode de la phase stationnaire suppose que le champ diffracté est dû à la réflexion sur un ensemble de petites facettes. La surface doit comporter des variations de hauteur lentes et de grande amplitude (surfaces rugueuses).

La théorie de Kirchhoff avec approximation scalaire se révèle appropriée lorsque la surface comporte des faibles pentes (surfaces moyennement rugueuses).

Le modèle IEM repose sur l'intégration du 2^{ème} théorème de Green. Le domaine d'application englobe celui du modèle SPM et en partie celui de la théorie de Kirchhoff avec approximation scalaire. Cependant, le modèle reste réservé au cas de surfaces peu rugueuses.

Tableau 3.1 : Récapitulatif des Modèles

Méthode	Conditions de validité [ULABY, 1982]	Références bibliographiques
Kirchhoff avec méthode de la phase stationnaire	$kr_c > 6$ $0,06(kr_c)^2 > k\sigma_h$ $(2k\sigma_h \cos \theta_i)^2 > 10$	[ULABY, 1982]
Kirchhoff avec approximation scalaire	$kr_c > 6$ $0,06(kr_c)^2 > k\sigma_h$ $0,18kr_c > k\sigma_h$	[BECKMANN, 1963] [OGILVY, 1991]
Petites perturbations (SPM)	$k\sigma_h < 0,3$ $k\sigma_h < 0,2kr_c$ $kr_c < 3$	[CHAIKINA, 1998] [OGILVY, 1991]
Modèle IEM	$k\sigma_h < 3$ $\cos^2 \theta_i \frac{(k\sigma_h)^2}{\sqrt{kc}} e^{-\sqrt{2kc(1-\sin \theta_i)}} < 0,25$ avec $c = 0,459 r_c$	[ULABY, 1982]

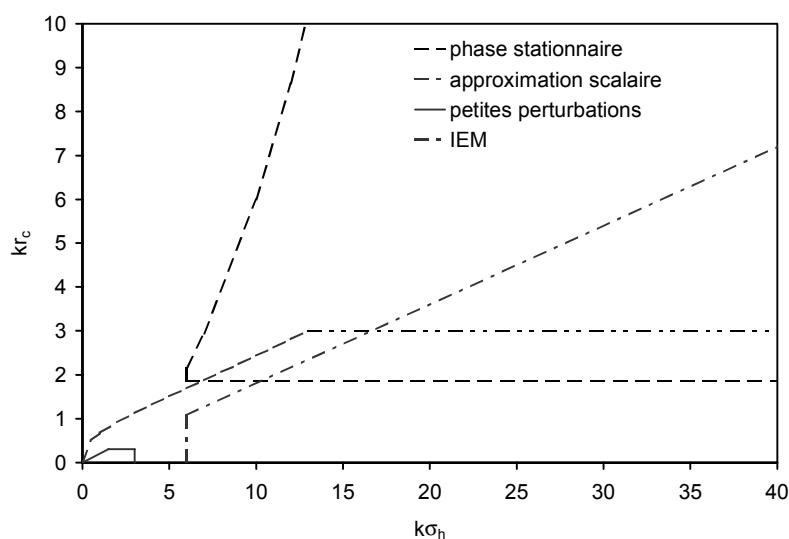


Figure 3.3 : Diagramme de validité des modèles de diffraction

Comme nous l'avons précisé au chapitre 1, nous nous intéressons à l'intervalle de microtexture d'amplitude comprise entre 1 et 100 µm. Avec une source d'illumination émettant dans le domaine du visible, les valeurs de $k\sigma_h$ obtenues sont supérieures à 3. Ceci conduit à écarter les théories IEM et SPM.

Par ailleurs, nous avons présenté au chapitre 1, les différentes échelles de texture composant la surface des chaussées. Nous notons que l'amplitude verticale de chaque échelle est toujours inférieure à son amplitude transversale. Il semble donc raisonnable de penser que l'écart type des échelles de texture qui composent la surface des chaussées reste inférieure à leur longueur de corrélation. De ce fait, le domaine de validité du modèle de Kirchhoff avec approximation scalaire est mieux adapté aux cas des surfaces de chaussée que celui du modèle avec méthode de la phase stationnaire. Nous choisissons donc d'utiliser le modèle de Kirchhoff avec approximation scalaire.

2. Modèle de diffraction scalaire de Kirchhoff

Au paragraphe précédent, nous avons justifié l'emploi du modèle de Kirchhoff scalaire pour modéliser la diffraction dans le cas de surfaces multi - échelles de type surfaces de chaussée. Dans ce paragraphe, nous explicitons ce modèle en précisant les hypothèses réalisées pour le calcul du champ. Puis, nous présentons la démarche qui nous permet de l'exploiter à la modélisation d'un speckle subjectif.

2.1 Théorème intégral de Helmholtz et Kirchhoff

Le modèle de diffraction de Kirchhoff scalaire repose sur l'application du théorème intégral d'Helmholtz et Kirchhoff (cf. [OGILVY, 1991, p. 74]).

Le champ diffracté au point M est donné par :

$$U_d(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_r} \left[U_d(\vec{r}_0) \frac{\partial G}{\partial n}(\vec{r}, \vec{r}_0) - G(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial U_d}{\partial n}(\vec{r}_0) \right] ds$$

On note \overrightarrow{OM} et \overrightarrow{OP} , respectivement, \vec{r} et \vec{r}_0 , P étant un point de la surface rugueuse S_r comme représenté à la figure 3.4.

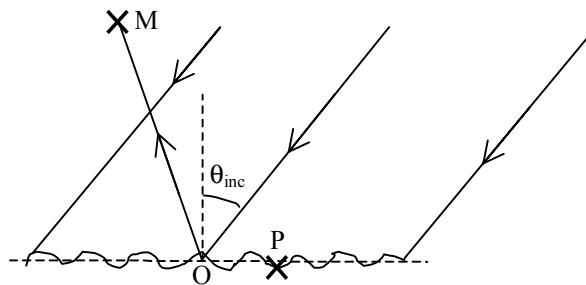


Figure 3.4 : Diffraction par une surface rugueuse

G est la fonction de Green qui s'écrit :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}$$

L'approximation de Kirchhoff consiste à exprimer le champ sur la surface et sa dérivée en remplaçant localement la surface par son plan tangent. Il vient d'après [BECKMANN, 1963, p. 22] :

$$U_d(\vec{r}_0) = R(\vec{r}_0)U_{inc}(\vec{r}_0)$$

$$\frac{\partial U_d}{\partial n}(\vec{r}_0) = -iR(\vec{r}_0)(\vec{k}_{inc} \cdot \vec{n})U_{inc}(\vec{r}_0)$$

On suppose que le champ incident U_{inc} était une onde plane monochromatique de vecteur d'onde k_{inc} :

$$U_{inc}(\vec{r}_0) = e^{ik_{inc} \cdot \vec{r}_0}$$

R est le coefficient de réflexion de Fresnel qui dépend de la polarisation de l'onde incidente et de l'angle d'incidence rapporté à la normale locale à la surface.

L'approximation de Kirchhoff est valable si le plan tangent approche la surface de manière satisfaisante. Il s'ensuit que le rayon de courbure R_c et la longueur de corrélation de la surface r_c doivent être grands au sens de l'optique. Ceci s'écrit de la manière suivante :

$$r_c \gg \lambda$$

$$R_c \gg \lambda$$

Dans le cas d'une surface de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne, on a :

$$R_c = \frac{r_c^2}{2,76\sigma_h}$$

Les conditions de validité deviennent :

$$kr_c \gg 2\pi$$

$$0,06(kr_c)^2 \gg k\sigma_h$$

On retrouve les deux premières conditions énoncées au paragraphe 1.2. Des variantes de ces conditions peuvent être rencontrées dans la littérature. Dans [OGILVY, 1991, p. 101], par exemple, il est retranscrit un raisonnement géométrique simple conduisant à une condition sur R qui s'écrit :

$$kR \cos^3 \theta_{inc} \gg 1$$

Soit

$$0,36(kr_c)^2 \cos^3 \theta_{inc} \gg k\sigma_h$$

Cette expression des conditions de validité est plus complète que celle indiquée par [ULABY, 1982] car elle fait intervenir l'angle d'incidence qui intervient dans la perception de des variations des hauteurs comme nous l'avons vu au chapitre 2.

2.2 Approximation en champ lointain

Si la distance qui sépare le point d'observation de la surface est grande par rapport aux dimensions de la surface illuminée, on peut appliquer l'approximation en champ lointain qui consiste à approcher l'onde sphérique traduite par la fonction de Green par une onde plane. Le terme de phase de G varie vite en raison du coefficient k . Il est approché par l'expression suivante :

$$k|\vec{r} - \vec{r}_0| \cong kr \left[1 - \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}}{r^2} \right]$$

Le dénominateur de G est approché par r. On obtient :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) \cong \frac{e^{ikr}}{r} e^{-ik\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{r}_0}$$

La dérivée normale de la fonction de Green est donnée par :

$$\frac{\partial G}{\partial n}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \left(ik - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \right) \frac{\partial |\vec{r}-\vec{r}_0|}{\partial n}$$

On effectue les mêmes approximations pour la dérivée de G que pour G. Par ailleurs, on suppose que :

$$kr \gg 1$$

On obtient :

$$\frac{\partial G}{\partial n}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cong -ik\left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{n}\right) \frac{e^{ikr}}{r} e^{-ik\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{r}_0}$$

On pose :

$$\vec{k}_d = k \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{k}_- = \vec{k}_{inc} - \vec{k}_d$$

On obtient :

$$U_d(\vec{r}) = i \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \int_{S_r} R(\vec{k}_- \cdot \vec{n}) e^{i\vec{k}_- \cdot \vec{r}_0} ds \quad (3.3)$$

Les conditions de validité de l'approximation en champ lointain sont, d'après [BROWN, 1983] :

$$r \gg \frac{L^2}{r_c}$$

$$L^2 \gg r_c^2$$

$$kr \gg 1$$

où L est le diamètre de la zone de surface illuminée.

2.3 Approximation des petites pentes

L'intégration sur la surface rugueuse S_r peut être ramenée à une intégration sur son plan moyen Π_0 , si le gradient reste fini en tout point de la surface (cf. figure 3.5) :

$$\vec{n}.ds = \frac{-\vec{x} \frac{\partial h}{\partial x} - \vec{y} \frac{\partial h}{\partial y} + \vec{z}}{\left[1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}} dx dy$$

où \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} sont des vecteurs unitaires selon Ox, Oy et Oz (Oz dirige la normale globale de la surface et le plan d'incidence est OxOz).

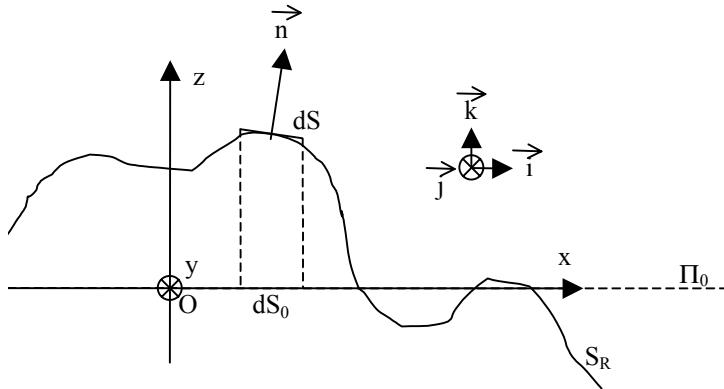


Figure 3.5 : Approximation du plan tangent

En supposant que les pentes sont faibles, on peut écrire :

$$\vec{n} \cdot d\vec{s} = \left(-\vec{x} \frac{\partial h}{\partial x} - \vec{y} \frac{\partial h}{\partial y} + \vec{z} \right) dx dy$$

Il vient

$$U_d(\vec{r}) = \frac{i k e^{ikr}}{4\pi r} \int_{\Pi_0} \left[a \frac{\partial h}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial y} - c \right] e^{ik[Ax+By+Ch(x,y)]} dx dy \quad (3.4)$$

où

$$A = -\frac{1}{k} (k_-)_x \quad a = -RA$$

$$B = -\frac{1}{k} (k_-)_y \quad b = -RB$$

$$C = -\frac{1}{k} (k_-)_z \quad c = -RC$$

La condition pour que cette approximation soit valable porte sur l'écart type des pentes σ_h' . D'après [ULABY, 1982], ce dernier doit être inférieur à 0,25 :

$$\sigma_h' = \sqrt{-\sigma_h^2 \rho^{(2)}(0)} < 0,25$$

où ρ est la fonction d'autocorrélation de la surface. Dans le cas où ρ est gaussienne, on a :

$$\frac{\sqrt{2}\sigma_h}{r_c} < 0,25$$

On retrouve la troisième condition de validité énoncée au paragraphe 1.2 :

$$0,18kr_c > k\sigma_h$$

2.4 Champ diffracté selon l'approche scalaire

Pour permettre une résolution analytique du problème, le coefficient de réflexion R sera choisi constant dans la suite de ce chapitre. Nous discutons plus en détails de cette hypothèse au chapitre 5.

Si les intégrations selon x et y sont indépendantes, il est possible d'intégrer chaque terme de l'équation (3.4) séparément. On obtient :

$$U_d(\vec{r}) = U_{do}(\vec{r}) + U_e(\vec{r})$$

avec

$$U_{do}(\vec{r}) = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{Aa}{C} + \frac{Bb}{C} + c \right) \iint_{\Pi_o} e^{i\Phi(x,y)} dx dy$$

$$U_e(\vec{r}) = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} \left[\frac{ia}{kC} \int_{Y_1}^{Y_2} (e^{i\Phi(X_2,y)} - e^{i\Phi(X_1,y)}) dy + \frac{ib}{kC} \int_{X_1}^{X_2} (e^{i\Phi(x,Y_2)} - e^{i\Phi(x,Y_1)}) dx \right]$$

où

$$\Phi(x,y) = k(Ax + By + Ch(x,y)) \quad (3.5)$$

Dans la suite, ce résultat sera exploité **en une dimension**. On suppose que h ne dépend que de x et que l'observation se fait dans le plan d'incidence. On obtient l'expression des champs U_{do} et U_e (par unité de longueur en y) :

$$U_{do}(\vec{r}) = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) \int_{X_1}^{X_2} e^{i\Phi(x)} dx$$

$$U_e(\vec{r}) = \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \frac{a}{C} [e^{i\Phi(X_2)} - e^{i\Phi(X_1)}]$$

avec

$$\Phi(x) = k(Ax + Ch(x))$$

2.5 Exploitation au cas d'un speckle subjectif

La figure 3.6 représente la configuration de speckle subjectif qui a été réalisée expérimentalement (cf. chapitre 4). Une caméra CCD est employée pour visualiser le phénomène, de sorte que l'objectif de la caméra joue le rôle de système de prise de vue et le capteur CCD opère une intégration spatiale locale de l'intensité lumineuse dans le plan d'observation.

Nous indiquons au tableau 3.2 quelques valeurs numériques qui seront prises pour être en accord avec la partie expérimentale.

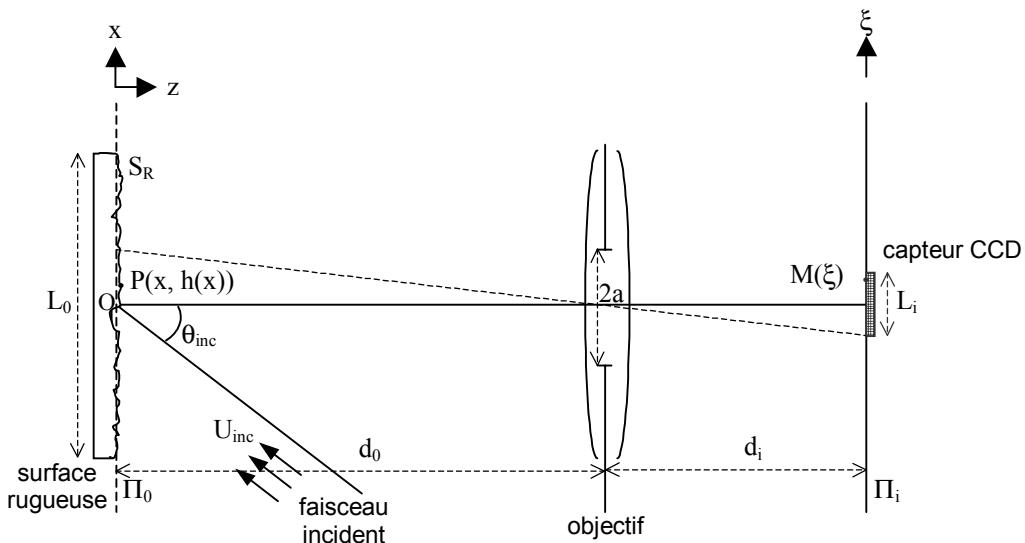


Figure 3.6 : Configuration expérimentale de speckle subjectif

Tableau 3.2 : Valeurs numériques des paramètres expérimentaux

Longueur d'onde	λ	0,5 μm
Angle d'incidence	θ_{inc}	32°
Largeur éclairée	L_o	6 cm
Largeur du capteur CCD	L_i	8,7 mm
Largeur des photoéléments	$2L_e$	17 μm
Distance de l'objet à l'objectif	d_o	154 mm
Distance de l'objectif au plan image	d_i	74 mm
Distance totale	d	228 mm
Focale	F	50 mm
Diamètre de l'ouverture de l'objectif	$2a$	38 mm
Diamètre de la cellule de résolution	$2\Delta x_m (=1,22\lambda d_i/ag)$	4,95 μm
Grandissement	g	0,48

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, dans un speckle subjectif, chaque point du plan d'observation reçoit des contributions lumineuses issues de chaque point de la cellule de résolution conjuguée. Une manière simple d'approcher un speckle subjectif consiste à appliquer le résultat du paragraphe précédent pour calculer la sommation cohérente du champ en chaque point du plan d'observation (cf. figure 3.7). Le centre de la cellule de résolution O' (d'abscisse $-\xi/g$) est substitué à O pour faire office d'origine des phases et l'intégration du champ est effectuée sur la portion de surface d'abscisse relative Δx comprise entre $-\Delta x_m$ et $+\Delta x_m$. Δx est relié à x par :

$$\Delta x = x + \xi/g$$

L'expression du champ en $M(\xi)$ est donnée par :

$$U_d(\xi) = U_{d0}(\xi) + U_e(\xi)$$

avec

$$U_{do}(\xi) = \frac{-ik e^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) \int_{-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{i\Phi(\Delta x)} d\Delta x$$

$$U_e(\xi) = \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \frac{a}{C} [e^{i\Phi(+\Delta x_m)} - e^{i\Phi(-\Delta x_m)}]$$

où

$$r = \sqrt{\left(\frac{g+1}{g}\right)^2 \xi^2 + d^2}$$

$$\Phi(\Delta x) = k(A\Delta x + Ch(-\xi/g + \Delta x)) \quad (3.6)$$

$$C = -\cos \theta_{inc} - d/r \quad (3.7)$$

$$A = \sin \theta_{inc} - \frac{g+1}{g} \xi / r \quad (3.8)$$

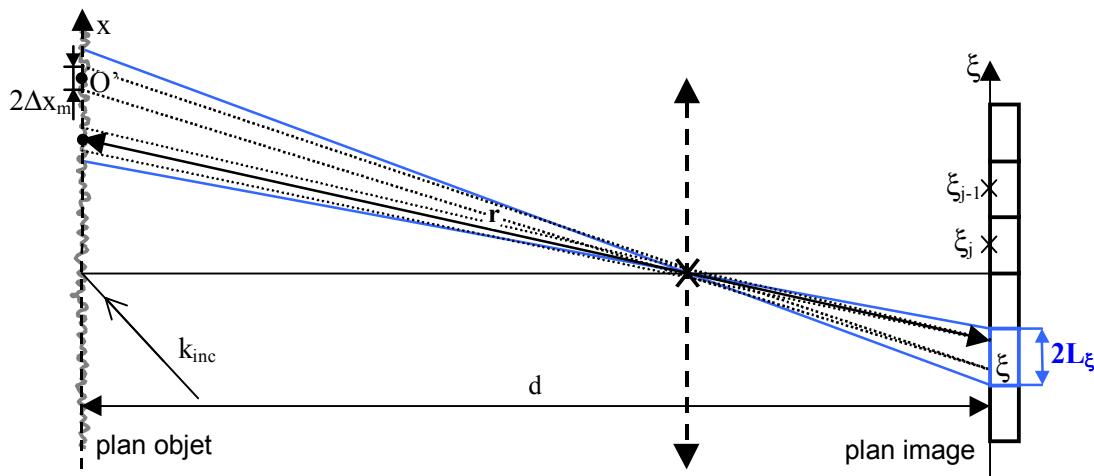


Figure 3.7 : Modélisation du speckle subjectif

Dans le cas considéré, il est possible de négliger $U_e(\xi)$ par rapport à $U_{do}(\xi)$. En effet, si la rugosité est nulle, on a :

$$U_{do}(\xi) = \frac{-ik e^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) (2\Delta x_m) \sin c(kA\Delta x_m)$$

$$U_e(\xi) = \frac{ik e^{ikr}}{4\pi r} \frac{a}{C} (2\Delta x_m) \sin c(kA\Delta x_m)$$

soit

$$\frac{U_e(\xi)}{U_{do}(\xi)} = \frac{-1}{1 + \frac{C^2}{A^2}}$$

Pour $\theta_{\text{inc}}=32^\circ$, on a :

$$\frac{U_e(M)}{U_{\text{do}}(M)} \cong -\frac{1}{13}$$

En annexe A, nous démontrons que, pour une texture de surface non nulle et dans le cas où la distribution des hauteurs est gaussienne, le rapport des deux composantes reste faible.

Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons uniquement la composante $U_{\text{do}}(\xi)$.

$$U_d(\xi) = \frac{-ik e^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) \int_{-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{i\Phi(\Delta x)} d\Delta x$$

Nous déduisons l'intensité lumineuse $I(\xi)$ au point $M(\xi)$:

$$I(\xi) = \frac{k^2}{(4\pi r)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\Delta x = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x' = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{i(\Phi(\Delta x) - \Phi(\Delta x'))} d\Delta x' d\Delta x$$

Enfin, chaque photoélément de la matrice CCD intègre l'intensité lumineuse sur sa surface. Pour le pixel centré en $M_j(\xi_j)$, on a :

$$I(j) = \int_{\xi = \xi_j - L_e}^{\xi_j + L_e} \frac{k^2}{(4\pi r)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\Delta x = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x' = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{i(\Phi(\Delta x) - \Phi(\Delta x'))} d\Delta x' d\Delta x d\xi$$

L'intégration sur le photoélément porte sur M . Or les coefficients A , C , a et c sont fonction du vecteur \vec{k}_d qui dirige \overrightarrow{OM} . Nous montrons que la valeur de ces coefficients varie peu sur le photoélément et qu'il est possible de prendre \vec{k}_d fixe et égal à sa valeur au centre du photoélément. Nous utilisons les équations (3.7) et (3.8) en remplaçant ξ par $\xi_j + e$:

$$C = -\cos \theta_{\text{inc}} - \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{g+1}{g}\right)^2 (\xi_j + e)^2 + d^2}}$$

$$A = \sin \theta_{\text{inc}} - \frac{g+1}{g} \frac{\xi_j + e}{\sqrt{\left(\frac{g+1}{g}\right)^2 (\xi_j + e)^2 + d^2}}$$

En effectuant un développement limité des expressions de A et C (cf. Annexe B), on montre que les erreurs sur A et sur C sont inférieures respectivement à $1,15e-4$ et $6,74e-6$. Par ailleurs, au chapitre 1, nous avons vu que l'amplitude des variations de hauteur dues à la microtexture est inférieure à 0,2 mm. En majorant alors les termes qui se multiplient aux erreurs sur A et C , on montre que l'approximation induit une différence de marche inférieure à $\lambda/42$. L'erreur est donc négligeable.

On obtient :

$$I(j) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi = \xi_j - L_e}^{\xi_j + L_e} \int_{\Delta x = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x' = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{ik[A(\Delta x - \Delta x') + C(h(-\xi/g + \Delta x) - h(-\xi/g + \Delta x'))]} d\Delta x' d\Delta x d\xi \quad (3.9)$$

avec

$$r_j = \sqrt{\left(\frac{g+1}{g}\right)^2 \xi_j^2 + d^2}$$

$$C = -\cos \theta_{inc} - d/r_j$$

$$A = \sin \theta_{inc} - \frac{g+1}{g} \xi_j / r_j$$

Comme l'indique l'expression des coefficients A et C, l'intensité $I(\xi)$ est alors l'intensité diffractée par la cellule de résolution conjuguée dans la direction $O'M_j$.

3. Description statistique de l'intensité lumineuse

Au paragraphe précédent, nous avons établi, sous certaines hypothèses, l'expression de l'intensité lumineuse enregistrée par un photoélément en fonction des hauteurs $h(x)$. Nous utilisons une approche statistique pour exploiter le modèle comme au chapitre 2. Dans cette partie, nous dérivons l'expression de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse observée pour une surface composée de deux échelles de texture. Différents cas sont étudiés analytiquement. Nous en déduisons les paramètres de texture qui ont une influence sur le contraste.

3.1 Modélisation de la rugosité

Dans la suite du chapitre, nous allons considérer le cas d'une surface composée de la superposition de deux échelles de texture indépendantes $h_1(x)$ et $h_2(x)$ comme schématisé à la figure 3.8.

$$h(x) = h_1(x) + h_2(x)$$

Nous faisons l'hypothèse que $h_2(x)$ **varie lentement** sur le domaine d'intégration des photoéléments $[(\xi_j - L_e)/g ; (\xi_j + L_e)/g]$. De ce fait, cette échelle peut être **approchée par un ensemble de portions de droite** définies sur les projections des photoéléments dans le plan objet. Ainsi, le photoélément j voit approximativement $h_2(x)$ défini ci-après :

$$h_2(x) = a_j(x + \xi_j / g) + c_j$$

a_j est la pente sur le photoélément j

c_j est l'altitude de h_2 au centre du photoélément j

a_j et c_j seront supposés indépendants, de moyenne nulle et d'**écart types** respectifs σ_a et σ_c .

Nous faisons l'hypothèse que h_1 est caractérisée par des **variations de hauteur plus rapides** que h_2 . Cette échelle est caractérisée par son **écart type** σ_h et sa **fonction d'autocorrélation** $p(r)$.

D'où, la texture vue par le photoélément j est donnée par :

$$h(x) = h_1(x) + a_j(x + \xi_j / g) + c_j \quad (3.10)$$

Enfin, nous faisons, par ailleurs, l'hypothèse de stationnarité des statistiques de h_1 , a_j et c_j :

- les paramètres statistiques de $h_1(x)$ seront supposés indépendants de la position x
- les paramètres statistiques de a_j et c_j seront supposés indépendants du photoélément j.

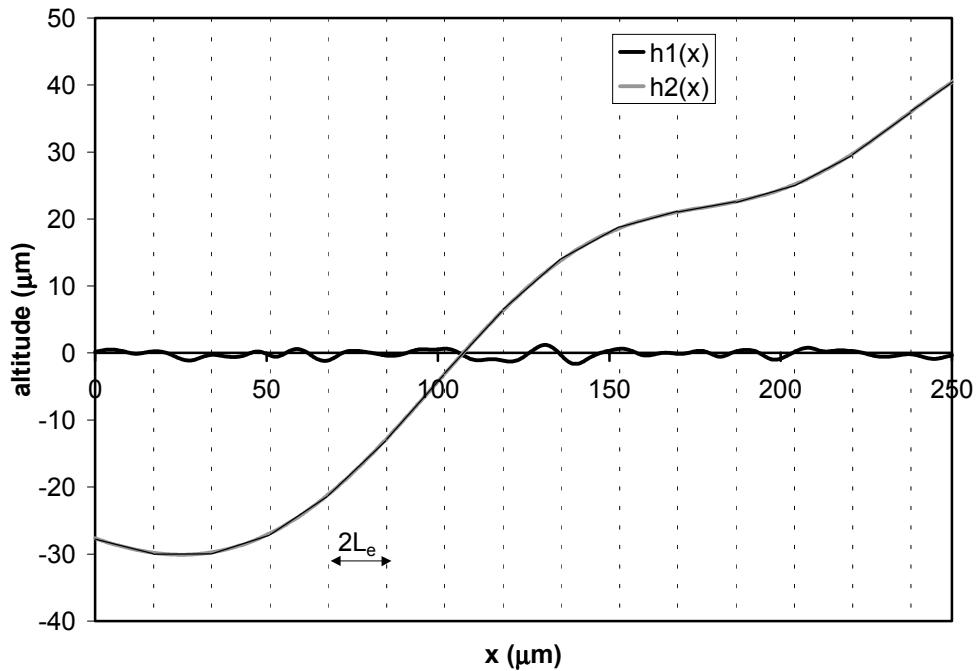


Figure 3.8 : Modélisation des deux échelles de texture

3.2 Valeur moyenne de l'intensité observée

Nous remplaçons $h(x)$ par son expression (cf. (3.10)) dans l'équation (3.9) :

$$I(j) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{ik[A(\Delta x-\Delta x') + Ca_j(\Delta x-\Delta x') + C(h_1(-\xi/g+\Delta x) - h_1(-\xi/g+\Delta x'))]} d\Delta x d\Delta x' d\xi$$

On note que $I(j)$ ne dépend que des statistiques de a_j et de h_1 . L'expression de la valeur moyenne de $I(j)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} < I(j) > = & \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \dots \\ & \dots < e^{ik[A(\Delta x-\Delta x') + Ca_j(\Delta x-\Delta x') + C(h_1(-\xi/g+\Delta x) - h_1(-\xi/g+\Delta x'))]} > d\Delta x d\Delta x' d\xi \end{aligned}$$

Nous exploitons l'hypothèse d'indépendance de h_1 et h_2 :

$$\begin{aligned} < I(j) > = & \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x'-\Delta x)} < e^{-ikCa_j(\Delta x'-\Delta x)} > \dots \\ & \dots < e^{-ikC(h_1(-\xi/g+\Delta x) - h_1(-\xi/g+\Delta x))} > d\Delta x d\Delta x' d\xi \end{aligned}$$

On identifie dans l'expression précédente :

$M_{aj}^{(1)}(\omega)$ est la **fonction caractéristique du premier ordre de a_j**

$M_{h1}^{(2)}(\omega_1, \omega_2, x_1-x_2)$ est la **fonction caractéristique du second ordre de h_1** .

L'écriture de ces deux fonctions tient compte de l'hypothèse de stationnarité effectuée au paragraphe 3.1.

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x'-\Delta x)} M_{a_j}^{(1)}(-kC(\Delta x'-\Delta x)) \cdots \\ &\quad \cdots M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, \Delta x'-\Delta x) d\Delta x d\Delta x' d\xi \end{aligned}$$

Soit après simplification, on obtient

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-ikAr} M_{a_j}^{(1)}(-kCr) M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, r) dr \quad (3.11)$$

L'expression fait appel à la fonction triangle définie par :

$$\text{tri}_{2\Delta x_m}(r) = \begin{cases} 2\Delta x_m - |r| & -2\Delta x_m \leq r \leq 2\Delta x_m \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Pour poursuivre le calcul de $\langle I(j) \rangle$, il faut à présent expliciter les caractéristiques statistiques des deux textures.

3.3 Ecart - type de l'intensité observée

Pour calculer le contraste, on doit exprimer la valeur moyenne et l'écart type de l'intensité lumineuse. De la même manière que pour la valeur moyenne de l'intensité lumineuse, le moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse s'exprime sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{\xi_1=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\xi_2=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x_1'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA[\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2]} \cdots \\ &\quad \cdots \langle e^{-ikC(h_1(-\xi_1/g + \Delta x_1') - h_1(-\xi_1/g + \Delta x_1) + h_1(-\xi_2/g + \Delta x_2') - h_1(-\xi_2/g + \Delta x_2))} \rangle \cdots \\ &\quad \cdots \langle e^{-ikCa_j(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} \rangle d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\xi_2 d\xi_1 \end{aligned}$$

On identifie, comme au paragraphe précédent, la fonction caractéristique du premier ordre de a_j et il apparaît, par ailleurs, la fonction caractéristique du quatrième ordre de h_1 .

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{\xi_1=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\xi_2=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x_1'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA[\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2]} \cdots \\ &\quad \cdots M_{a_j}^{(1)}(-kC(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)) M_{h_1}^{(4)}(-kC, kC, -kC, kC, \underline{x}) d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\xi_2 d\xi_1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

où \underline{x} est le vecteur des 12 distances entre x_1, x_1', x_2 et x_2' .

L'expression de la variance peut être exprimée de la même manière :

$$\sigma_I(j)^2 = \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{\xi_1=\xi_j-L_e}^{\xi_1+L_e} \int_{\xi_2=\xi_j-L_e}^{\xi_2+L_e} \int_{\Delta x_1'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA[x_1'-x_1+x_2'-x_2]} \dots$$

$$\dots [M_{a_j}^{(1)}(-kC(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)) M_{h_1}^{(4)}(-kC, kC, -kC, kC, \underline{x}) - M_{a_j}^{(1)}(-kC(\Delta x_1' - \Delta x_1)) \dots$$

$$\dots M_{a_j}^{(1)}(-kC(\Delta x_2' - \Delta x_2)) M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, \Delta x_1' - \Delta x_1) M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, \Delta x_2' - \Delta x_2)] \dots$$

$$\dots d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\xi_2 d\xi_1$$

(3.13)

Compte tenu de la complexité de l'expression précédente, on raisonnera dans la suite, à partir des expressions de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse. L'évaluation du contraste est effectuée de manière numérique au paragraphe 4. Pour poursuivre les calculs, il faut préciser les lois de distribution de h_1 et a_j . Ceci fait l'objet du paragraphe suivant.

3.4 Cas de rugosités de distributions normales

Aux paragraphes 3.2 et 3.3, nous sommes parvenus à une expression générale de $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$ pour une surface composée des deux échelles de texture h_1 et h_2 . Pour pouvoir simplifier les expressions, nous faisons l'hypothèse que :

- (1) h_1 est de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne (de longueur de corrélation r_c).

Il s'ensuit que [GOODMAN, 1985] :

$$M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, r) = e^{-\frac{\sigma_h^2}{2}(kC)^2(2-2\rho(r))}$$

$$M_{h_1}^{(4)}(-kC, kC, -kC, kC, \underline{x}) = e^{-\frac{\sigma_h^2}{2}(kC)^2(4-2\rho(r_{12})-2\rho(r_{34})+2\rho(r_{13})-2\rho(r_{14})+2\rho(r_{24})-2\rho(r_{23}))}$$

où

$$r_{12} = \Delta x_1' - \Delta x_1$$

$$r_{34} = \Delta x_2' - \Delta x_2$$

$$r_{13} = -(\xi_1 - \xi_2)/g + \Delta x_1' - \Delta x_2'$$

$$r_{14} = -(\xi_1 - \xi_2)/g + \Delta x_1 - \Delta x_2$$

$$r_{23} = -(\xi_1 - \xi_2)/g + \Delta x_1 - \Delta x_2'$$

$$r_{24} = -(\xi_1 - \xi_2)/g + \Delta x_1 - \Delta x_2$$

et

$$\rho(r) = e^{-\left(\frac{r}{r_c}\right)^2}$$

- (2) les pentes a_j sont de distribution gaussienne :

$$M_{a_j}^{(1)}(-kCr) = e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2 r^2}$$

On obtient une expression simplifiée de $\langle I(j) \rangle$:

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kCr)^2} e^{-\sigma_{h_1}^2(kC)^2(l-\rho(r))} e^{-ikAr} dr \quad (3.14)$$

De même pour $\langle I(j)^2 \rangle$, on obtient après simplification :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{\Delta\xi=-2L_e}^{+2L_e} \int_{\Delta x_1'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \cdots \\ &\cdot \dots e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} e^{-\frac{\sigma_{h_1}^2}{2}(kC)^2(4-2\rho(r_{12})+2\rho(r_{13})-2\rho(r_{14})-2\rho(r_{23})+2\rho(r_{24})-2\rho(r_{34}))} \\ &\dots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\Delta\xi \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dans le cadre des hypothèses simplificatrices effectuées précédemment, nous allons étudier, à présent, différents cas de textures h_1 et h_2 pour expliciter les expressions de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse. La figure 3.9 présente les cas étudiés.

3.4.1 Cas d'une surface sans texture

Afin de vérifier les résultats du paragraphe précédent, nous étudions, en premier lieu, un cas limite simple pour lequel le résultat est connu : le **cas d'une surface sans texture**.

$$\sigma_a=0 \text{ et } \sigma_h=0 \text{ ou } r_c \text{ infini}$$

Dans ce cas, l'intensité $I(j)$ ne possède pas de caractère aléatoire. D'après (3.9), on a :

$$I(j) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x' - \Delta x)} d\Delta x d\Delta x' d\xi$$

soit

$$I(j) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e)(2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2(k\Delta x_m A) \quad (3.16)$$

Nous obtenons l'expression de l'intensité diffractée par une **portion de plan de taille finie** (cf. paragraphe 1.1) délimitée par la cellule de résolution.

En effet, l'intensité en chaque point du photoélément j est donnée par l'intensité lumineuse diffractée par la cellule de résolution conjuguée dans la direction k_d comme indiqué à la figure 3.10. Du fait des approximations effectuées, k_d pointe dans la direction du centre du photoélément.

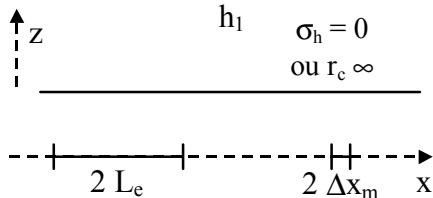
échelle de variation libre h_1 :

écart type des hauteurs σ_h
longueur de corrélation r_c

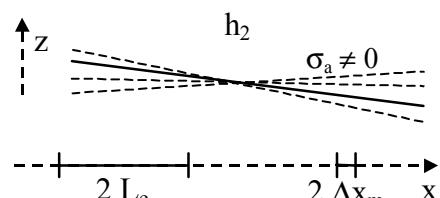
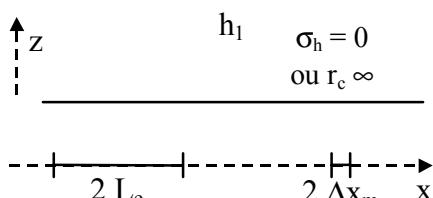
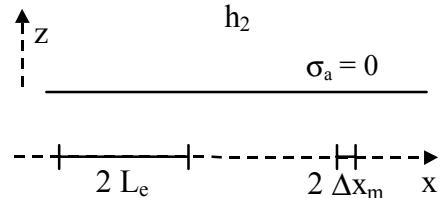
$$\sigma_h' = \sqrt{2\sigma_h / r_c}$$

échelle de variation lente h_2 :

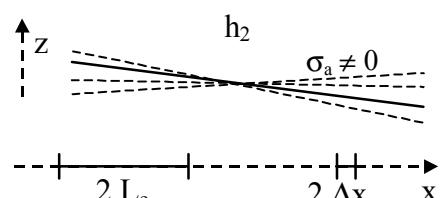
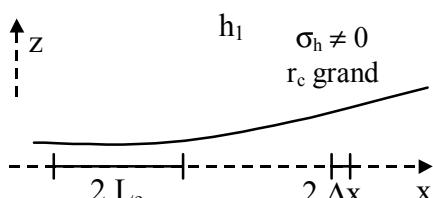
écart type des pentes σ_a



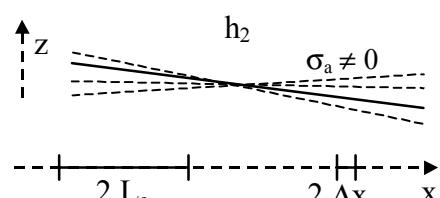
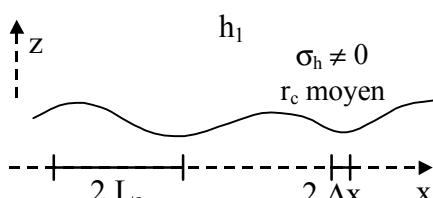
(a) Surface sans texture



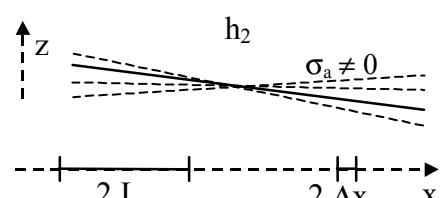
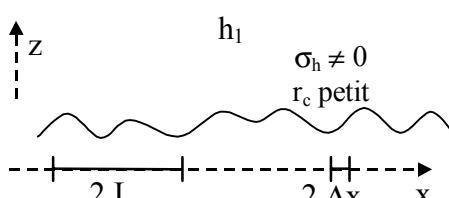
(b) Surface comportant une texture lente seulement



(c) Surface comportant deux textures lentes (r_c grand)



(d) Surface comportant une texture lente et une texture de longueur r_c moyen



(e) Surface comportant une texture lente et une texture de longueur r_c petite

Figure 3.9 : Présentation des cas de texture étudiés

La figure 3.11 représente l'intensité lumineuse dans le plan d'observation en fonction de l'abscisse et plus particulièrement, l'intensité lumineuse reçue par la matrice CCD. L'abscisse ξ_s correspond au cas où la direction de diffraction coïncide avec la direction spéculaire. Sur la surface du capteur CCD, on enregistre le 5^{ème} lobe secondaire.

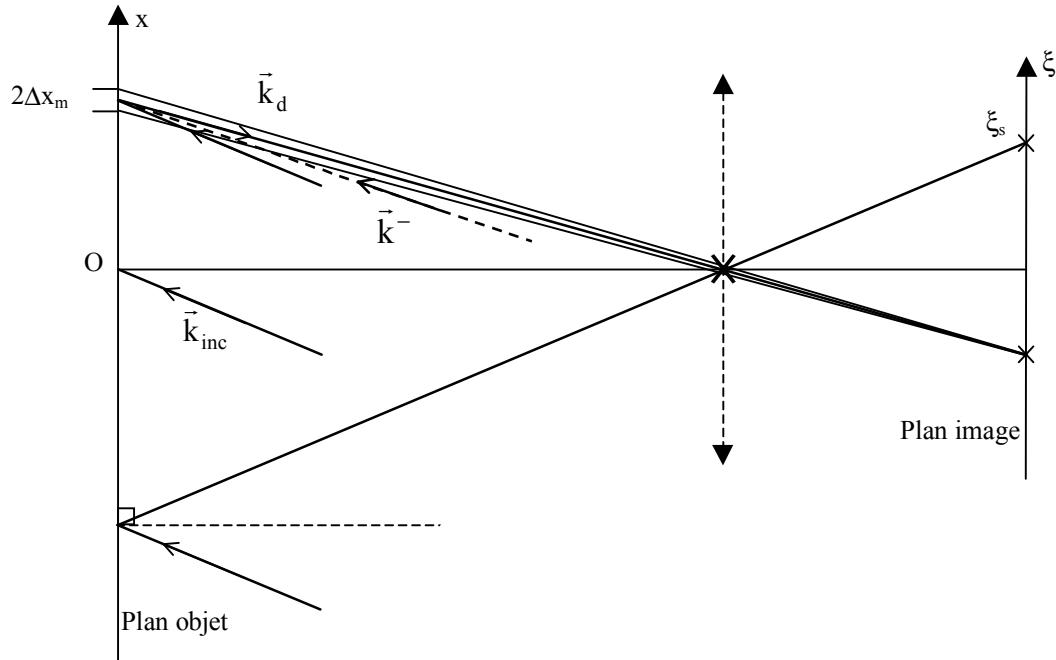


Figure 3.10 : Cas d'une surface sans texture

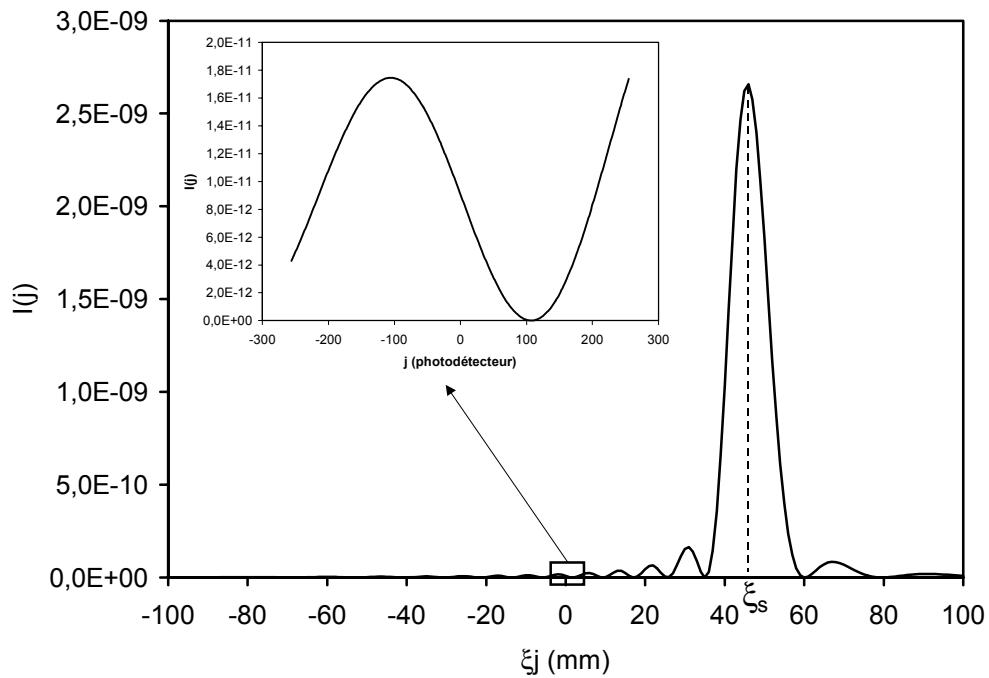


Figure 3.11 : Intensité lumineuse dans le plan d'observation dans le cas d'une surface sans texture

3.4.2 Cas d'une surface comportant une texture lente seule

Nous nous proposons d'étudier à présent le cas où la surface présente **seulement la texture lente** h_2 .

$\sigma_a \neq 0$ et $\sigma_h = 0$ ou r_c est infini

La surface se présente comme une portion de plan sur le photoélément et sur la cellule de résolution.

Les expressions (3.14) et (3.15) deviennent dans ce cas :

$$\begin{aligned} < I(j) > &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kCr)^2} e^{-ikAr} dr \\ < I(j)^2 > &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{\Delta x_1'=-2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} \dots \\ &\quad \dots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

En exploitant la transformée de Fourier et en effectuant plusieurs changements de variables, on obtient :

$$< I(j) > = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_j)) p_{a_j}^{(1)}(a_j) da_j \quad (3.17)$$

$$< I(j)^2 > = \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 (2\Delta x_m)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^4(k\Delta x_m(A + Ca_j)) p_{a_j}^{(1)}(a_j) da_j \quad (3.18)$$

où $p_{a_j}^{(1)}(a_j)$ est la densité de probabilité de a_j .

Les détails des calculs conduisant à ces expressions sont donnés en Annexe C.

Les expressions (3.17) et (3.18) s'expriment à partir de la probabilité avec laquelle la surface forme une pente a_j donnée et, l'intensité lumineuse observée si la surface forme cette pente et donnée par :

$$I(j) = \frac{k^2}{(a\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{1}{2}\vec{k}^- \cdot \vec{v}\right)$$

où le vecteur \vec{v} dirige la portion de surface qui est délimitée par la cellule de résolution comme illustré à la figure 3.12.

Au paragraphe précédent, nous avions :

$$\vec{v} = 2\Delta x_m \vec{x}$$

Dans le cas où la surface présente une pente a_j donnée, on a :

$$\vec{v} = 2\Delta x_m (\vec{x} + a_j \vec{z})$$

$$\vec{k}^- = k(A\vec{x} + C\vec{z})$$

On obtient alors l'expression de l'intensité diffractée dans la direction k_d lorsque la surface présente une pente a_j :

$$I(j) = \frac{k^2}{(a\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e)(2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2(k\Delta x_m (A + Ca_j)) \quad (3.19)$$

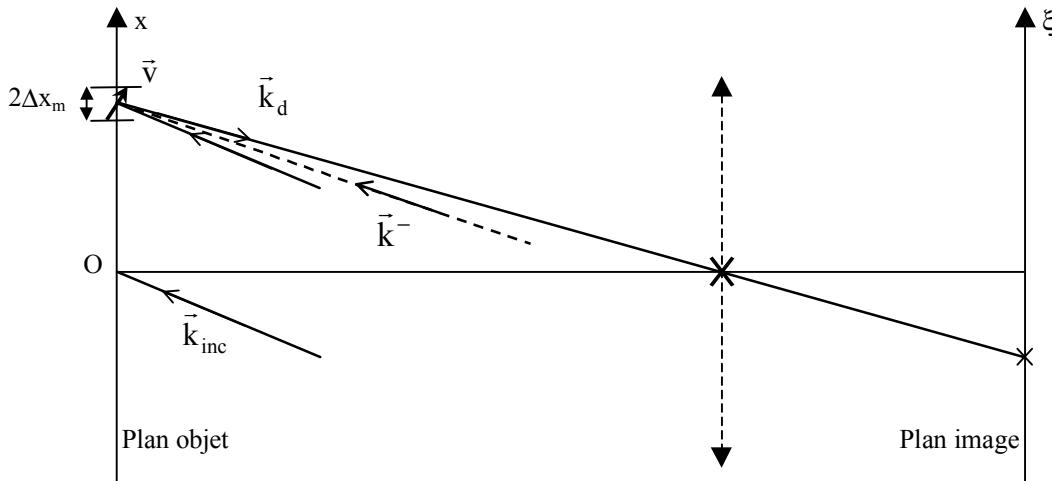


Figure 3.12 : Cas d'une surface de texture h_2 seule

La texture h_2 crée des rotations de la direction spéculaire qui entraînent des variations de l'intensité lumineuse dans la direction d'observation. Les expressions de $\langle I(j) \rangle$ et de $\langle I(j)^2 \rangle$ caractérisent ces variations d'intensité lumineuse.

3.4.3 Cas d'une surface comportant une texture de longueur r_c grande

Nous considérons à présent le cas d'une surface composée des deux échelles de texture où la longueur de corrélation de h_1 est grande.

$\sigma_a \neq 0$, $\sigma_h \neq 0$ et r_c grand par rapport à la cellule de résolution et le photoélément

Si r_c est grand par rapport au domaine d'intégration de r , on peut écrire l'approximation suivante :

$$\rho(r) \cong 1 - \frac{r^2}{r_c^2}$$

L'approximation est valable en principe si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\max(|r|) < 0,5r_c$$

Dans l'expression de $\langle I(j) \rangle$, r varie entre $-2\Delta x_m$ et $+2\Delta x_m$. Dans l'expression de $\langle I(j)^2 \rangle$, $\rho(r)$ est exploité sur l'intervalle $[-(2L_e/g+2\Delta x_m); +(2L_e/g+2\Delta x_m)]$. Soit, on doit avoir :

$$r_c > 80,8 \mu m$$

Avec l'approximation, l'expression (3.14) devient :

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-\frac{1}{2}(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)(kCr)^2} e^{-ikAr} dr$$

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ &\quad \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} e^{-\frac{a_1^2}{2(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} da_1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

De même, l'expression (3.15) devient :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{\Delta x_1'=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} \cdots \\ &\quad \cdots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} e^{-\sigma_h^2(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2' d\Delta x_1' d\Delta x_2 d\Delta x_1 \end{aligned}$$

On effectue plusieurs changements de variables et on obtient :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 (2\Delta x_m)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^4(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ &\quad \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} e^{-\frac{a_1^2}{2(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} da_1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Les détails des calculs conduisant aux expressions (3.20) et (3.21) sont indiqués en Annexe D.

On retrouve le même résultat qu'au paragraphe 3.4.2 en remplaçant σ_a par :

$$\sqrt{\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2} \quad (3.22)$$

En effet, comme r_c est grand par rapport aux dimensions du photoélément, les variations de hauteur de h_1 sont assimilables à une portion de droite sur chaque photoélément, comme h_2 . La texture est composée de **deux échelles de variation lente indépendantes**. L'écart type de la sommation des deux échelles prend alors la forme (3.22) où le deuxième terme constitue l'écart type de la dérivée de h_1 dans le cas d'une fonction d'autocorrélation gaussienne.

Enfin, il semble que, dans le cas de texture considéré (r_c grand), le contraste est fonction uniquement de l'écart type associé à la superposition de la pente a_j et de la dérivée de h_1 : le paramètre (3.22).

3.4.4 Cas d'une surface comportant une texture de longueur r_c moyenne

Nous considérons à présent le cas d'une surface composée des deux échelles de texture où la longueur de corrélation de h_1 est de variation moyenne : la surface est assimilable à une

portion de droite sur la cellule de résolution mais présente une modulation sur le photoélément.

$$\sigma_a \neq 0, \sigma_h \neq 0 \text{ et } r_c \text{ supérieur à } 4\Delta x_m \text{ mais inférieur à } (4L_e/g + 4\Delta x_m) \\ (9,9 < r_c << 80,8 \mu\text{m})$$

Pour l'expression de $\langle I(j) \rangle$, on peut utiliser l'approximation de $\rho(r)$ comme au paragraphe précédent :

$$\rho(r) \cong 1 - \frac{r^2}{r_c^2}$$

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j) \rangle = & \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e)(2\Delta x_m)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ & \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} e^{-\frac{a_1^2}{2(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} da_1 \end{aligned}$$

En ce qui concerne $\langle I(j)^2 \rangle$, on utilise un développement au second ordre comme pour $\langle I(j) \rangle$ autour de $-\Delta\xi/g$ au lieu de 0.

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle = & \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\Delta x_1' = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1 = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2' = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2 = -\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \operatorname{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \cdots \\ & \cdots e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2}(kC)^2((\Delta x_1' - \Delta x_1)^2 + (\Delta x_2' - \Delta x_2)^2 + 2(\Delta x_1' - \Delta x_1)(\Delta x_2' - \Delta x_2)(1 - 2(\Delta\xi)^2/(gr_c)^2)\rho(-\Delta\xi/g))} \cdots \\ & \cdots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\Delta\xi \end{aligned}$$

On effectue plusieurs changements de variables et on utilise la transformée de Fourier pour faire apparaître des produits de convolution. Le détail de ces calculs se trouve en Annexe E.

On fait apparaître la densité de probabilité du deuxième ordre de la dérivée de h_1 en deux points distants de $\Delta\xi/g$, $p_{h_1}^{(2)}(a_1, a_2, \Delta\xi/g)$.

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle = & \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^4 \operatorname{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ & \cdots \operatorname{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_2)) \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) p_{h_1}^{(2)}(a_1 - a_j, a_2 - a_j, \Delta\xi/g) da_j da_1 da_2 d\Delta\xi \end{aligned} \tag{3.23}$$

On peut expliciter cette expression en considérant le fait que $\langle I(j) \rangle$ est donné par la valeur moyenne $\langle I(\xi)I(\xi + \Delta\xi) \rangle$ intégrée sur le photoélément :

$$\langle I(j)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \langle I(\xi)I(\xi + \Delta\xi) \rangle d\Delta\xi$$

Par ailleurs, $I(\xi)$ et $I(\xi + \Delta\xi)$ résultent de la diffraction sur les portions de droite délimitées par les cellules de résolution correspondantes et formant respectivement des pentes a_1 et a_2 .

$$I(\xi) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - Ca_1/\lambda))$$

$$I(\xi + \Delta\xi) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - Ca_2/\lambda))$$

a_1 et a_2 sont égales à la somme de a_j et de la dérivée de h_1 en deux points différents. De ce fait, la densité de probabilité de a_1 et a_2 est donnée par le produit de convolution de la densité de probabilité de a_j et de la densité de probabilité du deuxième ordre de la dérivée de h_1 . On a donc :

$$\langle I(\xi)I(\xi + \Delta\xi) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\xi)I(\xi + \Delta\xi)p_a^{(2)}(a_1, a_2, \Delta\xi/g)da_1 da_2$$

avec

$$p_a^{(2)}(a_1, a_2, \Delta\xi/g) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) p_{h_1'}^{(2)}(a_1 - a_j, a_2 - a_j, \Delta\xi/g) da_j$$

En conclusion, dans le cas où la surface est assimilable à une portion de droite sur la cellule de résolution mais présente une modulation sur le photoélément, il semble que

- $\langle I(j) \rangle$ dépend uniquement de l'écart type des pentes global $\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_{h'}^2}$
- $\langle I(j)^2 \rangle$ dépend cependant des paramètres (σ_a , $\sigma_{h'}$, r_c)
où on a noté l'écart type de la dérivée de h_1 , $\sigma_{h'}$ ($\sqrt{2}\sigma_{h'}/r_c$)

3.4.5 Cas d'une surface comportant une texture de longueur r_c petite

Nous considérons à présent le cas d'une surface composée des deux échelles de texture et pour lequel h_1 est de variation rapide : la surface présente une modulation sur la cellule de résolution et sur le photoélément.

$\sigma_a \neq 0$, $\sigma_{h'} \neq 0$ et avec r_c inférieur à $4\Delta x_m$ ($r_c < 9,9 \mu\text{m}$)

Nous revenons aux expressions générales de $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$ sans simplifications ((3.14) et (3.15)). Comme au paragraphe précédent, $\langle I(j) \rangle$ peut être écrit sous forme de deux produits de convolution. On fait apparaître une variable aléatoire v définie comme suit :

$$v = \frac{h_1^1 - h_1^2}{r}$$

avec

$$h_1^1 = h_1(x)$$

$$h_1^2 = h_1(x - r)$$

pour x quelconque

v correspond à la pente de la droite qui relie deux points de la texture h_1 . Lorsque h_1 varie lentement sur la cellule de résolution, elle est égale à la dérivée de h_1 . Dans le cas général, v représente le coefficient de variation de h_1 sur le photoélément.

On en déduit l'expression de $\langle I(j) \rangle$:

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^2 \operatorname{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) p_v^{(1)}(a_1 - a_j) da_j$$

(3.24)

Nous procémons de même pour $\langle I(j)^2 \rangle$. Les calculs (cf. Annexe F) font apparaître quatre paramètres a_1, a_2, a_3 et a_4 qui quantifient la vitesse de variation de h_1 sur les cellules de résolution comme illustré à la figure 3.13.

$$a_1 = \frac{h_1^1 - h_1(-\xi_1/g)}{\Delta x_1'}$$

$$a_2 = \frac{h_1(-\xi_1/g) - h_1^2}{\Delta x_1}$$

$$a_3 = \frac{h_1^3 - h_1(-(\xi_1 + \Delta\xi)/g)}{\Delta x_2'}$$

$$a_4 = \frac{h_1(-(\xi_1 + \Delta\xi)/g) - h_1^4}{\Delta x_2}$$

L'expression de $\langle I(j)^2 \rangle$ obtenue est la suivante :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^4 \operatorname{sinc}(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ &\quad \cdots \operatorname{sinc}(k\Delta x_m(A - Ca_2)) \operatorname{sinc}(k\Delta x_m(A + Ca_3)) \operatorname{sinc}(k\Delta x_m(A - Ca_4)) \cdots \\ &\quad \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) F_3(a_1 - a_j, a_2 + a_j, a_3 - a_j, a_4 + a_j, \Delta\xi) da_j da_4 da_3 da_2 da_1 d\Delta\xi \end{aligned}$$

(3.25)

où

$$\begin{aligned} F_3(a_1, a_2, a_3, a_4, \Delta\xi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p_{h_1}^{(4)}(h_1^1, h_1^2, h_1^3, h_1^4, \underline{x}) e^{-ikC(h_1^1 - h_1^2 + h_1^3 - h_1^4)} \cdots \\ &\quad \cdots e^{ikC(a_1\Delta x_1' + a_2\Delta x_1 + a_3\Delta x_2' + a_4\Delta x_2)} dh_1^4 dh_1^3 dh_1^2 dh_1^1 d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

avec

$$h_1^1 = h_1(-\xi_1/g + \Delta x_1') \quad (3.26)$$

$$h_1^2 = h_1(-\xi_1/g + \Delta x_1) \quad (3.27)$$

$$h_1^3 = h_1(-(\xi_1 + \Delta\xi)/g + \Delta x_2') \quad (3.28)$$

$$h_1^4 = h_1(-(\xi_1 + \Delta\xi)/g + \Delta x_2) \quad (3.29)$$

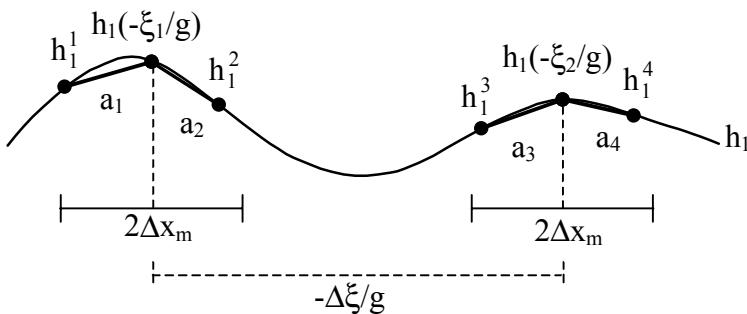


Figure 3.13 : Signification de a_1, a_2, a_3 et a_4 dans le calcul de $\langle I(j)^2 \rangle$ (r_c est petit)

Dans le cas où la longueur r_c n'est plus grande par rapport à la cellule de résolution, les hauteurs (3.26), (3.27), (3.28) et (3.29) sont susceptibles d'être corrélées ou non. L'expression de $F_3(a_1, a_2, a_3, a_4)$ peut être définie comme la densité de probabilité conjointe des variables a_1 , a_2 , a_3 et a_4 .

Dans le cas de texture considéré au paragraphe précédent, les deux premières hauteurs (3.26) et (3.27) et les deux dernières (3.28) et (3.29) étaient fortement corrélées entre elles. Et on avait :

$$a_1 = -a_2$$

$$a_3 = -a_4$$

Dans le cas présent, les quatre paramètres interviennent.

En conclusion, dans le cas de texture considéré, il apparaît que $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$ dépendent des trois paramètres (σ_a , σ_h , r_c).

3.4.6 Synthèse de l'étude analytique

Aux paragraphes précédents, nous avons considéré différents cas de texture de complexité croissante. A partir des expressions de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse, nous avons mis en évidence l'évolution du processus de diffraction lorsque la longueur de corrélation r_c de la texture h_1 diminue :

- lorsque r_c est grand par rapport au photoélément : la surface se comporte de manière spéculaire et les variations d'intensité lumineuse sont la conséquence des rotations du plan formé localement par la surface
- lorsque r_c est grand par rapport à la cellule de résolution seulement : la surface se comporte de manière spéculaire sur la cellule de résolution mais le photoélément intègre partiellement les variations d'intensité lumineuse dues à la rotation du plan formé localement par la surface

- lorsque r_c est petit : les variations lumineuses sont liées à la vitesse de variation de la surface sur la cellule de résolution.

Le tableau ci-après récapitule les paramètres de texture d'influence sur $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$. Globalement, l'information de texture qui prédomine est la vitesse de variation de h_1 et l'écart type des pentes de h_2 . La longueur de corrélation r_c a de l'influence surtout lorsqu'elle est petite.

Tableau 3.3 : Bilan des paramètres de texture d'influence sur $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$

Cas de texture	Paramètres de texture d'influence	
	$\langle I(j) \rangle$	$\langle I(j)^2 \rangle$
$\sigma_a \neq 0, \sigma_h \neq 0$ $r_c > 80,8 \mu\text{m}$	$\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_h'^2}$	$\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_h'^2}$
$\sigma_a \neq 0, \sigma_h \neq 0$ $9,9 < r_c < 80,8 \mu\text{m}$	$\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_h'^2}$	$(\sigma_a, \sigma_h', r_c)$
$\sigma_a \neq 0, \sigma_h \neq 0$ $r_c < 9,9 \mu\text{m}$	$(\sigma_a, \sigma_h', r_c)$	$(\sigma_a, \sigma_h', r_c)$

$$\text{où } \sigma_h' = \sqrt{2} \sigma_h / r_c$$

4. Simulation du contraste

Au paragraphe précédent, nous avons étudié de manière analytique, au moyen de simplifications, les expressions de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse pour différents cas de texture. Nous avons mis en évidence les paramètres de texture qui interviennent. Par l'approche analytique nous étions limités à l'étude de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse. Nous nous proposons, à présent, de calculer numériquement le contraste sans approximation afin d'établir des tendances de variation en fonction de la texture.

Dans le cas général, nous utilisons les expressions (3.14) et (3.15) respectivement pour le calcul de $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$. Pour les besoins des calculs, ces expressions sont reformulées sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle I(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x'-\Delta x)^2} e^{-\sigma_{h1}^2(kC)^2(1-p(\Delta x'-\Delta x))} \dots \\ &\quad \dots e^{-ikA(\Delta x'-\Delta x)} d\Delta x' d\Delta x \\ \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{\Delta \xi=-2L_e}^{+2L_e} \int_{\Delta x_1'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \text{tri}_{2L_e}(\Delta \xi) \dots \\ &\quad \dots e^{-ikA(\Delta x_1'-\Delta x_1+\Delta x_2'-\Delta x_2)} e^{-\frac{\sigma_{h1}^2}{2}(kC)^2(4-2p_{h1}(r_{12})+2p_{h1}(r_{13})-2p_{h1}(r_{14})-2p_{h1}(r_{23})+2p_{h1}(r_{24})-2p_{h1}(r_{34}))} \\ &\quad \dots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1'-\Delta x_1+\Delta x_2'-\Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\Delta \xi \end{aligned}$$

Le calcul de $\langle I(j)^2 \rangle$ dans le cas général comporte cinq intégrations. Les intégrations sont simulées numériquement. A ce titre, comme l'indique l'expression de $\langle I(j) \rangle$, on maintient une double intégration sur $(\Delta x', \Delta x)$ pour obtenir une précision de calcul équivalente à celle de $\langle I(j)^2 \rangle$.

Dans le cas où $\sigma_h=0$, nous simulons les expressions (3.17) et (3.18).

La valeur du contraste est ensuite déduite des valeurs de $\langle I(j) \rangle$ et $\langle I(j)^2 \rangle$ par :

$$\tau = \frac{\sigma_1(j)}{\langle I(j) \rangle} = \left[\frac{\langle I(j)^2 \rangle}{\langle I(j) \rangle^2} - 1 \right]^{1/2}$$

Au paragraphe suivant, nous examinons succinctement les techniques existantes pour calculer numériquement les intégrales, en insistant sur l'approche choisie. Nous présentons ensuite les résultats de simulation du contraste.

4.1 Techniques de quadrature numérique

Les techniques de quadratures numériques visent à obtenir une valeur approchée de l'intégrale définie comme suit :

$$I = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) \omega(x) dx$$

Le principe de base des méthodes consiste à remplacer l'intégrale **par une somme finie**.

Soit $x_{\min} = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = x_{\max}$, on écrit :

$$\hat{I}(f) = \sum_{i=0}^n \omega_i f(x_i)$$

Le choix de la subdivision de l'intervalle d'intégration et des coefficients qui interviennent dans la somme approchant l'intégrale sont des critères essentiels pour minimiser l'erreur. L'objectif dans ces choix est d'obtenir une valeur approchée satisfaisante de I pour un ensemble de fonction f le plus large possible. Pour quantifier l'erreur d'approximation et pouvoir comparer les méthodes, on définit le critère $e(f)$.

$$e(f) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) \omega(x) dx - \sum_{i=0}^n \omega_i f(x_i)$$

On dit qu'une méthode est **d'ordre k** si l'erreur $e(f)$ est nulle lorsque f est un polynôme de degré inférieur ou égal à k et non nulle pour un polynôme de degré supérieur ou égal à $k+1$. Pour l'utilisateur, plus le degré d'une méthode est important et plus la méthode permet de prendre en compte des variations rapides de f sur $[x_{\min}; x_{\max}]$.

Le choix d'une quadrature dépend du cas considéré et doit être déterminé en fonction de la précision et de la facilité d'utilisation. Parmi les méthodes classiques, on distingue les **méthodes composées** pour lesquelles f est remplacé sur chaque intervalle élémentaire $[x_i; x_{i+1}]$ par un polynôme et les **méthodes de Gauss** qui sont fondées sur des polynômes orthogonaux et pour lesquelles les points de la subdivision sont imposés.

Il est possible de développer des méthodes composées d'ordre inférieur ou égal à n en utilisant les formules de Newton - Côtes mais la méthode la plus utilisée est généralement celle de Simpson (d'ordre 2). Au-delà, on préfère généralement les méthodes de Romberg ou de Gauss. La méthode de Romberg exploite une extrapolation à partir de 2^n applications de la méthode des trapèzes où on divise, à chaque fois, le pas de la subdivision par 2. Cet algorithme devient complexe à mettre en œuvre lorsqu'on doit calculer une intégrale multiple comme ici. D'autre part, les méthodes de Gauss permettent d'obtenir en théorie une meilleure précision que les méthodes composées car on peut démontrer qu'elles sont d'ordre $2n+1$ (voir [JEDRZEJEWSKI, 2001] par exemple). Un exemple numérique de comparaison est donné dans [NOUGIER, 1983] pour illustration. Enfin, l'adaptabilité [DEUFLHARD, 1995] qui permet d'améliorer la précision des méthodes composées, notamment, est envisageable pour une intégrale simple, double, voire triple mais pas au-delà car les valeurs intermédiaires de f doivent être stockées dans une structure de données de dimension 1 pour une intégration à $l+1$ dimensions.

Pour tous ces arguments, nous choisissons d'employer les méthodes de Gauss.

Dans les méthodes de Gauss, on considère une famille de polynômes orthogonaux (Ψ_n) pour la fonction $\omega(x)$ et l'intervalle d'intégration $[u ; v]$. On a :

$$\int_u^v \Psi_i(x) \Psi_j(x) \omega(x) dx = \delta_{ij}$$

La fonction f est approchée par une interpolation de Lagrange sur les points ϵ_i qui sont les $n+1$ racines du polynôme de degré $n+1$ de (Ψ_i).

$$\hat{I}_n(f) = \sum_{i=0}^n \lambda_i f(\epsilon_i)$$

avec

$$\lambda_i = \int_u^v L_{in}(x) \omega(x) dx = \int_u^v \prod_{j=0, j \neq i}^n \left(\frac{x - \epsilon_j}{\epsilon_i - \epsilon_j} \right) \omega(x) dx$$

La méthode peut être réalisée avec différentes familles de polynômes associés à une forme particulière de $\omega(x)$ et un intervalle $[u ; v]$ (cf. tableau 3.4).

La méthode de Gauss adaptée dans notre cas est la méthode de Gauss-Legendre en raison de la symétrie de l'intervalle d'intégration et de la fonction $\omega(x)$ unité.

Des tables des racines et des poids sont disponibles pour différentes valeurs de n et les différentes familles de polynômes [FRÖBERG, 1965]. Les valeurs des ϵ_i sont comprises entre -1 et 1 . Pour passer à une intégration sur l'intervalle $[x_{\min} ; x_{\max}]$, on effectue les conversions suivantes :

$$x_i = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2} + \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} \epsilon_i$$

$$\omega_i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} \lambda_i$$

Tableau 3.4 : Méthodes de Gauss

$\omega(x)$	Intervalle $[u ; v]$	Famille de polynômes
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$[-1 ; 1]$	Chebyshev
e^{-x}	$[0 ; +\infty]$	Laguerre
e^{-x^2}	$[-\infty ; +\infty]$	Hermite
1	$[-1 ; 1]$	Legendre

Enfin, nous avons vu jusqu'à présent le cas d'une intégrale simple. Le calcul de $\langle I(j)^2 \rangle$ comporte 5 intégrations dans le cas général. On a :

$$\langle I(j)^2 \rangle = \int_{\Delta x_1' = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_1 = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2' = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2 = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta \xi = -2L_e}^{2L_e} f(\Delta x_1', \Delta x_1, \Delta x_2', \Delta x_2, \Delta \xi) d\Delta \xi \dots \\ \dots d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1'$$

Comme les intervalles d'intégration de $\Delta x_1'$, Δx_1 , $\Delta x_2'$, Δx_2 et $\Delta \xi$ sont indépendants, on peut remplacer chaque signe intégral par une quadrature à une dimension [ISAACSON, 1965]. Etant donnée la symétrie évidente entre les Δx_i , il convient d'utiliser le même nombre de points pour les quatre premières intégrales. Par ailleurs, dans le cas général, la vitesse de variation de f avec $\Delta \xi$ ne pouvant être facilement évaluée, nous choisissons de mettre la même précision de calcul pour la cinquième intégrale que pour les quatre premières.

On a :

$$\langle I(j)^2 \rangle = \sum_{r=0}^n \sum_{s=0}^n \sum_{t=0}^n \sum_{u=0}^n \sum_{v=0}^n A_{r,s,t,u,v} f(x_r, x_s, x_t, x_u, x_v)$$

avec

$$A_{r,s,t,u,v} = \int_{\Delta x_1' = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_1 = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2' = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2 = -2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta \xi = -2L_e}^{2L_e} L_{r,n}(\Delta x_1') L_{s,n}(\Delta x_1) L_{t,n}(\Delta x_2') \dots \\ \dots L_{u,n}(\Delta x_2) L_{v,n}(\Delta \xi) d\Delta \xi d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1'$$

d'où

$$A_{r,s,t,u,v} = \omega_r \omega_s \omega_t \omega_u \omega_v$$

Pour indication, d'après [ISAACSON, 1965], dans le cas où les domaines d'intégration sont indépendants, comme ici, le degré de précision de l'intégrale multiple est supérieur ou égal à celui de l'intégrale simple à une dimension qui est utilisée.

Avec les méthodes de Gauss, le seul moyen d'ajuster la précision est d'augmenter le nombre de points ($n+1$). Les tables s'arrêtent pour des valeurs réduites de n ($n=24$ dans [NOUGIER, 1983]). Pour aller au-delà, il faudrait programmer le calcul des racines et des poids. Pour pallier cette difficulté, on peut procéder à un découpage de l'intervalle d'intégration en p sous-intervalles et appliquer une intégration de degré n' dans chacun d'eux. Cette méthode est exploitée dans l'algorithme de Gauss-Lobatto adaptatif sur les polynômes de Legendre dérivés. On parvient à une intégration sur $n' \times p$ points. Afin d'évaluer la précision, nous examinons la convergence des résultats du calcul de contraste, pour un cas donné ($\sigma_a=0$, $\sigma_h=0,425 \mu\text{m}$, $r_c=12\mu\text{m}$), avec la méthode de Gauss-Legendre quand le nombre de points varie (cf. figure 3.14). Le tableau 3.5 précise le nombre de sous-intervalles et le nombre de points par sous-intervalle pour chaque cas testé à la figure 3.14.

Tableau 3.5 : Caractéristiques des calculs selon la méthode de Gauss-Legendre

Nombre total de Points n	10	20	30	40	50	60	70	84
Nombre de sous-intervalles p	1	1	3	2	5	5	7	7
Nombre de points n'	10	20	10	20	10	12	10	12

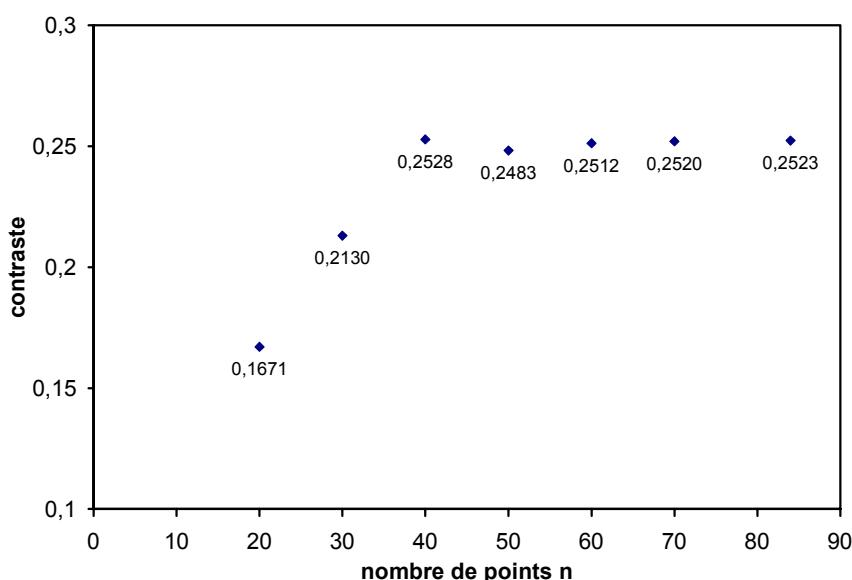


Figure 3.14 : Convergence des méthodes de Gauss-Legendre

Au vu des résultats, la convergence des résultats est manifeste : pour un nombre de points supérieur ou égal à 40, l'écart des valeurs de contraste avec celle obtenue pour $n=84$ est

inférieur à 2%. Les simulations du contraste ont été effectuées avec la configuration à 84 points ($n'=12$ et $p=7$).

4.2 Résultats de simulation du contraste

Avec la méthode de calcul numérique des intégrales qui a été présentée au paragraphe précédent, nous avons évalué le contraste pour différents cas de texture. Les conditions de validité du modèle nous amènent à limiter les calculs aux cas suivants :

$$r_c > \lambda$$

soit

$$r_c > 0,5 \text{ } \mu\text{m}$$

et

$$\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_h'^2} < 0,25$$

Par ailleurs, la longueur de corrélation r_c représente les variations spatiales de hauteur de la microtexture. D'après le chapitre 1, on a donc une limite supérieure :

$$r_c < 500 \text{ } \mu\text{m}$$

4.2.1 Premiers résultats à deux échelles de texture

Les figures 3.15 et 3.16 présentent des résultats de simulation du contraste pour différentes valeurs de la longueur de corrélation r_c de h_1 et de σ_h' respectivement, à une échelle ($\sigma_a = 0$) et à deux échelles ($\sigma_a = 0,05$).

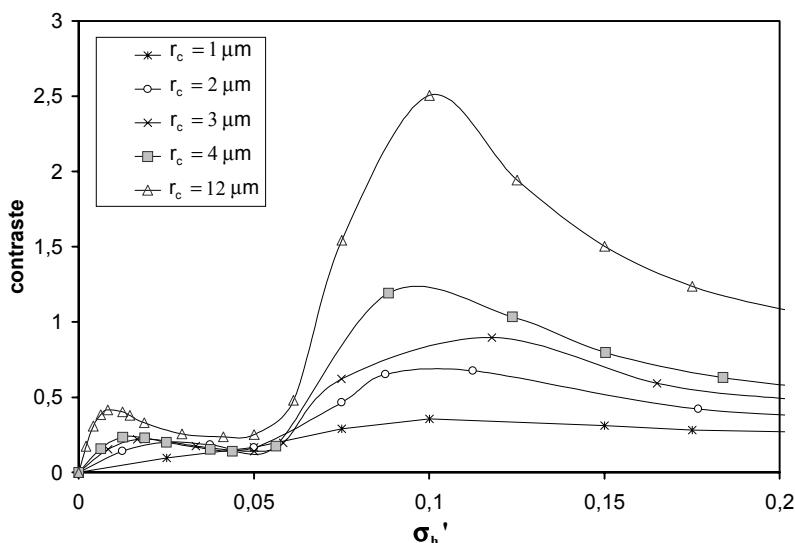


Figure 3.15 : Simulation du contraste avec l'échelle h_1 seule

Comme certains travaux théoriques et expérimentaux traitant du cas d'un speckle non-gaussien [PUSEY, 1975] [LEVINE, 1983] [OHTSUBO, 1978], on obtient des valeurs de contraste supérieures à 1 lorsque la longueur de corrélation augmente. En effet, l'augmentation de la longueur de corrélation de h_1 conduit à accentuer le comportement localement quasi-spéculaire de la surface comme nous l'avons vu au paragraphe 3.4. Des réflexions spéculaires apparaissent dans la direction de diffraction et donnent lieu à des valeurs d'intensité très fortes par rapport aux valeurs d'intensité des lobes secondaires de diffraction.

Dans la pratique (cf. Chapitre 5), les valeurs de contraste restent inférieures à 1. Ce désaccord théorie / expérience provient du fait que l'on considère, dans le modèle, le cas d'une surface lisse modulée grossièrement. En réalité, une surface naturelle présente généralement une échelle de texture très fine qui tend à augmenter le fond continu des variations d'intensité lumineuse et donc à diminuer le contraste.

C'est la raison pour laquelle, nous sommes amenés à rajouter à notre modèle une troisième échelle de texture fixe pour toutes les simulations et qui modélise le bruit. Le paragraphe suivant étudie les effets de l'ajout d'un bruit et conduit au choix de ses caractéristiques (σ_b , r_{cb}).

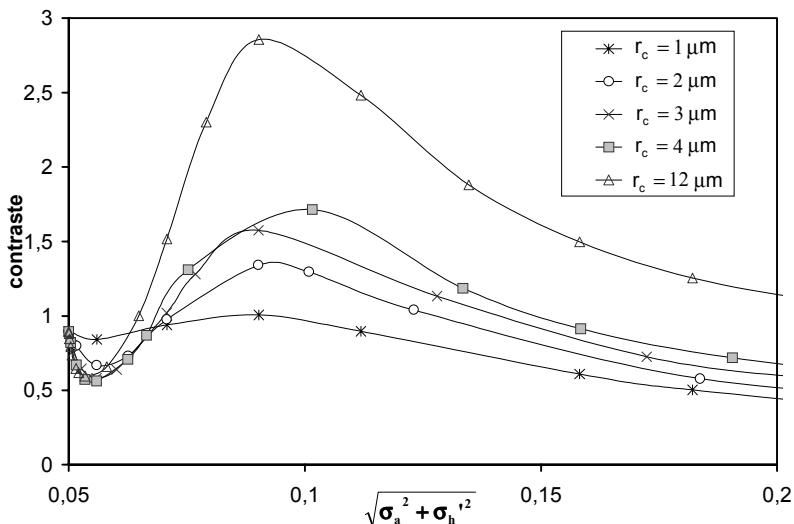


Figure 3.16 : Simulation du contraste avec les deux échelles h_1 et h_2 ($\sigma_a = 0,05$)

4.2.2 Analyse des variations du contraste en fonction des caractéristiques du bruit

Au paragraphe précédent, nous avons mis en évidence la nécessité d'ajouter un bruit au modèle à deux échelles pour obtenir des valeurs de contraste "réalistes". Le bruit est modélisé comme une troisième échelle de texture de distribution des hauteurs gaussienne (d'écart type σ_b) et de fonction d'autocorrélation gaussienne (de longueur de corrélation r_{cb}). On note l'écart type de la dérivée σ_b' :

$$\sigma_b' = \sqrt{2}\sigma_b / r_{cb}$$

Nous recherchons les couples de valeurs (σ_b' , r_{cb}) qui permettent d'obtenir des valeurs de contraste inférieures ou égales à 1 avec les textures h_1 et h_2 .

Le bruit est une échelle de texture fine donc r_{cb} doit être faible : on prend r_{cb} inférieur à 1 μm qui est la résolution spatiale de mesure des profils de microtexture (cf. Chapitre 5) et d'autre part, r_{cb} doit être supérieur à la longueur d'onde pour que le bruit vérifie les conditions de validité de la théorie scalaire de la diffraction de Kirchhoff.

d'où

$$0,5 < r_{cb} < 1 \text{ } \mu\text{m}$$

Le domaine de σ_b' est défini en considérant différents cas de texture h_1 et h_2 :

- (a) cas de texture h_1 lente : $\sigma_a = 0$, $\sigma_h' = 0,1$ et $r_c = 150 \text{ } \mu\text{m}$

- (b) cas de texture h_1 de variation moyenne : $\sigma_a = 0$, $\sigma_{h'} = 0,1$ et $r_c = 40 \mu\text{m}$
 (c) cas de texture h_1 de variation rapide (qui donne une valeur de contraste supérieure à 1) sans bruit : $\sigma_a = 0$, $\sigma_{h'} = 0,1$ et $r_c = 3 \mu\text{m}$

Le cas (a) permet de délimiter un intervalle de valeurs acceptables pour σ_b' :

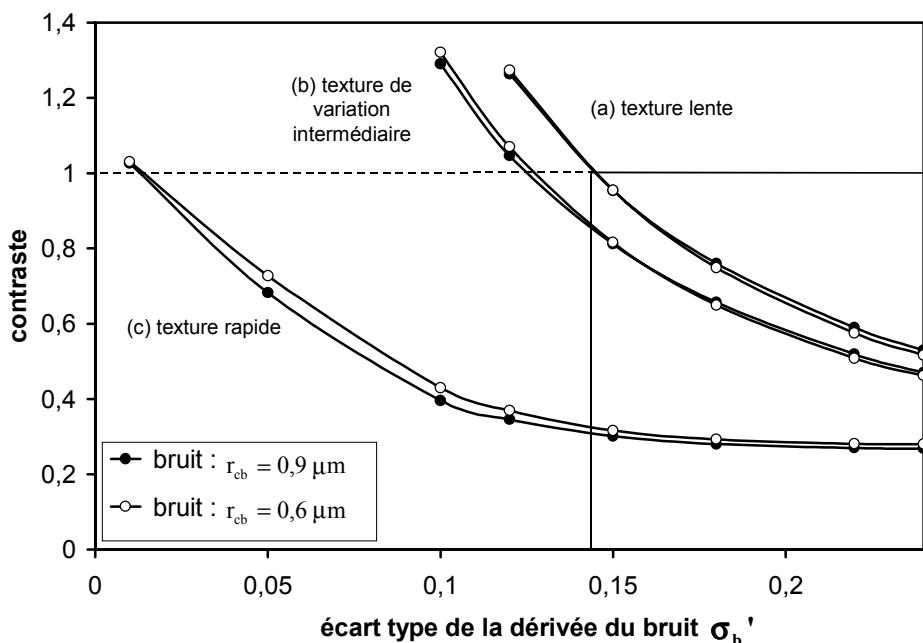
$$0,145 < \sigma_b' < 0,25$$

Les variations de contraste en fonction de la longueur de corrélation du bruit r_{cb} restent relativement faibles : pour une variation de 40% de cette dernière (0,6-0,9 μm), on obtient une variation du contraste inférieure à 5% pour les trois cas. En revanche, les variations du contraste avec σ_b' sont plus importantes, en particulier lorsque h_1 est de variation lente. A l'opposé, lorsque h_1 est de variation rapide, on observe une stabilisation des valeurs de contraste en fonction de σ_b' dans l'intervalle [0,145-0,25].

On choisit $r_{cb} = 0,6 \mu\text{m}$ qui permet de réduire ces variations et on sélectionne une valeur intermédiaire de σ_b' dans l'intervalle [0,145-0,25] de manière à trouver un compromis entre deux exigences contraires :

- pour approcher une valeur de contraste stable lorsque h_1 est de variation lente, on doit augmenter σ_b'
- on doit réduire la valeur de σ_b' le plus possible car elle limite l'amplitude qu'on peut choisir ensuite pour h_1 et h_2 en raison de la condition de validité :

$$\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_{h'}^2 + \sigma_b'^2} < 0,25$$



échelle lente h_2 : $\sigma_a = 0$,

échelle de variation libre h_1 : (a) : texture lente $\sigma_{h'} = 0,1$; $r_c = 150 \mu\text{m}$
 (b) : texture intermédiaire $\sigma_{h'} = 0,1$; $r_c = 40 \mu\text{m}$
 (c) : texture rapide $\sigma_{h'} = 0,1$; $r_c = 3 \mu\text{m}$,

Figure 3.17 : Variations du contraste en fonction des caractéristiques du bruit (σ_b' , r_{cb})

En conclusion, on choisit le couple de valeurs ($\sigma_b' = 0,19$; $r_{cb} = 0,6 \mu\text{m}$) pour caractériser le bruit de la texture de surface dans les simulations. Dans une étude complémentaire à la Thèse, il serait intéressant d'évaluer le bruit en effectuant quelques relevés sur les échantillons avec un appareil de résolution spatiale plus fine.

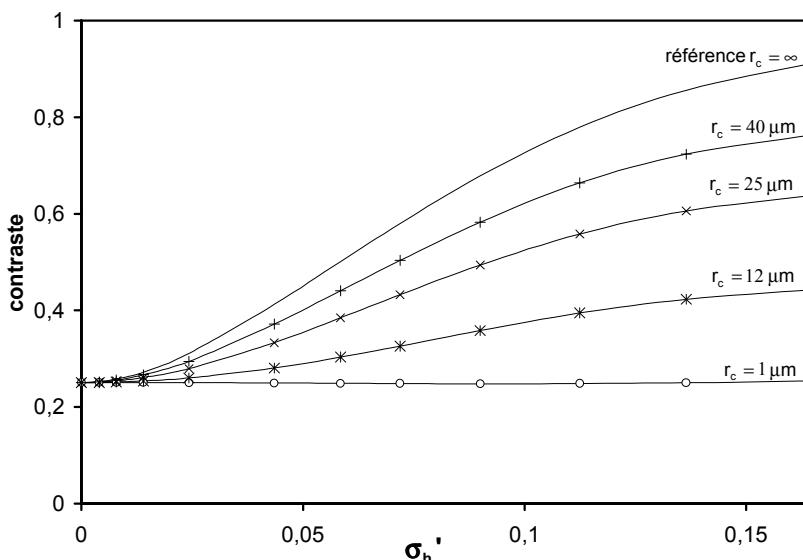
4.2.3 Résultats de simulation du contraste avec le bruit

Dans cette partie, nous présentons les résultats de simulation du contraste pour une surface composée des échelles de texture h_1 et h_2 et du bruit défini au paragraphe précédent.

Les figures 3.18 et 3.19 présentent des résultats de simulation du contraste en fonction de σ_h' et pour différentes valeurs de la longueur de corrélation r_c , respectivement, pour $\sigma_a = 0$ et pour $\sigma_a = 0,07$.

Pour $\sigma_a = 0$, le contraste augmente lorsque σ_h' augmente. Plus l'amplitude de la texture augmente et plus les variations d'intensité lumineuse augmentent. Au chapitre 1, nous avons mis en évidence que le phénomène de polissage peut être traduit grossièrement par une diminution de l'amplitude de la microtexture à longueur de corrélation fixée. On en déduit que le polissage conduit à une diminution du contraste.

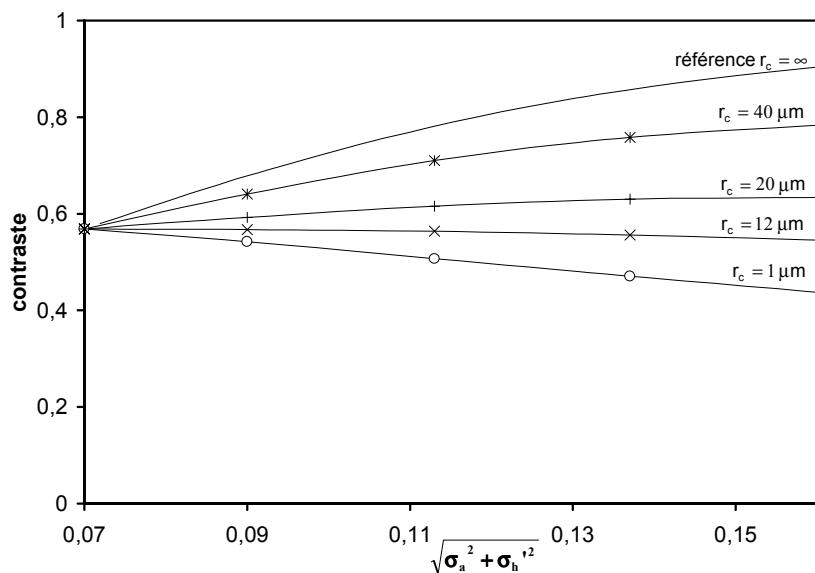
Pour $\sigma_a = 0,07$, la tendance notée précédemment s'inverse lorsque la longueur de corrélation de h_1 est faible (inférieure ou égale à $12 \mu\text{m}$) : le contraste augmente avec le polissage. Le brouillage des composantes spéculaires amenées par h_2 dans la direction de diffraction est moins important lorsque l'amplitude de h_1 diminue.



échelle lente h_2 : $\sigma_a = 0$

échelle de variation libre h_1 : écart type de la dérivée σ_h' variable ($\sqrt{2}\sigma_h'/r_c$)
longueur de corrélation r_c fixe

Figure 3.18 : Variations du contraste avec l'échelle h_1 seule en fonction de σ_h'

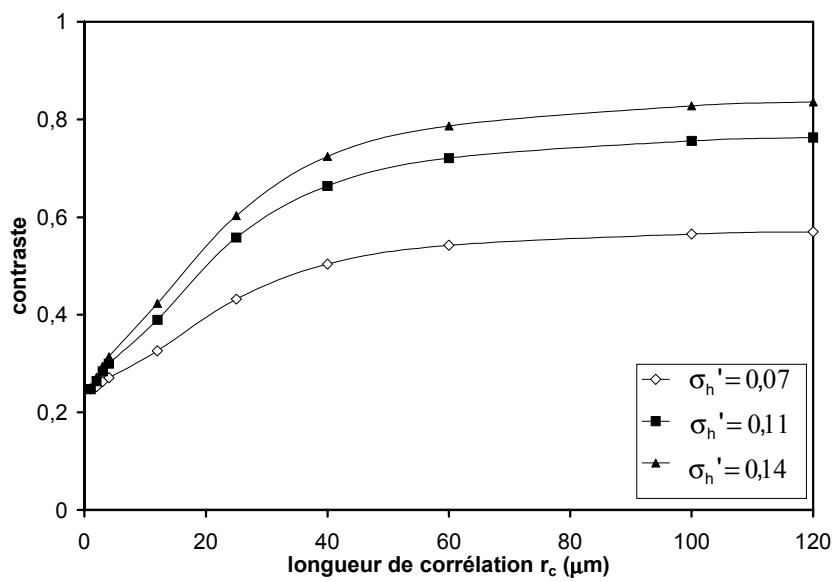


échelle lente h_2 : $\sigma_a = 0,07$

échelle de variation libre h_1 : écart type de la dérivée σ_h' variable ($\sqrt{2}\sigma_h'/r_c$)
longueur de corrélation r_c fixe

Figure 3.19 : Variations du contraste avec les deux échelles en fonction de σ_h' pour $\sigma_a = 0,07$

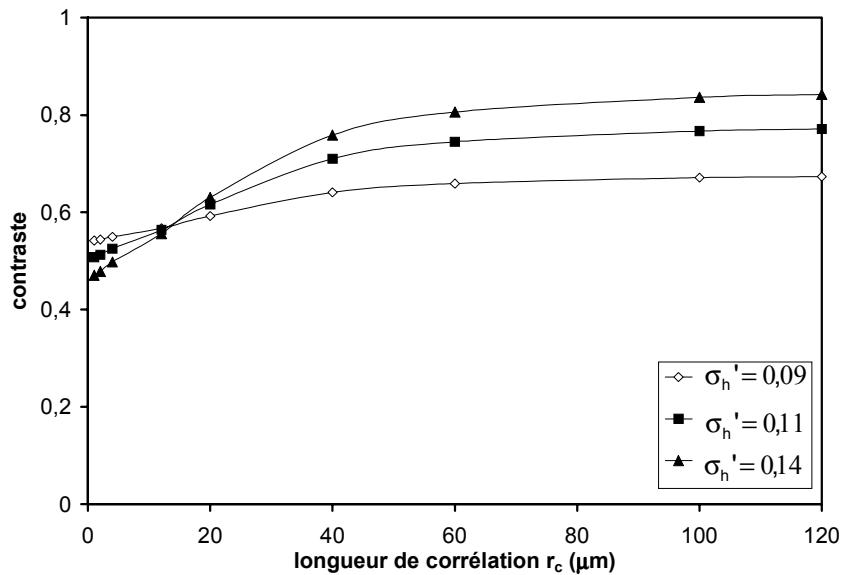
Les figures 3.20 et 3.21 présentent des résultats de simulation du contraste en fonction de la longueur de corrélation r_c et pour différentes valeurs de σ_h' , respectivement, pour $\sigma_a = 0$ et pour $\sigma_a = 0,07$.



échelle lente h_2 : $\sigma_a = 0$

échelle de variation libre h_1 : écart type de la dérivée σ_h' fixe ($\sqrt{2}\sigma_h'/r_c$)
longueur de corrélation r_c variable

Figure 3.20 : Variations du contraste avec l'échelle h_1 seule en fonction de r_c



échelle lente h_2 : $\sigma_a = 0,07$

échelle de variation libre h_1 : écart type de la dérivée σ_h' fixe ($\sqrt{2}\sigma_h'/r_c$)
longueur de corrélation r_c variable

Figure 3.21 : Variations du contraste avec les deux échelles en fonction de r_c pour $\sigma_a = 0,07$

Physiquement ces deux graphiques traduisent l'évolution du contraste lorsque la surface passe d'une texture fine à une texture grossière en conservant le rapport de l'amplitude sur la largeur des aspérités.

Pour $\sigma_a = 0$ et pour $\sigma_a = 0,07$, on note la même tendance : lorsque la texture devient plus grossière, le contraste augmente. Par ailleurs, il apparaît que la croissance du contraste est plus forte pour une longueur de corrélation inférieure ou égale à $50 \mu\text{m}$ environ. Au-delà de cette valeur le contraste sature.

5. Conclusion

A l'aide du modèle de diffraction de Kirchhoff scalaire, nous avons modélisé par une approche simplifiée la configuration envisagée pour l'acquisition des specklegrammes (le cas d'un speckle subjectif non-résolu) sur des surfaces composées de deux échelles de texture : une échelle de variation lente et une échelle de variation libre. Nous obtenons une expression générale de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse. Pour les besoins des calculs, nous avons ensuite supposé que l'échelle de texture lente était de distribution des pentes gaussienne et que l'échelle de variation libre était de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne également.

Sous ces hypothèses, nous avons mis en évidence l'évolution du processus de diffraction lorsque la longueur de corrélation r_c de la texture h_1 diminue :

- dans le cas où la texture de variation libre est assimilable à une portion de droite sur les photoéléments : la surface se comporte de manière localement spéculaire et les variations d'intensité lumineuse sont dues aux rotations de la direction spéculaire provoquées par les variations de pente de la surface sur chaque photoélément.

- dans le cas où la texture de variation libre est assimilable à une portion de droite sur la cellule de résolution mais présente une modulation sur les photoéléments : la surface se comporte de manière localement spéculaire et les variations d'intensité lumineuse dues aux variations de pente sont partiellement intégrées par le photoélément
- dans le cas où la texture de variation libre présente une modulation sur la cellule de résolution : en l'absence de texture lente, la surface ne se comporte plus comme un ensemble de petites facettes et les coefficients de variation de la texture de variation libre sur la cellule de résolution interviennent comme paramètre. La texture lente tend à amener la direction spéculaire dans la direction de diffraction et par conséquent augmente le contraste.

Nous avons évalué le contraste à partir de simulations numériques des équations générales de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse. Nous avons examiné les variations du contraste avec les trois paramètres (σ_a , σ_h' , r_c) et nous avons mis en évidence la nécessité d'ajouter une échelle de bruit au modèle pour obtenir des valeurs de contraste réalistes. Le paramètre σ_a est en principe connu car il peut être déterminé par une méthode de caractérisation de la macrotexture. Sous ces hypothèses, nous avons démontré que le contraste peut permettre de :

- caractériser un type de texture : le contraste augmente lorsque la texture devient plus grossière (à σ_h' fixé), plus particulièrement pour les longueurs de corrélation inférieures à 50 µm.
- caractériser un polissage : si σ_a est non nul et si la texture est fine (r_c inférieur ou égal à 12 µm pour $\sigma_a = 0,07$), il se traduit par une augmentation du contraste car le brouillage de réflexions spéculaires par h_1 devient moins efficace. Si la texture est grossière, le polissage se traduit par une diminution du contraste.

Il reste à tester expérimentalement cette approche. Ceci fait l'objet des chapitres 4 et 5.

Chapitre 4

Description des expérimentations

Le chapitre 1 a permis de préciser les besoins utilisateurs en matière de caractérisation de la microtexture des chaussées et de présenter les principales caractéristiques des surfaces de chaussées. Au chapitre 2, nous avons défini une configuration d'acquisition des specklegrammes et établi des axes d'étude théoriques à explorer pour permettre l'exploitation des images de speckle lorsque la surface est multi-échelle. Dans le chapitre 3, nous avons simulé le contraste d'un speckle dans la configuration choisie et pour une surface composée de la superposition de deux échelles de texture et nous avons établi des tendances de variation de ce paramètre qui laissent envisager la possibilité d'une caractérisation de la texture. Il importe, ensuite de tester la méthode, en pratique, par des expérimentations afin d'examiner si ces tendances restent exploitables lorsqu'on est en présence de variations de texture réelles. En effet, certaines hypothèses simplificatrices utilisées dans les modélisations peuvent se trouver non vérifiées comme la forme de la distribution des hauteurs et de la fonction d'autocorrélation des échelles de texture qui composent la surface.

Ce chapitre est consacré à la description des expérimentations qui ont été effectuées en laboratoire. Nous présentons les échantillons utilisés, leur préparation et les essais réalisés pour décrire leur texture de surface (étalonnage). Puis nous décrivons les caractéristiques du montage expérimental et le mode opératoire employé pour l'acquisition des images de speckle. Enfin, nous présentons des exemples de résultats.

1. Echantillons de surfaces

Nous avons choisi de mener l'étude expérimentale en deux étapes : nous examinons, dans un premier temps, la faisabilité de la méthode sur des surfaces simples de texture comprise dans la gamme de la microtexture des chaussées, puis, nous étudions ses potentialités sur des surfaces complexes qui modélisent la texture de surface des chaussées avec une macrotexture et une microtexture.

1.1 Surfaces simples

Pour les surfaces simples, nous avons choisi d'utiliser des papiers abrasifs de différentes finesse : ceci permet de disposer de surfaces de textures différentes et de même matériau. De plus, la granulométrie des abrasifs fait l'objet de normes que nous présentons dans la suite. De ce fait, nous disposons d'une information sur la texture des échantillons.

1.1.1 Description des surfaces simples

Six échantillons de papiers abrasifs de granulométrie variable sont utilisés pour matérialiser les surfaces simples. Ils sont fixés par collage sur un support (d'environ 10×15 cm) pour faciliter leur manipulation.

Nous utiliserons leur désignation selon l'échelle FEPA adoptée en Europe [DOUZET, 1990] : **P800, P360, P240, P220, P180 et P150**.

Il convient de préciser que la taille moyenne des grains d'un abrasif croît inversement avec le nombre caractéristique utilisé pour sa désignation.

Lorsque les abrasifs comportent des grains de diamètre moyen compris entre 53 µm et 3,35 mm, on parle de *macrograins*. Les macrograins sont compris entre P12 et P220 et leur distribution granulométrique est déterminée par un tamisage comparatif avec des grains étalons [E 75-102, 1982]. La distribution granulométrique pondérale des grains tamisés sur les tamis de références doit répondre aux critères suivants :

- La totalité des grains tamisés doit passer à travers le premier tamis, le premier refus doit être nul.
- Les refus cumulés sur les quatre autres tamis doivent respecter les tolérances indiquées au tableau 4.1.

- Le passant des cinq tamis ΔQ_r ne doit pas dépasser la valeur indiquée au tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Diamètres spécifiés pour P150, P180 et P220

	Tamis 1		Tamis 1-2		Tamis 1-3		Tamis 1-4		Tamis 1-5		DQ _r max (%)
	diamètre tamis 1 (μm)	refus cumulé (%)	diamètre tamis 2 (μm)	refus cumulé (%)	diamètre tamis 3 (μm)	refus cumulé (%)	diamètre tamis 4 (μm)	refus cumulé (%)	diamètre tamis 5 (μm)	refus cumulé (%)	
P150	180	0	125	3	106	26±6	90	75±9	75	96	4
P180	150	0	106	2	90	15±6	75	62±12	63	90	10
P220	125	0	90	2	75	15±6	63	62±12	53	90	10

Lorsque les abrasifs comportent des grains de diamètre moyen compris entre 15,3 μm et 58,5 μm , on parle de *micrograins*. Les micrograins sont compris entre P240 et P1200 et leur distribution granulométrique est vérifié en effectuant une sédimentation dans un tube spécialement prévu à cet effet [E 75-101, 1982]. On repère le temps mis par le premier grain pour atteindre le fond du tube et on en déduit d'après la loi de Stokes [NF X 11-680, 1980] le diamètre équivalent d_{St0} . De même, on repère le temps mis par les grains pour remplir le fond du tube jusqu'à différentes graduations de ce dernier. On convertit ces temps en diamètres équivalents. Parallèlement, on traduit les graduations en fractions du volume total sédimenté. On trace les fractions de volume sédimenté en fonction du diamètre équivalent des grains et on repère les diamètres équivalents à 3, 50 et 95% de volume sédimenté soit d_{St3} , d_{St50} et d_{St95} . La distribution granulométrique doit répondre aux spécifications du tableau 4.2.

Tableau 4.2 : Diamètres spécifiés pour P240, P360 et P800

	d_{St0} max (μm)	d_{St3} max (μm)	d_{St50} (μm)	d_{St95} min (μm)
P240	110	81,7	58,5±2	44,5
P360	87	60,3	40,5±2	29,6
P800	67	38,1	21,8±1,5	15,1

Nous avons ajusté les distributions granulométriques cumulées théoriques par des lois normales. Nous en déduisons la distribution granulométrique des grains pour chacun des échantillons, leur diamètre moyen d_m et leur écart type σ_d (cf. figure 4.1).

Le diamètre moyen des grains augmente de P800 à P150 et il donne une première estimation de la longueur de corrélation de la surface des abrasifs. De même, l'écart type des hauteurs de la surface des abrasifs est égal à une fraction du diamètre moyen des grains. Ces conclusions reposent sur l'hypothèse selon laquelle des agglomérats entre les grains n'apparaissent pas de manière dominante lors de la fabrication des abrasifs. Sous cette condition, nous pouvons prévoir l'évolution suivante pour la texture de surface des échantillons P800 à P150 :

- l'écart type des hauteurs augmente
- la longueur de corrélation augmente et doit être environ égale au diamètre moyen des grains.

- en supposant que l'épaisseur de la colle des abrasifs n'augmente pas proportionnellement avec le diamètre des grains, l'écart type de la dérivée des hauteurs (noté σ_h' au chapitre 3) augmente également.

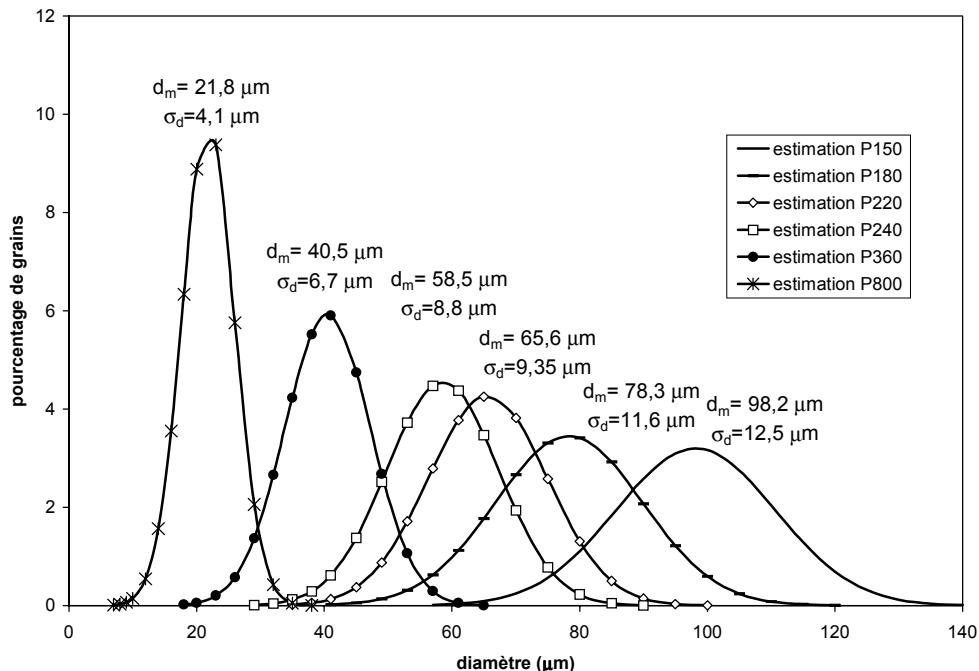


Figure 4.1 : Distributions granulométriques théoriques

1.1.2 Etalonnage des surfaces simples

Pour l'étalonnage des surfaces, des relevés profilométriques ont été effectués à l'aide d'un capteur tactile à l'Ecole Centrale de Lyon. Les méthodes sans contact (cf. §1.2.2.2) ne peuvent pas être employées pour les surfaces simples car des réflexions spéculaires apparaissent et perturbent le profil mesuré.

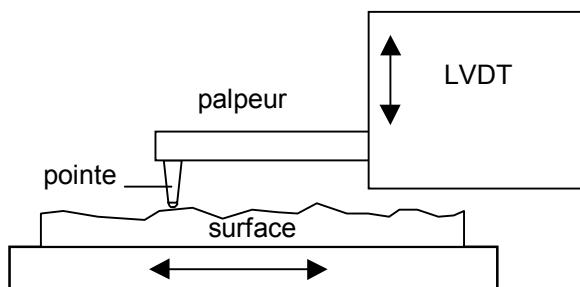


Figure 4.2 : Schéma du capteur profilométrique tactile

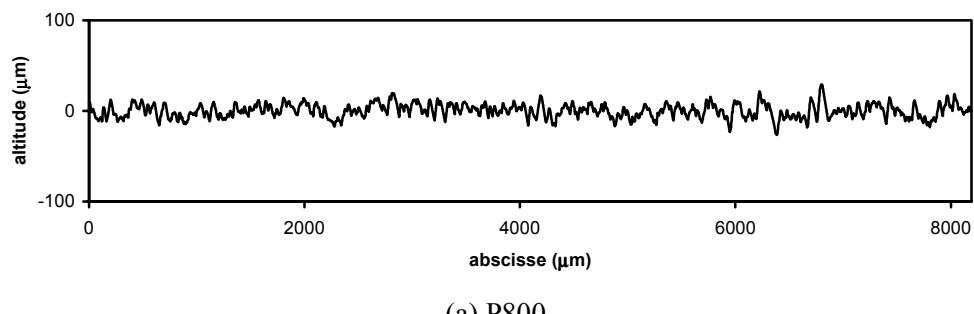
L'appareil comporte un palpeur muni d'une pointe conique d'extrémité sphérique (de rayon 2 μm) qui entre en contact avec la surface et la suit lorsqu'elle est translatée dans son plan (cf. figure 4.2). Les translations verticales du palpeur sont converties en signal électrique au moyen d'un transducteur LVDT (linear variable differential transformer). L'étendue de

mesure initialement de 1 mm a été augmentée à 6 mm. Le tableau 4.3 indique les principales caractéristiques du capteur tactile

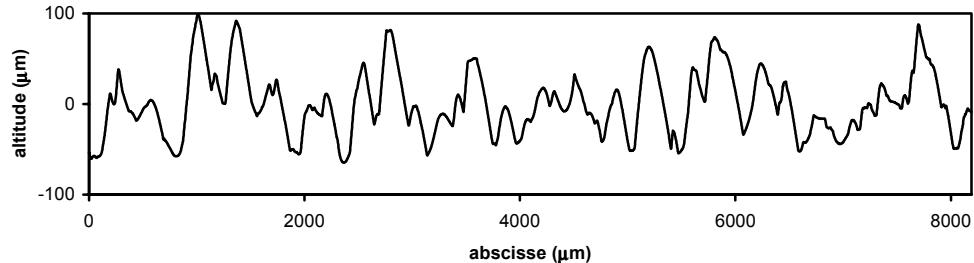
Deux relevés profilométriques ont été réalisés sur chaque échantillon au pas de 2 μm sur 8192 points (16,4 mm). Chaque profil est scindé en deux profils de 4096 points en vue de l'exploitation. La figure 4.3 présente deux exemples de profils anamorphosés. On vérifie que les écarts de texture de surface se traduisent, à la fois, sur l'amplitude des variations de hauteur et sur les variations spatiales de hauteur.

Tableau 4.3 : Caractéristiques du profilomètre tactile

Résolution latérale	2 μm
Pas d'échantillonnage	$\leq 2 \mu\text{m}$
Etendue de mesure	(1 mm →) 6 mm
Résolution de mesure	$\leq 0,1 \mu\text{m}$



(a) P800



(b) P150

Figure 4.3 : Exemples de profils de surfaces simples

1.2 Surfaces complexes

1.2.1 Description et préparation des surfaces complexes

En ce qui concerne les surfaces complexes, nous cherchons à nous rapprocher le plus possible des surfaces de chaussées : granulats noyés dans un liant (cf. chapitre 1). Nous utilisons des échantillons appelés *éprouvettes GRAP* en génie civil et employés couramment pour la détermination de la résistance au polissage accéléré [XP P18-580, 1997].

Chaque échantillon est fabriqué à partir de 250 gr de gravillons de granulométrie 6,3/10 mm provenant d'une même carrière. Les gravillons sont lavés, séchés et disposés dans un moule le plus près possible les uns des autres. Un dispositif à vibration est employé pour les amener à une orientation sur une face pseudo-plane. On saupoudre les gravillons de sable très fin pour remplir les interstices résiduels. On étale par-dessus un liant à prise rapide (mousse de polyuréthane) qui injecte la majeure partie du sable et prend la forme du moule. Un temps de séchage de 30 min est observé. Après démolage, on obtient un échantillon composé des gravillons encaissés dans une matrice et dont la face supérieure pseudo plane est légèrement saillante comme illustré à la figure 4.4.

La forme des moules permet de munir les éprouvettes d'un détrompeur qui sert à les orienter.

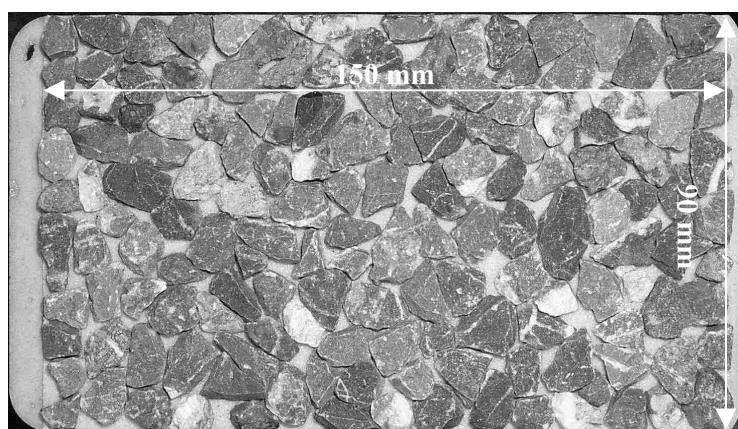


Figure 4.4 : Exemple d'échantillon de surface complexe

Les expérimentations ont porté sur deux groupes d'échantillons fabriqués selon ce procédé au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Angers où il a été mis au point :

GROUPE 1 : il est composé de *deux échantillons de matériaux différents* et qui proviennent d'une campagne d'expérimentation réalisée au LCPC-Nantes pour mettre en relation la texture de surface des chaussées et leur capacité d'adhérence [ZAHOUANI, 2000].

Deux roches sédimentaires sont employées : l'une est un calcaire primaire provenant de la carrière Chateaupanne située près de Chalonnes-sur-Loire (49). L'autre est une grauwacke (famille des grès) provenant du Pays de Galles. Nous utiliserons la dénomination **chateaupanne** et **pays de Galles** dans la suite.

Selon une étude effectuée au LCPC-Nantes et ayant porté notamment sur ces deux roches [HARDY, 2000], il apparaît que le chateaupanne est très homogène du point de vue de la nature des minéraux (100% calcite). La roche est cependant très hétérogène du point de vue de la dimension des cristaux puisque l'on trouve des secteurs où ils sont inférieurs au micromètre, d'autre où ils sont de l'ordre de 10 µm (faciès gris et noirs) et d'autres où ils atteignent le millimètre (filons blancs). En ce qui concerne le pays de galles, les gros fragments anguleux sont du quartz qui forment le squelette de la roche et font environ 500 µm (ils varient sur un intervalle de 50 µm à 1 mm). Ils sont enveloppés dans une matrice de type argileux, les dimensions des cristaux étant plus mal définies, de toute façon plus petites et sans importance pour le sujet.

Ces deux roches présentent la particularité de donner au test du pendule SRT les valeurs de R_p minimale (chateaupanne) et maximale (pays de Galles) observables pour une

roche. Ces deux échantillons nous permettent de tester la sensibilité de la méthode au matériau.

GROUPE 2 : Il est composé de *cinq échantillons d'un même matériau* qui ont été fabriqués pour cette étude et qui ont subi un processus de polissage successif. Parmi les roches employées dans [ZAHOUANI, 2000], nous choisissons une roche tendre facile à polir (chateupanne). Nous utiliserons, dans la suite, la dénomination **panne 1, panne 2, panne 3, panne 4 et panne 5**.

L'échantillon panne 1 est réservé comme témoin du stade d'usure 0.

Le polissage des échantillons de surfaces complexes a été réalisé à l'aide de la machine de polissage décrite dans la norme [XP P18-580, 1997] au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Angers. L'appareil permet le balayage de 4 échantillons à l'aide d'un jet d'eau et d'abrasif comme indiqué à la figure 4.6. Le jet forme un angle de 40° avec la normale aux échantillons et effectue des allers retours espacés de 5 mm sur les échantillons. Le jet d'eau arrive par une buse circulaire au sortir de laquelle est injecté l'abrasif. L'ensemble traverse un manchon de calibrage de diamètre intérieur 6 mm et de longueur 110 mm. Le balayage complet de la surface des échantillons correspond à un cycle de polissage. L'essai classique consiste à effectuer 20 cycles de polissage, chacun décalé de 0,25 mm par rapport au cycle précédent. Pour la préparation du groupe 2 d'échantillons, nous retirons 3 échantillons à des stades intermédiaires comme indiqué à la figure 4.5.

Cette manière de procéder permet de s'assurer que l'échantillon "panne n" a subi les mêmes stades de préparation que l'échantillon "panne n-1".

On obtient 5 échantillons présentant des stades d'usure différents (0, 1, 5, 10 et 20 cycles).

	échantillons					étape	nombre de cycles	localisation
Stade 0	1 : témoin stade 0	2	3	4	5	fabrication	0	
stade 1		2 : témoin stade 1	3	4	5	mesure SRT usure (1 cycle)	1	
Stade 2			3 : témoin stade 2	4	5	usure (4 cycles)	5	LRPC d'Angers
Stade 3				4 : témoin stade 3	5	usure (5 cycles)	10	
Stade 4					5 : témoin stade 4	usure (10 cycles) mesure SRT	20	
						Mesures de speckle		LCPC Paris

Figure 4.5 : Déroulement du polissage

Les échantillons du groupe 1 ont également subi un processus de polissage, complet cette fois (20 cycles).

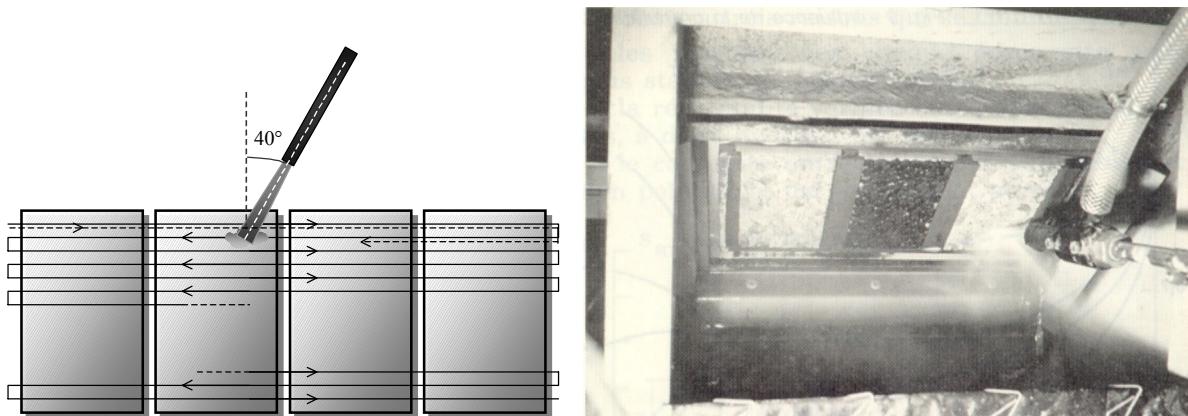


Figure 4.6 : Appareil utilisé pour l'usure (d'après [DELALANDE, 1992])

1.2.2 Etalonnage des surfaces complexes

1.2.2.1 Essais au pendule SRT

Des tests ont été effectués sur les échantillons de surfaces complexes pour les caractériser vis à vis de l'adhérence. Les essais sont effectués avec un pendule de frottement (pendule SRT) au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Angers. L'appareil est composé des éléments suivants (cf. figure 4.7) :

- un bâti qui comporte un socle lesté et une colonne munie d'une crémaillère
- la tête de l'appareil qui peut être réglée en hauteur par un bouton agissant sur la crémaillère et qui comporte un cadran de mesure, des anneaux de frottement de l'aiguille et un dispositif de maintien du pendule en position horizontale avec un bouton de déclenchement.
- le pendule de frottement dont l'axe de rotation est fixé sur la tête. Le sabot du pendule comporte le patin frotteur en caoutchouc, un ressort assurant la charge sur le patin et un contrepoids d'équilibrage
- une aiguille qui est entraînée par la rotation du pendule et indique l'amplitude maximale d'oscillation du pendule

L'essai consiste à faire frotter le patin de caoutchouc sur la surface à caractériser avec des conditions déterminées : un dispositif de réglage permet de maintenir la longueur de frottement dans des limites fixées et le ressort du sabot applique le patin avec une force déterminée [P18-578, 1990]. La mesure consiste à repérer la hauteur maximale de remontée du pendule qui dépend de l'énergie absorbée par le frottement et qui est indiquée par l'aiguille placée devant le cadran gradué directement en "coefficient de frottement mesuré avec le pendule".

On procède de la manière suivante : l'échantillon est orienté de façon à ce que le patin passe dans le même sens que l'action de polissage et placé entre des réglettes. Puis, on place le pendule en position horizontale et on ramène l'aiguille contre le pendule. On mouille ensuite le patin et la surface. On déclenche le pendule à l'aide du bouton et on le bloque de la main sur son mouvement de retour avant qu'il ne refrappe pas la surface. Enfin, on note la graduation indiquée par l'aiguille à l'unité près.

Comme pour un essai de polissage accéléré [XP P18-580, 1997], dix lâchers sont effectués sur chaque échantillon et on relève les 11^{ème}, 12^{ème} et 13^{ème} lâchers dont on calcule la moyenne au dixième le plus proche.

Pour les surfaces du groupe 2, on effectue, avant usure, une mesure sur tous les échantillons pour déterminer l'homogénéité du groupe vis-à-vis de l'adhérence, ainsi qu'une mesure à l'issue de l'usure pour caractériser les variations entraînées. Les résultats obtenus sur les deux groupes d'échantillons sont indiqués à la figure 4.8.

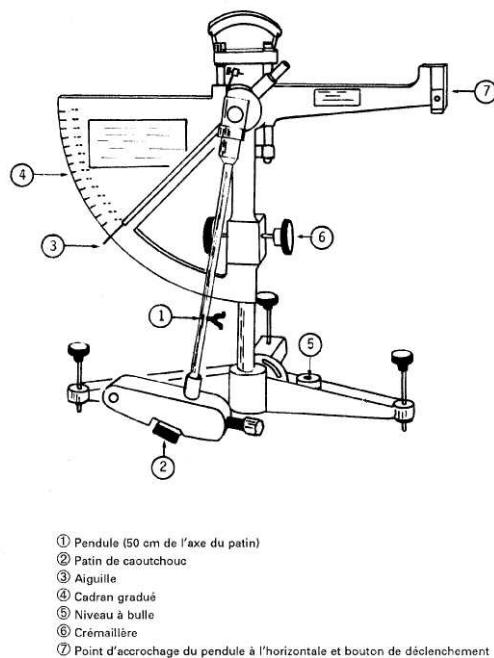


Figure 4.7 : Schéma du pendule SRT (d'après [P18-578, 1990])

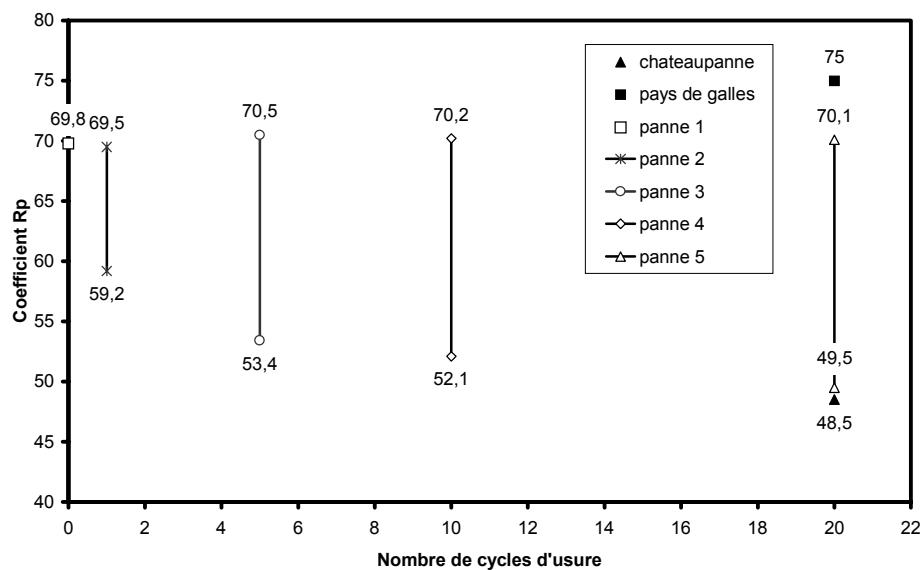


Figure 4.8 : Evolution du frottement avec l'usure

On note que les variations du coefficient R_p avant usure représentent au maximum 0,8 %. Par usure, on obtient une variation au moins égale à 14,8%. Les écarts avant usure sont, par comparaison, négligeables.

Par ailleurs, les variations du coefficient R_p en fonction de l'usure sont plus importantes entre 0 et 5 cycles. Au-delà de 5 cycles d'usure, le coefficient R_p décroît plus lentement et tend vers une valeur environ égale à 48. On précise que, dans la pratique courante, les valeurs de R_p se trouvent généralement comprises dans l'intervalle [40-70]. L'étude des profils de microtexture doit permettre de mettre en évidence, à chaque stade, l'influence du polissage sur la texture.

En ce qui concerne les échantillons du groupe 1, chateaupanne et pays de galles, les valeurs de R_p obtenues sont très écartées. Il est probable que les textures des deux échantillons sont très différentes.

1.2.2.2 Relevés de microtexture

Des relevés profilométriques de la microtexture des surfaces complexes ont été réalisés sur les échantillons, à l'aide d'un capteur optique (capteur UBM) à l'Ecole Centrale de Nantes.

L'appareil utilise le principe de focalisation dynamique (cf. figure 4.9). Le faisceau produit par un laser semi-conducteur est focalisé sur la surface avec un diamètre de 1 μm à une distance d'environ 2 mm de la sortie du capteur (distance de travail). L'image du spot est formée sur quatre photodiodes à l'intérieur du profilomètre. Les signaux de sortie des photodiodes sont utilisés pour calculer l'erreur de focalisation et commander le déplacement vertical de la lentille de sortie de manière à faire coïncider le plan focal de la lentille avec l'altitude de la surface. Le déplacement de la surface est mesuré au moyen d'un deuxième système de mesure connecté à la lentille. Le tableau 4.4 indique les principales caractéristiques du capteur UBM

Quinze relevés de 5000 points au pas de 1 μm (5 mm) ont été réalisés sur chaque échantillon du groupe 1. Cinq relevés de taille variable (entre 6500 et 12000 points) au pas de 1 μm (6,5 mm à 12 mm) ont été réalisés sur chaque échantillon du groupe 2.

Tableau 4.4 : Caractéristiques du capteur UBM

Résolution latérale	1 μm
Pas d'échantillonnage	$\leq 0,5 \mu\text{m}$
Etendue de mesure	$\pm 0,5 \text{ mm}$
Résolution de mesure	$\leq 0,1 \mu\text{m}$

La figure 4.10 présente des exemples de profils relevés sur les surfaces complexes avec le capteur à focalisation dynamique. Ils permettent d'illustrer les écarts entre la texture de surface du chateaupanne et celle du pays de galles. Dans le cas du pays de galles, on reconnaît une structure de grains. Le profil de chateaupanne est moins sinueux.

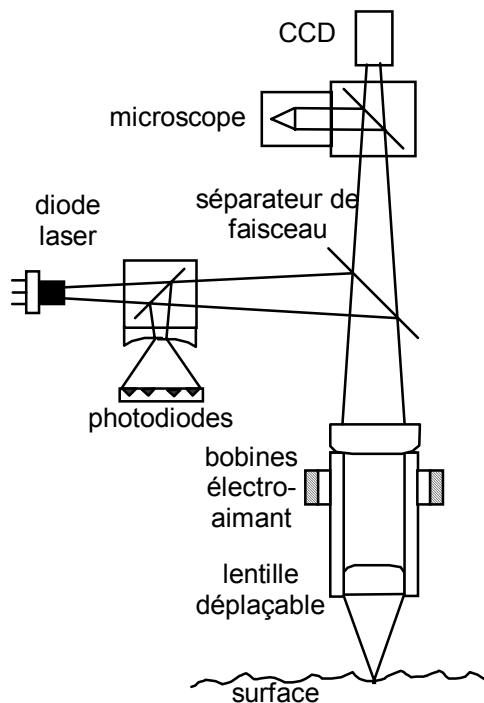


Figure 4.9 : Schéma du profilomètre à focalisation dynamique

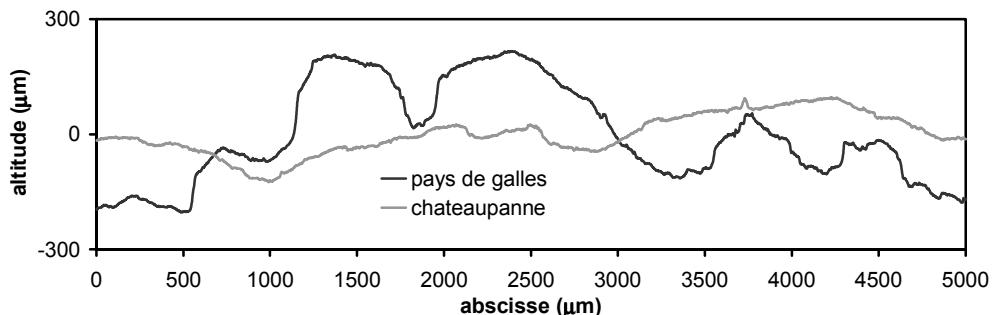


Figure 4.10 : Exemple de profils de microtexture relevés sur les surfaces complexes

1.2.2.3 Relevés de macrotexture

Au LCPC-Nantes, des relevés de la macrotexture des surfaces complexes ont également été réalisés à l'aide d'un capteur optique conçu spécifiquement et employé pour le relevé de textures de chaussée [RONDEAU, 1999]. L'appareil, appelé TRIDIM, est basé sur le principe de la triangulation laser (cf. figure 4.11).

Le faisceau issu d'une diode laser est focalisé sur la surface avec un diamètre de 100 μm dans la direction de la normale à la surface et l'image du spot est formée sur un photodétecteur dans une direction formant un angle α avec la normale. Si la surface coïncide avec le plan de focalisation, l'image du spot se trouve au centre du photodétecteur. Si elle ne coïncide pas, l'image du spot est décalée par rapport au centre. Un signal électrique proportionnel au décalage du spot est fourni en sortie du photodétecteur. Le système de translation de l'échantillon (moteur pas à pas) permet un pas de translation minimum de

$10 \mu\text{m}$ pour un déplacement maximal de 190 mm . Le tableau 4.5 indique les principales caractéristiques du capteur TRIDIM

Dans la pratique [LUCAS, 1993], on effectue des relevés 2D de 256×256 points au pas de $250 \mu\text{m}$ ($64 \text{ mm} \times 64 \text{ mm}$). Un relevé de ce type a été effectué sur chaque échantillon du groupe 1. Ces relevés permettent d'évaluer le paramètre σ_a du chapitre 3 qui quantifie les variations de pente occasionnées par la macrotexture.

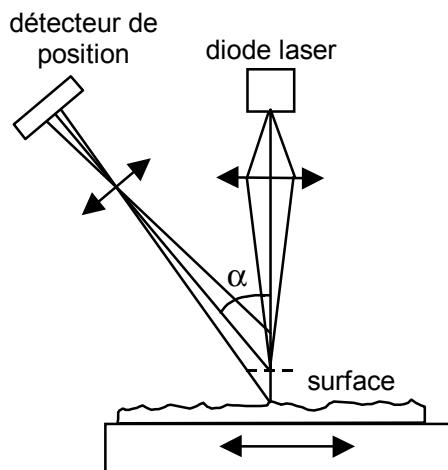


Figure 4.11 : Schéma du capteur TRIDIM

Tableau 4.5 : Caractéristiques du capteur TRIDIM

Résolution latérale	$100 \mu\text{m}$
Pas d'échantillonnage	$\leq 10 \mu\text{m}$
Etendue de mesure	20 mm
Résolution de mesure	$25 \mu\text{m}$

2. Montage expérimental

Le montage expérimental utilisé pour acquérir les figures de speckle est schématisé à la figure 4.12. La configuration est celle d'un speckle subjectif en réflexion. Le montage comprend :

- un système d'illumination (laser, filtre spatial et système de contrôle de puissance),
- un système de positionnement de l'échantillon,
- un système de prise de vue (caméra et polariseur).

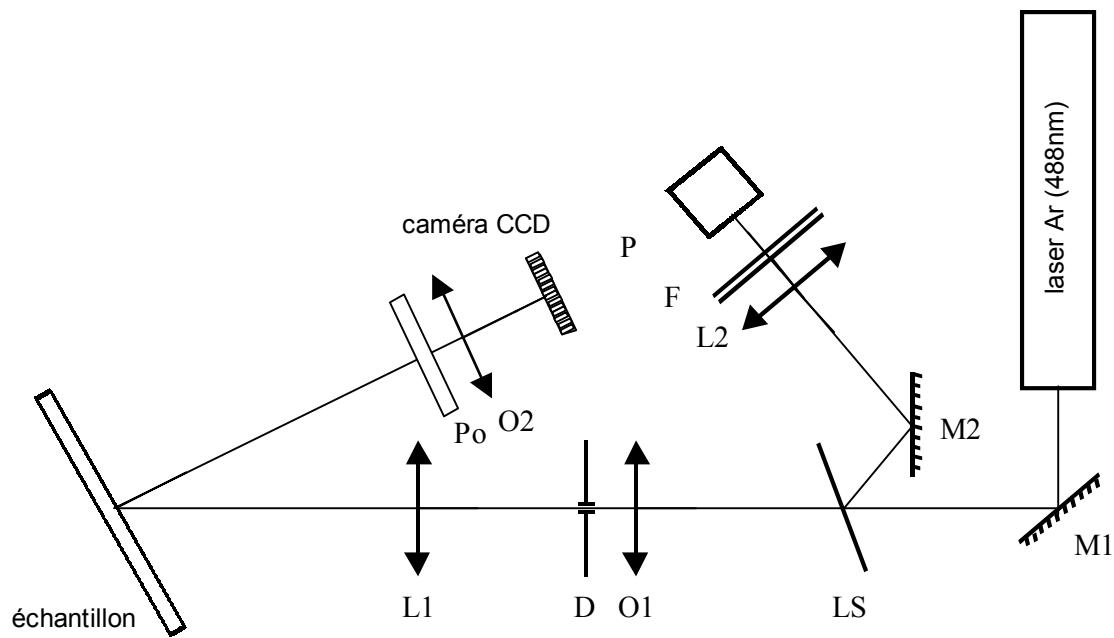


Figure 4.12 : Schéma du montage expérimental

Nous donnons à titre indicatif les principales caractéristiques des éléments du montage optique (cf. tableau 4.6). Celles-ci peuvent être changées librement.

Tableau 4.6 : Caractéristiques des éléments du montage optique

M ₁ , M ₂	miroirs plan
LS	lame séparatrice R/T=10/90
O ₁	objectif de microscope 10× de focale 16 mm
D	diaphragme $\varnothing=10 \mu\text{m}$
L ₁	lentille de focale 74 cm
P _o	polariseur (résine polaroïd)
O ₂	objectif de la caméra de focale 50 mm
L ₂	lentille de focal 50 mm
F	filtre interférentiel ($\lambda=488 \text{ nm}$)
P	photodiode (Si)

2.1 Système d'illumination

Un laser Argon est employé comme source cohérente. Il est réglé en monomode TEM₀₀ et en monorâie à 488 nm. Le tube du laser est équipé de fenêtres de Brewster. Le faisceau se trouve polarisé perpendiculairement au plan d'incidence.

On effectue un **filtrage spatial** pour éliminer les perturbations de la répartition spatiale des intensités du faisceau qui apparaissent lors de la réflexion ou la transmission du faisceau

par des éléments optiques. A la sortie du laser, cette répartition est généralement propre et de forme gaussienne. Les réflexions ou les diffractions parasites induisent un bruit de fréquence spatiale élevée (cf. figure 4.13).

Le principe du filtrage spatial est le suivant : le faisceau est focalisé par un objectif de microscope. Dans le plan focal, la répartition des intensités est la transformée de Fourier de celle du faisceau en amont du filtre (cf. figure 4.14). En plaçant un diaphragme dans le plan focal, on filtre les fréquences spatiales les plus élevées qui sont susceptibles d'appartenir au bruit.

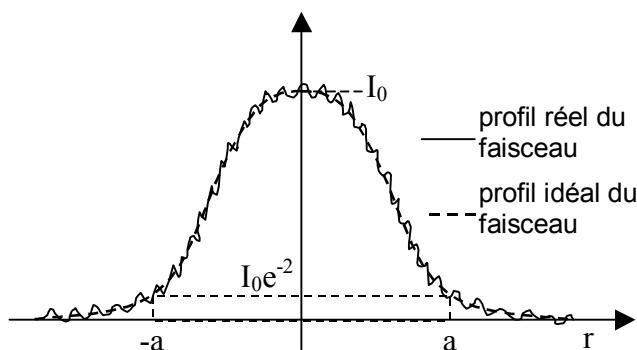


Figure 4.13 : Répartition spatiale des intensités dans le faisceau avant filtrage

La répartition des intensités du faisceau en sortie du laser est donnée par :

$$I(r) = I_0 e^{-2\left(\frac{r}{a}\right)^2}$$

où a est le rayon à $1/e^2$. Après la traversée d'éléments optiques, on a :

$$I_{\text{réel}}(r) = I(r) + I_{\text{bruit}}$$

Dans le plan focal, on a :

$$I'(r') = I'_0 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi ar'}{\lambda F}\right)^2} + I'_{\text{bruit}}$$

Il est généralement recommandé de choisir un diaphragme de diamètre de l'ordre de d_{opt} :

$$d_{\text{opt}} = \frac{F\lambda}{a}$$

D'après la documentation du laser Argon, a vaut 0,648 mm à 488 nm. Pour un objectif de focale 16 mm, on obtient :

$$d_{\text{opt}} = 12 \mu\text{m}$$

On utilise un diaphragme de diamètre nominal 10 μm. Le faisceau est ensuite collimaté avec une lentille de grande focale (74 cm). On obtient une zone d'éclairage de diamètre environ égal à 6 cm.

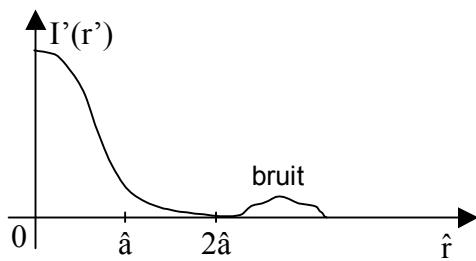


Figure 4.14 : Répartition des intensités dans le plan focal de l'objectif

Un système de contrôle de la puissance du laser a été mis en place car ce dernier fonctionne en régulation de courant. Une lame séparatrice ($R/T=20/80$) renvoie une partie du faisceau incident qui est focalisé sur la photodiode d'un radiomètre au moyen de la lentille L_2 (de focale 50 mm). Un filtre interférentiel placé devant le détecteur permet de sélectionner la longueur d'onde de mesure. Le radiomètre offre la possibilité d'entrer un coefficient de correction spectrale C.C.S. inférieur à 2 qui prend en compte la réponse de la tête optique (silicium) :

sensibilité de la tête optique à 488 nm : 0,523 A/W

d'où

$$\text{C.C.S.} = 1,91$$

Il faut également tenir compte du coefficient de transmission du filtre à 488 nm : 59,5%.

La sortie analogique du radiomètre est reliée à une carte d'acquisition. Un programme d'acquisition a été développé pour permettre d'enregistrer dans un fichier la valeur de puissance du laser pendant les expérimentations à chaque acquisition de figure de speckle.

2.2 Système de positionnement de l'échantillon

Le système de positionnement de l'échantillon est composé des éléments suivants (cf. figure 4.15) :

- un support à échantillon qui coulisse verticalement sur une colonne et muni de vis de serrage
- une colonne fixée sur deux platines de rotations entre lesquelles s'intercale un bras qui forme le support du système de prise de vue.

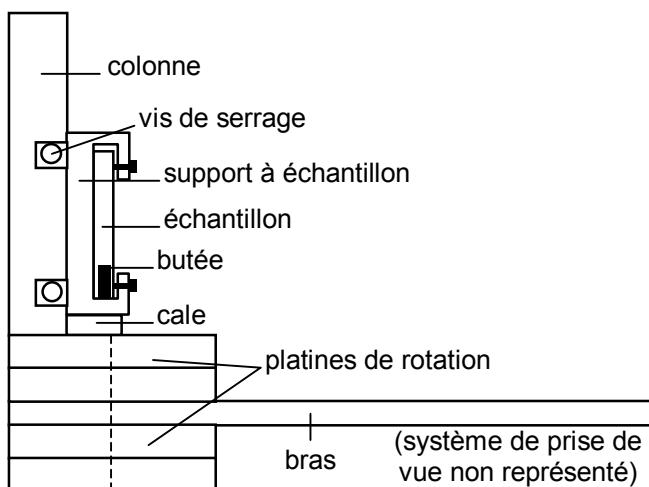


Figure 4.15 : Schéma du système de positionnement de l'objet

La platine de rotation inférieure permet le réglage de l'angle entre le faisceau incident et l'axe optique du système de prise de vue. L'angle entre la normale à l'échantillon et l'axe optique du système de prise de vue est choisi nul mais la platine de rotation supérieure qui permet de le faire varier facilite les opérations d'alignement.

La colonne permet une translation verticale de l'échantillon. On utilise des cales de différentes épaisseurs pour fixer les amplitudes de translation verticale. Pour translater horizontalement l'échantillon, on le fait coulisser dans le support à échantillon. Ce dernier est muni d'une butée que l'on peut encastrer en 4 emplacements et contre laquelle on positionne l'échantillon en le maintenant au moyen de vis de serrage en plastique. La butée permet de fixer l'amplitude de la translation horizontale.

2.3 Système de prise de vue

Le système de prise de vue est composé des éléments suivants :

- une caméra CCD IMC500 de I2S
- un émulateur IMC500 de I2S
- une carte d'acquisition Matrox PIP-1024B
- un logiciel de vision PCScope de I2S
- un moniteur vidéo

Les éléments sont connectés entre eux selon la configuration représentée à la figure 4.16.

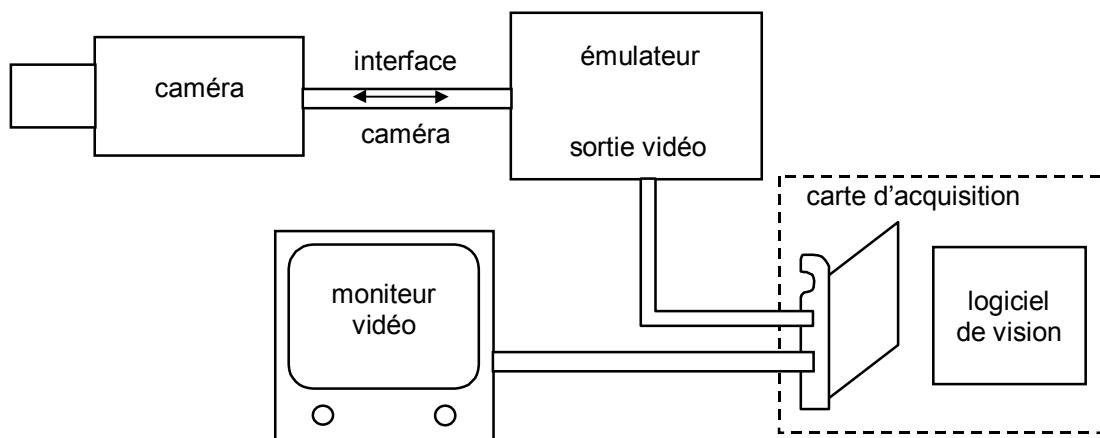


Figure 4.16 : Organisation du système de prise de vue

La caméra comporte un objectif de focale 50 mm ouvert à 1,3 (38 mm) associé à une bague allonge de 20 mm et une matrice CCD à transfert interligne, de photoéléments de dimensions (17 µm×11 µm). Dans les conditions de prise de vue, le grandissement vaut 0,48, le champ d'observation fait environ 18 mm de largeur et la profondeur de champ vaut environ 256 µm.

L'émulateur alimente et commande la caméra. Cette dernière peut fonctionner de deux manières :

- en mode TV standard (avec 50 trames/s) qui permet de faire des réglages par observation directe sur un moniteur vidéo
- en mode monocoup, comme un appareil photographique numérique, qui permet l'enregistrement des images de speckle

La carte d'acquisition échantillonne le signal vidéo de la caméra sous forme d'une image de 512×512 pixels en 256 niveaux de gris. La carte est munie d'un gain et d'un offset réglables sur l'échelle de 0 à 255. Le gain permet une amplification de 10 environ, non linéaire [BRUSQUE, 1996]. On notera que la valeur maximale du gain est obtenue pour un réglage de g à la valeur 0. Avec le gain maximal, on observe qu'un niveau de gris obtenu avec un offset nul $N_{g=0,o=0}$ est relié au niveau de gris $N_{g=0,o}$ obtenu avec un offset non nul o par la relation suivante :

$$N_{g=0,o} \cong N_{g=0,o=0} + o$$

Lorsque le gain est inférieur (g supérieur à 0), le décalage dû à l'offset diminue.

Le bruit de la caméra peut être quantifié en enregistrant une image avec l'objectif obturé et après avoir respecté un temps de chauffage de 30 min pour obtenir une stabilisation des niveaux de gris comme indiqué dans [BRUSQUE, 1996]. Avec un gain maximum (g égal à 0) et un offset maximum (o égal à 255), on obtient un bruit de moyenne 11,5 et d'écart type 2,17. Ce bruit vient s'additionner aux images. Une manière de l'éliminer consiste à acquérir une image du bruit dans les mêmes conditions de gain et d'offset que pour les expérimentations et de la soustraire ensuite aux images de speckle [BUIL, 1989]. Un compromis doit être trouvé entre les conditions de gain et d'offset favorables à l'enregistrement du bruit et celles optimales pour l'enregistrement des figures de speckle. Compte tenu du fait que les granulats des surfaces complexes peuvent présenter des variations de luminance, on choisit les valeurs de gain et d'offset minimales qui permettent l'observation du bruit : un gain de 80 et un offset de 115. Sous ces conditions, l'image du bruit comporte une valeur moyenne de 1,99 et un écart type de 0,98.

Le logiciel de vision permet de commander la carte d'acquisition. Nous avons utilisé les bibliothèques de fonctions précompilées pour les intégrer à un programme d'acquisition en langage C de manière à faciliter les expérimentations. Le programme initialise les paramètres de la caméra, commande l'enregistrement des images de speckle et génère automatiquement les noms de fichiers.

3. Expérience

Afin de respecter un temps de chauffage satisfaisant des éléments du montage, on allume, 30 min à l'avance, la caméra, le radiomètre et le laser réglé à mi puissance de travail.

On règle la puissance du laser à la valeur de travail : $102 \mu\text{W}$ sur le radiomètre. Cette valeur est issue d'un ajustement empirique visant à empêcher la saturation de la caméra lorsque les prises de vue sont effectuées sur des granulats de couleur claire.

On lance le programme d'acquisition des images de speckle et celui des valeurs de puissance du laser. La caméra est initialisée et, le gain et l'offset sont réglés aux valeurs de 80 et 115 respectivement. On rentre le numéro de l'échantillon et le stade d'usure.

On place l'échantillon dans sa position initiale : le système de positionnement de l'échantillon permet de réaliser des enregistrements de figure de speckle à 8 hauteurs différentes et à 4 abscisses différentes sur l'échantillon, soit 32 enregistrements. On effectue la mise au point avec l'objectif de la caméra en mode TV, en éclairage ambiant et avec le faisceau coupé pour ne pas être géné par les grains de speckle. Pour les surfaces simples, la mise au point reste la même pour tous les échantillons car la profondeur de champ vaut environ $256 \mu\text{m}$ donc on couvre l'amplitude des altitudes. En ce qui concerne les surfaces complexes, on effectue des corrections à chaque image de speckle pour tenir compte des déplanations dues à la macrotexture. On cherche à obtenir une netteté satisfaisante sur l'ensemble des granulats couverts par le champ d'observation. Ce réglage conduit à une mise

au point variable de 1 mm environ. On découvre ensuite le faisceau incident, on éteint l'éclairage ambiant puis on commande l'acquisition de l'image de speckle et de la puissance du laser qui s'affiche à l'écran. Si cette dernière présente un décallage de plus de 1% par rapport à la valeur de travail, on corrige la valeur de courant d'alimentation du laser en contrôlant l'affichage du radiomètre.

On réitère ces opérations sur les 31 autres zones d'acquisition de l'échantillon, pour chaque échantillon.

Les figures 4.17 à 4.19 illustrent les images obtenues sur les surfaces simples et sur les surfaces complexes. En ce qui concerne les surfaces simples, on note la présence effective de grains dont l'amplitude augmente lorsque la texture de surface est plus grossière. En ce qui concerne les surfaces complexes, le phénomène est plus difficilement identifiable car il se superpose à l'image des granulats. Un pré-traitement doit donc être effectué pour supprimer l'image des granulats que nous appellerons **image géométrique**.

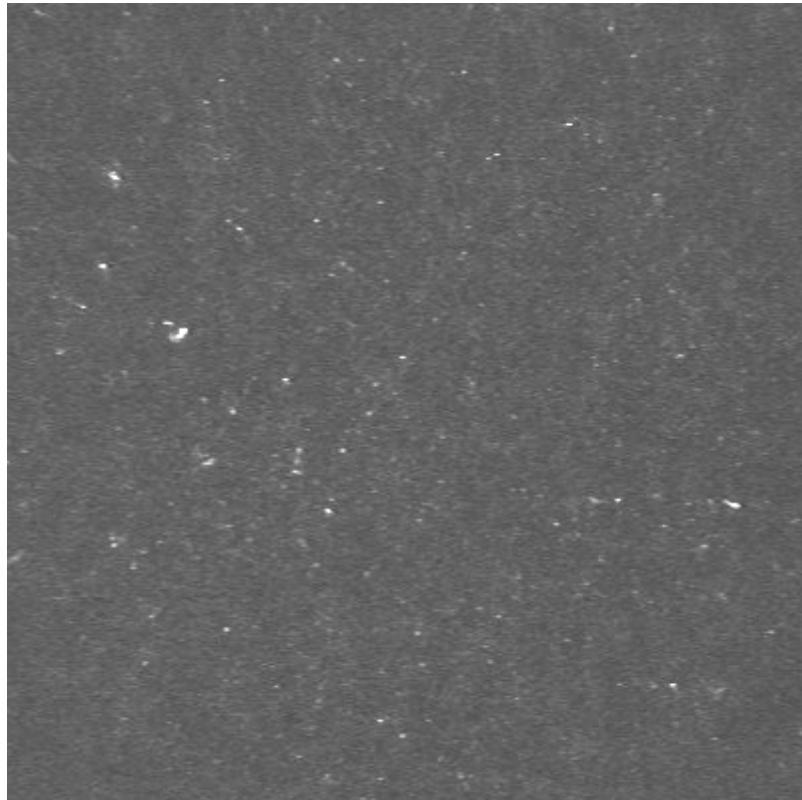


Figure 4.17 : Exemple de figure de speckle sur les surfaces simples (P800)

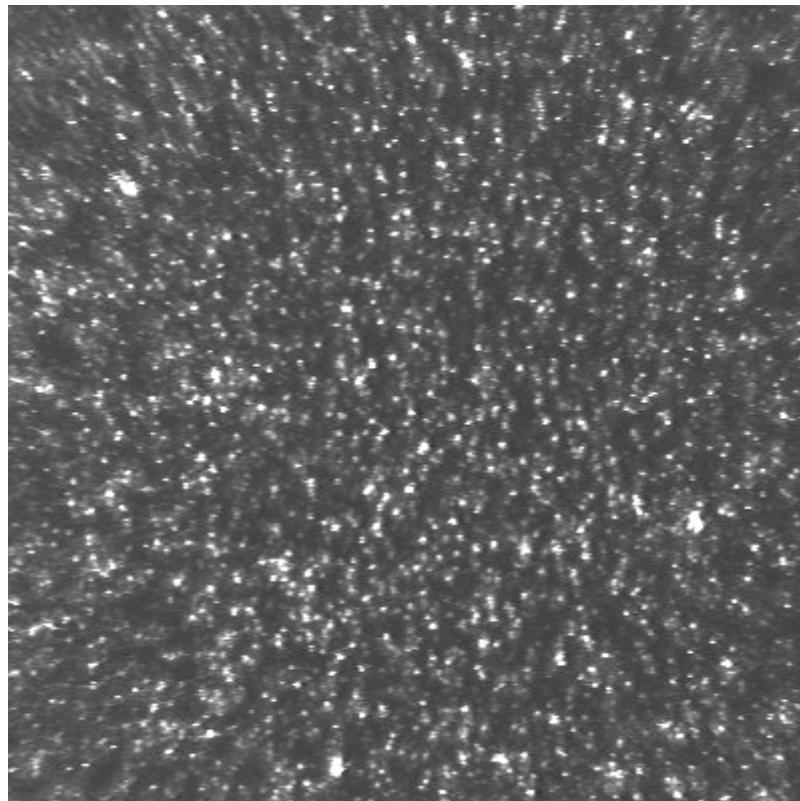


Figure 4.18 : Exemple de figure de speckle sur les surfaces simples (P150)

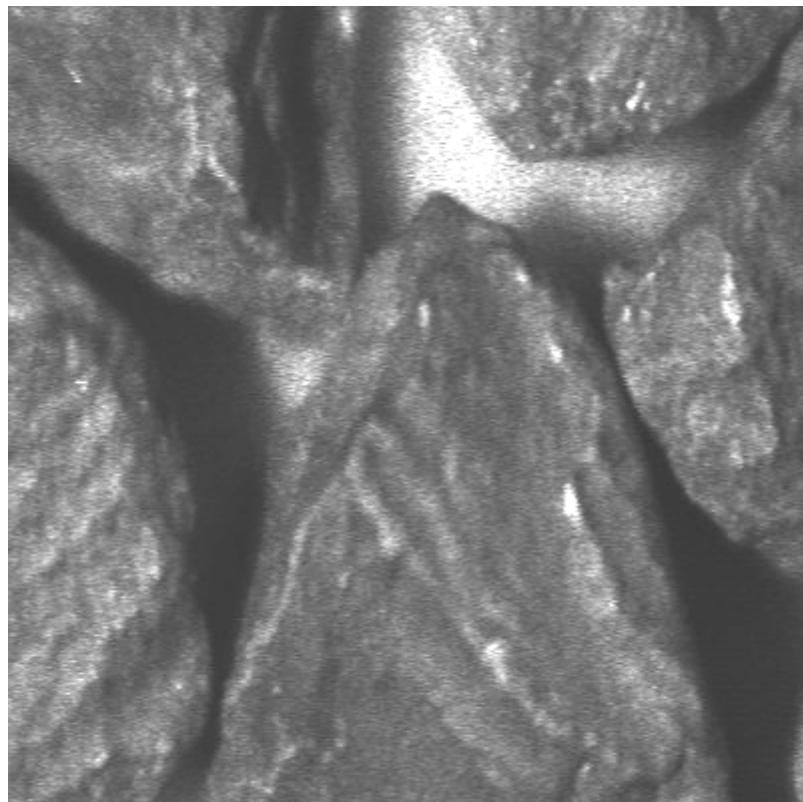


Figure 4.19 : Exemple de figure de speckle sur les surfaces complexes

4. Conclusion

Nous avons présenté les échantillons utilisés pour les expérimentations ainsi que les essais utilisés pour l'étalonnage. Nous devons exploiter les profils de texture pour en extraire des quantificateurs comme l'écart type des hauteurs ou la longueur de corrélation. Les résultats bruts permettent, cependant, de dégager certains enseignements qualitatifs sur la texture des échantillons et qui sont rappelés au tableau 4.7.

Tableau 4.7 : Bilan des caractéristiques des échantillons

Groupe d'échantillon	Nom	Caractéristiques	Relevés de texture effectués
Surfaces simples texture fine ↓	P800	diamètre moyen des grains (estimation de r_c) 21,8 µm	4 relevés (profilomètre tactile) au pas de 2 µm de 4096 points (8,2 mm)
	P360	40,5 µm	
	P240	58,5 µm	
	P220	65,6 µm	
	P180	78,3 µm	
	P150	98,2 µm	
Surfaces complexes groupe 1	chateaupanne pays de galles	20 cycles d'usure $R_p = 48,5$ 20 cycles d'usure $R_p = 75$	5 relevés (profilomètre laser) au pas de 1 µm de 6500 à 12000 points (0,5 à 12 mm)
Surfaces complexes groupe 2	panne 5	20 cycles d'usure $R_p = 49,5$	15 relevés (profilomètre laser) au pas de 1 µm de 5000 points (5 mm)
	panne 4	10 cycles d'usure $R_p = 52,1$	
	panne 3	5 cycles d'usure $R_p = 53,4$	
	panne 2	1 cycle d'usure $R_p = 59,2$	
	panne 1	0 cycle d'usure $R_p = 69,8$	1 relevé (profilomètre laser) au pas de 250 µm de 256×256 points (6,4×6,4 mm)

Les images de speckle obtenues sur les surfaces simples montrent une évolution en fonction de la texture : les variations de niveau de gris sont d'amplitude plus forte lorsque l'échantillon est de texture plus grossière. Les images de speckle obtenues sur les surfaces complexes sont moins explicites car le speckle se superpose à une image géométrique qui doit être filtrée. Le chapitre 5 se propose de préciser et de quantifier ces tendances.

Chapitre 5

Exploitation des données

expérimentales et comparaison

avec les simulations

Au chapitre 4, nous avons décrit les expérimentations effectuées en laboratoire pour tester la méthode qui a fait l'objet de simulations au chapitre 3. Dans ce chapitre, nous nous proposons d'exploiter les résultats expérimentaux pour quantifier les variations de texture des échantillons et les variations des caractéristiques du speckle, puis de les confronter. Au chapitre 3, afin de limiter la complexité des calculs, nous avons modélisé exclusivement le contraste du speckle pour une surface composée de deux échelles de texture de distribution des hauteurs et de fonction d'autocorrélation gaussiennes. A partir des données expérimentales, nous avons toute liberté sur les exploitations que nous pouvons effectuer. Dans la Thèse, nous nous limitons, cependant, aux paramètres statistiques du premier ordre du speckle. En ce qui concerne le contraste du speckle, nous utiliserons les enseignements du chapitre 3 pour orienter l'exploitation des relevés de texture et pour éclairer les tendances observées expérimentalement. C'est pourquoi, nous devons estimer les paramètres utilisés dans le modèle et examiner dans quelle mesure les hypothèses simplificatrices effectuées au chapitre 3 sont respectées.

Dans une première partie, le dépouillement porte sur les profils relevés. Afin de caractériser les variations spatiales de hauteur, une analyse spectrale des profils de texture est réalisée. Des paramètres profilométriques et l'histogramme des hauteurs sont ensuite calculés sur les profils après application d'un filtre passe haut. Dans une deuxième partie, les traitements sont réalisés sur les images de speckle. Ils comportent deux étapes : le pré-traitement (suppression du bruit de la caméra et filtrage de l'image géométrique) et le calcul d'un quantificateur (contraste, histogramme). Dans une troisième partie, les résultats obtenus sur les images de speckle sont mis en correspondance avec les données de rugosité. Le pouvoir classifiant des estimateurs de la microtexture est examiné à l'aide des différents types d'échantillons.

1. Exploitation des données de texture des échantillons

Cette partie est consacrée à l'exploitation des résultats de l'étalonnage et vise à quantifier les variations de texture entre les échantillons. Notre objectif est d'extraire, en particulier, des informations de texture compatibles avec celles qui ont été utilisées dans les modèles de surfaces au chapitre 3. Dans le cas de la microtexture, il s'agit de la distribution des hauteurs et de la fonction d'autocorrélation. Pour les surfaces complexes, en ce qui concerne la macrotexture, on s'intéresse à la distribution des pentes créées par les granulats.

1.1 Microtexture

Au chapitre 3, nous avions modélisé le phénomène de speckle pour des surfaces composées de la superposition de deux échelles de texture indépendantes : une échelle de variation libre de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne (la microtexture) et une échelle de variation lente de distribution des pentes gaussienne (la macrotexture).

Dans la réalité, la microtexture de surface des chaussées peut se révéler plus complexe que dans le modèle. Par conséquent, nous étudions la possibilité de modéliser la microtexture des échantillons par un ensemble **d'une ou de plusieurs échelles de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne**.

$$h(x) \cong h_1(x) + h_2(x) + \dots + h_{N_t}(x) \quad (5.1)$$

où h_1, h_2, \dots, h_{N_t} sont les échelles qui composent la microtexture et N_t est le nombre d'échelles utilisées pour la décomposition.

La figure 5.1 illustre la décomposition de la microtexture en N_t échelles de ce type.

Nous effectuons, dans la suite, une analyse spectrale pour étudier la possibilité d'une telle décomposition et déterminer l'écart type des hauteurs et la longueur de corrélation des h_i . Puis nous étudions la distribution des hauteurs de la microtexture pour vérifier si elle peut être modélisée par une loi normale.

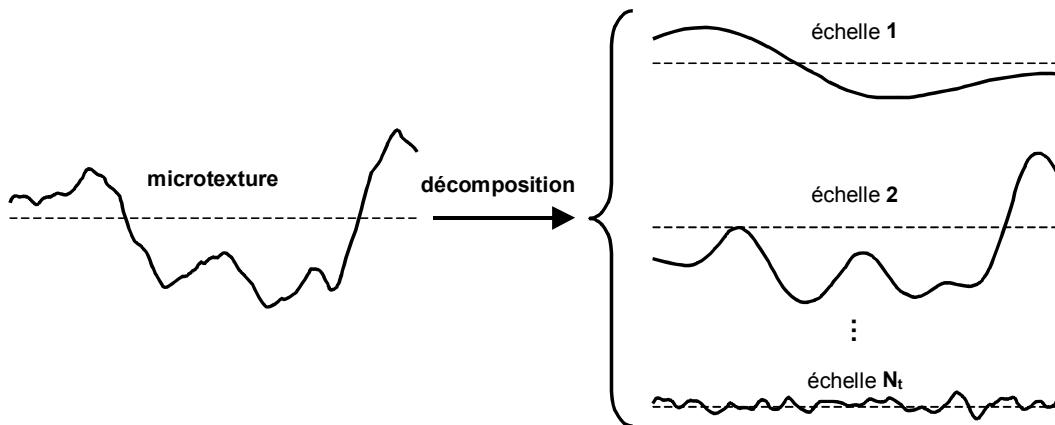


Figure 5.1 : Décomposition du profil de microtexture

1.1.1 Analyse spectrale

En supposant que la surface peut être décomposée comme défini par l'équation (5.1) en N_t textures indépendantes et centrées h_i , nous dérivons pour commencer l'expression de la densité spectrale de puissance.

La fonction d'autocorrélation de h s'obtient en calculant :

$$\langle h(x)h(x+r) \rangle = \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} h_i(x)h_j(x+r)$$

Comme les h_i sont indépendants et centrés, on a :

$$\langle h_i(x)h_j(x+r) \rangle = \begin{cases} \sigma_i^2 \rho_i(r) & \text{pour } i = j \\ 0 & \text{pour } i \neq j \end{cases}$$

où $\rho_i(r)$ est la fonction d'autocorrélation de h_i et σ_i l'écart type de h_i . De même, nous définissons par σ et ρ , l'écart type et la fonction d'autocorrélation de h .

$$\sigma^2 \rho(r) = \sum_{i=1}^{N_t} \sigma_i^2 \rho_i(r) \quad (5.2)$$

Nous en déduisons l'expression de la densité spectrale de puissance de h :

$$P(v) = \sigma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r) e^{-i2\pi vr} dr$$

soit

$$P(v) = \sum_{j=1}^{N_t} \sigma_j^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_j(r) e^{-i2\pi vr} dr$$

Comme au chapitre 3, nous faisons l'hypothèse que les textures h_i sont de fonction d'autocorrélation gaussienne de longueur de corrélation r_{ci} . Nous obtenons :

$$P(v) = \sum_{j=1}^{N_t} \sqrt{\pi} \sigma_j^2 r_{cj} e^{-(\pi r_{cj} v)^2} \quad (5.3)$$

Nous souhaitons estimer les paramètres (σ_i , r_{ci}) des échelles de texture qui permettent d'approcher la surface des échantillons. Le calcul de la densité spectrale de puissance est effectué sur les relevés par la méthode de Welch [MAX, 1981] après application d'un filtre passe haut qui permet d'éliminer les fréquences mal représentées par les profils. Nous avons choisi d'utiliser un filtre de Chebyshev de type II (dit inverse) car il permet d'obtenir une transition rapide et l'absence d'ondulation dans la bande passante. Enfin, le filtrage opéré est de phase nulle car le traitement numérique est réalisé successivement dans les deux sens du profil [MATHWORKS, 1999]. La figure 5.2 illustre la chaîne de traitement.

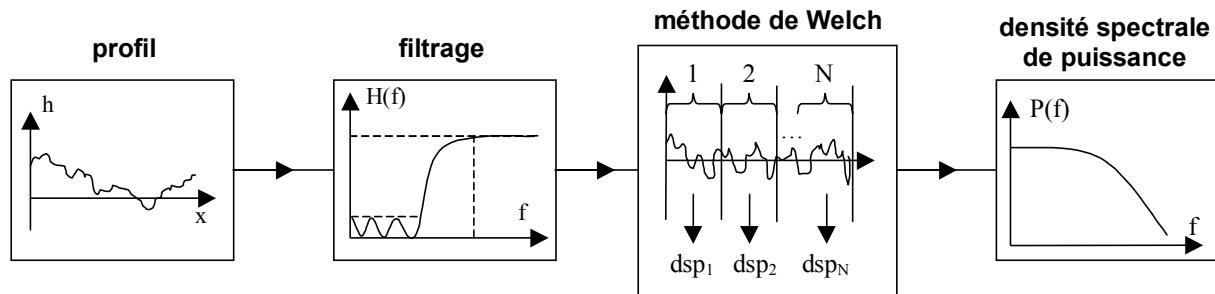


Figure 5.2 : Calcul de la densité spectrale de puissance

Dans cette partie, nous cherchons à approcher les densités spectrales de puissances (dsp) obtenues à l'aide de l'expression (5.3) au sens des moindres carrés et pour un nombre N_t variable.

1.1.1.1 Surfaces simples

La dsp est calculée sur la bande spectrale (4-1000 µm). La figure 5.3 présente les résultats. Nous effectuons des ajustements pour un nombre d'échelles N_t égal à 1, 2, 3 et 4.

Parallèlement, nous effectuons un test de Fisher [BAILLARGEON, 1989] sur les résidus de l'ajustement lorsque le nombre d'échelles augmente. Ce test permet d'examiner si les résidus sont de variances égales. Si le test est positif, cela signifie physiquement, que l'ajout d'échelles supplémentaires n'améliore pas l'ajustement de manière significative. Le test effectué au seuil de 5% montre que l'on peut s'arrêter à N_t égal à 2 pour P800, P360 et P240 et à N_t égal à 3 pour P220, P180 et P150. Les tableaux 5.1 et 5.2 indiquent les valeurs obtenues pour les couples (σ_i , r_{ci}), l'écart type de la dérivée σ_i' associé et le coefficient de détermination R^2 .

Les valeurs de R^2 permettent de conclure que l'ajustement utilisé pour modéliser la dsp est satisfaisant. D'autre part, d'une manière générale l'écart type et la longueur de corrélation

des h_i augmentent lorsque la surface devient plus grossière (de P800 à P360) à l'exception de P240 ou la valeur de r_{c1} est supérieure à celle de P220. Ceci se trouve compensé par une faible valeur de σ_1' et même de l'écart type de la dérivée global. On note également que les valeurs de σ_1' , σ_2' et σ_3' sont supérieures à 0,25 donc le modèle du chapitre 3 ne peut pas être utilisé en principe pour ces échantillons.

Cependant, en supposant que les tendances dégagées au chapitre 3 restent vraies au-delà de 0,25, compte tenu de l'augmentation globale de la longueur de corrélation et de l'écart type de la dérivée des h_i , on peut prévoir une augmentation du contraste entre P800 et P150.

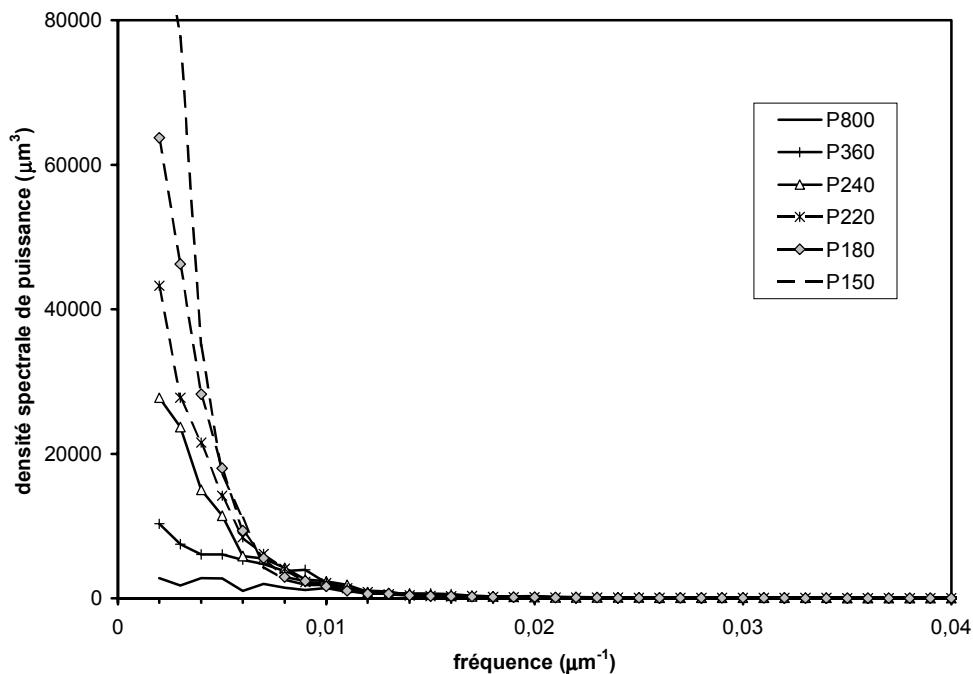


Figure 5.3 : Dsp des surfaces simples

Tableau 5.1 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces simples : couples (σ_b , r_{ci})

Nombre d'échelles N_t	Echantillon	(σ_1 ; r_{c1}) (μm)	(σ_2 ; r_{c2}) (μm)	(σ_3 ; r_{c3}) (μm)	R^2
2	P800	(6,68 ; 28,88)	(3,10 ; 11,65)		0,9281
2	P360	(11,25 ; 38,60)	(3,29 ; 14,36)		0,9806
2	P240	(14,33 ; 79,40)	(10,24 ; 33,48)		0,9959
3	P220	(17,16 ; 71,44)	(8,82 ; 35,30)	(2,15 ; 9,85)	0,9988
3	P180	(22,57 ; 84,60)	(9,22 ; 38,86)	(2,58 ; 12,81)	0,9998
3	P150	(32,90 ; 149,53)	(21,27 ; 75,44)	(6,58 ; 26,04)	0,9994

Tableau 5.2 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces simples : valeurs des σ_i'

Nombre d'échelles N	Echantillon	σ_1'	σ_2'	σ_3'	$\sqrt{\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2}$	R²
2	P800	0,3269	0,3762		0,4984	0,9281
2	P360	0,4120	0,3238		0,5240	0,9806
2	P240	0,2552	0,4327		0,4349	0,9959
3	P220	0,3397	0,3533	0,3088	0,5793	0,9988
3	P180	0,3774	0,3356	0,2849	0,5798	0,9998
3	P150	0,3112	0,3988	0,3576	0,6195	0,9994

1.1.1.2 Surfaces complexes

Les dsp sont calculées sur la bande spectrale correspondant à la microtexture (2-500 µm), la macrotexture étant caractérisée indépendamment (cf. paragraphe 1.2). Les figures 5.4 et 5.5 illustrent les résultats.

Nous effectuons, comme précédemment, les ajustements pour N_t égal à 1, 2, 3, 4 et 5. Le test de Fisher montre que l'on peut s'arrêter à N_t égal à 4 au seuil de signification de 5%. Les résultats sont présentés aux tableaux 5.3 et 5.4. Les valeurs de R^2 permettent de dire que l'ajustement utilisé pour modéliser la dsp est satisfaisant.

On note que certaines valeurs de σ_i' sont supérieures à 0,25, en particulier dans le cas du pays de galles qui présente un profil plus sinueux que le chateaupanne comme nous l'avons vu au chapitre 4. Dans le cas du chateaupanne, la surface est caractérisée par des variations de hauteur dominantes plus lentes associées à une variation locale fine. Nous faisons l'hypothèse que les tendances dégagées au chapitre 3 restent valables asymptotiquement pour le pays de galles. Il en est de même pour la quatrième échelle de texture des échantillons chateaupanne et panne 1 à panne 5. Cela concerne les échelles de texture fines qui peuvent être moins bien résolues du fait du pas d'échantillonnage des profils (1 µm).

Nous comparons pour chaque groupe d'échantillons et pour chaque échelle h_i les variations de (σ_i, r_{ci}) mais, avant cela, nous rappelons les tendances observées au chapitre 3 pour le contraste τ en présence de macrotexture (pour $\sigma_a = 0,07$) :

- si $r_c \nearrow$, $\tau \searrow$
- si $r_c > 12 \mu\text{m}$ et $\sigma \nearrow$, $\tau \nearrow$
- si $r_c \leq 12 \mu\text{m}$ et $\sigma \nearrow$, $\tau \searrow$

Groupe 1 (chateaupanne et pays de galles) :

- échelles 1 et 2 : on note que la longueur de corrélation r_{c1} est plus importante pour le pays de galles. Par contre, on observe la tendance inverse pour les écarts types des hauteurs σ_1 et σ_2 en proportion largement plus importante. L'effet de l'écart type est prédominant et contribue à une augmentation du contraste de chateaupanne à pays de galles.

- échelle 3 : la longueur de corrélation r_{c3} et l'écart type σ_3 augmentent entre chateaupanne et pays de galles donc h_3 tend à augmenter également le contraste.
- échelle 4 : on observe la même tendance que pour l'échelle 3 mais la longueur de corrélation est inférieure à 12 µm donc l'augmentation de l'écart type tendrait à diminuer le contraste. Cependant, les valeurs de σ_4 sont élevées donc l'effet de la variation de la longueur de corrélation doit être prédominant. Ceci tend à augmenter le contraste pour le pays de galles.

En conclusion, le contraste obtenu sur le pays de galles doit être supérieur à celui obtenu sur le chateaupanne.

Groupe 2 (panne 1 à panne 5) :

On note que les variations de panne 1 à panne 2 ne suivent pas la même tendance que celle de panne 2 à panne 5. Deux hypothèses peuvent être soulevées :

Premièrement, l'échantillon panne 1 n'a pas subi le processus d'usure et ce dernier peut avoir introduit un décalage entre les échantillons usés et l'échantillon non usé : le premier cycle d'usure a pu supprimer les éléments friables ou peu solidaires et dégager de nouvelles aspérités du matériau qui sont ensuite polies aux stades d'usure suivants. Cette tendance n'est pas corroborée par les variations du coefficient de frottement R_p .

Deuxièmement, les profils effectués sur les surfaces du groupe 2 sont au nombre de 5 par échantillon contre 15 pour les surfaces du groupe 1. Il est possible que les relevés ne soient pas suffisamment nombreux pour traduire de manière satisfaisante les variations de texture très fines qui apparaissent entre panne 1 et panne 2 (1 cycle d'usure).

Nous examinons également ce point avec les variations des quantificateurs de speckle.

- échelle 1 : on observe une augmentation de l'écart type σ_1 et de la longueur de corrélation r_{c1} entre panne 1 et panne 2 et globalement la tendance inverse entre panne 2 et panne 5 à l'exception de panne 3. L'estimation des paramètres de cette échelle souffre d'un manque de précision lié au filtrage qui est cependant nécessaire pour éviter d'interpréter la forme superficielle des granulats en termes de microtexture. Sur la base de ces variations de texture, on en déduit que le contraste doit augmenter entre panne 1 et panne 2 puis décroître globalement entre panne 2 et panne 5.
- échelle 2 : entre panne 1 et panne 2, il apparaît également une augmentation de r_{c2} et de σ_2 suivie d'une diminution de la valeur des paramètres entre panne 2 et panne 5. On conclut, comme pour l'échelle 1, que l'échelle 2 tend à faire croître le contraste entre panne 1 et panne 2 puis à le faire décroître entre panne 2 et panne 5.
- échelle 3 : les mêmes tendances restent observées pour l'échelle 3 que pour l'échelle 2 à l'exception de panne 4 pour lequel r_{c3} et σ_3 sont légèrement inférieurs aux valeurs pour panne 5. Cela reste cependant peu significatif. On conclut sur une même influence de l'échelle 3 sur le contraste que l'échelle 2.
- échelle 4 : on observe les mêmes tendances que pour l'échelle 2 mais la longueur de corrélation r_{c4} est inférieure à 12 µm. Comme pour les échantillons du groupe 1, on fait l'hypothèse que les effets de la longueur de corrélation sont prédominants. De ce fait l'échelle 4 tendrait également à faire croître le contraste entre panne 1 et panne 2 puis à le faire décroître entre panne 2 et panne 5.

En conclusion, les variations de texture des échantillons du groupe 2 tendent à montrer que le contraste obtenu entre panne 2 et panne 5 doit diminuer. La tendance inverse doit être observée entre panne 1 et panne 2.

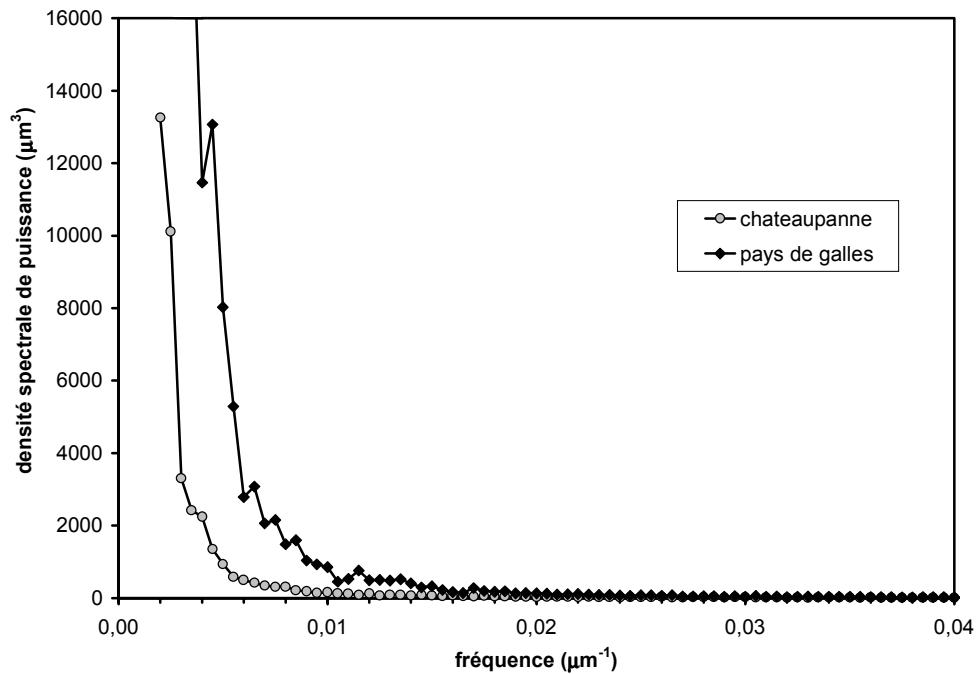


Figure 5.4 : Dsp des surfaces complexes du groupe 1

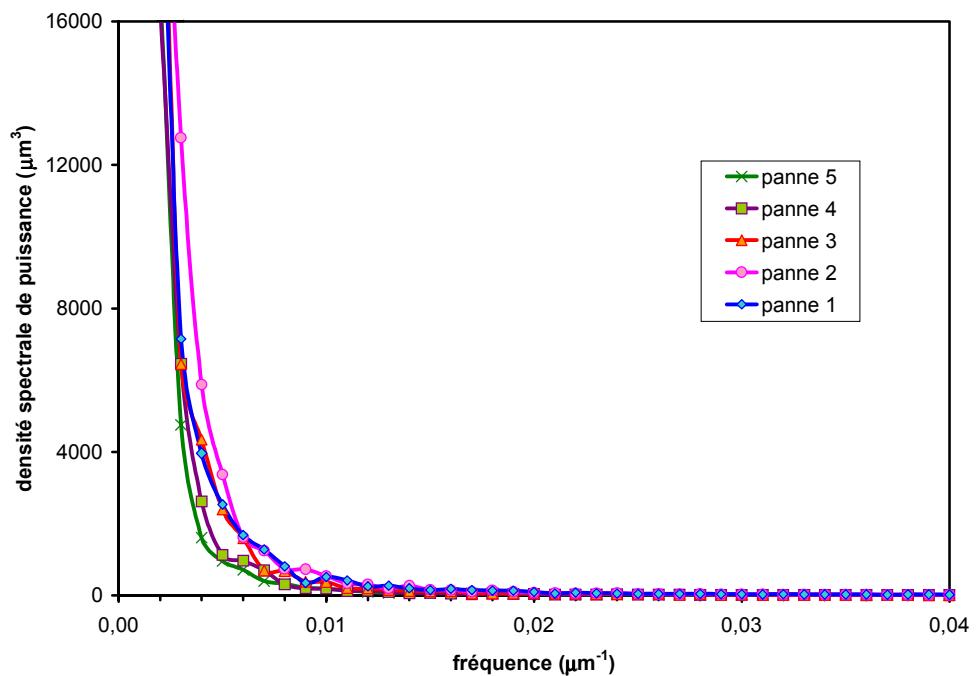


Figure 5.5 : Dsp des surfaces complexes du groupe 2

Tableau 5.3 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces complexes : couples (σ_i , r_{ci})

Nombre d'échelles N_t	Echantillon	(σ_1 ; r_{c1}) (μm)	(σ_2 ; r_{c2}) (μm)	(σ_3 ; r_{c3}) (μm)	(σ_4 ; r_{c4}) (μm)	R^2
4	chateau-panne	(10,86 ; 157,25)	(3,82 ; 56,35)	(1,68 ; 16,76)	(1,21 ; 5,16)	0,9802
	pays de galles	(30 ; 123,12)	(7,54 ; 49,56)	(4,07 ; 21,72)	(1,92 ; 6,62)	0,9960
4	panne 1	(8,82 ; 148,94)	(6,95 ; 63,69)	(3,45 ; 22,25)	(1,77 ; 6,20)	0,9989
	panne 2	(12 ; 134,58)	(7,55 ; 79,84)	(4,49 ; 35,24)	(2,44 ; 11,23)	0,9998
	panne 3	(7,33 ; 114,65)	(6,46 ; 72,89)	(3,40 ; 33,77)	(1,87 ; 9,58)	0,9971
	panne 4	(11,47 ; 152,52)	(4,96 ; 58,25)	(1,75 ; 18,18)	(1,27 ; 5,23)	0,9997
	panne 5	(10,52 ; 155,96)	(4,06 ; 56,32)	(1,85 ; 18,61)	(1,15 ; 4,84)	0,9908

Tableau 5.4 : Résultats de l'approximation des dsp des surfaces complexes : valeurs des σ_i'

Nombre d'échelles N_t	Echantillon	σ_1'	σ_2'	σ_3'	σ_4'	$\sqrt{\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2}$	R^2
4	chateau-panne	0,0976	0,0959	0,1420	0,3315	0,1972	0,9802
	pays de galles	0,3446	0,2127	0,2650	0,4104	0,4840	0,9960
4	panne 1	0,0838	0,1542	0,2194	0,4046	0,2809	0,9989
	panne 2	0,1261	0,1337	0,1801	0,3075	0,2573	0,9998
	panne 3	0,0904	0,1253	0,1424	0,2764	0,2101	0,9971
	panne 4	0,1063	0,1205	0,1356	0,3429	0,2102	0,9997
	panne 5	0,0954	0,1020	0,1408	0,3352	0,1983	0,9908

1.1.2 Distribution des hauteurs

En supposant que la microtexture peut être décomposée en N_t textures indépendantes, nous dérivons l'expression de la densité de probabilité qui est le produit de convolution des densités de probabilité des h_i [Goodman, 1985].

$$p_h^{(1)}(h) = *_{i=1}^N p_{h_i}^{(1)}(h)$$

Comme au chapitre 3, nous faisons l'hypothèse que la densité de probabilité des h_i est gaussienne. Il s'ensuit que la densité de probabilité de h doit être gaussienne également.

$$p_h^{(1)}(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}}$$

où

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N_t} \sigma_i^2$$

L'histogramme des hauteurs est calculé à partir des relevés profilométriques après filtrage. Nous étudions la possibilité d'approcher les distributions obtenues par des gaussiennes.

1.1.2.1 Surfaces simples

Nous calculons l'histogramme des hauteurs à partir des profils sur la bande spectrale 4-1000 µm avec 121 classes entre -60 et 60 µm.

Parallèlement, nous calculons différents paramètres profilométriques définis ci-après (nous notons z_i la variation de hauteur centrée relevée au point de mesure i et L le nombre de points de la longueur de base du profil). Les résultats sont présentés au tableau 5.5.

- L'écart arithmétique moyen des valeurs absolues des variations de hauteur (ou CLA pour centerligne average) est noté R_a

$$R_a = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |z_i|$$

- L'écart quadratique moyen des variations de hauteur constitue un estimateur de l'écart type des hauteurs. Il est désigné par le symbole R_q

$$R_q = \left[\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L z_i^2 \right]^{1/2}$$

Lorsqu'une surface présente une distribution des hauteurs gaussienne, la relation entre R_a et R_q est donnée par l'équation suivante :

$$R_a = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} R_q$$

soit

$$R_q \approx 1,253 R_a$$

Avec une distribution asymétrique, la relation peut changer.

Dans le cas des surfaces simples, le rapport entre R_q et R_a varie entre 1,229 et 1,271. Par ailleurs, le paramètre R_q augmente entre P800 et P150.

- Le facteur d'asymétrie ou skewness caractérise le degré d'asymétrie de la distribution des hauteurs par rapport au niveau moyen. Il est défini par l'expression suivante :

$$S_k = \frac{1}{R_q^3} \left(\frac{1}{L} \right) \sum_{i=1}^L z_i^3$$

Ce paramètre est nul pour une distribution gaussienne centrée. Si, par exemple, la surface comporte des pics très aigus par endroit et reste par ailleurs lisse, le paramètre prendra une valeur négative.

Pour les surfaces simples, on obtient une valeur légèrement positive de S_k . Cela est dû au procédé utilisé pour effectuer les relevés de profils. En effet, les profilomètres tactiles suivent moins bien les altitudes négatives que les altitudes positives.

- Le kurtosis constitue un indicateur du degré d'aléatoire des variations de hauteur : il caractérise l'absence de périodicité. Il est calculé pour la rugosité par l'expression suivante :

$$E_k = \frac{1}{R_q^4} \left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L z_i^4 \right)$$

Pour une surface de distribution des hauteurs gaussienne, le kurtosis est égal à 3. Si la distribution des hauteurs est moins plate (les hauteurs sont essentiellement concentrées autour de la valeur moyenne), la valeur du kurtosis est inférieure à 3.

Les valeurs du kurtosis obtenues sur les surfaces simples sont proches de la valeur 3 à 10% près.

Tableau 5.5 : Coefficients profilométriques des surfaces simples

Echantillon	R_a (μm)	R_q (μm)	R_q / R_a	S_k	E_k
P800	5,47	6,84	1,25	0,21	2,97
P360	8,38	10,53	1,257	0,39	3,06
P240	11,21	14,13	1,260	0,42	3,05
P220	12,99	15,97	1,229	0,29	2,78
P180	14,65	18,55	1,266	0,27	3,28
P150	16,60	21,10	1,271	0,16	3,18

Nous avons testé l'approximation des distributions des hauteurs par une loi normale centrée d'écart type estimé par le paramètre R_q . Les résultats des approximations sont illustrés à la figure 5.6 et 5.7.

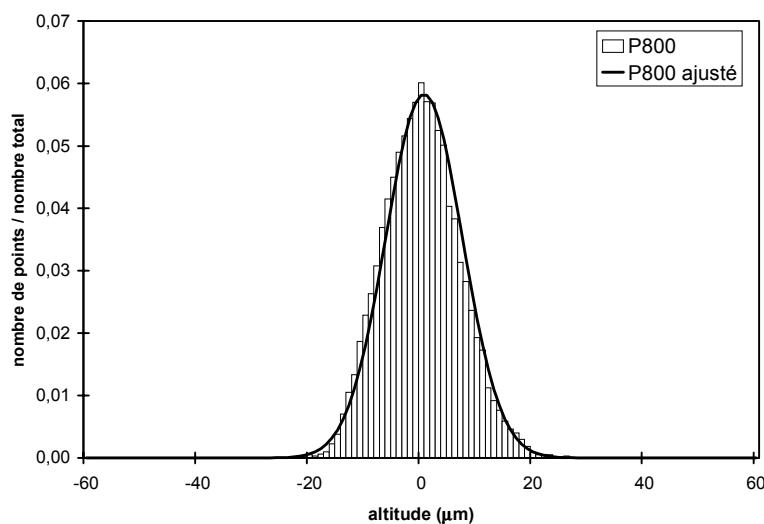


Figure 5.6 : Histogramme des hauteurs des surfaces simples (P800)

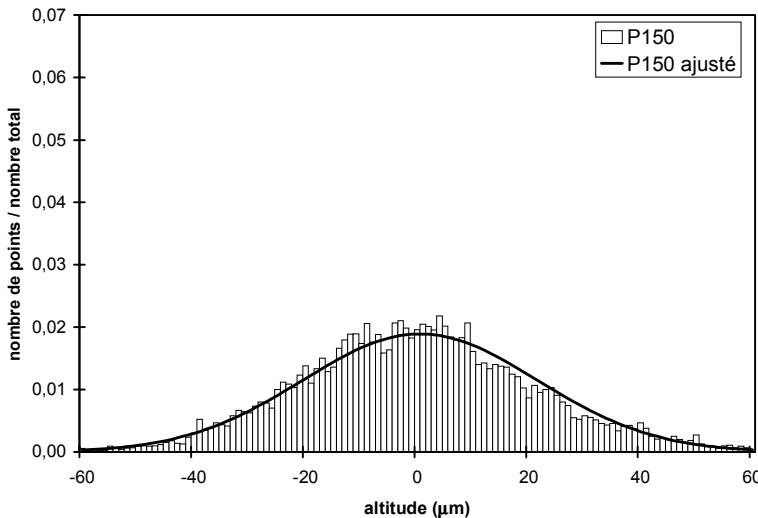


Figure 5.7 : Histogramme des hauteurs des surfaces simples (P150)

Nous avons effectué un test du khi-deux pour jauger la qualité de l'ajustement de la distribution des hauteurs expérimentale avec une loi normale. Il apparaît que le modèle peut être considéré comme plausible pour toutes les surfaces simples au seuil de signification de 5%.

On notera également que les valeurs de R_q obtenues ici sont inférieures à la racine de la somme des carrés des écarts types obtenus par ajustement de la dsp. En fait, nous avons calculé l'écart type des variations de hauteur de la bande spectrale 4-1000 μm . Il est donc raisonnable d'obtenir une valeur inférieure à l'écart type global.

1.1.2.2 Surfaces complexes

Comme précédemment, nous calculons l'histogramme des hauteurs des relevés après filtrage, sur la bande spectrale 2-500 μm et nous évaluons les paramètres profilométriques R_a , R_q , S_k et E_k . Le tableau 5.6 illustre les résultats des calculs de coefficients profilométriques.

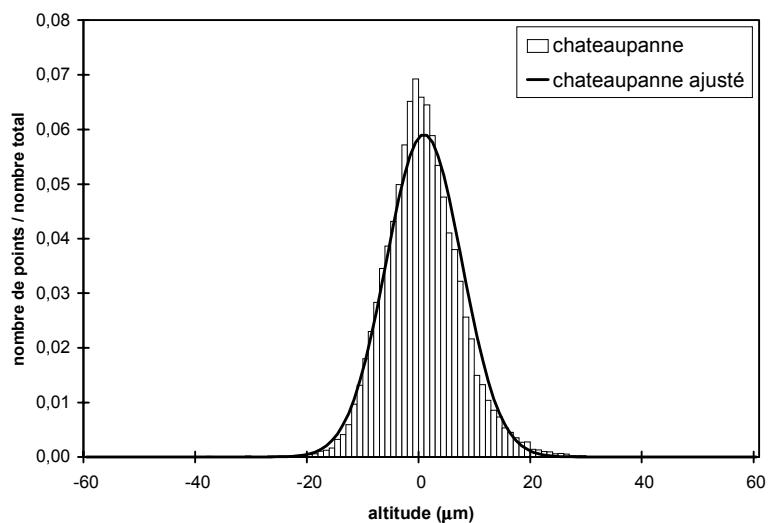
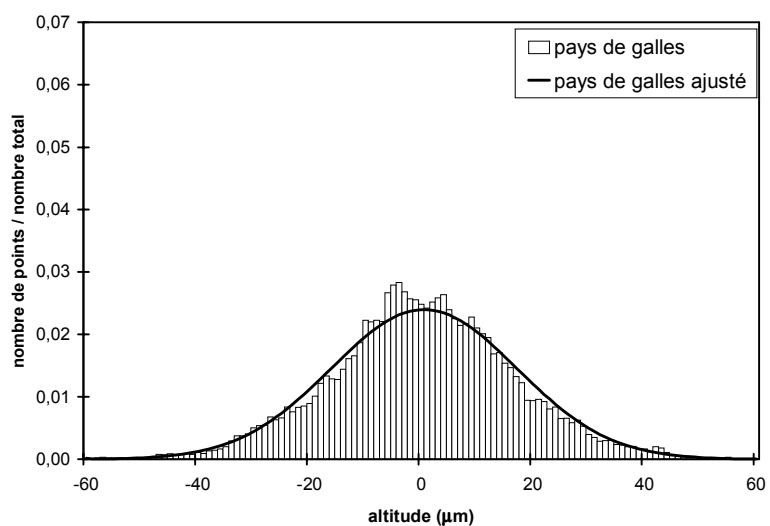
On note que l'écart type est plus important pour le pays de galles que pour le chateaupanne. En ce qui concerne le groupe 2, l'écart type augmente entre l'échantillon panne 1 et l'échantillon panne 2 puis décroît ensuite des échantillons panne 3 à panne 5.

Le rapport de R_q et de R_a varie, pour les surfaces complexes, entre 1,291 et 1,350. Par ailleurs, le kurtosis est très supérieur à 3. Ceci signifie que les distributions des hauteurs sont de forme plus plate qu'une gaussienne. Nous concluons que l'approximation d'une distribution des hauteurs gaussienne est moins satisfaisante dans le cas des surfaces complexes que dans le cas des surfaces simples.

Comme pour les surfaces simples, nous testons la possibilité d'approcher l'histogramme des hauteurs avec une loi normale centrée d'écart type estimé au moyen de R_q . Les figures 5.8 et 5.9 illustrent les résultats obtenus. Le test du khi-deux permet de conclure que le modèle peut toutefois être considéré comme plausible pour toutes les surfaces complexes au seuil de signification de 5%.

Tableau 5.6 : Coefficients profilométriques des surfaces complexes

Echantillon	R_a (μm)	R_q (μm)	R_q / R_a	S_k	E_k
chateaupanne	5,18	6,75	1,303	0,33	4,21
pays de galles	12,89	16,64	1,291	-0,12	3,87
panne 1	6,92	9,34	1,350	-0,35	5,31
panne 2	8,26	10,89	1,318	-0,19	3,85
panne 3	7,30	9,62	1,318	0,01	4,62
panne 4	6,03	7,95	1,318	0,11	4,81
panne 5	5,71	7,68	1,345	0,23	4,98

*Figure 5.8 : Histogramme des hauteurs des surfaces complexes (chateaupanne)**Figure 5.9 : Histogramme des hauteurs des surfaces complexes (pays de galles)*

1.2 Macrotexture

Dans le cas des surfaces complexes, la microtexture se superpose à la macrotexture, qui est étudiée dans ce paragraphe. Nous examinons dans un premier temps, la distribution des hauteurs qui nous permet de définir l'altitude moyenne de la face supérieure des granulats. Nous étudions ensuite la distribution des pentes sur les zones superficielles des granulats où les images de speckle sont exploitées.

1.2.1 Distribution des hauteurs

Les histogrammes des hauteurs sont calculés sur les relevés de macrotexture après centrage par rapport au plan moyen. Les histogrammes présentent un pic vers les fortes altitudes correspondant aux faces supérieures des granulats. En effet, nous avons vu au chapitre 4, que les granulats sont orientés sur leur face la plus plane dans les moules de sorte que cette face se trouve dirigée vers le haut de l'échantillon. Les faces supérieures des granulats se trouvent de ce fait, par fabrication, à une même altitude. L'altitude moyenne de la face supérieure des granulats peut, par contre, varier d'un échantillon à l'autre en fonction du degré de pénétration de la mousse de polyuréthane dans le sable.

Des pics secondaires sont observés vers les altitudes négatives, correspondant au niveau moyen du liant. Le liant occupe une portion de la surface moins importante que les granulats et son niveau peut varier en fonction de la forme et du volume des interstices entre les granulats.

Nous relevons les altitudes moyennes des faces supérieures des granulats pour les deux relevés. Cette donnée est utilisée au paragraphe suivant.

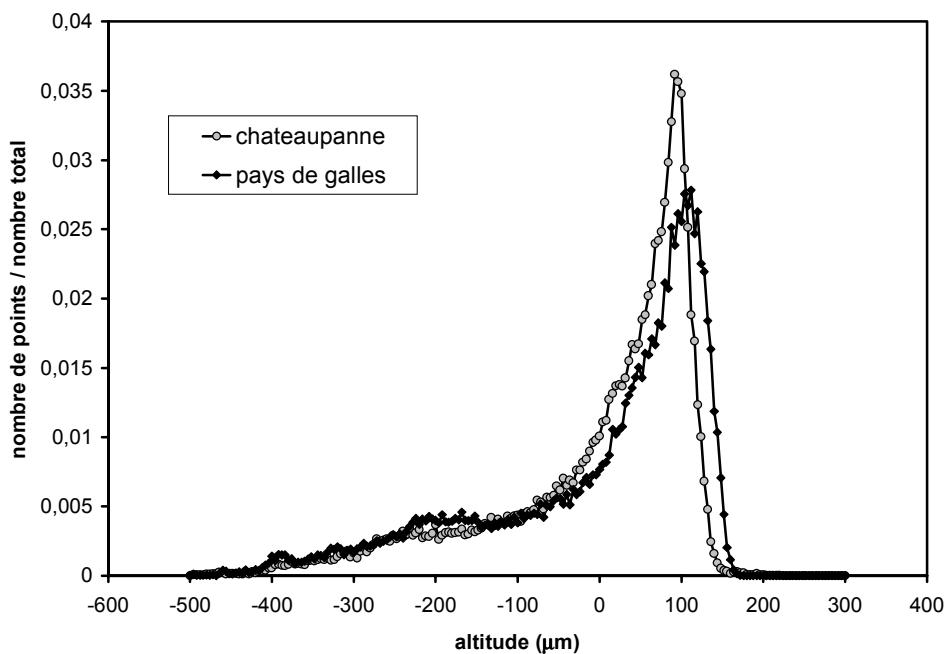


Figure 5.10 : Distribution des hauteurs de la macrotexture

1.2.2 Distribution des pentes

Nous calculons les pentes locales de la macrotexture selon les deux axes Δx et Δy en utilisant les définitions suivantes :

$$a_{i,j+1}^x = (z_{i,j+2} - z_{i,j}) / 2p$$

$$a_{i+1,j}^y = (z_{i+2,j} - z_{i,j}) / 2p$$

où p est le pas d'échantillonnage des profils ($250 \mu\text{m}$) et $z_{i,j}$ est l'altitude au point d'échantillonnage (i, j).

Dans l'exploitation des figures de speckle, nous tiendrons compte uniquement des zones de l'image correspondant aux granulats car nous souhaitons caractériser la microtexture des granulats. Par conséquent, nous calculons l'histogramme des pentes situées dans la zone de mise au point : nous connaissons l'altitude moyenne des granulats z_{moy} (plan de mise au point) et la profondeur de champ du système de prise de vue ($256 \mu\text{m}$) ; dans le calcul de l'histogramme, nous prenons alors en compte les pentes aux points où l'altitude vérifie :

$$|z_{i,j} - z_{\text{moy}}| < 256 \mu\text{m}$$

Nous calculons l'écart type des pentes. Les résultats sont présentés au tableau 5.7. L'écart type est légèrement plus important suivant les y que suivant les x . Cela peut provenir du système de positionnement des granulats par vibration qui est utilisé lors de la fabrication des échantillons.

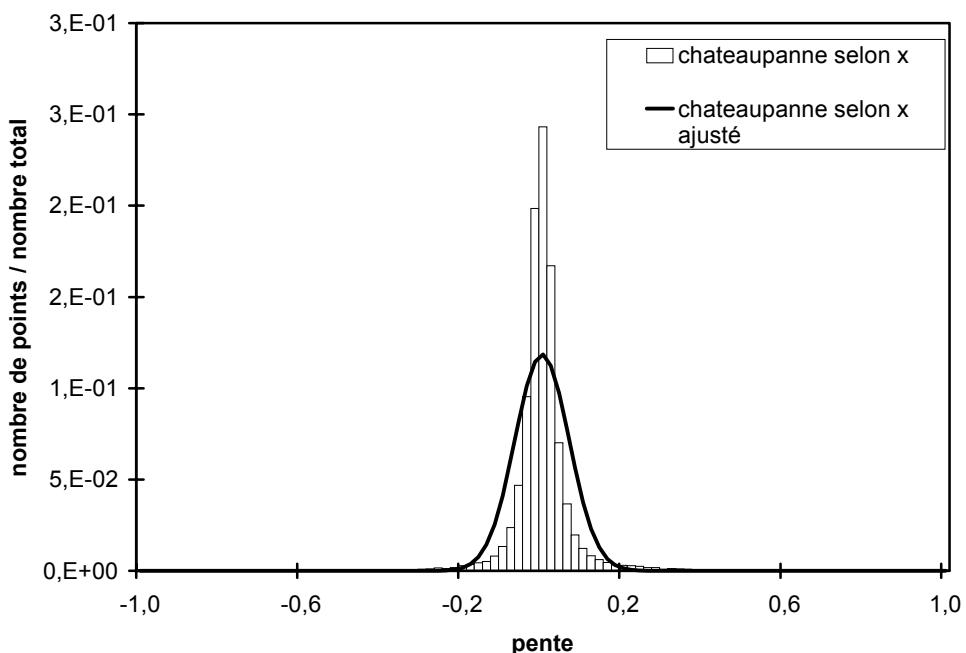


Figure 5.11 : Approximation gaussienne de la distribution des pentes de la macrotexture

Comme le montre la figure 5.11 où nous avons superposé l'histogramme calculé et une distribution normale de même écart type, l'histogramme des pentes de la macrotexture est d'allure moins plate qu'une gaussienne et ne peut être approché de manière satisfaisante par une distribution de ce type. Sur ce point, les modélisations sont donc en désaccord avec les expérimentations.

Tableau 5.7 : Ecart type des pentes de la macrotexture

Echantillon		Ecart type des pentes
chateaupanne	suivant les x	0,067
	suivant les y	0,075
pays de galles	suivant les x	0,069
	suivant les y	0,075

2. Exploitation des figures de speckle

Dans cette partie, nous exploitons les figures de speckle. Nous présentons d'abord les pré-traitements effectués : suppression du bruit de la caméra et filtrage de l'image géométrique. Puis, des estimateurs sont calculés pour caractériser les images de speckle.

2.1 Pré-traitements

Au chapitre 4, nous avons mis en évidence les pré-traitements à réaliser sur les images de speckle : il faut s'affranchir des bruits de mesure (bruit de la caméra) et filtrer les informations qui ne relèvent pas du phénomène de speckle (image géométrique).

2.1.1 Suppression du bruit de la caméra

Comme indiqué au paragraphe 2.3 du chapitre 4, le bruit de la caméra se superpose additivement aux images brutes. Nous avons adopté une démarche expérimentale permettant d'enregistrer au moment des expérimentations une cartographie du bruit. Une méthode simple pour s'en affranchir consiste alors à soustraire point à point l'image du bruit $N_{\text{bruit}}(i, j)$ aux images brutes $N(i, j)$:

$$N_{\text{corr}}(i, j) = N(i, j) - N_{\text{bruit}}(i, j)$$

Cette opération permet de s'affranchir par la même occasion de l'offset de la carte d'acquisition de la caméra. Les niveaux de gris de l'image après suppression du bruit sont donc directement proportionnels à l'intensité enregistrée par les photoéléments.

2.1.2 Filtrage de l'image géométrique

D'une manière générale, on désigne par "image géométrique" l'image que l'on aurait de la surface en l'absence de phénomène de speckle. De nombreux travaux ont été mis en œuvre pour étudier le comportement relatif de l'image géométrique et du speckle dans un but de filtrage de ce dernier [TUR, 1982] [APRIL, 1984]. Dans le cas présent, nous nous proposons de faire l'inverse. Nous souhaitons extraire les grains de speckle et éliminer l'image géométrique.

2.1.2.1 Principe du filtrage

Nous définissons l'image géométrique comme les variations spatiales des propriétés de rétrodiffusion de la surface : le coefficient de rétrodiffusion R qui avait été supposé constant et égal à 1 au chapitre 3 est variable sur la surface des échantillons, en particulier dans le cas des surfaces complexes. Nous exprimons l'intensité lumineuse enregistrée par le pixel j , $I'(j)$ qui remplace $I(j)$ au chapitre 3 lorsque R varie sur la surface :

$$I'(j) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{A^2}{C} + C \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} R(-\xi/g + \Delta x) R^*(-\xi/g + \Delta x') \dots \\ \dots e^{ik(\Phi(\Delta x) - \Phi(\Delta x'))} d\Delta x d\Delta x'$$

Nous faisons l'hypothèse que R varie lentement par rapport aux dimensions du photoélément. On peut faire l'approximation suivante :

$$I'(j) \cong \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{A^2}{C} + C \right)^2 \left| R(-\xi_j/g) \right|^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{ik(\Phi(\Delta x)-\Phi(\Delta x'))} d\Delta x d\Delta x'$$

soit

$$I'(j) \cong \left| R(-\xi_j/g) \right|^2 I(j) \quad (5.4)$$

L'image géométrique conduit à des variations importantes de R comme le montrent les images de speckle obtenues sur les surfaces complexes, dont certaines sont présentées au chapitre 4. Il n'est pas envisageable d'estimer les caractéristiques de R car cela nécessiterait un nombre très important d'images. C'est la raison pour laquelle, on traite le paramètre R comme une non-stationnarité de la surface. L'approche pour filtrer l'image géométrique consiste alors à définir un voisinage sur lequel on calcule la valeur moyenne de l'image en chaque point.

$$G(j) = \frac{1}{2v+1} \sum_{l=j-v}^{j+v} I(l)$$

Si le voisinage $(2v+1)$ est choisi de façon à ce que les conditions suivantes soient vérifiées :

- R est constant sur le voisinage,
- $\langle I(j) \rangle$ est constant sur le voisinage,

on a alors :

$$G(j) \cong \left| R(-\xi_j/g) \right|^2 \langle I(j) \rangle$$

On obtient ainsi, avec $G(j)$, une estimation de l'image géométrique. L'image géométrique est un bruit multiplicatif comme l'indique l'expression (5.4). Il convient alors de diviser l'image de départ par l'image géométrique obtenue par moyennage.

On notera également que les variations de l'intensité lumineuse dans l'image de speckle après filtrage de l'image géométrique ne s'expriment plus en niveaux de gris mais sont données par des valeurs continues de moyenne égale à 1.

Au paragraphe suivant, nous discutons du choix du voisinage de calcul pour l'estimation de l'image géométrique. Un compromis doit être trouvé entre :

- la capacité de détection des grains de speckle qui augmente lorsque le voisinage augmente
- le filtrage de l'image géométrique qui est amélioré lorsque le voisinage est petit comme l'indiquent les conditions énoncées précédemment.

2.1.2.2 Définition du voisinage de calcul de l'image géométrique

Pour définir les dimensions du voisinage $(2v+1)$ défini au paragraphe précédent, on doit tenir compte de deux facteurs :

- les caractéristiques des surfaces qui conditionnent les variations de R

- les variations de $\langle I(j) \rangle$

La largeur des photoéléments ramenée dans le plan objet est donnée par :

$$L = 2L_e/g$$

où $2L_e$ est la largeur du photoélément ($17 \mu\text{m}$) et g est le grossissement du système de prise de vue (0,48). Soit

$$L = 35,4 \mu\text{m}$$

En ce qui concerne les caractéristiques des surfaces, l'image géométrique est relativement peu importante sur les surfaces simples. Par conséquent, on examine les hétérogénéités des surfaces complexes, plus particulièrement, celles du pays de galles. Les cristaux de quartz du pays de galles sont de diamètre compris entre $50 \mu\text{m}$ et $1000 \mu\text{m}$. Leur diamètre moyen vaut $500 \mu\text{m}$. Cette valeur nous servira de référence.

Pour que le voisinage soit inférieur aux hétérogénéités du pays de galles, le nombre de pixels du voisinage doit donc être inférieur ou égal à 14 ($v < 7$). Le diamètre moyen du grain de speckle est inférieur aux dimensions du photoélément (cf. chapitre 4). Par conséquent, pour extraire les grains de speckle de dimensions supérieures à celles du photoélément, le voisinage doit faire au minimum 3 pixels de côté ($v \geq 1$).

d'où

$$1 \leq v < 7$$

Pour définir le voisinage, on doit par ailleurs tenir compte des variations spatiales de $\langle I(j) \rangle$. D'après l'équation 3.28, $\langle I(j) \rangle$ est le produit de convolution d'un sinus cardinal élevé au carré et d'une fonction dont le support varie selon les caractéristiques de texture de surface. Les variations de $\langle I(j) \rangle$ sont les plus importantes lorsque la fonction est la plus étroite, à savoir lorsque la texture est faible (σ_h petit et /ou r_c grand).

Nous simulons $\langle I(j) \rangle$ en chaque pixel pour un couple de valeurs qui satisfont à cette condition et qui ont été obtenues dans l'ajustement des dsp (($\sigma_a = 0,07$, $\sigma_h = 8,82 \mu\text{m}$, $r_c = 148,94$). Puis, nous calculons le pourcentage de variation de $\langle I(j) \rangle$ en chaque pixel sur un voisinage de $2v+1$ pixel :

$$V_l(j) = \frac{\max_{j-v \leq j \leq j+v} (I(j)) - \min_{j-v \leq j \leq j+v} (I(j))}{\text{Moy}_{j-v \leq j \leq j+v} (I(j))}$$

La figure 5.11 illustre les résultats obtenus en fonction du pixel j . On choisit un voisinage de dimension intermédiaire (7 pixels).

Les images de speckle sont traitées de la même manière suivant les x et les y : on choisit un voisinage carré de 7×7 pixels.

Par ailleurs, la suppression de l'image géométrique est effectuée, à la fois, sur les surfaces simples et sur les surfaces complexes pour permettre une comparaison directe des résultats.

Enfin, on rappelle que la suppression de l'image géométrique entraîne un redimensionnement des valeurs de l'image de speckle : après filtrage de l'image géométrique, les variations d'intensité lumineuse ne s'expriment plus en terme de niveaux de gris mais par des valeurs continues centrées autour de 1 et variant sur l'intervalle de 0 à 2 environ.

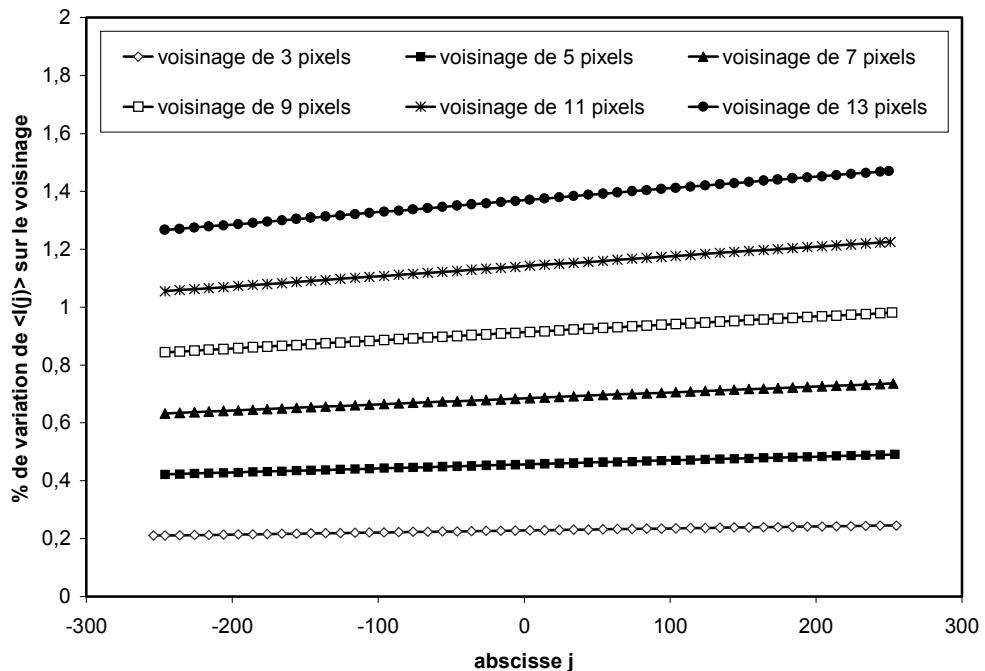


Figure 5.12 : Pourcentage de variation de $\langle I(j) \rangle$ en fonction du voisinage

2.1.2.3 Résultats

Nous présentons des exemples de résultats de filtrage de l'image géométrique sur des images de speckle pour différents échantillons (cf. figure 5.13 et 5.14).

En ce qui concerne les surfaces simples, il apparaît qu'une partie des grains de speckle sont filtrés pour les surfaces de texture les plus grossières (cf. P150). En revanche, pour les surfaces de texture fine, la détection est satisfaisante.

En ce qui concerne les surfaces complexes, le phénomène de speckle détecté s'apparente à celui des surfaces simples de texture fine sur le plan visuel. Le choix d'un voisinage plus grand risquerait d'entraîner des fausses détections de grains de speckle : avec un voisinage de 7 pixels, on détecte déjà en partie les zones claires des granulats.

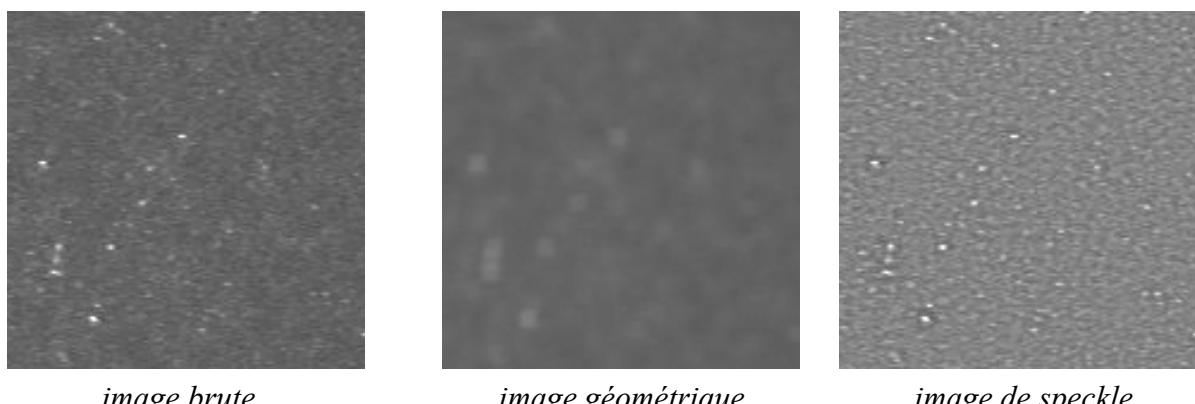


image brute

image géométrique

image de speckle

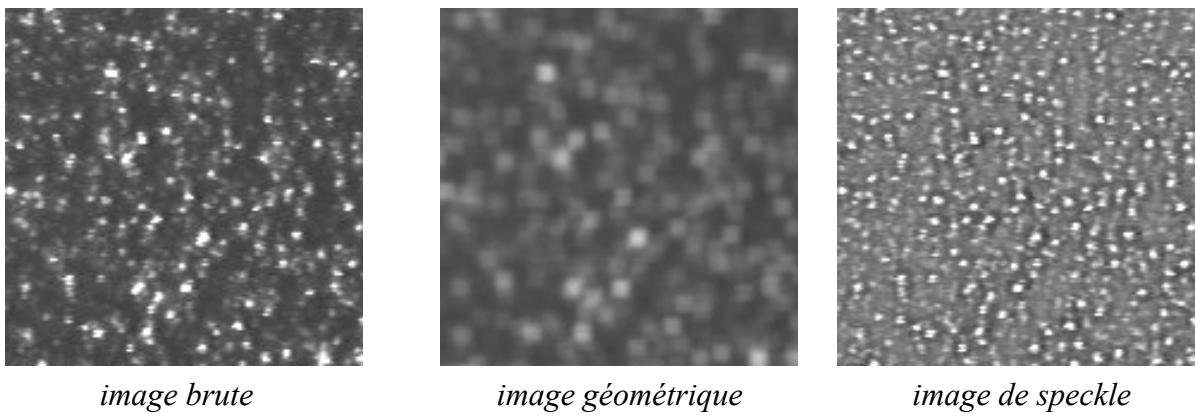


Figure 5.13 : Exemple de filtrage de l'image géométrique sur P800 et P150

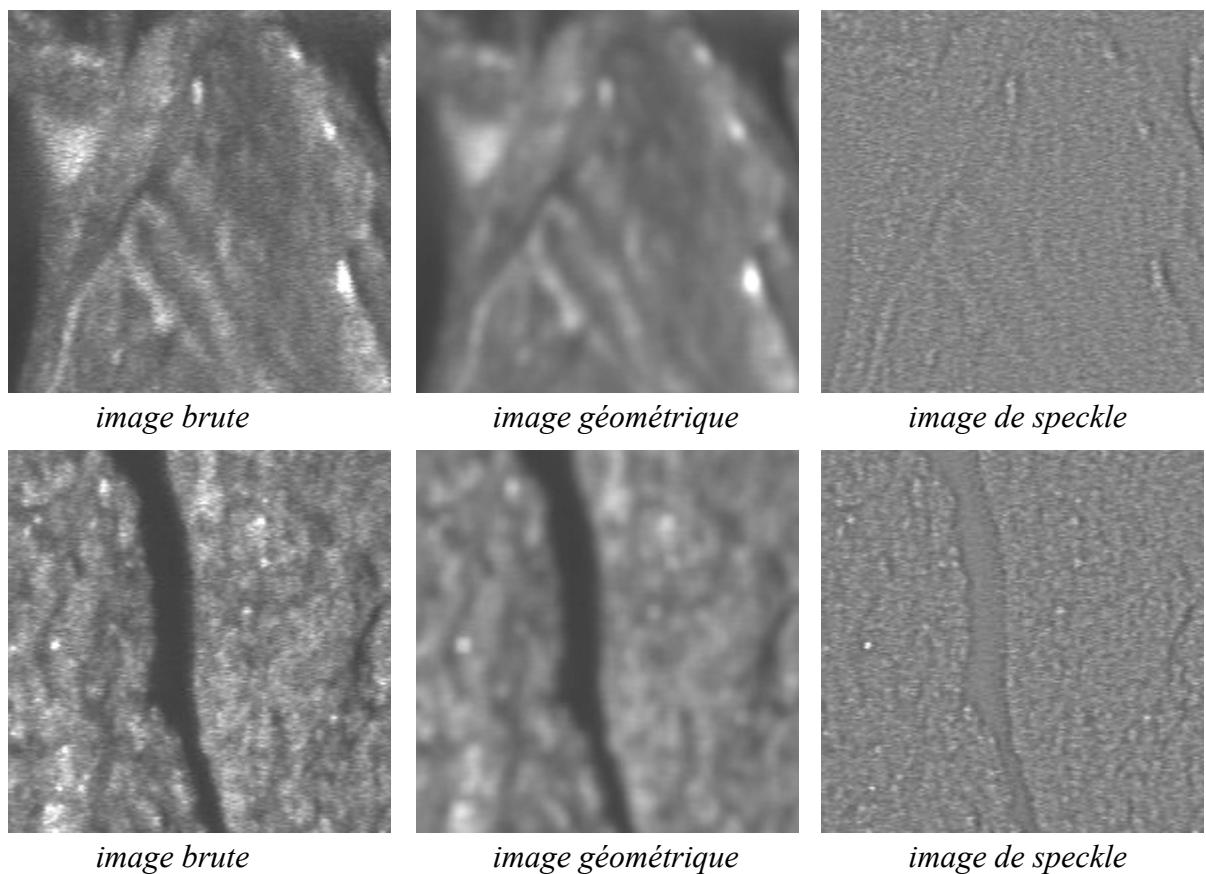


Figure 5.14 : Exemple de filtrage de l'image géométrique sur chateau panne et pays de galles

2.1.3 Détection automatique des zones d'intérêt pour les échantillons de surfaces complexes

Sur les surfaces complexes, nous exploitons **uniquement les parties des images correspondant aux granulats** car nous souhaitons caractériser la microtexture des granulats. Cette approche nous conduit à découper des parties de l'image de speckle pré-traitée que nous appellerons **imagettes** dans la suite du chapitre. Pour la détection automatique des zones "granulats", il est possible d'utiliser les outils de la morphologie mathématique [SERRA, 1988].

Ces outils utilisent des opérations ensemblistes entre l'image et une forme appelée **élément structurant**. Initialement développée pour le traitement d'images binaires, la morphologie mathématique est également applicable à l'analyse d'images en niveaux de gris, telles que les images de speckle.

La première opération de base de la morphologie mathématique est la **dilatation**. Soit f une image de support D_f et b l'élément structurant de support D_b , l'ouverture de f par b s'écrit :

$$(f \oplus b)(s, t) = \max\{f(s - x, t - y) + b(x, y) | (s - x, t - y) \in D_f; (x, y) \in D_b\}$$

La deuxième opération de base de la morphologie mathématique est l'**érosion**, qui est l'opération duale de la dilatation :

$$(f \otimes b)(s, t) = \min\{f(s - x, t - y) - b(x, y) | (s - x, t - y) \in D_f; (x, y) \in D_b\}$$

A partir de l'érosion et de la dilatation, on définit deux opérations fondamentales en morphologie mathématique :

- l'**ouverture** composée d'une érosion suivie d'une dilatation de l'image de départ
 $f \circ b = (f \otimes b) \oplus b$
- la **fermeture** qui comporte une dilatation puis une érosion de l'image de départ
 $f \bullet b = (f \oplus b) \otimes b$

Une ouverture tend à combler les creux de l'image tandis que l'ouverture conduit à supprimer les pics étroits de l'image.

Pour sélectionner les zones "granulats", on doit segmenter l'image de speckle en la simplifiant pour faire apparaître des régions approximativement uniformes, que l'on séparera du liant grâce à l'analyse de l'histogramme de leurs niveaux de gris. Le liant est clair ou très sombre dans les zones d'ombre de l'image. Avant de segmenter l'image de speckle, on effectue un filtrage morphologique avec des éléments structurants plans pour diminuer l'amplitude des variations de niveaux de gris des granulats en utilisant successivement les trois opérateurs suivants :

- une *ouverture avec reconstruction géodésique* : on effectue une ouverture de l'image avec un élément structurant carré de 7×7 pixels puis on dilate l'image ouverte avec un élément structurant de 3×3 pixels et on prend le minimum de cette image et de l'image de départ. On réitère la dilatation géodésique jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de modifications dans l'image. L'opération permet de filtrer les pics de niveaux de gris des granulats et de faire apparaître, à la place, des plateaux de niveaux de gris quasi constants.
- une *fermeture avec reconstruction géodésique* : il s'agit d'une opération similaire à la précédente. L'ouverture initiale est remplacée par une fermeture (avec un élément structurant de 9×9 pixels) et les dilatations successives par des érosions. Ce traitement conduit à combler les creux étroits des variations de niveaux de gris sur les granulats.
- une *ouverture avec reconstruction géodésique* : elle est opérée à nouveau avec un grand élément structurant de 25×25 pixels. Cette opération permet de réduire encore l'amplitude des variations de niveaux de gris des granulats (cf. figure 5.15).

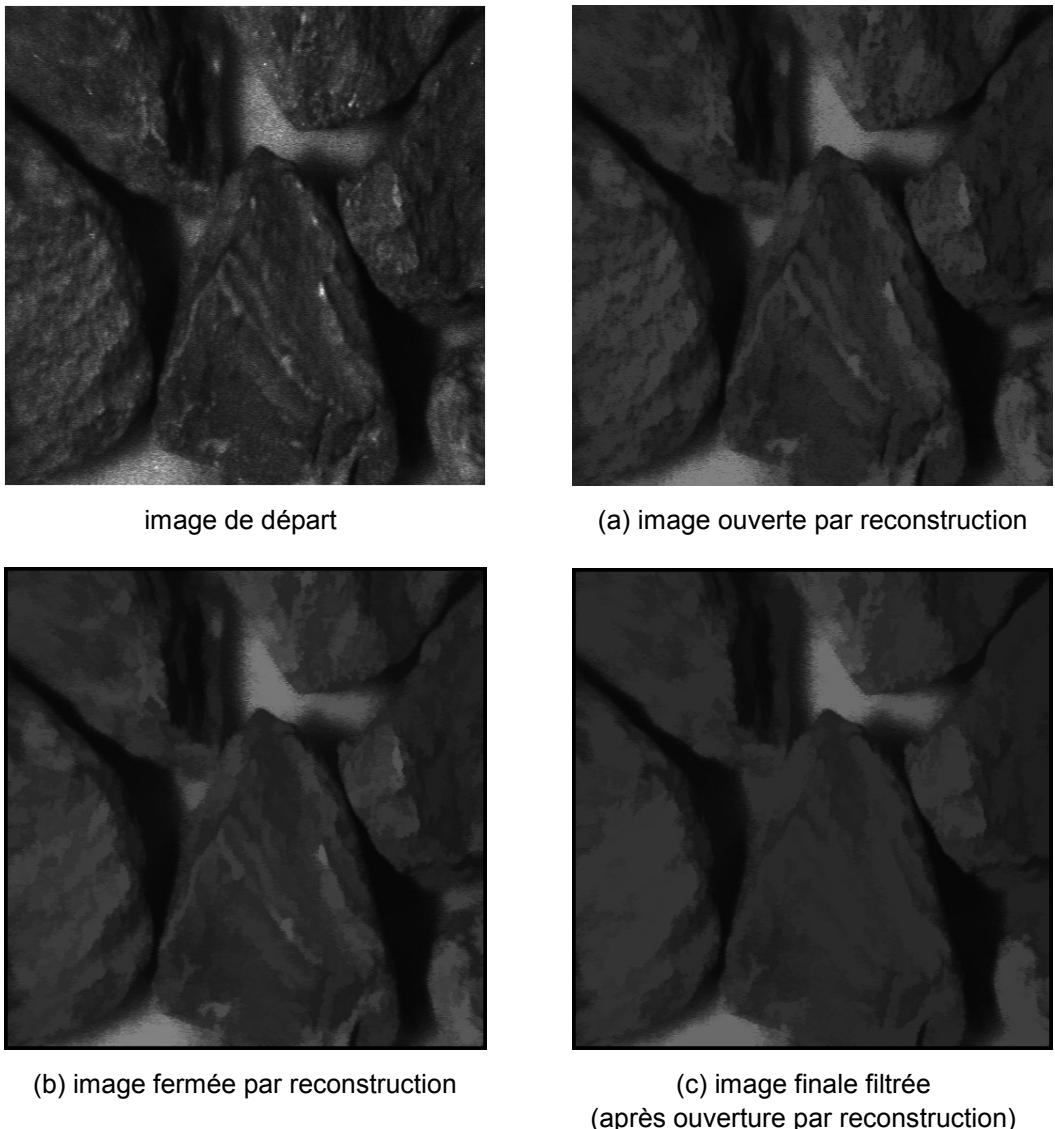


Figure 5.15 : Exemple de résultat du filtrage morphologique pour la détection automatique des zones "granulats"

On seuille ensuite l'image autour du pic central correspondant aux granulats de l'histogramme après seuillage (cf. figure 5.16). Cette opération est facilement automatisable par filtrage passe bas de l'histogramme et recherche des deux vallées qui séparent le mode central des deux modes de moindre amplitude situés de part et d'autre du mode central, et dont la fréquence est au plus égale au quart de la fréquence du mode principal. La figure 5.16 illustre le principe de ce seuillage automatique.

Sur l'image binaire obtenue par seuillage, on effectue ensuite une érosion avec un élément structurant de taille comparable à celle de l'imagette de calcul souhaitée. La figure 5.17 présente les résultats pour une imagette de 100×100 pixels. On obtient alors les positions dans les granulats où on peut inclure une imagette de la taille souhaitée.

Il reste à déterminer les composantes connexes de l'image binaire obtenue par seuillage. Leur nombre est égal au nombre de granulats dans l'image où l'on peut inclure une imagette de la taille souhaitée. On calcule enfin les coordonnées de chaque composante connexe pour obtenir automatiquement les coordonnées des centres des fenêtres d'analyse comme l'illustre la figure 5.18 sur l'image seuillée.

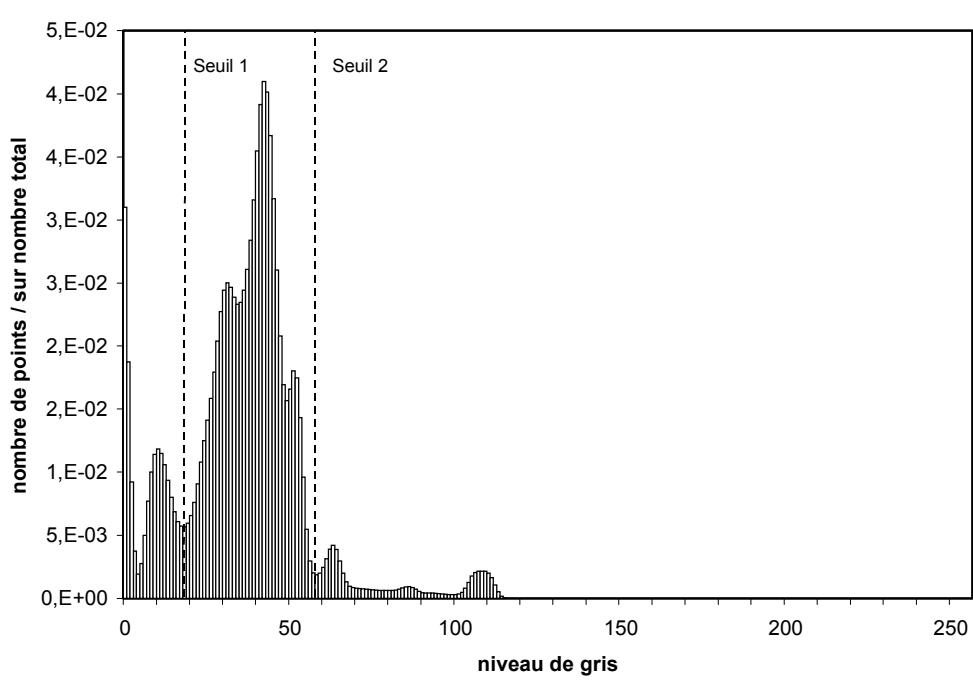
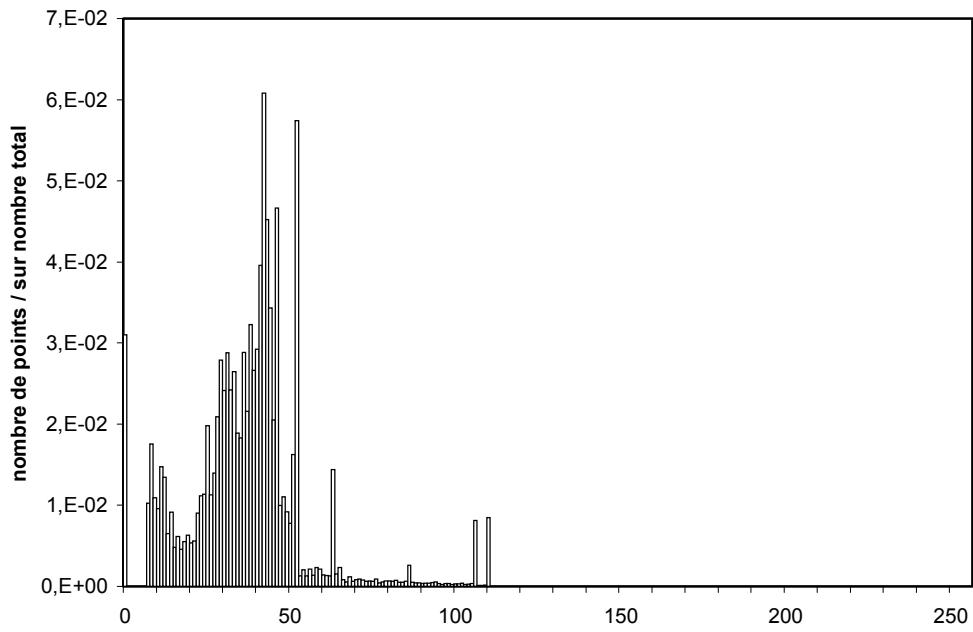


Figure 5.16 : Histogramme de l'image après filtrage

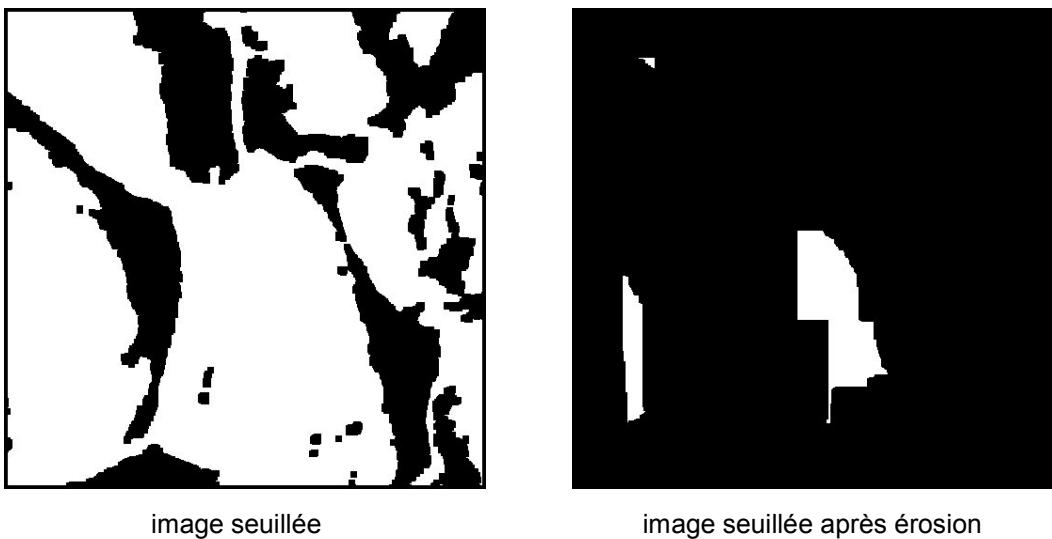


Figure 5.17 : Exemple de résultat du seuillage des zones "granulats"

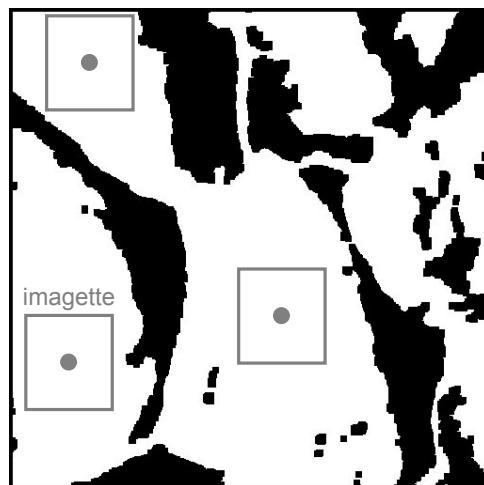


Figure 5.18 : Exemple de résultat du positionnement automatique des imagettes

2.2 Caractérisation des images de speckle

Dans cette partie, nous étudions différents quantificateurs pour caractériser les images de speckle. Les calculs sont effectués après les deux pré-traitements présentés précédemment et dans les zones d'intérêt pour les surfaces complexes.

Nous sommes amenés à étudier l'influence de la taille de l'imagette (définie au paragraphe 2.1.3) sur les résultats de calculs des quantificateurs. Nous définissons ainsi des conditions pour la classification des surfaces. Le potentiel de classification des estimateurs fait l'objet du paragraphe 3.

2.2.1 Calcul du contraste

Le contraste fait partie des descripteurs classiques du speckle comme nous l'avons vu au chapitre 2. Nous avons utilisé ce paramètre pour exploiter le modèle de speckle sur les surfaces multi-échelles, développé au chapitre 3. C'est la raison pour laquelle nous nous intéressons à ce paramètre pour exploiter les données expérimentales.

2.2.1.1 Estimateurs

Deux estimateurs différents sont utilisés pour calculer le contraste :

- $\tau_1 = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}$

avec

$$\langle I \rangle = \frac{1}{N^2} \sum \sum I_{i,j}$$

$$\sigma_I = \left(\frac{1}{N^2} \sum \sum I_{i,j}^2 - \langle I \rangle^2 \right)^{1/2}$$

- $\tau_2 = \frac{\max(I_{i,j}) - \min(I_{i,j})}{\max(I_{i,j}) + \min(I_{i,j})}$

où $I_{i,j}$ est l'intensité lumineuse de coordonnées (i, j) dans l'image.

La première définition utilise une transcription littérale de la définition théorique du contraste. La seconde est une définition employée en interférométrie pour caractériser l'amplitude des franges. Dans le cas du phénomène de speckle, théoriquement il n'y a pas de valeurs maximale et minimale de l'intensité lumineuse. Toutefois, l'énergie lumineuse est limitée donc on obtient, par la deuxième définition comme par la première définition, une information relative à l'étalement de la distribution des intensités.

Pour comparaison, nous présentons des résultats obtenus, à la fois, avec et sans filtrage de l'image géométrique.

2.2.1.2 Résultats

Dans le cas des **surfaces simples** et pour τ_1 (cf. figures 5.19 et 5.20), on note que le filtrage de l'image géométrique conduit à diviser les valeurs de contraste par un facteur de 0,59 environ et à réduire la dispersion des valeurs. Les variations du contraste avec la taille de l'imagette restent cependant inchangées.

Il n'en est pas de même pour τ_2 (cf. figures 5.21 et 5.22) car les valeurs de contraste sont quasi constantes avec et sans filtrage de l'image géométrique. En effet, les extrêma d'intensité lumineuse sont contenus dans les variations rapides d'intensité lumineuse. Par conséquent, ils sont peu affectés par les dimensions du voisinage de calcul de l'image géométrique. En contrepartie, la deuxième définition conduit à une forte dispersion des valeurs de contraste pour une taille d'imagette donnée. Par ailleurs, la dynamique de contraste reste meilleure pour les surfaces simples avec τ_1 qu'avec τ_2 : le contraste varie entre 0,13 et 0,39 pour une imagette de 224 pixels de coté avec τ_1 et il varie entre 0,78 et 0,95 avec τ_2 .

En conclusion, pour les surfaces simples, la définition τ_1 est plus satisfaisante.

En ce qui concerne les **surfaces complexes**, les calculs de contraste montrent que, sans filtrage de l'image géométrique, aucune tendance n'est observée. Nous en trouvons l'illustration à la figure 5.23 (les autres cas peuvent être consultés en Annexe G). En revanche, après filtrage de l'image géométrique une classification des surfaces s'établit sous certaines conditions. En effet, dans le cas des surfaces complexes, lorsque la taille des imagettes est trop petite, il existe une forte dispersion des valeurs encore accrue par rapport aux surfaces simples. Par ailleurs, on est limité dans la taille des imagettes par les dimensions

des granulats. Au-delà d'une certaine dimension d'imagette, il devient difficile de trouver des granulats de dimensions suffisantes. Le nombre d'évaluations du contraste diminue entraînant une grande imprécision. De ce fait, on estime que l'imagette de calcul doit faire entre 100 et 160 pixels de coté.

En ce qui concerne les surfaces complexes, la définition τ_2 permet d'obtenir une meilleure dynamique pour le contraste. Toutefois, la dispersion des valeurs reste supérieure avec cette définition qu'avec τ_1 comme dans le cas des surfaces simples.

Par comparaison avec les surfaces simples, les surfaces complexes se situent en dessous de P800 par τ_1 et par τ_2 .

Enfin, dans le cas des surfaces complexes, la classification s'établit plus difficilement que dans le cas des surfaces simples. En particulier, dans le cas des surfaces complexes usées, on observe des croisements entre les valeurs de contraste obtenues avec panne 1 et panne 2, d'une part et avec panne 4 et panne 5 d'autre part.

Surfaces simples :

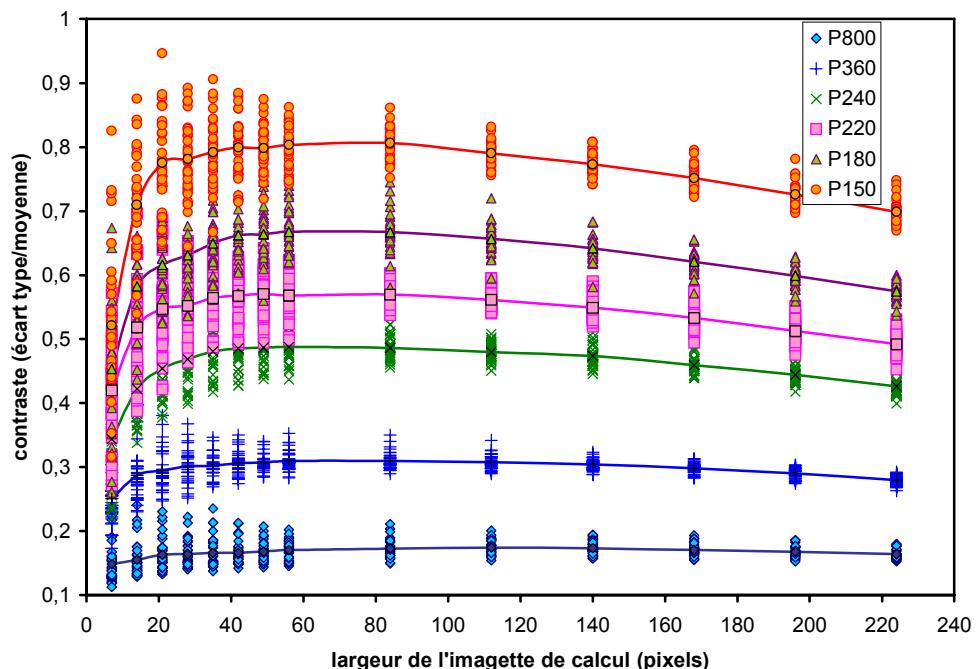


Figure 5.19 : Contraste τ_1 sur les surfaces simples sans filtrage

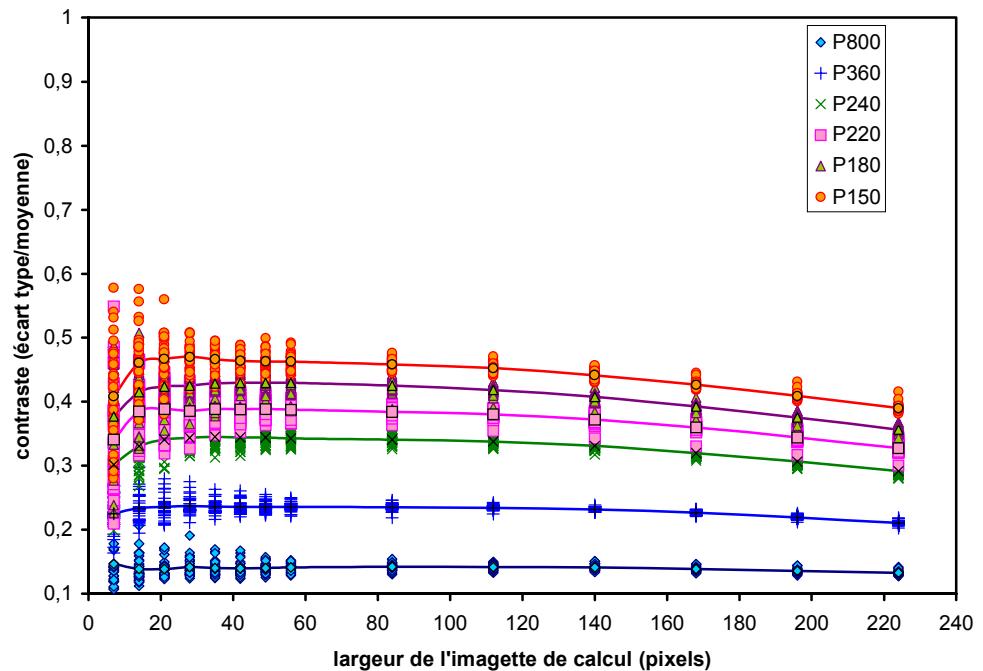


Figure 5.20 : Contraste t_1 sur les surfaces simples avec filtrage

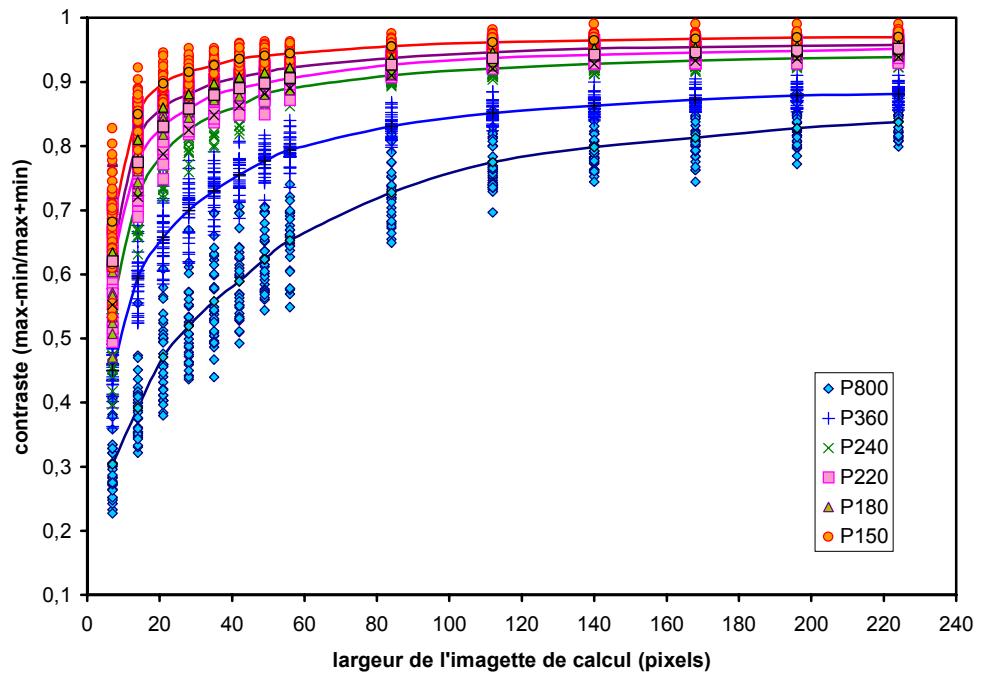


Figure 5.21 : Contraste t_2 sur les surfaces simples sans filtrage

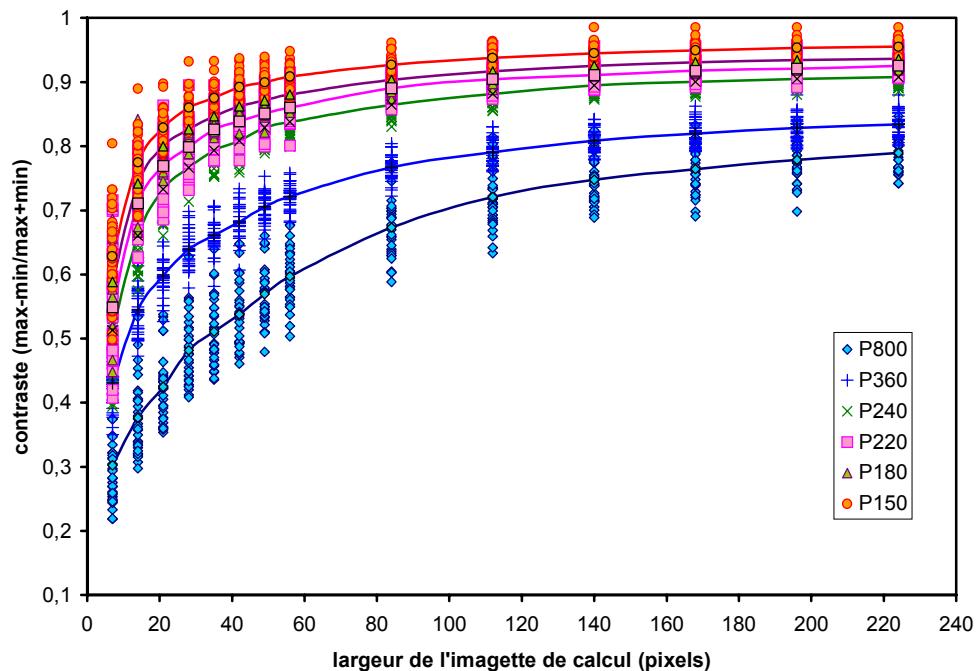


Figure 5.22 : Contraste τ_2 sur les surfaces simples avec filtrage

Surfaces complexes du groupe 1 :

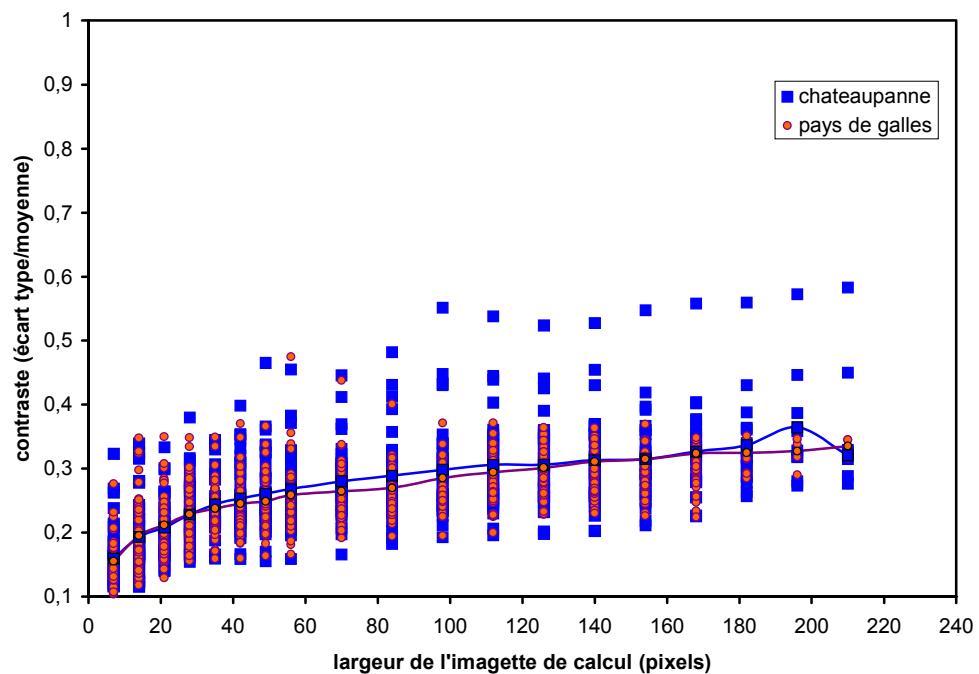


Figure 5.23 : Contraste τ_1 sur les surfaces complexes du groupe 1 sans filtrage

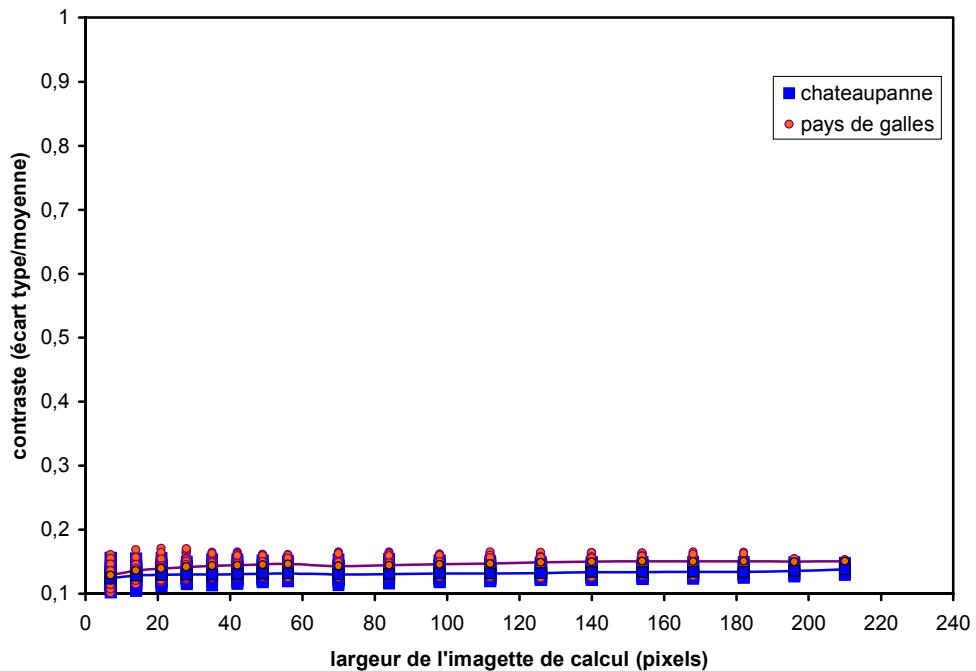


Figure 5.24 : Contraste t_1 sur les surfaces complexes du groupe 1 avec filtrage

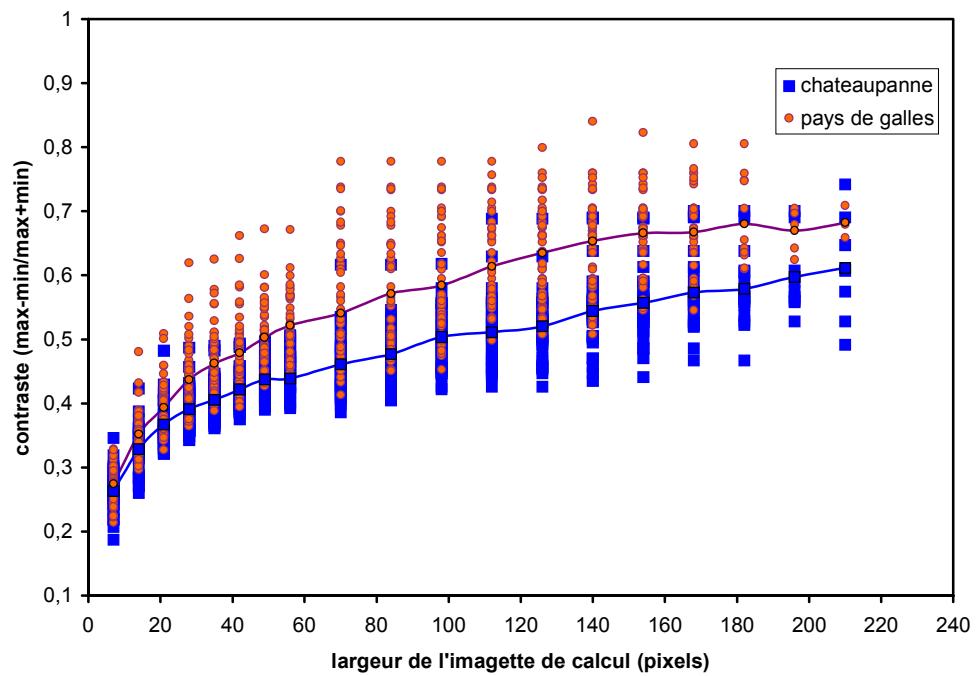


Figure 5.25 : Contraste t_2 sur les surfaces complexes du groupe 1 avec filtrage

Surfaces complexes du groupe 2 :

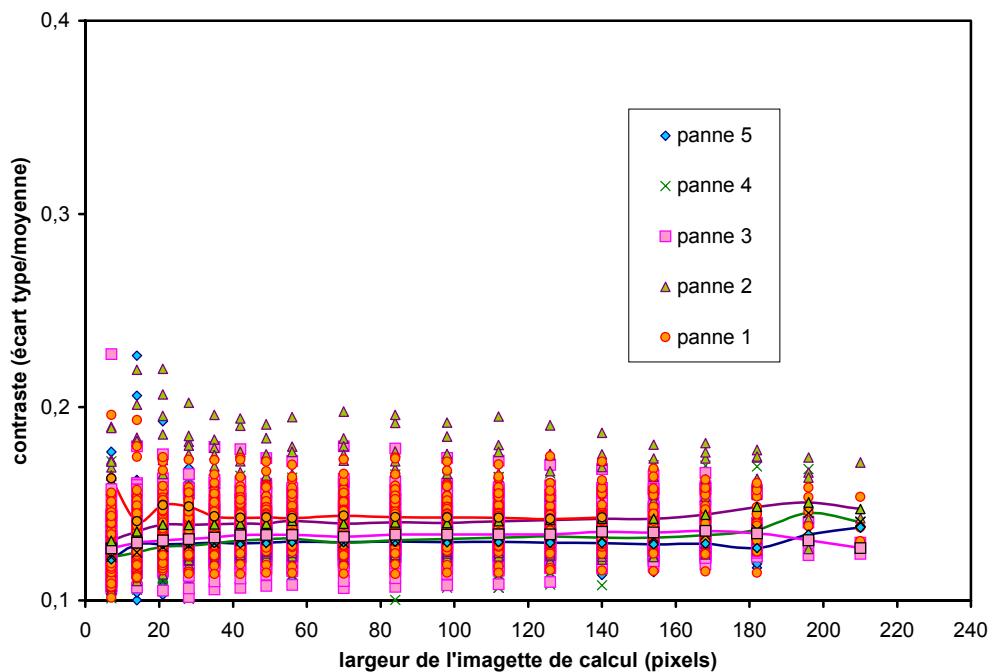


Figure 5.26 : Contraste t_1 sur les surfaces complexes du groupe 2 avec filtrage

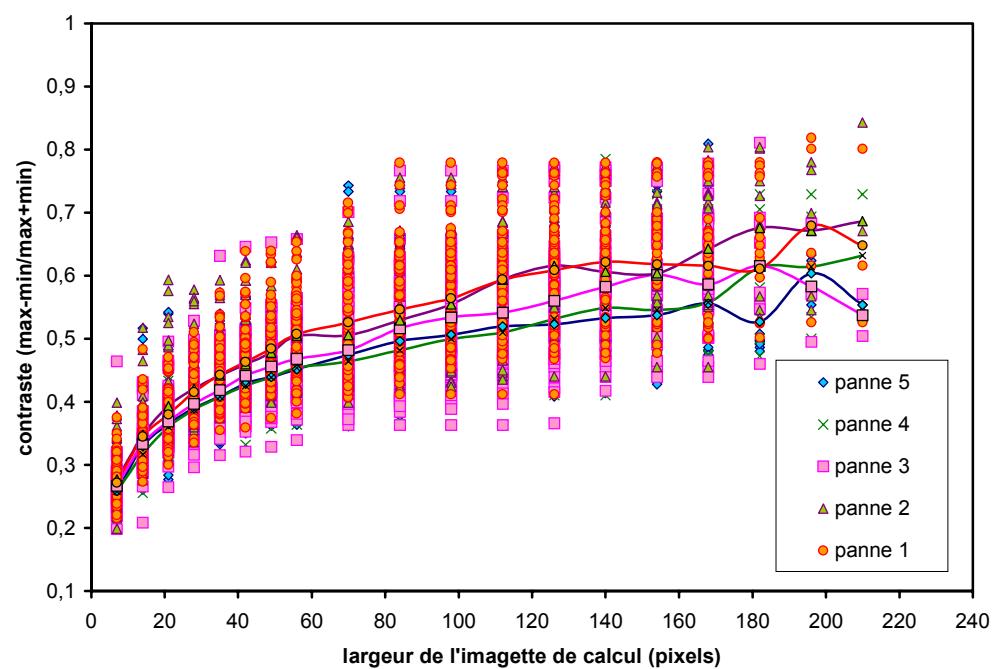


Figure 5.27 : Contraste t_2 sur les surfaces complexes du groupe 2 avec filtrage

2.2.2 Calcul de l'histogramme

Une deuxième exploitation est réalisée au moyen de l'histogramme des intensités. Différentes études ont été réalisées, notamment dans le domaine des radars, pour modéliser empiriquement l'histogramme du speckle [LAUR, 1989]. Nous utilisons ici la distribution gamma qui est obtenue sur le plan théorique dans le cas d'un speckle non résolu (cf. chapitre 2)

2.2.2.1 Estimateur

Nous estimons la distribution des intensités lumineuses à partir de l'histogramme des intensités après filtrage de l'image géométrique. Nous utilisons 256 classes entre 0 et 2. Puis, nous approchons les histogrammes avec une distribution gamma :

$$p(I) = \frac{1}{\Gamma(M)} \left(\frac{M}{\langle I \rangle} \right)^M I^{M-1} \exp \left(-M \frac{I}{\langle I \rangle} \right)$$

où $\langle I \rangle$ est la valeur moyenne de l'intensité et M est le paramètre d'ajustement.

Les figures 5.28 et 5.29 illustrent les résultats d'ajustement sur les surfaces simples pour une imagette de 100 pixels de coté.

Il apparaît que l'ajustement est meilleur pour les surfaces de texture fine. Cependant, un test du khi-deux effectué pour toutes les surfaces montre que la distribution gamma peut, toutefois, être considérée comme plausible au seuil de signification de 5%.

Nous nous proposons alors d'étudier les variations du paramètre M sur les surfaces simples et sur les surfaces complexes en fonction de la taille de l'imagette.

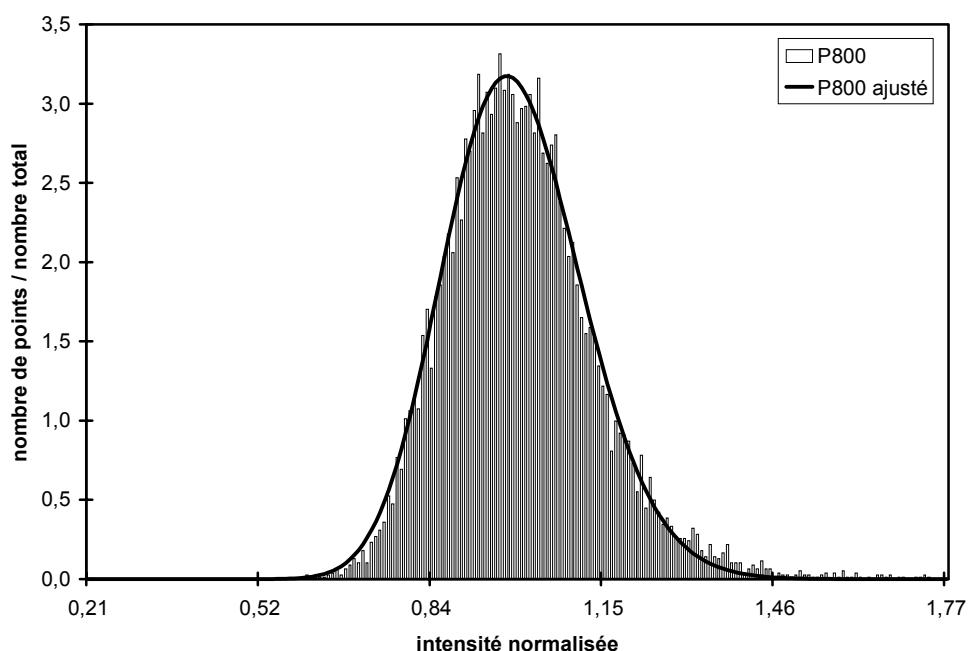


Figure 5.28 : Exemples d'ajustement de l'histogramme pour P800

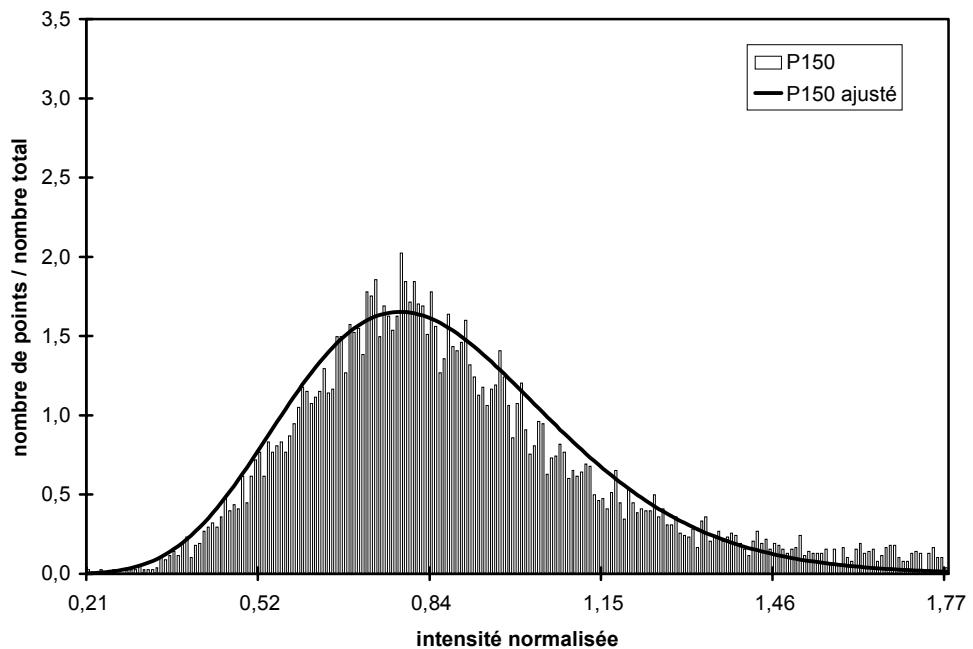


Figure 5.29 : Exemples d'ajustement de l'histogramme pour P150

2.2.2.2 Résultats

Les figures 5.30, 5.31 et 5.32 présentent les résultats de calcul de M sur les surfaces simples et les surfaces complexes.

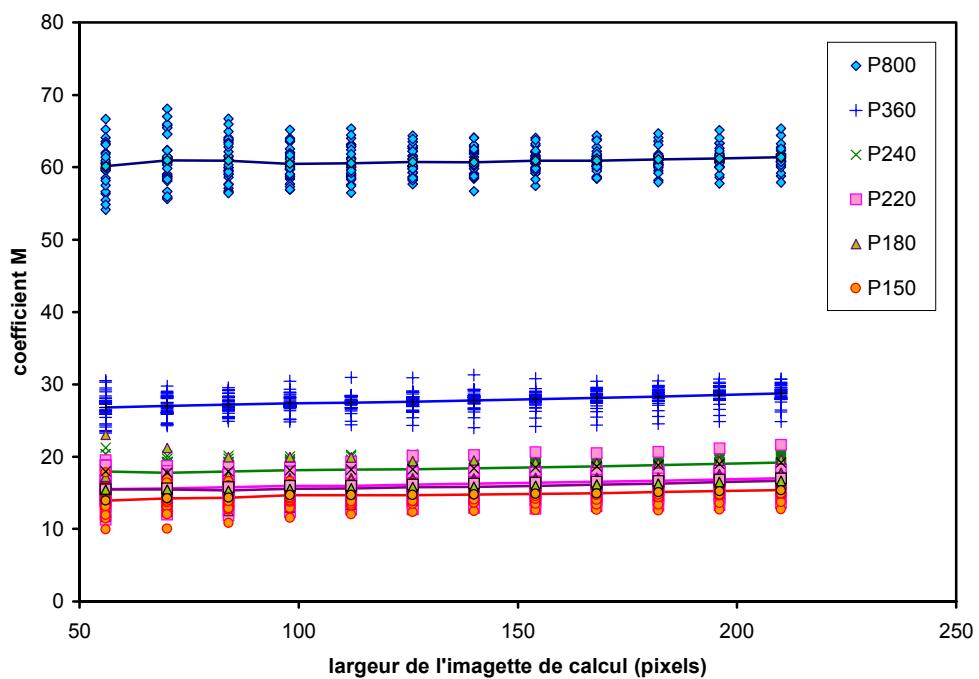


Figure 5.30 : Paramètre M pour les surfaces simples

Les résultats sur les **surfaces simples** montrent que les surfaces de texture fine sont mieux différencierées que les surfaces de texture grossière. Une diminution du paramètre M se traduit physiquement une distribution des intensités plus étalée.

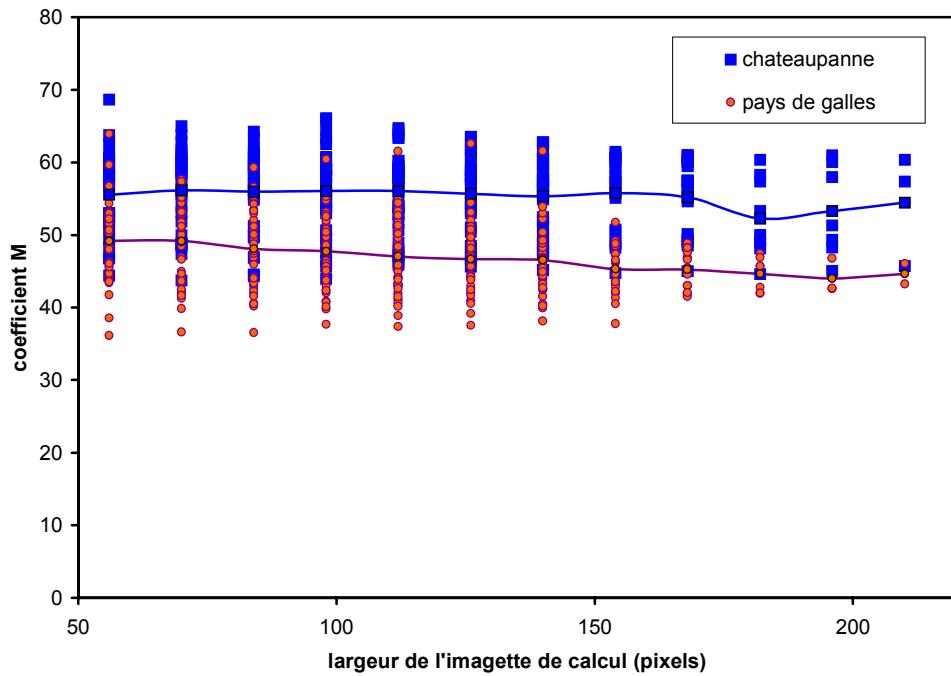


Figure 5.31 : Paramètre M pour les surfaces complexes du groupe 1

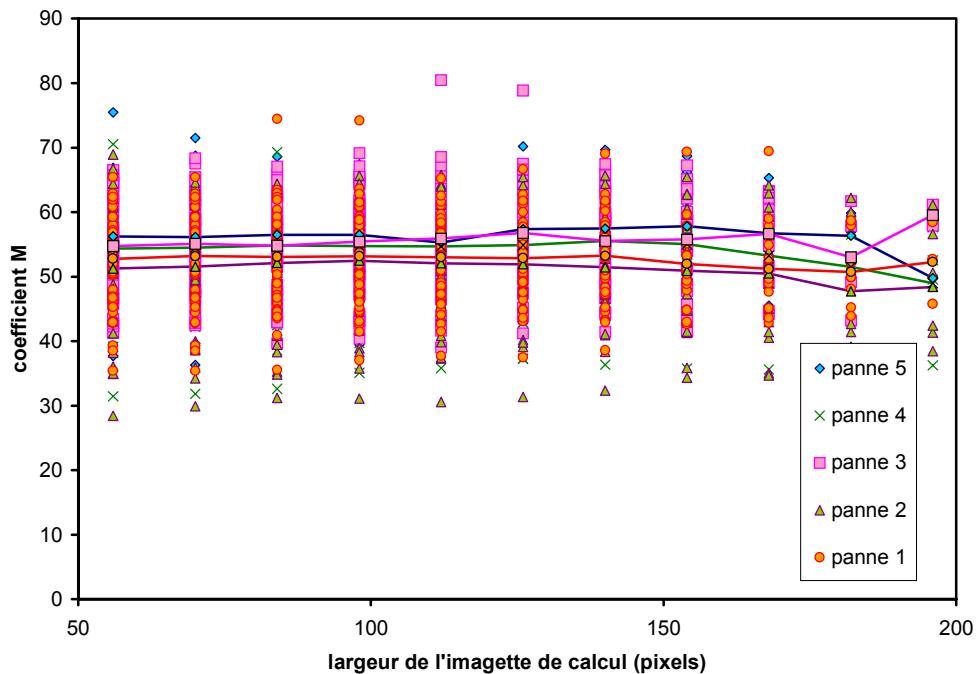


Figure 5.32 : Paramètre M pour les surfaces complexes du groupe 2

En ce qui concerne les **surfaces complexes**, le paramètre permet une classification des surfaces chateaupanne et pays de galles quelles que soient les dimensions de l'imagette de calcul.

En ce qui concerne les surfaces complexes usées, une classification est observée pour une imagette de calcul de moins de 150 pixels de coté. Elle est toutefois moins nette que celle des surfaces complexes chateaupanne et pays de galles (comme dans le cas du contraste). Nous étudions plus en détail ce point au paragraphe 3.

Enfin, par comparaison avec les surfaces simples, les surfaces complexes se classent entre P360 et P800 selon le paramètre M.

3. Potentiel de classification

Nous avons présenté au paragraphe précédent, les résultats de caractérisation des images de speckle en fonction de la taille de l'imagette de calcul. Nous nous proposons d'examiner à présent, pour une taille d'imagette fixée les variations des estimateurs en fonction des caractéristiques de surface.

3.1 Contraste

Nous examinons les résultats de classification du speckle au sens du contraste pour une imagette de 140 pixels de coté (cf. figures 5.33, 5.34 et 5.35). Les tendances que l'on peut noter sont les suivantes :

- Surfaces simples : le contraste augmente lorsque la texture devient plus grossière (entre P800 et P150).
- Surfaces complexes du groupe 1 : le contraste est supérieur pour le pays de galles.
- Surfaces complexes du groupe 2 : le contraste augmente globalement entre panne 1 et panne 2 puis décroît entre panne 2 et panne 5.

Ces tendances sont toutes **conformes** à ce que laissaient prévoir les variations de texture examinées au paragraphe 1.

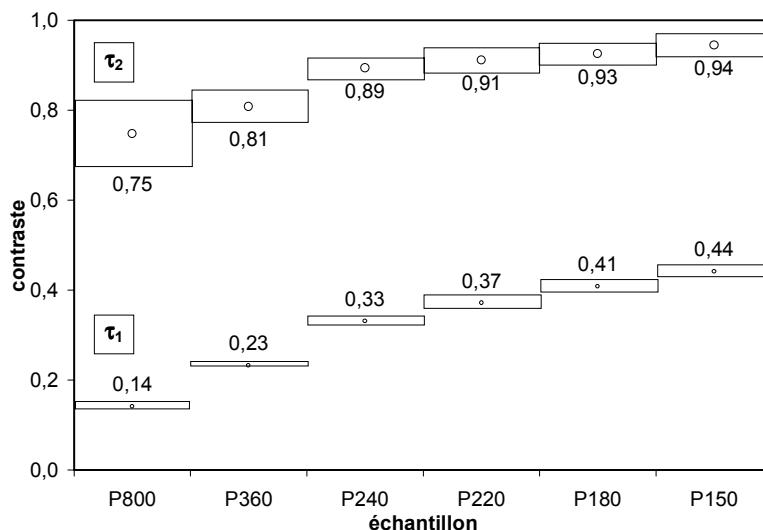


Figure 5.33 : Classification des surfaces simples par le contraste

Par ailleurs, en ce qui concerne les surfaces simples, les intervalles de confiance sont disjoints pour la définition τ_1 et les six échantillons se révèlent donc séparables au moyen

d'une seule image de speckle. En revanche, en ce qui concerne les surfaces complexes, des recouvrements des intervalles de confiance sont observés, particulièrement pour les surfaces complexes du groupe 2. Le degré de séparation entre les échantillons de surfaces complexes est étudié plus en détails au paragraphe 3.3.

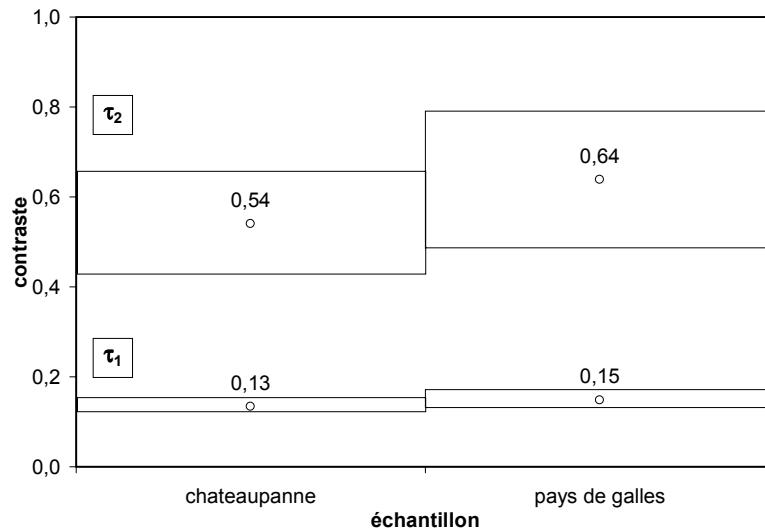


Figure 5.34 : Classification des surfaces complexes du groupe 1 par le contraste

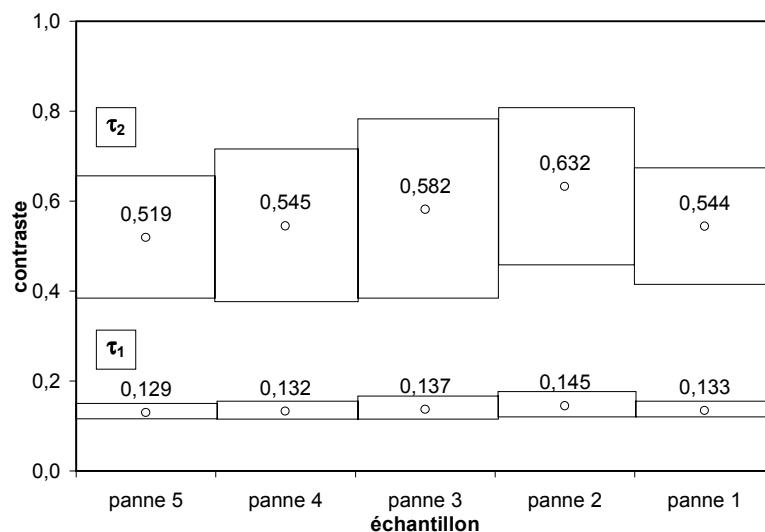


Figure 5.35 : Classification des surfaces complexes du groupe 2 par le contraste

3.2 Histogramme

Nous examinons également les résultats de classification du speckle au sens du paramètre d'échelle M (cf. figures 5.36, 5.37 et 5.38) toujours pour une imagette de 140 pixels de coté. Nous en déduisons les enseignements suivants :

- Surfaces simples : le paramètre M décroît lorsque la texture devient plus grossière (entre P800 et P150). La zone de sensibilité la plus élevée se situe entre P800 et P240.

- Surfaces complexes du groupe 1 : le paramètre M est supérieur pour chateaupanne.
- Surfaces complexes du groupe 2 : la tendance générale des variations de M est une décroissance de panne 5 à panne 2.

Ces tendances pour les différents groupes d'échantillons sont homogènes.

En ce qui concerne les surfaces simples, les intervalles de confiance se recouvrent partiellement et on obtient la séparation de quatre échantillons : P800, P360, P240 et P150. En ce qui concerne les surfaces complexes, des recouvrements des intervalles de confiance sont également observés et les échantillons semblent non séparables. Nous montrons le contraire au paragraphe suivant à l'aide de deux tests statistiques non-paramétriques.

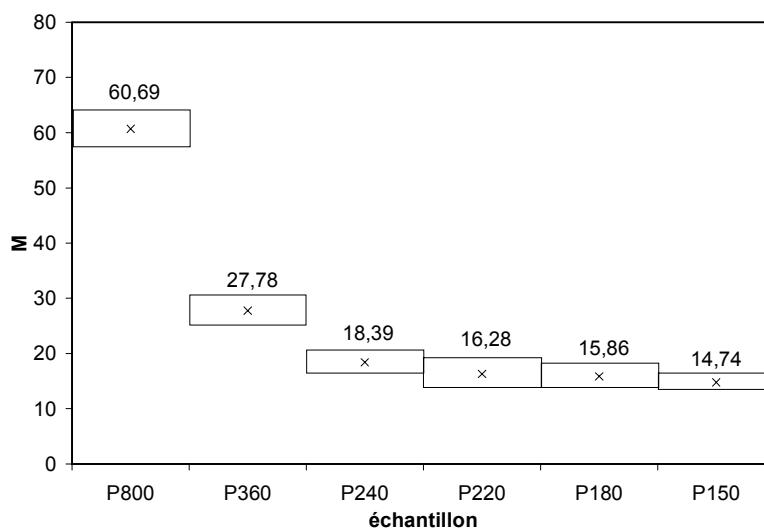


Figure 5.36 : Classification des surfaces simples par le facteur d'échelle M

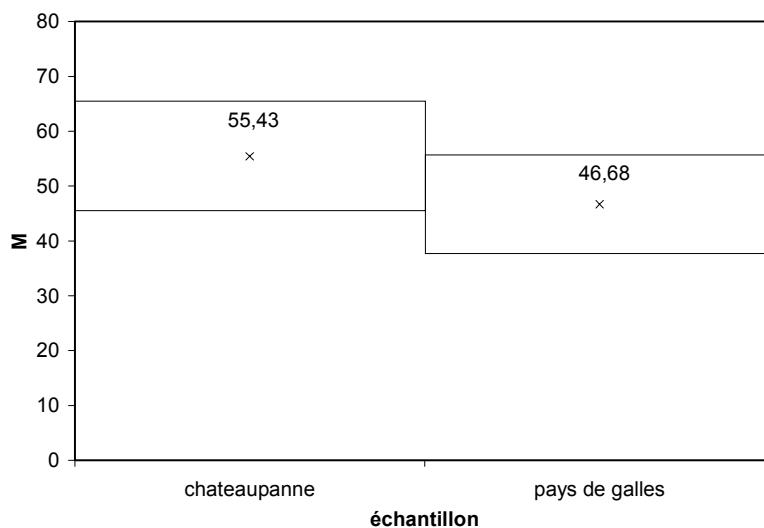


Figure 5.37 : Classification des surfaces complexes du groupe 1 par le facteur d'échelle M

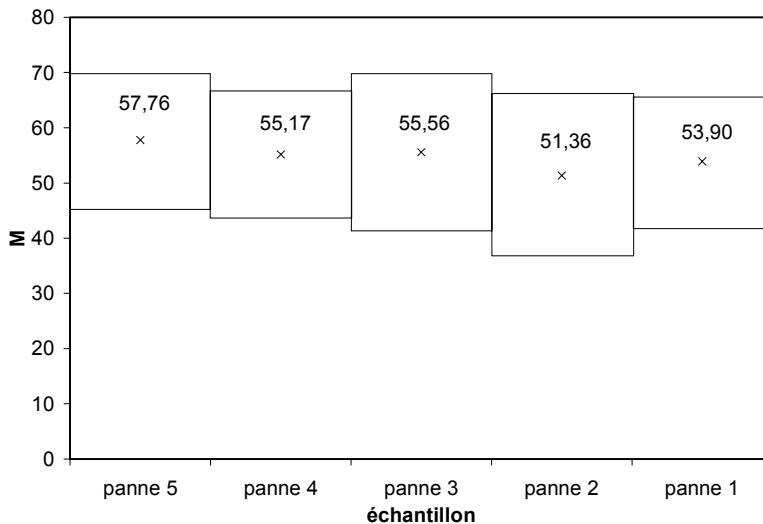


Figure 5.38 : Classification des surfaces complexes du groupe 2 par le facteur d'échelle M

3.3 Discussion

Nous avons mis en évidence, aux paragraphes précédents, des recouvrements des intervalles de confiance associés aux résultats de calcul du contraste et du paramètre M pour les surfaces complexes. Or, l'utilisation des intervalles de confiance conduit à supposer que la distribution des valeurs de contraste ou du paramètre M pour un échantillon donné est de forme gaussienne. Dans ce paragraphe, nous nous proposons d'étudier le degré de discrimination des échantillons par les estimateurs à l'aide de deux tests statistiques non paramétriques donc robustes : le test du khi-deux et le test de Kolmogorov-Smirnov [PRESS, 1992]. En premier lieu, nous rappelons sommairement le principe de ces deux tests.

Posons **l'hypothèse nulle** suivante : *les deux ensembles de valeurs obtenues pour l'estimateur donné et pour deux échantillons différents, peuvent être décrits par une même distribution (les deux échantillons ne sont pas séparables par l'estimateur).*

Rejeter l'hypothèse nulle au seuil de signification α (généralement choisi égal à 1% ou 5%) signifie que les deux ensembles de valeurs correspondant aux deux échantillons sont décrits par des distributions différentes.

Test de Kolmogorov-Smirnov :

Il s'applique aux histogrammes cumulés $S_{N1}(x)$ et $S_{N2}(x)$ des valeurs de chaque ensemble, définis par des fonctions créneaux (cf. figure 5.39). On calcule la distance maximale D entre les deux histogrammes cumulés :

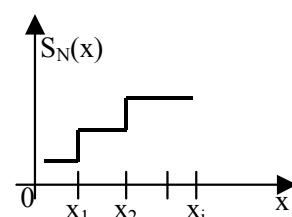
$$D = \max_x |S_{N1}(x) - S_{N2}(x)|$$

La probabilité critique est donnée par :

$$P_c = Q_{KS}(\sqrt{N_e} D)$$

où

$$Q_{KS}(l) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} e^{-2j^2 l^2}$$



x_i : valeurs de l'estimateur obtenues dans les deux ensembles

Figure 5.39 : Exemple d'histogramme cumulé des valeurs obtenues pour un estimateur donné

N_e est le nombre de valeurs dans chaque ensemble, divisé par deux.

Si la probabilité critique est inférieure au seuil de signification α , l'hypothèse nulle peut être rejetée.

Test du khi-deux :

Il s'applique aux histogrammes R_i et S_i des valeurs de chaque ensemble regroupées en N_B classes (les bornes des classes sont choisies de sorte que $R_i + S_i$ reste quasi constant). On calcule la distance entre les deux histogrammes :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(R_i - S_i)^2}{R_i + S_i}$$

Le paramètre χ^2 est comparé aux valeurs des tables de la loi du khi-deux correspondant à une probabilité α (le seuil de signification) et un nombre de degré de liberté égal à $N_B - 1$, et l'hypothèse nulle peut être rejetée si :

$$\chi^2 > \chi_{\alpha, N_B - 1}^2$$

Les deux tests sont appliqués aux valeurs de contraste et du paramètre M des échantillons de surface complexes. En ce qui concerne le groupe 2, nous avons retiré de l'analyse l'échantillon panne 1 qui n'a pas subi de processus d'usure. Les résultats des tests statistiques sont présentés ci-après.

3.3.1 Résultats des tests statistiques pour le contraste

Les tableaux 5.8 et 5.9 présentent les résultats des tests statistiques dans le cas du contraste.

Groupe 1 :

La différence entre chateaupanne et pays de galles est significative avec un seuil très inférieur à 1% par les deux tests et selon les deux définitions du contraste τ_1 et τ_2 .

Groupe 2 :

En ce qui concerne τ_1 , les seules différences significatives avec un seuil de 1% sont celles qui apparaissent entre panne 2 et panne 4 et entre panne 2 et panne 5, simultanément avec les deux tests. Une séparation significative entre panne 2 et panne 3 est également observée au seuil de 5% par les deux tests. En ce qui concerne τ_2 , seule la différence entre panne 2 et panne 5 est simultanément significative au seuil de 1% avec les deux tests.

Tableau 5.8 : Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov pour le contraste

	τ_1		τ_2	
	D	Probabilité critique	D	Probabilité critique
panne 2/panne 3	0,4063	1,02%	0,3125	8,79%
panne 2/panne 4	0,6250	0,0007%	0,4688	0,18%
panne 2/panne 5	0,5938	0,0025%	0,5625	0,008%
panne 3/panne 4	0,2500	27,00%	0,3125	8,79%
panne 3/panne 5	0,2813	15,90%	0,4063	1,02%
panne 4/panne 5	0,2500	27,00%	0,2500	27,00%
chateaupanne / pays de galles	0,6250	0,0007%	0,6250	0,0007%

Tableau 5.9 : Résultats du test du khi-deux pour le contraste

	τ_1	τ_2
	χ^2	χ^2
panne 2/panne 3	15,8918	7,9118
panne 2/panne 4	24,5685	15,8333
panne 2/panne 5	23,4873	25,9667
panne 3/panne 4	3,8084	5,9949
panne 3/panne 5	10,1198	9,3444
panne 4/panne 5	4,8338	6,4156
chateaupanne / pays de galles	28,0444	32,0000

Nombre de classes N_B : 7
Pour un seuil de signification de 1% :

$$\chi_{\alpha, N_B-1}^2 = 16,8$$

Pour un seuil de signification de 5% :

$$\chi_{\alpha, N_B-1}^2 = 12,6$$

Le contraste τ_1 permet donc de séparer une surface faiblement usée (panne 2) d'une surface fortement (panne 4) ou très fortement usée (panne 5) et la définition τ_1 se révèle plus discriminante que τ_2 . Par contre, la différentiation des niveaux d'usure intermédiaires n'est pas mise en évidence par le contraste (hormis entre panne 2 et panne 3). Par ailleurs, le contraste τ_1 ou τ_2 permet de séparer des surfaces complexes de microtexture plus ou moins fine (chateaupanne et pays de galles).

3.3.2 Résultats des tests statistiques pour le paramètre M

Les tableaux 5.10 et 5.11 présentent les résultats des tests statistiques dans le cas du paramètre M.

Groupe 1 :

La différence entre chateaupanne et pays de galles est très significative du point de vue des deux tests statistiques.

Groupe 2 :

Par le test de Kolmogorov-Smirnov, les seules différences significatives sont celles qui existent entre panne 2 et panne 4 avec un seuil de 1%, voire entre panne 2 et panne 5 avec un seuil proche de 1%. Par le test du khi-deux, en revanche, seule la différence entre panne 2 et panne 5 est significative avec un seuil proche de 1%. La différence entre panne 2 et panne 4 est seulement significative au seuil de 5%.

Tableau 5.10 : Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov pour le paramètre M

	M	
	D	Probabilité critique
panne 2/panne 3	0,3438	4,56%
panne 2/panne 4	0,4375	0,44%
panne 2/panne 5	0,4063	1,02%
panne 3/panne 4	0,2188	42,82%
panne 3/panne 5	0,1875	62,72%
panne 4/panne 5	0,2500	27,00%
chateaupanne / pays de galles	0,7119	0,00001%

Tableau 5.11 : Résultats du test du khi-deux pour le paramètre M

	M
	χ^2
panne 2/panne 3	6,7324
panne 2/panne 4	8,0437
panne 2/panne 5	11,5000
panne 3/panne 4	6,5000
panne 3/panne 5	1,9088
panne 4/panne 5	3,7873
chateaupanne / pays de galles	32,7520

Nombre de classes N_B : 4

Pour un seuil de signification de 1% :

$$\chi_{\alpha, N_B-1}^2 = 11,3$$

Pour un seuil de signification de 5% :

$$\chi_{\alpha, N_B-1}^2 = 7,8$$

Le paramètre M permet donc de séparer des surfaces complexes de microtexture de finesse variable (chateaupanne et pays de galles). Il permet également de différencier une surface faiblement usée (panne 2) d'une surface fortement (panne 4) ou très fortement usée (panne 5) avec un seuil de signification moins sévère que dans le cas du contraste τ_1 .

4. Conclusion

Au chapitre 3, nous avions considéré des surfaces composées de deux échelles de texture de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne. A partir des profils relevés sur les échantillons, nous montrons que la texture des surfaces simples et la microtexture des surfaces complexes peut être décomposée comme la superposition de 2, 3 ou 4 échelles de textures de ce type. Nous montrons également que l'histogramme des hauteurs peut être approché de manière satisfaisante par une gaussienne. En ce qui concerne la macrotexture, par contre, l'approximation de la distribution des pentes par une gaussienne ne peut être employée.

Nous avons testé deux méthodes de caractérisation sur les images de speckle après filtrage de l'image géométrique : le contraste, d'une part et l'histogramme, d'autre part. En ce qui concerne les surfaces simples, nous obtenons une classification par le contraste (six classes) et par le paramètre d'échelle M (quatre classes) au vu des intervalles de confiance. En ce qui concerne le contraste, toutefois, la première définition conduit à une meilleure dynamique.

En ce qui concerne les surfaces complexes, des tendances en valeur moyenne qui sont confirmées par les simulations sont observées mais des recouvrements des intervalles de confiance apparaissent et la classification se révèle plus délicate pour les surfaces complexes du groupe 2 où les variations de texture sont moins importantes. Deux tests statistiques non-paramétriques ont cependant montré que les surfaces complexes étaient néanmoins séparables dans certains cas par l'enregistrement de plusieurs images de speckle et l'analyse de la distribution des valeurs du contraste ou du paramètre M. Enfin, pour les surfaces complexes, la première définition du contraste se révèle également la plus discriminante.

- Conclusion générale -

La justification de l'utilisation d'une méthode globale pour la caractérisation de la microtexture a été mise en évidence au chapitre 1 par l'examen des caractéristiques de surface de chaussées qui ont une influence sur l'adhérence et l'étude des besoins utilisateurs. Au chapitre 2, l'étude des travaux théoriques et expérimentaux mettant en relation le speckle et les caractéristiques de surface a permis d'identifier des paramètres d'influence comme l'écart type des hauteurs et la longueur de corrélation de la surface. Il est apparu également que les modèles existants dans la littérature étaient basés sur l'hypothèse d'une surface mono-échelle. De ce fait, l'application de la technique du speckle aux surfaces de chaussées nécessitait une extension des modèles aux cas de surfaces multi-échelles. L'étude des travaux expérimentaux a mis en évidence deux approches différentes conduisant à des domaines de sensibilité disjoints : les méthodes statistiques et les méthodes par corrélation. Les deux approches n'étant pas directement applicables à la caractérisation des surfaces de chaussée, nous avons défini une configuration intermédiaire où le grain de speckle n'est pas résolu.

Au chapitre 3, nous avons modélisé le phénomène de speckle dans la configuration choisie et pour une surface composée, cette fois, de la superposition d'une échelle de texture de variation lente sur le photodétecteur et d'une échelle de variation libre. Au moyen de la valeur moyenne et du moment d'ordre deux de l'intensité lumineuse, nous avons étudié analytiquement différents cas en faisant varier la longueur de corrélation de l'échelle de variation libre. Nous avons également calculé numériquement le contraste pour ces différents cas. Nous avons mis en évidence la possibilité de caractériser une variation de texture au moyen du contraste notamment lors d'un phénomène d'usure. Nous avons également mis en évidence la nécessité d'ajouter aux deux échelles de texture un bruit pour obtenir des valeurs de contraste "réalistes" (inférieures à 1).

Le chapitre 4 a présenté l'étude expérimentale qui avait pour objectif de compléter les simulations du chapitre 3. Nous avons testé en laboratoire la technique de speckle sur des échantillons modélisant les surfaces de chaussée. Les expérimentations ont également porté sur des surfaces d'abrasifs de différentes grosseurs dans le but de tester la sensibilité de la méthode vis-à-vis de la microtexture seule. Les relevés profilométriques réalisés sur les surfaces complexes ont servi à étalonner les surfaces. A partir des résultats des expérimentations nous avons pu mettre en évidence les traitements à réaliser sur les données de speckle comme la suppression de l'image géométrique. Nous avons également relevé qualitativement des variations de la texture des échantillons à partir des profils.

Au chapitre 5, nous avons exploité les relevés de textures des échantillons en effectuant une décomposition selon le modèle de surface employé dans les simulations avec 1, 2, 3 et 4 textures. Nous avons conclu positivement sur la possibilité de modéliser la texture des surfaces simples et la microtexture des surfaces complexes par cette décomposition. L'ajustement des histogrammes des hauteurs par une gaussienne s'est également révélé satisfaisant. Nous en avons obtenu la confirmation par le calcul des paramètres profilométriques classiques qui a été effectué sur les profils après application d'un filtre passe haut. Les images de speckle ont subi deux pré-traitements : la suppression du bruit de la caméra et le filtrage de l'image géométrique. L'image géométrique a été considérée comme une non – stationnarité de la surface et estimée par moyennage local. A partir des expressions du chapitre 3, le caractère multiplicatif de l'image géométrique a été démontré et le choix du voisinage de calcul de l'image géométrique a été justifié. Les images de speckle ont été exploitées à l'aide d'une approche statistique du premier ordre : nous avons étudié la possibilité de classer les surfaces au moyen de l'histogramme des intensités et du contraste. Le contraste a été calculé selon deux définitions différentes : en utilisant la transcription de la

définition du contraste dans le domaine du speckle (τ_1) et par la formule employée pour décrire le contraste des franges en interférométrie (τ_2). L'histogramme a été ajusté par une distribution gamma qui, au vu des résultats sur les surfaces simples, offre une approximation satisfaisante lorsque la texture de surface est fine. En ce qui concerne les surfaces complexes, nous avons réalisé les calculs de quantificateur dans des zones de l'image (imagettes) où se situent les granulats. Du fait de la taille des granulats, on est limité, le plus souvent, à l'utilisation d'imagettes de moins de 160 pixels de coté (correspondant à une zone de 5,7 mm de largeur environ sur l'échantillon). Par ailleurs, nous avons montré, à partir des résultats sur les surfaces simples, qu'il faut utiliser une imagette de calcul d'au moins 100 pixels de coté pour limiter la dispersion des valeurs.

Pour une taille fixée d'imagette de calcul, le pouvoir classifiant des estimateurs vis-à-vis de la microtexture a été examiné. L'efficacité du filtrage de l'image géométrique a été confirmée au passage en comparant les résultats de calcul du contraste, avec et sans filtrage. En ce qui concerne les surfaces simples, une classification des échantillons a été obtenue par le contraste (6 classes) et le paramètre M (quatre classes). En ce qui concerne les surfaces complexes, une résolution des classes plus réduite que pour les surfaces simples a été obtenue. Néanmoins, nous avons démontré la possibilité de séparer les surfaces complexes du groupe 1 et dans certains cas, les surfaces complexes du groupe 2 par l'analyse relative de la distribution des valeurs obtenues pour chaque échantillon. Ainsi, une variation significative a été observée (pour le contraste et le paramètre M) entre un échantillon faiblement usé, d'une part, et un échantillon fortement usé ou un échantillon très fortement usé d'autre part. Ce résultat présente un intérêt pratique direct pour l'ingénieur du génie civil. Enfin, pour tous les échantillons, la définition τ_1 s'est révélée plus discriminante que la définition τ_2 . De plus, on a montré, en première approche, que le contraste du speckle, selon la définition retenue, offrait un pouvoir de classification plus important que l'exploitation de la distribution des intensités.

La méthode développée a permis de préciser les avantages et les limites de la technique du speckle à savoir : une phase d'enregistrement des images d'une grande simplicité, une phase d'exploitation dont le niveau dépend des modélisations préliminaires mettant en relation la rugosité et le speckle. Les spécificités de la méthode développée conduisent à étendre la sensibilité des méthodes statistiques à des rugosités supérieures (1 à quelques dizaines de microns) à celles traditionnellement accessibles (inférieures à quelques microns). La prise en compte des deux facteurs d'influence, l'image géométrique et la macrotexture, permet d'étendre le domaine d'application de la méthode de caractérisation au cas de surfaces de chaussée. En conclusion, hormis la simplicité de mise en œuvre, le speckle offre l'intérêt d'une méthode globale de caractérisation de la microtexture par rapport à une méthode géométrique de type profilométrique. En effet, à l'échelle des rugosités fines, la description par profil d'une surface supposée représentative, nécessite une résolution dans le plan compatible avec la texture recherchée. Dans la gamme micronique, les temps de relevés et d'acquisition, acceptables en laboratoire, peuvent s'avérer rédhibitoires dans des environnements différents. Par ailleurs, en présence de plusieurs échelles de textures, les performances des appareils ne permettent pas de couvrir l'ensemble de l'étendue. En revanche, par l'étude qui a été menée, nous avons montré, qu'il était possible de calibrer la méthode développée sur des surfaces simples de référence et d'en transposer le principe à la caractérisation de la microtexture de surfaces complexes présentant plusieurs échelles de texture.

Une étude réalisée dans un futur proche, pourrait avoir pour objet de tester la reproductibilité des résultats dans le cadre d'une campagne de validation à grande échelle. On

serait alors plus à même de définir avec précision la sensibilité des paramètres. On pourrait, en particulier, envisager d'améliorer cette sensibilité en adoptant une approche multi - critère par l'exploitation de paramètres décrivant les variations spatiales d'intensité dans l'image de speckle et qui n'ont pas été explorés dans la présente étude.

- Références bibliographiques -

[APRIL, 1984]

April G., Arsenault H. H. (1984), *Non-stationary image formation for coherent diffuse objects : statistical properties*, Journal of the Optical Society of America A., vol. 1, 7, pp. 738-741

[BAILLARGEON, 1989]

Baillargeon G. (1989), *Probabilité, Statistiques et Techniques de régression*, les éditions SMG, Trois-Rivières (QC), 631 p., ISBN : 2-89094-035-7

[BECKMANN, 1963]

Beckmann P. Spizzichino A. (1963), *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*, Pergamon Press LTD, Oxford, london, New Yorck, Paris, 503 p., Library of Congress Card Number 63-10108

[BECKMANN, 1965]

Beckmann P. (1965), *Scattering by composite rough surfaces*, Proceedings of the IEEE, vol. 53, pp. 1012-1015

[BECKMANN, 1967]

Beckmann P. (1967), *Scattering of ligh by rough surfaces*, in Progress in optics, E. Wolf, editor, vol. VI, chap II, pp. 53-69

[BERTHIER, 1966]

Berthier J. Tourenq C. Zichy J. Lucas J. (1966), *L'essai de polissage accéléré des granulats : premiers résultats obtenus au Laboratoire Central*, Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées, Spécial F Glissance, pp. 177-191

[BERTHIER, 1991]

Berthier J. (1991), *Véhicule et routes*, documentation scientifique et technique, édition Techniques de l'ingénieur, traité Construction – organisation.matériels.matériaux - Matériaux, Volume CA, art. C 4400, août, 16 p.

[BERTHIER, 1992a]

Berthier J. (1992), *Projet et construction des routes*, documentation scientifique et technique, édition Techniques de l'ingénieur, traité Construction – techniques de génie civil – Techniques particulières, Volume CA, art. C 5500, août, 20 p.

[BERTHIER, 1992b]

Berthier J. (1992), *Granulats et liants routiers*, documentation scientifique et technique, édition Techniques de l'ingénieur, traité Construction – organisation.matériels.matériaux - Matériaux, Volume CA, art. C 903, août, 11 p.

[BORN, 1975]

Born M. Wolf E. (1975), *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and diffraction of Light*, Pergamon Press, Oxford, fifth edition, 808 p., ISBN : 0-08-018018-3

[BOUCHAREINE, 1999]

Bouchareine P. (septembre 1999), *Méetrologie des surfaces*, Technique de l'ingénieur, vol. RAB, traité Mesure et contrôle, Mesures dimensionnelles, 16 p.

[BRIERS, 1993]

Briers J. D. (1993), *Surface Roughness Evaluation*, dans [Sirohi, 1993], pp. 375-426

[BRILLET, 1985]

Brillet F., Marsac P. (1985), *Mesure de la macrotexture des chaussées*, Bulletin de Liaison

des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 140, novembre-décembre, pp. 53-70

[BROWN, 1983]

Brown G. S. (1983), *Scattering from randomly rough surfaces and the far field approximation*, Radio Science, 18, pp. 71-81

[BRUSQUE, 1996]

Brusque C., Hubert R. (1996), *La métrologie de la luminance par caméra CCD : étalonnage et qualification du système MELUSINE*, Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées, vol. 205, septembre-octobre, pp. 39-47

[BUIL, 1989]

Buil C. (1989), *Astronomie CCD : construction et utilisation des caméras CCD en astronomie amateur CCD*, Ed. Société d'astronomie populaire, Toulouse, 290 p.

[CHAIKINA, 1998]

Chaiquina E. I., Navarrete G., Mendez E. R., Martinez A., Maradudin A. A. (1998), *Coherent scattering by one-dimensional randomly rough metallic surfaces*, Applied Optics, vol. 37, 6, pp. 1110-1121

[DAINTY, 1970]

Dainty J. C. (1970), *Some statistical properties of random speckle patterns in coherent and partially coherent illumination*, Optica Acta, vol. 17, 10, pp. 761-772

[DAINTY, 1971]

Dainty J. C. (1971), *Detection of image immersed in speckle noise*, Optica Acta, vol. 18, 5, pp. 327-339

[DAINTY, 1984]

Dainty J. C. (1984), *Laser speckle and related phenomena*, Springer-Verlag, Berlin, Second Enlarged Edition, 342 p., ISBN : 3-540-13169-8

[DELALANDE, 1992]

Delalande G. (1992), *Résistance des granulats au polissage – Méthode d'essai par projection*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 177, janvier-fevrier, pp. 73-80

[DELANNE, 1993]

Delanne Y. (1993), *Modélisation de la relation adhérence / texture en fonction de la vitesse*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des ponts et Chaussées, vol. 185, mai-juin, pp. 93-98

[DELORME, 1993]

Delorme J.-L. (1993), *Formulation, mise en œuvre et adhérence des enrobés bitumineux*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 185, mai-juin, pp. 139-143

[DEUFLHARD, 1995]

Deuflhard P. Hohman A. (1995), *Numerical Analysis : A first course in scientific Computation*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 355 p., ISBN : 3-11-014031-4

[DO, 1995]

Do M.-T., Lucas J. (1995), *Contact pneu / chaussée – Apport de la microtexture du revêtement*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 196, mars-avril, pp. 5-12

[DOUZET, 1990]

Douzet J.-L. (1990), *Abrasifs*, Techniques de l'ingénieur, vol. BT, Travail des Matériaux, Assemblage, Usinage, Par enlèvement de copeaux, B 7 050 et B 7 051, 24 et 11 p.

[DUPONT, 1993]

Dupont P., Tourenq C. (1993), *Granulats et microrugosité*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 185, mai-juin, pp. 145-151

[E 05-015, 1984]

E 05-015 (septembre 1984), *Etat de surface des produits-prescriptions-1° généralités-terminologie Définitions*, AFNOR/CSTB, 32 p.

[E 75-101, 1982]

E 75-101 (janvier 1982), *Abrasifs appliqués. Granulométrie-Contrôle de la distribution des micrograins P12 à P220*, AFNOR/CSTB, 14 p.

[E 75-102, 1982]

E 75-102 (janvier 1982), *Abrasifs appliqués. Granulométrie-Contrôle de la distribution des macrograins P240 à P1200*, AFNOR/CSTB, 22 p.

[FRÖBERG, 1965]

Fröberg C. E. (1965), *Introduction to numerical analysis*, Addison-Wesley Publication Compagny, 340 p.

[FUJII, 1974]

Fujii H. Asakura T. (1974), *Effect of surface roughness on the statistical distribution of image speckle intensity*, Optics Communications, vol. 11, 1, pp. 35-38

[FUJII, janv. 1976]

Fujii H. Asakura T. Shindo Y. (janv 1976), *Measurements of surface roughness properties by means of laser speckle techniques*, Optics Communications, vol. 16, 1, pp. 68-72

[FUJII, nov 1976]

Fujii H. Asakura T. Shindo Y. (nov 1976), *Measurements of surface roughness properties by using image speckle contrast*, Journal of Optical Society of America, vol. 66, 11, pp. 1217-1222

[FUJII, 1977]

Fujii H. Lit J. W. Y.(1977), *Measurement of surface roughness using dichromatic speckle*, Optics Communications, vol. 22, 2, pp. 231-235

[GANDER, 2000]

Gander W., Gautschi W. (2000), *Adaptive Quadrature - Revisited*, BIT, vol. 40, pp. 84-101

[GOODMAN, 1972]

Goodman J. W. (1972), *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie*, Masson et cie, Paris, 254 p., Library of Congress Card Number 72-76635

[GOODMAN, 1975]

Goodman J. W. (1975), *Dependance of image speckle contrast on surface roughness*, Optics Communications, vol. 14, 3, pp. 324-327

[GOODMAN, 1976]

Goodman J. W. (1976), *Some fundamental properties of speckle*, Journal of the Optical Society of America, vol. 66, 11, pp. 1145-1150

[GOODMAN, 1984]

Goodman J. W. (1984), *Statistical properties of laser speckle patterns*, dans [Dainty, 1984], pp. 9-75

[GOODMAN, 1985]

Goodman, J. W. (1985), *Statistical Optics*, John Wiley & Sons, New York, Chichester,

Brisbane, Toronto, Singapore, 550 p., ISBN : 0-471-01502-4

[GOTHIE, 1989]

Gothié M. (1989), *Le rugolaser. Trois ans de mesures à grand rendement de la macrorugosité des chaussées*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 163, septembre-octobre, pp. 55-68

[GRATIA, 1993]

Gratia G. (1993), *Méthodes et matériels de mesure de l'adhérence*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 185, mai-juin, pp. 107-119

[GROUPE, 1993]

Groupe national « Caractéristiques de surface des chaussées » (1993), *Adhérence et texture des revêtements routiers : méthodes et moyens de mesure*, document technique, Note d'information - Chaussées Dépendances – série(CD), 77, édition S.E.T.R.A., 8 p., ref. D9310, ISSN 1152-2844

[GROUPE, 1996]

Groupe national « Caractéristiques de surface des chaussées » (1996), *Qualités d'usage des revêtements routiers en présence d'eau*, document technique, Note d'information - Chaussées Dépendances – série(CD), 91, édition S.E.T.R.A., 6 p., réf. D9667, ISSN en cours

[HARDY, 2000]

Hardy D. (décembre 2000), *Caractérisation pétrographique et évolution de la microrugosité des granulats sous l'effet d'un polissage*, rapport de stage LCPC, Institut Géologique Albert de Lapparent, Institut Polytechnique de Saint Louis, Cergy Pontoise, 89 p.

[HERSCHKORN, 1985]

Herschkorn P. (1985), *Cours des routes – Couche de roulement*, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées, 162 p., ISBN 2-85978-079-3

[ISAACSON, 1966]

Isaacson E., Bishop Keller H. (1966), *Analysis of numerical methods*, John Wiley & Sons, Inc, New Yorck, london, Sydney, 541 p., Library of Congress Card Number : 66-17630

[JAKEMAN, 1975]

Jakeman E. Pusey P. N. (1975), *Non-gaussian fluctuations in electromagnetic radiation scattered by a random phase screen I. theory*, Journal of Physics A, vol. 8, 3, pp. 369-391

[JEDRZEJEWSKI, 2001]

Jedrzejewski F. (2001), *Introduction aux méthodes numériques*, Springer-Verlag France, 269 p., ISBN : 2-287-59711-5

[LAUR, 1989]

Laur H. (1989), *Analyse d'images radar en télédétection : discriminateurs radiométriques et texturaux*, thèse, Traitement du signal radar, Université Paul Sabatier, Toulouse, 244 p.

[LEGER, 1975]

Léger D. Mathieu E. Perrin J. C. (1975), *Optical surface roughness determination using speckle correlation technique*, applied optics, vol. 14, 4, pp. 872-877

[LEGER, 1976]

Léger D. Perrin J. C. (1976), *Real-time measurement of surface roughness by correlation of speckle patterns*, Journal of the Optical Society of America, vol. 66, 11, pp.1210-1217

[LEHMANN, 1997]

Lehmann P., Patzel S., Schöne A. (1997), *Surface roughness measurement by means of polychromatic speckle elongation*, Applied Optics, vol. 36, 10, pp. 2188-2197

[LEVINE, 1983]

Levine B. M. Dainty J. C. (1983), *Non-gaussian image plane speckle : measurements from diffusers of known statistics*, Optics Communications, vol. 45, 4, pp. 252-257

[LOWENTHAL, 1970]

Lowenthal S. Arsenault H. (1970), *Image formation for coherent diffuse objects : statistical properties*, Journal of the Optical Society of America, vol. 60, pp. 1478-1483

[LUCAS, 1993]

Lucas J., Begou P.-A. (1993), *Description de la macrotexture et de la microtexture*, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 185, mai-juin, pp. 63-74

[MAX, 1981]

Max J. (1981), *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques : principes généraux et méthodes classiques*, tome 1, Masson, Paris, New Yorck, 3^e ed., 302 p.

[NF X 11-680, 1980]

NF X 11-680 (juin 1980), *Granulométrie. Triage par fluides-Analyse granulométrique par séparation par gravité dans un liquide*, AFNOR/CSTB, 28 p.

[NOUGIER, 1987]

Nougier, J. P. (1987), *Méthodes de calcul numérique*, Masson, Paris, 327 p., ISBN : 2-225-81086-9

[OHTSUBO, 1975]

Ohtsubo J. Asakura T. (1975), *Statistical properties of speckle intensity variations in the diffraction field under illumination of coherent light*, Optics Communications, vol. 14, 1, pp. 30-34

[OHTSUBO, 1978]

Ohtsubo J. Asakura T. (1978), *Measurements of surface roughness properties using speckle patterns with non-gaussian statistics*, Optics Communications, vol. 25, 3, pp. 315-319

[OGILVY, 1991]

Ogilvy J. A. (1991), *The theory of wave scattering from random rough surfaces*, Adam Hilger, IOP Publishing Ltd Techno House, Bristol, 277 p., ISBN : 0-7503-0063-9

[P 18-578, 1990]

P 18-578 (septembre 1990), *Granulats-Mesure de la rugosité d'une surface à l'aide du pendule de frottement*, AFNOR/CSTB, 10 p.

[PARRY, 1974]

Parry G. (1974), *Some effects of surface roughness on the appearance of speckle in polychromatic light*, Optics Communications, vol 12, 1, pp. 75-78

[PEDERSEN, 1974]

Pedersen H. M. (1974), *The roughness dependance of partially developed monochromatic speckle patterns*, Optics Communications, vol. 12, 2, pp. 156-159

[PEDERSEN, 1975]

Pedersen H. M. (1975), *On the contrast of polychromatic speckle patterns and its dependance on surface roughness*, Optica Acta, vol. 22, 1, pp. 15-24

[PRESS, 1992]

Press W. H. (1992), *Numerical recipes in C : the art of scientific computing*, Cambridge University Press, Cambridge, second edition, pp. 620-628, ISBN : 0-521-43714-8

[PRYOR, 1988]

Pryor T. R., Reynolds R., Pastorius W. (1988), *D-Sight : a whole-field optical technique for determination of surface form deviation*, Surf. Topo., vol. 1, pp. 183-193

[PUSEY, 1975]

Pusey P. N. Jakeman E. (1975), *Non-gaussian fluctuations in electromagnetic radiation scattered by a random phase screen II. Application to dynamic scattering in a liquid crystal*, Journal of Physics A, vol. 8, 3, pp. 392-410

[RAKOTOARIVONY, 1995]

Rakotoarivony L. (1995), *Validation des modèles de diffusion électromagnétiques : comparaison entre simulations et mesures par radar héliporté sur des surfaces agricoles de sol nu*, thèse de l'université de Caen, 171 p.

[REID, 1984]

Reid G. T., Rixon R. C., Messer H. I. (1984), *Absolute and comparative measurements of three dimensional shape by phase measuring moiré topography*, Opt. and Laser Tech., vol. 16, pp. 315-319

[RONDEAU, 1999]

Rondeau T. (1999), *Contribution à la modélisation des caractéristiques photométriques des matériaux de génie civil pour des calculs d'éclairage*, thèse de doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, métrologie, 214 p.

[RUSSO, 1992]

Russo N. A. Sicre E. E. (1992), *Optical surface roughness measurement using an image speckle pattern at defocus planes*, International Journal of Optoelectronics, vol. 7, 6, pp. 773-777

[SAFA, 1989]

Safa F. (1989), *Le speckle en imagerie cohérente : propriétés statistiques, relation entre l'image cohérente et l'image incohérente, essai de filtrage morphologique*, thèse de Science, Université Paul Sabatier, Toulouse, 137 p.

[SCRIBOT, 1974]

Scribot A. A. (1974), *First-order probability density functions of speckle measured with a finite aperture*, Optics Communications, vol. 11, 3, pp. 238-241

[SERRA, 1988]

Serra J. (1988), *Image analysis and Mathematical Morphology*, vol. 2, Academic Press, New Yorck, 411p., ISBN : 0-12-637241-1

[S.E.T.R.A., 1994]

S.E.T.R.A., L.C.P.C. (1994), *Conception et dimensionnement des structures de chaussée*, document technique, série Guide technique, coédition S.E.T.R.A. - L.C.P.C., 250 p., réf. D9511, ISBN : 2-7208-7010-2

[SIROHI, 1993]

Sirohi R. (1993), *Speckle metrology*, Marcel Dekker Inc, NewYorck, 551 p., ISBN : 0-8247-8932-6

[TAY, 1995]

Tay C. J. Toh S. L. Shang H. M. Zhang J. (1995), *Whole-field determination of surface roughness by speckle correlation*, Applied optics, vol. 34, 13, pp. 2324-2335

[THE MATHWORKS, 1999]

The mathworks (1999), *Signal processing toolbox to use with Matlab*, User's guide, version 4.2, documentation online, pp. 2.1-2.45.

[TRIBILLON, 1974]

Tribillon G. (1974), *Correlation entre deux speckle obtenus avec deux longueurs d'onde – application à la mesure de la rugosité moyenne*, Optics Communications, vol. 11, 2, pp. 172-174

[TUR, 1982]

Tur M., Chin K. C., Goodman J. W. (1982), *When is speckle noise multiplicative ?*, Applied Optics, vol. 21, 7, pp. 1157-1159

[ULABY, 1982]

Ulaby T. T., Moore R. K. and Fung A. K. (1982), *Microwave remote sensing. Active and passive*, vol. II, chapitre 12, Artech House, Nordwood, 2167 p., ISBN : 0-89006-193-9

[UOZUMI, 1981]

Uozumi J. Asakura T. (1981), *The first-order statistics of partially developed non-gaussian speckle patterns*, Journal of Optics, vol. 12, 3, pp. 177-186

[XP P 18-580, 1997]

XP P 18-580 (octobre 1997), *Granulats-Détermination de la resistance au polissage accélérée des gravillons-Méthode par projection*, AFNOR/CSTB, 9 p.

[YOSHIMURA, 1992]

Yoshimura T. et Fujiiwara K. (1992), *Two-dimensional measurements of surface roughness with double scattered image speckle*, Optics Communications, vol. 91, 3-4, pp.168-174

[ZAHOUANI, 2000]

Zahouani H., Vargioli R., Do M.-T. (2000), *Characterization of microtexture related to wet road / tire friction, prodeeding*, IV^e symposium international Caractéristiques de surfaces des chaussées routières et aéroportuaires « SURF 2000 », A.I.P.C.R., Nantes, 22-24 mai, pp. 195-205, ISBN 2-84060-131-1

Annexe A

Examen du terme de champ

de diffraction par les bords

Nous nous proposons d'examiner l'erreur commise en négligeant le terme de diffraction par les bords $U_e(M)$ par rapport à celui de $U_{do}(M)$ lorsque la rugosité est non nulle et composée de deux échelles.

Au paragraphe 2.5 du chapitre 3, nous avons montré que le champ diffracté $U_d(\xi)$ est la somme de :

$$U_{do}(\xi) = \frac{-ik e^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) \int_{-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{ik\Phi(\Delta x)} d\Delta x$$

et

$$U_e(\xi) = \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \frac{a}{C} \left[e^{ik\Phi(+\Delta x_m)} - e^{ik\Phi(-\Delta x_m)} \right]$$

avec

$$\Phi(\Delta x) = A\Delta x + Ch(-\xi/g + \Delta x)$$

L'expression de l'intensité lumineuse sans simplification est donnée par :

$$I(\xi) = |U_{do}(\xi)|^2 + 2\operatorname{Re}\{U_{do}(\xi)U_e^*(\xi)\} + |U_e(\xi)|^2$$

L'intensité lumineuse enregistrée par le pixel j est donnée par :

$$I(j) = \int_{\xi_j - L_e}^{\xi_j + L_e} I(\xi) d\xi$$

Nous faisons les mêmes approximations concernant la direction de diffraction qu'au paragraphe 2.5 et nous obtenons :

$$I(j) = I_{do}(j) + I_2(j) + I_e(j)$$

avec

$$I_{do}(j) = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j - L_e}^{\xi_j + L_e} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{i(\Phi(\Delta x) - \Phi(\Delta x'))} d\Delta x' d\Delta x d\xi$$

$$I_2(j) = \frac{2k}{(4\pi r_j)^2} \frac{a}{C} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) \int_{\xi=\xi_j - L_e}^{\xi_j + L_e} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} [\sin(k(A(\Delta x - \Delta x_m) + C(h(-\xi/g + \Delta x) - h(-\xi/g + \Delta x_m))))$$

$$\dots - \sin(k(A(\Delta x + \Delta x_m) + C(h(-\xi/g + \Delta x) - h(-\xi/g - \Delta x_m))))] d\Delta x d\xi$$

$$I_{do}(j) = \frac{1}{(4\pi r_j)^2} \frac{a^2}{C^2} \int_{\xi=\xi_j - L_e}^{\xi_j + L_e} (2 - 2 \cos(k(A2\Delta x_m + C(h(-\xi/g + \Delta x_m) + h(-\xi/g - \Delta x_m))))) d\xi$$

Pour quantifier l'erreur effectuée en négligeant le terme de diffraction par les bords, nous nous proposons de calculer le rapport de la valeur moyenne de $I_2(j)$, qui constitue le terme principal dû à U_{do} , sur la valeur moyenne de $I_{do}(j)$. Comme au paragraphe 3.1, on fait l'hypothèse que $h(x)$ est composée de deux échelles de texture indépendantes h_1 et h_2 et de moyenne nulle, telles que :

$$h(x) = h_1(x) + h_2(x)$$

avec

$$h_2(x) = a_j(x + \xi_j/g) + c_j$$

sur chaque photoélément j.

On exprime $\langle I_2(j) \rangle$ et $\langle I_{do}(j) \rangle$ à partir des fonctions caractéristiques de a_j et h_1 .

$$\begin{aligned} \langle I_{do}(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x'-\Delta x)} M_{a_j}^{(1)}(-kC(\Delta x'-\Delta x)) \cdots \\ &\quad \cdots M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, \Delta x'-\Delta x) d\Delta x d\Delta x' d\xi \\ \langle I_2(j) \rangle &= \frac{2k}{(4\pi r_j)^2} \frac{a}{C} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) \int_{\xi=\xi_j-L_e}^{\xi_j+L_e} \int_{\Delta x=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \text{Im} \left\{ e^{ikA(\Delta x-\Delta x_m)} M_{h_1}^{(2)}(kC, -kC, \Delta x - \Delta x_m) \cdots \right. \\ &\quad \left. \cdots M_{a_j}^{(1)}(kC(\Delta x - \Delta x_m)) - e^{ikA(\Delta x + \Delta x_m)} M_{h_1}^{(2)}(kC, -kC, \Delta x + \Delta x_m) M_{a_j}^{(1)}(kC(\Delta x + \Delta x_m)) \right\} d\Delta x d\xi \end{aligned}$$

Dans le cas où a_j est de distribution des pentes gaussienne et h_1 est de distribution des hauteurs gaussienne et de fonction d'autocorrélation gaussienne $\rho(r)$, on obtient :

$$\begin{aligned} \langle I_{do}(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-ikAr} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kCr)^2} e^{-\sigma_h^2(kC)^2(1-\rho(r))} dr \\ \langle I_2(j) \rangle &= \frac{2k}{(4\pi r_j)^2} \frac{a}{C} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) (2L_e) \int_{r=0}^{+2x_m} \sin(kAr) e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kCr)^2} e^{-\sigma_h^2(kC)^2(1-\rho(r))} dr \end{aligned}$$

La figure A.1 présente des résultats de simulations du rapport $\langle I_2(j) \rangle / \langle I_{do}(j) \rangle$ pour $j = 1$, $r_c = 12 \mu\text{m}$ et différentes valeurs de σ_a et de σ_h .

Il apparaît que la valeur du rapport des deux valeurs moyennes est maximal lorsque σ_h et σ_a sont nul.

On a alors :

$$\begin{aligned} \langle I_{do}(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2(kA\Delta x_m) \\ \langle I_{do}(j) \rangle &= -\frac{2k^2}{(4\pi r_j)^2} \frac{Aa}{C} \left(\frac{Aa}{C} + c \right) (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \text{sinc}^2(kA\Delta x_m) \end{aligned}$$

D'où

$$\frac{\langle I_2(j) \rangle}{\langle I_{do}(j) \rangle} = -2 \frac{\frac{Aa}{C}}{\frac{Aa}{C} + c}$$

Nous simulons le rapport des deux valeurs moyennes pour différentes valeurs de j. Les résultats sont présentés à la figure A.2.

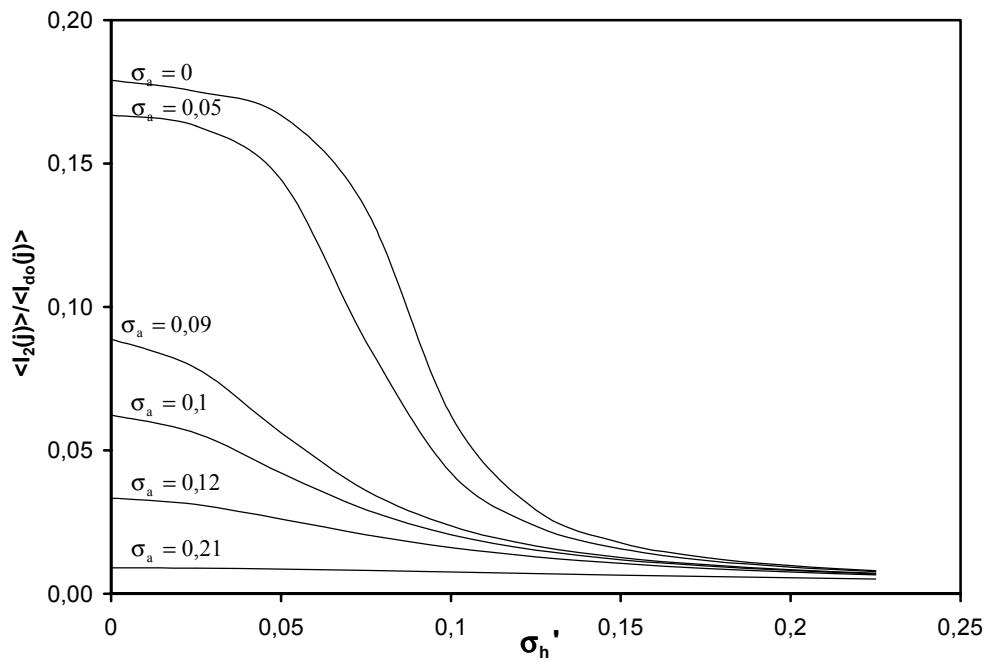


Figure A.1 : Rapport $\langle I_2(j) \rangle / \langle I_{do}(j) \rangle$ pour $j = 1$, $r_c = 12 \mu\text{m}$ et différentes valeurs de (σ_a, σ_h)

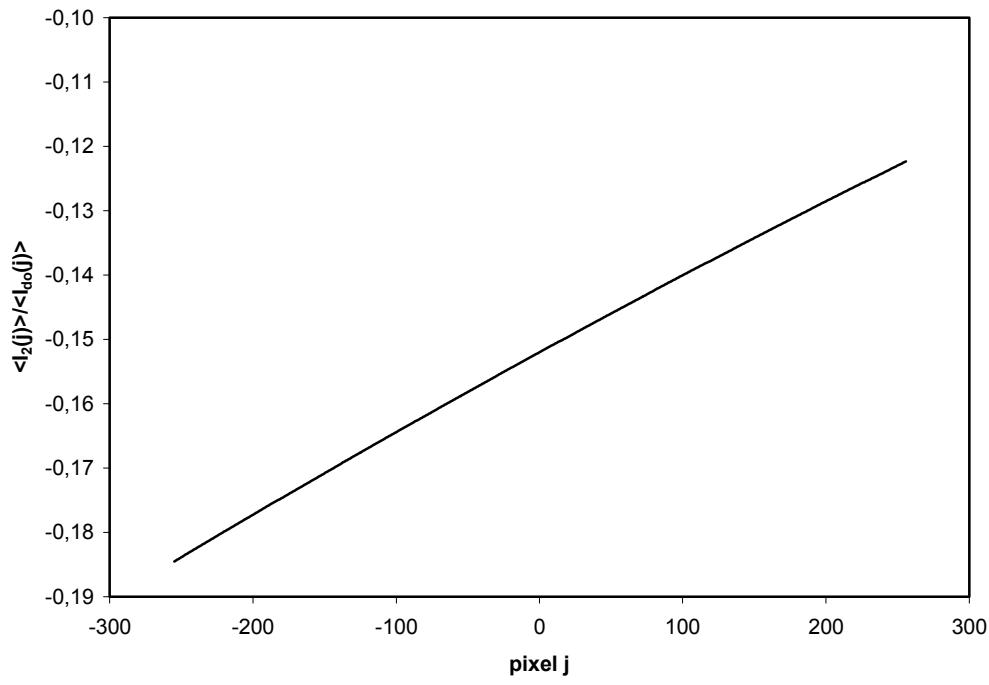


Figure A.2 : Rapport $\langle I_2(j) \rangle / \langle I_{do}(j) \rangle$ pour $\sigma_a = 0$, $\sigma_h = 0$ et différentes valeurs de j

Le rapport maximal des valeurs moyenne de $I_2(j)$ et $I_{do}(j)$ varie entre $-0,184$ et $-0,122$.

Annexe B

**Examen de l'erreur due au choix
d'une direction de diffraction constante**

Au chapitre 3, nous avons développé un modèle de speckle subjectif exploitant l'hypothèse selon laquelle la direction de diffraction k_d est approximativement constante sur le photoélément compte tenu de la configuration choisie et des ordres de grandeur des paramètres.

Dans le cas général, k_d est caractérisé par les coefficients A et C d'expressions suivantes :

$$C = -\cos \theta_{inc} - \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{g+1}{g}\right)^2 (\xi_j + e)^2 + d^2}}$$

$$A = \sin \theta_{inc} - \frac{g+1}{g} \frac{\xi_j + e}{\sqrt{\left(\frac{g+1}{g}\right)^2 (\xi_j + e)^2 + d^2}}$$

où ξ_j est l'abscisse du centre du photoélément j et e est la différence entre l'abscisse de la direction de diffraction ξ et ξ_j :

$$e = \xi - \xi_j$$

Dans la configuration de speckle subjectif modélisée, les valeurs numériques des paramètres sont les suivantes :

$$\theta_{inc} : 32^\circ$$

$$d = 228 \text{ mm}$$

$$g = 0,48$$

$$\xi_j = \pm 8,5 \mu\text{m} \pm l \times 17 \mu\text{m} \text{ avec } l \text{ variant entre } -256 \text{ et } 255$$

$$-8,5 \mu\text{m} \leq e \leq 8,5 \mu\text{m}$$

On pose :

$$G = (g + 1) / g$$

On effectue un développement limité du premier ordre de A et C par rapport à leur valeur au centre du photoélément.

$$\left[G^2 (\xi_j + e)^2 + d^2 \right]^{1/2} = \left[G^2 \xi_j^2 + d^2 \right]^{1/2} \left[1 + G^2 e \frac{2\xi_j + e}{G^2 (\xi_j + e)^2 + d^2} \right]^{1/2}$$

soit

$$C = -\cos \theta_{inc} - \frac{d}{\sqrt{G^2 \xi_j^2 + d^2}} \left[1 - \frac{G^2 e}{2} \frac{2\xi_j + e}{G^2 (\xi_j + e)^2 + d^2} \right]$$

$$A = \sin \theta_{inc} - G \frac{\xi_j + e}{\sqrt{G^2 \xi_j^2 + d^2}} \left[1 - \frac{G^2 e}{2} \frac{2\xi_j + e}{G^2 (\xi_j + e)^2 + d^2} \right]$$

Les erreurs sur A et C au premier ordre, ΔA et ΔC s'expriment sous la forme

$$\Delta C = \frac{d G^2 e}{2} \frac{2\xi_j + e}{\left[G^2 (\xi_j + e)^2 + d^2 \right]^{3/2}}$$

$$\Delta A = -\frac{Ge}{\sqrt{G^2\xi_j^2 + d^2}} \left[1 - \frac{G^2}{2} \frac{(\xi_j + e)(2\xi_j + e)}{G^2(\xi_j + e)^2 + d^2} \right]$$

En minorant les dénominateurs et en majorant les numérateurs, on montre que :

$$|\Delta C| \leq 6.76e-6$$

$$|\Delta A| \leq 1,15e-4$$

Pour vérification, nous avons simulé sur l'ensemble des photoéléments, les valeurs de ΔA et ΔC qui sont données par :

$$\Delta C = -\frac{d}{\sqrt{G^2(\xi_j + e)^2 + d^2}} + \frac{d}{\sqrt{G^2\xi_j^2 + d^2}}$$

$$\Delta A = -\frac{G(\xi_j + e)}{\sqrt{G^2(\xi_j + e)^2 + d^2}} + \frac{G\xi_j}{\sqrt{G^2\xi_j^2 + d^2}}$$

Les figures B.1 et B.2 illustre les résultats obtenus. On obtient :

$$|\Delta C| \leq 6,74e-6$$

$$|\Delta A| \leq 1,15e-4$$

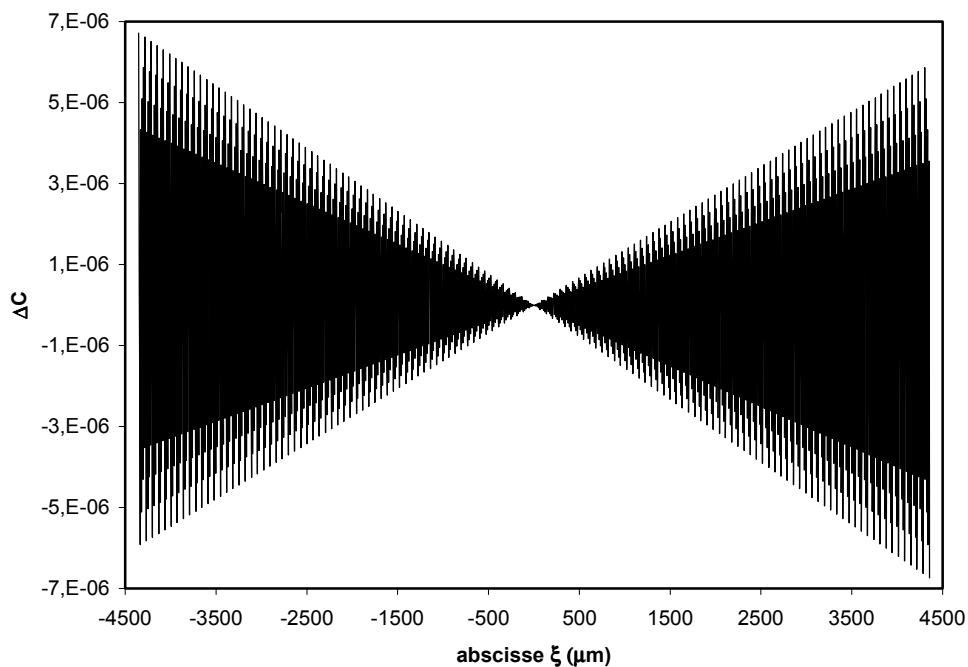


Figure B.1 : Résultats de simulation de l'erreur ΔC

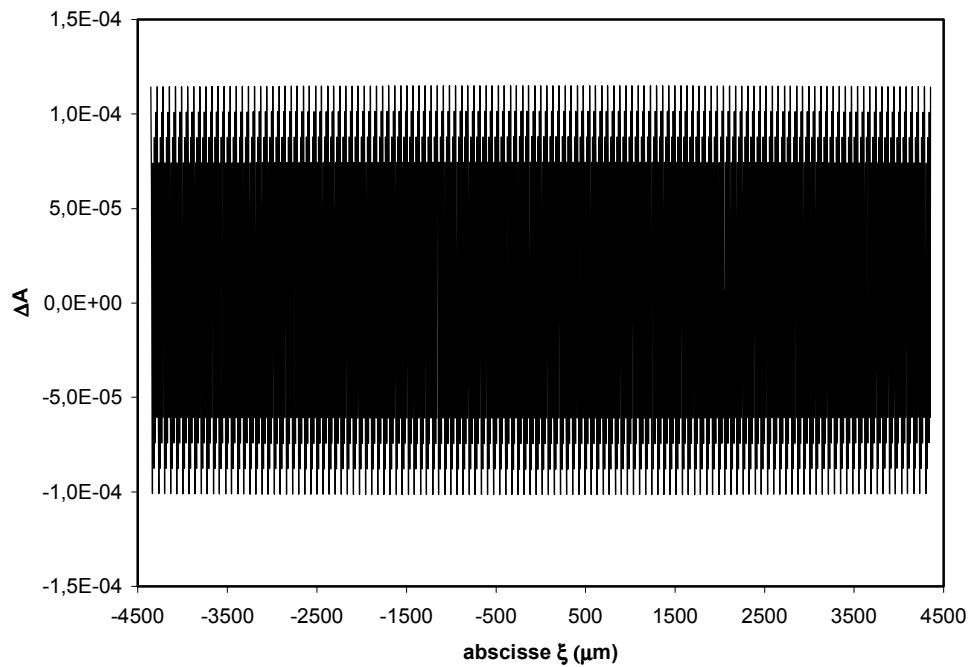


Figure B.2 : Résultats de simulation de l'erreur ΔA

Annexe C

**Complément des calculs du
paragraphe 3.4.2 du Chapitre 3**

Hypothèses :

$$\sigma_a \neq 0$$

$$\sigma_h = 0 \text{ ou } r_c \text{ infini}$$

L'expression (3.16) donne dans le cas considéré :

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kCr)^2} e^{-ikAr} dr$$

En utilisant la transformée de Fourier, on peut écrire l'expression sous la forme d'un produit de convolution.

$$\begin{aligned} \langle I(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - X)) \cdots \\ &\quad \cdots \frac{-1}{\sqrt{2\pi} \sigma_a C/\lambda} e^{-\frac{X^2}{2\sigma_a^2 C^2/\lambda^2}} dX \end{aligned}$$

On reconnaît l'expression de la densité de probabilité des pentes a_j et on effectue ensuite le changement de variable :

$$a_j = -\lambda X / C$$

On notera que C est négatif.

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_j)) p_{a_j}^{(1)}(a_j) da_j$$

L'expression (3.17) donne par ailleurs :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{\Delta x_1'=-2\Delta x_m}^{2\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} \cdots \\ &\quad \cdots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

Nous effectuons le changement de variable suivant :

$$r_1 = \Delta x_1' - \Delta x_1$$

$$s_1 = \Delta x_1' + \Delta x_1$$

$$r_2 = \Delta x_2' - \Delta x_2$$

$$s_2 = \Delta x_2' + \Delta x_2$$

d'où

$$\langle I(j)^2 \rangle = \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r_1) \text{tri}_{2\Delta x_m}(r_2) e^{-ikA(r_1+r_2)} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(r_1+r_2)^2} dr_1 dr_2$$

Nous faisons ensuite le changement de variable :

$$r = r_1 + r_2$$

$$s = r_1$$

$$\langle I(j)^2 \rangle = \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(s) \text{tri}_{2\Delta x_m}(r-s) e^{-ikAr} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2 r^2} ds dr$$

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 (2\Delta x_m)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^4(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - X)) \cdots \\ &\quad \cdots \frac{-1}{\sqrt{2\pi} \sigma_a C/\lambda} e^{-\frac{X^2}{2\sigma_a^2 C^2/\lambda^2}} dX \end{aligned} \quad (3.21)$$

soit

$$\langle I(j)^2 \rangle = \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 (2\Delta x_m)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^4(k\Delta x_m(A + Ca_j)) p_{a_j}^{(1)}(a_j) da_j$$

Annexe D

**Complément des calculs du
paragraphe 3.4.3 du Chapitre 3**

Hypothèses :

$$\sigma_a \neq 0$$

$\sigma_h \neq 0$ et r_c grand par rapport à la cellule de résolution et le photoélément

L'expression (3.16) donne dans le cas considéré :

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r) e^{-\frac{1}{2}(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)(kCr)^2} e^{-ikAr} dr$$

En exploitant la transformée de Fourier, on peut écrire l'expression sous la forme d'un produit de convolution et on effectue le changement de variable :

$$a_1 = -\lambda X / C$$

On notera que C est négatif.

$$\begin{aligned} \langle I(j) \rangle &= \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 (2L_e) (2\Delta x_m)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ &\quad \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} e^{-\frac{a_1^2}{2(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)}} da_1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

L'expression (3.17) donne :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{\Delta x_1'=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-2\Delta x_m}^{+2\Delta x_m} e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} \cdots \\ &\quad \cdots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} e^{-\sigma_h^2(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

où on a exploité le fait que :

$$r_{14}^2 - r_{13}^2 + r_{23}^2 - r_{24}^2 = 2r_{12}r_{34}$$

On fait le changement de variable suivant :

$$r_1 = \Delta x_1' - \Delta x_1$$

$$s_1 = \Delta x_1' + \Delta x_1$$

$$r_2 = \Delta x_2' - \Delta x_2$$

$$s_2 = \Delta x_2' + \Delta x_2$$

$$\langle I(j)^2 \rangle = \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2\Delta x_m}(r_1) \text{tri}_{2\Delta x_m}(r_2) e^{-\frac{1}{2}(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)(kC(r_1+r_2))^2} e^{-ikA(r_1+r_2)} dr_1 dr_2$$

On procède ensuite comme à l'Annexe C et on obtient :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 (2\Delta x_m)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^4(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - X)) \cdots \\ &\cdots \frac{-1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)C^2/\lambda^2}} e^{-\frac{X^2}{2(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)C^2/\lambda^2}} dX \end{aligned}$$

On effectue le changement de variable :

$$a_1 = -\lambda X / C$$

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 (2L_e)^2 (2\Delta x_m)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^4(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ &\cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)C^2/\lambda^2}} e^{-\frac{a_1^2}{2(\sigma_a^2 + 2\sigma_h^2/r_c^2)C^2/\lambda^2}} da_1 \end{aligned}$$

Annexe E

**Complément des calculs du
paragraphe 3.4.4 du Chapitre 3**

Hypothèses :

$$\sigma_a \neq 0$$

$$\sigma_h \neq 0$$

r_c est supérieur à $4\Delta x_m$ mais inférieur à $(4L_e/g + 4\Delta x_m)$

Nous nous intéressons à l'expression (3.17) de $\langle I(j)^2 \rangle$. Le domaine d'intégration des r_{ij} est trop important pour effectuer l'approximation de $\rho(r)$ utilisée pour $\langle I(j) \rangle$, excepté en ce qui concerne r_{12} et r_{34} . Pour r_{13} , r_{14} , r_{23} et r_{24} , on utilise un développement au second ordre de $\rho(r)$ autour de $-\Delta\xi/g$ au lieu de 0.

$$\rho(-\Delta\xi/g + \Delta x_1' - \Delta x_2') \approx \rho(-\Delta\xi/g) + (\Delta x_1' - \Delta x_2')\rho^{(1)}(-\Delta\xi/g) + \frac{(\Delta x_1' - \Delta x_2')^2}{2}\rho^{(2)}(-\Delta\xi/g)$$

Après simplification, il vient alors :

$$\rho(r_{13}) - \rho(r_{14}) + \rho(r_{24}) - \rho(r_{23}) = -(\Delta x_1' - \Delta x_1)(\Delta x_2' - \Delta x_2)\rho^{(2)}(-\Delta\xi/g)$$

où

$$\rho^{(2)}(r) = -\frac{2}{r_c^2} \left(1 - 2\frac{r^2}{r_c^2}\right) \rho(r)$$

On obtient pour $\langle I(j)^2 \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{\Delta\xi=-\infty}^{+\infty} \int_{\Delta x_1'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_1=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2'=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \int_{\Delta x_2=-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \cdots \\ &\cdots e^{-ikA(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2}(kC)^2((\Delta x_1' - \Delta x_1)^2 + (\Delta x_2' - \Delta x_2)^2 + 2(\Delta x_1' - \Delta x_1)(\Delta x_2' - \Delta x_2)(1 - 2(\Delta\xi)^2/(gr_c)^2)\rho(-\Delta\xi/g))} \cdots \\ &\cdots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)^2} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' d\Delta\xi \end{aligned}$$

On effectue le changement de variable

$$r_1 = \Delta x_1' - \Delta x_1$$

$$s_1 = \Delta x_1' + \Delta x_1$$

$$r_2 = \Delta x_2' - \Delta x_2$$

$$s_2 = \Delta x_2' + \Delta x_2$$

d'où, on obtient :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \text{tri}_{2\Delta x_m}(r_1) \text{tri}_{2\Delta x_m}(r_2) e^{-ikA(r_1 + r_2)} \cdots \\ &\cdots e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(r_1 + r_2)^2} e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2}(kC)^2(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2(1 - 2(\Delta\xi)^2/(gr_c)^2)\rho(-\Delta\xi/g))} dr_2 dr_1 d\Delta\xi \end{aligned}$$

L'expression ne comporte plus qu'une intégration sur r_1 , r_2 et $\Delta\xi$. Nous exploitons la transformée de Fourier à deux dimensions pour écrire l'expression de $\langle I(j)^2 \rangle$ sous forme de deux produits de convolution :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^4 \operatorname{sinc}^2(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - X)) \cdots \\ &\cdots \operatorname{sinc}^2(2\pi\Delta x_m(A/\lambda - Y)) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(X - Z, Y - T) F_2(Z, T) dT dZ dY dX \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} F_1(X, Y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(r_1+r_2)^2} e^{-i2\pi(Xr_1+Yr_2)} dr_1 dr_2 \\ F_2(X, Y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2}(kC)^2(r_1^2+r_2^2+2r_1r_2\varepsilon(\Delta\xi/g))} e^{-i2\pi(Xr_1+Yr_2)} dr_1 dr_2 d\Delta\xi \end{aligned}$$

où on a posé :

$$\varepsilon(r) = (1 - 2(r/r_c)^2)\rho(r)$$

L'expression de $F_1(X, Y)$ peut être exprimée en fonction de la densité de probabilité de a_j . En effet, on fait le changement de variable :

$$u = r_1 + r_2$$

$$v = r_1 - r_2$$

d'où

$$F_1(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2 u^2} e^{-i2\pi u \frac{X+Y}{2}} e^{-i2\pi v \frac{X-Y}{2}} du dv$$

soit

$$F_1(X, Y) = -\frac{1}{2} \delta\left(\frac{X-Y}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a C/\lambda} e^{-\frac{(X+Y)^2}{8\sigma_a^2 C^2/\lambda^2}}$$

De même pour $F_2(X, Y)$, on peut se ramener à une densité de probabilité du deuxième ordre.

$$F_2(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2}(kC)^2(r_1+r_2\varepsilon(\Delta\xi))^2} e^{-i2\pi Xr_1} dr_1 e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2}(kC)^2(1-\varepsilon(\Delta\xi/g)^2)r_2^2} e^{-i2\pi Yr_2} dr_2 d\Delta\xi$$

On intègre par rapport à r_1 :

$$F_2(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \frac{-1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{2\sigma_h/r_c} C/\lambda} e^{-\frac{X^2}{4\sigma_h^2/r_c^2 C^2/\lambda^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_h^2}{r_c^2} (kC)^2 (1 - \epsilon(\Delta\xi/g)^2) r_2^2} \dots e^{-i2\pi Y r_2} e^{i2\pi X r_2 \epsilon(\Delta\xi/g)} dr_2 d\Delta\xi \dots$$

On intègre par rapport à r_2 :

$$F_2(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \frac{-1}{2\pi 2\sigma_h/r_c C^2/\lambda^2 \sqrt{1 - \epsilon(\Delta\xi)^2}} e^{-\frac{X^2 + Y^2 - 2XY\epsilon(\Delta\xi/g)}{4\sigma_h^2/r_c^2 C^2/\lambda^2 (1 - \epsilon(\Delta\xi/g)^2)}} d\Delta\xi$$

On reconnaît, dans l'expression de $F_2(X, Y)$, la densité de probabilité du deuxième ordre de la dérivée de h_1 en deux points distants de $\Delta\xi/g$. Par ailleurs, $\epsilon(\Delta\xi/g)$ représente la fonction d'autocorrélation de la dérivée de h_1 .

On reporte les expressions de $F_1(X, Y)$ et $F_2(X, Y)$ dans $\langle I(j)^2 \rangle$ et, après intégration selon Z , il vient :

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^4 \text{sinc}^2(2\pi \Delta x_m (A/\lambda - X)) \dots \\ &\dots \text{sinc}^2(2\pi \Delta x_m (A/\lambda - Y)) \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{\lambda}{C} p_{a_j}^{(1)}(-\lambda T/C) \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \dots \\ &\dots \frac{\lambda^2}{C^2} p_{h_1}^{(2)}(-\lambda(X - T)/C, -\lambda(Y - T)/C, \Delta\xi/g) d\Delta\xi dT dY dX \end{aligned}$$

On effectue le changement de variables :

$$a_1 = -\lambda X/C$$

$$a_2 = -\lambda Y/C$$

$$a_j = -\lambda T/C$$

d'où

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^4 \text{sinc}^2(k \Delta x_m (A + Ca_1)) \dots \\ &\dots \text{sinc}^2(k \Delta x_m (A + Ca_2)) \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_1) p_{h_1}^{(2)}(a_1 - a_j, a_2 - a_j, \Delta\xi/g) da_j da_1 da_2 d\Delta\xi \end{aligned}$$

Annexe F

**Complément des calculs du
paragraphe 3.4.5 du Chapitre 3**

Hypothèse :

$$\begin{aligned}\sigma_a &\neq 0 \\ \sigma_h &\neq 0 \\ r_c &< 4\Delta x_m\end{aligned}$$

Nous exprimons l'expression (3.16) de $\langle I(j) \rangle$ sous la forme de deux produits de convolution.

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^2 \operatorname{sinc}^2(2\pi \Delta x_m (A/\lambda - X)) \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(X - Y) F_2(Y) dX dY$$

avec

$$\begin{aligned}F_1(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} M_{a_j}^{(1)}(-kCr) e^{-i2\pi Xr} dr \\ F_2(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} M_{h_1}^{(2)}(-kC, kC, r) e^{-i2\pi Xr} dr\end{aligned}$$

$F_1(X)$ peut être exprimé en fonction de la densité de probabilité de a_j :

$$F_1(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) e^{-ikCa_j r} e^{-i2\pi Xr} da_j dr \quad (3.27)$$

d'où

$$F_1(X) = -\frac{\lambda}{C} p_{a_j}^{(1)}\left(-\frac{\lambda}{C} X\right)$$

De la même manière que pour $F_1(X)$, on peut écrire $F_2(X)$ sous la forme suivante :

$$F_2(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p_{h_1}^{(2)}(h_1^1, h_1^2, r) e^{-ikC(h_1^1 - h_1^2)} e^{-i2\pi Xr} dh_1^1 dh_1^2 dr$$

où

$$h_1^1 = h_1(x)$$

$$h_1^2 = h_1(x - r)$$

avec x quelconque

Par analogie avec l'expression (3.27), nous déduisons que $F_2(X)$ représente la densité de probabilité de la variable v définie par :

$$v = \frac{h_1^1 - h_1^2}{r}$$

soit

$$F_2(X) = -\frac{\lambda}{C} p_v^{(1)} \left(-\frac{\lambda}{C} X\right)$$

v correspond à la pente de la droite qui relie deux points de la texture h_1 . Lorsque h_1 varie lentement sur la cellule de résolution, elle est égale à la dérivée de h_1 . Dans le cas général, v représente le coefficient de variation de h_1 sur le photoélément.

On en déduit l'expression de $\langle I(j) \rangle$ après avoir fait le changement de variable :

$$a_j = -\lambda X / C$$

$$a_1 = -\lambda Y / C$$

$$\langle I(j) \rangle = \frac{k^2}{(4\pi r_j)^2} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^2 \operatorname{sinc}^2(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) p_v^{(1)}(a_1 - a_j) da_j$$

Nous procérons de même pour $\langle I(j)^2 \rangle$.

$$\begin{aligned} \langle I(j)^2 \rangle &= \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(A/\lambda - X, -A/\lambda - Y, A/\lambda - Z, -A/\lambda - T) \cdots \\ &\cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(X', Y', Z', T') F_3(X - X', Y - Y', Z - Z', T - T') \cdots \\ &\cdots dT' dZ' dY' dX' dT dZ dY dX d\Delta\xi \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} F_1(X, Y, Z, T) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{rect}_{2\Delta x_m}(\Delta x_1') \operatorname{rect}_{2\Delta x_m}(\Delta x_1) \operatorname{rect}_{2\Delta x_m}(\Delta x_2') \operatorname{rect}_{2\Delta x_m}(\Delta x_2) \cdots \\ &\cdots e^{-i2\pi(X\Delta x_1' + Y\Delta x_1 + Z\Delta x_2' + T\Delta x_2)} d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

soit

$$F_1(X, Y, Z, T) = (2\Delta x_m)^4 \operatorname{sinc}(2\pi\Delta x_m X) \operatorname{sinc}(2\pi\Delta x_m Y) \operatorname{sinc}(2\pi\Delta x_m Z) \operatorname{sinc}(2\pi\Delta x_m T)$$

et

$$\begin{aligned} F_2(X, Y, Z, T) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(\Delta x_1' - \Delta x_1 + \Delta x_2' - \Delta x_2)} e^{-i2\pi(X\Delta x_1' + Y\Delta x_1 + Z\Delta x_2' + T\Delta x_2)} \cdots \\ &\cdots d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

$$F_3(X, Y, Z, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} M_{h_1}^{(4)}(-kC, kC, -kC, kC, \underline{x}) e^{-i2\pi(X\Delta x_1' + Y\Delta x_1 + Z\Delta x_2' + T\Delta x_2)} \\ \cdots d\Delta x_2' d\Delta x_2 d\Delta x_1' d\Delta x_1'$$

L'expression de $F_2(X, Y, Z, T)$ peut être explicitée en fonction de la densité de probabilité de a_j . On fait le changement de variable :

$$u_1 = \Delta x_1' - \Delta x_1$$

$$v_1 = \Delta x_1' + \Delta x_1$$

$$u_2 = \Delta x_2' - \Delta x_2$$

$$v_2 = \Delta x_2' + \Delta x_2$$

On intègre par rapport à v_1 et v_2 et on obtient :

$$F_2(X, Y, Z, T) = \frac{1}{4} \delta\left(\frac{X+Y}{2}\right) \delta\left(\frac{Z+T}{2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2}(kC)^2(u_1+u_2)^2} e^{-i2\pi(u_1\frac{X-Y}{2}+u_2\frac{Z-T}{2})} du_1 du_2$$

On fait ensuite le changement de variable :

$$u = u_1 + u_2$$

$$v = u_1 - u_2$$

On intègre par rapport à v et on obtient :

$$F_2(X, Y, Z, T) = -\frac{1}{8} \delta\left(\frac{X+Y}{2}\right) \delta\left(\frac{Z+T}{2}\right) \delta\left(\frac{X-Y-Z+T}{4}\right) \frac{\lambda}{C} p_{a_j}^{(1)}\left(-\frac{\lambda}{C} \frac{X-Y+Z-T}{4}\right)$$

On reporte les expressions de $F_1(X, Y, Z, T)$ et $F_2(X, Y, Z, T)$ dans $\langle I(j)^2 \rangle$ et on intègre successivement par rapport à Y' , à T' , puis par rapport à Z' . Par ailleurs, on effectue le changement de variable :

$$a_1 = -\lambda X / C$$

$$a_2 = -\lambda Y / C$$

$$a_3 = -\lambda Z / C$$

$$a_4 = -\lambda T / C$$

$$a_j = -\lambda X' / C$$

On obtient :

$$\begin{aligned} < I(j)^2 > = & \frac{k^4}{(4\pi r_j)^4} \left(\frac{Aa}{C} + c \right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tri}_{2L_e}(\Delta\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\Delta x_m)^4 \text{sinc}(k\Delta x_m(A + Ca_1)) \cdots \\ & \cdots \text{sinc}(k\Delta x_m(A - Ca_2)) \text{sinc}(k\Delta x_m(A + Ca_3)) \text{sinc}(k\Delta x_m(A - Ca_4)) \cdots \\ & \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} p_{a_j}^{(1)}(a_j) F_3(a_1 - a_j, a_2 + a_j, a_3 - a_j, a_4 + a_j) da_j da_4 da_3 da_2 da_1 d\Delta\xi \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} F_3(a_1, a_2, a_3, a_4) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p_{h_1}^{(4)}(h_1^1, h_1^2, h_1^3, h_1^4, \underline{x}) e^{-ikC(h_1^1 - h_1^2 + h_1^3 - h_1^4)} \cdots \\ & \cdots e^{ikC(a_1 \Delta x_1' + a_2 \Delta x_1 + a_3 \Delta x_2' + a_4 \Delta x_2)} dh_1^4 dh_1^3 dh_1^2 dh_1^1 d\Delta x_2 d\Delta x_2' d\Delta x_1 d\Delta x_1' \end{aligned}$$

avec

$$h_1^1 = h_1(-\xi_1/g + \Delta x_1')$$

$$h_1^2 = h_1(-\xi_1/g + \Delta x_1)$$

$$h_1^3 = h_1(-(\xi_1 + \Delta\xi)/g + \Delta x_2')$$

$$h_1^4 = h_1(-(\xi_1 + \Delta\xi)/g + \Delta x_2)$$

Annexe G

Résultats de calcul du contraste

sans filtrage de l'image

géométrique (Chapitre 5)

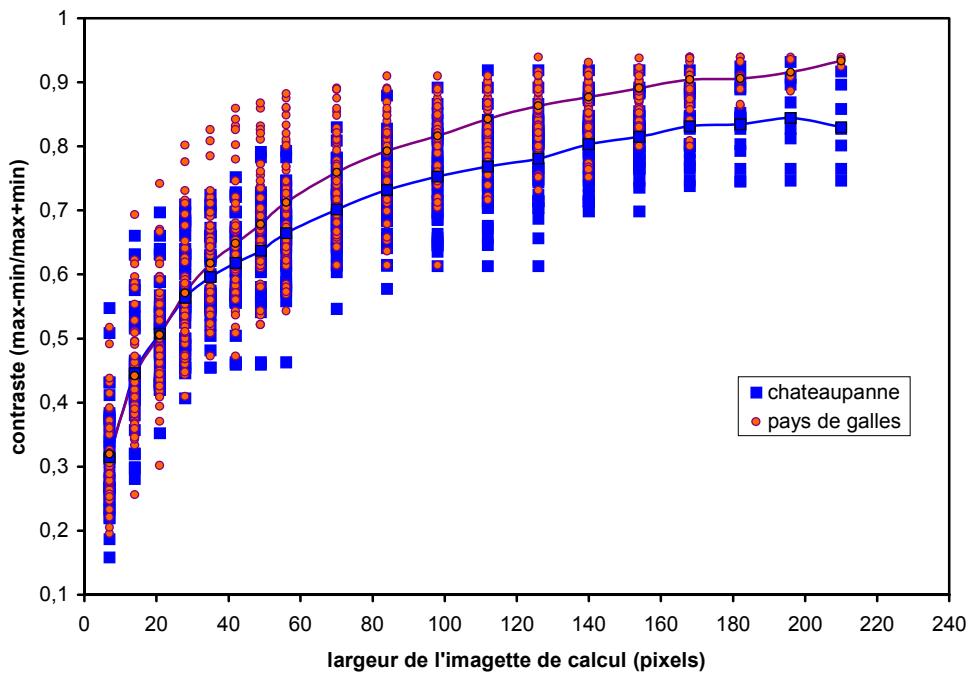


Figure G.1 : Contraste t_2 sur les surfaces complexes du groupe 1 sans filtrage

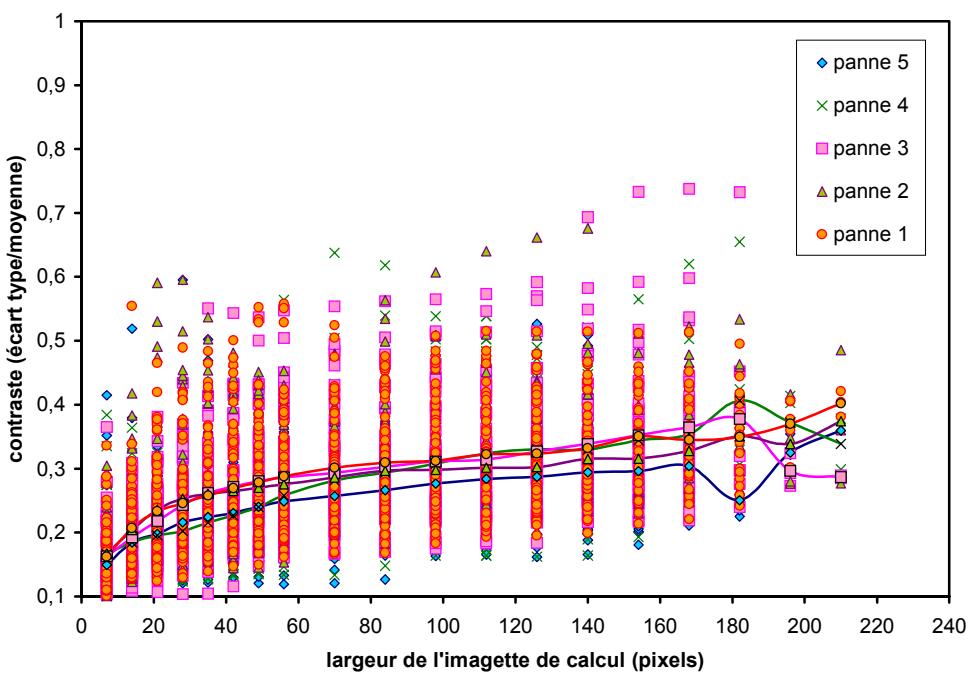


Figure G.2 : Contraste t_1 sur les surfaces complexes du groupe 2 sans filtrage

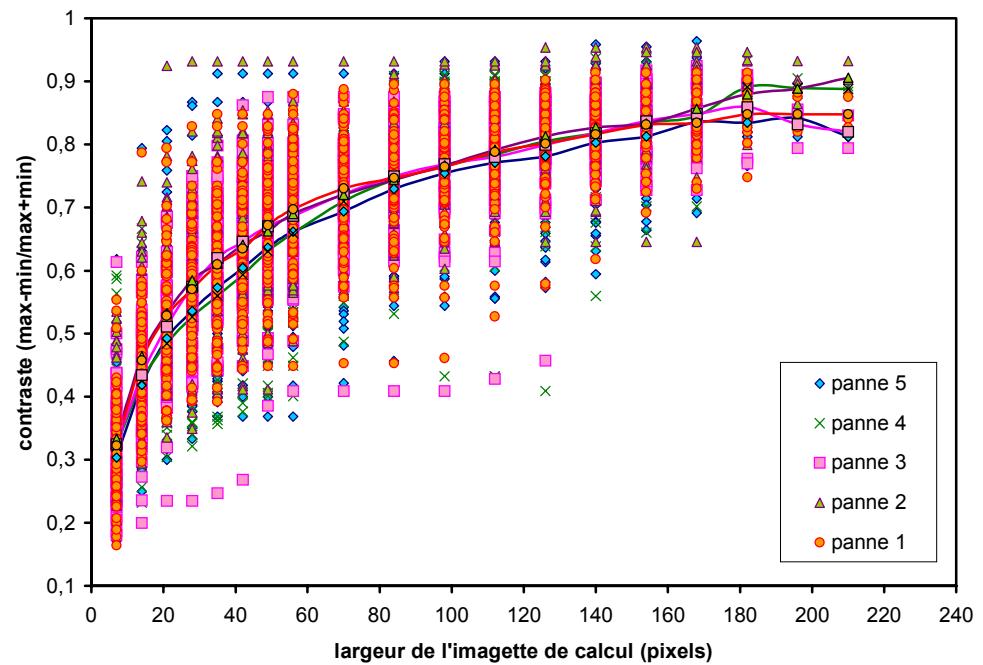


Figure G.3 : Contraste τ_2 sur les surfaces complexes du groupe 2 sans filtrage