



**HAL**  
open science

# Effets de polarisation dans les mélanges paramétriques à trois ondes en cavité : applications au traitement classique et quantique de l'information

Laurent Longchambon

## ► To cite this version:

Laurent Longchambon. Effets de polarisation dans les mélanges paramétriques à trois ondes en cavité : applications au traitement classique et quantique de l'information. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. Français. NNT: . tel-00003875

**HAL Id: tel-00003875**

**<https://theses.hal.science/tel-00003875>**

Submitted on 19 Jan 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE



LABORATOIRE KASTLER BROSSSEL



Thèse de doctorat de l'Université Paris VI

Spécialité : Physique Quantique

*présentée par*

**Laurent LONGCHAMBON**

*Pour obtenir le titre de docteur de l'Université Paris VI*

*Sujet de la thèse :*

**EFFETS DE POLARISATION DANS LES MÉLANGES  
PARAMÉTRIQUES À TROIS ONDES EN CAVITÉ :  
APPLICATIONS AU TRAITEMENT CLASSIQUE  
ET QUANTIQUE DE L'INFORMATION**

*A soutenir le 16 juin 2003 devant le jury composé de :*

M. Fabien BRETENAKER	Rapporteur
M. Thomas COUDREAU	
M. Claude FABRE	Directeur de thèse
M. Marc LEFRANC	
M. Juan Ariel LEVENSON	Rapporteur
M. Emmanuel ROSENCHER	



# Table des matières

<b>Table des matières</b> . . . . .	i
<b>Introduction</b> . . . . .	1
<b>1. Eléments d'optique en lumière polarisée et d'optique non linéaire - Oscillateur Paramétrique Optique</b> . . . . .	7
A Propagation des états de polarisation dans les dispositifs optiques. . . . .	8
A.1 Représentation de Jones d'un état de polarisation. . . . .	8
A.2 Matrices de Jones d'un dispositif optique . . . . .	9
B Modes propres de polarisation en cavité - Conditions de résonance . . . . .	12
B.1 Cavité en anneau . . . . .	12
B.2 Cavité linéaire . . . . .	20
B.3 Résumé . . . . .	23
C Eléments d'optique non linéaire - Application au mélange à trois ondes. . . . .	24
C.1 Propagation des champs dans un milieu non linéaire . . . . .	24
C.2 Mélange à trois ondes . . . . .	26
C.3 Accord de phase de type II . . . . .	30
C.4 Résumé . . . . .	32
D OPO de type II - Propriétés classiques . . . . .	32
D.1 Mélange à trois ondes en cavité . . . . .	33
D.2 OPO en anneau triplement résonant . . . . .	35
D.3 OPO linéaire triplement résonant. . . . .	39
D.4 Propriétés spectrales des OPO . . . . .	41
D.5 Résumé . . . . .	46
<b>2. OPO à verrouillage de phase: théorie classique</b> . . . . .	49
A Couplage et verrouillage . . . . .	50
A.1 Description du gyrolaser . . . . .	50

A.2	Verrouillage de modes . . . . .	51
B	OPO en anneau avec élément biréfringent - Solution dégénérée en fréquence	53
B.1	Lame tournée d'un petit angle . . . . .	57
B.2	Cas général . . . . .	67
B.3	Résumé . . . . .	71
C	OPO linéaire avec élément biréfringent - Solution dégénérée en fréquence	72
C.1	Equations de bouclage . . . . .	72
C.2	Tracé de la zone d'accrochage . . . . .	74
D	Solution non dégénérée . . . . .	77
D.1	Solution non dégénérée en fonction des désaccords . . . . .	79
D.2	Solution non dégénérée en fonction de la longueur de la cavité et de la température du cristal . . . . .	81
D.3	Zone d'accrochage en fréquence . . . . .	82
E	Conclusion . . . . .	83
<b>3.</b>	<b>OPO à verrouillage de phase : théorie quantique . . . . .</b>	<b>87</b>
A	Corrélations quantiques et téléportation - Critères associés. . . . .	87
A.1	Intrication quantique . . . . .	88
A.2	Téléportation quantique en variables continues . . . . .	89
A.3	Critères associés à la téléportation quantique . . . . .	92
B	Propriétés quantiques de l'OPO de type II . . . . .	96
B.1	Equations semi-classiques . . . . .	96
B.2	Différence des fluctuations . . . . .	100
B.3	Somme des fluctuations . . . . .	100
B.4	Fluctuations associées à un seul faisceau . . . . .	101
B.5	Critères associés . . . . .	104
B.6	Mesure des fluctuations de phase . . . . .	108
C	Propriétés quantiques de l'OPO autoverrouillé . . . . .	110
C.1	Equations générales . . . . .	110
C.2	Comportement aux grands angles de la lame . . . . .	112
C.3	Comportement aux petits angles de la lame . . . . .	112
C.4	Variances associées à la différence des fluctuations . . . . .	113
C.5	Evolution des différents critères . . . . .	116
C.6	Optimisation de la quadrature comprimée . . . . .	119
C.7	Effet des pertes . . . . .	126
D	Conclusion . . . . .	128

<b>4. Génération vectorielle de seconde harmonique - Reconversion paramétrique</b> . . . . .	129
A Prévisions théoriques . . . . .	130
A.1 Equations stationnaires . . . . .	130
A.2 Equations stationnaires avec lame biréfringente . . . . .	138
A.3 Bifurcations . . . . .	140
B Résultats expérimentaux . . . . .	143
C Conclusion . . . . .	147
<b>5. Régénération optique</b> . . . . .	149
A Généralités . . . . .	149
B Résultats expérimentaux avec simple cavité . . . . .	150
B.1 Première cavité : oscillation paramétrique issue de génération vectorielle de seconde harmonique . . . . .	151
B.2 Deuxième cavité : Ecrêtage de la pompe par oscillation paramétrique	152
B.3 Système total . . . . .	154
C Dispositif expérimental . . . . .	155
C.1 Première cavité . . . . .	155
C.2 Deuxième cavité . . . . .	162
C.3 Deux cavités en série . . . . .	162
D Dispositif de reconversion à double cavité . . . . .	164
D.1 Génération de seconde harmonique . . . . .	165
D.2 Cavité infrarouge . . . . .	170
D.3 Cavité infrarouge et cavité verte sans lame biréfringente . . . . .	173
D.4 Cavité infrarouge et cavité verte avec lame biréfringente . . . . .	175
E Vers une mise en oeuvre de ce dispositif pour les Télécoms optiques . . . . .	181
E.1 Différentes expressions des seuils d'oscillation de reconversion . . . . .	182
E.2 Calcul du seuil attendu avec un cristal de GaAs. . . . .	184
F Bruit du signal écrêté par la seconde cavité . . . . .	185
G Conclusion . . . . .	189
<b>Conclusion</b> . . . . .	191
<b>Bibliographie</b> . . . . .	193



# Introduction

A partir de la mise au point du premier laser en 1961 se sont développés deux nouveaux champs d'investigation en optique qui sont d'une part l'optique non linéaire et d'autre part l'optique quantique. Quelques mois après le fonctionnement du premier laser, l'équipe de P. A. Franken découvrit la génération de seconde harmonique dans un cristal irradié par un laser. L'optique non linéaire était née. Avec les puissances élevées désormais disponibles avec les lasers il devient en effet nécessaire de prendre en compte les termes d'ordre supérieurs à 1 qui interviennent entre la polarisation du milieu et le champ électrique qui l'induit. Parmi les nombreux effets non linéaires qui ont été décrits depuis une quarantaine d'années on trouve en particulier le mélange à trois ondes dans des milieux présentant des non-linéarités d'ordre 2. Les principaux effets non linéaires qui en découlent sont la génération de somme et de différence de fréquences. Le premier inclut la génération de seconde harmonique pour la production de faisceaux cohérents de courtes longueurs d'onde (bleu, ultraviolet). Le second donne lieu à la conversion paramétrique qui agit comme un amplificateur optique. Les effets non linéaires étant de faible intensité, il est rapidement apparu que la résonance d'une cavité optique entourant le milieu non linéaire pouvait diminuer les puissances laser nécessaires à l'obtention de ces effets. De plus, la présence de la cavité rajoute des propriétés intéressantes car un système à conversion paramétrique placé dans une cavité résonante permet de créer un Oscillateur Paramétrique Optique (OPO) dont le milieu actif est composé du milieu non linéaire excité par un faisceau pompe. Au-dessus d'un certain seuil d'intensité pour la pompe, deux faisceaux intenses et cohérents sont émis, dont la fréquence est de l'ordre de la moitié de la fréquence pompe.

Eu égard à sa grande accordabilité, ce système a été très étudié dans les années 70-80 mais a été supplanté par les lasers à colorants, plus faciles à manipuler et à stabiliser. Ce dispositif connaît un retour en grâce depuis une dizaine d'années avec la mise au point de nouveaux cristaux et de meilleurs lasers car ils constituent une source de rayonnement accordable dans une large gamme de longueurs d'onde. Les OPO trouvent ainsi des applications importantes en spectroscopie et dans la production de faisceaux



cohérents dans l'infrarouge lointain.

Parallèlement à l'évolution de l'optique non linéaire, on a développé les méthodes permettant de décrire quantiquement les états du champ lumineux émis par un laser, avec notamment l'introduction des états quasi-classiques par Glauber. L'optique quantique s'est développée rapidement sur cette base. Elle prédit notamment l'existence d'états non-classiques du champ pour des faisceaux qui peuvent être intenses (c'est-à-dire hors du régime de comptage de photons). En effet, la théorie établit une inégalité de type Heisenberg sur le bruit associé à deux quadratures orthogonales du champ. Cette inégalité permet de définir un bruit quantique standard au-dessous duquel les résultats ne peuvent pas s'expliquer par une théorie purement classique. Cette description permet de faire apparaître la nature quantique des champs dans le cas où ceux-ci appartiennent à des faisceaux intenses.

On s'est rapidement rendu compte que les milieux non linéaires étaient particulièrement adaptés à la production d'états non classiques du champ parce qu'ils ont la faculté de modifier ses fluctuations pour produire en particulier des états dits "comprimés" du rayonnement. Ces états présentent sur une de leurs quadratures un bruit inférieur au bruit quantique standard. En outre, lors de la conversion paramétrique, deux photons sont émis simultanément par le milieu non linéaire ce qui entraîne l'existence de fortes corrélations de nature quantique entre deux paires de grandeurs physiques conjuguées associées aux photons. Pour visualiser ces corrélations avec des faisceaux intenses, l'OPO semble tout naturellement le candidat idéal puisqu'il permet de conserver l'aspect corrélé des deux faisceaux émis tout en ayant un seuil assez bas pour être pompé avec un laser continu. Au niveau fondamental, ce sont ses propriétés quantiques qui font le grand intérêt de l'OPO. Elles se traduisent par des corrélations entre les faisceaux jumeaux qu'il émet qui entraîne une forte réduction du bruit de la différence de leurs intensités. Elles permettent également de créer du vide comprimé lorsque l'OPO est pompé sous le seuil, et présentent aussi des effets de compression de bruit sur la pompe.

Les postulats fondamentaux sur lesquels repose la mécanique quantique permettent de décrire des situations physiques qui ne sont pas envisageables dans le cadre de la mécanique classique, notamment la superposition d'états quantiques et les corrélations quantiques entre deux systèmes. Ces effets quantiques utilisés dans le traitement de l'information ont donné naissance à un nouveau domaine d'investigation qui est l'information quantique. La plupart de ses protocoles ont été conçus pour fonctionner avec des photons uniques et l'information quantique avec des variables continues reste un champ peu développé, même s'il est en expansion. Parmi les nombreuses voies

de recherche de ce nouveau champ, des protocoles de téléportation quantique ont été développés afin de contourner le théorème de non clonage. Celui-ci interdit la reconstruction parfaite d'un état quantique par une suite de mesures directes de cet état. Ces protocoles nécessitent l'utilisation de paires de particules fortement corrélées appelées paires EPR. Les faisceaux signal et complémentaire d'un OPO sont présentent une telle propriété et l'on a naturellement pensé à les utiliser pour réaliser une expérience de téléportation quantique.

L'OPO de type II présente la particularité d'avoir les champs signal et complémentaire polarisés orthogonalement ce qui les rend facilement séparables. Afin de produire des faisceaux EPR exploitables il faut qu'ils aient la même fréquence ce qui est difficile à réaliser avec un OPO. De plus, un phénomène de diffusion de la phase des champs signal et complémentaire rend peu pratique la mesure des fluctuations de phase. Afin de produire des faisceaux "brillants" les expériences réalisées à ce jour ont utilisé deux techniques. La première consiste à recombinaison sur une lame de faisceaux indépendamment comprimés en intensité avec des OPO pompés au-dessous du seuil. La deuxième consiste à injecter un OPO pompé au-dessus du seuil. Nous nous proposons d'étudier un système original, fonctionnant au-dessus du seuil, où l'oscillation à dégénérescence de fréquence est imposé par un couplage interne entre les champs signal et complémentaire. Ce couplage est réalisé grâce à l'insertion d'une lame biréfringente dans la cavité de l'OPO.

Dans cette thèse nous avons placé l'étude de cet effet quantique (qui a été la motivation initiale) dans le contexte plus général des effets de polarisation dans le mélange paramétrique de type II avec insertion d'éléments biréfringents. Le couplage en polarisation associé au couplage paramétrique permet de coupler à la fois linéairement et non-linéairement les deux faisceaux jumeaux. Outre les résultats obtenus sur les propriétés quantiques de tels systèmes, il nous a permis d'obtenir des résultats nouveaux sur le comportement non-linéaire classique de ces systèmes. Nous avons appliqué ces résultats à l'étude théorique et l'amélioration de propriétés de seuil d'un système de régénération tout-optique déjà conçu au laboratoire.

La première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude des modes propres de polarisation dans une cavité contenant deux éléments biréfringents ainsi qu'à des rappels concernant l'optique non linéaire classique et quantique. Cette étude sera faite dans les deux configurations de cavité en anneau et linéaire. Nous montrerons la dépendance de ces modes en fonction de paramètres expérimentaux accessibles qui sont la température du cristal non linéaire et la longueur de la cavité. Puis nous rappellerons en détail

les propriétés d'oscillation et les propriétés spectrales d'un OPO triplement résonant de type II monomode transverse et déduirons les conditions permettant d'obtenir une émission à dégénérescence de fréquence.

Dans une seconde partie nous allons étudier théoriquement l'effet du couplage induit par la présence d'une lame biréfringente dans un OPO doublement résonant de type II, et montrerons l'existence d'une zone d'accrochage dans l'espace des paramètres expérimentaux où les faisceaux signal et complémentaire sont émis à même fréquence avec une phase bien définie. Nous étudierons les deux géométries de cavité en anneau et linéaire. Nous ferons également une étude de l'émission non dégénérée du système afin d'étudier la compétition entre les modes dégénérés et non dégénérés.

Une fois bien établies les propriétés classiques de l'OPO autoverrouillé, nous ferons l'étude théorique des propriétés quantiques d'un tel système. Nous étudierons les bruits associés à diverses combinaisons des champs et étudierons l'intérêt du système à la lumière de différents critères d'information quantique. Après avoir montré que les fluctuations corrélées ne demeurent pas orthogonales pour un tel système, nous caractériserons ces quadratures optimalement corrélées en fonction de l'intensité du couplage de la lame.

La quatrième partie de ce mémoire traite d'un système symétrique à l'OPO autoverrouillé qui va faire partie d'un système de régénération tout-optique. Nous allons étudier théoriquement et expérimentalement les propriétés classiques d'un système triplement résonant de génération de seconde harmonique de type II en compétition avec la reconversion paramétrique symétriquement associée. Nous montrerons qu'un tel dispositif se comporte comme un filtre passe-haut à basculement de polarisation vis à vis du champ injecté ce qui le rendra indispensable dans le système de régénération décrit dans le chapitre suivant. Nous présenterons des calculs dans le cas d'une cavité d'OPO "classique" et dans le cas où l'on a inséré une lame biréfringente tournée. Nous décrirons ensuite les résultats expérimentaux obtenus au laboratoire sur un tel système et utilisant une géométrie originale à double cavité.

Avec le développement du réseau de télécommunications optiques, le problème de la dégradation de l'impulsion lors de sa propagation dans la fibre optique et de sa remise en forme est devenu crucial pour les futurs réseaux à très haut débit. Les dispositifs actuels utilisent une remise en forme opto-électronique et un système tout-optique permettrait de meilleures performances. De tels dispositifs de régénération doivent présenter des caractéristiques de transmission fortement non linéaires. L'OPO, avec ses effets de seuil marqués, va pouvoir être utilisé dans ce but et nous avons développé dans le cadre d'un contrat avec France Télécom un système de régénération tout-optique basés sur des ef-

---

fets de polarisation dans les mélange à trois ondes en cavité. Dans la dernière partie de ce mémoire, nous rappellerons les résultats expérimentaux obtenus au laboratoire par K. S. Zhang sur un dispositif de régénération optique combinant le système du chapitre précédent et un OPO classique et présenterons une étude plus détaillée, théorique et expérimentale, de ce dispositif. En allant à la recherche de seuils plus bas, nous présenterons également une étude théorique et expérimentale du fonctionnement de l'OPO à reconversion avec double cavité qui montre une diminution importante de ce seuil par rapport à celui de la simple cavité. Nous réaliserons une étude théorique du bruit transmis par le régénérateur et présenterons des résultats théoriques sur une possible implémentation d'un tel système à des longueurs d'ondes télécom et des débits proches de ceux des futurs réseaux optiques.



## Chapitre 1

# Eléments d'optique en lumière polarisée et d'optique non linéaire - Oscillateur Paramétrique Optique

Nous allons nous intéresser aux effets de polarisation dans les mélanges à trois ondes de type II en cavité et à l'influence d'éléments biréfringents supplémentaires dans cette cavité. Rappelons que le mélange à trois ondes de type II est caractérisé par le fait que les champs signal et complémentaire sont polarisés orthogonalement. Ces études sont à rapprocher des travaux qui ont été menés sur les cavités laser bimodes en polarisation contenant un ou plusieurs éléments biréfringents [Bretenaker91]. Ils ont permis de mesurer la constante de couplage entre ces modes [Brunel97] [Vallet98], d'étudier les lasers à auto-modulation de polarisation [Brunel98] [Vallet97] ou encore à étudier le verrouillage de modes dans un gyrolaser [Vallet94a] [Vallet94b]. La présence d'éléments biréfringents dans une cavité Fabry-Pérot permet également de faire des expériences de polarimétrie intracavité [Vallet99]. Tous ces travaux ont montré l'influence des modes propres de polarisation dans la cavité sur le comportement des systèmes. Nous allons dans la première section de ce chapitre introductif étudier ces modes propres pour des cavités Fabry-Pérot contenant plusieurs éléments biréfringents. Nous allons ensuite établir les équations qui caractérisent le mélange à trois ondes de type II et les appliquer dans le cas d'un mélange en cavité : l'Oscillateur Paramétrique Optique.

## A Propagation des états de polarisation dans les dispositifs optiques

### A.1 Représentation de Jones d'un état de polarisation

La nature vectorielle de l'état de polarisation d'une onde permet d'utiliser une représentation matricielle de celui-ci. Elle a été introduite par R.C. Jones en 1941 [Jones41] pour décrire d'une manière compacte et pratique l'état de polarisation d'une onde totalement polarisée ainsi que l'effet de dispositifs optiques sur cet état. Rappelons que dans un milieu diélectrique la forme la plus générale du vecteur induction électrique  $\mathbf{D}(z, t)$  d'une onde plane monochromatique de direction de propagation  $\mathbf{k} = kz$  est :

$$\begin{cases} D_x(z, t) = A_x \cos(\omega t - kz - \varphi_x) \\ D_y(z, t) = A_y \cos(\omega t - kz - \varphi_y) \end{cases} \quad (1-1)$$

où  $x$  et  $y$  sont portés par les vecteurs unitaires  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  du repère cartésien orthonormé  $Oxy$ . On peut également écrire en notation complexe :

$$\mathbf{D}(z, t) = \mathbf{D}_0 \exp[i(kz - \omega t)] \quad (1-2)$$

avec  $\mathbf{D}_0 = A_x e^{i\varphi_x} \mathbf{x} + A_y e^{i\varphi_y} \mathbf{y}$ . Le vecteur de Jones normé est par définition le vecteur colonne  $\mathcal{J}$  exprimé dans la base  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  :

$$\mathcal{J} = \frac{1}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \begin{pmatrix} A_x e^{i\varphi_x} \\ A_y e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} \quad (1-3)$$

Ainsi, le vecteur de Jones d'un état de polarisation elliptique caractérisé par l'angle  $\rho$  représenté sur la figure 1.1 et le déphasage  $\varphi$  entre ses composantes cartésiennes est :

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \cos \rho \\ \sin \rho e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

Les vecteurs de Jones de deux états de polarisation linéaire orthogonaux  $\mathcal{J}_1$  et  $\mathcal{J}_2$  sont donc de la forme :

$$\mathcal{J}_1 = \begin{pmatrix} \cos \rho \\ \sin \rho \end{pmatrix} \text{ et } \mathcal{J}_2 = \begin{pmatrix} -\sin \rho \\ \cos \rho \end{pmatrix} \quad (1-5)$$

Pour deux états orthogonaux de polarisation circulaires les vecteurs de Jones  $\mathcal{J}_+$  et  $\mathcal{J}_-$  sont :

$$\mathcal{J}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ et } \mathcal{J}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1-6)$$

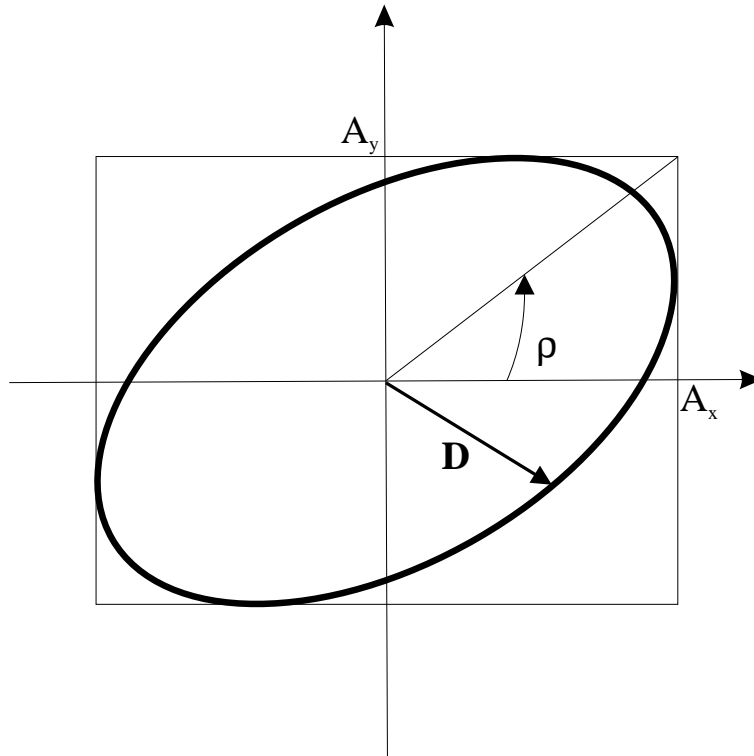


Fig. 1.1 – Paramètres de l'état de polarisation elliptique.

## A.2 Matrices de Jones d'un dispositif optique

L'état de polarisation d'une onde plane monochromatique peut être modifié par différents phénomènes physiques. Comme nous allons nous intéresser la plupart du temps à des phénomènes survenant en cavité nous allons écarter les matériaux dichroïques qui induisent des pertes sur les composantes de polarisation et nous allons utiliser des matériaux qui présentent une anisotropie optique et qui permettent de modifier l'état de polarisation de l'onde sans pertes.

De manière générale, un milieu diélectrique anisotrope est un milieu dont les propriétés optiques, et en particulier l'indice de réfraction dépendent de la direction de propagation de l'onde incidente. En fait, pour une direction de propagation donnée on montre qu'il existe deux indices de réfraction possibles. Ceux-ci sont reliés à des états de polarisation orthogonaux qui peuvent se propager sans altération. Ces états de polarisation sont appelés états propres pour la direction de propagation considérée. L'opérateur décrivant la propagation des vecteurs de Jones est diagonal dans cette base et unitaire dans des milieux non absorbants. On peut donc associer à tout dispositif optique non absorbant un opérateur linéaire auquel on associe une matrice unitaire  $\mathbf{M}$  que nous allons exprimer par la suite dans la base canonique des états polarisés linéairement le



long des axes  $Ox$  et  $Oy$ , l'onde se propageant le long de l'axe  $Oz$ .

On distingue deux types d'anisotropie optique :

- l'anisotropie linéaire où les modes propres de polarisation sont rectilignes ;
- l'anisotropie circulaire où les modes propres de polarisation sont circulaires.

### A.2.1 Milieux anisotropes linéaires

Dans le cas des milieux anisotropes linéaires les états propres rectilignes sont les vecteurs de Jones  $\mathcal{J}_1$  et  $\mathcal{J}_2$  définis en 1-5 et dont les directions définissent les axes neutres de la lame.

Les valeurs propres  $(\lambda_1, \lambda_2)$  associées à  $(\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2)$  sont alors :

$$\begin{cases} \lambda_1 = e^{(ikn_l e)} \\ \lambda_2 = e^{(ikn_r e)} \end{cases} \quad (1-7)$$

où  $n_l$  et  $n_r$  sont les indices lents et rapides associés aux axes neutres de la lame.

Ce sont des dispositifs qui rajoutent un déphasage  $\Delta\phi = k(n_l - n_r)e$  entre les deux états rectilignes ; ils correspondent aux lames déphasantes usuelles comme les lames demi-onde ( $\Delta\phi = \pi$ ) ou quart d'onde ( $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ ). L'expression des vecteurs  $\mathcal{J}_1$  et  $\mathcal{J}_2$  ainsi que l'unitarité de  $\mathbf{M}_{lin}$  nous permet d'exprimer celle-ci dans la base des polarisations linéaires de direction  $(Ox, Oy)$  lorsque ses axes neutres  $(OL, OR)$  qui portent les axes lents et rapides d'indices  $n_l$  et  $n_r$  font un angle  $\rho$  avec les axes  $(Ox, Oy)$  du laboratoire selon la figure 1.2 [Huard93].

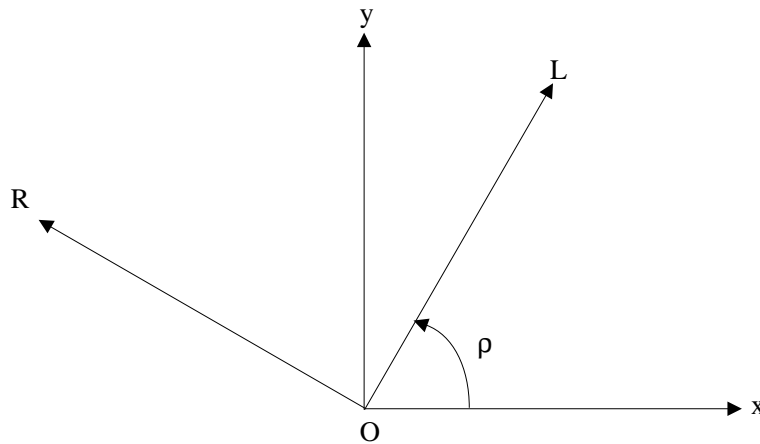


Fig. 1.2 – Lame déphasante orientée suivant l'angle  $\rho$ .

$$\mathbf{M}_{lin} = e^{ikne} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta\phi}{2}) + i \cos(2\rho) \sin(\frac{\Delta\phi}{2}) & i \sin(2\rho) \sin(\frac{\Delta\phi}{2}) \\ i \sin(2\rho) \sin(\frac{\Delta\phi}{2}) & \cos(\frac{\Delta\phi}{2}) - i \cos(2\rho) \sin(\frac{\Delta\phi}{2}) \end{pmatrix} \quad (1-8)$$

où  $n = (n_l + n_r)/2$  représente l'indice de réfraction moyen de la lame déphasante d'épaisseur  $e$ . Afin de simplifier ultérieurement les notations nous allons poser :

$$\alpha = \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + i \cos(2\rho) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \alpha_0 e^{i\psi} \quad (1-9)$$

$$\epsilon = i \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\epsilon_0 \quad (1-10)$$

avec  $(\alpha_0, \psi) \in \mathbb{R}^2$ .

Soit

$$\mathbf{M}_{lin} = e^{ikne} \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon \\ -\epsilon^* & \alpha^* \end{pmatrix} \quad (1-11)$$

Selon l'unitarité de  $\mathbf{M}_{lin}$  on a :

$$\alpha_0^2 + \epsilon_0^2 = 1 \quad (1-12)$$

### A.2.2 Milieux anisotropes circulaires

Par définition on appellera rotateur toute lame d'épaisseur  $e$  formée d'un matériau dont les polarisations propres sont circulaires. Les vecteurs de Jones  $\mathcal{J}_+$  et  $\mathcal{J}_-$  définis en 1-6 se propagent sans déformation dans le milieu avec les valeurs propres  $\lambda_+$  et  $\lambda_-$  telles que:

$$\begin{cases} \lambda_+ & = e^{(ikn_+e)} \\ \lambda_- & = e^{(ikn_-e)} \end{cases} \quad (1-13)$$

De même que précédemment on peut à partir des propriétés d'unitarité de la matrice remonter à l'expression générale de  $\mathbf{M}_{circ}$  :

$$\mathbf{M}_{circ} = e^{ikne} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) & -\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (1-14)$$

où  $n = (n_+ + n_-)/2$  représente l'indice de réfraction moyen de la lame rotatrice et  $\Delta\phi = k(n_- - n_+)e$ . On peut remarquer que l'orientation de la lame rotatrice n'importe pas puisque les modes propres de polarisation sont circulaires.

### A.2.3 Association de matrices de Jones

Le formalisme matriciel de Jones est particulièrement adapté à la détermination de l'état de polarisation transmis par une association d'éléments optiques doués de propriétés biréfringentes. En effet, il suffit de multiplier les matrices correspondant à la succession des éléments pour obtenir la matrice équivalente à leur ensemble .

Il est à noter que les matrices de Jones étant des matrices  $2 \times 2$  elles ne commutent

généralement pas. L'ordre dans lequel sont disposés les éléments biréfringents importe alors dans la détermination des polarisations propres.

## B Modes propres de polarisation en cavité - Conditions de résonance

L'Oscillateur Paramétrique Optique consiste en la mise en cavité d'un cristal non linéaire d'ordre 2 afin d'obtenir une oscillation semblable à l'oscillation laser et où le gain qui doit compenser les pertes de la cavité est le gain paramétrique directement relié à l'amplitude du champ pompe présent dans la cavité. De plus, afin de réaliser le verrouillage de phase entre les champs signal et complémentaire, nous allons introduire un couplage linéaire entre ces deux champs au moyen d'une lame présentant une biréfringence linéaire. Le cristal étant en pratique biréfringent afin de pouvoir vérifier l'accord de phase, nous allons étudier les conditions de résonance et les polarisations propres de cavités contenant un cristal et une lame tous deux présentant une biréfringence linéaire. Deux types de géométries de cavités sont envisagées :

- la cavité en anneau qui présente l'avantage de mener à des équations plus simples mais qui introduit des problèmes d'astigmatisme dus aux miroirs concaves de la cavité pris sous incidence non normale.
- la cavité linéaire qui est la configuration utilisée dans les expériences pour des raisons de commodité d'alignement et de minimisation des pertes.

### B.1 Cavité en anneau

Nous allons considérer une cavité en anneau constituée des éléments suivants :

- un ensemble de miroirs de déphasage global à la réflexion  $\zeta_i$  pour chaque direction de polarisation  $\mathbf{u}_i$  avec  $i = \{1, 2\}$ .
- un cristal biréfringent de longueur  $l$ , d'axes optiques de directions  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ , d'indices de réfraction  $n_1$  et  $n_2$ .
- une lame biréfringente d'épaisseur  $e$ , d'axes neutres  $\mathbf{u}_o$  et  $\mathbf{u}_e$  et d'indices de réfraction  $n_o$  et  $n_e$ .

Les axes neutres de la lame sont tournés d'un angle  $\rho$  par rapport aux axes optiques du cristal.

Les matrices de Jones seront écrites dans la base des polarisations propres du cristal, c'est à dire les polarisations linéaires de direction  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ .

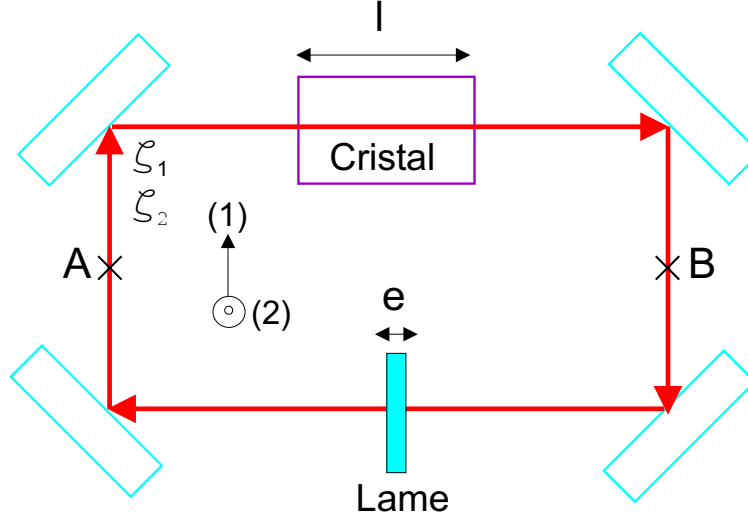


Fig. 1.3 – Cavité résonante sans pertes.

La matrice de Jones du cristal s'écrit dans cette base:

$$\mathbf{M}_{cristal} = e^{ik\bar{n}l} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} \quad (1-15)$$

où  $\bar{n} = (n_1 + n_2)/2$  représente l'indice moyen du cristal vu par les deux polarisations et  $\theta = k(n_2 - n_1)l$  est la biréfringence du cristal qui pourra être modifiée en changeant la température de celui-ci.

La matrice de Jones de la lame a déjà été exprimée en 1-11:

$$\mathbf{M}_{lame} = e^{iknl} \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon \\ -\epsilon^* & \alpha^* \end{pmatrix} \quad (1-16)$$

avec

$$\alpha = \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + i \cos(2\rho) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \alpha_0 e^{i\psi} \quad (1-17)$$

$$\epsilon = i \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\epsilon_0 \quad (1-18)$$

avec  $n = (n_o + n_e)/2$  et  $\Delta\phi = k(n_l - n_r)e$  respectivement comme indice moyen et déphasage de la lame.

Les traitements diélectriques des miroirs vont rajouter des déphasages sur chaque polarisation qui vont être pris en compte dans une matrice globale  $\mathbf{M}_{miroir}$ :

$$\mathbf{M}_{miroir} = e^{i\bar{\zeta}} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Delta\zeta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\Delta\zeta}{2}} \end{pmatrix} \quad (1-19)$$

où  $\bar{\zeta} = (\zeta_1 + \zeta_2)/2$  représente le déphasage moyen de l'ensemble des miroirs et  $\Delta\zeta = \zeta_2 - \zeta_1$  la biréfringence des miroirs.

Il reste à prendre en compte la propagation libre des champs dans le vide que nous cumulerons sur une longueur  $L$ . La matrice correspondante  $\mathbf{M}_{libre}$  est proportionnelle à l'identité et s'exprime :

$$\mathbf{M}_{libre} = e^{ik_0L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1-20)$$

### B.1.1 Ordre des éléments

Nous avons vu en A.2.3 que deux matrices de Jones ne commutent pas, comme la plupart des matrices  $2 \times 2$ . Ainsi, la matrice de propagation des deux modes du champ sur un tour n'aura pas la même expression selon le point de départ du bouclage. La matrice de propagation sur un tour au point A est :

$$\mathbf{M}_A^{tour} = \mathbf{M}_{miroir} \cdot \mathbf{M}_{lame} \cdot \mathbf{M}_{cristal} \cdot \mathbf{M}_{libre} = e^{i\delta_m} \begin{pmatrix} \alpha_0 e^{i\frac{2\psi - \theta - \Delta\zeta}{2}} & \epsilon_0 e^{i\frac{\pi + \theta + \Delta\zeta}{2}} \\ \epsilon_0 e^{i\frac{\pi - \theta - \Delta\zeta}{2}} & \alpha_0 e^{-i\frac{2\psi - \theta - \Delta\zeta}{2}} \end{pmatrix} \quad (1-21)$$

avec  $\delta_m = k(L + \bar{n}l + ne) + \bar{\zeta}$  le déphasage moyen vu par les deux polarisations sur un tour.

Alors que la matrice de propagation sur un tour au point B est :

$$\mathbf{M}_B^{tour} = \mathbf{M}_{miroir} \cdot \mathbf{M}_{cristal} \cdot \mathbf{M}_{lame} \cdot \mathbf{M}_{libre} = e^{i\delta_m} \begin{pmatrix} \alpha_0 e^{i\frac{2\psi - \theta - \Delta\zeta}{2}} & \epsilon_0 e^{i\frac{\pi - \theta - \Delta\zeta}{2}} \\ \epsilon_0 e^{i\frac{\pi + \theta + \Delta\zeta}{2}} & \alpha_0 e^{-i\frac{2\psi - \theta - \Delta\zeta}{2}} \end{pmatrix} \quad (1-22)$$

Nous définissons pour la suite  $\Theta = \theta + \Delta\zeta$  qui représente la biréfringence totale due au cristal et aux miroirs.

### B.1.2 Conditions de résonance

Les matrices  $\mathbf{M}_A^{tour}$  et  $\mathbf{M}_B^{tour}$  ont la même équation caractéristique, elles ont donc les mêmes valeurs propres. Leur expression a la forme :

$$\lambda_{\pm} = e^{i(\delta_m \pm \xi)} \quad (1-23)$$

avec  $\xi = \arccos(\alpha_0 \cos(\psi - \Theta/2))$ .

On dira qu'une polarisation propre est résonante dans la cavité lorsque la valeur propre associée prend la valeur 1. Cela signifie que la polarisation correspondante se retrouve identique à elle-même après un tour dans la cavité. Elle subit alors une interférence constructive à chaque tour ce qui lui permet d'atteindre une intensité importante dans

la cavité.

On atteint la résonance sur une polarisation en faisant varier la longueur  $L$  de la cavité jusqu'à vérifier  $\delta_m \equiv \pm\xi \pmod{2\pi}$ . Le fait que les valeurs propres soient indépendantes de l'endroit de la cavité où on les calcule traduit simplement le fait que la longueur de résonance d'un mode propre de polarisation est indépendante de l'endroit où l'on observe ce mode. Les deux polarisations propres ne peuvent être résonantes pour la même longueur de cavité que si  $\xi = 0$  ce qui n'arrive que lorsqu'on a à la fois  $\alpha_0 = 1$  et  $\Theta/2 = \psi$ , ce qui correspond à une configuration où la lame n'est pas tournée et où la biréfringence du cristal compense la biréfringence de la lame et des miroirs. Ainsi, dès que la lame est tournée il ne peut pas y avoir résonance simultanée des deux polarisations.

### B.1.3 Modes propres de polarisation à l'entrée du cristal

Si les valeurs propres des matrices  $\mathbf{M}_A^{tour}$  et  $\mathbf{M}_B^{tour}$  sont identiques, il n'en est pas de même de leurs valeurs propres. Nous allons choisir arbitrairement le point A, où le cristal précède la lame. Nous verrons plus loin que cette configuration simplifie les calculs dans le cas de l'oscillateur paramétrique optique contenant une lame biréfringente. Le calcul des modes propres de polarisation de la matrice  $\mathbf{M}_A^{tour}$  nous mène aux deux polarisations orthogonales

$$\mathcal{J}_+ = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\Theta}{2}} \left( \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \epsilon_0^2} \right) \\ \epsilon_0 \end{pmatrix} \text{ et } \mathcal{J}_- = \begin{pmatrix} \epsilon_0 \\ -e^{-i\frac{\Theta}{2}} \left( \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \epsilon_0^2} \right) \end{pmatrix} \quad (1-24)$$

Les polarisations propres sont dans le cas général des polarisations elliptiques. Elles ne dépendent que des biréfringences et de l'angle de la lame. Un cas particulièrement intéressant pour la suite est le cas où les modes propres de polarisation sont également projetés sur les directions  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ , c'est-à-dire lorsque l'ellipse de polarisation est inscrite dans un carré. Pour cela, il faut vérifier

$$|\sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \epsilon_0^2}| = \epsilon_0 \quad (1-25)$$

Cette équation n'a de solution que si:

$$\begin{cases} \alpha_0 & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ \Theta/2 & = & \psi \end{cases} \quad (1-26)$$

$\alpha_0 = 0$  impose  $\rho = \frac{\pi}{4}$  et  $\Delta\phi = \pi$ , ce qui correspond à une lame  $\lambda/2$  tournée de  $45^\circ$ . Cette configuration assure l'égalité à un déphasage près des projections sur  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ . Nous avons représenté sur la figure 1.4 un mode propre de polarisation correspondant à cette situation pour une valeur quelconque de la biréfringence  $\Theta$ . On voit que seule l'ellipticité du mode varie avec la température. Les projections du mode le long des axes (1) et (2) restent indépendants de la température du cristal. La deuxième solution  $\Theta/2 = \psi$  correspond à la compensation par le cristal des autres biréfringences : il existe donc toujours une température qui permettra de se placer dans cette configuration, quel que soit l'angle de la lame et sa biréfringence.

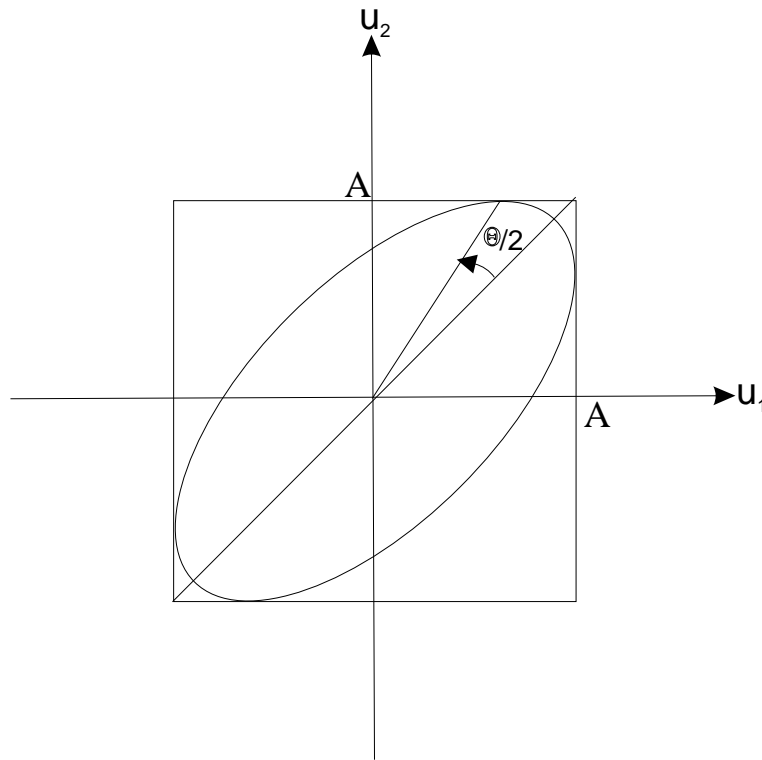


Fig. 1.4 – Un mode propre de polarisation à l'entrée du cristal avec une lame  $\lambda/2$  tournée de  $45^\circ$ .

#### B.1.4 Cas où la lame déphasante est une lame $\lambda/2$

Afin que lors de la résonance d'une polarisation propre l'intensité du champ soit également répartie sur  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  nous avons vu qu'il est nécessaire d'avoir l'égalité des modules des coefficients des vecteurs de Jones exprimés dans la base  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ . Le but étant de réaliser ce cas de figure en s'affranchissant au maximum du paramètre qu'est la température du cristal, nous avons montré qu'il était nécessaire d'employer une lame  $\lambda/2$  tournée de  $45^\circ$ . Nous allons préciser les modes propres de polarisation et

les conditions de résonance d'une cavité contenant un cristal non linéaire et une lame  $\lambda/2$  tournée d'un angle  $\rho$ .

Les deux principaux paramètres sur lesquels on peut agir sont la longueur de la cavité qui permet d'ajuster la résonance et la température du cristal qui modifie la biréfringence de celui-ci. Nous allons par la suite introduire ces grandeurs dans les calculs afin d'obtenir des résultats qui seront plus parlants pour les prochaines réalisations expérimentales. Le cristal utilisé est un cristal biréfringent de KTP (Potassium Titanyl Phosphate) dont le choix sera justifié par la suite.

#### B.1.4.a Evolution des indices du KTP avec la température

Le cristal de KTP que nous utilisons nous a été fourni par la société CRISTAL LASER que nous remercions pour leur efficacité et leur compétence. Il possède deux indices  $n_1$  et  $n_2$  associés à chaque polarisation propre orthogonale le long de  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ . La longueur d'onde pour laquelle sont exprimées ces indices est  $\lambda_0 = 1064nm$  et correspond à la longueur d'onde des champs signal et complémentaire qui seront émis par l'OPO à dégénérescence de fréquence. Voici les valeurs de ces indices ainsi que leurs variations en fonction de la température [Cristal Laser]:

$$\begin{aligned} n_1 &= 1.8296 \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{dn_1}{dT} = 1.6 \times 10^{-5} K^{-1} \\ n_2 &= 1.7466 \quad \text{et} \quad a_2 = \frac{dn_2}{dT} = 1.3 \times 10^{-5} K^{-1} \end{aligned} \quad (1-27)$$

La valeur moyenne du déphasage sur un tour s'écrit  $\delta_m(L, T) = k(L + \bar{n}(T)l + ne) + \bar{\zeta}$ . La biréfringence totale de la cavité s'écrit  $\Theta(T) = \theta(T) + \Delta\zeta$ .

Nous allons poser  $T_0$  telle que  $\Theta(T_0) = \pi$ . Cela correspond à une température pour laquelle la matrice de l'ensemble  $\{\text{miroir} + \text{lame}\}$  équivaut à une lame  $\lambda/2$  non tournée. Nous allons également poser  $L_0$  telle que  $\delta_m(L_0, T_0) = 2m\pi$  avec  $m$  entier. Elle correspond à une longueur de résonance de la cavité lorsque la lame  $\lambda/2$  n'est pas tournée et que le cristal est à la température  $T_0$ . La biréfringence totale de la cavité équivaut alors à une lame  $\lambda$  et toutes les polarisations sont résonantes pour cette longueur.

Nous pouvons donc maintenant introduire l'écart de longueur  $\delta L$  et l'écart en température  $\delta T$  tels que:

$$\begin{cases} L = L_0 + \delta L \\ T = T_0 + \delta T \end{cases} \quad (1-28)$$



On peut donc en déduire que:

$$\delta_m(L_0 + \delta L, T_0 + \delta T) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \delta L + \frac{\left(\frac{dn_1}{dT} + \frac{dn_2}{dT}\right)\delta T}{2} l \right) \quad (1-29)$$

$$\Theta(T_0 + \delta T) = \pi + \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\left(\frac{dn_2}{dT} - \frac{dn_1}{dT}\right)\delta T}{2} l \quad (1-30)$$

Nous allons prendre comme longueur de cristal  $l = 1\text{cm}$  ce qui correspond aux cristaux utilisés expérimentalement. Nous sommes maintenant en mesure de pouvoir décrire les résonances de la cavité et ses états de polarisation en fonction de  $\delta L$  et  $\delta T$ .

#### B.1.4.b Polarisation propres

Une lame  $\lambda/2$  correspond à une biréfringence  $\Delta\phi = \pi$ . Nous en déduisons selon 1-18 que :

$$\begin{cases} \alpha_0 = \cos(2\rho) \\ \epsilon_0 = \sin(2\rho) \\ \psi = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (1-31)$$

Les modes propres de polarisation à l'entrée du cristal sont donc :

$$\mathcal{J}_+ = \begin{pmatrix} (\mathcal{J}_+)_{1} \\ (\mathcal{J}_+)_{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{Norm} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\Theta}{2}} \left( \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \sin^2(2\rho)} \right) \\ \sin(2\rho) \end{pmatrix} \quad (1-32)$$

$$\mathcal{J}_- = \begin{pmatrix} (\mathcal{J}_-)_{1} \\ (\mathcal{J}_-)_{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{Norm} \begin{pmatrix} \sin(2\rho) \\ -e^{-i\frac{\Theta}{2}} \left( \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \sin^2(2\rho)} \right) \end{pmatrix} \quad (1-33)$$

avec  $\cos \xi = \cos(2\rho) \sin(\Theta/2)$  et  $Norm = \sqrt{2 \sin^2(\xi) + 2 \sin(\xi) \sqrt{\sin^2(\xi) - \sin^2(2\rho)}}$  qui est un facteur de normalisation des vecteurs de Jones.

On voit que ces deux matrices imposent chacune un déphasage  $\pm\Theta/2$  entre les polarisations le long de  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  qui va dépendre de la température du cristal.

Il est important de pouvoir visualiser le déséquilibre entre les projections des polarisations propres sur les directions des axes optiques du cristal. Pour cela nous allons regarder la variation de la quantité  $|(\mathcal{J}_+)_{1}|^2$  des vecteurs de Jones normés. Lorsque sa valeur atteint  $\frac{1}{2}$ , alors les projections sur les directions (1) et (2) sont égales. La figure 1.5 nous montre bien que pour  $\Theta = \pi$  (ce qui correspond à  $\delta T = 0$ ) les projections sont équilibrées et que plus l'angle  $\rho$  tend vers  $45^\circ$  moins la variation de température du cristal influe sur le module de ces projections. Nous pouvons aussi remarquer que pour  $\Theta = \pi$  les équations 1-44 et 1-33 montrent que les polarisations propres sont circulaires

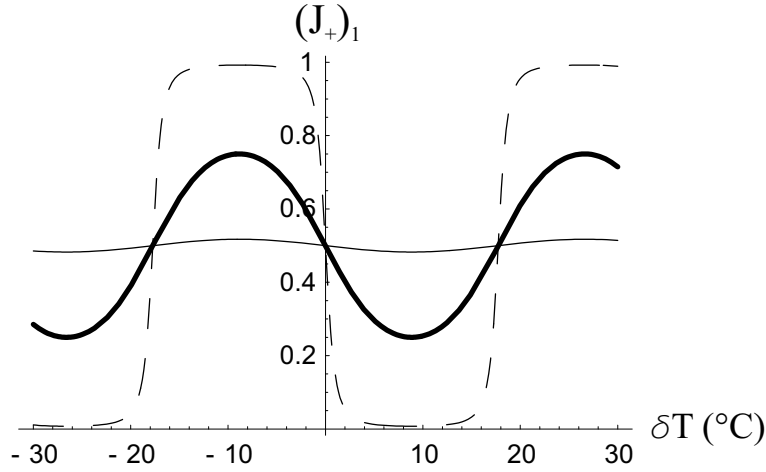


Fig. 1.5 – Projection du mode de polarisation sur l'axe ( $Ox$ ) pour  $\rho = 5^\circ$  (pointillés),  $\rho = 30^\circ$  (gras),  $\rho = 44^\circ$  (trait plein) en fonction de la température  $\delta T$ .

pour n'importe quel angle de rotation de la lame  $\lambda/2$ . Le caractère périodique de la figure 1.5 vient du fait que la plage de température que nous décrivons est très large : la biréfringence du cristal varie sur plus d'une longueur d'onde du champ.

#### B.1.4.c Conditions de résonance

Nous avons vu selon l'équation 1-47 que la condition de résonance de la cavité était

$$\delta_m = \pm \xi \quad \text{mod } 2\pi \quad (1-34)$$

Nous pouvons exprimer les longueurs de résonance  $\delta L$  qui vérifient 1-34, ce sont :

$$\delta L_{\pm} = \pm \frac{\lambda_0}{2\pi} \xi - \frac{\left(\frac{dn_1}{dT} + \frac{dn_2}{dT}\right) \delta T}{2} l \quad \text{mod } 2\lambda_0 \quad (1-35)$$

Nous pouvons maintenant représenter  $\delta L_{\pm}/\lambda_0$  en fonction de  $\delta T$  pour différents angles  $\rho$  de la lame sur la figure 1.6.

On remarque que plus  $\rho$  est élevé et plus l'écart entre les deux longueurs de résonance grandit : dans le cas extrême où  $\rho = 45^\circ$  alors  $\xi = \pi/2$  et l'écart entre les deux résonances est maximal, il est également indépendant de la température du cristal. Ce résultat peut s'interpréter de la manière suivante :

Supposons le champ incident polarisé selon  $\mathbf{u}_1$ . La traversée du cristal n'affectera pas son état de polarisation puisque  $\mathbf{u}_1$  est un axe optique du cristal. Le passage par la lame va tourner le champ de  $90^\circ$  et le transformer en  $\mathbf{u}_2$ ; il faudra un second tour afin que la polarisation revienne le long de sa direction initiale. Ainsi, pour les champs polarisés le long des axes optiques du cristal la cavité "se boucle sur deux tours" avec un même

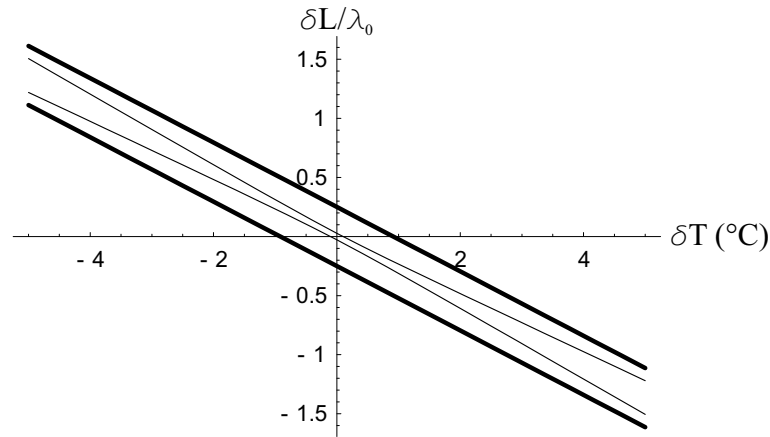


Fig. 1.6 – Longueur de résonance normalisée  $\delta L_{\pm}/\lambda_0$  pour  $\rho = 5^\circ$  (trait fin) et  $\rho = 45^\circ$  (trait gras) en fonction de la température  $\delta T$ .

déphasage égal à  $2\delta_m$ . L'intervalle spectral libre "apparent" est alors la moitié de celui de la cavité habituelle, comme dans le cas d'une cavité confocale.

## B.2 Cavité linéaire

Nous allons nous placer dans le cas d'une cavité linéaire où le cristal est inséré avant la lame déphasante comme le montre la figure 1.7 .

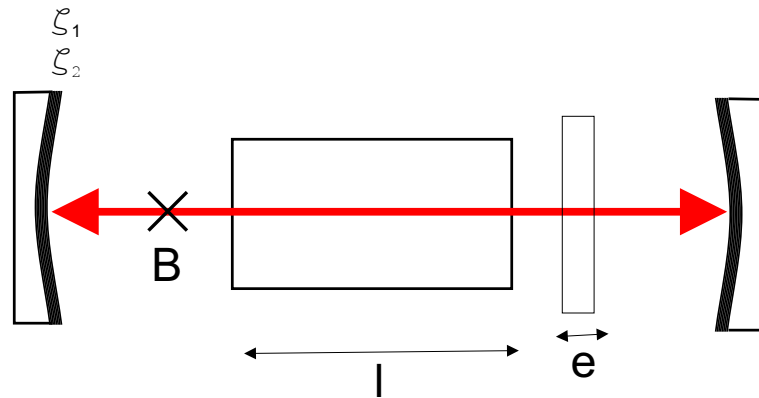


Fig. 1.7 – Cavité linéaire avec lame biréfringente

La matrice de propagation sur un tour démarrant au point  $B$  est maintenant:

$$\mathbf{M}_{tour} = \mathbf{M}_{miroir} \cdot \mathbf{M}_{cristal} \cdot \mathbf{M}_{lame}^2 \cdot \mathbf{M}_{cristal} \cdot \mathbf{M}_{libre} \quad (1-36)$$

La biréfringence des miroirs  $\Delta\zeta$  n'est pas prise en compte ici à cause de la symétrie cylindrique de la cavité linéaire : nous supposons que les déphasages induits par les miroirs sont les mêmes pour toutes les polarisations. Nous excluons ici le cas où la différence de croissance des couches diélectriques dissymétrise les déphasages.

On voit rapidement que  $\mathbf{M}_{lame}^2$  vaut :

$$\mathbf{M}_{lame}^2 = e^{ikn2l} \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \alpha^* \end{pmatrix} \quad (1-37)$$

avec:

$$\alpha = \cos\left(2\frac{\Delta\phi}{2}\right) + i \cos(2\rho) \sin\left(2\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \alpha_0 e^{i\psi} \quad (1-38)$$

$$\epsilon = i \sin\left(2\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\epsilon_0 \quad (1-39)$$

L'effet de la lame sur l'aller-retour est donc équivalent à une lame tournée du même angle mais de biréfringence double. La matrice de propagation sur un tour s'exprime alors:

$$\mathbf{M}_B^{tour} = e^{i\delta_m} \begin{pmatrix} \alpha_0 e^{i\frac{2\psi-\theta-\Delta\zeta}{2}} & \epsilon_0 e^{i\frac{\pi-\Delta\zeta}{2}} \\ \epsilon_0 e^{i\frac{\pi+\Delta\zeta}{2}} & \alpha_0 e^{-i\frac{2\psi-\theta-\Delta\zeta}{2}} \end{pmatrix} \quad (1-40)$$

avec

$$\delta_m = k(2L + 2\bar{n}l + 2ne) + \bar{\zeta} \quad (1-41)$$

$$\theta = 2k(n_2 - n_1)l \quad (1-42)$$

On définira comme dans le cas de la cavité en anneau la biréfringence totale de la cavité

$$\Theta = \theta + \Delta\zeta \quad (1-43)$$

Les grandeurs  $\delta_m$  et  $\theta$  ont la même forme que pour la cavité en anneau à condition de multiplier par deux toutes les longueurs à cause de l'aller-retour de l'onde dans la cavité.

### B.2.1 Modes propres de polarisation

Les vecteurs propres de  $\mathbf{M}_B^{tour}$  sont:

$$\mathcal{J}_+ = \frac{1}{Norm} \begin{pmatrix} \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi^2 - \epsilon_0^2} \\ \epsilon_0 \end{pmatrix} \quad (1-44)$$

$$\mathcal{J}_- = \frac{1}{Norm} \begin{pmatrix} \epsilon_0 \\ -(\sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi^2 - \epsilon_0^2}) \end{pmatrix} \quad (1-45)$$

avec  $\cos \xi = \alpha_0 \cos(\psi - \Theta/2)$  et  $Norm = \sqrt{2 \sin^2(\xi) + 2 \sin(\xi) \sqrt{\sin^2(\xi) - \epsilon_0^2}}$  qui est un facteur de normalisation des vecteurs de Jones. On voit immédiatement que ces modes

propres sont linéaires quelle que soit la température du cristal. Les cas de figure où les projections des polarisations propres sur les axes (1) et (2) sont égales vont donc correspondre aux polarisations linéaires à  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  des axes optiques du cristal. Nous nous trouvons dans cette situation lorsque les relations 1-26 sont vérifiées :

$$\begin{cases} \alpha_0 = 0 \\ \text{ou} \\ \Theta/2 = \psi \end{cases} \quad (1-46)$$

La condition  $\alpha_0 = 0$  correspond à  $\Delta\phi = \pi/2$  et  $\rho = 45^\circ$  ce qui correspond à une lame  $\lambda/4$  tournée de  $45^\circ$ . Ainsi, dans cette configuration, les modes propres de la cavité sont les polarisations linéaires à  $\pm 45^\circ$  des axes optiques et cela indépendamment de la température du cristal comme dans la cavité en anneau. De même que pour la cavité en anneau, nous allons étudier plus en détail les propriétés de la cavité lorsque la lame est une lame  $\lambda/4$ .

### B.2.2 Conditions de résonance

Les valeurs propres associées à 1-44 et 1-45 sont

$$\lambda_{\pm} = e^{i(\delta_m \pm \xi)} \quad (1-47)$$

Ce sont les mêmes expressions que pour la lame  $\lambda/2$  tournée de  $45^\circ$  dans la cavité en anneau. Nous allons donc avoir exactement les mêmes propriétés de résonance, à la différence près que le déphasage moyen sur un tour s'écrit

$$\delta_m(L, T) = k(2L + \bar{n}(T)2l + n2e + 2\bar{\zeta}) \quad (1-48)$$

Les longueurs de cavité  $\delta L$  qui permettent la résonance sont donc inférieures de moitié à celles de la cavité en anneau.

### B.2.3 Cas où la lame déphasante est une lame $\lambda/4$

Une lame  $\lambda/4$  correspond à une biréfringence  $\Delta\phi = \pi/2$ . Nous en déduisons selon 1-39 que :

$$\begin{cases} \alpha_0 = \cos(2\rho) \\ \epsilon_0 = \sin(2\rho) \\ \psi = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (1-49)$$

### B.2.3.a Modes propres de polarisation à l'entrée du cristal

Maintenant  $\cos \xi = \cos(2\rho) \sin(\Theta/2)$ . On voit selon 1-44 et 1-45 que si  $\Theta = \pi$  alors les deux polarisations propres seront les polarisations linéaires à  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  des axes optiques du cristal et cela pour toute valeur de  $\rho$ , comme nous l'avons vu pour la cavité en anneau.

De plus, si  $\rho = \pi/4$  alors ces polarisations seront les polarisations propres de la cavité pour toute température du cristal. Cette indépendance des modes propres de la cavité dans cette configuration peut s'expliquer de la façon suivante :

Nous avons vu que la matrice de Jones correspondant à l'aller-retour dans la lame  $\lambda/4$  tournée de  $45^\circ$  est équivalente à la matrice d'une lame  $\lambda/2$  tournée du même angle soit :

$$\mathbf{M}_{lame}^2 = e^{ikn2l} \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1-50)$$

Cette matrice est exprimée dans la base des polarisations linéaires le long de  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ . En omettant les déphasages moyens, on calcule :

$$\mathbf{M}_{cristal} \cdot \mathbf{M}_{lame}^2 \cdot \mathbf{M}_{cristal} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} \quad (1-51)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1-52)$$

$$= \mathbf{M}_{lame}^2 \quad (1-53)$$

L'aller-retour dans la succession {lame+cristal} est donc équivalent à la traversée de la lame  $\lambda/2$  tournée de  $45^\circ$ . L'effet du cristal ne se retrouve que dans le déphasage moyen qu'il rajoute. Ainsi, les modes propres de polarisation de la cavité sont, indépendamment de la température du cristal, les polarisations linéaires à  $\pm 45^\circ$  des axes optiques du cristal.

## B.3 Résumé

Nous avons vu dans cette section que la présence d'une lame biréfringente dans une cavité Fabry-Pérot contenant un cristal biréfringent modifie les modes propres de polarisation de cette cavité. Ceux-ci dépendent de la température du cristal  $T$  et de l'angle  $\rho$  entre les axes neutres de la lame et les axes optiques du cristal. Dans le cas d'une lame  $\lambda/2$  dans une cavité en anneau ou d'une lame  $\lambda/4$  dans une cavité

linéaire les modes propres deviennent indépendants de  $T$  lorsque  $\rho = 45^\circ$ . De plus, chaque mode propre se décompose de manière équilibrée sur les polarisations linéaires le long des axes du cristal. Cette propriété sera très utile pour créer un générateur de seconde harmonique indépendant de la température ou encore pour faire osciller un OPO à dégénérescence sur une large plage de température. L'étude nous a aussi fait apparaître une température particulière : il s'agit de la température où la biréfringence du cristal et des miroirs compense la biréfringence de la lame. A cette température  $T_0$  on retrouve la propriété de symétrie des modes propres de polarisation par rapport aux directions des axes optiques du cristal. Le point important est que  $T_0$  existe pour n'importe quelle biréfringence de la lame et n'importe quel angle  $\rho$ .

## C Eléments d'optique non linéaire - Application au mélange à trois ondes

Nous allons maintenant nous intéresser aux propriétés non linéaires du cristal présent dans la cavité. Lorsque l'on envoie une onde de fréquence  $\omega_0$ , appelée onde pompe, sur un cristal présentant une non-linéarité du second ordre  $\chi^{(2)}$ , il se crée une polarisation non linéaire dans le milieu qui sous certaines conditions va être à l'origine d'une onde de fréquence  $2\omega_0$ . C'est le phénomène de Génération de Second Harmonique (GSH) qui permet de créer une lumière cohérente à de courtes longueurs d'onde. On peut aussi, toujours à partir de l'onde pompe créer deux ondes de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$  qui vérifient  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ . Ce phénomène est appelé génération paramétrique et est à la base du fonctionnement de l'Oscillateur Paramétrique Optique.

### C.1 Propagation des champs dans un milieu non linéaire

#### C.1.1 Equation de propagation

L'équation de Maxwell-Faraday appliquée dans un milieu diélectrique s'écrit:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1-54)$$

En décomposant  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{P}$  sur la base des ondes planes de fréquence  $\omega_j$  on définit  $\mathbf{E}(\omega_j, \mathbf{r})$  et  $\mathbf{P}(\omega_j, \mathbf{r})$  tels que:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \sum_j \mathbf{E}(\omega_j, \mathbf{r}) e^{-i\omega_j t} + c.c \\ \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \sum_j \mathbf{P}(\omega_j, \mathbf{r}) e^{-i\omega_j t} + c.c \end{aligned} \quad (1-55)$$

où  $c.c$  indique le complexe conjugué de l'expression.

L'effet non linéaire va être a priori petit ce qui va nous permettre de supposer qu'il est une perturbation de la solution linéaire et de faire l'approximation de l'enveloppe du champ électrique lentement variable. Nous allons ainsi définir l'enveloppe du champ électrique  $\mathcal{E}_j(\mathbf{r})$  telle que:

$$\mathbf{E}(\omega_j, \mathbf{r})e^{-i\omega_j t} = \mathcal{E}_j(\mathbf{r}, t)e^{i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \omega_j t)} \quad (1-56)$$

L'expression de 1-54 qui décrit l'évolution de l'enveloppe du champ lors de sa propagation dans le milieu non linéaire est [Shen84]:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_j}{\partial z} = \frac{i\omega_j}{2n_j \epsilon_0 c} \mathbf{P}^{NL}(\omega_j) e^{-ik_j z} \quad (1-57)$$

avec

$$k_j^2 = \frac{\omega_j^2}{c^2} (1 + \chi^{(1)}(\omega_j)) = \left( \frac{n(\omega_j)\omega_j}{c} \right)^2 \quad (1-58)$$

si l'on suppose les champs polarisés le long de polarisations propres du milieu supposé anisotrope. Nous avons supposé que les directions de propagation des champs sont colinéaires le long de l'axe ( $Oz$ ). En réalité, le cristal non linéaire est biréfringent : afin de vérifier la condition d'accord de phase on doit introduire un angle entre l'axe optique du cristal et le vecteur d'onde des champs impliqués dans la polarisation non linéaire. Cela introduit un angle entre le vecteur de Poynting associé à polarisation extraordinaire et le vecteur d'onde associé. Cet angle de double réfraction ou "walk-off" modifie la direction de propagation des deux champs polarisés le long des axes neutres du cristal [Boyd92]. Ce phénomène peut causer des problèmes d'alignement dans une cavité [Suret00] qui survient notamment dans les cavités où les faisceaux sont fortement inclinés comme les cavités concentriques. Nous utiliserons expérimentalement par la suite des cavités plan-concave longues qui atténuent le caractère critique de cet effet.

### C.1.2 Susceptibilité non linéaire

La susceptibilité d'ordre 2 est par définition un tenseur  $\chi_{i,i_1,i_2}^{(2)}$  de rang 3 qui relie la composante  $[\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}, t)]_i$  de la polarisation non linéaire du second ordre aux produits deux à deux des enveloppes de tous les champs  $\mathcal{E}_{(i,j)}(\mathbf{r})$  de fréquence  $\omega_i$  polarisés selon la direction cartésienne  $\mathbf{u}_j$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_j$  qui sont présents dans le milieu. Le champ électrique total va alors s'écrire:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j,i} \mathcal{E}_j(\mathbf{r}, t) \mathbf{u}_j e^{i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \omega_j t)} + c.c \quad (1-59)$$



La polarisation non linéaire à fréquence  $\omega_m$  le long de l'axe  $\mathbf{u}_i$  s'exprime alors sous la forme [Shen84] :

$$[\mathbf{P}^{(2)}(\omega_m, \mathbf{r})]_i = \epsilon_0 \sum_{l_1, l_2, i_1, i_2} \chi_{i, i_1, i_2}^{(2)}(\omega_m, \omega_{l_1}, \omega_{l_2}) \mathcal{E}_{l_1}(\mathbf{r}) \mathcal{E}_{l_2}(\mathbf{r}) u_{l_1}^{i_1} u_{l_2}^{i_2} \quad (1-60)$$

avec  $\omega_m = \omega_{l_1} + \omega_{l_2}$ .

De plus, des considérations de symétrie induisent des annulations ou des égalités des coefficients  $\chi_{i, i_1, i_2}^{(2)}(\omega_m, \omega_{l_1}, \omega_{l_2})$ . Avoir ces coefficients non nuls impose au matériau non linéaire de ne pas être symétrique par parité. Ce cas de figure se rencontre notamment dans les cristaux.

## C.2 Mélange à trois ondes

Nous avons vu précédemment que l'effet paramétrique fait intervenir les produits deux à deux des différents champs présents. Nous allons maintenant nous intéresser au mélange paramétrique à trois ondes dans un milieu non linéaire qui se produit lorsque l'on envoie dans le milieu une onde pompe à  $\omega_0$  et une onde signal à  $\omega_1$  qui créent une onde complémentaire à la fréquence  $\omega_2$ . Ces trois champs peuvent être couplés deux à deux dans le milieu non linéaire d'ordre 2 et donner lieu à différents effets tels que l'addition de fréquence ou la conversion paramétrique.

### C.2.1 Simplification des équations de propagation

Nous n'allons prendre en compte que les champs aux fréquences  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  avec  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$  et les termes de  $\mathbf{P}^{NL}$  à ces fréquences. Nous allons supposer que ces trois fréquences sont les seules efficacement couplées par le milieu non linéaire. De plus, comme l'effet d'ordre 2 ne peut avoir lieu que dans des matériaux anisotropes, nous allons utiliser un cristal non linéaire qui présente une biréfringence linéaire. Les trois ondes seront polarisées le long de l'une ou l'autre des deux polarisations propres orthogonales du cristal. Les polarisations des trois champs sont notées  $(\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$  et la direction de propagation est le long de l'axe  $(Oz)$ .

La relation entre les champs et le terme de polarisation non linéaire est donnée par le tenseur de rang 3 décrit précédemment et dont les coefficients sont notés  $\chi_{lmn}^{(2)}(\omega, \omega', \omega'')$  où  $\omega, \omega'$  et  $\omega''$  sont les fréquences prises en compte et vérifient  $\omega = \omega' + \omega''$ .

$l, m$  et  $n$  sont les coordonnées aux fréquences  $\omega, \omega'$  et  $\omega''$  respectivement. Les projections des enveloppes de polarisation non linéaire sur les polarisations propres ont alors pour

expression:

$$\begin{aligned}
(P_0^{NL})_l(\omega_0, z) &= \epsilon_0 \chi_{lmn}^{(2)}(\omega_0, \omega_1, \omega_2) a_1^m a_2^n \mathcal{E}_1(z) \mathcal{E}_2(z) e^{i(k_1+k_2)z} \\
(P_1^{NL})_m(\omega_1, z) &= \epsilon_0 \chi_{mnl}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2, \omega_0) a_2^n a_0^l \mathcal{E}_0(z) \mathcal{E}_2^*(z) e^{i(k_0-k_2)z} \\
(P_2^{NL})_n(\omega_2, z) &= \epsilon_0 \chi_{nlm}^{(2)}(\omega_2, -\omega_1, \omega_0) a_1^m a_0^l \mathcal{E}_0(z) \mathcal{E}_1^*(z) e^{i(k_0-k_1)z}
\end{aligned} \tag{1-61}$$

Si le niveau supérieur de la transition à l'origine de l'effet paramétrique est situé loin d'une bande d'absorption du cristal, le tenseur non linéaire est réel. Dans ce cas, les susceptibilités intervenant dans les équations 1-61 sont égales. Nous pouvons alors poser:

$$\chi_{lmn}^{(2)}(\omega_0, \omega_1, \omega_2) = \chi_{mnl}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2, \omega_0) = \chi_{nlm}^{(2)}(\omega_2, -\omega_1, \omega_0) = \chi_{eff}^{(2)} \tag{1-62}$$

où  $\chi_{eff}^{(2)}$  représente une susceptibilité effective pour le mélange à trois ondes.

En réinjectant les équations 1-61 dans l'évolution de l'enveloppe des champs 1-57 on obtient alors pour l'évolution des enveloppes des 3 champs en fonction du couplage paramétrique:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z} &= \frac{i\omega_0}{2n_0c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_1(z) \mathcal{E}_2(z) e^{-i(k_0-k_1-k_2)z} \\
\frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial z} &= \frac{i\omega_1}{2n_1c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_0(z) \mathcal{E}_2^*(z) e^{i(k_0-k_1-k_2)z} \\
\frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial z} &= \frac{i\omega_2}{2n_2c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_0(z) \mathcal{E}_1^*(z) e^{i(k_0-k_1-k_2)z}
\end{aligned} \tag{1-63}$$

Pour le KTP, la valeur typique de  $\chi_{eff}^{(2)}$  est [Cristal Laser]:

$$\chi_{eff}^{(2)} = 3pm.V^{-1} \tag{1-64}$$

### C.2.2 Expression en terme de flux de photons

On peut réécrire les équations précédentes en termes de flux de photons, ce qui va permettre de les symétriser et de faire apparaître plus clairement les constantes de propagation du mélange à trois ondes.

Le vecteur de Poynting  $\mathbf{\Pi}$  a pour expression dans un milieu non magnétique:

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \tag{1-65}$$

or pour une onde plane  $\mathbf{B} = \frac{\mathbf{k}}{\omega} \times \mathbf{E}$

La valeur moyenne dans le temps du flux d'énergie par unité de temps s'écrit donc:

$$\langle |\mathbf{\Pi}| \rangle = \frac{n}{\mu_0 c} \langle |\mathbf{E}^2| \rangle = 2n\epsilon_0 c |\mathcal{E}|^2 \tag{1-66}$$

Le flux de photons moyen par unité de temps à travers le plan transverse  $N$  est défini par :

$$N = \frac{\langle |\mathbf{\Pi}| \rangle}{\hbar\omega} \quad (1-67)$$

Nous pouvons maintenant effectuer le changement de variable

$$\mathbf{A}'_i(\omega_i, \mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2n\epsilon_0 c}{\hbar\omega_i}} \mathcal{E}_i(\omega_i, \mathbf{r}) \quad (1-68)$$

avec  $N'_i(\omega_i, \mathbf{r}) = |\mathbf{A}'_i(\omega_i, \mathbf{r})|^2$ . On peut maintenant réécrire les équations 1-63 en remplaçant les enveloppes du champ par les nouvelles amplitudes  $\mathbf{A}'_i$  :

$$\begin{aligned} \frac{dA'_0}{dz} &= i\kappa A'_1 A'_2 e^{-i\Delta kz} \\ \frac{dA'_1}{dz} &= i\kappa A'_0 (A'_2)^* e^{i\Delta kz} \\ \frac{dA'_2}{dz} &= i\kappa A'_0 (A'_1)^* e^{i\Delta kz} \end{aligned} \quad (1-69)$$

où l'on a posé :

$$\Delta k = k_0 - k_1 - k_2 \quad (1-70)$$

Les trois amplitudes sont maintenant couplées par un même coefficient non linéaire

$$\kappa = \chi_{eff}^{(2)} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0\omega_1\omega_2}{8\epsilon_0 c^3 n_0 n_1 n_2}} \quad (1-71)$$

En faisant le changement d'origine des phases pour le champ pompe  $A'_0 \rightarrow -iA'_0$  on peut s'affranchir du coefficient imaginaire dans 1-69 et ces équations deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{dA'_0}{dz} &= -\kappa A'_1 A'_2 e^{-i\Delta kz} \\ \frac{dA'_1}{dz} &= \kappa A'_0 (A'_2)^* e^{i\Delta kz} \\ \frac{dA'_2}{dz} &= \kappa A'_0 (A'_1)^* e^{i\Delta kz} \end{aligned} \quad (1-72)$$

### C.2.3 Constantes de propagation dans le milieu

On peut déduire de 1-72 que les quantités

$$\Pi_{tot} = 2\epsilon_0 c (n_0 |A'_0|^2 + n_1 |A'_1|^2 + n_2 |A'_2|^2) = \hbar(\omega_0 N'_0 + \omega_1 N'_1 + \omega_2 N'_2) \quad (1-73)$$

et

$$\Delta N' = 2\epsilon_0 c \left( \frac{n_1 |A'_1|^2}{\hbar\omega_1} - \frac{n_2 |A'_2|^2}{\hbar\omega_2} \right) = N'_1 - N'_2 \quad (1-74)$$

sont des constantes de propagation.

$\Pi_{tot}$  représente la somme des flux énergétiques des trois ondes interagissant dans le cristal. Sa conservation montre qu'il n'y a pas de stockage d'énergie dans celui-ci et que l'interaction résulte d'un échange d'énergie entre les trois ondes.

L'autre conservation, celle de  $N'_1 - N'_2$  connue sous le nom de relation de Manley-Rowe, a été déduite des équations classiques de mélange non linéaire et n'a pas d'origine formellement quantique. Elle permet cependant d'appuyer la représentation de l'interaction paramétrique comme la création d'un photon signal et d'un photon complémentaire à partir d'un photon pompe comme sur la figure 1.8 ce qui permet d'en tirer deux résultats :

- $\hbar\omega_0 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$  : conservation de l'énergie dans le processus de "division" du photon
- il y a égalité du nombre de photons signal et complémentaire créés lors du processus paramétrique

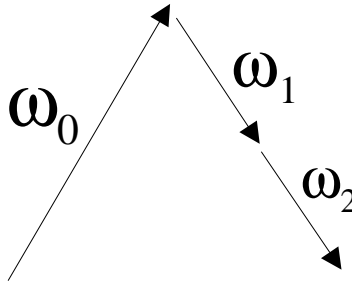


Fig. 1.8 – Génération paramétrique en terme de photons.

#### C.2.4 Coefficient non linéaire pour des modes gaussiens

Nous avons jusqu'à présent considéré les champs comme des ondes planes ce qui simplifie les expressions mais présente le désavantage de ne pas tenir compte du fait qu'en pratique les champs sont limités transversalement. Nous allons rattacher les amplitudes des enveloppes du champ à des grandeurs physiques facilement mesurables telles que la puissance des faisceaux lumineux. Pour cela, nous allons supposer que les trois champs couplés sont des faisceaux gaussiens  $TEM_{00}$  polarisés linéairement se propageant le long de l'axe ( $Oz$ ). Nous allons supposer que les champs se propagent sur des distances petites par rapport à la longueur de Rayleigh du mode. On peut alors exprimer la dépendance spatiale et temporelle du champ électrique  $\mathbf{E}(\omega_j, \mathbf{r})$  sous la forme:

$$\mathbf{E}(\omega_j, \mathbf{r})e^{-i\omega_j t} = \mathcal{E}_j(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{r^2}{w_j^2}\right) e^{i(k_j z - \omega_j t)} \quad (1-75)$$

où la largeur au col du faisceau gaussien est caractérisée par le paramètre  $w_j$ . La distance à l'axe ( $Oz$ ) est donnée par le paramètre  $r$ .

En ré-injectant les équations 1-75 dans les équations de polarisation 1-61 on obtient les trois équations suivantes:

$$\begin{aligned} P_0(r, z) &= \epsilon_0 \chi_{eff} \mathcal{E}_1(z) \mathcal{E}_2(z) \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) e^{-i\Delta kz} \\ P_1(r, z) &= \epsilon_0 \chi_{eff} \mathcal{E}_0(z) \mathcal{E}_2^*(z) \exp\left(-\frac{r^2}{w_1^2}\right) e^{i\Delta kz} \\ P_2(r, z) &= \epsilon_0 \chi_{eff} \mathcal{E}_0(z) \mathcal{E}_1^*(z) \exp\left(-\frac{r^2}{w_2^2}\right) e^{i\Delta kz} \end{aligned} \quad (1-76)$$

On voit que la dépendance transverse de la polarisation dépend du paramètre  $\bar{w}_j$  défini par :

$$\frac{1}{\bar{w}_j^2} = \frac{1}{w_l^2} + \frac{1}{w_k^2} \text{ avec } k \neq j \text{ et } l \neq k \text{ } \{j, k, l\} = \{1, 2, 3\} \quad (1-77)$$

On doit calculer des intégrales de recouvrement afin de pouvoir résoudre l'équation 1-54 à partir de 1-76. On obtient alors de manière approchée en négligeant le couplage avec les autres modes transverses [Schwob98] et en supposant  $w$  constant dans le cristal [Debuisschert93] :

$$\frac{dA_0}{dz} = -\kappa A_1 A_2 e^{-i\Delta kz} \quad (1-78)$$

$$\frac{dA_1}{dz} = \kappa A_0 A_2^* e^{i\Delta kz} \quad (1-79)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = \kappa A_0 A_1^* e^{i\Delta kz} \quad (1-80)$$

où

$$\mathbf{A}_j(\omega, \mathbf{r}) = \sqrt{\frac{n_j \epsilon_0 c \pi w_j^2}{4 \hbar \omega_j}} \mathcal{E}(\omega_j, \mathbf{r}) \quad (1-81)$$

et

$$\kappa = \chi_{eff}^{(2)} \frac{w_0 w_1 w_2}{w_0^2 w_1^2 + w_0^2 w_2^2 + w_2^2 w_1^2} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{\pi \epsilon_0 c^3 n_0 n_1 n_2}} \quad (1-82)$$

$|A_j(z)|^2$  est homogène au nombre de photons du mode  $j$  traversant la section du faisceau à l'abscisse  $z$  par unité de temps. Le flux total de photons contenu dans le faisceau gaussien est une quantité plus facile à relier aux mesures expérimentales.

## C.3 Accord de phase de type II

### C.3.1 Influence de l'accord de phase

Nous allons résoudre les équations 1-78, 1-79 et 1-80 dans un cas simple qui correspond aux cas de figure que nous allons rencontrer expérimentalement. Le cristal de

KTP que nous utilisons possède un  $\chi^{(2)}$  de quelques  $pm.V^{-1}$  et une longueur de l'ordre du centimètre ce qui correspond à un gain paramétrique faible, de l'ordre de quelques pour cents lorsqu'il est pompé avec  $100mW$  sur  $100\mu m^2$ . On peut donc avec une bonne approximation considérer que les amplitudes des différents champs ne varient pas beaucoup dans le cristal non linéaire et donc utiliser une approximation linéaire pour leur variation.

Ainsi, on peut intégrer l'équation 1-78 en

$$A_0(z) = A_0(0) + \frac{\kappa A_1(0)A_2(0)}{i\Delta k} (e^{-i\Delta k z} - 1) \quad (1-83)$$

On arrive ainsi à

$$N_0(z) = |A_0(z)|^2 = \kappa^2 z^2 N_1(0)N_2(0) \left( \frac{\sin \frac{\Delta k z}{2}}{\frac{\Delta k z}{2}} \right)^2 \quad (1-84)$$

On voit immédiatement que  $N_0(z)$  sera maximale si

$$\Delta k = 0 \quad (1-85)$$

Cette situation traduit le fait que l'interaction paramétrique atteint une efficacité maximale lorsque

$$\hbar \mathbf{k}_0 = \hbar \mathbf{k}_1 + \hbar \mathbf{k}_2 \quad (1-86)$$

ce qui traduit la conservation de l'impulsion lors de l'interaction paramétrique.

Cette relation assure une interférence totalement constructive entre les champs générés par interaction paramétrique en des points différents du cristal. Si cette condition n'est pas remplie, l'amplitude des différents champs oscille en fonction de  $z$  sur des échelles de longueur inversement proportionnelles à  $\Delta k$ . Il est donc important de pouvoir minimiser  $\Delta k$  pour les fréquences pompe, signal et complémentaire que l'on veut coupler.

### C.3.2 Accord de phase de type II

A partir des indices de réfraction du milieu, l'équation 1-86 s'écrit

$$\omega_1[n(\omega_0) - n(\omega_1)] + \omega_2[n(\omega_0) - n(\omega_2)] = 0 \quad (1-87)$$

Il est clair que pour des matériaux isotropes avec une dispersion normale,  $n(\omega_0) > \{n(\omega_1), n(\omega_2)\}$  et cette relation ne sera jamais vérifiée. On peut exploiter l'anisotropie due à la biréfringence afin de pouvoir réaliser 1-87.

Le milieu non linéaire devra donc être un cristal uniaxe négatif avec  $n_e(\omega_i) < n_o(\omega_i)$

ou encore un cristal biaxe dont l'accord de phase est plus délicat. En choisissant l'onde à  $\omega_0$  polarisée le long de l'axe extraordinaire, on peut en orientant convenablement le cristal trouver  $n_e(\omega_0) - n_o(\omega_1)$  et  $n_e(\omega_0) - n_e(\omega_2)$  avec des signes opposés ce qui permettra de vérifier 1-87. La différence d'indice due à la biréfringence compense ainsi exactement la dispersion d'indice.

On utilise deux types d'accord de phase :

- l'accord de phase de type I où le signal et le complémentaire sont tous les deux polarisés le long de la direction orthogonale à la pompe
- l'accord de phase de type II où signal et complémentaire sont polarisés orthogonalement le long des directions ordinaire et extraordinaire

Dans toute la suite nous utiliserons un cristal non linéaire de type II. Nous poserons alors :

$$n_e(\omega_0) = n_0$$

$$n_o(\omega_1) \simeq n_o(\omega_0/2) = n_1 \quad (1-88)$$

$$n_e(\omega_2) \simeq n_e(\omega_0/2) = n_2 \quad (1-89)$$

L'accord de phase de type II nous permet de nous affranchir des effets de dispersion pour les indices puisqu'ils sont différents même à dégénérescence de fréquence.

## C.4 Résumé

Nous avons établi dans cette section les équations différentielles qui décrivent l'évolution des enveloppes des champs à travers un milieu non linéaire dans le cas d'un mélange à trois ondes. Nous avons mis en évidence l'importance de l'accord de phase dont va dépendre l'efficacité de l'interaction non linéaire. Cette efficacité dépend également de l'amplitude des champs impliqués. Afin d'atteindre des amplitudes élevées avec des faisceaux continus nous allons placer le cristal non linéaire dans une cavité Fabry-Pérot résonante : c'est l'Oscillateur Paramétrique Optique (OPO).

## D OPO de type II - Propriétés classiques

On sait qu'en insérant un amplificateur optique par émission stimulée entre deux miroirs on réalise des générateurs de lumière cohérente : les lasers. On peut opérer de la même manière à partir de l'amplification paramétrique en insérant un cristal paramétrique dans une cavité optique dans laquelle on injecte un champ pompe. Une

différence importante avec le laser est qu'il va y avoir trois champs couplés dans la cavité : le champ pompe, le signal et le complémentaire. Ces trois champs sont susceptibles d'être recyclés par la cavité selon les qualités de réflectivité des miroirs. Différents types d'OPO peuvent en être déduits :

- l'OPO simplement résonant (SROPO) où seul un des trois faisceaux est résonant dans la cavité. Son seuil est élevé et nécessite des lasers de pompe de plusieurs Watts de puissance.
- l'OPO doublement résonant (DROPO) où les faisceaux signal et complémentaire sont tous deux recyclés par la cavité. Le seuil d'oscillation du DROPO est nettement inférieur à celui du SROPO (de l'ordre de la centaine de  $mW$ ) dans la mesure où on bénéficie doublement de l'accroissement du champ intracavité dû à une cavité résonante en se plaçant au voisinage des conditions qui assurent une résonance simultanée de la cavité pour les deux champs.
- l'OPO triplement résonant (TROPO) dans lequel les trois champs sont recyclés par la cavité. On s'attend à ce que le seuil d'oscillation soit encore abaissé dans un tel dispositif (de quelques  $mW$  à quelques centaines de  $\mu W$ ). En revanche, la condition de triple résonance de la cavité sera plus difficile à obtenir.

Nous allons décrire les propriétés de seuil et les propriétés spectrales d'émission d'un OPO triplement résonant et allons préciser les paramètres qui permettent d'agir sur la valeur du seuil ainsi que de s'approcher d'une émission signal/complémentaire dégénérée en fréquence.

## D.1 Mélange à trois ondes en cavité

Nous avons vu en C.2.2 que les équations de propagation des enveloppes des champs à la traversée du cristal non linéaire sont selon 1-78, 1-79 et 1-80 :

$$\begin{aligned}\frac{dA_0}{dz}(z) &= -\kappa A_1(z)A_2(z)e^{-i\Delta kz} \\ \frac{dA_1}{dz}(z) &= \kappa A_0(z)A_2(z)^*e^{i\Delta kz} \\ \frac{dA_2}{dz}(z) &= \kappa A_0(z)A_1(z)^*e^{i\Delta kz}\end{aligned}$$

Ces équations sont solubles dans le cas général en termes de fonctions elliptiques [Rosencher02]. Cependant, lorsque le gain paramétrique est faible, les équations de couplage peuvent être développées aux ordres faibles en  $g$ . Les équations sont déterminées à l'ordre 2 en écrivant que les champs varient de manière linéaire à l'intérieur du cristal



non linéaire :

$$A_i(z) \simeq A_i(0) + z \frac{dA_i}{dz}(0) \quad (1-90)$$

En reportant dans le terme de couplage et en intégrant sur la longueur  $l$  du cristal,

$$\begin{aligned} A_0(l) &= A_0(0) - ge^{-\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_1(0)A_2(0) - \frac{g^2}{2} f^*\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) [|A_1(0)|^2 + |A_2(0)|^2] A_0(0) \\ A_1(l) &= A_1(0) + ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0)A_2^*(0) + \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) [|A_0(0)|^2 - |A_2(0)|^2] A_1(0) \\ A_2(l) &= A_2(0) + ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0)A_1^*(0) + \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) [|A_0(0)|^2 - |A_1(0)|^2] A_2(0) \end{aligned} \quad (1-91)$$

$$\text{avec } f(x) = \frac{e^{ix}}{ix} (e^{ix} - \operatorname{sinc}(x)) \text{ et } g = l\kappa$$

Lorsque le désaccord de phase est nul, la fonction  $f$  prend la valeur 1.

Le système précédent donne l'expression des champs à l'ordre 2 en  $g$ . Deux cas peuvent se présenter selon le type de cavité étudié.

### D.1.1 Cas de l'OPO doublement résonant

Dans cette configuration, la pompe ne résonne pas dans la cavité. Seuls signal et complémentaire sont recyclés. La variation de la pompe ne peut pas être négligée dans le terme de couplage. Une approximation à l'ordre 2 est bien justifiée. On montre que pour une intensité pompe proche du seuil d'oscillation les termes du second ordre en  $|A_0(0)|^2$  peuvent être négligés [Debuisschert90]. Un traitement au-delà de cette approximation a été réalisé dans [Rosencher02]. On a ainsi:

$$\begin{aligned} A_0(l) &= A_0(0) - ge^{-\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_1(0)A_2(0) \\ A_1(l) &= A_1(0) + ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0)A_2^*(0) - \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) |A_2(0)|^2 A_1(0) \\ A_2(l) &= A_2(0) + ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0)A_1^*(0) - \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) |A_1(0)|^2 A_2(0) \end{aligned} \quad (1-92)$$

Notons que ces expressions peuvent être obtenues directement en considérant comme indiqué ci-dessus que seule la pompe varie. L'expression  $A_i(z) = A_i(0) + z \frac{dA_i}{dz}(0)$  n'est utilisée que pour la pompe. L'intégration du système 1-72 conduit alors directement aux expressions précédentes. Cette forme d'écriture n'est cependant pas simple à utiliser. Plaçons nous dans le cas d'un désaccord de phase nul. Ces expressions peuvent alors être simplifiées: l'idée consiste à écrire la pompe au milieu du cristal dans les équations portant sur signal et complémentaire. Le système 1-92 est strictement équivalent à:

$$\begin{aligned} A_0(l/2) &= A_0(0) - \frac{g}{2} A_1(0)A_2(0) \\ A_1(l) &= A_1(0) + gA_0(l/2)A_2^*(0) \\ A_2(l) &= A_2(0) + gA_0(l/2)A_1^*(0) \end{aligned} \quad (1-93)$$

### D.1.2 Cas de l'OPO triplement résonant

Lorsque l'OPO est triplement résonant, les trois champs sont recyclés au sein de la cavité. A l'instar du laser, lorsque l'OPO va osciller en régime stationnaire, le gain paramétrique va équaler les pertes. Les pertes étant faibles pour les trois champs, le gain va être faible et l'ordre le plus bas des équations précédentes suffit pour décrire le processus paramétrique. Ceci revient à négliger la variation des trois champs dans le terme de couplage au lieu de considérer une variation linéaire.

Le système 1-92 se simplifie :

$$\begin{aligned} A_0(l) &= A_0(0) - ge^{-\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_1(0) A_2(0) \\ A_1(l) &= A_1(0) + ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0) A_2^*(0) \\ A_2(l) &= A_2(0) + ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0) A_1^*(0) \end{aligned} \quad (1-94)$$

## D.2 OPO en anneau triplement résonant

### D.2.1 Equations de bouclage générales

Nous allons considérer le cristal non linéaire de type II de longueur  $l$  que nous venons d'étudier inséré dans une cavité optique en anneau avec un seul miroir de couplage comme sur la figure 1.9. Les coefficients de réflexion en amplitude sont notés

$$\begin{aligned} \underline{r}_0 &= r_0 e^{i\zeta_0} && \text{pour la pompe} \\ \underline{r}_i &= r_i e^{i\zeta_i} && \text{avec } i=\{1,2\} \text{ pour le signal et le complémentaire} \end{aligned} \quad (1-95)$$

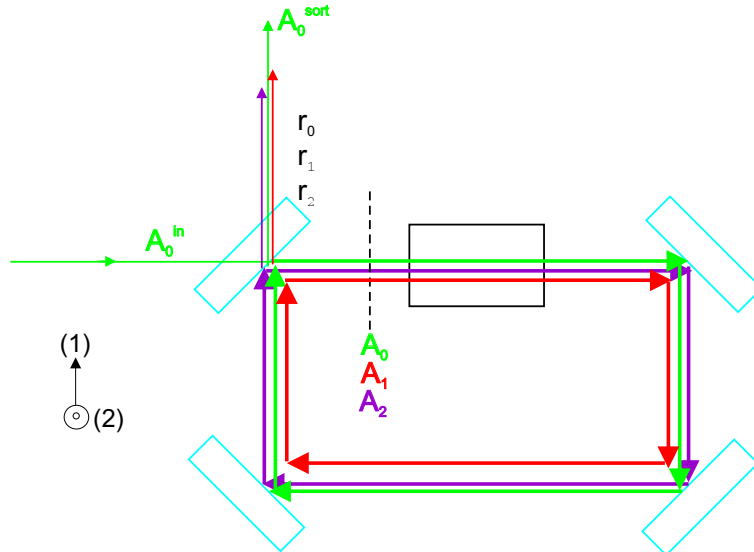


Fig. 1.9 – OPO en anneau triplement résonant à un miroir de couplage.

Les notation pour les indices du cristal, la propagation libre sont les mêmes que dans B.1. L'origine géométrique des champs est prise au début du cristal. Nous allons tout d'abord supposer que l'accord de phase est réalisé pour les deux fréquences  $\{\omega_1, \omega_2\}$  du signal et du complémentaire.

La grandeur physique qui doit se boucler sur un tour à résonance est le champ électrique  $E_i$ . Nous allons déduire de cette condition de bouclage les équations vérifiées par les enveloppes du champ  $A_i$  définies pour des faisceaux gaussiens.

Nous allons suivre l'évolution dans le temps du champ  $E_1(t)$  signal sur un tour. Après le cristal on peut écrire :

$$E_1\left(t + \frac{n_1 l}{c}, z = l\right) = \mathcal{E}_1(l) e^{ik_1 n_1 l} = \sqrt{\frac{n_1 \epsilon_0 c \pi w_1^2}{4 \hbar \omega_1}} [A_1(0) + g A_0(0) A_2^*(0)] e^{i(k_1 n_1 l - \omega_1 t)} \quad (1-96)$$

selon le changement de variables du C.2.4.

Puis le champ se propage librement et se réfléchit sur le miroir de couplage et les miroirs parfaits jusqu'à revenir au début du cristal. Le champ au bout d'un tour a donc pour expression:

$$E_1(t + \tau_1^{cav}, z = 0) = \sqrt{\frac{n_1 \epsilon_0 c \pi w_1^2}{4 \hbar \omega_1}} r_1 [A_1(0) + g A_0(0) A_2^*(0)] e^{i(k_1(n_1 l + L) + \zeta_1 - \omega_1 t)} \quad (1-97)$$

où  $\tau_1^{cav} = \frac{n_1 l + L}{c}$  est le temps que met le champ pour faire un tour dans la cavité. Nous savons de plus que :

$$E_1(t + \tau_1^{cav}, z = 0) = \sqrt{\frac{n_1 \epsilon_0 c \pi w_1^2}{4 \hbar \omega_1}} A_1(t + \tau_1^{cav}, z = 0) e^{-i\omega_1 t} \quad (1-98)$$

Selon l'approximation de l'enveloppe lentement variable celle-ci est peu modifiée sur un tour de propagation et nous pouvons écrire au premier ordre:

$$A_1(t + \tau_1^{cav}, z = 0) = A_1(t, z = 0) + \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} \quad (1-99)$$

Nous allons poser  $\delta_1 = k_1(n_1 l + L) + \zeta_1$  (déphasage dû à la propagation sur un tour) et négliger les termes du second ordre. Comme le gain paramétrique est faible et que la finesse de la cavité est supposée élevée pour les trois champs nous pouvons donc combiner 1-98, 1-97 et 1-99 afin d'écrire:

$$\tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_1} = [-e^{-i\delta_1} + r_1] A_1(0) + r_1 g A_0(0) A_2^*(0) \quad (1-100)$$

En appliquant le même traitement aux champs  $E_2$  et  $E_0$  on arrive aux trois équations suivantes :

$$\begin{cases} \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_1} = [-e^{-i\delta_1} + r_1]A_1(0) + r_1 g A_0(0)A_2^*(0) \\ \tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} e^{-i\delta_2} = [-e^{-i\delta_2} + r_2]A_2(0) + r_2 g A_0(0)A_1^*(0) \\ \tau_0^{cav} \frac{dA_0}{dt} e^{-i\delta_0} = [-e^{-i\delta_0} + r_0]A_0(0) - r_0 g A_1(0)A_2(0) + t_0 A_0^{in} \end{cases} \quad (1-101)$$

avec

- $\delta_i = k_i(n_i l + L) + \zeta_i$  qui représente le déphasage subi par  $E_i$  sur un tour.
- $t_0$  est le coefficient de transmission en amplitude de la pompe
- $A_0^{in}$  l'amplitude de la pompe incidente
- $\tau_i^{cav}$  est le temps de propagation sur un tour dans la cavité du champ  $i$

### D.2.2 Solutions stationnaires

Nous allons nous intéresser aux valeurs moyennes des champs lorsque le régime stationnaire s'est établi dans la cavité. Toutes les dérivées temporelles sont alors nulles. Les trois champs ne pourront atteindre des valeurs significatives dans la cavité que près des résonances. Nous allons alors supposer que les trois déphasages  $\delta_i$  sont proches d'un multiple de  $2\pi$ . On peut définir un désaccord  $\Delta_i$  par rapport à la résonance du champ  $i$  tel que:

$$e^{i\delta_i} \simeq 1 + i\Delta_i \quad (1-102)$$

avec  $\Delta_i \ll 1$  pour  $i = \{0, 1, 2\}$ .

De même nous avons précisé que la finesse de la cavité était supposée élevée pour les trois champs. Nous allons de plus supposer que les modules  $r_1$  et  $r_2$  des coefficients de réflexion pour le signal et le complémentaire sont égaux. Nous allons donc définir des coefficients  $\gamma_0$  et  $\gamma$  tels que:

$$r_0 = 1 - \gamma_0 \quad (1-103)$$

$$r_1 = r_2 = r = 1 - \gamma \quad (1-104)$$

avec  $\gamma_0, \gamma \ll 1$ .

Les transmissions en amplitude du miroir de couplage vont pouvoir s'écrire :

$$t_i = \sqrt{1 - r_i^2} \simeq \sqrt{2\gamma_i} \quad (1-105)$$

Les équations 1-101 en régime stationnaire vont alors s'écrire au premier ordre en  $\gamma_i$ ,  $g$  et  $\Delta_i$ :

$$\begin{cases} (\gamma - i\Delta_1)A_1 & = & gA_0A_2^* \\ (\gamma - i\Delta_2)A_2 & = & gA_0A_1^* \\ (\gamma_0 - i\Delta_0)A_0 & = & -gA_1A_2 + \sqrt{2\gamma_0}A_0^{in} \end{cases} \quad (1-106)$$

Les deux premières équations forment un système homogène en  $\{A_1, A_1^*, A_2, A_2^*\}$  qui a une solution non triviale  $A_1 = A_2 = 0$  si et seulement si:

$$\begin{cases} \Delta_1 = \Delta_2 & = & \Delta \\ N_0 = |A_0|^2 & = & \frac{\gamma^2 + \Delta^2}{g^2} \end{cases} \quad (1-107)$$

Ce flux pompe intracavité a donc la particularité d'être indépendant de l'intensité du flux pompe incident  $N_0^{in}$ . C'est l'équivalent pour l'OPO du blocage du gain ("gain clamping") qui se produit dans un laser au-dessus du seuil. Cet effet sera exploité plus loin dans le chapitre 5 sur la régénération pour écrêter un signal afin de le remettre en forme. Il permet de déduire une valeur seuil au flux pompe incident:

$$(N_0^{in})_{seuil} = \frac{\gamma_0^2 + \Delta_0^2}{2\gamma_0} N_0 = \frac{(\gamma_0^2 + \Delta_0^2)(\gamma^2 + \Delta^2)}{2\gamma_0 g^2} \quad (1-108)$$

Ce seuil est minimum lorsque les trois champs sont à résonance avec  $\Delta = \Delta_0 = 0$ .

On remarque que les champs signal et complémentaire doivent avoir le même désaccord de phase sur un tour, ce qui implique que toutes les biréfringences de la cavité et des miroirs doivent se compenser aux fréquences  $\{\omega_1, \omega_2\}$ . La relation  $\Delta_1 = \Delta_2$  permet de fixer la valeur des fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  d'oscillation de l'OPO comme nous le verrons plus loin dans D.4.

Les amplitudes  $A_1$  et  $A_2$  peuvent maintenant s'exprimer en fonction de  $N_0^{in}$  par la dernière équation de 1-106. On voit immédiatement que les équations 1-106 sont invariantes sous la transformation de jauge  $A_1 \rightarrow A_1 e^{i\phi}$ ,  $A_2 \rightarrow A_2 e^{-i\phi}$  avec  $\phi$  quelconque ce qui implique que la différence de phase entre les champs  $A_1$  et  $A_2$  est libre, alors que la somme est fixée par les équations (voir figure 1.10). A l'instar du laser, un phénomène de diffusion de phase survient mais il affecte de manière symétrique les champs signal et complémentaire qui dérivent sous l'effet des fluctuations qui affectent le système, en l'occurrence les fluctuations quantiques des différents champs. Ce processus entraîne un élargissement de raie du signal et du complémentaire par rapport au champ pompe. Il va aussi rendre difficile la mesure des fluctuations quantiques de phase qui nécessite une relation bien définie entre les phases des champs et la phase d'un oscillateur local prise comme origine.

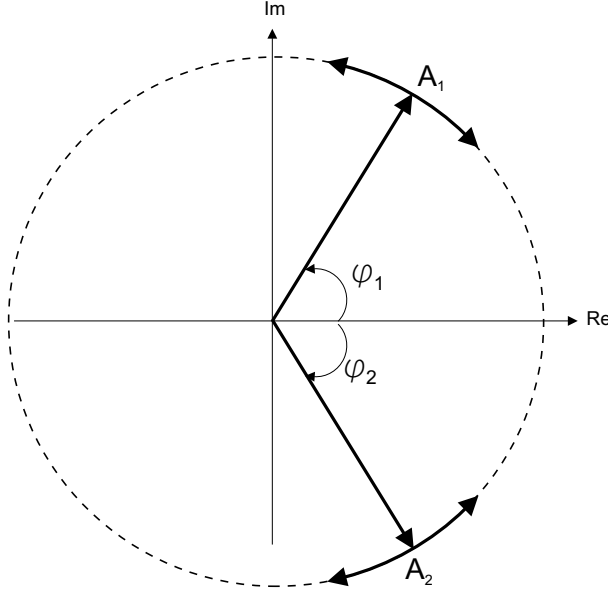


Fig. 1.10 – Diffusion de phase des champs signal et complémentaire. A la triple résonance, les phases sont symétriques par rapport à la phase du champ pompe entrant.

### D.2.3 Effet du désaccord de phase

Nous avons supposé au début du chapitre que l'accord de phase était réalisé entre les champs à fréquence  $\{\omega_0, \omega_1, \omega_2\}$ . Si ce n'est pas le cas, alors il faut effectuer la transformation

$$g \longrightarrow g \frac{(e^{i\Delta kl} - 1)}{i\Delta kl} \quad (1-109)$$

Le seuil minimum de l'OPO à triple résonance a maintenant pour expression:

$$(N_0^{in})_{seuil} = \frac{\gamma_0 \gamma^2}{2g^2} \left( \frac{\sin(\Delta kl/2)}{(\Delta kl/2)} \right)^{-2} \quad (1-110)$$

L'effet du désaccord de phase va être d'augmenter le seuil de l'OPO mais le système peut choisir librement les fréquences  $\{\omega_1, \omega_2\}$  d'oscillation qui vont minimiser  $\Delta kl$ . Ainsi selon la manière dont est orienté le cristal, ou selon sa température on va favoriser des fréquences d'oscillation. Nous allons voir cela plus en détail par la suite.

## D.3 OPO linéaire triplement résonant

### D.3.1 Equations de bouclage stationnaires

Nous allons insérer le cristal dans une cavité optique linéaire avec un seul miroir de couplage, le miroir d'entrée  $M_A$ . Le miroir arrière  $M_B$  est supposé parfaitement

réfléchissant pour les trois champs comme indiqué sur la figure 1.11. Les coefficients de réflexion en amplitude pour le miroir  $M_A$  sont notés

$$\begin{aligned} \underline{r}_0 &= r_0 e^{i\zeta_0^A} && \text{pour la pompe} \\ \underline{r}_i &= r_i e^{i\zeta_i^A} && \text{pour le signal et le complémentaire} \end{aligned} \quad (1-111)$$

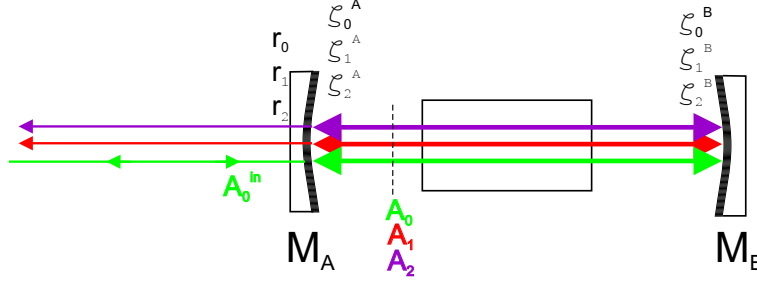


Fig. 1.11 – OPO triplement résonant linéaire à un miroir de couplage.

On notera  $\zeta_0^B$  et  $\zeta_i^B$  les déphasages du miroir arrière  $M_2$  respectivement pour la pompe et pour  $i = \{1, 2\}$ . En écrivant les équations de bouclage comme en D.2.1, nous allons devoir passer obligatoirement deux fois dans le cristal et les déphasages des miroirs vont apparaître dans le couplage paramétrique pour chaque champ. Après calcul, les équations stationnaires ont la forme [Debuisschert93] :

$$\begin{cases} (\gamma - i\Delta_1)A_1 = & g \frac{(e^{i\Delta kl} - 1)}{i\Delta kl} (1 + e^{i\beta}) A_0 A_2^* \\ (\gamma - i\Delta_2)A_2 = & g \frac{(e^{i\Delta kl} - 1)}{i\Delta kl} (1 + e^{i\beta}) A_0 A_1^* \\ (\gamma_0 - i\Delta_0)A_0 = & -g \frac{(e^{-i\Delta kl} - 1)}{i\Delta kl} (1 + e^{-i\beta}) A_1 A_2 + \sqrt{2}\gamma_0 A_0^{in} \end{cases} \quad (1-112)$$

avec

$$\beta = \Delta kl + \zeta_0^B - \zeta_1^B - \zeta_2^B \quad (1-113)$$

Le coefficient  $\beta$  est la somme du terme d'accord de phase et de  $\zeta_0^B - \zeta_1^B - \zeta_2^B$  qui représente le déphasage accumulé par chaque champ entre deux passages dans le cristal. C'est un paramètre expérimental qu'on contrôle difficilement puisqu'il dépend intimement de la superposition des couches diélectriques qui composent le miroir.

Le seuil minimum de l'OPO vaut:

$$(N_0^{in})_{seuil} = \frac{\gamma_0 \gamma^2}{8g^2} \frac{(\Delta kl/2)^2}{\sin^2(\Delta kl/2) \cos^2(\beta/2)} \quad (1-114)$$

On peut à ce niveau faire plusieurs remarques:

- Le déphasage dû aux miroirs augmente le seuil d'oscillation de l'OPO mais il peut être partiellement compensé par le désaccord de phase dû au cristal. Ce

phénomène est similaire à celui utilisé dans le quasi-accord de phase où ce sont des inversions du cristal qui permettent la compensation des déphasages [Byer75], [Myers95]. Quand  $\beta$  est non nul le seuil minimum est désormais atteint pour une valeur non nulle de  $\Delta k$ . La valeur la plus élevée du seuil minimum est atteinte pour  $\beta = \pi$  et correspond à une augmentation de 90% du seuil. Afin de compenser ce déphasage maximum dû aux miroirs,  $\Delta kl$  doit atteindre la valeur  $\pm 2.32$ . L'effet de l'accumulation de phase des miroirs est donc de modifier les valeurs des fréquences  $\{\omega_1, \omega_2\}$  qui seront susceptibles d'osciller.

- en supposant  $\beta = 0$  le seuil d'oscillation d'un OPO linéaire est quatre fois inférieur à celui d'un OPO en anneau contenant un cristal de même longueur car les champs passent deux fois dans le cristal à chaque bouclage de cavité, le seuil étant proportionnel au carré de la longueur du cristal.

## D.4 Propriétés spectrales des OPO

Les OPO peuvent émettre un couple signal/complémentaire dont les fréquences varient sur un large intervalle. La fréquence  $\omega_1$  du mode signal de l'OPO est en fait définie par les trois contraintes suivantes:

- la dépendance en fréquence du coefficient non linéaire et du coefficient d'absorption du cristal utilisé, ainsi que celle du coefficient de réflexion des miroirs définit une première plage, en général très large, de fonctionnement à bas seuil d'oscillation du dispositif. Le cristal utilisé pour nos expériences est un cristal de KTP qui possède une zone de transparence très large et une faible absorption ( $< 1\%$  à  $532\text{nm}$ ) dans le visible (sauf le bleu) et l'infrarouge proche ( $< 0.05\%$  à  $1064\text{nm}$ ) [Cristal Laser].
- la condition d'accord de phase assure un couplage paramétrique optimal et donc un seuil d'oscillation minimal de l'OPO. Avec la condition  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$  elle impose une plage d'oscillation préférentielle qui dépend des indices  $n_0, n_1, n_2$  fixés par le type de cristal et ses angles de coupe. Le faisceau pompe sera à fréquence  $\omega_0 = 532\text{nm}$  tandis que les champs signal et complémentaire auront des fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  proches de  $1064\text{nm}$ .
- le recyclage des champs dans la cavité impose que la phase des champs se retrouve identique à elle-même au bout d'un tour. Ces conditions sur la phase définissent un peigne de modes longitudinaux possibles pour le champ signal à l'intérieur de la courbe de gain définie par la condition d'accord de phase [Debuisschert93].



### D.4.1 Condition d'oscillation

Les conditions de résonance dans l'OPO vont imposer des conditions sur la fréquence de battement signal/complémentaire. Nous allons nous intéresser à un OPO à cavité en anneau dont les caractéristiques ont été précisées en B.1. Les déphasages miroir ne seront pas pris en compte, leur effet étant de décaler la température et les longueurs de cavité dans les résultats que nous allons décrire.

Nous allons écrire la fréquence de battement  $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$ . Les fréquences signal et complémentaire vont alors s'écrire:

$$\begin{aligned}\nu_1 &= \frac{\nu_0}{2} + \frac{\Delta\nu}{2} \\ \nu_2 &= \frac{\nu_0}{2} - \frac{\Delta\nu}{2}\end{aligned}\quad (1-115)$$

Nous avons vu en D.2.2 que la condition d'oscillation pour un couple signal/complémentaire de fréquence  $\{\omega_1, \omega_2\}$  était

$$\Delta_1 = \Delta_2 \quad (1-116)$$

qui peut aussi s'écrire en fonction des déphasages sur un tour  $\delta_i$ :

$$\delta_2 = \delta_1 + 2\pi m \quad (1-117)$$

avec  $m$  entier.

De cette relation on peut déduire les fréquences de battement permises par l'OPO:

$$\Delta\nu_m = -\frac{\frac{\nu_0}{2}(n_2 - n_1)l + cm}{L + \bar{n}l} \quad (1-118)$$

On voit ainsi qu'à chaque longueur de cavité une série de couples signal/complémentaire indicés par  $m$  sont susceptibles d'osciller. L'écart entre deux fréquences de battement consécutives est égal à

$$\Delta\nu_{ISL} = \frac{c}{L + \bar{n}l} \quad (1-119)$$

qui est égal à l'intervalle spectral libre de la cavité.

Les indices du cristal variant linéairement avec  $T$  les fréquences de battement signal/complémentaire vont évoluer comme sur la figure 1.12. On voit qu'à une température  $T_0$  donnée des fréquences de battement séparées d'un l'intervalle spectral libre vont pouvoir osciller. En modifiant la température du cristal on modifie  $n_2 - n_1$  ce qui va permettre d'obtenir  $\Delta\nu_m = 0$  pour un ensemble de valeurs discrètes  $T_m$ . On peut calculer la pente de ces fréquences de battement en fonction de la température. On a en effet :

$$\frac{\partial\Delta\nu_m}{\partial T} = -\frac{\frac{\nu_0}{2}(a_2 - a_1)l}{L + \bar{n}l} \quad (1-120)$$

Si l'on prend  $L + \bar{n}l = 10\text{cm}$  c'est à dire un intervalle spectral libre de  $3\text{GHz}$  on obtient

$$\frac{\partial \Delta \nu_m}{\partial T} = -170\text{MHz.K}^{-1} \quad (1-121)$$

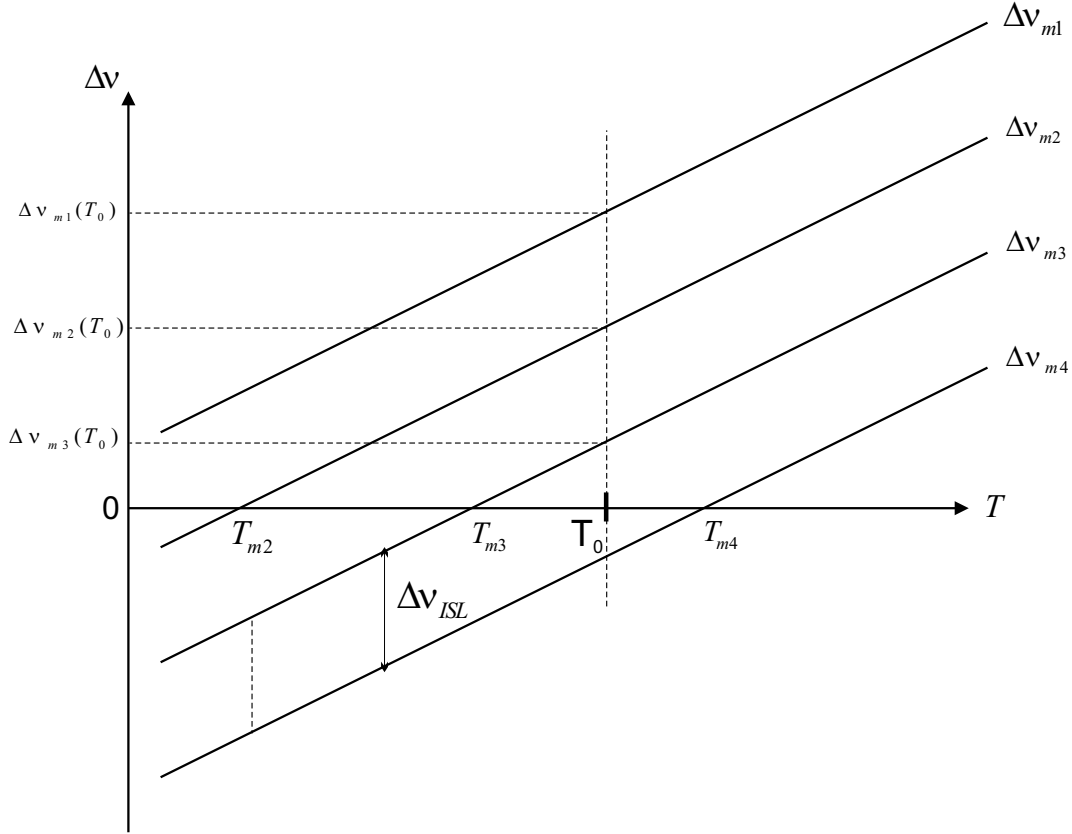


Fig. 1.12 – Fréquences permises par la condition d'oscillation  $\Delta_1 = \Delta_2$  en fonction de la température du cristal.

#### D.4.2 Influence de l'accord de phase

Nous avons vu que pour une cavité en anneau ou une cavité linéaire dont on ne prend pas en compte les déphasages miroir le seuil minimum de l'OPO était proportionnel au coefficient :

$$\left( \frac{\sin(\Delta kl/2)}{(\Delta kl/2)} \right)^{-2} \quad (1-122)$$

On montre [Debuisschert93] que le terme d'accord de phase favorise les fréquences de battement qui vérifient :

$$\Delta \nu_k = 2\nu_0 \frac{n_0 - \bar{n}}{n_1 - n_2} \quad (1-123)$$

On peut calculer les variations de  $\Delta\nu_k$  en fonction de  $\delta T$  :

$$\frac{\partial \Delta\nu_k}{\partial T} = \nu_0 \left( \frac{2a_0 - a_1 - a_2}{n_1 - n_2} - \frac{(a_1 - a_2)(2n_0 - n_1 - n_2)}{(n_1 - n_2)^2} \right) = -20.3 \text{GHz.K}^{-1} \quad (1-124)$$

Cette valeur est tout à fait compatible avec la valeur de  $-22 \text{GHz.K}^{-1}$  trouvée expérimentalement dans [Treps01].

On a superposé sur la figure 1.13 les fréquences de battement permises par la condition  $\Delta_1 = \Delta_2$  de la figure 1.12 avec la droite des fréquences permises par l'accord de phase. Les proportions ne sont pas respectées puisque la pente de l'accord de phase est 120 fois plus élevée que la pente des modes d'oscillation. Les seuils d'oscillation les plus bas se trouveront pour des fréquences de battement  $\Delta\nu_m$  proches de la droite d'accord de phase (segments gras). La fréquence de battement  $\Delta\nu_K$  variant plus vite en fonction de  $T$  que les fréquences de battement  $\Delta\nu_m$ , l'OPO va opérer en sauts de mode. On voit sur la figure que ce n'est qu'accidentellement que l'on peut atteindre un fonctionnement à dégénérescence puisque le saut de mode peut exclure cette possibilité. On peut néanmoins modifier un paramètre supplémentaire, par exemple l'angle du cristal dans la cavité ou encore la fréquence du laser pompe, qui va changer légèrement la position relative des différentes droites de la figure et permettre éventuellement de pouvoir passer par la fréquence de dégénérescence [Debuisschert93].

### D.4.3 Condition de résonance des champs signal/complémentaire

Nous avons également vu au D.2.2 que le seuil d'oscillation de l'OPO était minimum lorsque les deux champs étaient résonants pour une même longueur de cavité. Cette condition peut s'écrire

$$\delta_1 = 2p\pi \quad (1-125)$$

avec  $p$  entier.

En combinant 1-125 avec 1-118 on trouve les longueurs  $L$  qui permettent à chacun des couples signal/complémentaire d'osciller avec un seuil minimal. Il faut pour cela vérifier:

$$L + \bar{n}l = \lambda_0 \left[ (2p + m) + \frac{2\nu_0(n_2 - n_1)l + cm}{L + \bar{n}l} \right] \quad (1-126)$$

On voit ainsi que l'effet de la résonance de la cavité est entre autres de lever la dégénérescence en longueur des fréquences de battement. A chaque longueur  $L$  qui vérifie 1-126 ne va plus correspondre qu'un couple signal/complémentaire et un fonctionnement monomode longitudinal de l'OPO. Comme la biréfringence  $(n_2 - n_1)$  est typiquement inférieure d'un ordre de grandeur par rapport à l'indice moyen  $\bar{n}$  les écarts de longueur

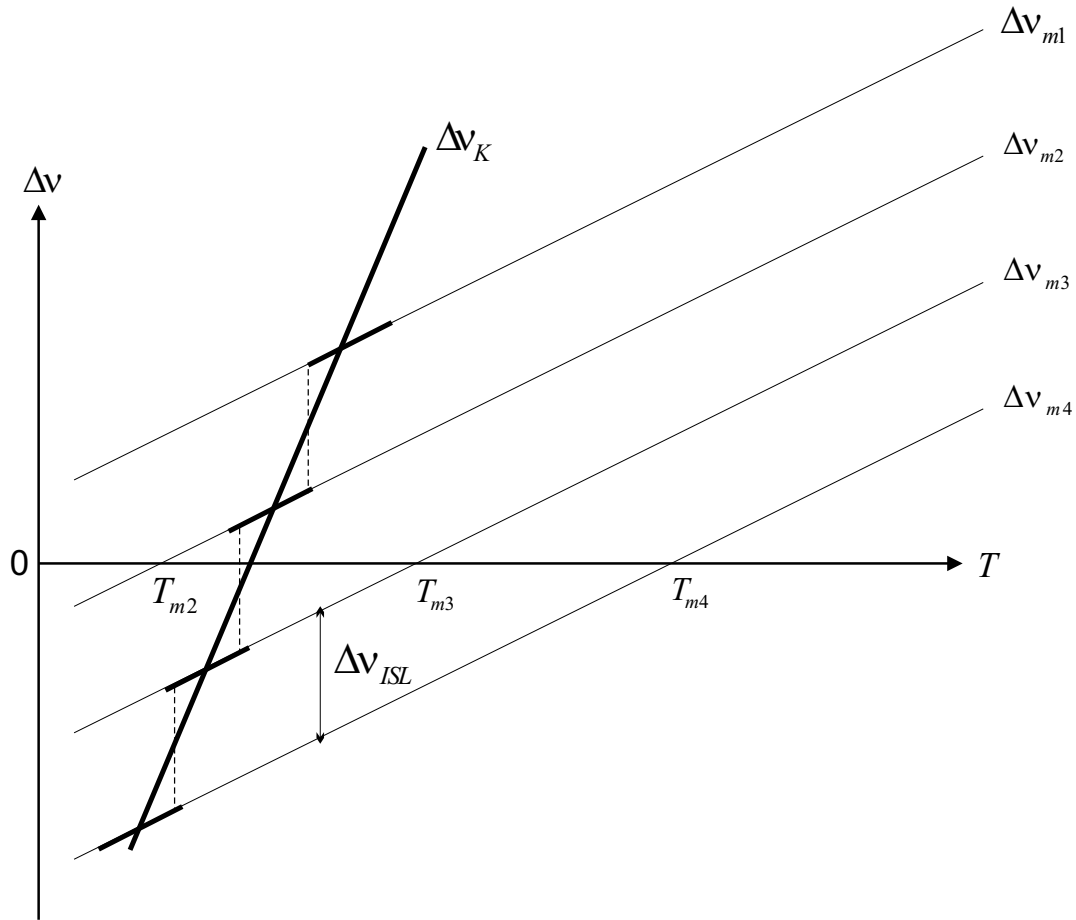


Fig. 1.13 – Fréquences de battement des modes d'oscillation (traits fins) et fréquence de battement d'accord de phase (trait gras) en fonction de  $\delta T$ . Les segments gras traduisent les sauts de mode qui apparaissent lorsqu'on balaie la température.

entre deux modes d'oscillation vont être faibles devant  $\lambda_0$ . On voit sur la figure 1.14 les pics expérimentaux correspondants aux différents modes d'oscillation lorsqu'on balaie la longueur de la cavité en pompant suffisamment au-dessus du seuil pour faire osciller plusieurs modes. L'OPO oscille par sauts de modes successifs en fonction de la longueur de la cavité. On note un saut brusque pour le troisième mode, indice de bistabilité.

#### D.4.4 Condition de résonance pompe

On remarque que l'équation 1-126 indique que le chemin optique dans la cavité est proche d'un multiple entier de  $\lambda_0$  corrigé d'une levée de dégénérescence due à la biréfringence du cristal. Pour avoir un seuil bas, l'équation 2.5 nous montre que la pompe doit également être résonante pour la longueur considérée.

Chaque résonance de la pompe correspond à une valeur de  $2p + m$  donnée et deux

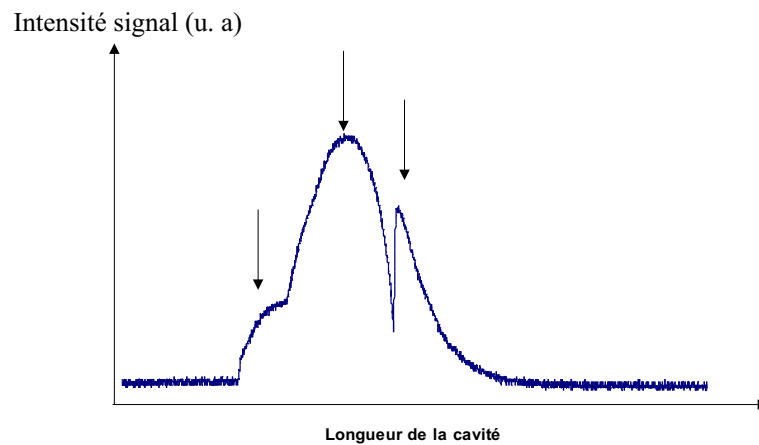


Fig. 1.14 – Intensité signal/complémentaire lorsque l'on balaie la longueur de la cavité. On voit trois modes différents d'oscillation de l'OPO indiqués par les flèches.

résonances successives à une parité donnée de  $m$ . Ainsi, deux résonances successives de la pompe ne vont pas donner les mêmes propriétés spectrales d'oscillation et correspondent chacune à un peigne de fréquences.

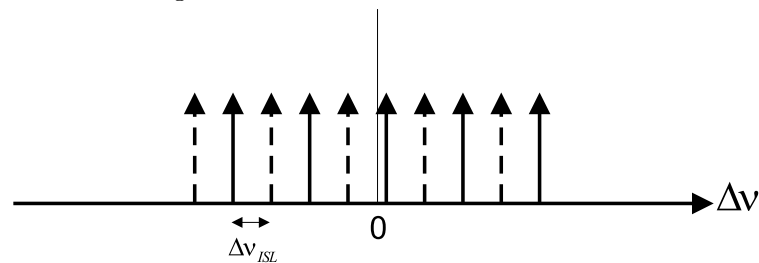


Fig. 1.15 – Fréquences de battement autorisées pour deux résonances de pompe successives. Les flèches pleines correspondent à une résonance paire. Les flèches pointillées correspondent à une résonance impaire.

## D.5 Résumé

L'OPO de type II présente donc plusieurs propriétés que nous allons résumer:

- les champs signal et complémentaire sont polarisés orthogonalement et seront aisément séparables à la sortie de la cavité.
- les indices du cristal pour les champs signal et complémentaire sont différents même à dégénérescence de fréquence. Cela nous évite d'avoir à prendre en compte la dispersion dans les calculs des fréquences de battement des faisceaux jumeaux. De plus, les différents modes d'oscillation ont des fréquences de battement plus éloignées que dans un OPO de type I. On pourra ainsi obtenir plus facilement une oscillation monomode longitudinale de l'OPO [Debuisschert93].

- l'accord de phase est le phénomène dominant qui régit les fréquences de battement d'oscillation. Lorsqu'on balaie la température du cristal l'OPO fonctionne par sauts de mode dont la fréquence est séparée d'un intervalle spectral libre de la cavité. Il est a priori accidentel d'obtenir la dégénérescence de fréquence. En jouant sur un paramètre supplémentaire comme l'orientation du cristal ou la fréquence pompe on peut arriver à passer sur le point de dégénérescence. En revanche, ce point de fonctionnement a une extension nulle dans l'espace des paramètres expérimentaux et il est donc extrêmement délicat d'y rester.
- dans une cavité linéaire le seuil d'oscillation est 4 fois plus bas que pour une cavité en anneau possédant un cristal de même longueur. En revanche le terme d'accord de phase doit compenser les déphasages dus aux miroirs accumulés par les trois champs au cours de leur propagation.
- la différence de phase signal/complémentaire n'est pas fixée par les équations de bouclage des champs dans la cavité. Cette propriété a pour conséquence un phénomène de diffusion de phase de cette différence. La somme des phases est fixée et dépend des désaccords à résonance. Pour une triple résonance exacte des champs elle est égale à la phase du champ incident.

Nous allons voir dans le chapitre suivant l'effet de l'insertion d'une lame biréfringente dans la cavité de l'OPO. Cela va induire un couplage entre les modes signal et complémentaire qui va permettre un verrouillage de la fréquence de ces deux modes.



## Chapitre 2

# OPO à verrouillage de phase : théorie classique

L'étude théorique et expérimentale de l'effet de la présence d'éléments biréfringents dans une cavité oscillante a été réalisée notamment par l'équipe d'A. Le Floch à Rennes dans le cas de cavités laser. En 1998, N. Lee et N. C. Wong [Lee98] décrivent l'étude expérimentale d'un OPO de type II à double cavité. Les faisceaux signal et complémentaire sont séparés par une lame polarisante et résonnent dans deux cavités différentes. La présence de la lame polarisante impose un léger couplage entre signal et complémentaire. Mason et Wong exploitent l'effet de ce couplage en introduisant une lame  $\lambda/4$  dans un OPO linéaire de type II doublement résonant [Mason98]. Ils mettent en évidence l'existence d'une zone d'accrochage pour la température du cristal où l'on observe une émission dégénérée pour les champs signal et complémentaire lorsque les axes neutres de la lame sont tournés par rapport aux axes neutres du cristal. Ils décrivent dans cette zone l'existence de deux seuils d'oscillation et une indétermination de  $\pi$  sur la phase des faisceaux jumeaux. L'étude théorique détaillée des valeurs moyennes des champs dégénérés en fréquence est réalisée en 1999 par C. Fabre, Mason et Wong [Fabre99] dans le cas d'un couplage faible de la lame dans un OPO en anneau<sup>1</sup>. Elle décrit les deux seuils d'oscillation ainsi que les propriétés de phase qui ont été observées. Le verrouillage de fréquence a aussi été observé au laboratoire par N. Treps [Treps01] et une expérience de téléportation quantique exploitant le verrouillage de phase est actuellement en route et fait l'objet d'une partie de la thèse en cours de J. Laurat. Nous allons faire dans ce chapitre l'étude théorique générale des valeurs moyennes des champs dans un OPO de type II contenant une lame biréfringente pour les deux géométries de cavité en anneau et linéaire. Cette étude sera faite pour une biréfringence et un angle quelconques de la lame. Nous étudierons également les solutions

---

1. c'est à dire pour un petit angle de la lame par rapport aux axes du cristal.



non dégénérées en fréquence afin de d’avoir un panorama complet du comportement d’un tel système.

## A Couplage et verrouillage

Le phénomène d’accrochage entre deux oscillateurs est très général et la même description mathématique peut être utilisée pour les lasers aux fréquences optiques, pour les oscillateurs électroniques et mécaniques. L’exemple peut-être le plus célèbre est aussi le plus ancien : Christian Huygens tenu de garder le lit par une maladie observa que les balanciers des deux horloges de sa chambre se synchronisaient lorsque les horloges étaient proches l’une de l’autre alors que celles-ci se décalaient de nouveau lorsqu’on les éloignait suffisamment. Il donna une explication du phénomène en impliquant un mécanisme de couplage entre les deux horloges dû aux vibrations mécaniques transmises à travers le mur [Huygens73].

D’autres phénomènes de verrouillage entre deux oscillateurs apparaissent dans des dispositifs optiques actuels tels que les gyrolasers [Siegman86]. Ce système consiste en un laser à cavité en anneau où se propagent deux ondes en sens inverse. Lorsqu’on met en rotation l’ensemble un décalage en fréquence proportionnel à la vitesse de rotation apparaît entre les deux champs contra-propageant. Leur fréquence de battement est alors mesurable et permet de remonter à la vitesse de rotation du gyrolaser. Mais la moindre rétro-diffusion de la lumière dans un sens ou une différence de pertes entre les deux champs conduit à un couplage mutuel qui peut annuler la fréquence de battement en deçà d’une certaine vitesse de rotation. C’est là un phénomène bien entendu à éviter et dont la minimisation est délicate. Nous allons décrire brièvement le phénomène d’accrochage dans le gyrolaser afin de nous familiariser avec le phénomène d’accrochage dans un oscillateur.

### A.1 Description du gyrolaser

Nous allons considérer un gyrolaser actif en anneau comme décrit sur la figure 2.1. Il est constitué d’une cavité en anneau dans laquelle on a inséré un milieu actif. Le système peut laser dans les deux sens de propagation (notés (+) et (-)) et être mis en rotation à une fréquence  $\Omega$ . L’effet de la rotation du laser va être de différencier le temps de bouclage de chaque champ tournant dans une direction opposée et de modifier ainsi le chemin optique vu par chaque faisceau. Les fréquences de résonance  $\omega_+$  et  $\omega_-$  de la cavité, qui sont aussi les fréquences d’oscillation du laser dans les deux sens de

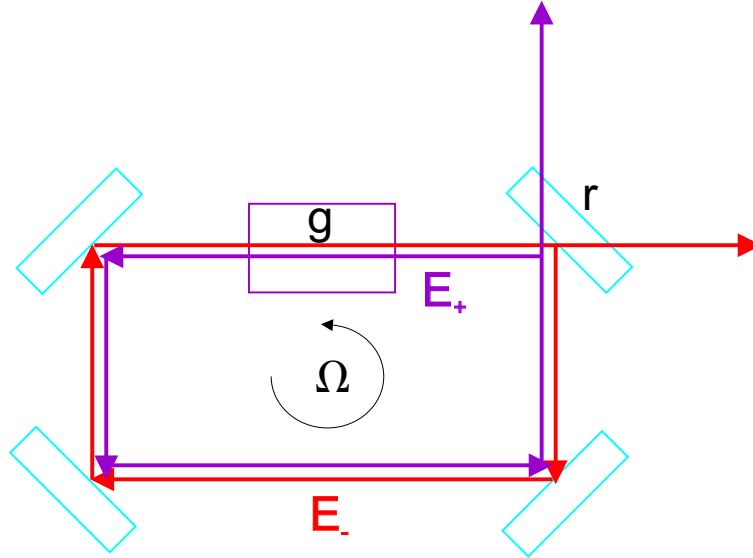


Fig. 2.1 – Gyrolaser actif en anneau. La cavité tourne à une vitesse angulaire  $\Omega$ .

rotation, se décalent proportionnellement à  $\Omega$ , c'est l'effet Sagnac [Chow85]. Le calcul non relativiste amène à l'expression :

$$\delta\omega = \omega_- - \omega_+ = \frac{8\pi A\Omega}{P\lambda} \quad (2-1)$$

où  $A$  est l'aire englobée par le parcours du faisceau et  $P$  est le périmètre du trajet du faisceau.

On voit qu'un tel système permet de remonter à  $\Omega$  à partir de la mesure de  $\delta\omega$  qui est la fréquence de battement entre les champs  $E_+$  et  $E_-$ .

## A.2 Verrouillage de modes

Il existe toujours une légère rétro-diffusion des miroirs et une petite fraction d'une des ondes est diffusée dans le sens opposé. Cet effet va introduire un couplage entre les deux ondes progressives. Ce couplage est très faible mais il va néanmoins devenir dominant pour de basses fréquences de rotation du gyrolaser. On a modélisé sur la figure 2.2 l'effet de la rétro-diffusion d'un des miroirs de la cavité. Une fraction  $\varepsilon$  de chaque champ est renvoyée dans la direction opposée. Le miroir de sortie de la cavité laser a un coefficient de réflexion en amplitude  $r$  tandis que le milieu actif est caractérisé par son gain  $g$  (dépendant de l'intensité lumineuse intra-cavité). Nous allons chercher des solutions  $E_+$  et  $E_-$  de même fréquence  $\omega_0$  afin de déterminer une éventuelle condition de verrouillage en fréquence des deux champs contra-propageants. Pour cela nous allons écrire les équations stationnaires qui décrivent le bouclage des deux champs  $E_+$  et  $E_-$  sur eux-même au bout d'un tour de cavité. Les champs  $E_+$  et  $E_-$  sont pris de part et

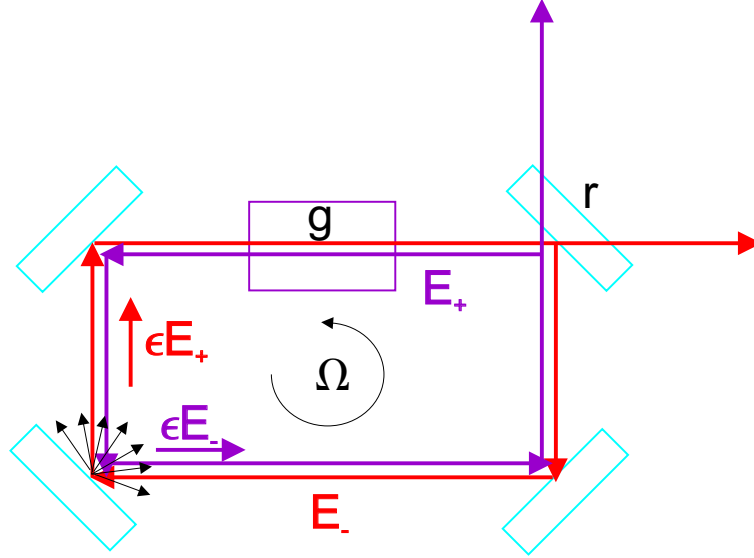


Fig. 2.2 – Rétrodiffusion sur un miroir. Une fraction  $\varepsilon$  de chaque champ est renvoyée dans la direction opposée.

d'autre du miroir diffusant comme indiqué sur la figure 2.2. La composante principale  $E_{\pm}$  accumule un déphasage  $\varphi_{\pm}$  lors de son tour de cavité cependant que la fraction rétrodiffusée  $\varepsilon E_{\mp}$  provient du champ contra-propageant qui lui a fait un tour dans l'autre sens et a accumulé un déphasage  $\varphi_{\mp}$ . Les équations de bouclage ont alors pour expression :

$$\begin{aligned} E_+ &= r g e^{i\varphi_+} E_+ + \varepsilon e^{i\varphi_-} E_- \\ E_- &= r g e^{i\varphi_-} E_- + \varepsilon e^{i\varphi_+} E_+ \end{aligned} \quad (2-2)$$

Les déphasages accumulés sur un tour  $\varphi_{\pm}$  dépendent de la vitesse angulaire  $\Omega$  de la cavité à cause de l'effet Sagnac et nous pouvons écrire :

$$\varphi_{\pm} = \varphi_0 \pm S\Omega \quad (2-3)$$

où  $S$  est un coefficient de proportionnalité que nous n'allons pas expliciter et  $\varphi_0 = \frac{\omega_0}{c} L_{opt}$  où  $\omega_0$  est la fréquence d'oscillation du laser lorsque la cavité est au repos. Compte-tenu de la définition de  $\omega_0$  on doit avoir

$$\varphi_0 = 2\pi m \text{ avec } m \text{ entier} \quad (2-4)$$

Les équations 2-2 forment un système homogène en  $\{E_+, E_-\}$  dont la solution non triviale s'obtient en annulant son déterminant. On arrive à une équation du second degré pour le produit  $rg$  :

$$(rg)^2 - 2e^{-i\varphi_0} \cos(S\Omega)rg + e^{-2i\varphi_0} - \varepsilon^2 = 0 \quad (2-5)$$

En tenant compte de la condition de résonance 2-4 on arrive aux deux solutions suivantes pour le produit  $rg$  :

$$rg = \cos(S\Omega) \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \sin^2(S\Omega)} \quad (2-6)$$

Les solutions 2-6 ne sont définies que si :

$$|\Omega| \leq \Omega_{lim} = \frac{\arcsin(\varepsilon)}{S} \quad (2-7)$$

On voit donc que si la vitesse angulaire  $\Omega$  est inférieure à une valeur limite  $\Omega_{lim}$  il existe deux solutions verrouillées en fréquence pour les champs  $E_+$  et  $E_-$ . L'inégalité 2-7 délimite une "zone aveugle" à l'intérieur de laquelle le gyrolaser est inefficace<sup>2</sup> puisque la fréquence de battement n'est plus proportionnelle à  $\Omega$  comme on peut le voir sur la figure 2.3. Cette figure provient du résultat du calcul de  $\delta\omega$  dans le cas où les deux modes ne sont pas verrouillés l'un sur l'autre et que nous n'avons pas effectué [Chow85].

Nous allons essayer d'exploiter dans un OPO cet effet afin d'amener un couplage entre les champs signal et complémentaire et tenter d'obtenir un effet semblable au verrouillage de fréquence dans le gyrolaser.

## B OPO en anneau avec élément biréfringent - Solution dégénérée en fréquence

Nous allons décrire dans ce chapitre le comportement d'un OPO de type II *doublement résonant* où le faisceau signal et son complémentaire sont couplés par l'insertion d'un élément biréfringent dans la cavité. Nous avons vu au chapitre B les modes propres de polarisation d'une cavité contenant un matériau biréfringent. Nous avons également écrit en D.2.1 les équations dépendant du temps qui nous permettent de caractériser le comportement de l'OPO. Comme nous l'avons vu précédemment l'OPO en anneau est plus simple à décrire et nous allons débiter par son étude. Nous verrons ensuite en quoi diffèrent les propriétés de l'OPO linéaire.

L'OPO est pompé par un champ pompe  $A_0^{in}$  à fréquence  $\omega_0$  polarisé linéairement le long de l'axe extraordinaire du cristal. Les champs signal  $A_1$  et complémentaire  $A_2$  de

---

2. Différents moyens peuvent être utilisés pour réduire cette zone aveugle. On peut par exemple séparer spatialement les composantes de polarisation à l'aide d'éléments biréfringents dans la cavité et agir sur ces composantes avec un rotateur de Faraday [Vallet94a]. On peut aussi faire osciller le gyrolaser pour qu'il reste le moins possible dans la zone aveugle.

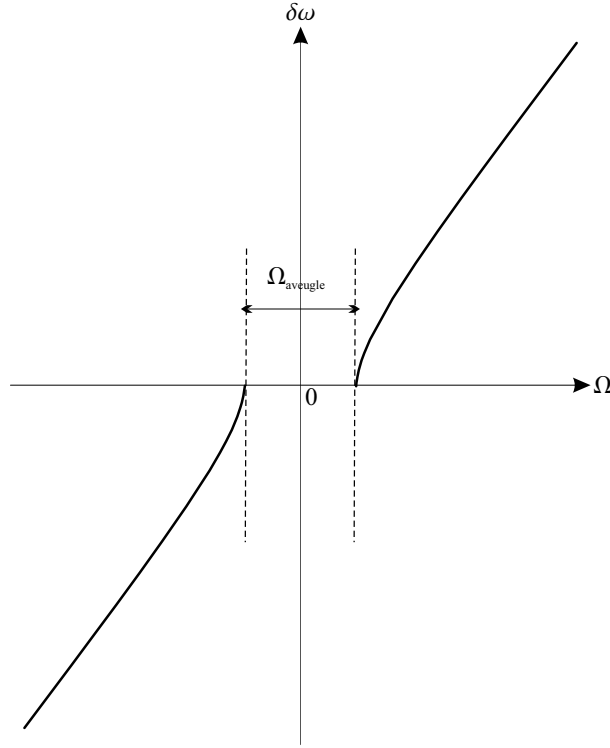


Fig. 2.3 – Fréquence de battement Sagnac en fonction de la vitesse angulaire de la cavité. Pour  $|\Omega| \gg \Omega_{lim}$  la fréquence de battement est proportionnelle à  $\Omega$ . Pour  $|\Omega| \ll \Omega_{lim}$  le gyrolaser est verrouillé en fréquence.

fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont polarisés orthogonalement le long des axes neutres du cristal. Nous allons considérer une cavité en anneau constituée des éléments suivants (figure 2.4):

- un ensemble de miroirs de déphasage global à la réflexion  $\zeta_i$  pour chaque mode du champ avec  $i = \{0, 1, 2\}$
- un cristal non linéaire de type II biréfringent de longueur  $l$ , d'axes optiques de directions  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ , d'indices de réfraction  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_0$  pour les champs signal, complémentaire et pompe.
- une lame biréfringente pour les champs signal et complémentaire d'épaisseur  $e$ , d'axes neutres  $\mathbf{u}_l$  et  $\mathbf{u}_r$  et d'indices de réfraction  $n_l$  et  $n_r$  pour les champs signal et complémentaire. La lame est supposée isotrope à la fréquence pompe. Ses axes neutres sont tournés d'un angle  $\rho$  par rapport aux axes neutres du cristal.

La cavité est doublement résonante aux fréquences signal et complémentaire mais ne fait subir qu'un éventuel déphasage au faisceau pompe. Les pertes sont supposées égales pour chaque polarisation. Les notations utilisées seront les mêmes que dans la section

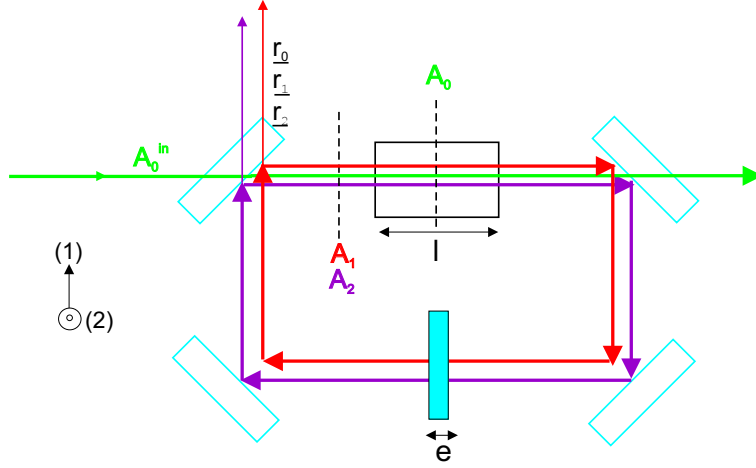


Fig. 2.4 – OPO autoverrouillé avec cavité en anneau doublement résonante.

D.2. Le coefficient complexe de réflexion sur un tour est noté

$$r_{1,2} = r e^{i\zeta_{1,2}} \quad (2-8)$$

1 et 2 se référant respectivement au signal et au complémentaire. L'équation 1-92 décrit l'évolution des champs lors de la traversée du cristal dans une cavité doublement résonante.

Nous allons considérer dans tout le chapitre les solutions *dégénérées* en fréquence. Le champ signal et son complémentaire sont donc supposés avoir la même fréquence  $\omega$  telle que

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} \quad (2-9)$$

L'équation 1-11 nous donne l'expression de la matrice de Jones de propagation à travers la lame biréfringente :

$$\mathbf{M}_{lame} = e^{iknl} \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon \\ -\epsilon^* & \alpha^* \end{pmatrix} \quad (2-10)$$

avec

$$\alpha = \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + i \cos(2\rho) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \alpha_0 e^{i\psi} \quad (2-11)$$

$$\epsilon = i \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\epsilon_0 \quad (2-12)$$

et  $\Delta\phi = k(n_l - n_r)e$ .

Nous allons comme en D.2.1 écrire les deux équations qui décrivent l'évolution temporelle de l'enveloppe des champs  $A_1$  et  $A_2$  au bout d'un tour de cavité. En écrivant la condition d'identité des amplitudes des champs  $E_1$  et  $E_2$  au bout d'un tour on obtient

les deux équations suivantes pour leurs enveloppes  $A_1$  et  $A_2$  :

$$\tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_1} = [r\alpha_0 - e^{-i\delta_1}]A_1 + r\alpha_0 g A_0 A_2^* + r\epsilon e^{i(\Theta-\psi)} A_2 + \epsilon e^{i(\Theta-\psi)} r g A_0 A_1^* \quad (2-13)$$

$$\tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} e^{-i\delta_2} = [r\alpha_0 - e^{-i\delta_2}]A_2 + r\alpha_0 g A_0 A_1^* + r\epsilon e^{-i(\Theta-\psi)} A_1 + \epsilon e^{-i(\Theta-\psi)} r g A_0 A_2^* \quad (2-14)$$

avec

$$\delta_1 = k \left( n_1 l + L + \frac{n_l + n_r}{2} e \right) + \zeta_1 + \psi \quad (2-15)$$

$$\delta_2 = k \left( n_2 l + L + \frac{n_l + n_r}{2} e \right) + \zeta_2 - \psi \quad (2-16)$$

$\delta_1$  et  $\delta_2$  sont les déphasages sur un tour des champs signal et complémentaire. On a aussi :

$$\Theta = k(n_2 - n_1)l + \zeta_2 - \zeta_1 \quad (2-17)$$

$$\delta_m = k \left( L + \frac{n_1 + n_2}{2} l + \frac{n_l + n_r}{2} e \right) + \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} \quad (2-18)$$

$\Theta$  représente la biréfringence totale de la cavité venant du cristal et des miroirs.  $\delta_m$  représente le déphasage moyen sur un tour.

Remarquons que l'on peut réécrire les déphasages  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta_m - \Theta/2 + \psi \\ \delta_2 &= \delta_m + \Theta/2 - \psi \end{aligned} \quad (2-19)$$

La cavité n'étant pas résonante pour le champ pompe, nous pouvons écrire la valeur  $A_0$  de celui-ci au milieu du cristal en fonction de l'amplitude pompe incidente  $A_0^{in}$  :

$$A_0 = A_0^{in} - \frac{g}{2} A_1 A_2 \quad (2-20)$$

On voit sur les équations 2-13 et 2-14 que l'effet de la présence de la lame se traduit par deux termes supplémentaires dans les équations de bouclage. Ces termes viennent de la projection par la lame sur le mode (1) ou (2) d'une fraction du mode polarisé orthogonalement. Nous avons vu dans le chapitre précédent que la différence de phase signal/complémentaire  $\varphi_1 - \varphi_2$  n'est pas fixée par les équations de l'OPO doublement

ou triplement résonant. On voit sur les équations 2-13 et 2-14 que cette invariance n'est plus vérifiée à cause du couplage direct entre  $A_1$  et  $A_2$  qu'introduit la lame. La différence de phase est donc désormais fixée par les équations de bouclage. Les conséquences de ce résultat sur les fluctuations de phase des faisceaux signal/complémentaires seront décrites dans le chapitre 3.

## B.1 lame tournée d'un petit angle

Les solutions du système formé par les équations 2-13 et 2-14 n'ont pas d'expressions analytiques simples. Afin de pouvoir en établir il nous est nécessaire de considérer l'angle  $\rho$  petit. On a alors  $\varepsilon_0 \simeq 2\rho \ll 1$  alors que  $\alpha_0 \simeq 1$ . Nous rappelons que nous pouvons exprimer la réflectivité  $r$  en fonction du coefficient  $\gamma$  définis par :

$$r = 1 - \gamma \text{ avec } \gamma \ll 1$$

Nous allons supposer que les champs signal et complémentaire sont très proches de résonance et allons écrire à l'ordre 1 :

$$e^{i\delta_i} \simeq 1 + i\Delta_i \text{ avec } \Delta_i \ll 1 \text{ pour } i = \{1, 2\}$$

Nous allons de plus chercher des solutions stationnaires en imposant  $\frac{dA}{dt} = 0$  pour les enveloppes des champs. Les équations 2-13 et 2-14 s'écrivent alors à l'ordre 1 [Fabre99]:

$$\begin{cases} 0 &= [-\gamma + i\Delta_1]A_1 + gA_0A_2^* + \varepsilon e^{i(\Theta-\psi)}A_2 \\ 0 &= [-\gamma + i\Delta_2]A_2 + gA_0A_1^* + \varepsilon e^{-i(\Theta-\psi)}A_1 \end{cases} \quad (2-21)$$

On peut remarquer que  $\psi \simeq \frac{\Delta\phi}{2}$ . Le déphasage induit par la lame est alors égal à la biréfringence de celle-ci.

### B.1.1 Seuils d'oscillation dégénérée en fréquence

Nous obtenons alors un système homogène en  $\{A_1, A_2, A_1^*, A_2^*\}$  dont la solution non triviale s'obtient en annulant le déterminant de 2-21. Il en résulte une équation du second degré vérifiée par  $N_0 = |A_0|^2$  :

$$(g^2 N_0 - \gamma^2 - \Delta_1 \Delta_2 - \varepsilon_0^2)^2 + \gamma^2 (\Delta_1 - \Delta_2)^2 = 4\varepsilon_0^2 \Delta_1 \Delta_2 \quad (2-22)$$

Cette équation n'a de solution que lorsque

$$4\varepsilon_0 \Delta_1 \Delta_2 \geq \gamma^2 (\Delta_2 - \Delta_1)^2 \quad (2-23)$$



Cette inégalité définit l'existence d'une *zone d'accrochage pour les paramètres  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$*  à l'intérieur de laquelle il existe une solution dégénérée en fréquence pour les champs signal et complémentaire. Cette zone d'accrochage a été mise en évidence expérimentalement [Mason98] [Trep01] avec un OPO linéaire contenant une lame quart d'onde. Lorsque 2-23 n'est pas vérifiée il faut chercher des solutions non dégénérées ce qui sera fait en D.

Lorsque 2-23 est vérifiée la résolution de 2-22 amène à deux intensités pompe seuil  $N_0^+$  et  $N_0^-$  d'expression :

$$N_0^\pm = \frac{1}{g^2} \left( \gamma^2 + \Delta_1 \Delta_2 + \varepsilon_0^2 \pm \sqrt{4\varepsilon_0^2 \Delta_1 \Delta_2 - \gamma^2 (\Delta_1 - \Delta_2)^2} \right) \quad (2-24)$$

On voit immédiatement que  $N_0^+ \geq N_0^-$ . Alors que dans un OPO classique il n'existe qu'un seuil d'oscillation pour un couple {signal/complémentaire} donné, ici deux modes d'oscillation tous deux dégénérés en fréquence peuvent exister comme dans le cas du gyrolaser en zone aveugle. Nous allons voir qu'ils correspondent aux deux modes de polarisation imposés par la présence de la lame dans la cavité.

### B.1.1.a Centre de la zone d'accrochage

A partir de 2-23 on voit que le centre de la zone exprimée en fonction des désaccords est obtenu lorsque

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \quad (2-25)$$

Cette relation n'est vérifiée que pour des valeurs discrètes de la température  $T$  du cristal. La valeur de  $\Delta$  ne dépend alors que de la longueur  $L$  de la cavité. On appellera par la suite  $T_0$  la température du cristal qui vérifie 2-25. Les deux seuils ont alors pour expression :

$$N_0^\pm = \frac{\gamma^2 + (|\Delta| \pm \varepsilon_0)^2}{g^2} \quad (2-26)$$

Le seuil minimum d'oscillation dégénérée est obtenu lorsque

$$|\Delta| = \varepsilon_0 \quad (2-27)$$

Il vaut  $(N_0^-)_{min} = \gamma^2/g^2$  et est égal au seuil minimum d'oscillation d'un OPO classique. Il faut pour cela ajuster la longueur  $L$  de la cavité lorsque le cristal est à la température  $T_0$ .

En ce point la différence entre le seuil haut et le seuil bas est maximale et vaut  $4\varepsilon_0^2/g^2$ . On peut voir sur la figure 2.5 le tracé des seuil  $N_0^-$  et  $N_0^+$  normalisés au seuil minimum pour une valeur de  $\varepsilon$  donnée en fonction de  $\Delta$ . On voit que ce n'est que lorsque 2-27

est vérifiée que le seuil normalisé atteint la valeur 1.

On remarque sur 2.5 que en centre de zone, le seuil haut est dans la continuité du seuil bas. Pour un désaccord  $\Delta$  donné le mode du seuil haut correspond donc au mode du seuil bas pour le désaccord  $-\Delta$ .

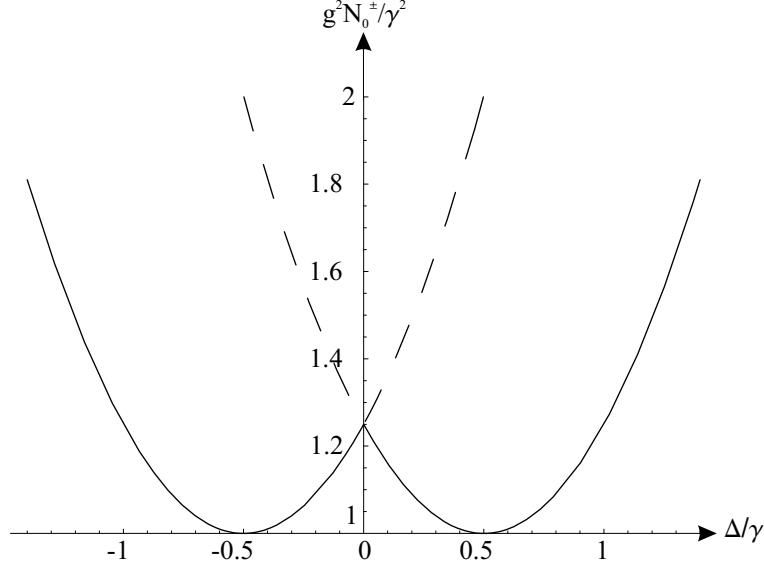


Fig. 2.5 – Intensité du seuil bas (trait plein) et du seuil haut (pointillé) en fonction de  $\frac{\Delta}{\gamma}$  pour  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = .5$

### B.1.1.b Limite de zone

L'extrémité de la zone d'accrochage est obtenue lorsque

$$4\varepsilon_0^2 \Delta_1 \Delta_2 = \gamma^2 (\Delta_2 - \Delta_1)^2 \quad (2-28)$$

$\Delta_1$  et  $\Delta_2$  sont alors reliés par :

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \left( \frac{\varepsilon_0}{\gamma} \pm \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_0^2}{\gamma^2}} \right)^2 \quad (2-29)$$

La zone d'accrochage en  $\{\Delta_1, \Delta_2\}$  est donc comprise entre les deux droites d'équations 2-29. Elle est symétrique par rapport à la droite d'équation  $\Delta_1 = \Delta_2$ .

On voit que plus le terme de couplage  $\varepsilon_0$  est grand et plus la zone d'accrochage va être étendue. On peut représenter les contours d'égale valeur du seuil minimum en fonction de  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  sur la figure 2.6.

On voit deux zones de seuil bas dans chaque secteur délimité par les droites limites. Remarquons que la courbe 2.5 est une coupe de 2.6 par le plan passant par la droite

d'équation  $\Delta_1 = \Delta_2$ .

On déduit des courbes 2.5 et 2.6 les zones où l'oscillation verrouillée est définie. La véritable zone d'accrochage dépend de l'intensité pompe injectée. Elle est plus réduite et correspond aux désaccords où le seuil est inférieur à l'injection pompe. Plus l'OPO est pompé au-dessus du seuil minimum et plus la zone d'accrochage sera grande. Par exemple, si l'on se réfère à la figure 2.6 le premier anneau délimite la zone d'accrochage correspondant à  $N_0^{in} = 1.1\gamma^2/g^2$ . Le second correspond à la zone d'accrochage obtenue avec  $N_0^{in} = 1.2\gamma^2/g^2$ . Pour  $N_0^{in} = 1.3\gamma^2/g^2$  la zone d'accrochage est délimitée par les droites 2-29 et le contour indiqué sur la figure. Sur la figure 2.5 la véritable zone d'accrochage optimale est délimitée par l'intersection de la courbe de seuil et de la droite du taux de pompage.

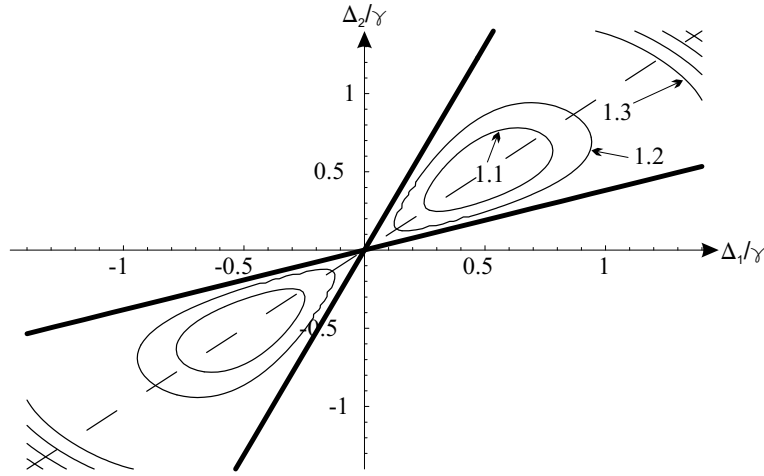


Fig. 2.6 – Contours d'égale valeur du seuil bas en fonction de  $\frac{\Delta_1}{\gamma}$  et  $\frac{\Delta_2}{\gamma}$  pour  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 0.5$ . Les droites en gras sont les droites limite d'équation 2-29.

### B.1.2 Zone d'accrochage en longueur et en température

La description de la zone d'accrochage se fait de manière symétrique avec les désaccords  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ . Les paramètres expérimentaux qui nous seront accessibles sont en revanche la température  $T$  du cristal et la longueur  $L$  de la cavité. Nous allons donc réécrire les désaccords en fonction de  $T$  et  $L$ .

Selon les équations 2-19 les désaccords s'écrivent :

$$\Delta_1 = \delta_m - \Theta/2 + \psi \pmod{2\pi}$$

$$\Delta_2 = \delta_m + \Theta/2 - \psi \pmod{2\pi}$$

où  $\Theta = k(n_2 - n_1)l + \zeta_2 - \zeta_1 = \Theta(T)$

et  $\delta_m = k(L + \bar{n}l + ne) + \bar{\zeta} = \delta_m(T, L)$

Comme dans le chapitre B.1.4.a nous allons définir une température  $T_0$  et une longueur  $L_0$  telles que

$$\Theta(T_0) = 2\psi \pmod{2\pi} \quad (2-30)$$

$$\delta_m(T_0, L_0) = 0 \pmod{2\pi} \quad (2-31)$$

$T_0$  représente alors une température qui vérifie  $\Delta_1 = \Delta_2$ .  $L_0$  représente une longueur de résonance de cavité à la température  $T_0$ . Le point  $\{T_0, L_0\}$  est donc une des points de l'espace des paramètres où l'OPO fonctionne à dégénérescence lorsque la lame n'est pas tournée.

En définissant  $\delta T$  et  $\delta L$  tels que  $T = T_0 + \delta T$  et  $L = L_0 + \delta L$  on arrive à

$$\begin{cases} \delta_m(L_0 + \delta L, T_0 + \delta T) = k(\delta L + \frac{(a_1+a_2)}{2}l\delta T) \pmod{2\pi} \\ \Theta(T_0 + \delta T) = 2\psi + k(a_2 - a_1)l\delta T \pmod{2\pi} \end{cases} \quad (2-32)$$

où

$$a_i = \frac{dn_i}{dT} \text{ pour } i = \{1, 2\} \quad (2-33)$$

#### B.1.2.a Centre de zone

La condition

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \delta_m \pmod{2\pi} \quad (2-34)$$

se traduit par

$$\delta T = m \frac{4}{a_2 - a_1} \frac{\lambda_0}{l} \text{ avec } m \text{ entier} \quad (2-35)$$

Le centre de zone est atteint pour des valeurs de  $T$  discrètes et régulièrement espacées. Il ne dépend pas de  $L$ . Il faut aussi avoir en ce point un seuil minimum ce qui impose  $|\Delta| = \varepsilon_0 \simeq 2\rho$ . La cavité a alors une longueur

$$\frac{\delta L}{\lambda_0} = \frac{2\rho}{\pi} + m \frac{2(a_1 + a_2)}{a_2 - a_1} \pmod{2} \quad (2-36)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde pompe.

#### B.1.2.b Limite de zone

La condition de limite 2-29 se traduit en fonction de  $\delta L$  et  $\delta T$  par :

$$\delta L = \frac{A_{\pm}a_2 - a_1}{1 - A_{\pm}}l\delta T \pmod{2\lambda_0} \quad (2-37)$$

où

$$A_{\pm} = \left( \frac{\varepsilon_0}{\gamma} \pm \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_0^2}{\gamma^2}} \right)^2 \quad (2-38)$$

On voit selon 2-36 et 2-35 que la zone d'accrochage est périodique en  $\delta L$  et  $\delta T$ . Nous ne dessinerons par la suite que la zone centrée sur  $\{\delta T = 0, \delta L = 0\}$ .

### B.1.2.c Paramètres expérimentaux

Nous pouvons maintenant tracer la zone d'accrochage pour des valeurs réalistes vis à vis des expériences. Nous allons prendre comme longueur du cristal  $l = 2cm$ . Nous allons prendre sauf précision explicite un miroir de couplage de coefficient de réflexion en intensité  $R = 95\%$  ce qui impose  $\gamma = 2.5 \times 10^{-2}$ . Nous avons vu en B.1.3 que la lame  $\lambda/2$  permettait d'obtenir une répartition plus équilibrée des deux modes propres de polarisation sur les modes verticaux (1) et (2) indépendamment de  $\delta T$ . C'est donc cette configuration qui va nous permettre d'avoir un seuil minimum à toute température et donc d'avoir la zone d'accrochage la plus étendue possible. Avec ces paramètres nous pouvons calculer la périodicité en température du centre de zone

$$\frac{4}{a_2 - a_1} \frac{\lambda_0}{l} \simeq 35.5K \quad (2-39)$$

### B.1.2.d Extension de la zone en fonction de l'intensité pompe incidente

Nous pouvons voir sur les figures 2.7 la zone sans solution dégénérée comprise entre les deux droites limite. On voit également que la zone qui correspond à un pompage plus fort est plus étendue car le système peut alors fonctionner à des seuils qui n'étaient pas accessibles auparavant. On remarque que l'extension de la zone est faible devant sa périodicité en température. Cela est dû au fait que l'angle  $\rho$  est petit et que l'OPO est pompé juste au-dessus du seuil.

### B.1.2.e Extension de la zone en fonction de l'angle de la lame

On voit qu'à intensité de pompage égale, la zone d'accrochage s'étend lorsqu'on augmente  $\rho$ . On voit que l'écart en  $\delta L$  entre les deux modes d'accrochage augmente avec  $\rho$  selon l'équation 2-36.

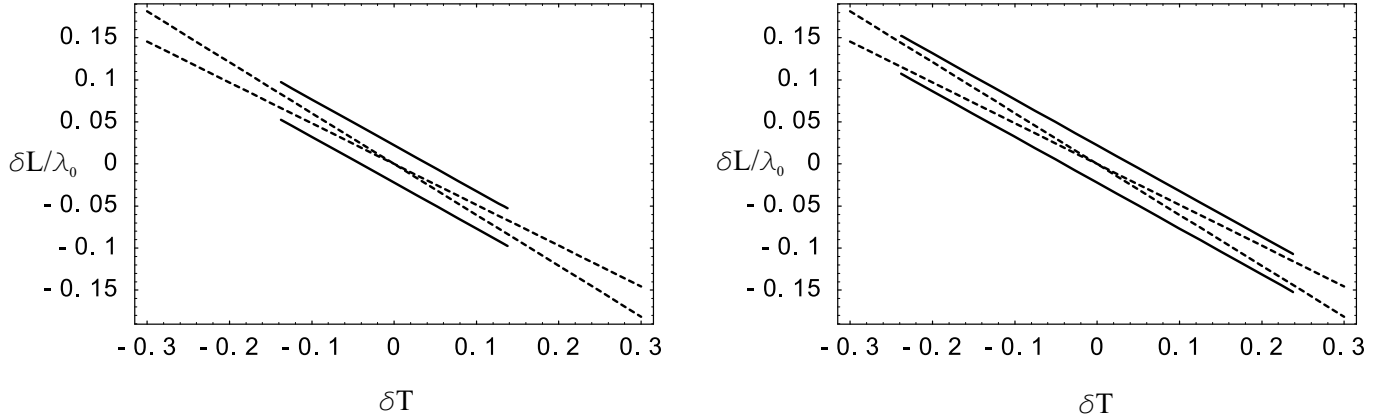


Fig. 2.7 – Zone d'accrochage en fonction de  $\frac{\delta L}{\lambda_0}$  et  $\delta T$  pour  $\rho = 2^\circ$  pour  $N_0^{in} = 1.01 \frac{\gamma^2}{g^2}$  (gauche) et pour  $N_0^{in} = 1.03 \frac{\gamma^2}{g^2}$  (droite). La limite de zone est tracée en pointillés. Le taux de pompage est très faible pour éviter aux courbes d'être trop étendues en température.

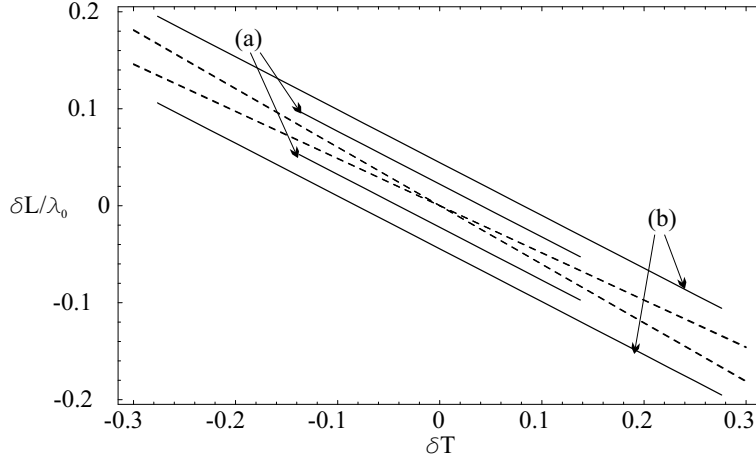


Fig. 2.8 – zone d'accrochage en fonction de  $\frac{\delta L}{\lambda_0}$  et  $\delta T$  pour (a)  $\rho = 2^\circ$  et (b)  $\rho = 4^\circ$  pour  $N_0^{in} = 1.01 \frac{\gamma^2}{g^2}$

#### B.1.2.f Structure fine de la zone d'accrochage

La zone d'accrochage 2.8 semble être de surface nulle. Elle est en fait une surface extrêmement allongée dont la largeur dépend du taux de pompage et de la finesse de la cavité. La figure 2.9 est un zoom sur la zone correspondant à  $\rho = 4^\circ$  à  $\delta T =$  en fonction de  $\delta L$ . Elle nous montre une cuvette dont le fond n'atteint pas le seuil minimum normalisé de 1. Elle n'atteint cette valeur que pour  $\delta T = 0$ .

#### B.1.2.g Effet de la finesse de la cavité

Les tracés précédents ont été réalisés avec des intensités seuil normalisées au seuil minimum de l'OPO égal à  $\gamma^2/g^2$ . Ce seuil dépend donc de la finesse de la cavité. Afin de pouvoir discuter de l'effet de la finesse il va falloir exprimer les seuils de manière

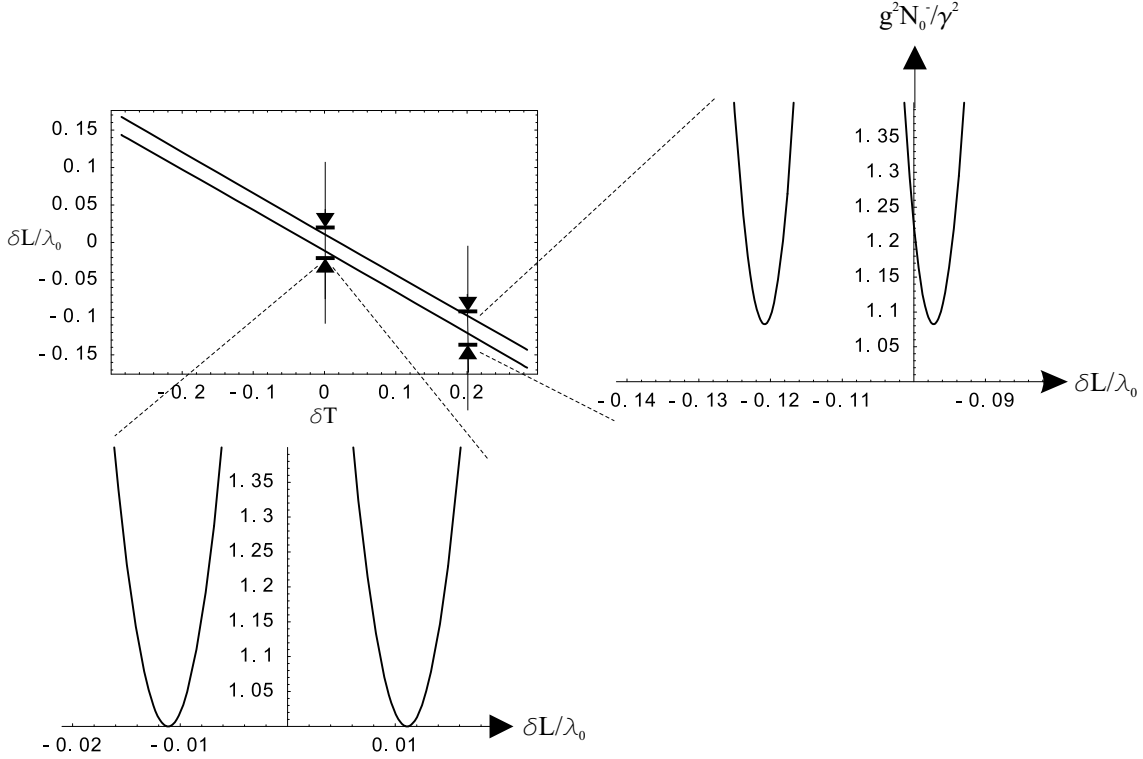


Fig. 2.9 – Coupes de la zone d'accrochage en fonction de  $\frac{\delta L}{\lambda_0}$  pour  $\rho = 1^\circ$  et  $\delta T = 0K$  (bas) et  $\delta T = 0.2K$  (droite)

absolue.

On voit sur la figure 2.10 que plus la finesse de la cavité est grande et plus le seuil minimum est abaissé. La courbe de seuil est de fait translatée vers les seuils bas. Il en découle que pour une intensité pompe donnée la zone d'accrochage sera évidemment plus étendue dans le repère  $\{\delta L, \delta T\}$ . La largeur en  $\delta L$  se trouve également augmentée.

### B.1.3 Différence de phase signal/complémentaire

En réinjectant les valeurs  $N_0^{haut}$  ou  $N_0^{bas}$  dans l'équation de déplétion pompe 2-20 on peut calculer les amplitudes et les phases des champs  $A_i$  dans la zone d'accrochage. Nous allons poser  $A_i = |A_i|e^{i\varphi_i}$  avec  $i = \{0, 1, 2\}$ .

On obtient alors pour la différence de phase  $\varphi_2 - \varphi_1$  :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \psi - \Theta - \frac{\pi}{2} \pm \arccos \left( \frac{\gamma}{2\varepsilon_0} \left| \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}} - \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_1}} \right| \right) \quad (2-40)$$

où les signes + et - sont respectivement liés au seuil bas et au seuil haut. On voit ainsi que pour chaque mode de fonctionnement la différence de phase signal/complémentaire est fixée. C'est un comportement tout à fait différent que celui décrit dans la partie

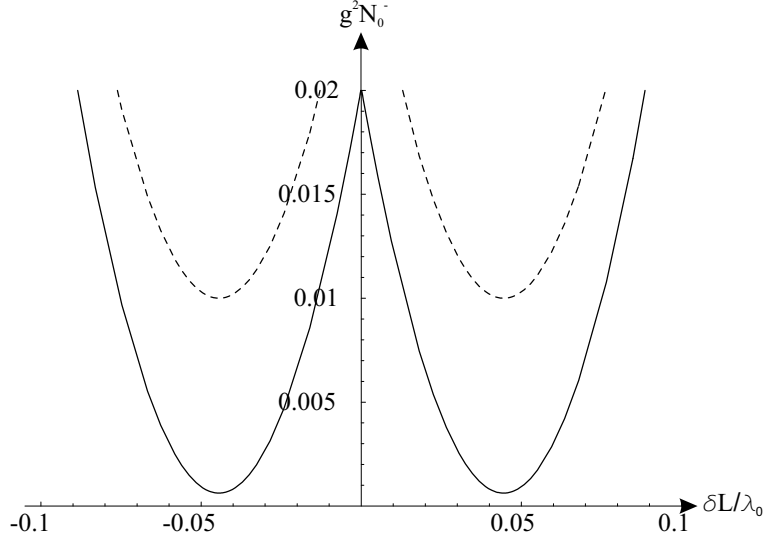


Fig. 2.10 – Seuil bas en fonction de  $\frac{\delta L}{\lambda_0}$  pour  $\rho = 4^\circ$  et  $\delta T = 0K$ .  $r^2 = .95$  (trait plein) et  $r^2 = .80$  (trait pointillé).

D.2.2 où nous avons vu que cette différence de phase est laissée libre par un OPO classique.

On peut faire deux observations :

- Remarquons que si  $\Delta_1 \simeq \Delta_2$  (température peu éloignée du centre de zone) alors

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Theta/2 - \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2} \quad (2-41)$$

indépendamment de l'angle  $\rho$  de la lame. Ce déphasage est également celui calculé au B.1 entre les champs  $A_1$  et  $A_2$  pour chacune des polarisations propres de la cavité  $\mathcal{J}_+$  et  $\mathcal{J}_-$ . Le seuil est peu élevé et la cavité se rapproche de la cavité "froide".

- Si  $\varepsilon_0 \gg \gamma$  (angle  $\rho$  important) alors on retombe sur l'approximation 2-41 du déphasage même loin du centre de zone. La lame impose alors à la résultante des champs signal/complémentaire la polarisation de la cavité froide.

On peut ainsi interpréter l'existence des deux seuils d'oscillation de l'OPO dans ces conditions particulières : le seuil bas correspond à l'oscillation du mode propre de polarisation le plus résonant alors que le seuil haut correspond à l'oscillation du mode propre éloigné de sa longueur de résonance.

#### B.1.4 Rapport des amplitudes signal/complémentaire

On calcule à partir de 2-21 la relation suivante :

$$\left| \frac{A_1}{A_2} \right| = \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_1}} \quad (2-42)$$



On peut aussi interpréter ce résultat à la lumière des modes propres de polarisation de la cavité. Rappelons que l'on peut écrire les désaccords  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  sous la forme :

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \delta_m - \Theta/2 + \psi \pmod{2\pi} \\ \Delta_2 &= \delta_m + \Theta/2 - \psi \pmod{2\pi}\end{aligned}$$

avec  $\delta_m = (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ .

Nous allons supposer que nous sommes suffisamment proches de la température de dégénérescence  $T_0$  et de la longueur de résonance (et donc du seuil minimum) pour avoir  $|\psi - \Theta/2| \ll \delta_m$  et  $\delta_m \simeq \varepsilon_0$ .

Alors

$$\sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_1}} = \sqrt{\frac{\delta_m - \psi + \Theta/2 \pmod{2\pi}}{\delta_m + \psi - \Theta/2 \pmod{2\pi}}} \simeq 1 + \frac{\Theta/2 - \psi}{\varepsilon_0} \pmod{2\pi} \quad (2-43)$$

Ce rapport vaut 1 en centre de zone et se déséquilibre fortement en bordure de zone. D'autre part les modes propres de polarisation de la cavité sont calculés en 1.9 et s'écrivent sous forme de matrices de Jones :

$$\mathcal{J}_+ = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\Theta}{2}} \left( \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \varepsilon_0^2} \right) \\ \varepsilon_0 \end{pmatrix} \text{ et } \mathcal{J}_- = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ -e^{-i\frac{\Theta}{2}} \left( \sin \xi + \sqrt{\sin^2 \xi - \varepsilon_0^2} \right) \end{pmatrix} \quad (2-44)$$

avec  $\cos \xi = \alpha_0 \cos(\psi - \Theta/2)$

Avec les approximations faites on a  $\sin \xi \simeq \varepsilon_0$  et on peut écrire :

$$\left| \frac{(\mathcal{J}_\pm)_1}{(\mathcal{J}_\pm)_2} \right| \simeq \frac{\varepsilon_0 \pm \psi - \Theta/2}{\varepsilon_0} \pmod{2\pi} \quad (2-45)$$

On retombe donc sur la même expression que la solution venant des équations de l'OPO.

On peut donc expliquer le déséquilibre des amplitudes signal et complémentaire par la polarisation des modes propres de la cavité. Nous savons que lorsque  $\Theta/2 = \psi \pmod{2\pi}$  (ce qui correspond à  $\Delta_1 = \Delta_2$ ), le mode se projette de manière égale sur  $A_1$  et  $A_2$  indépendamment de la biréfringence de la lame et de son angle. Lorsque l'on fait résonner un des 2 modes propres,  $A_1$  et  $A_2$  sont alors équilibrés ce qui maximise le couplage non-linéaire : le seuil est alors minimum.

Lorsque l'on s'écarte de ce seuil, les projections des modes propres sur  $A_1$  et  $A_2$  se déséquilibrent et favorisent la résonance de l'un ou de l'autre. Ce déséquilibre se retrouve dans les intensités signal et complémentaire et le seuil s'en retrouve naturellement relevé.

### B.1.5 Phase d'un seul champ

On calcule à partir des équations de bouclage et de l'équation de déplétion pompe l'expression suivante sur la phase  $\varphi_1$  du champ signal :

$$e^{i(\Theta - \psi - 2\varphi_1)} = \frac{\gamma^2 \Delta_1 + \Delta_2(\Delta_1 \Delta_2 - N_0^\pm - \varepsilon_0^2) + i\gamma(\varepsilon_0^2 + \Delta_2^2 + \gamma^2 - N_0^\pm)}{2i\sqrt{N_0^\pm} \Delta_2 \varepsilon_0} \quad (2-46)$$

Cette équation permet de déterminer  $2\varphi_1$ . Il en résulte que la phase du champ signal (et du complémentaire) est définie à  $\pi$  près comme pour le fonctionnement d'un OPO dégénéré de type I. Cette propriété a été observée expérimentalement dans [Mason98] grâce aux interférences entre un des faisceaux et un oscillateur local de phase bien définie par rapport à la pompe. Nous retrouverons dans le chapitre 4 cette propriété pour la reconversion paramétrique dans la génération de seconde harmonique de type II.

## B.2 Cas général

Nous allons reprendre les équations générales 2-13 et 2-14. Avec les équations pour tout angle un traitement informatique est nécessaire.

Nous obtenons pour une valeur  $\gamma = 0.3$  le contour de zone de la courbe 2.11 pour un angle  $\rho = 30^\circ$  avec une lame  $\lambda/2$ . La valeur élevée de  $\rho$  permet d'avoir une meilleure échelle de la zone d'accrochage et de visualiser la largeur de cette zone ce qui n'était pas le cas à petit angle. Nous pouvons voir la périodicité de la zone qui est naturellement prise en compte dans les équations 2-13 et 2-14. Les principales caractéristiques de la zone d'accrochage ont donc bien été décrites par l'approximation de petit angle.

### B.2.1 Fond de la zone d'accrochage en fonction de la température

Le contour de la zone d'accrochage est visuellement parlant pour comprendre ses principales caractéristiques mais il ne permet pas de comparer directement les valeurs des différents seuils obtenus pour des angles différents. Il serait intéressant de disposer du tracé de l'intensité du fond de la zone d'accrochage en fonction de la température. Il s'agit pour cela de pouvoir déterminer pour chaque température la longueur de cavité associée au seuil le plus bas.

Nous avons vu au chapitre précédent que la zone d'accrochage s'étendait le long des résonances des modes propres de polarisation

- près du centre de zone
- pour des angles élevés

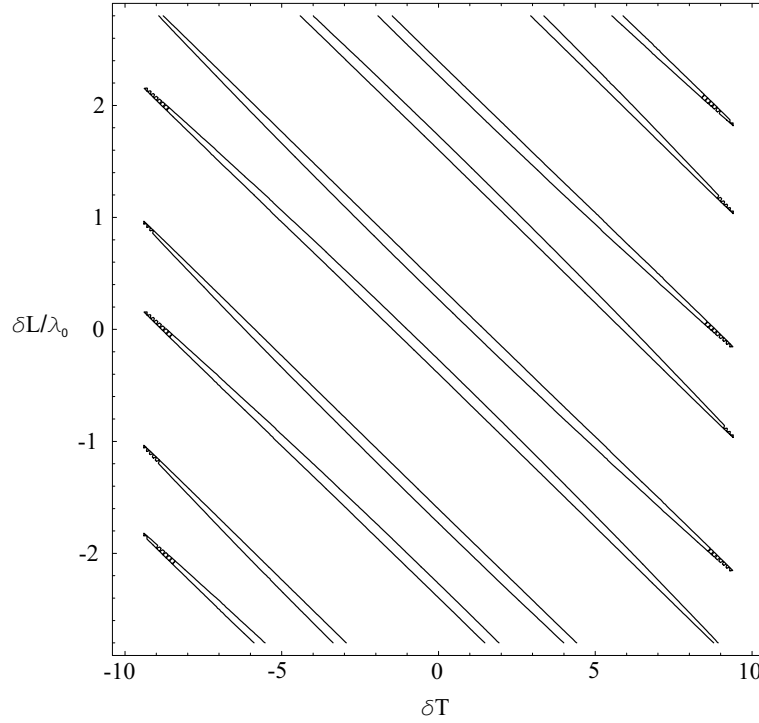


Fig. 2.11 – Contour de la zone d'accrochage en fonction de  $\delta L/\lambda_0$  et  $\delta T$  pour  $\frac{g^2 N_0^{in}}{\gamma^2} = 1.3$ ,  $\rho = 30^\circ$  et  $\gamma = 0.3$

Nous avons vu que la longueur de résonance  $\delta L_{res}$  doit alors vérifier :

$$\delta_m(\delta L_{res}) = \pm \arccos(\alpha_0 \cos(\psi - \Theta/2)) \quad (2-47)$$

Nous pouvons donc réinjecter cette valeur qui ne dépend que de  $\delta T$  dans les expressions du seuil. Nous allons définir

$$N_0^{res}(T) = N_0^-(T, \delta L_{res}) \quad (2-48)$$

Cette valeur suit les minima de la nappe du seuil et est indépendante de  $\delta L$ .

### B.2.1.a Comparaison entre la solution pour petit angle et la solution générale

Rappelons que le couplage dû à la lame  $\lambda/2$  est caractérisé par le coefficient  $\varepsilon_0 = \sin(2\rho)$ . Les pertes de la cavité dues au miroir de couplage sont elles caractérisées par le coefficient  $\gamma$ . Nous allons pouvoir tracer les courbes de seuil en fonction du coefficient  $C = \varepsilon_0/\gamma$  qui va caractériser la force du couplage de la lame. Nous allons prendre comme miroir de couplage un miroir de réflectivité  $R = 95\%$  ce qui correspond à  $\gamma = 2.5 \times 10^{-2}$ .

On voit sur la figure 2.14 que la solution petit angle et la solution générale sont en très bon accord. On a représenté la zone d'accrochage en température  $\Delta T_{accro}$  pour

$N_0^{in} = 1.5\gamma^2/g^2$ . Cette zone est peu étendue ( $\Delta T_{accro} \simeq 0.4K$ ). Pour  $C$  plus élevé (figure 2.12), on voit apparaître la périodicité de la solution générale. Le désaccord entre les deux solutions apparaît dès  $\delta T \simeq 10K$ . Mais il faut remarquer qu'expérimentalement l'OPO ne sera pas pompé à plus de 3 ou 4 fois le seuil minimal afin d'éviter des effets thermiques non désirés. On voit alors sur la figure 2.12 que les deux solutions sont encore en bon accord si l'on se limite aux taux de pompage expérimentaux.

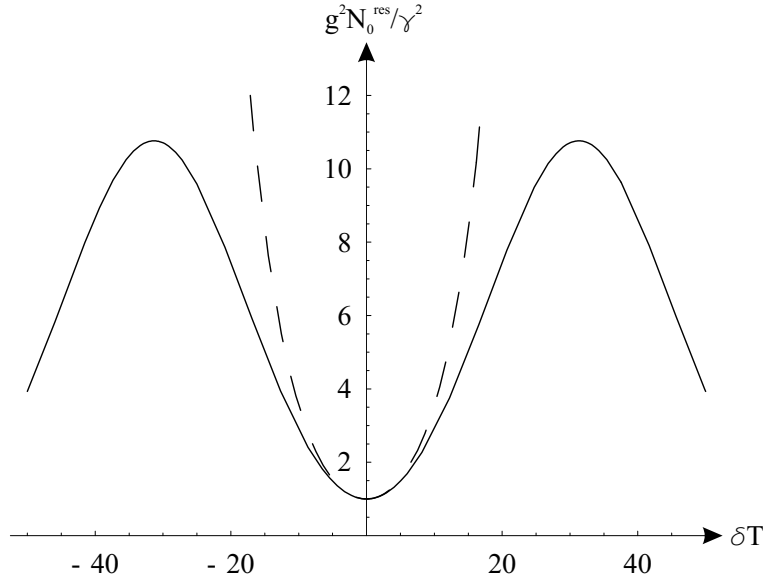


Fig. 2.12 –  $g^2 N_0^{res}/\gamma^2$  en fonction de  $\delta T$  pour  $\rho = 10^\circ$  ( $C = 14$ ). Solution générale en traits pleins. Solution petit angle en traits interrompus.

La figure 2.13 décrit l'évolution de  $g^2 N_0^{res}/\gamma^2$  pour un couplage fort ( $C = 40$ ). On constate que la solution petit angle ne décrit plus correctement l'évolution du seuil même pour des taux de pompage accessibles expérimentalement. Le seuil maximum de la solution générale s'est abaissé. Pour peu que l'on pompe au-dessus cete valeur, on peut obtenir l'accrochage pour n'importe quelle température du cristal. Le cas extrême est obtenu pour  $\rho = \pi/4$  où le seuil minimum d'oscillation est égal à  $\gamma^2/g^2$  pour toute valeur de la température. En effet, quand  $\rho$  tend vers  $\pi/4$  les modes propres de polarisation se projettent identiquement sur les polarisations (1) et (2) sur une grande plage de température. Lorsque  $\rho = \pi/4$  chaque résonance d'un mode propre fait résonner de manière égale les champs  $A_1$  et  $A_2$  indépendamment de la température. Le seuil est alors minimal pour tout  $T$ .

En fait nous n'avons pas encore pris en compte l'effet de l'accord de phase qui va faire remonter globalement tous les seuils et briser la périodicité en température de la zone d'accrochage.

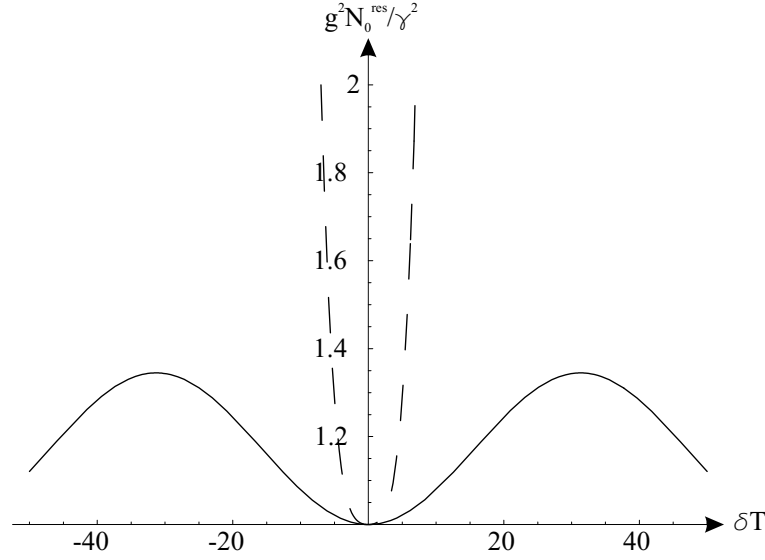


Fig. 2.13 – Seuil à résonance en fonction de la température pour  $\rho = 30^\circ$  ( $C = 40$ ). Solution générale en traits pleins. Solution petit angle en traits interrompus.

### B.2.1.b Effet du désaccord de phase

Le désaccord de phase a pour effet de remplacer dans l'expression des intensités des champs le coefficient de couplage non linéaire  $g^2$  de la manière suivante :

$$g^2 \longrightarrow g_0^2 \left( \frac{\sin(\Delta kl/2)^2}{(\Delta kl/2)^2} \right) \quad (2-49)$$

où

$$\Delta k = k_0 - k_1 - k_2 = \frac{\omega_0}{2c} (2n_0 - n_1 - n_2) \quad (2-50)$$

quand  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0/2$ .

Nous allons supposer que le cristal de KTP est coupé de manière idéale pour favoriser l'oscillation dégénérée c'est à dire que

$$\Delta k = 0 \text{ pour } \delta T = 0 \quad (2-51)$$

Le seuil d'oscillation minimum à dégénérescence de fréquence à  $\delta T = 0$  reste alors égal à  $\gamma^2/g^2$ . Nous pouvons alors exprimer  $\Delta kl$  en fonction de  $\delta T$  :

$$\Delta kl = \pi(2a_0 - a_1 - a_2) \frac{l}{\lambda_0} \delta T \quad (2-52)$$

où les  $a_i$  correspondent aux variations des indices  $n_i$  avec  $T$ .

Nous pouvons maintenant tracer l'équivalent de la figure 2.13 en tenant compte de l'accord de phase sur la figure 2.15. Nous voyons que le seuil d'accrochage remonte rapidement dès que la température s'éloigne de la température de dégénérescence même

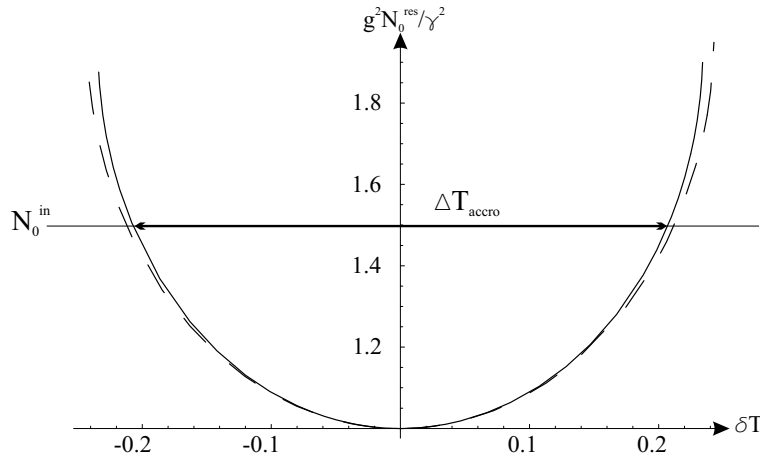


Fig. 2.14 – Seuil à résonance en fonction de la température pour  $\rho = 0.5^\circ$  ( $C = 0.7$ ). Solution générale en traits pleins. Solution petit angle en traits interrompus.

pour un angle important de  $30^\circ$ . La zone d'accrochage aux angles élevés se trouve donc limitée par l'effet de l'accord de phase à une dizaine de degrés autour de  $T_0$ .

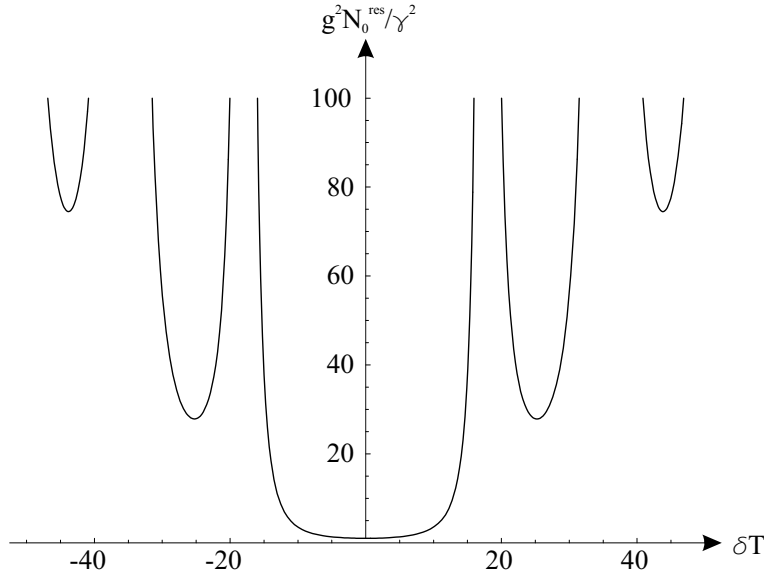


Fig. 2.15 – Seuil à résonance en fonction de la température pour  $\rho = 30^\circ$  en tenant compte de l'accord de phase.

### B.3 Résumé

Nous avons vu dans cette section que la présence d'une lame biréfringente tournée dans une cavité d'OPO en anneau fait apparaître une zone d'accrochage qui permet l'oscillation dégénérée de celui-ci sur une plage étendue de température. Plus l'angle que font les axes neutres de la lame avec les axes propres du cristal est grand et plus la largeur de cette zone est grande. Dans le cas où le couplage dû à la lame est

grand devant les pertes utiles de la cavité c'est la condition d'accord de phase qui limite l'extension en température de la zone. Mais c'est la cavité linéaire qui est la configuration adoptée expérimentalement pour des raisons de commodité d'alignement et de minimisation des pertes. Nous allons donc étudier dans la section suivante les modifications de comportement qu'un tel choix de géométrie de la cavité implique.

## C OPO linéaire avec élément biréfringent - Solution dégénérée en fréquence

Nous avons vu en D.3 que le comportement d'un OPO linéaire était plus complexe que celui d'un OPO en anneau. L'accumulation des déphasages dus aux miroirs se retrouve dans le coefficient correctif dû à l'accord de phase et conduit à un déplacement de la température d'accord de phase optimal et une remontée du seuil minimum d'oscillation.

### C.1 Equations de bouclage

Nous allons utiliser l'OPO linéaire que nous avons décrit dans le chapitre 1. Le cristal est inséré avant la lame déphasante comme le montre la figure 2.16 .

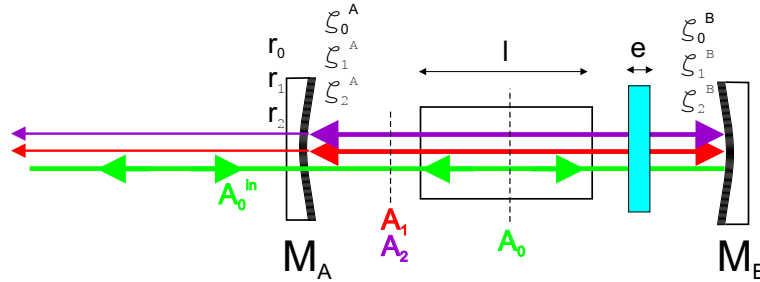


Fig. 2.16 – OPO autoverrouillé en cavité linéaire. Le miroir arrière est parfaitement réfléchissant.

Nous rappelons que les coefficients de réflexion en amplitude pour le miroir  $M_A$  sont notés

$$\begin{aligned} \underline{r}_0 &= r_0 e^{i\zeta_0^A} && \text{pour la pompe} \\ \underline{r}_i &= r_i e^{i\zeta_i^A} && \text{pour le signal et le complémentaire} \end{aligned} \quad (2-53)$$

On notera  $\zeta_0^B$  et  $\zeta_i^B$  les déphasages du miroir arrière  $M_2$  respectivement pour la pompe et pour  $i = \{1, 2\}$ . La matrice de propagation sur un tour est maintenant :

$$\mathbf{M}_{\text{tour}} = \mathbf{M}_{\text{miroir}} \cdot \mathbf{M}_{\text{cristal}} \cdot \mathbf{M}_{\text{lame}}^2 \cdot \mathbf{M}_{\text{cristal}} \cdot \mathbf{M}_{\text{libre}} \quad (2-54)$$

Nous avons montré au chapitre 1 que  $\mathbf{M}_{lame}^2$  a pour expression :

$$\mathbf{M}_{lame}^2 = e^{ikn2l} \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \alpha^* \end{pmatrix}$$

avec:

$$\begin{aligned} \alpha &= \cos\left(2\frac{\Delta\phi}{2}\right) + i \cos(2\rho) \sin\left(2\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \alpha_0 e^{i\psi} \\ \epsilon &= i \sin\left(2\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\epsilon_0 \end{aligned}$$

Les coefficients de réflexion ne dépendent pas de la polarisation des champs à cause de la symétrie de révolution de la cavité.

En écrivant les équations de bouclage comme en B, nous allons devoir passer obligatoirement deux fois dans le cristal et les déphasages des miroirs vont apparaître dans le couplage paramétrique pour chaque champ. Après calcul, les équations de bouclage dépendant du temps ont la forme [Debuisschert93] :

$$\begin{aligned} \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_1} &= [r\alpha_0 - e^{-i\Delta_1}]A_1 + r\alpha_0(1 + e^{i\beta})gA_0A_2^* + \\ & r\epsilon e^{i(\Theta-\psi)}A_2 + r\epsilon e^{i(\Theta-\psi)}(1 - e^{i\beta})gA_0A_1^* \end{aligned} \quad (2-55)$$

$$\begin{aligned} \tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} e^{-i\delta_2} &= [r\alpha_0 - e^{-i\delta_2}]A_2 + r\alpha_0(1 + e^{i\beta})gA_0A_1^* + \\ & r\epsilon e^{-i(\Theta-\psi)}A_2 + r\epsilon e^{-i(\Theta-\psi)}(1 - e^{i\beta})gA_0A_2^* \end{aligned} \quad (2-56)$$

$$A_0 = A_0^{in} - \frac{g}{2} \left( (1 + e^{-i\beta}(1 - 2\epsilon_0^2))A_1A_2 + e^{-i\beta}\alpha_0\epsilon(e^{i(\psi-\Theta)}A_1^2 + e^{-i(\psi-\Theta)}A_2^2) \right) \quad (2-57)$$

avec

$$g = g_0 \frac{(e^{i\Delta kl} - 1)}{i\Delta kl} \quad (2-58)$$

$g$  est le coefficient non linéaire tenant compte de l'accord de phase

et

$$\beta = \Delta kl + \eta \quad (2-59)$$

où  $\eta = \pi(2n'_0 - n_l - n_r)\frac{\epsilon}{\lambda_0} + \zeta_0^B - \zeta_1^B - \zeta_2^B$ .

$n'_0$  est l'indice de la lame pour le champ pompe. Le coefficient  $\beta$  est la somme du terme d'accord de phase et de  $\eta$  qui représente le déphasage accumulé par chaque champ à



la traversée de la lame biréfringente et à la réflexion sur les miroirs.

Les déphasages sur un tour  $\delta_1$  et  $\delta_2$  ont toujours pour expression :

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \delta_m - \Theta + \psi \\ \delta_2 &= \delta_m + \Theta - \psi\end{aligned}$$

mais avec maintenant :

$$\Theta = k(n_2 - n_1)l + \zeta_2 - \zeta_1 \quad (2-60)$$

$$\delta_m = k \left( 2L + \frac{n_1 + n_2}{2} 2l + \frac{n_l + n_r}{2} 2e \right) + \zeta_1 + \zeta_2 \quad (2-61)$$

$\Theta$  représente la biréfringence du cristal pour un aller simple dans la cavité.  $\delta_m$  représente le désaccord moyen pour un aller-retour dans la cavité.

## C.2 Tracé de la zone d'accrochage

Les équations 2-57 se résolvent de la même manière que celles correspondant à la cavité en anneau. Ce sont des équations plus complexes qui n'amènent pas à des solutions analytiques simples. Nous allons donc directement tracer les zones d'accrochage en fonction de  $L$  et  $T$ .

Nous allons définir la température de dégénérescence  $T_0$  et la longueur de résonance associée  $L_0$  tels que :

$$\Theta(T_0) = \psi \pmod{2\pi} \quad (2-62)$$

$$\delta_m(T_0, L_0) = 0 \pmod{2\pi} \quad (2-63)$$

Nous pouvons alors tracer comme dans la section précédente le fond de la zone d'accrochage en fonction de  $\delta L$  et  $\delta T$ . Nous prendrons comme précédemment un miroir de couplage de coefficient  $\gamma = 2.5 \times 10^{-2}$ .

### C.2.1 Tracé du fond de la zone d'accrochage

Nous avons vu au chapitre B.2 que les modes propres de polarisation dans une cavité linéaire possédant un élément biréfringent étaient des polarisations linéaires. Les longueurs  $\delta L_{res}$  de résonance vérifient alors

$$\delta_m(\delta L_{res}) = \pm \arccos(\alpha_0 \cos(\psi - \Theta)) \quad (2-64)$$

En réinjectant ce résultat dans l'intensité seuil on est en mesure de tracer  $N_0^{res}$  en fonction de  $\delta T$  qui est défini comme en 2-48.

Dans toute la suite nous allons supposer que l'accord de phase est optimisé pour une oscillation à dégénérescence c'est à dire que :

$$\Delta k(T_0) = 0 \quad (2-65)$$

Le cristal a une longueur  $l = 1cm$  afin que le seuil minimum d'oscillation soit égal au seuil d'un OPO en anneau dont le cristal a une longueur de  $2cm$  comme au chapitre précédent.

Dans un OPO sans lame, l'effet de l'accumulation de déphasage est d'augmenter le seuil d'oscillation à dégénérescence. Il est montré dans [Debuisschert93] que la correction à apporter au seuil est de la forme

$$(N_0^{in})_{seuil} \longrightarrow (N_0^{in})_{seuil} \frac{(\Delta kl/2)^2}{\sin^2(\Delta kl/2) \cos^2(\Delta kl/2 + \eta/2)} \quad (2-66)$$

Plus  $\eta$  s'approche de  $\pi$  et plus le minimum de seuil est obtenu à une température différente de  $T_0$ . Pour  $\eta = \pi$  le seuil est égal à 1.92 fois le seuil minimum de l'OPO.

### C.2.1.a Fond de la zone d'accrochage pour un petit angle de la lame

Lorsque  $\rho$  est faible, nous avons vu dans la section précédente que la zone d'accrochage est peu étendue autour de la température  $T_0$ . Ce comportement se retrouve avec une cavité linéaire, mais la présence du déphasage miroir rajoute un paramètre dont il faut tenir compte dans le calcul des seuils à longueur de résonance  $N_0^{res}$ .

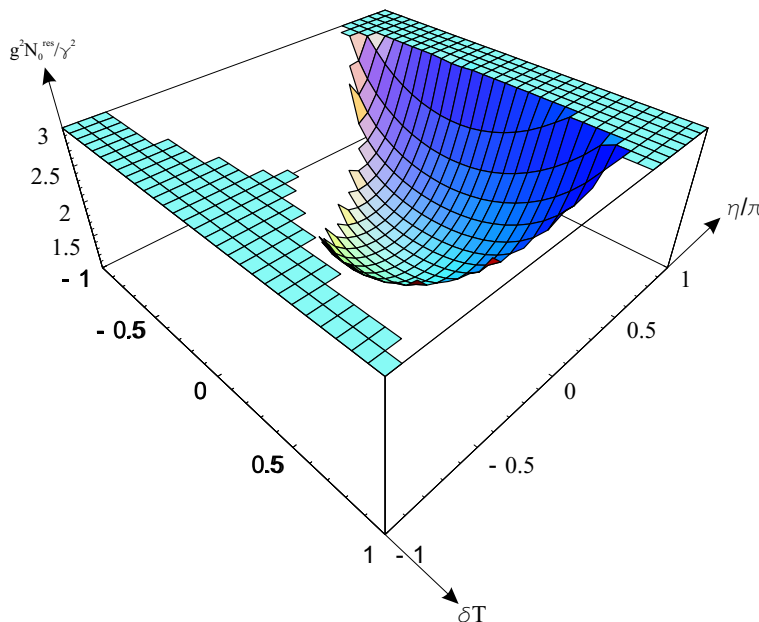


Fig. 2.17 – Seuil à résonance en fonction de  $\delta T$  et  $\eta/\pi$  pour  $\rho = 5^\circ$ .

Nous voyons sur la figure 2.17 l'évolution du seuil à résonance en fonction de la température et du déphasage miroir  $\eta$  pour un petit angle de  $5^\circ$ . Ce seuil exhibe des valeurs accessibles expérimentalement sur une plage de température de  $1K$ . Il existe une température  $\delta T$  et un déphasage  $\eta$  tous deux proches de 0 tels que le seuil soit égal au seuil minimum sans lame. Le seuil diverge lorsque  $\eta$  s'approche de  $\pi$ . Comme le facteur  $\eta$  dépend des déphasages des miroirs il est à priori difficilement contrôlable. On voit qu'il serait très dommageable pour l'existence de la zone d'accrochage à petit angle que  $\eta$  soit accidentellement proche de  $\pi$ .

### C.2.1.b Fond de la zone d'accrochage pour un grand angle de la lame

La situation est bien différente lorsque l'angle  $\rho$  se rapproche de  $45^\circ$ . En effet, les modes propres de polarisation deviennent alors de plus en plus proches des modes inclinés à  $\pm 45^\circ$  et ce sur une grande plage de température. Le système va pouvoir fonctionner à une température qui va permettre de compenser le déphasage miroir par le déphasage dû au cristal. c'est ce que nous observons sur la figure 2.18. La zone d'accrochage est nettement plus étendue en température que pour un petit angle ce qui est prévisible, et surtout on n'observe plus de forte augmentation du seuil en fonction du déphasage miroir. On voit sur 2.18 que le seuil minimum de l'OPO sans lame est atteint lorsque  $\eta = \pi$  et  $\delta T = 0$ . Lorsque  $\eta = 0$  le seuil à résonance est obtenu pour deux températures symétriques par rapport à  $T_0$  et vaut 1.92 fois le seuil minimal de l'OPO, valeur que l'on retrouve dans le cas de l'OPO sans lame lorsque  $\eta = \pi$  [Debuisschert93].

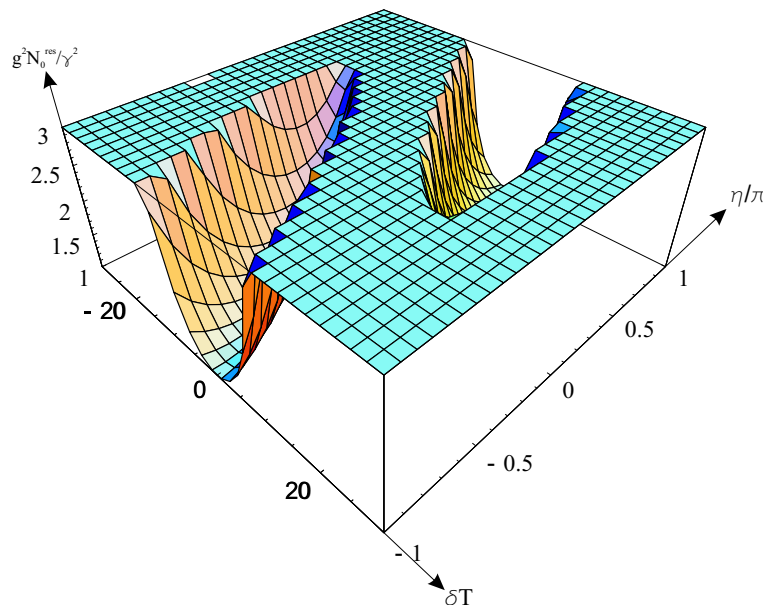


Fig. 2.18 – Seuil à résonance en fonction de la température et  $\eta/\pi$  pour  $\rho = 45^\circ$ .

Une fois l'angle de la lame fixé, le seuil minimum  $\gamma^2/g^2$  n'est atteint que pour un déphasage donné et une température donnée. Comme le déphasage miroir est un paramètre fixe de la cavité, cela signifie que le seuil minimum évolue dorénavant avec la température, ce qui n'était pas le cas avec une cavité en anneau comme on peut le voir sur la figure 2.19. L'évolution du seuil de la zone d'accrochage est plus complexe pour la cavité linéaire que pour la cavité en anneau puisqu'il faut prendre en compte le déphasage miroir  $\eta$ .

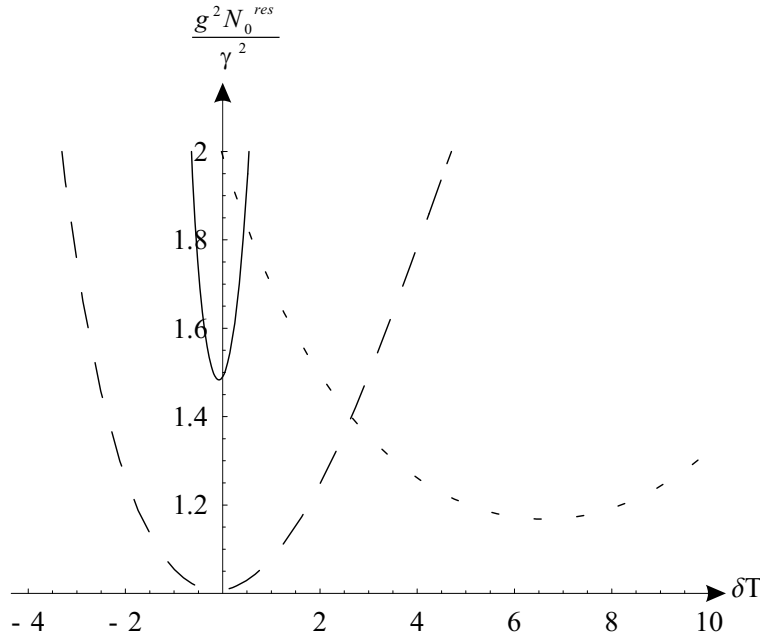


Fig. 2.19 – Seuil à résonance en fonction de la température pour  $\eta = \pi/2$  et  $\rho = 5^\circ$  (trait plein);  $\rho = 20^\circ$  (pointillé long);  $\rho = 45^\circ$  (pointillé court). Le seuil le plus bas est atteint pour un angle proche de  $20^\circ$ .

## D Solution non dégénérée

Depuis le début du chapitre nous n'avons cherché que les solutions dégénérées afin de pouvoir dégager les principales caractéristiques de la zone d'accrochage. Afin de prendre en compte les solutions non dégénérées il va falloir envisager la cohabitation de deux champs de fréquences  $\omega_a$  et  $\omega_b$  sur chacune des directions des axes neutres du cristal (1) et (2). Sur chaque polarisation les enveloppes des champs vont dépendre de temps et vont alors s'écrire :

$$A_1 = a_1 e^{-i\frac{\delta\omega}{2}t} + b_1 e^{i\frac{\delta\omega}{2}t} \quad (2-67)$$

$$A_2 = a_2 e^{-i\frac{\delta\omega}{2}t} + b_2 e^{i\frac{\delta\omega}{2}t} \quad (2-68)$$

où

$$\omega_a = \frac{\omega_0 + \delta\omega}{2} \quad (2-69)$$

$$\omega_a = \frac{\omega_0 - \delta\omega}{2} \quad (2-70)$$

Nous allons écrire les équations de bouclage pour une cavité en anneau contenant une lame  $\lambda/2$  tournée d'un *petit angle*  $\rho$ . Cela nous permettra d'avoir une solution analytique pour les solutions non dégénérées. En remplaçant les expressions des champs 2-68 dans les équations de bouclage 2-21 on obtient alors le jeu de quatre équations valables pour le régime stationnaire :

$$0 = [-\gamma + i\Delta_{1,a}]a_1 + gA_0b_2^* + \varepsilon e^{i(\Theta-\psi)}a_2 \quad (2-71)$$

$$0 = [-\gamma + i\Delta_{2,a}]a_2 + gA_0b_1^* + \varepsilon e^{-i(\Theta-\psi)}a_1 \quad (2-72)$$

$$0 = [-\gamma + i\Delta_{1,b}]b_1 + gA_0a_2^* + \varepsilon e^{i(\Theta-\psi)}b_2 \quad (2-73)$$

$$0 = [-\gamma + i\Delta_{2,b}]b_2 + gA_0a_1^* + \varepsilon e^{-i(\Theta-\psi)}b_1 \quad (2-74)$$

où

$$\Delta_{i,a} = \frac{\omega_0 + \delta\omega}{2c}(n_i l + n_l e + L) \pmod{2\pi} \quad (2-75)$$

$$\Delta_{i,b} = \frac{\omega_0 - \delta\omega}{2c}(n_i l + n_r e + L) \pmod{2\pi} \quad (2-76)$$

avec  $i = \{1, 2\}$ .

Le système d'équations 5.12 est un système homogène d'équations en  $\{a_1, a_2, a_1^*, a_2^*, b_1, b_2, b_1^*, b_2^*\}$  dont les solutions non triviales se trouvent en annulant son déterminant. Celui-ci étant complexe, on obtient alors deux équations réelles que doivent vérifier les désaccords :

$$0 = (\gamma^2 + \Delta_{1,a}\Delta_{2,b} + \varepsilon_0^2 - g^2 N_0)(\gamma^2 + \Delta_{2,a}\Delta_{1,b} + \varepsilon_0^2 - g^2 N_0)(\Delta_{2,b} - \Delta_{1,a})(\Delta_{1,b} - \Delta_{2,a}) - \varepsilon_0^2(\Delta_{1,a} + \Delta_{1,b})(\Delta_{2,a} + \Delta_{2,b}) \quad (2-77)$$

$$0 = (\Delta_{2,b} - \Delta_{1,a})(\gamma^2 + \Delta_{2,a}\Delta_{1,b} + \varepsilon_0^2 - g^2 N_0) + (\Delta_{1,b} - \Delta_{2,a})(\gamma^2 + \Delta_{1,a}\Delta_{2,b} + \varepsilon_0^2 - g^2 N_0) \quad (2-78)$$

Les deux inconnues que nous cherchons à exprimer sont  $N_0$  et  $\delta\omega$ . Sachant que la fréquence de battement sera faible devant  $\omega_0$  nous pouvons approximer les désaccords sous la forme :

$$\Delta_{i,a} = \Delta_i + \frac{\delta\omega}{2c}L_i \simeq \Delta_i + \frac{\delta\omega}{2c}\bar{L} \quad (2-79)$$

$$\Delta_{i,b} = \Delta_i - \frac{\delta\omega}{2c}L_i \simeq \Delta_i - \frac{\delta\omega}{2c}\bar{L} \quad (2-80)$$

Les désaccords  $\Delta_i$  sont les désaccords correspondant aux fréquences dégénérées. Ils ne dépendent que de  $L$  et  $T$ . La longueur  $\bar{L}$  est la longueur optique moyenne de la cavité. En réinjectant les expressions 2-80 dans 2-78 on obtient deux équations du second degré dont les inconnues sont  $N_0$  et  $\delta\omega$ . On obtient deux couples de solutions :

- Une solution dégénérée  $\delta\omega = 0$  dont l'intensité pompe intracavité s'exprime selon 2-24. Deux seuils correspondent à deux modes d'oscillation qui n'existent que dans une plage de verrouillage. Nous avons déjà étudié de manière exhaustive cette solution dans la section précédente.
- Une solution non dégénérée unique.  $N_0$  et  $\delta\omega$  s'expriment en fonction des désaccords à dégénérescence  $\Delta_i$ .

## D.1 Solution non dégénérée en fonction des désaccords

La résolution des équations 2-78 nous amène aux deux expressions suivantes pour  $N_0$  et  $\delta\omega$  :

$$N_0 = \frac{16\gamma^4 + 8\gamma^2(\Delta_1^2 + \Delta_2^2) + (\Delta_1^2 - \Delta_2^2)^2 + 4\varepsilon_0^2(4\gamma^2 + (\Delta_1 + \Delta_2)^2)}{4g^2(4\gamma^2 + (\Delta_1 - \Delta_2)^2)} \quad (2-81)$$

$$\delta\omega = \frac{c}{\bar{L}} \left( \frac{4\gamma^2(\Delta_1 - \Delta_2)^2 + (\Delta_1^2 - \Delta_2^2)^2 - 4\Delta_1\Delta_2((\Delta_1 - \Delta_2)^2 + \Delta_1\Delta_2 + 4\varepsilon_0^2)}{4\gamma^2 + (\Delta_1 - \Delta_2)^2} \right)^{1/2} \quad (2-82)$$

### D.1.1 Evolution du seuil

Le seuil  $N_0$  est symétrique par rapport à la droite d'équation  $\Delta_1 = -\Delta_2$ . On a tracé sur la figure 2.20 l'évolution de  $N_0$  en fonction de  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ .

Le long de la droite d'équation  $\Delta_1 = -\Delta_2 = \Delta$  la valeur du seuil au fond de la nappe  $N_0^{fond}$  évolue de la façon suivante :

$$N_0^{fond} = \frac{\gamma^2}{g^2} \left( 1 + \frac{\varepsilon_0^2}{\gamma^2 + \Delta^2} \right) \quad (2-83)$$

Son évolution est représentée sur la figure 2.21 pour différentes valeurs de  $\varepsilon_0/\gamma$ . On remarque que le seuil normalisé tend vers 1 lorsque  $\Delta$  est élevé et remonte lorsque  $\Delta$  se rapproche de 0. Un des effets du couplage est donc de rendre le seuil *minimum* d'oscillation non dégénérée supérieur à la valeur minimale  $\gamma^2/g^2$ . Rappelons que dans un OPO sans lame, si l'on ne prend pas en compte l'accord de phase, le système peut toujours choisir un couple de fréquences telles que le seuil *minimum*<sup>3</sup> d'oscillation soit

3. C'est-à-dire à la longueur de résonance pour le couple signal/complémentaire considéré.

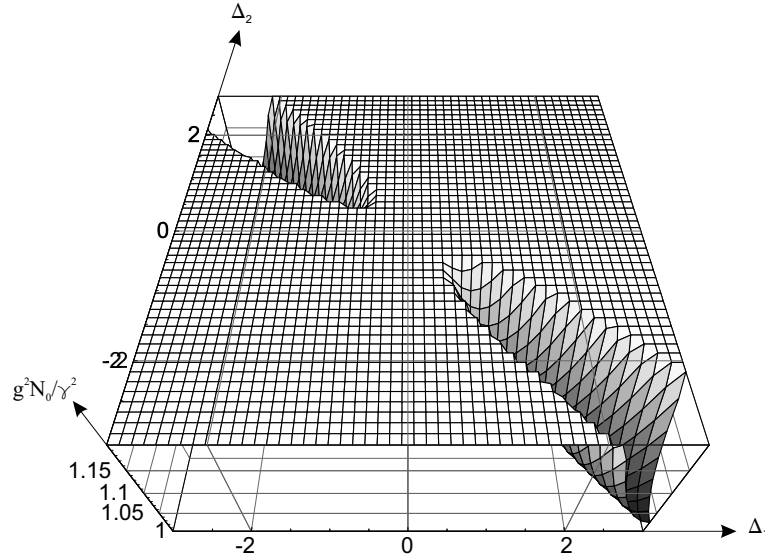


Fig. 2.20 – Seuil non dégénéré en fonction de  $\frac{\Delta_1}{\gamma}$  et  $\frac{\Delta_2}{\gamma}$  pour  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 0.5$ .

égal à  $\gamma^2/g^2$ . On voit également que le seuil d'oscillation augmente avec  $\varepsilon_0/\gamma$ . Pour  $\Delta = 0$  le seuil de fond est égal à

$$N_0^{fond} = \frac{\gamma^2 + \varepsilon_0^2}{g^2} \quad (2-84)$$

La lame biréfringente agit comme une perte  $\varepsilon_0$  sur chaque champ à fréquence non dégénérée. Augmenter le couplage revient à augmenter les pertes sur chaque champ et donc à augmenter le seuil.

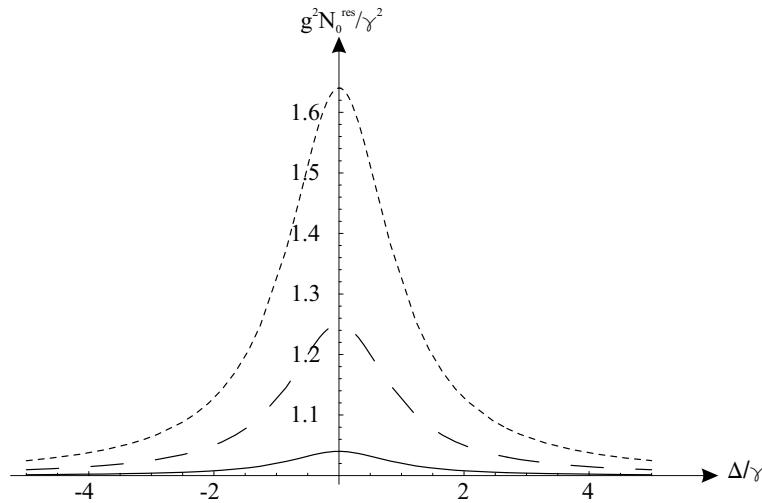


Fig. 2.21 – Seuil du fond en fonction de  $\frac{\Delta}{\gamma}$  pour  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 0.2$  (trait plein);  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 0.5$  (pointillé long);  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 0.8$  (pointillé court)

### D.1.2 Evolution de la fréquence de battement

On se place le long de la droite  $\Delta_1 = -\Delta_2 = \Delta$ . La fréquence de battement s'exprime alors

$$\delta\omega = \frac{2c}{\bar{L}}|\Delta|\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_0^2}{\gamma^2 + \Delta^2}} = \Omega_c \frac{|\Delta|}{\gamma} \sqrt{\frac{g^2 N_0^{fond}}{\gamma^2}} \quad (2-85)$$

Où  $\Omega_c = (2\gamma c)/\bar{L}$  est la bande passante de la cavité.

On voit que lorsque  $\varepsilon_0 \ll \gamma$  (couplage faible) ou lorsque  $\Delta \gg \gamma, \varepsilon_0$  (loin de dégénérescence) la fréquence de battement évolue linéairement avec  $\Delta$ . Nous avons tracé  $\delta\omega/\Omega_c$  en fonction de  $\Delta/\gamma$  sur la figure 2.22. On trouve en trait plein l'évolution de la fréquence de battement normalisée lorsque  $\varepsilon_0 = 0$  c'est à dire lorsque la lame n'est pas tournée et l'OPO est "sans accrochage". La courbe pointillée représente la fréquence de battement pour un couplage fort. On voit que l'évolution de la fréquence de battement est modifiée aux faibles désaccords par rapport à la solution "classique".

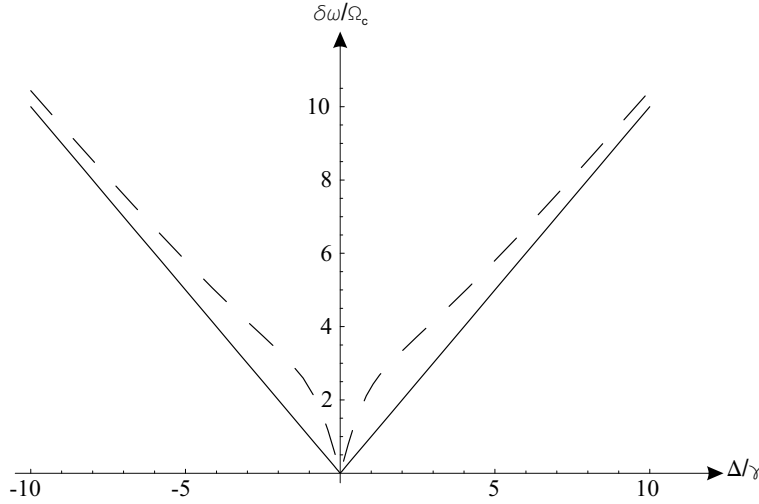


Fig. 2.22 – Fréquence de battement normalisée en fonction de  $\frac{\Delta}{\gamma}$  pour  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 0$  (trait plein);  $\frac{\varepsilon_0}{\gamma} = 3$  (pointillé)

## D.2 Solution non dégénérée en fonction de la longueur de la cavité et de la température du cristal

Nous allons utiliser les expressions de  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  en fonction de  $\Delta L$  et  $\Delta T$  que nous avons utilisées dans B.1.2.

La condition  $\Delta_1 = -\Delta_2$  se traduit alors par :

$$\Delta L_{res} = -\frac{(a_1 + a_2)}{2} l \Delta T \quad (2-86)$$



où  $\Delta L_{res}$  est la longueur de résonance pour l'oscillation non dégénérée à la température  $\Delta T$ . On peut alors réinjecter cette longueur dans l'expression de  $N_0$  et obtenir comme dans les chapitres précédents le seuil d'oscillation à la bonne longueur de résonance en fonction de  $\Delta T$ . On voit sur les figures 2.23 l'évolution des seuils à résonance dégénérés et non dégénérés en fonction de  $\Delta T$  pour différents angles  $\rho$ . nous avons pris en compte la remontée du seuil due à l'effet de l'accord de phase. Le système peut choisir d'osciller sur le mode dégénéré ou non dégénéré, mais ces deux modes résonnent de toute façon pour des longueurs de cavité différentes. Le système aura tendance à osciller sur le mode de seuil le plus bas. On peut alors visualiser sur les courbes 2.23 la zone d'accrochage  $\Delta T_{accro}$  en température : elle démarre quand le seuil de la solution dégénérée devient inférieur à celui de la solution non dégénérée. La largeur de la zone augmente avec l'angle  $\rho$  avec une largeur typique de quelques  $^{\circ}C$ .

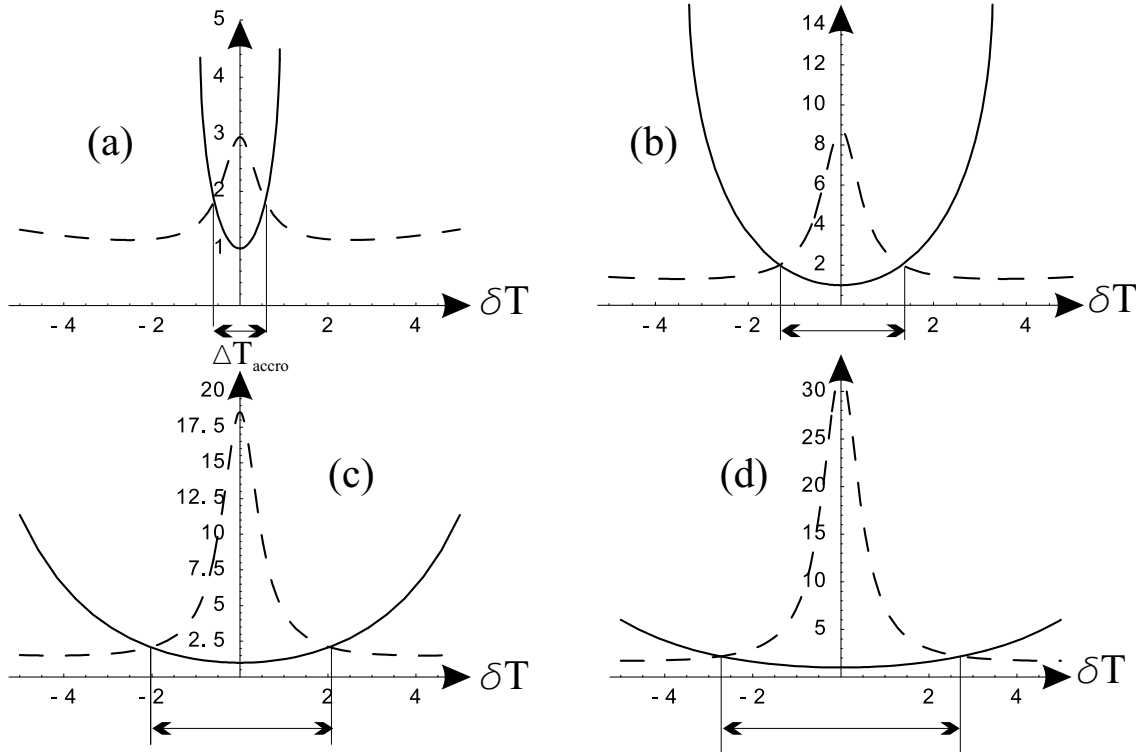


Fig. 2.23 – Seuils à résonance en fonction de la température. Seuil dégénéré (trait plein) et seuil non dégénéré (pointillé). (a)  $\rho = 1^{\circ}$ ; (b)  $\rho = 2^{\circ}$ ; (c)  $\rho = 3^{\circ}$ ; (d)  $\rho = 4^{\circ}$

### D.3 Zone d'accrochage en fréquence

Nous avons exprimé la fréquence de battement  $\delta\omega$  en fonction de  $|\Delta|$  dans l'équation 2-85. Nous pouvons alors tracer la variation de  $\delta\omega$  en fonction de  $\Delta T$ . Lorsque le seuil dégénéré devient inférieur au seuil non dégénéré alors le système se verrouille sur

la solution dégénérée. Nous définissons ainsi une zone d'accrochage en fréquence  $\delta\omega_{accro}$  qui correspond à la fréquence de battement minimale de la solution non dégénérée. Les mesures expérimentales de [Mason98] ont permis de déterminer des zones d'accrochage en fréquence pour deux cavités différentes. Pour une cavité linéaire d'intervalle spectral libre  $1.14GHz$  il a été mesuré une largeur d'accrochage  $\delta\omega_{accro} \simeq 20MHz/^\circ$  pour  $\rho$  allant jusqu'à  $4^\circ$ . Afin de pouvoir comparer les prévisions théoriques aux résultats expérimentaux nous allons choisir une cavité de longueur optique  $L = 26.3cm$  qui correspond un intervalle spectral libre de  $1.14GHz$ . On peut alors tracer la fréquence de battement en fonction de  $\Delta T$  pour des angles de lame différents. On obtient alors la figure 2.24.

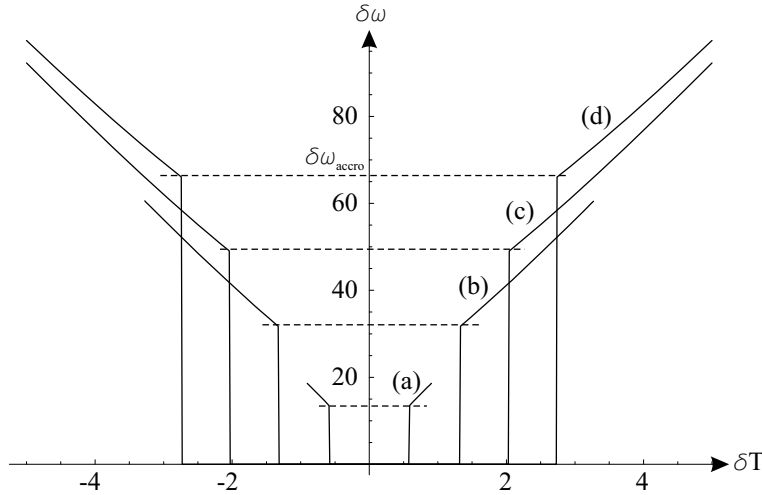


Fig. 2.24 – Evolution de la fréquence de battement en fonction de la température. (a)  $\rho = 1^\circ$ ; (b)  $\rho = 2^\circ$ ; (c)  $\rho = 3^\circ$ ; (d)  $\rho = 4^\circ$ . La fréquence de battement s'annule lorsque le seuil d'oscillation dégénérée est inférieur à celui de l'oscillation non dégénérée.

Nous avons relevé  $\delta\omega_{accro}$  en fonction de  $\rho$ . Nous obtenons une valeur de  $16.2MHz/^\circ$  en bon accord avec la valeur de  $20MHz/^\circ$  relevée expérimentalement. On trouve également dans [Mason98] une mesure de fréquence de battement d'accrochage de  $\delta\omega_{accro} = 300MHz$  pour  $\rho = 8^\circ$  avec une cavité d'intervalle spectral libre de  $3GHz$ . Nous voyons sur la figure 2.25 que ce résultat est en très bon accord avec la valeur théorique.

## E Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que l'insertion d'une lame biréfringente dans une cavité d'OPO de type II mène à un couplage entre les modes signal et complémentaire. Ce couplage crée une zone d'accrochage où les champs signal et complémentaire oscillent à même fréquence et où leur différence de phase est fixée. Nous avons décrit les

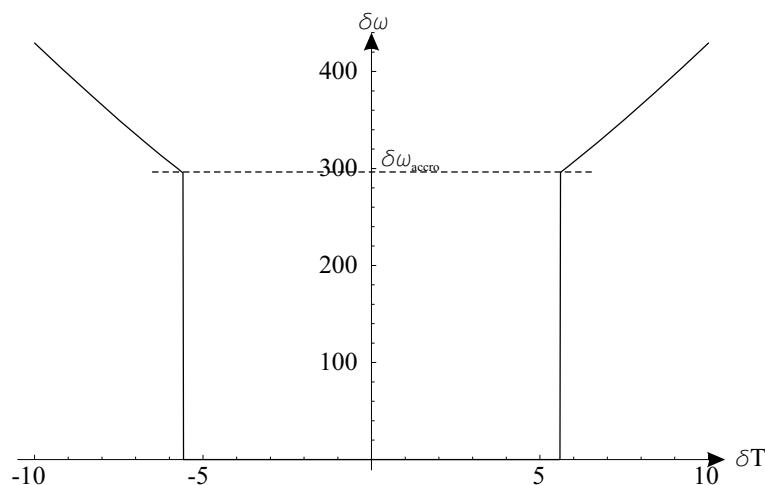


Fig. 2.25 – Evolution de la fréquence de battement en fonction de la température pour  $\rho = 8^\circ$  avec une cavité d'intervalle spectral libre de 3GHz. La fréquence d'accrochage est proche de 300MHz.

principales propriétés du seuil d'oscillation dégénéré à l'intérieur de la zone d'accrochage qui sont intimement liées aux caractéristiques des modes propres d'oscillation de la cavité dont nous avons parlé au chapitre 1. Nous allons résumer les principaux résultats obtenus :

- La zone d'accrochage peut se décrire à l'aide des variables que sont la longueur de la cavité et la température du cristal. Elle est constituée de deux zones qui correspondent à la résonance de chacun des modes propres de la cavité. A chaque longueur et température correspondent deux seuils d'oscillation, chacun correspondant à un mode propre de la cavité. Plus l'angle de la lame est grand, et plus l'étendue de la zone augmente.
- La configuration optimale s'effectue en insérant une lame  $\lambda/2$  dans une cavité en anneau ou bien une lame  $\lambda/4$  dans une cavité linéaire dont les axes neutres sont tournés de  $45^\circ$  par rapport aux axes neutres du cristal.
- Pour une cavité en anneau, le seuil minimum est égal au seuil minimum d'un OPO sans lame, cela quel que soit l'angle de la lame. Il est obtenu pour une température telle que la biréfringence du cristal compense toutes les autres biréfringences de la cavité (lame et miroirs) et pour les deux longueurs de résonance des deux modes propres de la cavité. L'effet de l'accord de phase est peu sensible aux petits angles de la lame, puisque l'extension en température de la zone d'accrochage est faible. L'effet du désaccord de phase est en revanche crucial aux grands angles puisqu'il fait remonter le seuil de manière importante lorsque la température du cristal s'éloigne trop de la température d'accord de phase pour la fréquence dégénérée.

- Pour une cavité linéaire, la prise en compte du déphasage des miroirs modifie les propriétés du seuil d'oscillation à résonance. Celui-ci, à déphasage miroir donné, devient dépendant de l'angle de la lame. La valeur de ce déphasage peut augmenter fortement la valeur du seuil selon l'angle auquel nous voulons travailler.
- La solution non dégénérée possède un seuil qui augmente lorsque la température du cristal se rapproche de la température de dégénérescence  $T_0$ . La fréquence de battement signal/complémentaire diminue jusqu'à ce que le seuil non dégénéré devienne supérieur au seuil dégénéré et que la fréquence de battement se verrouille à dégénérescence.

Nous n'avons pas encore étudié les propriétés quantiques des faisceaux signal et complémentaire émis par le système autoverrouillé. Cette étude va permettre de déterminer les conditions de mise en oeuvre de l'OPO qui vont maximiser les effets quantiques attendus tels que la réduction de bruit quantique et les corrélations signal/complémentaire.



## Chapitre 3

# OPO à verrouillage de phase : théorie quantique

## A Corrélations quantiques et téléportation - Critères associés

L'idée que l'on se fait en science-fiction d'une expérience de téléportation est la suivante : il s'agit de mesurer les propriétés d'un système A (envoyé par Alice) à l'aide d'un dispositif adéquat, puis de transmettre instantanément l'information ainsi obtenue à une station réceptrice qui reconstruit un système B (reçu par Bob) identique en tout point à A. La téléportation a été popularisée par la série Star Trek où ce sont des êtres humains qui sont les principaux bénéficiaires de ce moyen de transport bien commode. Bien entendu nous sommes bien loin de pouvoir réaliser cela mais il est intéressant de noter que nous mettons en oeuvre un tel principe lorsque nous utilisons un fax. L'émetteur fait une mesure du contenu de la feuille puis transmet l'information par voie télécom et le fax récepteur reproduit le texte à l'identique. Mettons pour l'instant la physique quantique de côté : si l'on dispose d'un éventail illimité d'appareils de mesure et de reconstruction classiques, on doit être capables de téléporter des systèmes complexes. La limite ici semble être technologique plutôt que fondamentale. Si nous prenons maintenant en compte l'aspect quantique du système à téléporter des problèmes fondamentaux apparaissent. Dans le cas de la téléportation classique décrite ci-dessus on peut remarquer qu'il n'y a nul besoin de détruire l'original : le fax émetteur ne réduit pas votre feuille en charpie. Il y a donc "clonage" de l'objet téléporté. Or on sait qu'il existe en mécanique quantique un "théorème de non clonage" [Wooters82] qui interdit la duplication exacte d'un état quantique. Plus intuitivement, imaginons qu'Alice dispose d'une particule dans un état  $|\psi\rangle$  donné. On cherche à connaître  $|\psi\rangle$  à partir des grandeurs physiques  $q$  et  $p$  associées aux observables conjuguées  $\hat{Q}$  et  $\hat{P}$ . A

cause de la non commutation de ces deux opérateurs toute mesure de  $p$  (ou  $q$ ) sur cet état en entraîne une perturbation incontrôlable qui empêche la mesure ultérieure parfaite de  $q$  (ou  $p$ ). Il est donc impossible de connaître exactement l'état  $|\psi\rangle$  ce qui semble poser une impossibilité à la téléportation parfaitement fidèle d'états quantiques. Mais en 1993 Bennett *et al* [Bennett93] montrent que l'intrication quantique peut apporter une réponse au problème en remplaçant la mesure de l'état  $|\psi\rangle$ , ou son clonage, par une mesure plus subtile portant sur le mélange de  $|\psi\rangle$  avec un état "intriqué". Nous verrons plus loin le détail d'un tel protocole de téléportation mais l'idée essentielle est d'utiliser une paire d'objets corrélés quantiquement appelée paire EPR. Nous allons préciser les caractéristiques d'une telle paire et montrer comment elles sont indispensables dans un protocole de téléportation quantique.

## A.1 Intrication quantique

### A.1.1 "Paradoxe EPR"

Les paires EPR et le paradoxe qui y est associé sont apparus sur le devant de la scène lorsque Einstein, Podolsky et Rosen ont publié en 1935 un article intitulé "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" [Einstein35]. Einstein, qui était en désaccord avec les interprétations fondamentalement probabilistes de l'Ecole de Copenhague montrait l'existence selon lui d'un paradoxe qui apparaissait lors de l'existence de fortes corrélations entre les observables de deux sous-systèmes séparés spatialement. Le paradoxe se présente lorsque les deux observables conjuguées d'un sous-système sont fortement corrélées avec les observables du second sous-système. Nous allons résumer les principaux arguments de leur raisonnement.

Tout d'abord ils supposent que les prédictions de la mécanique quantique sont valables pour le cas de figure dont ils discutent. Ils définissent le concept de réalité physique de la manière suivante : si on peut, sans perturber un système, prédire avec certitude une de ses grandeurs physique, alors il existe un élément de réalité physique associée à cette quantité. Enfin, ils supposent qu'aucune action à distance n'est possible. Einstein, Podolsky et Rosen considèrent alors deux particules séparées spatialement et qui exhibent des corrélations maximales entre leurs positions  $q$  et leurs impulsions  $p$ . Ces systèmes sont prédits par la mécanique quantique. Une mesure de la position de la particule 2 permet grâce aux corrélations de connaître avec certitude la position de la particule 1 au même moment. Comme aucune action à distance n'est possible, la

prédiction de la position de la particule 1 est faite sans perturber la particule. Selon la deuxième proposition de EPR on doit alors associer un élément de réalité physique à la position de la particule 1 et donc une valeur prédéterminée pour sa position. En refaisant le même raisonnement pour l'impulsion de la particule 1 on lui associe une valeur prédéterminée d'impulsion. La particule 1 a alors une position et une impulsion prédéterminées. Ce résultat est en contradiction avec les postulats de la mécanique quantique qui interdisent à un état d'avoir une valeur définie de la position et de l'impulsion. Les trois auteurs en concluent que la mécanique quantique ne donne qu'un aperçu incomplet de l'état de la particule.

En 1964, Bell prolongea le raisonnement EPR [Bell64] et s'intéressa à un modèle classique capable d'expliquer les corrélations prévues par la mécanique quantique en introduisant des paramètres supplémentaires attachés à chaque sous-système (variables cachées locales). Il montre alors qu'un tel modèle entre en conflit avec certaines prédictions de la mécanique quantique sous forme d'inégalités dites de Bell. Il offre ainsi un test accessible à l'expérience qui permettrait de valider ou d'invalidier un tel modèle. En 1982, Aspect, Dalibard et Roger [Aspect82] produisent des paires de photons émis dans une cascade radiative atomique et mettent en évidence une violation importante des inégalités de Bell qui montrent qu'il faut renoncer à la vision EPR de théories à paramètres locaux supplémentaires. Il semble bien que la mécanique quantique soit une théorie non locale et que deux particules EPR constituent un tout inséparable, même lorsqu'elles sont à très grande distance l'une de l'autre.

## A.2 Téléportation quantique en variables continues

Le protocole que nous allons exposer met en jeu des systèmes quantiques pouvant être décrits avec des variables continues. Les premiers protocoles de téléportation [Bennett93, Davidovitch94, Cirac94, Braunstein95] mettent en jeu des variables discrètes et utilisent des dispositifs optiques de comptage de photons en coïncidence où seule une sélection a posteriori des rares événements enregistrés permet de valider la réussite de la téléportation qui lorsqu'elle est réalisée est alors parfaite (aucune altération de l'état). C'est ce qui est appelé une téléportation conditionnelle. Vaidman [Vaidman94] a été le premier à proposer un schéma basé sur des paires EPR décrites par des variables continues plus proche du système imaginé dans l'article EPR initial, suivi par Kimble [Braunstein98]. Ce protocole permet une téléportation *a priori* et permet également d'utiliser les photodétecteurs de l'optique quantique à variables continues, d'efficacité quantique élevée. Elle a en revanche l'inconvénient de n'être pas parfaitement



fidèle ce qui entraîne la mise en place de “critères de fidélité” [Horodecki97] [Furusawa98] [Grosshans01].

### A.2.1 Téléportation classique

La figure 3.1 nous montre le dispositif le plus simple de reconstruction d’un état quantique d’un champ lumineux monomode. Alice mesure les fluctuations d’amplitude et de phase du champ d’amplitude  $A_{alice}$ . On notera  $q$  les fluctuations d’amplitude et  $p$  les fluctuations de phase de tous les champs associées aux observables conjuguées  $\widehat{Q}$  et  $\widehat{P}$ . Nous allons introduire les quantités  $V(q)$  et  $V(p)$  qui sont les variances associées aux quantités  $q$  et  $p$ . Par définition, ces variances ont pour expression :

$$V(q) = \langle q^2 \rangle$$

$$V(p) = \langle p^2 \rangle$$

Afin de réaliser ces deux mesures il faut séparer en 2 le faisceau initial ce qui couple les fluctuations de  $A_{alice}$  avec celles du vide  $A_1$  entrant par la lame séparatrice. Les photodétecteurs associés à la mesure détectent donc les fluctuations  $q_{PD} = g(q_{alice} + q_1)$  et  $p_{PD} = g'(p_{alice} + p_1)$  où  $g$  et  $g'$  sont des gains électroniques variables associés à la mesure des fluctuations. Les photocourants sont amenés classiquement jusqu’à Bob qui va moduler un état cohérent monomode  $A_2$  à l’aide de deux modulateurs d’amplitude et de phase. Le faisceau résultant  $A_{bob}$  a alors pour fluctuations d’amplitude et de phase :

$$q_{bob} = g(q_{alice} + q_1) + q_2 \quad (3-1)$$

$$p_{bob} = g'(p_{alice} + p_1) + p_2 \quad (3-2)$$

Les faisceaux (1) et (2) étant décorrélés leurs fluctuations ne peuvent pas se compenser. Les fluctuations  $q_{bob}$  et  $p_{bob}$  ne peuvent pas suivre exactement les fluctuations du faisceau d’Alice. Le faisceau de Bob est plus bruité que le faisceau d’Alice et on a :

$$V(q_{bob}) = g^2V(q_{alice}) + g^2V(q_1) + V(q_2) \quad (3-3)$$

$$V(p_{bob}) = g'^2V(p_{alice}) + g'^2V(p_1) + V(p_2) \quad (3-4)$$

Le bruit rajouté au faisceau d’Alice lors de la double mesure des fluctuations et lors de la reconstruction empêche la parfaite reconstruction de l’état au niveau de Bob.

### A.2.2 Téléportation quantique

Supposons maintenant que les faisceaux (1) et (2) sont parfaitement corrélés tels que  $gq_1 + q_2 = g'p_1 + p_2 = 0$ . Alors les bruits rajoutés à la mesure et à la reconstruction

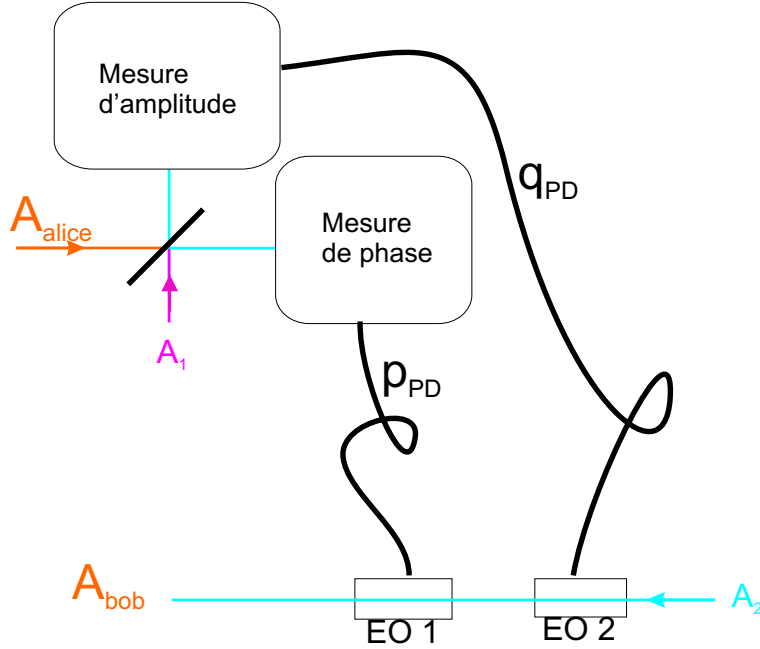


Fig. 3.1 – Principe de téléportation classique.

se compensent parfaitement et on obtient

$$q_{bob} = q_{alice} \quad (3-5)$$

$$p_{bob} = p_{alice} \quad (3-6)$$

Afin d'obtenir simultanément ce résultat il faut que les deux grandeurs  $gq_1 + q_2$  et  $g'p_1 + p_2$  soient compatibles. Les quadratures d'amplitude et de phase étant conjuguées, on a la relation de commutation normalisée

$$[\widehat{Q}, \widehat{P}] = i \quad (3-7)$$

Cela implique que  $[g\widehat{Q}_1 + \widehat{Q}_2, g'\widehat{P}_1 + \widehat{P}_2] = i(1 + gg')$ . On pourra alors mesurer simultanément ces deux fluctuations si  $gg' = -1$ . Cela implique que les faisceaux EPR doivent présenter des corrélations entre deux quadratures et des anticorrélations sur l'autre. On peut par ce moyen reconstruire exactement l'état quantique du faisceau  $A_{alice}$ . Il est à noter que l'on ne transgresse pas la règle du non clonage ici puisque l'état à téléporter est inconnu d'Alice comme de Bob et est détruit lors de l'opération de mesure.

Nous venons de voir que des faisceaux EPR parfaitement corrélés menaient à une reconstruction exacte de l'état à téléporter. Il est néanmoins fondamental de pouvoir établir des critères qui permettent de caractériser l'intrication des faisceaux EPR et la qualité de la téléportation associée. Plusieurs critères ont été proposés et nous allons exposer dans la section qui suit les plus significatifs.

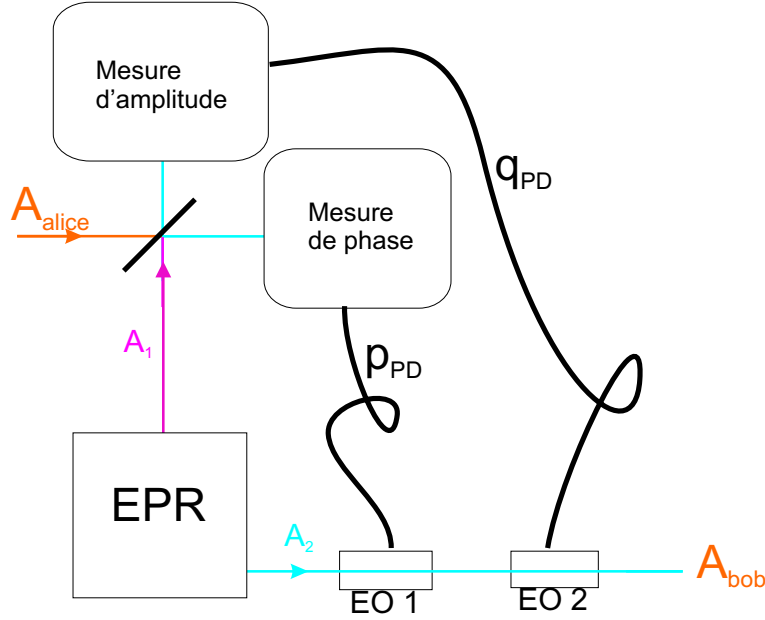


Fig. 3.2 – Principe de téléportation quantique.

### A.3 Critères associés à la téléportation quantique

#### A.3.1 Critère associé au paradoxe EPR

Ce critère est le premier à avoir été proposé par Reid [Reid89]. Il permet de distinguer parmi les systèmes qui présentent des corrélations de type EPR ceux qui sont effectivement dans la situation du paradoxe. Il met en jeu les variances conditionnelles associées à la mesure dans l'expérience de pensée EPR.

Reprenons les deux sous-systèmes (1) et (2) de la discussion précédente. Leurs corrélations ont pour expression :

$$C_q = \frac{\langle q_1 q_2 \rangle}{\sqrt{V(q_1)V(q_2)}} \quad (3-8)$$

$$C_p = \frac{\langle p_1 p_2 \rangle}{\sqrt{V(p_1)V(p_2)}} \quad (3-9)$$

On a  $-1 \leq C \leq 1$ . Une corrélation de 1 ou  $-1$  correspond respectivement à des corrélations ou des anticorrélations parfaites entre les deux quadratures.  $C = 0$  implique une décorrélation totale. On définit par ailleurs les variances conditionnelles  $V^{\text{cond}}$  :

$$V_q^{\text{cond}} = \langle (q_1 - C_q q_2)^2 \rangle \quad (3-10)$$

$$V_p^{\text{cond}} = \langle (p_1 - C_p p_2)^2 \rangle \quad (3-11)$$

On montre sans difficulté que ces variances sont les variances minimales que l'on peut obtenir en combinant les quadratures de (1) et (2). Plus physiquement ces variances

représentent l'incertitude minimale sur la valeur des quadratures de (2) déduites des mesures faites sur (1). En suivant le raisonnement de Einstein, Podolsky et Rosen le paradoxe EPR apparaît lorsque :

$$V_q^{cond} V_p^{cond} < 1 \quad (3-12)$$

où la limite quantique standard a été normalisée à 1. Ce critère permet de situer si la paire EPR est effectivement dans le cas de figure du paradoxe mais il est mal adapté aux propriétés des faisceaux EPR utiles pour une téléportation. En effet, le critère se présente sous la forme d'un produit et autorise alors une des variances élevée alors que l'autre est très réduite. Le bruit rajouté lors de la reconstruction sera alors élevé pour une des deux quadratures du champ et on voit immédiatement que l'état reconstruit sera très bruité sur cette quadrature par rapport à l'état initial.

### A.3.2 Critère d'inséparabilité

Nous avons vu que l'essence même du paradoxe EPR était liée au caractère non local de la mécanique quantique qui se manifeste par l'intrication de deux sous systèmes. Cette non localité se traduit en termes d'inséparabilité de ces deux sous systèmes. Afin d'évaluer la séparabilité de deux systèmes Peres *et al* ont proposé un critère nécessaire s'appliquant aux systèmes de dimension finie [Peres96]. Horodecki [Horodecki97] montre plus tard que ce critère n'est pas suffisant pour des dimensions supérieures à  $2 \times 3$ . En 2000, Duan *et al* [Duan00] et Simon [Simon98] ont proposé un critère nécessaire et suffisant d'inséparabilité pour des états gaussiens<sup>1</sup> décrits par des variables continues.

Soit un état de deux modes (1) et (2) décrit par une matrice densité  $\rho$ . Cet état est dit séparable si et seulement si on peut l'exprimer sous la forme d'une superposition statistique d'états séparables, c'est à dire si  $\rho$  vaut :

$$\rho = \sum_i p_i \rho_{i_1} \otimes \rho_{i_2} \quad (3-13)$$

où  $\rho_{i_1}$  et  $\rho_{i_2}$  sont des matrices densité des états (1) et (2) et les  $p_i$  sont des probabilités associées telles que  $\sum_i p_i = 1$ .

Soient maintenant deux états gaussiens (1) et (2) décrits par les quadratures d'amplitude  $q_i$  et leurs quadratures de phase  $p_i$  avec  $i = \{1, 2\}$ . Les  $q_i$  sont supposés partiellement corrélés alors que les  $p_i$  sont partiellement anticorrélés. On montre [Duan00] que

---

1. C'est-à-dire dont la fonction de Wigner est gaussienne [Kimble90].

les états (1) et (2) sont inséparables si et seulement si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$V_-(q)^{norm} + V_+(p)^{norm} \leq 2 \quad (3-14)$$

avec

$$\begin{aligned} V_-(q)^{norm} &= \frac{\langle (p_1 - p_2)^2 \rangle}{2} \\ V_+(p)^{norm} &= \frac{\langle (q_1 + q_2)^2 \rangle}{2} \end{aligned} \quad (3-15)$$

Nous avons posé  $\langle (p_i^{BQS})^2 \rangle = \langle (q_i^{BQS})^2 \rangle = 1$ . Remarquons que  $V_-(q)^{norm}$  ou  $V_+(p)^{norm}$  passent en dessous du bruit quantique standard lorsque leur valeur devient inférieure à 1. Ce critère mettant en jeu une somme, il impose donc aux deux variances de ne pas être excessivement bruitées. Dans le cas où une des deux variances est nulle (corrélacion parfaite), la seconde variance ne doit pas excéder 2 fois le bruit quantique standard afin de préserver l'inséparabilité. Dans le cas où les deux variances sont égales, on voit que 3-14 n'est vérifiée que si les deux variances ont une valeur inférieure à 1. On voit alors que dans ce cas squeezing des deux quadratures et inséparabilité sont synonymes.

### A.3.3 Fidélité de téléportation

Dans une expérience de téléportation quantique on tente de transférer l'état quantique d'un système d'un point à un autre. Pour quantifier la qualité de ce transfert, il est alors naturel de choisir la valeur de l'intégrale de recouvrement entre l'état à téléporter et l'état reconstruit que l'on appelle la fidélité [Furusawa98]  $F$  de la téléportation. Elle est définie par :

$$F = \langle \psi_{alice} | \rho_{bob} | \psi_{alice} \rangle \quad (3-16)$$

où  $|\psi_{alice}\rangle$  est l'état d'Alice à téléporter et  $\rho_{bob}$  est l'état reconstruit chez Bob. Dans le cas d'états gaussiens  $F$  s'exprime uniquement en fonction des bruits ajoutés lors de la téléportation [Grosshans01].

Nous nous mettons dans le cas de figure d'une téléportation quantique de gain unité avec faisceaux EPR corrélés en  $p$  et anticorrélés en  $q$ . Les fluctuations de l'état de Bob sont alors  $q_{alice} + q_1 - q_2$  et  $p_{alice} + p_1 + p_2$ . Les bruits dus aux faisceaux EPR sont exprimés en 3-15. La fidélité a alors pour expression :

$$F = \frac{2}{\sqrt{(2 + 2V_-(q)^{norm})(2 + 2V_+(p)^{norm})}} \quad (3-17)$$

La fidélité est comprise entre 0 et 1, cette dernière valeur correspondant à une téléportation parfaite de l'état d'Alice. Grosshans et Grangier [Grosshans01] ont montré

que la fidélité est étroitement reliée au théorème de non clonage dans le cas où les fluctuations sont indépendantes de la phase. Il faut pour cela supposer qu'Alice décide de garder des copies de l'état à téléporter  $|\psi_{alice}\rangle$  avant de l'envoyer à Bob. On compare alors la fidélité des copies d'Alice et celle de l'état de Bob par rapport à l'état initial. On montre alors que tant que  $F_{bob} \leq 1/2$  Alice peut faire une infinité de copies de l'état initial de fidélité supérieure à celle de Bob. C'est le régime de "fax classique". Si  $1/2 \leq F_{bob} \leq 2/3$  alors Alice ne peut faire qu'une copie de fidélité supérieure à celle de Bob : c'est le régime de "fax quantique". Enfin, si  $F_{bob} \geq 2/3$  alors Alice ne peut avoir fait aucune copie de fidélité supérieure à celle de Bob : c'est le régime de téléportation quantique.

Les trois critères qui ont été présentés ne se recoupent pas totalement sauf dans le cas où les bruits ajoutés sont symétriques :  $V_-(q)^{norm} = V_+(p)^{norm}$ . Dans ce cas, le critère d'inséparabilité se confond avec  $F = 1/2$ . La fidélité de  $1/2$  correspond dans ce cas à la limite entre interprétation classique et quantique. Le critère de non clonage  $F = 2/3$  correspond lui à une réduction de bruit de 50% pour  $V_-(q)$  et  $V_+(p)$ . On montre aussi [Grangier00] que  $F = 2/3$  est suffisant pour vérifier le critère de Reid de violation du paradoxe EPR.

La première téléportation quantique à variables continues à été réalisée en 1998 [Furusawa98] avec une fidélité  $F = 0.58$ . Il s'agit de la téléportation d'un vide cohérent réalisée à l'aide de faisceaux EPR contrapropageants produits par un OPO pompé sous le seuil. La première expérience de téléportation à variables continues d'un faisceau "brillant" (non vide) a été réalisées [Bowen03a] et a abouti à une fidélité  $F = 0.64$ . Les faisceaux EPR y sont produits par recombinaison sur une lame semi-réfléchissante de deux faisceaux comprimés en intensité produits par deux Amplificateurs Paramétriques Optiques [Bowen02a] [Bowen03b] [Bowen02b] [Silberhorn01] [Silberhorn02]. Afin que toutes les phases soient cohérentes entre elles un grand nombre de boucles de stabilisation sont nécessaires. Afin de produire des faisceaux EPR "brillants" il semble intéressant d'utiliser les faisceaux signal et complémentaire produits par un OPO pompé au dessus du seuil. Une seule cavité est alors nécessaire mais nous allons voir que la difficulté à fonctionner à dégénérescence et la présence de diffusion de phase va nous amener à envisager d'utiliser l'OPO autoverrouillé qui peut permettre les mesures de fluctuations de phase nécessaires à l'utilisation des faisceaux EPR.

## B Propriétés quantiques de l'OPO de type II

Nous avons vu dans le chapitre 1 que l'on pouvait se représenter le processus paramétrique de manière extrêmement simple en terme de photons : il s'agit de la division d'un photon pompe en un photon signal et un photon complémentaire. Il a été montré expérimentalement [Frisberg85] que les photons sont produits exactement au même moment dans la division paramétrique : ce sont des photons dits "jumeaux". Il en résulte une corrélation quantique maximale entre les modes signal et complémentaire. Cette corrélation quantique est en fait non locale et fait des faisceaux jumeaux émis par l'OPO des faisceaux EPR. L'émission paramétrique spontanée a par exemple permis de réaliser des expériences de violation des inégalités de Bell [Weihs98] qui sont la preuve de cette non localité. Les faisceaux signal et complémentaire gardent une trace très forte de la corrélation quantique des photons produits par l'émission paramétrique. On a ainsi pu observer de très fortes corrélations quantiques entre les fluctuations quantiques d'intensité des faisceaux signal et complémentaire [Heidmann87]. Les fluctuations de phase du signal et du complémentaire présentent également de fortes anticorrélations [Reynaud87]. Nous allons présenter dans la section qui suit les propriétés quantiques de l'OPO de type II et montrer que malgré ses propriétés quantiques extrêmement prometteuses il est difficile à exploiter en tant que tel pour la production de faisceaux EPR exploitables pour un dispositif de téléportation quantique.

### B.1 Equations semi-classiques

Nous avons établi dans les chapitres précédents les équations dépendant du temps pour l'OPO classique. Nous allons rappeler ces équations établies au chapitre D.2.1 :

$$\begin{cases} \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_1} &= [-e^{-i\delta_1} + r]A_1 + rgA_0A_2^* + tA_1^{in} \\ \tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} e^{-i\delta_2} &= [-e^{-i\delta_2} + r]A_2 + rgA_0A_1^* + tA_2^{in} \\ A_0 &= A_0^{in} - gA_1A_2 \end{cases} \quad (3-18)$$

Ces équations sont valables avec un OPO doublement résonant pour les champs signal et complémentaire. Pour ces deux champs les valeurs sont établies à n'importe quel endroit de la cavité. Le champ pompe non résonant est pris au milieu du cristal non linéaire. Nous avons supposé dans ces équations que les pertes subies par le signal et le complémentaire étaient égales et ne provenaient que du miroir de couplage. Nous verrons plus tard l'effet des pertes internes à la cavité. Nous allons comme précédemment utiliser le coefficient  $\gamma$  défini par :

$$r = 1 - \gamma$$

avec  $\gamma \ll 1$  eu égard à la grande finesse de la cavité pour les fréquences signal/complémentaire. La transmission en amplitude du miroir de couplage va pouvoir s'écrire :

$$t = \sqrt{1 - r^2} \simeq \sqrt{2\gamma}$$

Nous allons nous placer au point de fonctionnement où le seuil d'oscillation est minimum, c'est à dire quand  $\delta_1 = \delta_2 = 0 \pmod{2\pi}$ . Les équations 3-18 deviennent :

$$\begin{cases} \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} &= -\gamma A_1 + g A_0 A_2^* + \sqrt{2\gamma} A_1^{in} \\ \tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} &= -\gamma A_2 + g A_0 A_1^* + \sqrt{2\gamma} A_2^{in} \\ A_0 &= A_0^{in} - g A_1 A_2 \end{cases} \quad (3-19)$$

Les champs entrants  $A_i^{in}$  sont de valeur moyenne nulle. Ils correspondent aux fluctuations du vide des modes signal et complémentaire entrant par le miroir de couplage dans la cavité.

Ces mêmes équations vont nous permettre de traiter le problème de la détermination des fluctuations quantiques du système par la méthode semi-classique. Celle-ci est valable lorsque les fluctuations sont négligeables devant les valeurs moyennes. On montre alors [Reynaud92] que les fluctuations quantiques obéissent aux équations classiques linéarisées autour des valeurs moyennes. Nous allons alors poser

$$A_i = \langle A_i \rangle + \delta A_i \quad (3-20)$$

avec  $i = \{0, 1, 2\}$ .  $\langle A_i \rangle$  représente la valeur moyenne des amplitudes des champs et  $\delta A_i$  les fluctuations associées. En linéarisant les équations 3-18 en fonction des fluctuations [Reynaud92] on obtient :

$$\begin{cases} \tau_1^{cav} \delta \dot{A}_1 &= -\gamma \delta A_1 + g(\langle A_0 \rangle \delta A_2^* + \delta A_0 A_2^*) + \sqrt{2\gamma} \delta A_1^{in} \\ \tau_2^{cav} \delta \dot{A}_2 &= -\gamma \delta A_2 + g(\langle A_0 \rangle \delta A_1^* + \delta A_0 A_1^*) + \sqrt{2\gamma} \delta A_2^{in} \\ \delta A_0 &= \delta A_0^{in} - g(\delta A_1 \langle A_2 \rangle + \delta A_2 \langle A_1 \rangle) \end{cases} \quad (3-21)$$

Nous avons supposé ici que  $\tau_1^{cav} = \tau_2^{cav} = \tau^{cav}$ . On peut maintenant prendre la transformée de Fourier des équations 3-21 afin de passer à une analyse en fréquence des fluctuations des champs.

Nous pouvons écrire les fluctuations  $\delta A_i(t)$  sous la forme d'une intégrale sur la fréquence  $\omega$  des fluctuations  $\delta A_i(\omega)$  associées aux modes  $A_i(\omega)$  :

$$\delta A_i(t) = e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \delta A_i(\omega) e^{-i\omega t} \quad (3-22)$$



En remplaçant  $\delta A_i(t)$  dans 3-21 on obtient alors les équations en fréquence des fluctuations signal/complémentaire :

$$\begin{cases} (\gamma + i\omega\tau^{cav})\delta A_1 &= g(\langle A_0 \rangle \delta A_2^* + \delta A_0 A_2^*) + \sqrt{2\gamma} \delta A_1^{in} \\ (\gamma + i\omega\tau^{cav})\delta A_2 &= g(\langle A_0 \rangle \delta A_1^* + \delta A_0 A_1^*) + \sqrt{2\gamma} \delta A_2^{in} \end{cases} \quad (3-23)$$

Nous allons maintenant introduire les fluctuations d'amplitude et de phase des champs soit :

$$q_i = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta A_i e^{-i\varphi_i} + \delta A_i^* e^{i\varphi_i}) \quad (3-24)$$

$$p_i = \frac{-i}{\sqrt{2}}(\delta A_i e^{-i\varphi_i} - \delta A_i^* e^{i\varphi_i}) \quad (3-25)$$

où  $\varphi_i$  est la phase de l'enveloppe moyenne  $\langle A_i \rangle$  avec  $i = \{1, 2\}$ . Nous pouvons alors réécrire les fluctuations  $\delta A_i$  sous la forme :

$$\delta A_i = \frac{(q_i + ip_i)}{\sqrt{2}} e^{i\varphi_i} \quad (3-26)$$

Les fluctuations entrantes  $\delta A_{1,2}^{in}$  sont les fluctuations du vide état cohérent minimal. Nous allons supposer que la pompe est au bruit quantique standard et nous allons normaliser toutes les fluctuations telles que :

$$\langle (p_i^{in})^2 \rangle = \langle (q_i^{in})^2 \rangle = 1 \text{ pour } i=0,1,2 \quad (3-27)$$

On peut alors réinjecter ces expressions dans 3-21 et en prendre la transformée de Fourier afin de passer à une description en fréquence des fluctuations. De plus, les équations 3-21 se découpent lorsqu'on passe dans la base :

$$A_{\pm} = \frac{A_1 e^{-i\varphi_1} \pm A_2 e^{-i\varphi_2}}{\sqrt{2}} \quad (3-28)$$

On a alors :

$$q_{\pm} = \frac{q_1 \pm q_2}{\sqrt{2}} \quad (3-29)$$

$$p_{\pm} = \frac{p_1 \pm p_2}{\sqrt{2}} \quad (3-30)$$

On obtient donc le système découplé :

$$0 = -2\gamma(\sigma - 1 + i\Omega)q_+ + 2\sqrt{\gamma(\sigma - 1)}q_0^{in} + \sqrt{2\gamma}q_+^{in} \quad (3-31)$$

$$0 = -2\gamma(\sigma + i\Omega)p_+ + 2\sqrt{\gamma(\sigma - 1)}p_0^{in} + \sqrt{2\gamma}p_+^{in} \quad (3-32)$$

$$0 = -2\gamma(1 + i\Omega)q_- + \sqrt{2\gamma}q_-^{in} \quad (3-33)$$

$$0 = -2i\gamma\Omega p_- + \sqrt{2\gamma}p_-^{in} \quad (3-34)$$

On a posé

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{cav}} \text{ avec } \omega_{cav} = \frac{2\gamma}{\tau_{cav}} \quad (3-35)$$

$$\sigma = \frac{gA_0^{in}}{\gamma} \quad (3-36)$$

$\Omega$  correspond à  $\omega$  normalisé par  $\omega_{cav}$  bande passante de la cavité de l'OPO.

$\sigma$  représente l'amplitude pompe incidente normalisée par l'amplitude seuil minimale. Les relations que nous venons d'obtenir sont valables pour les champs intracavité. Or nous n'avons accès qu'aux champs sortant de la cavité. Il nous faut donc calculer les fluctuations des champs sortants à partir des relations de réflexion/transmission du miroir de couplage. Pour un miroir très fortement réfléchissant ces relations sont de la forme :

$$p_{\pm}^{sort} = p_{\pm}^{in} - \sqrt{2\gamma} p_{\pm} \quad (3-37)$$

$$q_{\pm}^{sort} = q_{\pm}^{in} - \sqrt{2\gamma} q_{\pm} \quad (3-38)$$

On peut maintenant exprimer les fluctuations sortant de la cavité en fonction des fluctuations des champs entrants :

$$q_+^{sort} = \frac{(\sigma - 2 + i\Omega)q_+^{in} - \sqrt{2(\sigma - 1)}q_0^{in}}{\sigma - 1 + i\Omega} \quad (3-39)$$

$$p_+^{sort} = \frac{(\sigma - 1 + i\Omega)p_+^{in} - \sqrt{2(\sigma - 1)}p_0^{in}}{\sigma + i\Omega} \quad (3-40)$$

$$q_-^{sort} = \frac{\Omega}{\Omega - i} q_-^{in} \quad (3-41)$$

$$p_-^{sort} = \frac{(1 + \Omega^2)}{\Omega(\Omega - i)} p_-^{in} \quad (3-42)$$

Les champs entrants sont décorrélés ce qui implique que

$$\langle p_i^{in} p_j^{in} \rangle = 0 \text{ pour } i \neq j \quad (3-43)$$

$$\langle q_i^{in} q_j^{in} \rangle = 0 \text{ pour } i \neq j \quad (3-44)$$

$$\langle q_+^{in} q_-^{in} \rangle = 0 \quad (3-45)$$

$$\langle p_+^{in} p_-^{in} \rangle = 0 \quad (3-46)$$

Nous pouvons maintenant calculer toutes les variances de toutes les fluctuations des champs sortants à partir des équations 3-39–3-42. Ce sont les propriétés quantiques fondamentales de l'OPO de type II. Elles sont à la base de l'intérêt porté aux OPO pour des applications ayant trait à l'information quantique.

## B.2 Différence des fluctuations

Les équations 3-41 et 3-42 nous montrent que la différence des fluctuations ne dépend pas des propriétés de la pompe. Cela vient du fait que nous avons supposé les pertes signal/complémentaire parfaitement équilibrées ce qui implique que les bruits dus à la pompe s'éliminent dans la différence<sup>2</sup>. Calculons la différence d'intensité entre les deux champs sortants (1) et (2). On a :

$$\delta(I_1^{sort} - I_2^{sort}) = \delta(A_1 A_1^* - A_2 A_2^*) = 2|\langle A \rangle| q_-^{sort} \quad (3-47)$$

Il n'y a pas de pertes internes dans la cavité qui pourraient induire un déséquilibre entre les intensités hors cavité des champs signal et complémentaire. La différence des fluctuations d'intensité est alors proportionnelle à la différence des fluctuations d'amplitude  $q_-^{sort}$ . La variance de ces fluctuations est égale à :

$$V(q_-^{sort}) = \langle |q_-^{sort}|^2 \rangle = \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \quad (3-48)$$

On calcule de même la différence des fluctuations de phase :

$$V(p_-^{sort}) = \langle |p_-^{sort}|^2 \rangle = 1 + \frac{1}{\Omega^2} \quad (3-49)$$

On voit sur la figure 3.3 une réduction maximale de bruit pour  $V(q_-^{sort})$  à fréquence nulle. Cela est dû à l'émission des photons jumeaux signal et complémentaire. Pour des fréquences approchant ou dépassant la bande passante de la cavité les photons arrivant sur les détecteurs sont de plus en plus décorrélés et  $V(q_-^{sort})$  tend vers la valeur 1 qui correspond à une décorrélation totale des deux faisceaux selon notre normalisation.

L'évolution de  $V(p_-^{sort})$  montre une divergence sur les fluctuations de différence de phase à fréquence nulle. Cela est typique du phénomène de diffusion de phase mentionné au chapitre 2 qui se produit sur cette quantité. Sur des temps longs devant l'inverse de la bande passante de la cavité la différence de phase peut prendre des valeurs très grandes à cause de cette diffusion. On remarque que  $V(q_-^{sort})V(p_-^{sort}) = 1$ . L'annulation du bruit sur la différence d'amplitude ( $V(q_-^{sort}) \mapsto 0$ ) est donc directement liée à la diffusion de phase ( $V(p_-^{sort}) \mapsto \infty$ ). L'effet de filtrage de la cavité aux hautes fréquences conduit encore à une limite de 1 pour  $V(p_-^{sort})$ .

## B.3 Somme des fluctuations

Calculons la variance de la somme des fluctuations de phase  $V(p_+^{sort})$ . On obtient :

$$V(p_+^{sort}) = \langle |p_+^{sort}|^2 \rangle = 1 - \frac{1}{\sigma^2 + \Omega^2} \quad (3-50)$$

2. Un traitement complet du cas déséquilibré est réalisé dans [Fabre89].

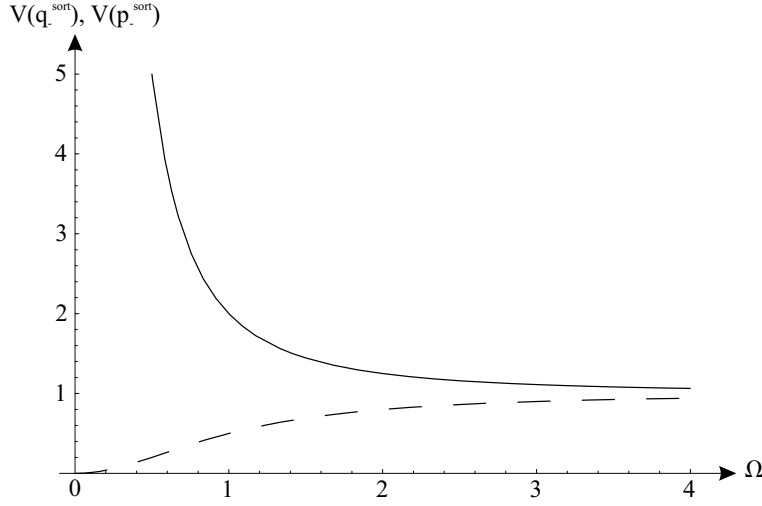


Fig. 3.3 – Bruit de la différence d'intensité (pointillé) et bruit de la différence de phase (trait plein) en fonction de la fréquence normalisée.

On calcule de même la variance de la somme des fluctuations d'amplitude :

$$V(q_+^{sort}) = \langle |q_+^{sort}|^2 \rangle = 1 + \frac{1}{(\sigma - 1)^2 + \Omega^2} \quad (3-51)$$

On voit sur la figure 3.4 une réduction totale du bruit sur la somme des fluctuations de phase à fréquence nulle juste au-dessus du seuil. Ce résultat est directement lié au fait que la somme des phases signal/complémentaire est fixée par l'OPO et ne subit pas de diffusion de phase. Le bruit remonte avec le taux de pompage car le bruit de la pompe n'est pas compensé dans la somme des fluctuations et dégrade les corrélations entre signal et complémentaire. On voit sur la figure 3.5 un excès de bruit sur la somme des amplitudes à basse fréquence et faible taux de pompage ce qui est la contrepartie de la réduction de bruit sur la somme des fluctuations de phase.

#### B.4 Fluctuations associées à un seul faisceau

Nous venons de voir qu'une réduction totale de bruit apparaissait à fréquence nulle pour la somme des fluctuations de phase et la différence des fluctuations d'intensité. Nous pouvons également nous intéresser aux fluctuations d'amplitude et de phase d'un seul faisceau. Pour cela il nous faut calculer les variances des quadratures  $p_{1,2}$  et  $q_{1,2}$ . Ces variances sont indépendantes du faisceau considéré puisque nous sommes dans une configuration et à un point de fonctionnement où signal et complémentaire sont symétriques.

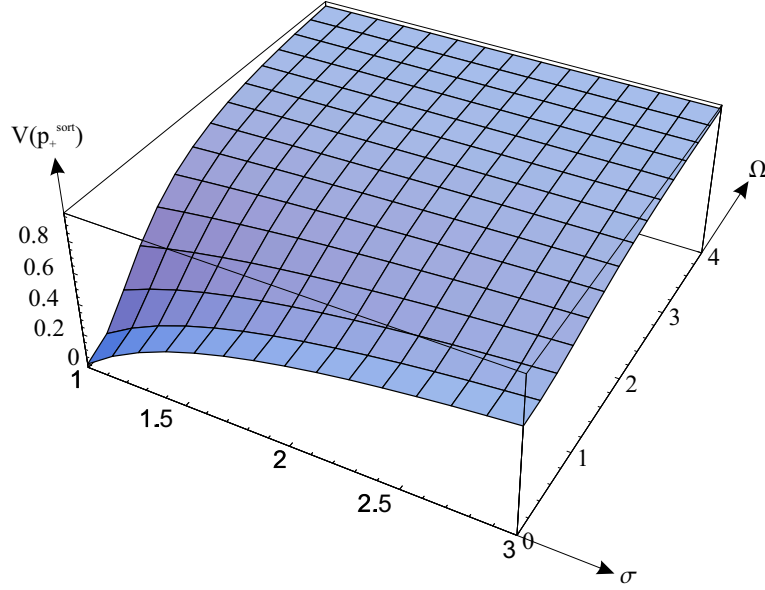


Fig. 3.4 – Bruit sur la somme des fluctuations de phase en fonction de la fréquence et du taux de pompage.

Nous pouvons écrire selon l'équation 3-29 que

$$q_1 = \frac{q_+ + q_-}{\sqrt{2}} \quad (3-52)$$

$$p_1 = \frac{p_+ + p_-}{\sqrt{2}} \quad (3-53)$$

Les fluctuations  $q_{\pm}$  et  $p_{\pm}$  sont décorréelées deux à deux. On peut alors accéder à l'expression des variances associées à ces quadratures

$$V(q_1^{sort}) = \langle |q_1^{sort}|^2 \rangle = \frac{V(q_+^{sort}) + V(q_-^{sort})}{2} \quad (3-54)$$

$$V(p_1^{sort}) = \langle |p_1^{sort}|^2 \rangle = \frac{V(p_+^{sort}) + V(p_-^{sort})}{2} \quad (3-55)$$

Il est clair que  $V(q_+^{sort})$  et  $V(p_-^{sort})$  présentant un fort excès de bruit, les variances associées à un faisceau vont être dominées par elles comme le montre la figure 3.6. On voit sur cette figure un fort excès de bruit d'intensité à fréquence nulle lorsque  $\sigma$  se rapproche de 1 ce qui est normal pour un système actif proche de son seuil d'oscillation. Plus le taux de pompage est élevé et plus les fluctuations d'intensité diminuent. Elles tendent vers une réduction de 50% par rapport au bruit quantique standard pour les forts taux de pompage. La figure 3.7 nous montre le bruit de phase qui est pratiquement indépendant du taux de pompage. Il présente un fort excès de bruit aux basses fréquences qui est atténué aux hautes fréquences par le filtrage de la

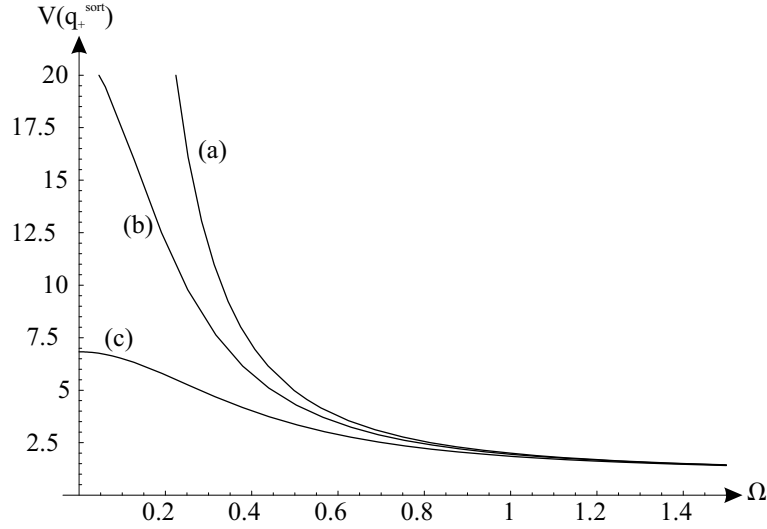


Fig. 3.5 – Bruit sur la somme des amplitudes en fonction de la fréquence pour un taux de pompage (a)  $\sigma = 1.1$  (b)  $\sigma = 1.5$  (c)  $\sigma = 2$ . Plus le taux de pompage est élevé et plus le bruit tend vers le bruit quantique standard.

cavité. Cet excès de bruit est lié à la diffusion sur la différence des phases qui affecte aussi chaque phase individuellement.

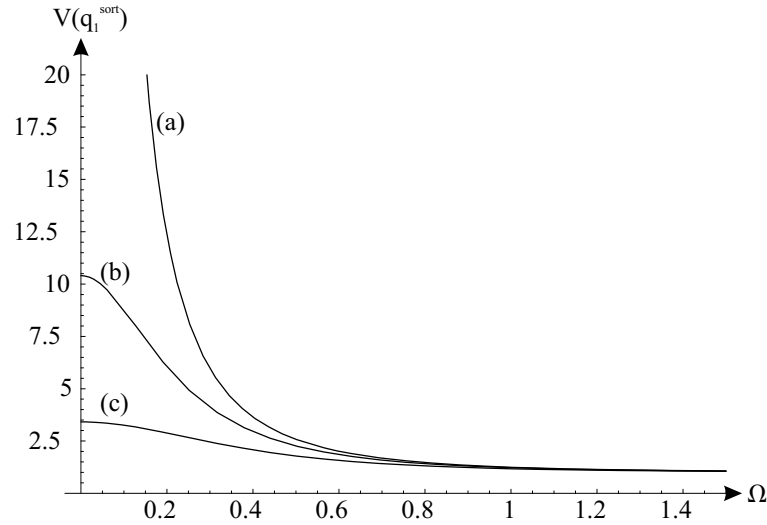


Fig. 3.6 –  $V(q_1^{sort})$  en fonction de  $\Omega$  pour (a)  $\sigma = 1.1$  (b)  $\sigma = 1.5$  (c)  $\sigma = 2$

#### B.4.1 Représentation des faisceaux EPR dans le repère de Fresnel

Nous pouvons maintenant résumer les propriétés de réduction des fluctuations que nous avons calculées en représentant ces fluctuations dans le repère de Fresnel. Nous nous sommes placés au point de seuil minimal de l'OPO ce qui nous impose  $|A_1| = |A_2| = |A|$ . Chaque faisceau individuel est fortement bruité et leurs phases sont symétriques par rapport à la phase de la pompe incidente. Les modes comprimés  $A_+$

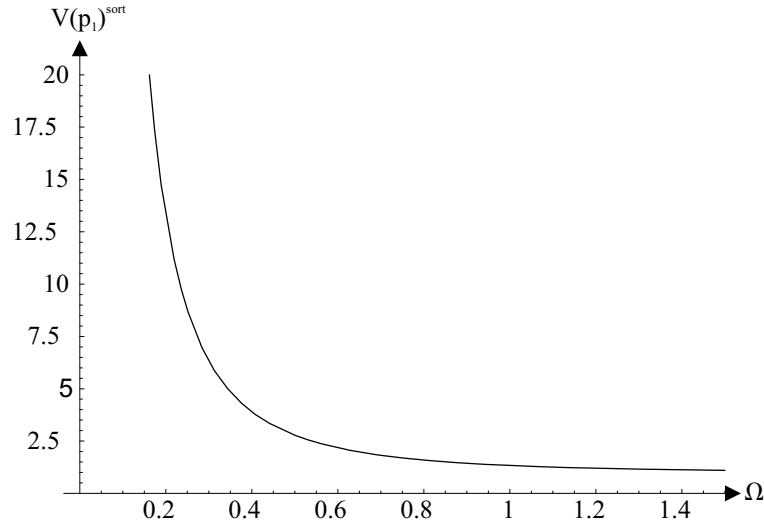


Fig. 3.7 –  $V(p_1^{sort})$  en fonction de  $\Omega$ .

et  $A_-$  ont respectivement comme module  $\sqrt{2}|A|$  et 0.  $A_+$  est comprimé en phase alors que  $A_-$  est comprimé en intensité comme on peut le voir sur la figure 3.8. On a choisi comme origine des phases la phase pompe incidente.

Les faisceaux EPR signal et complémentaire ne sont pas des états circulaires à basse fréquence. Il est clair que l'excès de bruit qui caractérise chaque faisceau est directement lié à la présence des corrélations d'intensité et de phase. Ces corrélations induisent une réduction de bruit sur certaines combinaisons de ces fluctuations et un excès de bruit sur les quadratures conjuguées. Deux faisceaux fortement corrélés présentent inévitablement un excès de bruit. Ce résultat est à rapprocher des équations de Heisenberg généralisées [Reynaud92] dont la borne inférieure est proportionnelle aux corrélations exhibées par les deux variables conjuguées.

## B.5 Critères associés

Nous avons introduit quelques critères qui permettent de caractériser le degré de corrélations quantiques entre deux systèmes candidats à former une paire EPR. Ces critères font apparaître les variances associées aux combinaisons des quadratures corrélées que nous avons calculées précédemment. Nous pouvons maintenant les appliquer au cas de l'OPO.

### B.5.1 Critère d'inséparabilité

Nous avons montré que les quadrature d'intensité étaient corrélées alors que celle d'amplitude étaient anticorrélées entre les faisceaux signal et complémentaire. Ce sont

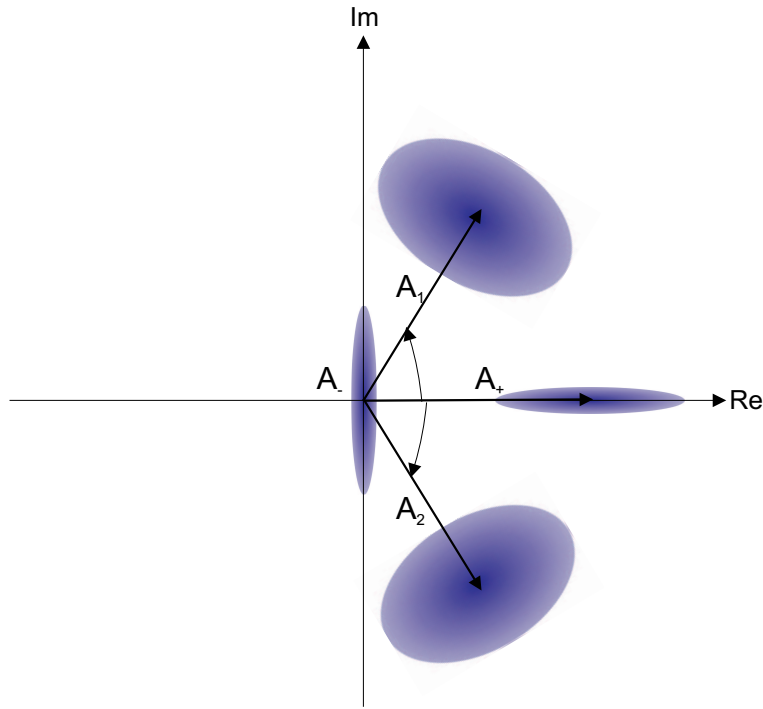


Fig. 3.8 –  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_+$ ,  $A_-$  et leurs fluctuations en représentation de Fresnel.

donc les variances  $V(q_-^{sort})$  et  $V(p_+^{sort})$ . Le critère s'exprime en fonction de ces variances :

$$V(q_-^{sort}) + V(p_+^{sort}) \leq 2 \tag{3-56}$$

On peut alors tracer  $V(q_-^{sort}) + V(p_+^{sort})$  en fonction de la fréquence d'analyse et du taux de pompage (figure 3.9).

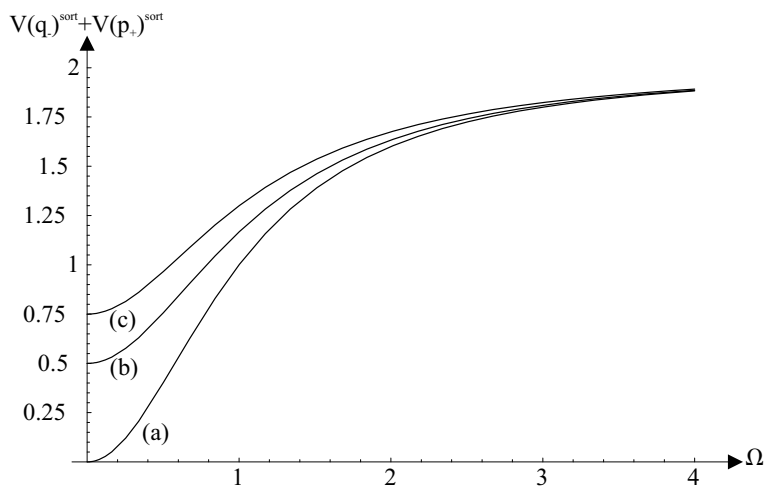


Fig. 3.9 – Critère d'inséparabilité en fonction de  $\Omega$  pour (a)  $\sigma = 1$  (b)  $\sigma = 2$  (c)  $\sigma = 4$

On voit sur la figure 3.9 que le critère est vérifié pour toute fréquence et tout taux de pompage. Le faisceaux jumeaux émis par l'OPO ne sont donc pas séparables, et ce pour



toutes valeurs des paramètres. Ce résultat est la signature du caractère intrinsèquement quantique de l'émission paramétrique. L'augmentation du taux de pompage dégrade l'inséparabilité des deux faisceaux.

### B.5.2 Critère de violation des inégalités de Heisenberg

Ce critère fait apparaître les corrélations entre les quadratures des faisceaux signal et complémentaire. Elles s'expriment sous la forme :

$$C_q = \frac{\langle q_1^{sort} q_2^{sort} \rangle}{(\langle |q_1^{sort}|^2 \rangle \langle |q_2^{sort}|^2 \rangle)^{1/2}} = \frac{V(q_+^{sort}) - V(q_-^{sort})}{V(q_+^{sort}) + V(q_-^{sort})} \quad (3-57)$$

$$C_p = \frac{\langle p_1^{sort} p_2^{sort} \rangle}{(\langle |p_1^{sort}|^2 \rangle \langle |p_2^{sort}|^2 \rangle)^{1/2}} = \frac{V(p_+^{sort}) - V(p_-^{sort})}{V(p_+^{sort}) + V(p_-^{sort})} \quad (3-58)$$

Les variances conditionnelles s'écrivent :

$$V_q^{cond} = \langle |q_1^{sort} - C_q q_2^{sort}|^2 \rangle = \langle |q_{1,2}^{sort}|^2 \rangle (1 - C_q^2) = \frac{2V(q_+^{sort})V(q_-^{sort})}{V(q_+^{sort}) + V(q_-^{sort})} \quad (3-59)$$

$$V_p^{cond} = \langle |p_1^{sort} - C_p p_2^{sort}|^2 \rangle = \langle |p_{1,2}^{sort}|^2 \rangle (1 - C_p^2) = \frac{2V(p_+^{sort})V(p_-^{sort})}{V(p_+^{sort}) + V(p_-^{sort})} \quad (3-60)$$

Le critère correspondant est :

$$V_q^{cond} V_p^{cond} \leq 1 \quad (3-61)$$

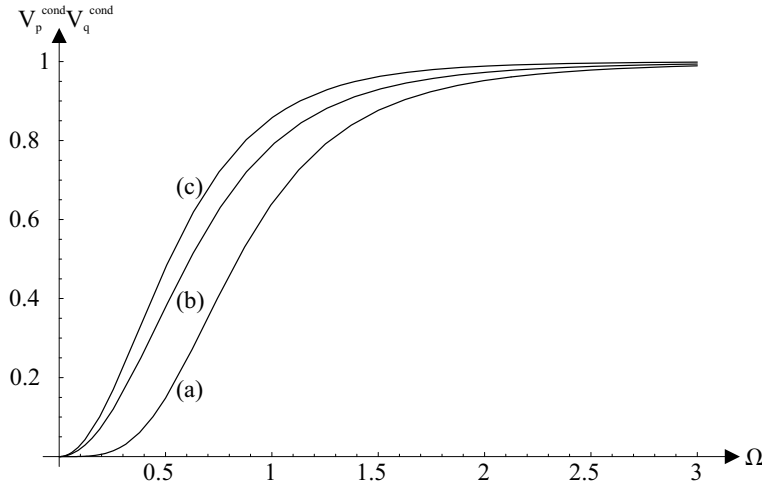


Fig. 3.10 –  $V_q^{cond} V_p^{cond}$  en fonction de  $\Omega$  pour (a)  $\sigma = 1$  (b)  $\sigma = 2$  (c)  $\sigma = 4$

On voit sur la figure 3.10 que le critère est également vérifié pour toute valeur des paramètres. On observe en revanche que le critère est optimal (de valeur nulle) à fréquence nulle pour toute valeur de pompe incidente. Il est donc moins sensible au taux de pompage que le critère d'inséparabilité.

### B.5.3 Fidélité associée à la téléportation

Suivant la définition de la fidélité donné en 3-16 ce sont les variances  $V(q_-^{sort})$  et  $V(p_+^{sort})$  qui vont être prises en compte dans le calcul. On a alors :

$$F = \frac{2}{\sqrt{(2 + 2V(q_-^{sort}))(2 + 2V(p_+^{sort}))}} \quad (3-62)$$

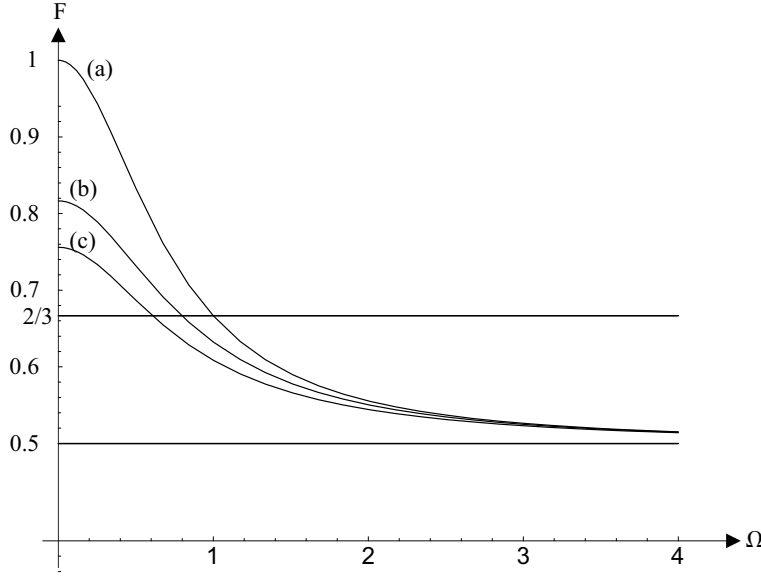


Fig. 3.11 –  $F$  en fonction de  $\Omega$  pour (a)  $\sigma = 1$  (b)  $\sigma = 2$  (c)  $\sigma = 4$

Nous voyons sur la figure 3.11 que  $F$  est en tout point supérieur à la valeur  $1/2$ . C'est cette valeur qui marque la limite entre le régime classique et la régime quantique. La limite de  $2/3$  dont nous avons discuté précédemment est franchie aux basses fréquences. L'effet de filtrage de la cavité fait passer  $F$  en dessous de  $2/3$  à des fréquences proches de la bande passante de la cavité. La fidélité se dégrade avec le taux de pompage mais tend vers une limite de  $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{3}$  à fréquence nulle. Dans l'OPO les variances comprimées n'étant pas égales les trois critères que nous venons de voir ne sont pas formellement équivalents bien que les résultats obtenus convergent tous vers le même comportement. Du point de vue des corrélations entre signal et complémentaire les trois critères en montrent le caractère non local. Les corrélations se dégradent avec le taux de pompage mais les trois critères n'évoluent pas exactement de la même façon aux basses fréquences. La violation apparente de l'inégalité de Heisenberg est peu sensible au taux de pompage alors que la fidélité et le critère d'inséparabilité sont dégradés. Il semble donc que avec un faible taux de pompage et à basse fréquence l'OPO est un candidat idéal à la création de faisceaux EPR destinés aux dispositifs d'information quantique. Mais il va falloir mesurer et exploiter ces

doubles corrélations amplitude/phase entre signal et complémentaire. Les corrélations d'amplitudes sont mesurées aisément par séparation du signal et du complémentaire orthogonalement polarisés. On fait ensuite la différence des intensités des deux faisceaux et on accède ainsi directement à la variance  $V(q_-)$  [Heidmann87]. On arrive actuellement à des réductions de bruit proches de  $10dB$  [Gao98]. La mesure des fluctuations de phase  $V(q_-)$  est plus délicate et se heurte à deux problèmes majeurs dans l'OPO : la difficulté à obtenir signal et complémentaire dégénérés en fréquence et la diffusion de phase.

## B.6 Mesure des fluctuations de phase

Contrairement aux mesures d'intensité qui sont réalisées par photodétection directe la mesure des fluctuations de phase nécessite une méthode basée sur le principe de la détection homodyne<sup>3</sup>.

### B.6.1 La détection homodyne

Considérons le schéma de la figure 3.12

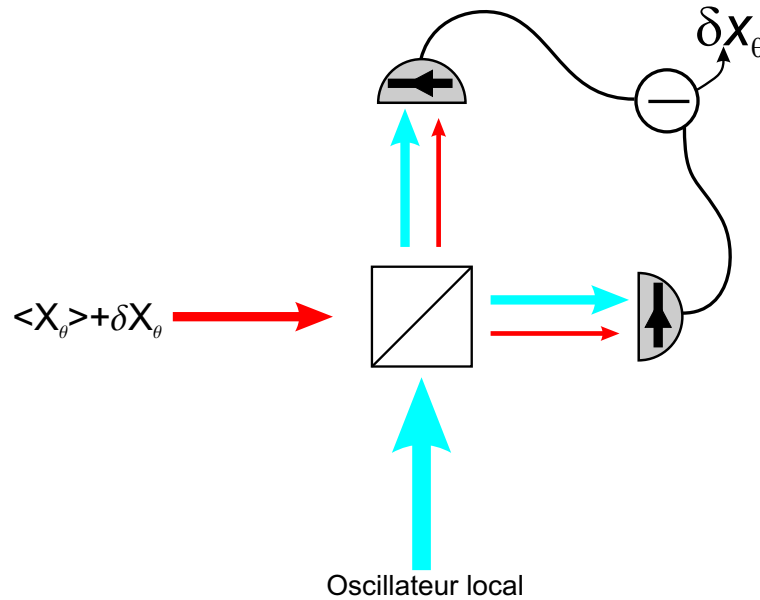


Fig. 3.12 – Schéma de principe d'une détection homodyne.

Un faisceau à fréquence  $\omega$  est recombinaison sur une lame semi-réfléchissante avec un oscillateur local ayant la même structure transverse. On mesure alors la différence des

<sup>3</sup>. On peut aussi transformer les fluctuations de phase en fluctuations d'intensité en se plaçant sur le flanc d'un Fabry-Pérot.

photocourants des 2 faisceaux issus de la lame. On montre [Fabre95] que si l'intensité de l'oscillateur local est grande devant celle du signal mesuré alors les fluctuations du photocourant sont proportionnelles aux fluctuations d'une quadrature du faisceau. La quadrature dépend de la différence de phase entre le faisceau et l'oscillateur local.

### B.6.2 Cas de l'émission non dégénérée

Nous avons vu au chapitre 1 que l'OPO ne fonctionne au-dessus du seuil qu'accidentellement à dégénérescence de fréquence. L'oscillateur local doit avoir une phase bien définie par rapport au faisceau pompe. Il est le plus souvent une dérivation du faisceau destiné à générer la pompe par doublage de fréquence, sa fréquence est par conséquent  $\omega_0/2$ . On observe alors les fluctuations autour de la fréquence de battement entre l'oscillateur local et les faisceaux signal/complémentaire. La dégénérescence est ainsi nécessaire afin de pouvoir observer les fluctuations dans la bande passante des photodétecteurs qui est de l'ordre de quelques dizaines de MHz. Cette restriction au fonctionnement de l'OPO au-dessus du seuil est la plus importante et c'est elle qui nous amène à essayer d'obliger l'OPO à verrouiller les fréquences du signal et du complémentaire.

### B.6.3 Diffusion de phase

Nous avons également vu au chapitre 1 que même si l'on arrivait à faire fonctionner l'OPO à dégénérescence la différence de phase  $\varphi_1 - \varphi_2$  n'était pas fixée par les équations contrairement à  $\varphi_1 + \varphi_2$ . Chaque phase individuelle va donc subir une diffusion de phase qui va dégrader à long terme la réduction de bruit sur  $\varphi_1 + \varphi_2$ . Il est montré dans [Courtois91] que cette réduction de bruit n'est pas trop affectée par cette diffusion de phase si la largeur Schawlow-Townes du laser pompe est négligeable devant la bande passante de la cavité de l'OPO. En revanche, il va falloir ajuster la phase de l'oscillateur local pour qu'elle soit à même de mesurer la quadrature de phase. Ainsi, le fonctionnement non dégénéré de l'OPO est le principal obstacle à la production de faisceaux EPR exploitables pour une expérience de téléportation quantique et obtenus avec un OPO fonctionnant au-dessus du seuil.

## C Propriétés quantiques de l'OPO autoverrouillé

### C.1 Equations générales

Afin de forcer l'OPO à fonctionner à dégénérescence de fréquence, on peut induire un couplage entre le signal et le complémentaire en insérant une lame biréfringente dans la cavité : c'est l'OPO autoverrouillé en phase dont nous avons décrit le comportement des valeurs moyennes dans le chapitre précédent. Nous y avons vu l'existence d'une zone d'accrochage dont l'étendue dépend de l'angle de rotation de la lame par rapport aux axes du cristal mais aussi du type de cavité utilisée. Les équations de la cavité en anneau étant plus simples que celles de la cavité linéaire ce sont celles-ci que nous allons exploiter, les propriétés principales des fluctuations n'étant pas modifiées. Ce cas de figure présente les équations les plus simples et permet d'obtenir des expressions analytiques pour les fluctuations des champs signal et complémentaire. De plus, nous verrons plus loin que de grandes valeurs de l'angle de rotation de la lame amènent un excès de bruit qui va dégrader le caractère EPR des faisceaux. Nous allons donc exploiter le système décrit en B : une cavité en anneau doublement résonante contenant un cristal biréfringent de type II dans lequel est inséré une lame biréfringente dont les axes neutres sont tournés d'un angle  $\rho$  par rapport aux axes neutres du cristal. Les équations dépendant du temps qui décrivent l'évolution des champs signal et complémentaire  $A_1$  et  $A_2$  sont :

$$\begin{cases} \tau \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_1} &= [r\alpha_0 - e^{-i\delta_1}]A_1 + \alpha_0 g A_0 A_2^* + r\epsilon e^{i(\Theta-\psi)} A_2 + \epsilon e^{i(\Theta-\psi)} g A_0 A_1^* + \sqrt{2\gamma} e^{-i\delta_1} A_1^{in} \\ \tau \frac{dA_2}{dt} e^{-i\delta_2} &= [r\alpha_0 - e^{-i\delta_2}]A_2 + \alpha_0 g A_0 A_1^* + r\epsilon e^{-i(\Theta-\psi)} A_1 + \epsilon e^{-i(\Theta-\psi)} g A_0 A_2^* + \sqrt{2\gamma} e^{-i\delta_2} A_2^{in} \end{cases} \quad (3-63)$$

avec

$$\epsilon = i \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\epsilon_0 \quad (3-64)$$

$$\delta_1 = \delta_m + \frac{\Delta\phi - \theta}{2} \quad \text{mod } 2\pi \quad (3-65)$$

$$\delta_2 = \delta_m + \frac{\theta - \Delta\phi}{2} \quad \text{mod } 2\pi \quad (3-66)$$

$$\Theta = k(n_2 - n_1)l + \zeta_2 - \zeta_1 \quad (3-67)$$

$$\delta_m = k\left(L + \frac{n_1 + n_2}{2}l + \frac{n_l + n_r}{2}e + \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2}\right) \quad (3-68)$$

et  $\Delta\phi = k(n_l - n_r)e$  qui représente la biréfringence de la lame. Les champs entrant  $A_1^{in}$  et  $A_2^{in}$  sont les fluctuations du vide entrant par le miroir de couplage. Nous allons comme dans le chapitre B.1 calculer les fluctuations au point de seuil minimal de

l'OPO. Nous avons vu au chapitre 2 que le seuil minimal  $N_0^{seuil} = \gamma^2/g^2$  est obtenu lorsque  $\theta = \Delta\phi$  et  $e^{i\delta_m} = \alpha_0 \pm i\varepsilon_0$ .

- lorsque  $e^{i\delta_m} = \alpha_0 + i\varepsilon_0$  alors le mode d'oscillation est tel que  $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$
- lorsque  $e^{i\delta_m} = \alpha_0 - i\varepsilon_0$  alors le mode d'oscillation est tel que  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

où  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont les phases stationnaires de  $A_1$  et  $A_2$ .

Nous allons choisir le deuxième mode d'oscillation, les résultats étant identiques quel que soit le mode choisi par symétrie des deux modes propres de polarisation. Nous allons utiliser une lame  $\lambda/2$  qui permet d'avoir la plus grande zone d'accrochage avec une cavité en anneau. On a alors  $\Delta\phi = \pi$ . En remplaçant ces résultats dans 3-63 on obtient les équations qui décrivent l'évolution des champs au seuil minimum d'oscillation pour le mode choisi :

$$\begin{cases} \tau \frac{dA_1}{dt} e^{-i\delta_m} &= -[\gamma\alpha_0 + i\varepsilon_0]A_1 + \alpha_0 g A_0 A_2^* - r\varepsilon_0 A_2 - \varepsilon_0 g A_0 A_1^* + \sqrt{2}\gamma(\alpha_0 + i\varepsilon_0)A_1^{in} \\ \tau \frac{dA_2}{dt} e^{-i\delta_m} &= -[\gamma\alpha_0 + i\varepsilon_0]A_2 + \alpha_0 g A_0 A_1^* + r\varepsilon_0 A_1 + \varepsilon_0 g A_0 A_2^* + \sqrt{2}\gamma(\alpha_0 + i\varepsilon_0)A_2^{in} \\ A_0 &= A_0^{in} - \frac{g}{2}A_1 A_2 \end{cases} \quad (3-69)$$

Nous allons procéder exactement comme dans la section B.1 où nous avons linéarisé les fluctuations des champs autour de leurs valeurs moyennes, puis sommes passés dans l'espace de Fourier afin d'accéder aux bruits associés aux fluctuations. Après avoir fait le changement de variables :

$$A_{\pm} = \frac{A_1 e^{-i\varphi_1} \pm A_2 e^{-i\varphi_2}}{\sqrt{2}} \quad (3-70)$$

on obtient les équations suivantes découplées pour les fluctuations  $\delta A_+$  et  $\delta A_-$  :

$$0 = (\gamma - 2gA_0^{in} + i\omega\tau)\delta A_+ + \gamma\delta A_+^* + 2\sqrt{gA_0^{in} - \gamma} + \sqrt{2}\gamma\delta A_+^{in} \quad (3-71)$$

$$0 = -(\gamma\alpha_0 + 2i\varepsilon_0 + (\alpha_0 + i\varepsilon_0)i\omega\tau)\delta A_- - \gamma\alpha_0\delta A_-^* + \sqrt{2}\gamma(\alpha_0 + i\varepsilon_0)\delta A_-^{in} \quad (3-72)$$

On remarque que les fluctuations  $\delta A_+$  sont indépendantes de  $\rho$ . On montre aisément que les modes  $A_+$  et  $A_-$  correspondent aux deux modes propres de polarisation qui apparaissent lorsque l'on tourne la lame. Le mode  $A_+$  correspond au mode résonant choisi alors que  $A_-$  n'est pas résonant au point de fonctionnement choisi. Nous avons vu que les longueurs de résonance de chaque mode s'écartent lorsqu'on augmente  $\rho$ . Le mode résonant n'est pas affecté par le changement d'angle puisque son seuil d'oscillation reste minimum quelle que soit la valeur de  $\rho$ . En revanche, le mode  $A_-$ , de moins en moins résonant, est affecté par la variation d'angle.

## C.2 Comportement aux grands angles de la lame

Commençons par calculer le comportement des fluctuations  $\delta A_-$  aux grandes valeurs de  $\rho$ . Faisons tendre  $\rho$  vers  $45^\circ$  dans 3-72. Le coefficient  $\alpha_0$  tend vers 0 tandis que  $\varepsilon_0$  tend vers 1. On obtient alors :

$$\delta A_- = \frac{\sqrt{2\gamma}}{2 + i\omega\tau} \delta A_-^{in} \quad (3-73)$$

Les fluctuations sortantes sont calculées à partir de la relation :

$$\delta A_-^{sort} = \delta A_-^{in} - \sqrt{2\gamma} \delta A_- \quad (3-74)$$

Cette relation nous amène à :

$$\delta A_-^{sort} = \frac{2 + i\omega\tau - 2\gamma}{2 + i\omega\tau} \delta A_-^{in} \quad (3-75)$$

Or les pertes de la cavité sont faibles ce qui implique  $\gamma \ll 1$ . Les fluctuations du mode  $A_-$  obéissent alors à la relation :

$$\delta A_-^{sort} = \delta A_-^{in} \quad (3-76)$$

Les fluctuations sont au bruit quantique standard indépendamment de  $\omega$ . Aucune réduction de bruit n'apparaît alors et les faisceaux signal et complémentaire ne sont plus EPR. Plus l'angle  $\rho$  augmente et plus le mode (-) s'éloigne de résonance. Les fluctuations de ce mode font un aller-retour dans la cavité non résonante et ressortent inchangées.

Un angle élevé ramène le bruit du mode  $A_-$  au bruit quantique standard. Nous allons donc étudier le cas des petits angles où les deux modes de résonance sont proches. Le mode non résonant  $A_-$  sera éloigné de sa résonance à l'ordre 1 seulement. A cet ordre ses fluctuations seront affectées par la résonance de la cavité pour l'autre mode et pourront présenter des réductions de bruit dépendant de  $\rho$ .

## C.3 Comportement aux petits angles de la lame

Nous pouvons tout d'abord évaluer la valeur supérieure pour le coefficient  $\varepsilon_0$  dans la limite des petits angles. L'équation 3-72 nous montre que c'est la comparaison entre  $\varepsilon_0$  et les pertes  $\gamma$  de la cavité qui vont être significatives. Nous introduirons pour la suite le coefficient  $c = \varepsilon_0/\gamma$ . La valeur maximale de  $c$  devra rester de l'ordre de l'unité. Dans ces conditions les équations 3-71 et 3-72 se réécrivent :

$$0 = (\gamma - 2gA_0^{in} + i\omega\tau)\delta A_+ + \gamma\delta A_+^* + 2\sqrt{gA_0^{in} - \gamma} + \sqrt{2\gamma}\delta A_+^{in} \quad (3-77)$$

$$0 = -(\gamma + 2i\varepsilon_0 + i\omega\tau)\delta A_- - \gamma\delta A_-^* + \sqrt{2\gamma}\delta A_-^{in} \quad (3-78)$$

Les valeurs moyennes stationnaires de  $A_{\pm}$  étant réelles on décompose les fluctuations  $\delta A_{\pm}$  en les fluctuations d'amplitude  $q_{\pm}$  et de phase  $p_{\pm}$  :

$$\delta A_{\pm} = q_{\pm} + ip_{\pm} \quad (3-79)$$

Nous n'avons accès qu'aux fluctuations sortant de la cavité. Elles sont reliées aux fluctuations intracavité par les relations :

$$q_{\pm}^{sort} = q_{\pm}^{in} - \sqrt{2\gamma}q_{\pm} \quad (3-80)$$

$$p_{\pm}^{sort} = p_{\pm}^{in} - \sqrt{2\gamma}p_{\pm} \quad (3-81)$$

On obtient alors les fluctuations d'amplitude et de phase pour les modes sortants(+) et (-) :

$$q_{+}^{sort} = \frac{(\sigma - 2 + i\Omega)q_{+}^{in} - \sqrt{2(\sigma - 1)}q_0^{in}}{\sigma - 1 + i\Omega} \quad (3-82)$$

$$p_{+}^{sort} = \frac{(\sigma - 1 + i\Omega)p_{+}^{in} - \sqrt{2(\sigma - 1)}p_0^{in}}{\sigma + i\Omega} \quad (3-83)$$

$$q_{-}^{sort} = \frac{(c^2 - \Omega^2)q_{-}^{in} - cp_{-}^{in}}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} \quad (3-84)$$

$$p_{-}^{sort} = \frac{(c^2 - (1 + \Omega^2))p_{-}^{in} + cq_{-}^{in}}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} \quad (3-85)$$

Les fluctuations  $p_{-}$  et  $q_{-}$  dépendent uniquement de la fréquence d'analyse  $\Omega$  et du paramètre  $c$ . Celui-ci permet de caractériser l'intensité du couplage dû à la lame entre les fluctuations.

## C.4 Variances associées à la différence des fluctuations

Nous pouvons maintenant calculer les spectres de bruit associés à  $q_{-}$  et  $p_{-}$ . On déduit immédiatement de 3-84 et 3-85 les variances  $V(p_{-})^{sort}$  et  $V(q_{-})^{sort}$  :

$$V(q_{-})^{sort} = 1 + \frac{c^2 - \Omega^2}{(c^2 - \Omega^2)^2 + \Omega^2} \quad (3-86)$$

$$V(p_{-})^{sort} = \frac{(c^2 - (1 + \Omega^2))^2 + c^2}{(c^2 - \Omega^2)^2 + \Omega^2} \quad (3-87)$$

### C.4.1 Variance de la différence d'amplitude

Nous allons étudier le comportement asymptotique de  $V(q_{-})^{sort}$  en fonction de  $c$  et  $\Omega$ .



Les extrema de  $V(q_-)^{sort}$  sont obtenus pour les fréquences  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  et  $\Omega_3$  :

$$\Omega_1 = 0 \quad (3-88)$$

$$\Omega_2 = \sqrt{c^2 + c} \quad (3-89)$$

$$\Omega_3 = \sqrt{c^2 - c} \quad (3-90)$$

- lorsque  $\Omega = 0$  alors  $V(q_-)^{sort} = 1 + \frac{1}{c^2}$ . Si  $c \ll 1$  alors  $V(q_-)^{sort}$  devient grand et on observe un excès de bruit à basse fréquence. Cet excès de bruit tend vers le bruit quantique standard lorsque  $c$  correspond à des grands angles comme nous l'avons vu dans la section C.2. Il est lié au bruit introduit par la diffusion de phase qui se produit lorsque  $c = 0$ .
- lorsque  $\Omega \gg c$  alors  $V(q_-)^{sort} \simeq V(q_-)^{sort} |_{c=0}$ . La variance tend vers la variance de l'OPO sans lame.
- tant que  $c < 1$ , la fréquence  $\Omega_3$  n'est pas définie. Il n'existe qu'un minimum à la fréquence  $\Omega_2$  de valeur  $(V(q_-)^{sort})_{min} = 1 - \frac{1}{1+2c}$ . Ce minimum tend vers 0 lorsque  $c$  tend vers 0. On voit la nécessité de se placer dans le cas  $c \ll 1$  afin que  $V(q_-)^{sort}$  soit le plus bas possible. Dans ce cas on a  $\Omega_2 \simeq \sqrt{c}$ .
- lorsque  $c \geq 1$  alors  $\Omega_2$  devient un autre maximum de  $V(q_-)^{sort}$ . On a alors  $V(q_-)^{sort} = 1 + \frac{1}{2c-1}$ . Cette valeur est toujours supérieure à 1 mais en reste proche

On retrouve les propriétés énumérées ci-dessus dans l'évolution de  $V(q_-)^{sort}$  en fonction de  $c$  et  $\Omega$  sur la courbe 3.13.

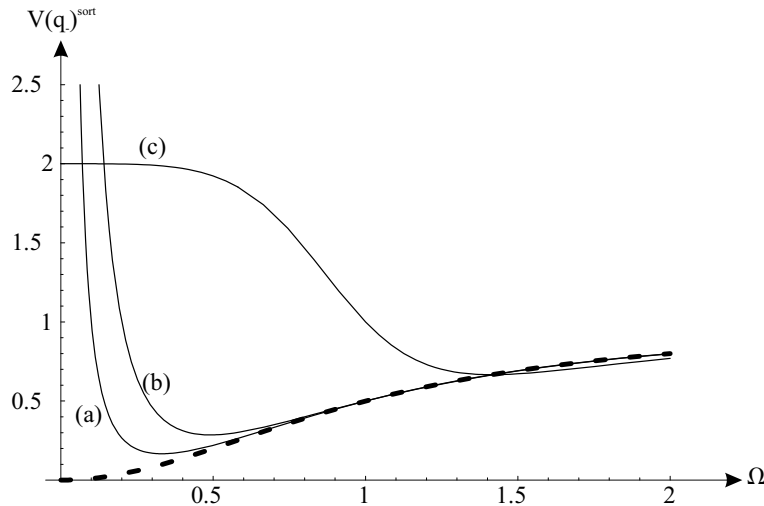


Fig. 3.13 – Variance de la différence d'amplitude en fonction de la fréquence pour : (a)  $c = 0.1$ ; (b)  $c = 0.2$ ; (c)  $c = 1$  et en pointillés pour  $c = 0$ .

On voit sur 3.13 l'excès de bruit à basse fréquence pour une petite valeur de  $c = 0.2$ . Le bruit rejoint la courbe idéale ( $c = 0$ ) à une fréquence plus basse que lorsque  $c = 1$ . La réduction de bruit se fait alors sur une plage de fréquences plus grande et pourra être plus facilement détectée expérimentalement.

#### C.4.1.a Evolution à la fréquence optimale

La figure de gauche sur 3.14 montre l'évolution de la fréquence  $\Omega_2$  qui minimise  $V(q_-)^{sort}$ . La fréquence de réduction optimale de bruit n'est plus la fréquence nulle. Un effet majeur de la présence de la lame est de décaler la fréquence optimale vers les grandes fréquences. Sur la figure de droite on observe l'évolution de  $(V(q_-)^{sort})$  à la fréquence  $\Omega_2$  en fonction du couplage  $c$ . On observe alors une réduction de bruit sur  $q_-$  pour toutes valeurs de  $c$ .

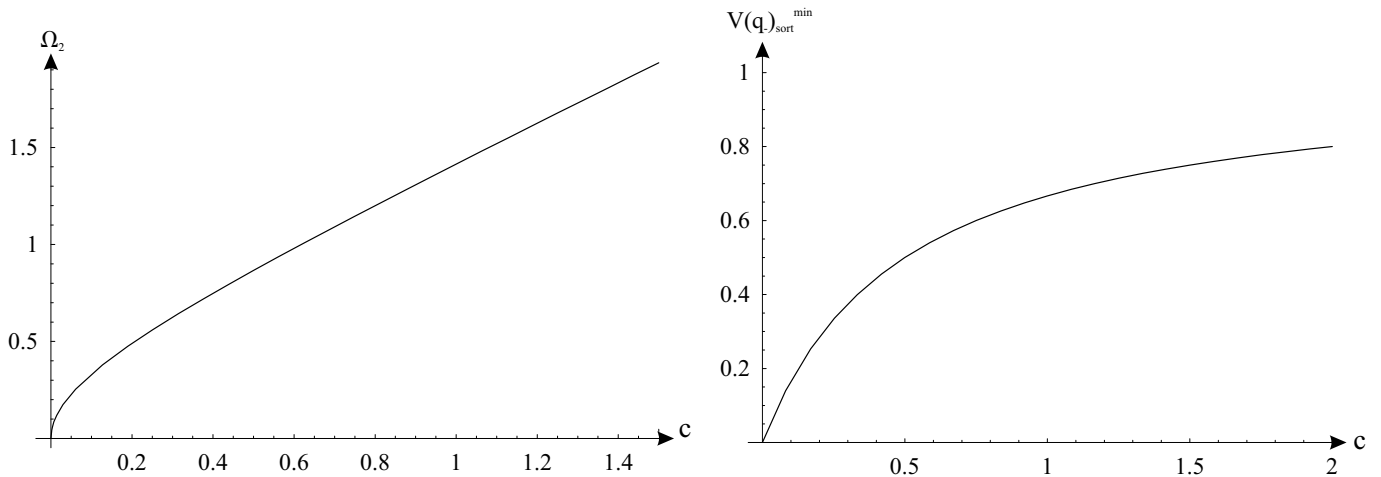


Fig. 3.14 – A gauche : fréquence de bruit minimum en fonction de l'intensité de couplage. A droite : variance minimale en fonction de l'intensité de couplage.

#### C.4.2 Variance de la différence de phase

A fréquence nulle, on a  $V(p_-)^{sort} = \frac{(c^2-1)^2+c^2}{c^4}$ . Cette valeur diverge lorsque  $c = 0$  à cause de la diffusion de phase. En revanche, dès que  $c \neq 0$  cette divergence disparaît car la différence de phase est verrouillée. Pour de faibles valeurs de  $c$  le bruit normalisé sur  $p_-$  reste important mais il tend vers le bruit quantique standard pour  $c \simeq 1$ . L'effet du verrouillage est donc de réduire les fluctuations de la différence de phase jusqu'au bruit quantique standard dans le cas d'un couplage fort. La figure 3.15 montre l'effet de diminution de l'excès de bruit de phase lorsqu'on augmente le couplage. Cet effet est directement à mettre en relation avec l'augmentation du bruit sur la différence des fluctuations d'intensité que nous avons décrite ci-dessus et qui est la grandeur physique

conjuguée. La réduction du bruit de la différence de phase, qui est une conséquence directe du verrouillage de phase induit par le couplage, augmente en contrepartie les fluctuations de la différence d'amplitude. Cette dégradation de la gémellité des deux faisceaux à basse fréquence va imposer une borne supérieure à l'intensité du couplage tant qu'on ne cherche pas à regarder les fluctuations d'autres quadratures, ce que nous ferons dans une des sections suivantes.

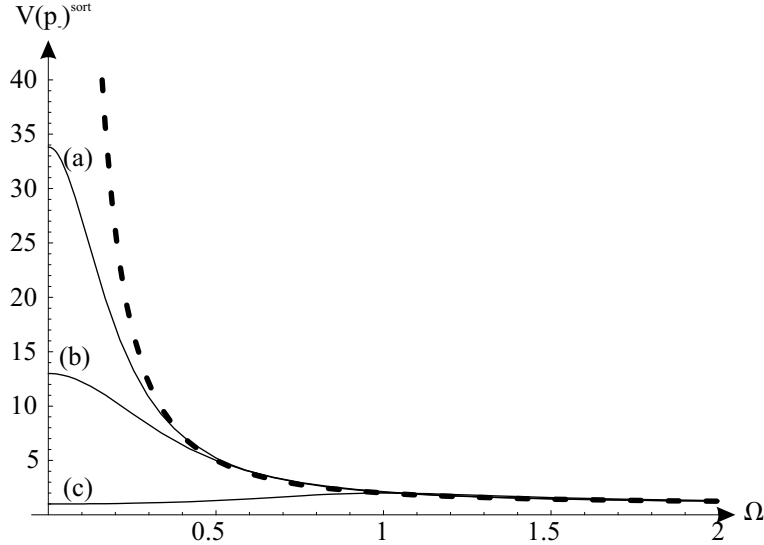


Fig. 3.15 – Variance de la différence de phase en fonction de la fréquence pour : (a)  $c = 0.4$  ; (b)  $c = 0.5$  ; (c)  $c = 1$  et en pointillés pour  $c = 0$ .

L'étude des fluctuations du mode  $(-)$  nous a montré que la réduction de bruit sur la différence d'intensité ne pouvait rester significative que lorsque  $\varepsilon_0 \ll \gamma$ . Cette restriction va bien évidemment s'appliquer alors pour les critères de corrélation quantique que nous avons décrits plus haut.

## C.5 Evolution des différents critères

### C.5.1 Critère d'inséparabilité

Rappelons que ce critère est vérifié lorsque

$$V(q_-^{sort}) + V(p_+^{sort}) \leq 2 \quad (3-91)$$

La figure 3.16 nous montre que le critère d'inséparabilité est vérifié sur une large plage de fréquence. Lorsque  $c \ll 1$  l'excès de bruit sur  $q_-$  fait dépasser la valeur 2 aux très basses fréquences. Les courbes sont tracées pour un taux de pompage  $\sigma = 1$  c'est à dire juste au seuil. On a vu que l'augmentation du taux de pompage dégrade

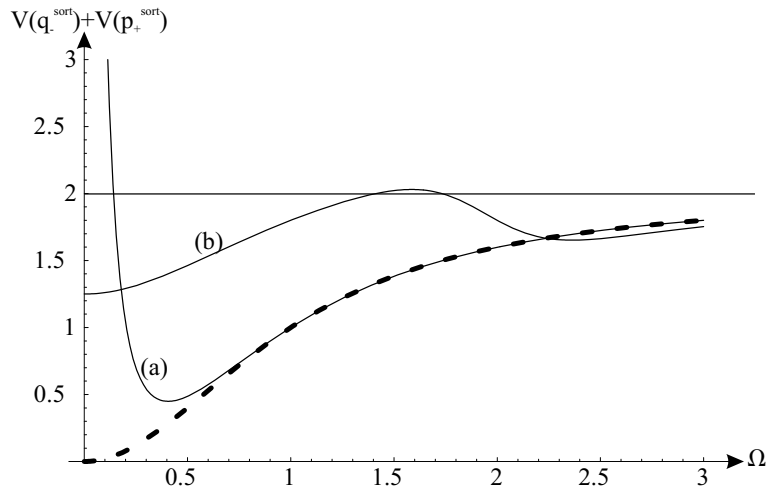


Fig. 3.16 – Critère d'inséparabilité en fonction de la fréquence pour  $\sigma = 1$  et (a)  $c = 0.2$ ; (b)  $c = 2$  et en pointillés pour  $c = 0$ .

de manière non critique la variance  $V(p_+^{sort})$  et donc va faire remonter l'ensemble des courbes vers la limite d'inséparabilité. C'est le comportement des fluctuations de la différence d'amplitude  $q_-$  qui dominant le comportement du critère.

### C.5.2 Critère de Reid

Ce critère est défini par

$$V_q^{cond} V_p^{cond} \leq 1 \quad (3-92)$$

où  $V_q^{cond}$  et  $V_p^{cond}$  sont les variances conditionnelles associées aux mesures de  $q_1$  et  $q_2$  ainsi que de  $p_1$  et  $p_2$ .

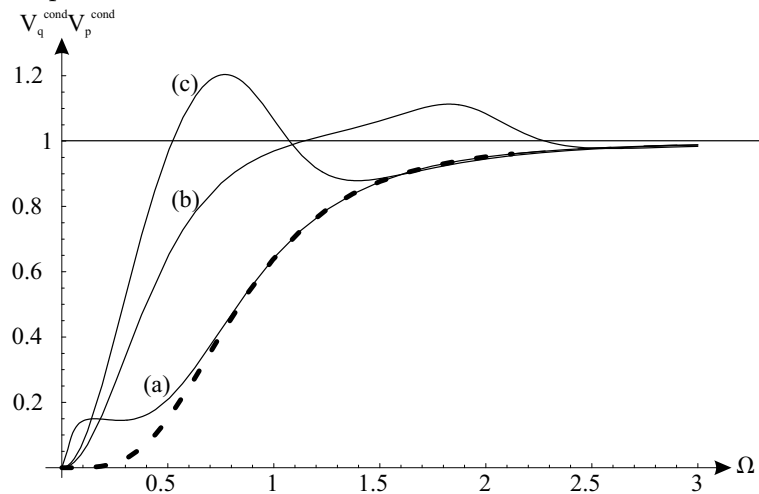


Fig. 3.17 – Critère de Reid en fonction de la fréquence pour  $\sigma = 1$  et (a)  $c = 0.2$ ; (b)  $c = 1$ ; (c)  $c = 2$  et en pointillés pour  $c = 0$ .

On voit sur la figure 3.17 que la critère est là aussi vérifié sur une grande plage

de fréquence même aux basses fréquences quel que soit la valeur de  $c$ . Aux basses fréquences nous avons vu que  $p_+$  tend vers 0 indépendamment de  $c$ . Ici c'est donc l'évolution de  $p_+$  qui domine l'évolution du critère.

### C.5.3 Fidélité

Son expression est :

$$F = \frac{2}{\sqrt{(2 + 2V(q_-^{sort})) (2 + 2V(p_+^{sort}))}} \quad (3-93)$$

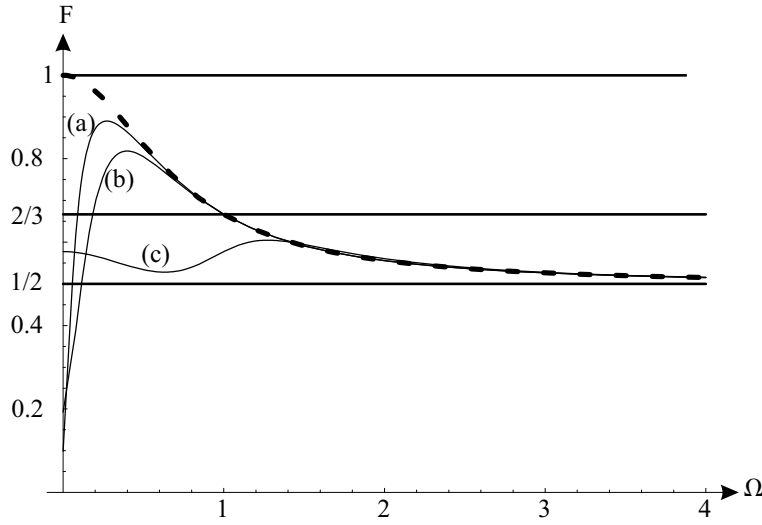


Fig. 3.18 –  $F$  en fonction de  $\Omega$  pour  $\sigma = 1$  et (a)  $c = 0.1$ ; (b)  $c = 0.2$ ; (c)  $c = 1$  et  $c = 0$  en pointillés

La figure 3.18 nous montre que pour  $c \ll 1$  l'excès de bruit d'intensité sur  $q_-$  fait passer  $F$  sous la valeur  $\frac{1}{2}$  aux très basses fréquences. En revanche on obtient pour  $\Omega \simeq c$  une zone où  $F \geq \frac{2}{3}$ . Pour des valeurs de  $c$  plus élevées la fidélité maximale n'atteint plus  $\frac{2}{3}$ .  $F$  reste en revanche au-dessus de  $\frac{1}{2}$  pour toutes les fréquences pas trop basses. Tous ces résultats nous montrent que les propriétés EPR des faisceaux produits par l'OPO sont dégradées par la présence de la lame. Son action a lieu sur la différence des fluctuations. Deux comportements apparaissent selon que le couplage  $c$  est faible ou de l'ordre de 1.

- lorsque  $c \ll 1$  : du fait du verrouillage le bruit sur la différence de phase est réduit mais en contrepartie un large excès de bruit sur la différence d'intensité apparaît aux très basses fréquences ( $\Omega \ll c$ ). Cet excès de bruit fait disparaître l'inséparabilité des deux faisceaux et dégrade la fidélité associée à la téléportation. En revanche, lorsque  $\Omega \simeq c$  alors les propriétés quantiques de l'OPO verrouillé

se superposent de nouveau avec celles de l'OPO "classique" à basse fréquence . On retrouve à ces fréquences l'inséparabilité entre signal et complémentaire ainsi qu'une fidélité supérieure à  $\frac{3}{2}$ . Aux fréquences élevées ( $\Omega \geq 1$ ) l'effet de filtrage de la cavité ramène signal et complémentaire à deux faisceaux cohérents décorrélés.

- lorsque  $c \simeq 1$ : l'excès de bruit à basse fréquence sur la différence d'intensité diminue fortement mais il ne se rapproche du bruit de l'OPO "classique" que pour des fréquences proches de la bande passante de la cavité. L'effet de réduction du bruit au-dessous du bruit quantique standard est alors très faible.

Actuellement une expérience visant à étudier les propriétés classiques et quantiques du verrouillage de phase est en cours au laboratoire. Elle fait partie d'un des sujets d'étude de la thèse de J. Laurat. Il utilise un OPO triplement résonant de type II à cavité linéaire semi-monolithique. Le cristal utilisé est constitué de KTP. Le verrouillage de phase n'a pas encore été indiscutablement observé mais nous avons obtenu expérimentalement une réduction de bruit sur la différence d'intensité de  $9dB$  avec un miroir de couplage de transmission  $T = 10\%$ . Cela correspond à une valeur  $\gamma = 5 \times 10^{-2}$ . On a  $c = 1$  pour  $\rho = 1.43^\circ$  et  $F \geq \frac{2}{3}$  pour  $\rho \leq 0.8^\circ$ . On voit que l'angle maximum de la lame devra être très limité si l'on veut garder les corrélations EPR des faisceaux jumeaux. Pour un angle  $\rho = 0.8^\circ$  on montre que la zone d'accrochage en température est égale à  $\Delta T = 0.5K$  avec  $\sigma_{max} = 1.6$ . Cela correspond à une zone d'accrochage en fréquence de 10 MHz avec une cavité de 10 cm. Cette zone d'accrochage est suffisamment grande pour être exploitable expérimentalement.

## C.6 Optimisation de la quadrature comprimée

Les équations 3-84 et 3-85 nous montrent que les fluctuations  $p_-$  et  $q_-$  sont couplées via le paramètre  $c$ . Cela implique que ces fluctuations sont corrélées. Il existe un lien direct entre l'existence de corrélations entre deux quadratures et la réduction de bruit d'un état gaussien. Nous allons préciser ces liens dans la première partie. La quadrature la plus comprimée n'est plus alors la quadrature  $p$  ou  $q$  mais une rotation d'une de ces quadratures. Nous allons calculer quelle est cette quadrature qui optimise la réduction de bruit.

### C.6.1 Effet des corrélations entre quadratures sur la réduction de bruit

Nous allons considérer un état gaussien du champ d'enveloppe  $A$ . Ses fluctuations peuvent être décomposées sur la base des fluctuations  $q$  et  $p$  des quadratures d'amplitude et de phase. On peut alors écrire comme en 3-26:

$$\delta A e^{-i\varphi} = \frac{q + ip}{\sqrt{2}} \quad (3-94)$$

Ces fluctuations présentent éventuellement des corrélations dont l'expression est :

$$C = \frac{\langle qp \rangle}{\sqrt{V(q)V(p)}} \quad (3-95)$$

On peut aussi exprimer les fluctuations de  $A$  en fonction des quadratures orthogonales  $p(\theta)$  et  $q(\theta)$  tournées d'un angle  $\theta$  par rapport aux quadratures amplitude/phase comme sur la figure 3.19:

$$q(\theta) = q \cos(\theta) + p \sin(\theta) \quad (3-96)$$

$$p(\theta) = -q \sin(\theta) + p \cos(\theta) \quad (3-97)$$

On peut calculer directement les variances  $V(q(\theta))$  et  $V(p(\theta))$  en fonction de  $V(q)$ ,  $V(p)$  et  $C$  :

$$V(q(\theta)) = V(q) \cos^2(\theta) + V(p) \sin^2(\theta) + C \sin(2\theta) \sqrt{V(q)V(p)} \quad (3-98)$$

$$V(p(\theta)) = V(q) \sin^2(\theta) + V(p) \cos^2(\theta) - C \sin(2\theta) \sqrt{V(q)V(p)} \quad (3-99)$$

Nous allons chercher l'angle des quadratures  $\theta_0$  qui extrémise les deux variances  $V(q(\theta))$  et  $V(p(\theta))$ . Cet angle doit vérifier

$$\left. \frac{dV(q(\theta))}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad (3-100)$$

$$\left. \frac{dV(p(\theta))}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad (3-101)$$

Un calcul simple nous donne :

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2C \sqrt{V(q)V(p)}}{V(q) - V(p)} \right) \quad (3-102)$$

On en déduit les deux variances extrémales  $V(q(\theta_0))$  et  $V(p(\theta_0))$  comme sur la figure 3.19:

$$V(q(\theta_0)) = \frac{V(q) + V(p)}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4(C^2 - 1)V(q)V(p)}{(V(q) + V(p))^2}} \right) \quad (3-103)$$

$$V(p(\theta_0)) = \frac{V(q) + V(p)}{2} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{4(C^2 - 1)V(q)V(p)}{(V(q) + V(p))^2}} \right) \quad (3-104)$$

Nous pouvons faire plusieurs remarques à propos des résultats ci-dessus.

- Supposons tout d'abord que les variances amplitude /phase de  $A$  soient égales ( $V(q) = V(p) = V$ ) et qu'il existe des corrélations entre elles ce qui implique  $C$  non nul. Alors selon 3-103 et 3-104 on a :

$$V(q(\theta_0)) = V(1 + |C|) \quad (3-105)$$

$$V(p(\theta_0)) = V(1 - |C|) \quad (3-106)$$

et  $\theta_0 = \pi/4$ . L'existence d'une corrélation entre les fluctuations  $p$  et  $q$  définit deux directions orthogonales privilégiées à  $45^\circ$  des axes  $p$  et  $q$  le long desquels les variances sont extrémales (et donc différentes). On ne peut donc pas avoir d'état à symétrie circulaire dès que l'on introduit des corrélations entre deux quadratures orthogonales d'un mode du champ.

- Revenons au cas général. Le produit  $V(q(\theta_0))V(p(\theta_0))$  se calcule simplement et s'écrit :

$$V(q(\theta_0))V(p(\theta_0)) = V(q)V(p)(1 - C^2) \geq 1 \quad (3-107)$$

selon l'inégalité de Heisenberg normalisée à 1. Cette relation impose l'inégalité suivante sur les variances des fluctuations de  $q$  et  $p$  connaissant leur corrélation  $C$  :

$$V(q)V(p) \geq \frac{1}{1 - C^2} \quad (3-108)$$

Cette inégalité est équivalente à l'inégalité de Heisenberg généralisée exprimée dans [Reynaud92]. Ainsi, plus les corrélations entre  $p$  et  $q$  se rapprochent de 1 et plus la borne inférieure de leur produit s'éloigne du carré du bruit quantique standard.

- Dans le cas de corrélations parfaites,  $C = 1$  et les équations 3-104 et 3-103 nous donnent :

$$V(q(\theta_0)) = V(q) + V(p) \quad (3-109)$$

$$V(p(\theta_0)) = 0 \quad (3-110)$$



Or nous venons de voir que selon 3-108 on doit avoir  $V(q)V(p) \mapsto \infty$ , ce qui impose également  $V(q) + V(p) \mapsto \infty$ . L'état du champ est alors un état parfaitement comprimé le long d'une des quadratures d'angle  $\theta_0$  alors que la quadrature orthogonale présente une extension infinie.

– On montre facilement en utilisant 3-95 et 3-102 que :

$$\langle q(\theta_0)p(\theta_0) \rangle = \langle qp \rangle \cos(2\theta_0) + \frac{V(p) - V(q)}{2} \sin(2\theta_0) = 0 \quad (3-111)$$

Les quadratures extrêmement comprimées sont donc totalement décorrélées. Elles sont les seules quadratures à présenter cette propriété dans un état gaussien.

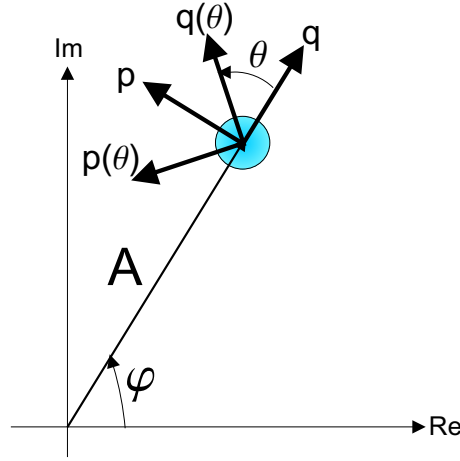


Fig. 3.19 – Quadratures tournées  $q(\theta)$  et  $p(\theta)$ .

### C.6.2 Réduction de bruit sur la quadrature optimisée

Nous allons appliquer ces résultats à l'étude de la différence des fluctuations signal/complémentaire. En effet, les différences d'amplitude et de phase sortant de la cavité ont pour expression selon 3-84 et 3-85 :

$$q_-^{sort} = \frac{(c^2 - \Omega^2)q_-^{in} - cp_-^{in}}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} \quad (3-112)$$

$$p_-^{sort} = \frac{(c^2 - (1 + \Omega^2))p_-^{in} + cq_-^{in}}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} \quad (3-113)$$

Ces deux fluctuations sont corrélées et leur corrélation a pour expression :

$$C_-^{sort} = \frac{\langle q_-^{sort} p_-^{sort} \rangle}{\sqrt{V(q_-^{sort})V(p_-^{sort})}} = \frac{c}{(c^2 - \Omega^2)^2 + \Omega^2} \frac{1}{\sqrt{V(q_-^{sort})V(p_-^{sort})}} \quad (3-114)$$

La variance  $V(q_-(\theta))$  se déduit de 3-98 :

$$V(q_-(\theta)) = V(q_-) \cos^2(\theta) + V(p_-) \sin^2(\theta) + C_- \sin(2\theta) \quad (3-115)$$

On peut alors tracer  $V(q_-(\theta)^{sort})$  en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs de  $c$ . On voit sur 3.20 que l'excès de bruit observé sur la quadrature d'amplitude (correspondant à  $\theta = 0$ ) vient du décalage de la quadrature optimalement réduite. Ce décalage vient des corrélations entre  $p$  et  $q$  et illustre ce que nous avons vu dans la section précédente. Les axes de l'ellipse tournent d'un angle  $\theta_0$  qui dépend de  $C_-$  et des variances  $V(q_-)^{sort}$  et  $V(p_-)^{sort}$  par la relation 3-102:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2C_- \sqrt{V(q_-^{sort})V(p_-^{sort})}}{V(q_-^{sort}) - V(p_-^{sort})} \right)$$

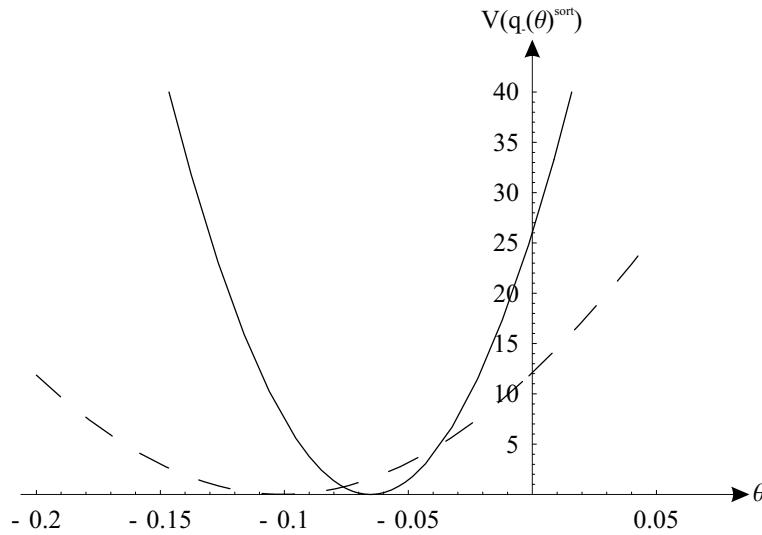


Fig. 3.20 –  $V(q_-(\theta))$  en fonction de  $\theta$  pour  $\Omega = 0$  pour  $c = 0.2$  (trait plein) et  $c = 0.3$  (pointillé)

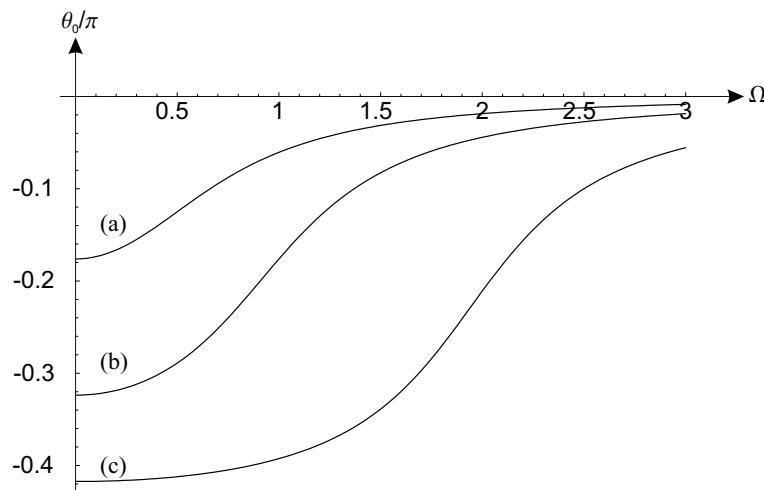


Fig. 3.21 –  $\frac{\theta_0}{\pi}$  en fonction de  $\Omega$  pour (a)  $c = 0.5$ ; (b)  $c = 1$ ; (c)  $c = 2$

On voit sur la figure 3.21 qui donne l'angle de rotation de l'ellipse en fonction de  $\Omega$  que  $\theta_0$  augmente à basse fréquence avec  $c$ . Lorsque  $c = 0$  on a  $\theta_0 = 0$ : la

lame n'est pas tournée et la quadrature maximalement comprimée du mode (-) est la quadrature d'amplitude. L'augmentation du couplage a pour effet de faire tourner la quadrature maximalement comprimée qui s'approche de la quadrature de phase ( $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ ) pour de grandes valeurs de  $c$ . Aux fréquences élevées l'effet de filtrage de la cavité tend à ramener la quadrature optimale sur la quadrature d'amplitude. Nous pouvons maintenant calculer la variance de la quadrature optimisée.

Cette variance s'écrit selon 3-104 :

$$V_-^{min} = \frac{1}{2} \left( V(q_-) + V(p_-) - \sqrt{(V(q_-) - V(p_-))^2 + 4C_-^2 V(q_-)V(p_-)} \right)$$

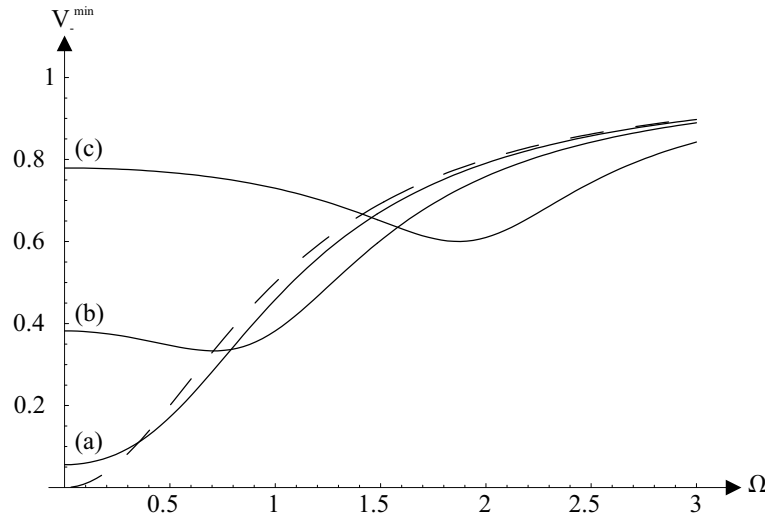


Fig. 3.22 –  $V_-^{min}$  en fonction de  $\Omega$  pour (a)  $c = 0.5$ ; (b)  $c = 1$ ; (c)  $c = 2$  et  $c = 0$  en pointillés

Elle est tracée sur la figure 3.22. On voit que l'on supprime l'excès de bruit à basse fréquence que nous observions sur la quadrature d'amplitude pour de faibles valeurs de  $c$ . Lorsque  $c$  est élevé nous voyons que la variance optimisée se rapproche du bruit quantique standard. On peut résumer ces résultats sur la figure 3.23. Le mode  $A_+$  reste comprimé en phase alors que  $A_-$  voit son ellipse de bruit se tourner. Nous pouvons maintenant tracer les critères optimisés et voir que la prise en compte de la quadrature minimale va améliorer les calculs d'inséparabilité des faisceaux.

### C.6.3 Critère d'inséparabilité

Nous avons exposé au début du chapitre les critères dans le cas où on utilisait des quadratures orthogonales. Il faut les adapter au cas où celles-ci ne le sont plus. Dans l'article [Duan00] il est direct de voir que la condition suffisante d'inséparabilité ne dépend que de la relation de commutation entre les opérateurs des quadratures

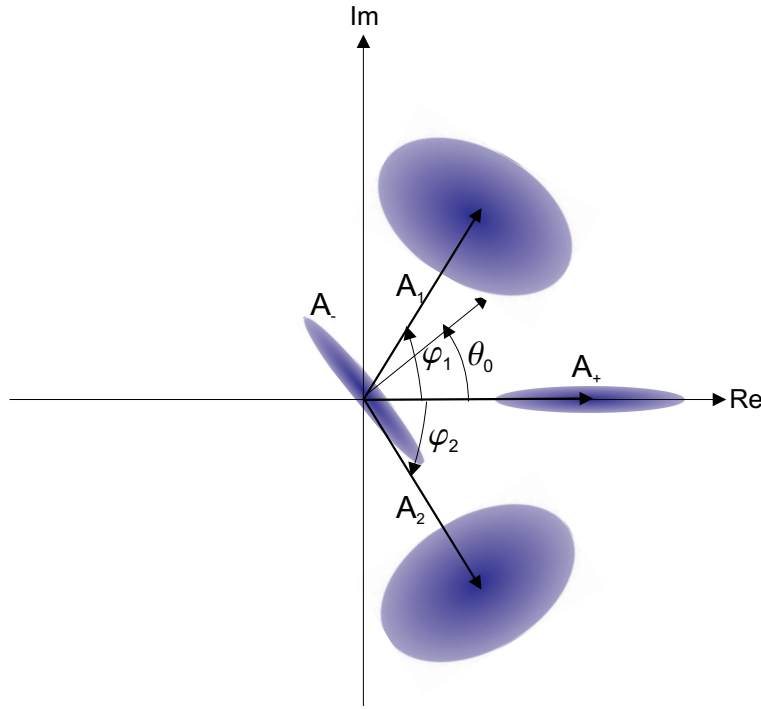


Fig. 3.23 –  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_+$ ,  $A_-$  et leurs fluctuations en représentation de Fresnel

considérées. Comme le mode (+) n'est pas affecté par la présence de la lame sa variance minimale reste la quadrature de phase  $p_+$ . Le commutateur des quadratures  $q(\theta)$  et  $p$  a pour valeur :

$$[q(\theta), p] = i \cos(\theta) \quad (3-116)$$

Alors une condition suffisante pour vérifier le critère d'inséparabilité entre les modes (1) et (2) est :

$$V_-(\theta) + V_+(p) \leq 2|\cos(\theta)| \quad (3-117)$$

où  $V_-(\theta) = \langle |q_-(\theta)|^2 \rangle$ . Nous allons tracer la valeur optimale du critère prise en  $\theta = \theta_0$ . La figure 3.24 nous montre que  $V_-^{min} + V_+(p)$  est très proche de la solution idéale sans lame pour de faibles valeurs de  $c$  à basse fréquence. Ce résultat est très différent de celui obtenu avec la quadrature d'amplitude où on observait un fort dépassement du critère dans cette configuration. L'excès de bruit sur la différence des quadratures a été supprimé par le choix de la quadrature comprimée qui a tourné. Pour des valeurs de  $c$  élevées le critère n'est plus vérifié car l'angle  $\theta$  se rapproche de  $\pi/2$ . La valeur du commutateur 3-116 devient très faible et le critère 3-117 est de plus en plus difficile à vérifier.

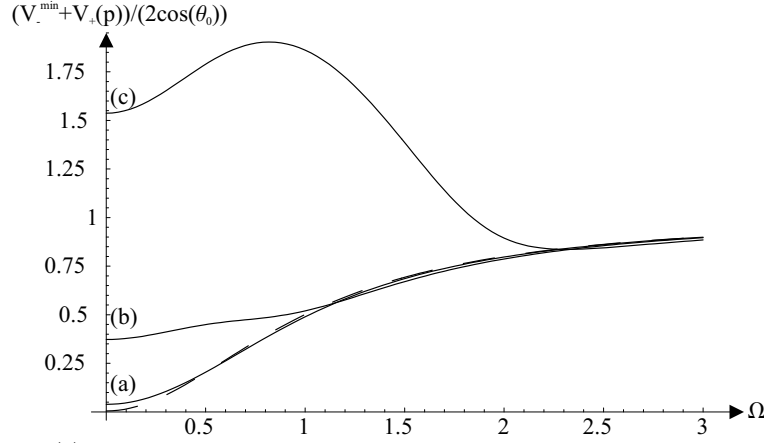


Fig. 3.24 -  $\frac{V_{-}^{min} + V_{+}(p)}{2|\cos(\theta_0)|}$  en fonction de  $\Omega$  pour  $\sigma = 1$  et (a)  $c = 0.5$ ; (b)  $c = 1$ ; (c)  $c = 2$  et  $c = 0$  en pointillés

## C.7 Effet des pertes

Jusqu'à présent nous n'avons pris en compte aucune pertes internes dans la cavité. Or la présence de réflexions parasites sur les faces du cristal et de la lame et d'absorption dans le cristal nous obligent à en tenir compte. Le calcul des fluctuations de l'OPO "classique" en présence de pertes est bien connu [Fabre89] et nous allons appliquer la même méthode afin les prendre en compte. Les pertes totales en amplitude pour un tour du champ dans la cavité vont être notées :

$$\gamma_T = \gamma + \gamma' \quad (3-118)$$

$\gamma$  représente les pertes "utiles" du miroir de couplage et  $\gamma'$  les pertes intracavité que nous avons décrites plus haut. Nous allons supposer que ces pertes sont égales pour les champs signal et complémentaire. Les équations de bouclage sur un tour s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} = [-\gamma_T + i\delta_1]A_1 + gA_0A_2^* + \varepsilon e^{i(\Theta - \frac{\Delta\phi}{2})}A_2 + \sqrt{2\gamma}A_1^{in} + \sqrt{2\gamma'}(A_1^{in})' \\ \tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} = [-\gamma_T + i\delta_2]A_2 + gA_0A_1^* + \varepsilon e^{-i(\Theta - \frac{\Delta\phi}{2})}A_1 + \sqrt{2\gamma}A_2^{in} + \sqrt{2\gamma'}(A_2^{in})' \\ A_0 = A_0^{in} - \frac{g}{2}A_1A_2 \end{cases} \quad (3-119)$$

$(A_1^{in})'$  et  $(A_2^{in})'$  correspondent aux champs du vide entrant reliés aux pertes internes. Ils sont décorrélés de  $A_1$  et  $A_2$  et vont avoir pour effet d'atténuer les réductions de bruit que nous avons décrites précédemment. En linéarisant 3-119 autour des valeurs moyennes et en appliquant la même démarche que précédemment on calcule les quadratures de

phase et d'amplitude  $q_{\pm}^{sort}$  et  $p_{\pm}^{sort}$  :

$$q_+^{sort} = \frac{(\sigma - 2 + \mu + i\Omega)q_+^{in} - \sqrt{2(1-\mu)(\sigma-1)}q_0^{in} - \sqrt{\mu(1-\mu)}(q_+^{in})'}{\sigma - 1 + i\Omega} \quad (3-120)$$

$$p_+^{sort} = \frac{(\sigma - 1 + \mu + i\Omega)p_+^{in} - \sqrt{2(1-\mu)(\sigma-1)}p_0^{in} - \sqrt{\mu(1-\mu)}(p_+^{in})'}{\sigma + i\Omega} \quad (3-121)$$

$$q_-^{sort} = \frac{(c^2 - \Omega^2 + i\mu\Omega)q_-^{in} - (1-\mu)cp_-^{in} - i\Omega\sqrt{\mu(1-\mu)}(q_-^{in})'}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} - \frac{c\sqrt{\mu(1-\mu)}(p_-^{in})'}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} \quad (3-122)$$

$$p_-^{sort} = \frac{(c^2 - \Omega^2 + \mu - 1 + i\mu\Omega)p_-^{in} + (1-\mu)cq_-^{in} - (1+i\Omega)\sqrt{\mu(1-\mu)}(p_-^{in})'}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} + \frac{c\sqrt{\mu(1-\mu)}(q_-^{in})'}{c^2 - \Omega^2 + i\Omega} \quad (3-123)$$

où  $\mu = \gamma'/\gamma_T$  représente la part des pertes internes dans les pertes totales. On peut en déduire les variances associées :

$$V(p_+^{sort}) = 1 - \frac{1-\mu}{\sigma^2 + \Omega^2} \quad (3-124)$$

$$V(q_+^{sort}) = 1 + \frac{1-\mu}{(\sigma-1)^2 + \Omega^2} \quad (3-125)$$

$$V(q_-^{sort}) = \frac{(c^2 - \Omega^2)^2 + (1-\mu)(c^2 + \mu\Omega^2) + \mu^2\Omega^2}{(c^2 - \Omega^2)^2 + \Omega^2} \quad (3-126)$$

$$V(p_-^{sort}) = \frac{(c^2 - (1 + \Omega^2) + \mu)^2 + (1-\mu)(c^2 + \mu(1 + \Omega^2)) + \mu^2\Omega^2}{(c^2 - \Omega^2)^2 + \Omega^2} \quad (3-127)$$

Nous allons prendre des valeurs expérimentales réalistes afin de voir comment les pertes modifient les résultats que nous avons obtenus précédemment sur la fidélité. Nous allons reprendre un miroir de couplage de transmission  $T = 10\%$ . Cela correspond à une valeur  $\gamma = 5 \times 10^{-2}$ . Les pertes de la cavité en intensité sont approximativement de 1%. Cela nous amène à une valeur  $\mu = 0.1$ . Le taux de pompage sera pris un peu au-dessus du seuil avec  $\sigma = 1.1$ .

Sans pertes, on obtient une fidélité de 1 pour un OPO sans lame à fréquence nulle. La figure 3.25 nous montre que l'effet des pertes est tout d'abord de diminuer cette fidélité. Une fois la lame tournée on dépasse  $F = 2/3$  pour  $\rho = 0.7^\circ$  au lieu de  $0.8^\circ$  sans pertes. Les pertes dégradent donc les performances du système. En revanche elles permettent de rester au-dessus de la fidélité de  $2/3$  si l'on prend soin de minimiser les pertes par le choix d'optiques possédant des traitements antireflets de qualité à l'intérieur de la cavité.

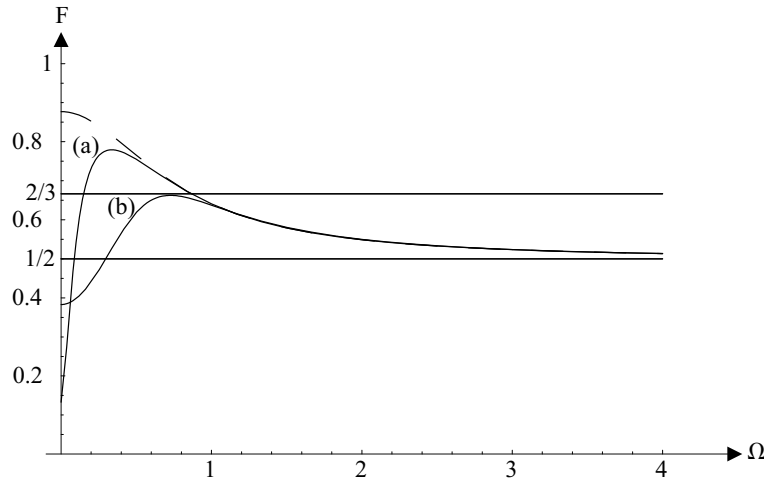


Fig. 3.25 –  $F$  en fonction de  $\Omega$  pour  $\sigma = 1.1$  et (a)  $\rho = 0.2^\circ$ ; (b)  $\rho = 0.7^\circ$  et  $\rho = 0$  en pointillés

## D Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que les faisceaux émis par un OPO pompé au-dessus du seuil présentent un caractère “inséparable” qui en fait de bons candidats pour être utilisés comme faisceaux EPR dans une expérience de téléportation quantique. Ils permettent en effet de dépasser la fidélité de  $2/3$  qui caractérise le régime de téléportation quantique. En revanche, la difficulté d’obtenir une émission à dégénérescence rend difficilement exploitable la mesure des corrélations entre les fluctuations de phase. Nous avons calculé le comportement de l’OPO autoverrouillé vis-à-vis de ces mêmes critères. Alors que les propriétés quantiques de la somme des fluctuations est inchangée, les fluctuations de la différence des quadratures sont affectées par le couplage induit par la lame. Nous avons montré que la suppression de la diffusion de phase sur la différence des phases entraîne en contrepartie une augmentation du bruit sur la différence d’intensité qui dégrade dramatiquement les corrélations EPR dès que l’angle de la lame atteint quelques degrés. Afin de retrouver des corrélations maximales il nous faut étudier les fluctuations de la différence d’une quadrature qui n’est pas l’amplitude mais qui est tournée par rapport à celle-ci. En ayant explicité une extension du critère d’inséparabilité à des quadratures non orthogonales nous avons montré que les faisceaux jumeaux gardent leur caractère inséparable à des angles de la lame plus élevés que ne nous l’aurait permis le critère d’inséparabilité avec quadratures orthogonales. Enfin, nous avons étudié théoriquement l’effet des pertes sur les performances du système et confirmé qu’elles ne dégradent pas les résultats de manière rhédibitoire au vu des traitements antireflets qui sont à notre disposition au laboratoire.

## Chapitre 4

# Génération vectorielle de seconde harmonique - Reconversion paramétrique

Dans le cadre d'un contrat de recherche passé avec France Télécom nous avons proposé un projet de réalisation d'un régénérateur tout-optique utilisant des effets de polarisation dans un OPO de type II. Il s'agit d'un dispositif de remise en forme de signaux optiques dégradés que nous étudierons en détail dans le chapitre 5. Les Oscillateurs Paramétriques Optiques que nous avons étudiés dans les chapitres précédents ont tous comme point commun d'être pompés par un champ à fréquence  $\omega_0$ . Ils présentent un seuil d'oscillation pour l'intensité pompe au delà duquel deux faisceaux séparables en polarisation et de fréquence  $\omega_0/2$  sont émis. L'émission à fréquence  $\omega_0/2$  est alors "déclenchée" par le champ à fréquence  $\omega_0$ . En vue d'applications télécom, ce décalage de fréquence entre le champ déclencheur et le champ émis n'est pas souhaitable. Par conséquent nous nous sommes intéressés à un OPO triplement résonant où le champ pompe n'est pas injecté dans la cavité par un laser extérieur mais est créé à l'intérieur de la cavité par doublage de fréquence de type II d'un champ à fréquence  $\omega_0/2$ . Un tel système, que nous appellerons TROPO à reconversion paramétrique a été étudié théoriquement pour la première fois par M. Marte en 1994 [Marte94] pour des processus non linéaires de type I et par Z. Y. Ou [Ou94] pour des processus de type II. En type II, Ou a montré l'existence d'un seuil d'oscillation à fréquence  $\omega_0/2$  au-delà duquel l'OPO produit un champ polarisé perpendiculairement au champ incident et de même fréquence. Un système approchant, hors cavité, a été étudié expérimentalement en régime pulsé [Petrov02]. Cet effet sera exploité dans le chapitre 5 pour réaliser un régénérateur tout-optique. Nous allons rappeler dans la première section les résultats obtenus en [Ou94] à exacte triple résonance et étendrons ces résultats au cas d'un petit écart de résonance signal/complémentaire.

De plus, un tel système possède également un comportement dynamique intéressant très étudié théoriquement. En 1994, M. Reid [Eschmann94] étudie théoriquement le



comportement d'un système équivalent au TROPO de type II et met en évidence l'existence d'une bifurcation "en fourche" (pitchfork bifurcation) pour l'intensité du champ transmis à  $\omega_0/2$ . Cette bifurcation traduit la brisure de symétrie qui survient entre les deux champs subharmoniques polarisés orthogonalement lorsque l'oscillation paramétrique apparaît. Des études théoriques plus approfondies de la dynamique de ce système [Jack96], [Peschel98] ont montré un comportement riche qui fait apparaître, outre la bifurcation en fourche des phénomènes d'auto-oscillation. En utilisant un montage original à double cavité nous avons étudié expérimentalement les propriétés du champ fondamental transmis que nous présentons dans la deuxième partie de ce chapitre.

## A Prévisions théoriques

Le système que nous allons étudier consiste en une cavité en anneau triplement résonante à un seul miroir de couplage semblable à celui que nous avons étudié dans les chapitres précédents. Elle est représentée sur la figure 4.1. Elle contient un cristal non linéaire de type II et est supposée résonante aux fréquences  $\omega_0/2$  et  $\omega_0$ . Le système est maintenant injecté par un faisceau de fréquence  $\omega_0/2$  (et non plus à la fréquence  $\omega_0$ ) dont la polarisation linéaire est incliné de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal. Cette configuration va nous permettre de doubler efficacement le faisceau subharmonique afin de créer à l'intérieur de la cavité le faisceau harmonique de fréquence  $\omega_0$ , qui pourra ensuite se "reconvertir" en deux faisceaux signal et complémentaire, d'où le nom de reconversion paramétrique donné à cette configuration.

### A.1 Equations stationnaires

Afin de garder une description commune aux chapitre précédents nous allons utiliser le vocabulaire suivant pour décrire les modes du champ à l'intérieur de la cavité :

- le champ incident à fréquence  $\omega_0/2$  sera appelé champ source.
- le champ harmonique à fréquence  $\omega_0$  sera appelé champ pompe.
- les projections du champ à la fréquence  $\omega_0/2$  sur les axes neutres (1) et (2) du cristal seront appelés champs signal et complémentaire.

Le processus de reconversion paramétrique vérifie la relation de conservation de l'énergie pour les champs signal et complémentaire ce qui implique que la somme de leurs fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  vérifie  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ . Le comportement du TROPO à reconversion met en jeu plusieurs processus paramétriques simultanés qui sont le doublage de

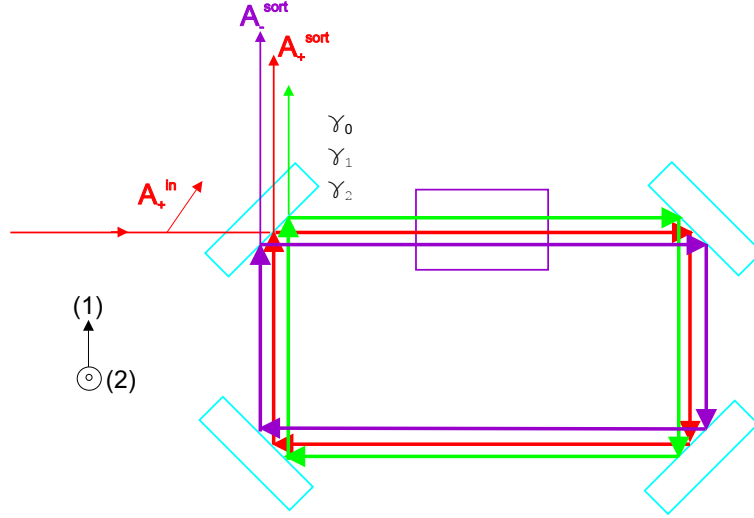


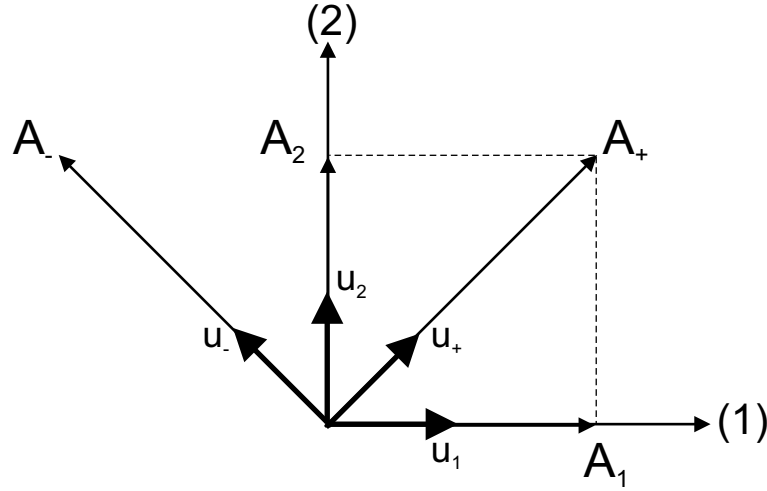
Fig. 4.1 – Génération de seconde harmonique/reconversion avec une cavité en anneau. Le champ source est polarisé linéairement à  $45^\circ$  des axes propres du cristal.

fréquence, la génération de somme de fréquences, et la conversion paramétrique de modes signal et complémentaire en éventuelle compétition. Un tel régime a été étudié théoriquement par M. Marte [Marte95], [Marte94] et S. Schiller [Schiller97] pour des mélanges à trois ondes de type I. Le système émet alors des faisceaux signal et complémentaire non dégénérés, de fréquences disposées symétriquement de part et d'autre de la fréquence de dégénérescence  $\omega_0/2$ . Ces conversions multiples ont été observées expérimentalement en 1997 [White97], [Schneider97] dans un TROPO à reconversion de type I utilisant un cristal de Niobate de Lithium.

Nous n'allons prendre en compte dans les équations que la reconversion paramétrique à dégénérescence de fréquence comme il a été fait dans [Ou94]. Cela revient à supposer que c'est ce processus qui a le seuil le plus bas, et non pas la reconversion non dégénérée. Les seules fréquences qui seront impliquées dans les processus non linéaires seront les deux fréquences fondamentales et de seconde harmonique  $\omega_0/2$  et  $\omega_0$ . Comme nous l'avons fait précédemment, nous allons écrire les équations pour les trois champs pompe, signal et complémentaire qui imposent le bouclage des champs sur eux-même. Ces équations sont les mêmes qu'en 1-106 à la différence près qu'il n'y a pas de champ pompe incident et que ce sont maintenant les champs signal et complémentaire qui sont injectés de manière équilibrée sur les axes optiques (1) et (2) du cristal par le champ

$$\mathbf{A}_+^{in} = \frac{A_+^{in}}{\sqrt{2}} \mathbf{u}_1 + \frac{A_+^{in}}{\sqrt{2}} \mathbf{u}_2 \quad (4-1)$$

Nous avons introduit ici les modes  $A_\pm$  polarisés à  $\pm 45^\circ$  des axes optiques du cristal schématisés sur la figure 4.2.


 Fig. 4.2 – Directions de polarisation orthogonales  $A_{\pm}$ .

Les équations de bouclage des champs en supposant les trois champs proches de résonance sont alors selon [Ou94] :

$$\begin{cases} (\gamma_1 - i\Delta_1)A_1 = gA_0A_2^* + \sqrt{2}\gamma_1 \frac{A_{in}}{\sqrt{2}} \\ (\gamma_2 - i\Delta_2)A_2 = gA_0A_1^* + \sqrt{2}\gamma_2 \frac{A_{in}}{\sqrt{2}} \\ (\gamma_0 - i\Delta_0)A_0 = -gA_1A_2 \end{cases} \quad (4-2)$$

avec

$$\Delta_i = \frac{\omega_0}{2c}(n_i l + L) \pmod{2\pi} \text{ avec } i = 1, 2 \quad (4-3)$$

$$\Delta_0 = \frac{\omega_0}{c}(n_0 l + L) \pmod{2\pi} \quad (4-4)$$

qui représentent l'écart à résonance des déphasages sur un tour des champs  $A_i$ <sup>1</sup>. Nous rappelons que les coefficients  $\gamma_i$  caractérisent les faibles pertes du miroir de couplage et sont reliés aux coefficients de réflexion et de transmission en amplitude  $r_i$  et  $t_i$  par les relations<sup>2</sup> :

$$\begin{aligned} r_i &= 1 - \gamma_i \\ t_i &= \sqrt{2\gamma_i} \end{aligned}$$

Afin de simplifier les équations à venir nous allons supposer que les pertes du miroir sont égales pour les champs signal et complémentaire :

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \quad (4-5)$$

1. Nous n'avons pas tenu compte dans cette expression des déphasages supplémentaires dus aux miroirs.

2. Nous avons supposé ici que les seules pertes de la cavité viennent du miroir de couplage.

Nous allons réécrire 4-2 dans la base des polarisations  $\{\mathbf{u}_+, \mathbf{u}_-\}$  à  $45^\circ$  des axes optiques du cristal définies par:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_+ &= \frac{\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{u}_- &= \frac{\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (4-6)$$

Les équations 4-2 deviennent:

$$\begin{cases} (\gamma - i\Delta_m)A_+ - i\Delta_-A_- &= gA_0A_+^* + \sqrt{2}\gamma A_+^{in} \\ (\gamma - i\Delta_m)A_- - i\Delta_-A_+ &= -gA_0A_-^* \\ (\gamma_0 - i\Delta_0)A_0 &= -\frac{g}{2}(A_+^2 - A_-^2) \end{cases} \quad (4-7)$$

avec

$$\Delta_m = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} \quad (4-8)$$

où  $\Delta_m$  représente l'écart à résonance du déphasage moyen sur un tour et

$$\Delta_- = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{2} \quad (4-9)$$

où  $\Delta_-$  représente l'écart à la résonance simultanée pour les champs signal et complémentaire  $A_1$  et  $A_2$ .

Afin d'obtenir l'intensité pompe la plus élevée possible, il est clair que la condition de double résonance  $\Delta_1 = \Delta_2$  doit être vérifiée. Nous avons déjà vu que cette relation n'est vérifiée que pour des valeurs discrètes de la température du cristal qui permettent la résonance simultanée des champs signal et complémentaire dégénérés en fréquence. Pour la suite des calculs nous nous placerons à une telle température dite de dégénérescence.

### A.1.1 Génération de seconde harmonique à température de dégénérescence

La condition  $\Delta_1 = \Delta_2$  est à la fois la condition de double résonance qui va permettre le doublage de fréquence le plus efficace et aussi la condition d'oscillation de l'OPO pour des faisceaux dégénérés. Dans ce cas précis les équations 4-7 deviennent:

$$(\gamma - i\Delta_m)A_+ = gA_0A_+^* + \sqrt{2}\gamma A_+^{in} \quad (4-10)$$

$$(\gamma - i\Delta_m)A_- = -gA_0A_-^* \quad (4-11)$$

$$(\gamma_0 - i\Delta_0)A_0 = -\frac{g}{2}(A_+^2 - A_-^2) \quad (4-12)$$

Les équations 4-10 et 4-11 montrent que l'évolution des champs  $A_+$  et  $A_-$  est découplée. La première équation décrit la génération de seconde harmonique en fonction du flux

signal incident  $A_+^{in}$ . Le champ pompe est alors créé par le doublage du champ  $A_+$ . L'équation 4-11 nous donne directement la relation suivante :

$$(\gamma^2 + \Delta_m^2 - g^2|A_0|^2)|A_-|^2 = 0 \quad (4-13)$$

On en déduit immédiatement deux régimes de fonctionnement du système:

- $A_- = 0$ : le système se comporte comme un générateur de seconde harmonique où toute l'énergie apportée par le signal source à  $\omega_0/2$  se convertit en un faisceau doublé à fréquence  $\omega_0$ .
- $A_- \neq 0$  ce qui impose l'intensité intracavité du champ pompe qui devient indépendante de l'intensité source incidente. On retrouve le comportement de la pompe d'un OPO pompé au-dessus du seuil. La valeur bloquée de l'intensité pompe intracavité est :

$$N_0 = |A_0|^2 = \frac{\gamma^2 + \Delta_m^2}{g^2} \quad (4-14)$$

A la longueur de résonance pour la fréquence source on a  $\Delta_m = 0$  et l'intensité pompe intracavité bloquée est minimale. Cette valeur minimale est atteinte lorsque  $|A_+^{in}| \geq (N_+^{in})_{seuil}^{min}$  avec

$$(N_+^{in})_{seuil}^{min} = \frac{4\gamma^2\gamma_0}{g^2} \quad (4-15)$$

ce qui nous définit un seuil pour l'intensité du champ source qui permet la re-conversion paramétrique le long de la polarisation (-). Ce seuil est de l'ordre du seuil d'un OPO triplement résonant à un facteur 8 près. Nous allons maintenant étudier plus en détail ces deux régimes.

#### A.1.1.a Régime de génération de seconde harmonique

Si nous posons  $A_- = 0$  nous arrivons en combinant les équations 4-10 et 4-12 à deux équations qui relient  $A_+$ ,  $A_0$  et  $A_+^{in}$  :

$$A_+^2 = -2\frac{\gamma_0 + i\Delta_0}{g}A_0 \quad (4-16)$$

$$A_0 = -g\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\frac{A_+A_+^{in}}{g^2|A_+|^2 + (\gamma_0 + i\Delta_0)(\gamma + i\Delta_m)} \quad (4-17)$$

En prenant les modules au carré de ces deux expressions on arrive à ces deux relations :

$$N_+^{in} = \frac{N_+}{2\gamma(\gamma_0^2 + \Delta_0^2)} [(g^2N_+ + \gamma_0\gamma - \Delta_0\Delta_m)^2 + (\gamma_0\Delta_m + \gamma\Delta_0)^2] \quad (4-18)$$

$$N_0 = \frac{g^2}{4(\gamma_0^2 + \Delta_0^2)}N_+^2 \quad (4-19)$$

L'équation 4-18 est une équation de degré 3 en  $N_+$  qui peut être résolue numériquement et donner l'évolution de  $N_+$  en fonction de  $N_+^{in}$ . On déduit ensuite de 4-19 l'évolution de  $N_0$  en fonction de  $N_+^{in}$ .

#### A.1.1.b Régime de conversion paramétrique

Nous avons maintenant  $A_- \neq 0$ . L'intensité pompe intracavité est bloquée et égale à  $N_0 = |A_0|^2 = \frac{\gamma^2 + \Delta_m^2}{g^2}$ . On combine alors les équations 4-10, 4-11 et 4-12 pour obtenir les trois équations suivantes :

$$A_-^2 = -\frac{gA_0|A_-|^2}{\gamma + i\Delta_m} \quad (4-20)$$

$$A_+^2 = -2\frac{A_0}{g} \left( \gamma_0 + i\Delta_0 + \frac{g^2|A_-|^2}{2(\gamma + i\Delta_m)} \right) \quad (4-21)$$

$$A_0 = -g\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \frac{A_+ A_+^{in}}{g^2|A_+|^2 + g^2|A_-|^2 + (\gamma_0 + i\Delta_0)(\gamma + i\Delta_m)} \quad (4-22)$$

Les équations 4-21 et 4-22 nous permettent d'exprimer  $|A_-|^2$  en fonction de  $N_+^{in}$ . On obtient ensuite l'évolution de  $A_+^2$  en fonction de  $N_+^{in}$  à partir de l'équation 4-21.

Nous allons nous intéresser aux champs sortant de la cavité, ceux-ci étant les seuls observables. Les relations entre les champs intracavité  $A_i$  et les champs sortant  $A_i^{sort}$  sont:

$$\begin{aligned} A_0^{sort} &= \sqrt{2\gamma_0}A_0 \\ A_-^{sort} &= \sqrt{2\gamma}A_- \\ A_+^{sort} &= \sqrt{2\gamma}A_+ - rA_+^{in} \end{aligned} \quad (4-23)$$

Grâce aux relations établies plus haut et aux relations entrée/sortie 4-23 on est en mesure de calculer numériquement les variations des intensités des champs sortant de la cavité en fonction de  $N_+^{in}$ . Nous allons nous placer dans le cas de figure optimal où le champ pompe et les champs signal et complémentaire résonnent pour une même longueur de cavité. La figure 4.3 montre l'évolution des intensités sortantes  $N_0^{sort}$ ,  $N_+^{sort}$  et  $N_-^{sort}$  lorsque les trois champs pompe, signal et complémentaire sont à triple résonance exacte. On a alors  $\Delta_- = \Delta_m = \Delta_0 = 0$ . Lorsqu'on regarde l'équation 4-12 qui représente la déplétion de la pompe intracavité, on voit que le processus paramétrique à l'oeuvre est la destruction d'un photon pompe en deux photons  $\omega_+$  ou  $\omega_-$ , chaque photon pompe étant créé à partir de deux photons signal injecté. Ce processus se traduit en termes de flux de photons par la relation

$$N_+^{in} = 2N_0^{out} + N_+^{out} + N_-^{out} \quad (4-24)$$

On peut voir sur la figure 4.3 deux régimes de fonctionnement :

- tant que  $N_+^{in} \leq (N_+^{in})^{seuil}$  le système se comporte comme un générateur de seconde harmonique avec efficacité de conversion de 100%<sup>3</sup> ; la pompe a une évolution quasi linéaire en fonction du flux incident. Le flux  $N_+^{out}$  est proche de 0 à cause d'interférences destructives entre le flux incident et le flux réfléchi. Le flux sortant  $N_-^{out}$  est toujours nul, aucune reconversion paramétrique n'étant présente.
- lorsque  $N_+^{in} \geq (N_+^{in})^{seuil}$  le seuil d'oscillation est atteint et comme dans un OPO classique le flux pompe intracavité est écrêté à sa valeur seuil qui vaut  $(N_+^{in})^{seuil}/2$ , le surplus de photons pompe étant reconverti en photons subharmoniques de polarisation (+) et (-). Le flux  $N_-^{out}$  est maintenant non nul et varie linéairement avec le flux pompe incident  $N_+^{in}$ .

Nous avons ainsi un système qui présente un effet de seuil d'oscillation pour le champ polarisé le long de la direction (-) suivi d'une variation linéaire par rapport au flux source incident. Comme nous sommes en mesure de séparer les deux polarisations orthogonales  $\{A_+, A_-\}$  à l'aide par exemple d'un cube polariseur, nous pouvons obtenir une transmission présentant un seuil marqué pour la polarisation (-). Nous allons exploiter cette propriété dans le chapitre 5 pour réaliser expérimentalement un régénérateur tout-optique de signaux dégradés.

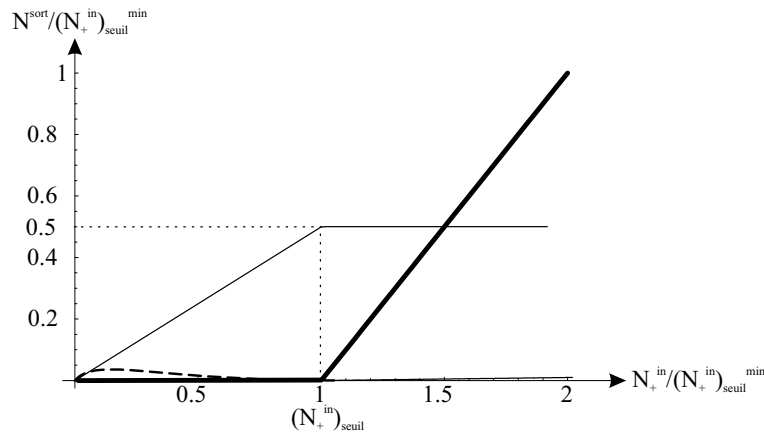


Fig. 4.3 – Flux des champs sortants en fonction du flux signal injecté à triple résonance. Flux pompe en trait fin, flux de la polarisation (+) en pointillé et flux de la polarisation (-) en trait gras. Les flux sont normalisés au flux source incident seuil minimum  $(N_+^{in})_{seuil}^{min}$ .

3. Cette efficacité maximale vient du fait que nous n'avons tenu compte d'aucunes pertes autres que celles du miroir de couplage.

### A.1.2 Génération de seconde harmonique/reconversion près de la température de dégénérescence

Comme il est difficile d'avoir avec les régulations en température un contrôle à moins de quelques dizaines de  $mK$  nous allons montrer quel est le comportement du système lorsque la température du cristal est légèrement décalée par rapport à une des températures de dégénérescence du cristal. Dans un tel cas de figure la différence des déphasages  $\Delta_-$  est non nulle et nous pouvons déduire des équations 4-7 les trois relations suivantes :

$$gA_0 = -(\gamma + i\Delta_m) + \frac{(\gamma_0 + i\Delta_0)\Delta_-^2}{g^2N_-} \pm |\Delta_-| \sqrt{\frac{2(\gamma_0 + i\Delta_0)}{g^2N_-} \left( -(\gamma + i\Delta_m) + \frac{(\gamma_0 + i\Delta_0)\Delta_-^2}{2g^2N_-} \right) - 1} \quad (4-25)$$

$$A_+ = i\sqrt{N_-} \frac{gA_0 + \gamma + i\Delta_m}{\Delta_-} \quad (4-26)$$

$$\sqrt{2\gamma}A_+^{in} = (\gamma - i\Delta_m)A_+ - i\Delta_-A_- - gA_0A_+^* \quad (4-27)$$

avec  $N_- = |A_-|^2$ . A partir de ces trois équations on peut exprimer  $A_+$ ,  $A_0$  et  $A_+^{in}$  en fonction de  $N_-$ . En utilisant de nouveau les relations sur le miroir de couplage 4-23 on peut faire un tracé paramétrique de  $N_+^{sort}$ ,  $N_0^{sort}$ ,  $N_-^{sort}$  et  $N_+^{in}$  en prenant  $N_-$  comme paramètre.

On peut exprimer  $\Delta_-$  en fonction de la température du cristal en utilisant les valeurs numériques des variations thermiques des indices du cristal exprimées en B.1.4.a. Nous avons tracé sur la figure 4.4 les flux sortants des trois champs en fonction du flux source entrant pour une valeur de la température du cristal  $T$  donnée à résonance pompe ( $\Delta_0 = 0$ ) et à une longueur de cavité telle que  $\Delta_m = 0$ . Nous prendrons comme précédemment la convention  $\Delta_1 = \Delta_2$  lorsque  $\delta T = 0$ .

On voit sur la figure 4.4 que le champ  $A_-$  est maintenant non nul avant l'oscillation ce qui réduit l'intérêt du système pour une utilisation dans un système régénérateur. Cette intensité résiduelle peut être extrêmement gênante expérimentalement comme nous allons le voir dans le chapitre 5. Le seuil pompe intracavité d'oscillation de l'OPO est augmenté par rapport à celui obtenu à la température de dégénérescence ce qui entraîne par là même une augmentation du flux signal incident nécessaire à l'obtention de l'oscillation. Nous voyons donc que la température du cristal est un paramètre assez critique pour obtenir une oscillation à seuil bas sans intensité résiduelle sur la



polarisation (-). Un écart de quelques dizaines de  $mK$  réduit rapidement l'efficacité du système.

Nous venons de voir que le doublage n'est efficace qu'aux températures vérifiant la résonance simultanée des deux polarisations le long des axes (1) et (2) à la fréquence  $\omega_0/2$ . De plus, il est nécessaire que la cavité soit également résonante pour la fréquence  $\omega_0$  afin d'abaisser au maximum le seuil de reconversion paramétrique. Même si la finesse de la cavité est plus faible pour le champ harmonique que pour le champ source cette triple résonance simultanée ne peut se produire qu'accidentellement. Il manque donc un paramètre ajustable qui nous permette de réaliser cette triple résonance. C'est pour cette raison que nous avons utilisé expérimentalement un montage en double cavité pour le TROPO à reconversion paramétrique qui va nous permettre de faire résonner indépendamment les champs à fréquence  $\omega_0/2$  et le champ de seconde harmonique à fréquence  $\omega_0$ . Il faut rappeler que nous avons présenté ici une théorie simplifiée du système où nous n'avons pas pris en compte une possible reconversion non dégénérée pour les champs signal et complémentaire. Une telle émission a été observée expérimentalement [White97], [Schneider97] avec un cristal de type I et au laboratoire par K. S. Zhang [Zhang02] avec un cristal de type II.

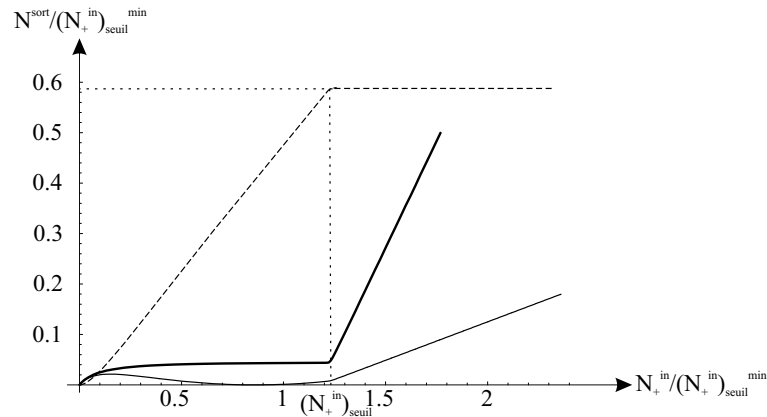


Fig. 4.4 – Flux des champs sortants normalisés en fonction du flux signal injecté. Flux pompe en pointillés, flux polarisation (+) en trait fin et flux polarisation (-) en trait gras. La température du cristal est éloignée de  $\delta T = 50mK$  de la température de dégénérescence et la longueur de la cavité est résonante pour la pompe.

## A.2 Equations stationnaires avec lame biréfringente

Nous avons montré en B.1 l'effet de l'insertion dans une cavité d'OPO en anneau d'une lame  $\lambda/2$ . Lorsqu'on tourne ses axes neutres de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal alors les deux modes propres de polarisation se décomposent symétriquement

sur les axes optiques du cristal  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ . Cette propriété va nous permettre de doubler efficacement le faisceau injecté sur une large plage de température [Zondy94]. Cette dernière va pouvoir ainsi être ajustée afin d'optimiser la condition d'accord de phase, la condition critique de double résonance ne s'appliquant plus. Nous allons introduire dans une cavité OPO linéaire une lame  $\lambda/2$  à  $45^\circ$  comme nous le voyons sur la figure 4.5.

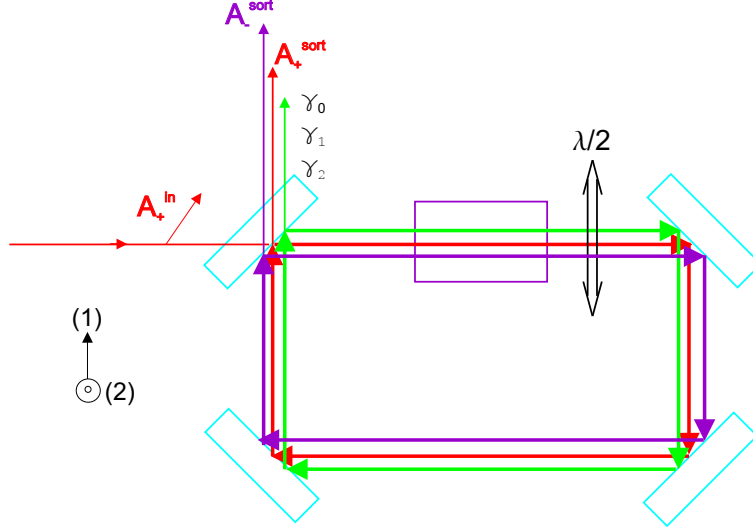


Fig. 4.5 – Dessin de la cavité de doublage.

Nous allons rappeler les équations de bouclage en cavité linéaire avec lame  $\lambda/4$  à  $45^\circ$ . On suppose comme dans le chapitre précédent que le signal incident est polarisé le long de  $A_+$ . Les deux équations sont:

$$A_1 e^{-i\Delta_m} = irA_2 + igA_0A_1^* + \sqrt{2\gamma}A_1^{in} \quad (4-28)$$

$$A_2 e^{-i\Delta_m} = irA_1 + igA_0A_2^* + \sqrt{2\gamma}A_2^{in} \quad (4-29)$$

En recombinant ces équations on peut réécrire 4-28 et 4-29 dans la base des champs polarisés linéairement à  $\pm 45^\circ$  :

$$A_+(e^{-i(\Delta_m + \frac{\pi}{2})} - r) = gA_0A_+^* + \sqrt{2\gamma}A_+^{in} \quad (4-30)$$

$$-A_-(e^{-i(\Delta_m - \frac{\pi}{2})} - r) = gA_0A_-^* \quad (4-31)$$

Comme nous l'avons vu en 1.7, les champs  $A_+$  et  $A_-$  ne résonnent pas simultanément et sont séparés indépendamment de la température par un demi intervalle spectral libre de la cavité.

Nous allons nous placer à une longueur de cavité telle que celle-ci soit résonante pour le champ  $A_+$ . C'est la configuration de doublage la plus efficace. Nous avons alors

$$\Delta_m + \frac{\pi}{2} = 0 \pmod{2\pi} \quad (4-32)$$

Les équations 4-30 et 4-31 se réécrivent alors :

$$\gamma A_+ = g A_0 A_+^* + \sqrt{2\gamma} A_+^{in} \quad (4-33)$$

$$2A_- = g A_0 A_-^* \quad (4-34)$$

On a toujours l'équation de résonance de la pompe 4-12. On voit sur les deux équations précédentes que le comportement du système est comme précédemment découplé pour les deux champs  $A_+$  et  $A_-$ .

L'équation 4-33 décrit la génération de seconde harmonique à partir du champ incident  $A_+$ . Elle est identique à celle obtenue en 4-10 à la température de double résonance pour les polarisations le long de  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ . La différence essentielle réside dans le fait que cette équation s'écrit ici pour une valeur quelconque de la température du cristal. La longueur de la cavité devient ici le seul paramètre à ajuster.

L'équation 4-34 montre qu'en revanche la polarisation le long de  $\mathbf{u}_-$  n'est pas résonante à cette longueur ce qui va considérablement augmenter le seuil d'oscillation de l'OPO. Ce seuil a maintenant pour expression :

$$N_+^{seuil} = \frac{8\gamma_0}{\gamma g^2} = \frac{2}{\gamma^3} N_+^{seuil}(\text{sans lame}) \quad (4-35)$$

Ce seuil est beaucoup plus élevé que le seuil de reconversion obtenu sans lame.

### A.3 Bifurcations

Nous avons fait remarquer dans le chapitre D.2.2 que les équations 1-106 laissaient la différence de phase entre le champ  $A_1$  et  $A_2$  indéterminée. Ce résultat caractéristique d'un fonctionnement de l'OPO de type II est valable même pour une émission signal/complémentaire dégénérée en fréquence. Cela est dû au fait que les deux modes signal et complémentaire sont polarisés orthogonalement et ne seront donc jamais confondus dans le même mode.

Les propriétés classiques de l'OPO de type I ont été décrites dans le détail par de nombreux auteurs [Lugiato88, Braunstein98]. Ces études ont montré l'existence d'une indétermination de  $\pi$  de la phase du champ signal au-dessus du seuil ainsi que des effets dynamiques riches tels que de la bistabilité, de l'auto-oscillation et des comportements chaotiques du système. On peut remarquer que les équations 4-7 présentent des similitudes avec celles d'un tel OPO. En effet, chaque photon pompe à  $\pm 45^\circ$  se reconvertit en deux photons *du même mode* comme avec un cristal de type I.

En résolvant les équations 4-7 on peut exprimer les amplitudes des champs intracavité

$A_+$ ,  $A_-$  et  $A_0$  en fonction du champ signal incident  $A_+^{in}$  dont la phase sera prise comme origine.

Rappelons les trois équations qui régissent l'évolution des amplitudes des champs intracavité dans le cas où la lame est absente de la cavité. Nous nous plaçons ici dans le cas optimal où le cristal est à température de double résonance tel que  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_m$ . De plus, nous supposons la cavité résonante pour les trois champs pompe, signal et complémentaire ce qui impose  $\Delta_m = \Delta_0 = 0$ . Les équations 4-7 s'écrivent alors:

$$\gamma A_+ = g A_0 A_+^* + \sqrt{2\gamma} A_{in} \quad (4-36)$$

$$\gamma A_- = -g A_0 A_-^* \quad (4-37)$$

$$\gamma_0 A_0 = -\frac{g}{2} (A_+^2 - A_-^2) \quad (4-38)$$

C'est l'équation 4-37 qui va conférer les propriétés de phase d'un OPO de type I dégénéré au système (GSH/OPO) vectoriels. Cette équation est identique à celle qui décrit l'évolution du champ unique signal/complémentaire dégénéré en type I. La différence fondamentale vient ici du fait que, en type II, deux modes sont toujours présents. Le mode  $A_+$  est utilisé pour produire le faisceau pompe selon 4-36.

En combinant 4-36, 4-37 et 4-38 on obtient les trois relations suivantes:

$$\gamma A_+ = \sqrt{2\gamma} \frac{N_- + \frac{2\gamma\gamma_0}{g^2}}{N_+ + N_- + \frac{2\gamma\gamma_0}{g^2}} A_+^{in} \quad (4-39)$$

$$\gamma^2 A_-^2 = 2\gamma \frac{N_- (N_- + \frac{2\gamma\gamma_0}{g^2})}{\left(N_+ + N_- + \frac{2\gamma\gamma_0}{g^2}\right)^2} (A_+^{in})^2 \quad (4-40)$$

$$\gamma_0 A_0 = -\frac{2\gamma_0}{g} \frac{N_- + \frac{2\gamma\gamma_0}{g^2}}{\left(N_+ + N_- + \frac{2\gamma\gamma_0}{g^2}\right)^2} (A_+^{in})^2 \quad (4-41)$$

On voit immédiatement que selon 4-40 la phase du champ  $A_-$  est définie à  $\pi$  près. Cette propriété se retrouve dans le fonctionnement d'un OPO de type I. Les équations 4-39 et 4-41 nous indiquent que les phases des champs  $A_+$  et  $A_0$  sont déterminées.

On voit sur la figure 4.6 que les champs  $A_+$  et  $A_-$  sont soit en phase soit en opposition de phase. Le choix de cette phase par le système est déterminé par les perturbations qu'il subit et on peut s'attendre à ce que le système passe à l'une ou l'autre des deux solutions. Les amplitudes des champs polarisés linéairement le long de  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  étant :

$$A_1 = \frac{A_+ + A_-}{\sqrt{2}} \text{ et } A_2 = \frac{A_+ - A_-}{\sqrt{2}} \quad (4-42)$$

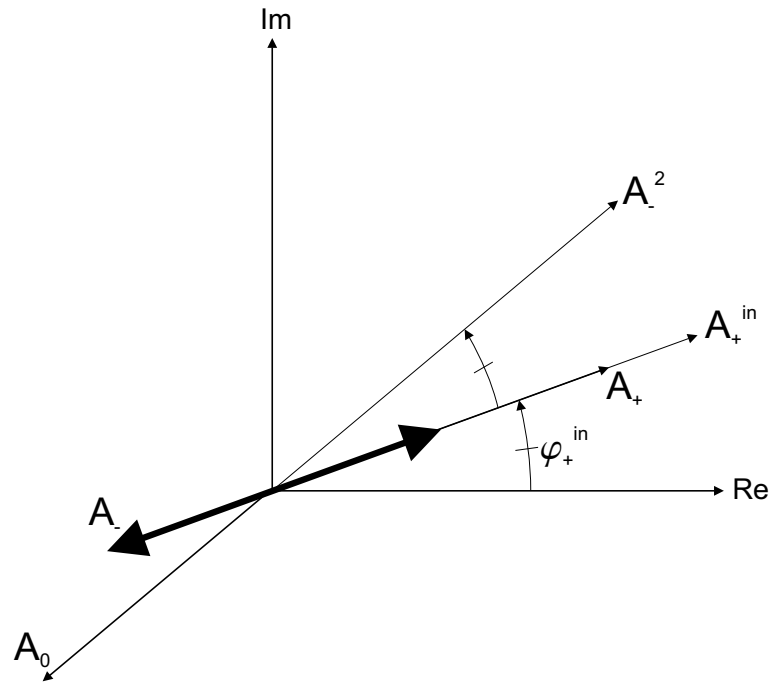


Fig. 4.6 – Amplitude des différents champs dans le repère de Fresnel. La phase du champ  $A_-$  est définie à  $\pi$  près.

Les flux de photons  $N_1$  et  $N_2$  vont alors s'écrire :

$$N_1 = \frac{(|A_+| \pm |A_-|)^2}{2} \text{ et } N_2 = \frac{(|A_+| \mp |A_-|)^2}{2} \quad (4-43)$$

Il apparaît donc à partir de l'oscillation paramétrique du champ  $A_-$  une brisure de symétrie entre les champs  $A_1$  et  $A_2$ . A une intensité source incidente donnée, on voit dans les équations 4-43 que les flux  $N_1$  et  $N_2$  échangent leurs valeurs selon la phase de l'oscillation  $A_-$ . Ce comportement est résumé sur la figure 4.7 où l'on voit que les deux modes  $A_1$  et  $A_2$  ont tout d'abord leurs intensités confondues tant que l'oscillation de reconversion n'existe pas. Seul le mode  $A_+$  existe dans la cavité et ses composantes le long des axes (1) et (2) sont égales. A partir du seuil d'oscillation apparaît le mode  $A_-$  dont la phase est définie à  $\pi$  près. Sa contribution sépare les intensités des modes  $A_1$  et  $A_2$  (bifurcation "en fourche") qui peuvent échanger leurs intensités selon la phase de  $A_-$ . Ce comportement a été théoriquement prévu par M. Reid [Eschmann94] en 1994 dans le cas de la sommation de fréquence dans un système non dégénéré. Puis en 1996 M. W. Jack *et al* [Jack96] ont étudié en détail les propriétés classiques et quantiques dans le cas où le champ source n'est pas polarisé à  $45^\circ$  des axes neutre du cristal (cas asymétrique). Le cas symétrique est étudié de nouveau en 1998 par U. Peschel *et al* qui montrent qu'outre le point de bifurcation en fourche il existe pour des flux source plus élevés un point de bifurcation de Hopf à partir duquel des phénomènes

d'auto-oscillation apparaissent.

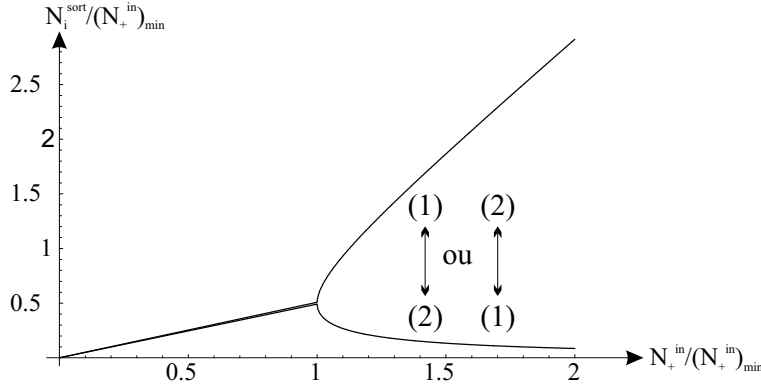


Fig. 4.7 –  $N_i^{sort}$  normalisé avec  $i = \{1, 2\}$  en fonction de l'intensité source incidente normalisée. Chaque branche correspond à des intensités accessibles aux polarisations (1) ou (2) selon la phase du champ reconverti.

La présence de l'oscillation de reconversion peut donc être révélée par la bifurcation obtenue en transmission entre les intensités des modes polarisés le long des axes optiques du cristal.

## B Résultats expérimentaux

Nous avons utilisé un système à double cavité analogue à [Drag02] mais triplement résonant pour les champs fondamentaux et harmoniques comme en [Teja98] afin d'observer la bifurcation en transmission. Il permet de faire résonner le champ source et le champ pompe dans deux cavités imbriquées dont on peut faire varier indépendamment la longueur. Cela permet de faire résonner pour une même température du cristal les champs pompe, signal et complémentaire ce qui n'est pas toujours possible avec une cavité unique. Mis à part cette propriété, son comportement en tant que système permettant une reconversion paramétrique ne doit pas différer du système théorique étudié dans le chapitre précédent. Une étude complète des propriétés de doublage de cette cavité sera réalisée dans le chapitre 5.

Le montage expérimental est illustré sur la figure 4.8. Le système est constitué plus précisément de deux cavités plan-concave dont les miroirs plans sont constitués des deux extrémités du cristal. La première cavité sera résonante pour le champ source à  $1064nm$  alors que la seconde sera résonante pour le champ harmonique à  $532nm$ . Le cristal de KTP a pour dimensions  $3\text{ mm} \times 3\text{ mm} \times 6\text{ mm}$ . Sa face avant  $M_2$  possède un coefficient de réflexion de 0.11% à  $1064nm$  et de 99.3% à  $532nm$ . Sa face arrière  $M_3$  possède un coefficient de réflexion de 99,96% à  $1064nm$  et de 5.25% à  $532nm$  [Cristal

Laser].

Le miroir d'entrée  $M_1$  est concave de rayon  $50mm$ . Il possède une réflectivité de 95% à  $1064nm$  et est traité  $R_{max}$  à  $532nm$ . La face arrière du cristal constitue le second miroir de réflectivité 99.96%. Les pertes internes vont être essentiellement dues à la réflexion de 0.11% sur la face avant du cristal. L'absorption du champ à  $1064nm$  dans le cristal est inférieure à  $0.05\%/cm$  [Cristal Laser] et ne va pas modifier la finesse. La finesse calculée est de 120 pour une finesse mesurée de 118 à la fréquence  $1064nm$ .

Le miroir semi-réfléchissant à la fréquence  $532nm$  est placé après le cristal. Le réglage de sa position est délicat car on ne peut pas injecter de faisceau à cette fréquence dans la cavité pour l'ajuster. Afin d'y parvenir nous balayons la longueur de la cavité infrarouge à une fréquence de quelques dizaines de  $Hz$  à la température optimale de doublage. On obtient en sortie du cristal un faisceau vert  $TEM_{00}$  apparemment continu. Le deuxième miroir est placé sur le trajet de ce faisceau et on règle son orientation jusqu'à obtenir en sortie une sortie quasi-monomode  $TEM_{00}$ . Les différents signaux sont obtenus en balayant la longueur de la cavité infrarouge à la fréquence  $f = 40Hz$ . Un balayage plus lent de la longueur de la cavité, de l'ordre de quelques  $Hz$  par exemple, fait apparaître des effets thermiques qui dissymétrisent les pics d'oscillation selon le fait que la rampe est montante ou descendante. On ajuste la température du cristal pour avoir une forte intensité pour le faisceau vert. Cela est obtenu à  $T = 33,42^\circ C$ . On ajuste la longueur de la cavité verte en modifiant "à la main" la haute tension appliquée à la cale piézo-électrique du miroir arrière. On observe en transmission sur la photodiode (2) un signal d'oscillation paramétrique. Le seuil minimum mesuré est de  $180mW$ . Le système est suffisamment stable pour permettre l'observation du signal pendant quelques dizaines de secondes.

Le cube polariseur placé en sortie de la cavité permet de séparer à partir du champ infrarouge transmis la composante polarisée le long de l'axe (1) et la composante polarisée le long de l'axe (2). La présence de l'oscillation de reconversion est soit directement détectée sur la photodiode (4) soit observée indirectement par la déplétion qu'elle induit sur l'intensité du faisceau pompe de seconde harmonique détectée par la photodiode (1). On voit sur la figure 4.9 les intensités détectées par les photodiodes (1), (2) et (3) en présence de l'oscillation de reconversion.

On voit nettement que les intensités correspondant aux polarisations (1) et (2) se séparent lorsqu'apparaît le signal de reconversion principal. Celui-ci est indirectement visualisé par l'importante déplétion qu'il engendre dans la résonance du faisceau pompe de seconde harmonique.

Cette séparation indique une brisure de symétrie entre les polarisations (1) et (2). Il

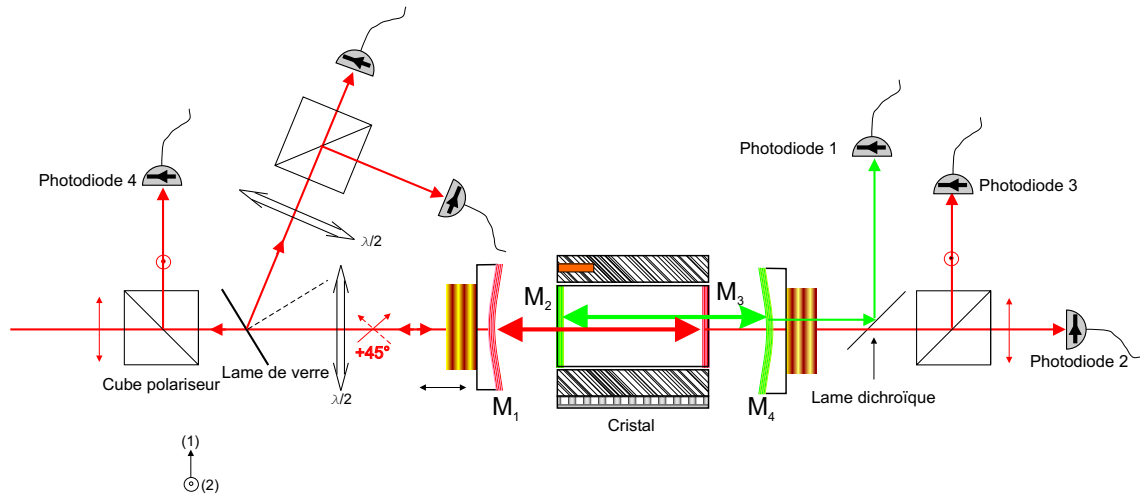


Fig. 4.8 – Montage expérimental pour l'observation de la bifurcation.

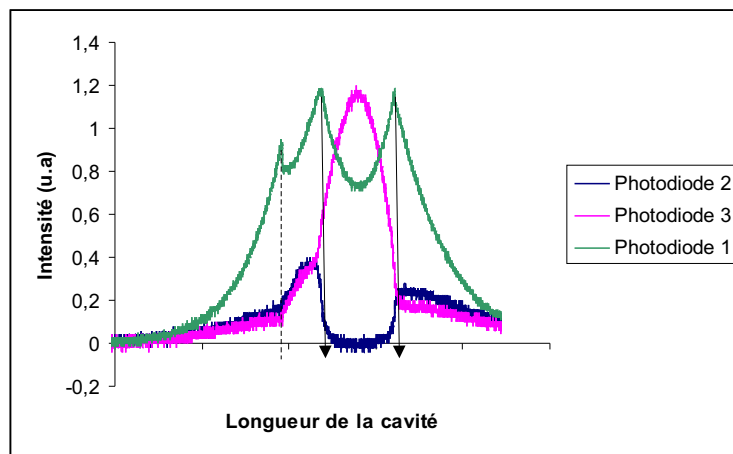


Fig. 4.9 – Intensités détectées par PD(1): faisceau de seconde harmonique; PD(2) composante de polarisation le long de l'axe (1); PD(3) composante de polarisation le long de l'axe (2) en fonction de la longueur de la cavité infrarouge.

faut cependant préciser que les résultats sont obtenus ici avec une intensité source incidente constante et en balayant la longueur de la cavité infrarouge tandis que les résultats théoriques de la figure 4.7 sont obtenus à une longueur de résonance donnée en faisant varier l'intensité source. Néanmoins, la différence d'intensité transmise est clairement visible expérimentalement. Les figures 4.9 et 4.10 sont deux acquisitions prises successivement lors d'une même oscillation du TROPO. On peut voir sur la figure 4.10 que les intensités mesurées sont inversées par rapport à la figure 4.9. Cette inversion survient avec une période de l'ordre de la seconde. Ce résultat pourrait traduire expérimentalement le fait que l'oscillation de reconversion  $A_-$  possède une phase définie à  $\pi$  près, phénomène prévu théoriquement comme nous l'avons vu plus haut.



On remarque sur la figure 4.9 une seconde déplétion sur l'intensité pompe (photodiode 1) à gauche de la plus importante. Elle correspond à un autre pic de reconversion que le mode principal<sup>4</sup>. On observe qu'aux longueurs de résonance de ce pic les intensités correspondant aux modes (1) et (2) ne se séparent pas. Cela est certainement dû au fait qu'il n'y a pas d'interférences entre les modes  $A_+$  et  $A_-$ . Cela est un fort indice pour supposer que cette oscillation de reconversion n'est pas dégénérée en fréquence et ne peut donc pas faire apparaître le phénomène de bifurcation. Ce résultat illustre l'existence d'une compétition entre différents modes de reconversion non dégénérés et dégénérés. Ces deux résultats semblent compatibles avec le phénomène de bifurcation prévu par la théorie mais le point de fonctionnement qui permet de produire ces résultats est très délicat à trouver et difficilement reproductible.

En règle générale, lorsqu'on est très proche de la température de dégénérescence un effet semblable de séparation des intensités transmises associé à une inversion des intensités apparaît mais cette inversion dépend de la longueur de la cavité résonante à  $\omega_0/2$  et est très sensible à la longueur de résonance pompe qui est "tenue à la main". Ce cas de figure ne nous semble pas suffisamment convaincant pour relier le phénomène observé à la bifurcation recherchée. En revanche, au point de fonctionnement dont sont tirées les figures 4.9 et 4.10 le comportement du système devient beaucoup moins sensible à ces paramètres et nous pensons avoir observé pour la première fois le phénomène de brisure de symétrie dans un TROPO à reconversion paramétrique de type II.

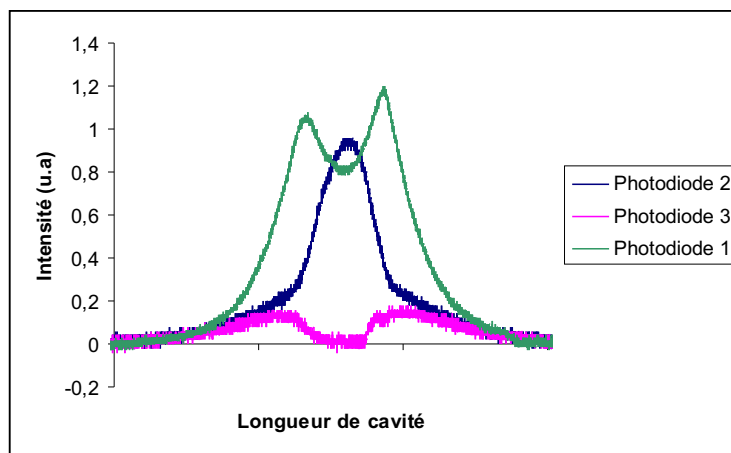


Fig. 4.10 – Intensités détectées par PD(1): faisceau de seconde harmonique; PD(2) composante de polarisation le long de l'axe (1); PD(3) composante de polarisation le long de l'axe (2) en fonction de la longueur de la cavité infrarouge.

4. Le fait que ce pic n'apparaisse pas sur la figure 4.10 vient de l'instabilité du système qui n'est pas asservi pour la résonance pompe. Le pic a ainsi disparu entre les deux acquisitions.

## C Conclusion

Nous avons rappelé dans ce chapitre les propriétés théoriques d'un TROPO à re-conversion paramétrique de type II où la pompe est créée par doublage intracavité d'un champ source incident polarisé à  $45^\circ$  des axes neutres du cristal. Ces calculs prévoient l'existence d'un seuil d'oscillation de reconversion associé à un phénomène de bifurcation en fourche pour l'amplitude des champs transmis à fréquence  $\omega_0/2$ . Nous avons étendu les calculs de [Ou94] au cas où la température du cristal n'est pas exactement la température de dégénérescence et avons montré qu'un petit écart de l'ordre de quelques  $mK$  dégrade le seuil et les propriétés de basculement de polarisation qui font de ce système un bon candidat pour un système de régénération optique. Un montage expérimental à double cavité nous permet d'accéder à la triple résonance des champs et de nous placer dans le cas le plus favorable. Malgré une grande difficulté à trouver un point de fonctionnement convenable pour l'observation des phénomènes attendus nous avons observé pour la première fois dans un système de type II l'existence d'une brisure de symétrie pour l'amplitude des champs transmis ainsi que l'instabilité de phase qui y est associée. Ce système possède un intérêt fondamental important par la richesse des effets non linéaires et des effets dynamiques qui s'y déroulent. Il est également prometteur pour des applications de traitement de l'information par voie optique comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.



## Chapitre 5

# Régénération optique

## A Généralités

Les systèmes de communication optique sont aujourd'hui incontournables en ce qui concerne le transport optique (c'est-à-dire les liaisons interurbaines ou intercontinentales point-à-point). Dans les laboratoires de recherche, on explore la faisabilité de systèmes capables de transmettre des débits de l'ordre du téra-bit par seconde sur un millier de km. Cependant, les performances ne sont obtenues que dans des conditions de réglage particulières, par exemple pour une longueur de liaison fixée. Ce manque de souplesse pourrait être critique dans le cas d'un futur réseau optique, où l'on pourrait être conduit à reconfigurer rapidement le trafic véhiculé au niveau des noeuds de commutation. On envisage donc à plus ou moins long terme des fonctions de traitement du signal dans ces noeuds, comme la conversion de longueur d'onde (ou commutation spectrale de canaux multiplexés en longueur d'onde), l'insertion-extraction de canaux, et la régénération optique. Cette dernière fonction pourrait s'avérer très utile pour maintenir une qualité de service voulue et optimiser l'utilisation des réseaux installés, notamment du fait de la rapide montée en débit sur les réseaux de transport terrestre ou sous-marin, provoquée notamment par les services de transmission de données comme Internet. Elle est nécessaire car lors de sa propagation dans la fibre optique, le signal numérique constitué d'une impulsion rectangulaire se dégrade sous l'effet de plusieurs facteurs dont les principaux sont :

- l'émission spontanée amplifiée due aux amplificateurs optiques.
- l'étalement de l'impulsion sous l'effet de la dispersion de la vitesse de groupe.
- des effets stochastiques de polarisation.
- des éventuels effets non linéaires dues à l'effet Kerr dans la fibre qui peuvent déformer le signal lorsque les débits atteignent les  $10\text{Gbit/s}$ .

On distingue la régénération 1R (remise en forme), la régénération 2R (remise en forme et réamplification) et la plus complète 3R (remise en forme, réamplification et resynchronisation). Les systèmes de régénération 2R développés dans les laboratoires utilisent diverses configurations comme des miroirs à boucle de Sagnac non linéaire [Lucsek93, Savage03], des effets d'interrupteur à effet Kerr [Pender96] ou encore l'automodulation de phase associée à un filtre de fréquence [Leclerc99, Brindel99]. D'autres utilisent des amplificateurs optiques à semiconducteurs qui réalisent une transmission fortement non linéaire [Jepsen98, Fischer99, Fischer00]<sup>1</sup>. Dans tous les cas de figure, la fonction de transmission du régénérateur doit se rapprocher de la forme idéale d'une marche d'escalier pour pouvoir être le plus efficace possible comme le montre la figure 5.1. Dans le cadre d'un contrat avec France Télécom<sup>2</sup>, que nous remercions pour son soutien financier lors de ce projet, nous avons étudié les possibilités offertes par les non-linéarités  $\chi^{(2)}$  en cavité. Elles offrent des propriétés de commutation à bas seuil qui en font des candidates intéressantes pour réaliser une régénération tout-optique.

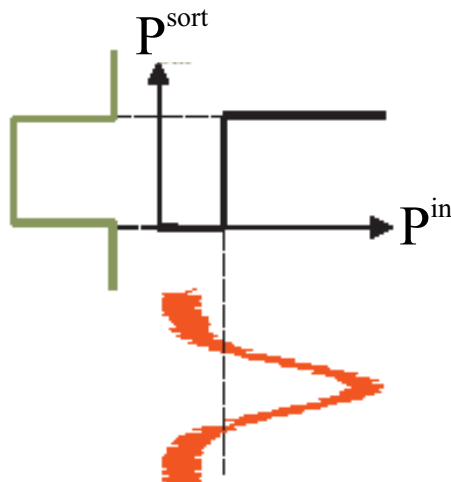


Fig. 5.1 – Régénération 1R idéale d'un signal dégradé.

## B Résultats expérimentaux avec simple cavité

A cette fin, nous avons réalisé un dispositif expérimental mettant en jeu deux cavités contenant des milieux non linéaires qui vont chacun agir sur une partie du signal incident. Cette réalisation a fait l'objet d'une description dans la thèse de K. S. Zhang au laboratoire [Zhang02]. La première cavité va avoir un effet de filtre passe-haut qui

1. Pour une introduction à la régénération optique on lira avec profit [Simon98].  
2. (projet CTI n°98 – 9.003).

va permettre de reproduire la montée raide de la fonction de transmission. La deuxième va avoir un effet d'écrêtage du signal qui va réaliser le plateau de cette même fonction de transmission. La mise en série de ces deux dispositifs a permis de réaliser expérimentalement un régénérateur optique tout-optique fonctionnant à la fréquence de  $1.06\mu\text{m}$  [Zhang03a]. Suite aux travaux de K. S. Zhang, nous avons caractérisé précisément l'effet de l'insertion d'une lame  $\lambda/4$  dans la première cavité qui n'est autre que le TROPO à reconversion paramétrique décrit dans le chapitre précédent. Nous avons également étudié expérimentalement la fréquence des champs signaux et complémentaire émis par cette cavité afin de pouvoir confirmer une oscillation à dégénérescence de fréquence.

### B.1 Première cavité : oscillation paramétrique issue de génération vectorielle de seconde harmonique

Nous avons vu dans le chapitre 4 qu'un phénomène de reconversion paramétrique apparaît lors de la génération vectorielle de seconde harmonique dans une cavité triplement résonante. Nous allons rappeler brièvement les résultats obtenus. Nous allons nous placer dans la configuration de génération vectorielle de seconde harmonique avec un miroir de couplage comme décrit sur la figure 5.2. Un faisceau à la fréquence  $\omega_0/2$  est envoyé sur une cavité OPO linéaire de type II. Afin d'obtenir un doublage efficace ce faisceau est polarisé linéairement à  $45^\circ$  des axes neutres (1) et (2) du cristal.

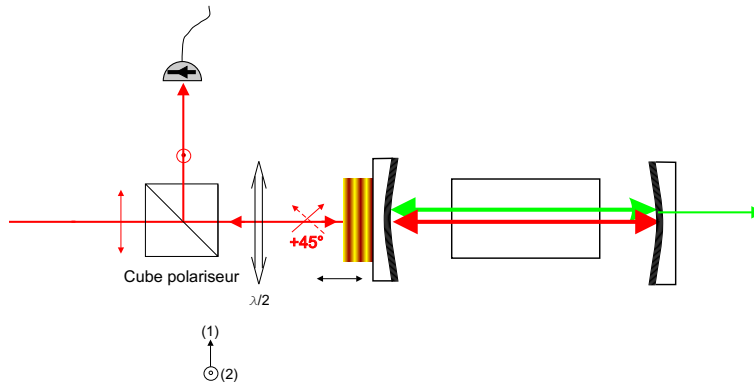


Fig. 5.2 – Montage pour TROPO à reconversion paramétrique en cavité linéaire. Le champ incident est polarisé à  $45^\circ$  des axes neutres du cristal.

Nous introduisons de nouveau les modes  $A_{\pm}$  correspondant aux modes de polarisation à  $\pm 45^\circ$  de ces axes. Le champ source  $A_{in}$  est supposé polarisé le long de l'axe (+). Lorsque l'intensité du champ de seconde harmonique atteint le seuil d'oscillation paramétrique intracavité un phénomène d'oscillation paramétrique démarre sur le mode

$A_-$  polarisé orthogonalement par rapport au champ source. Un cube polariseur peut séparer les modes  $A_+$  et  $A_-$ . On a décrit dans le chapitre précédent sur la figure 4.3 l'évolution des intensités sortant de la cavité en fonction de l'intensité du champ source dans le cas d'une résonance parfaitement simultanée des modes  $A_1$  et  $A_2$  polarisés linéairement le long des axes neutres (1) et (2). Si nous nous focalisons sur le champ  $A_-$  nous voyons sur la figure 5.3 que l'évolution de l'intensité du mode  $A_-$  correspond à celle un filtre passe haut qui ne délivre un signal que lorsque l'intensité source atteint l'intensité seuil  $(N_+^{in})_{seuil}^{min}$  que nous rappelons ci-dessous :

$$(N_+^{in})_{seuil} = \frac{4\gamma^2\gamma_0}{g^2}$$

où nous avons négligé toutes les pertes internes à l'intérieur de la cavité.

Nous avons décrit dans le chapitre sur la génération vectorielle de seconde harmonique que l'introduction d'une lame biréfringente dans la cavité peut réduire l'influence critique de la température du cristal. Nous verrons plus loin dans la description des résultats expérimentaux la nécessité de la présence de cette lame lorsqu'on utilise un dispositif de doublage en simple cavité.

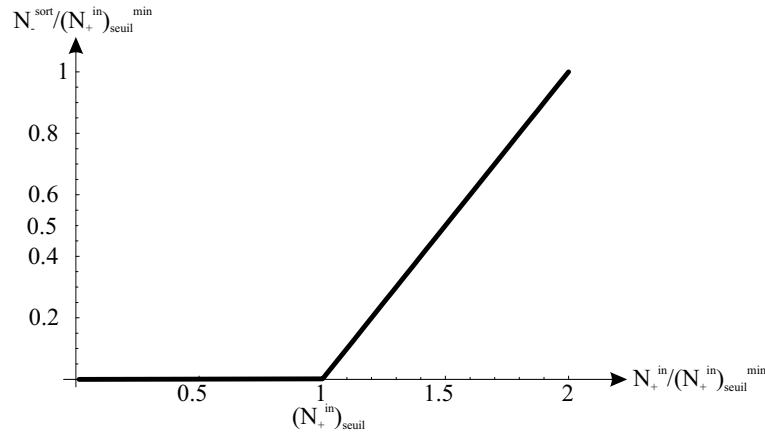


Fig. 5.3 – Intensité du champ émis sur la polarisation (-) en fonction de l'intensité du champ incident sur la polarisation (+) à température de dégénérescence. La droite est de pente unité.

## B.2 Deuxième cavité : Ecrêtage de la pompe par oscillation paramétrique

Nous allons considérer un OPO de type II triplement résonant pompé par un champ incident  $A_0^{in}$  comme sur la figure 5.4. Le miroir de couplage  $M_A$  est partiellement réfléchissant pour les champs pompe, signal et complémentaire avec les coefficients  $\gamma_0$ ,

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$ . Les autres miroirs de la cavité sont parfaitement réfléchissants pour le signal et le complémentaire sauf le miroir  $M_B$  qui est lui aussi partiellement réfléchissant avec le coefficient  $\gamma'_0$  pour la pompe.

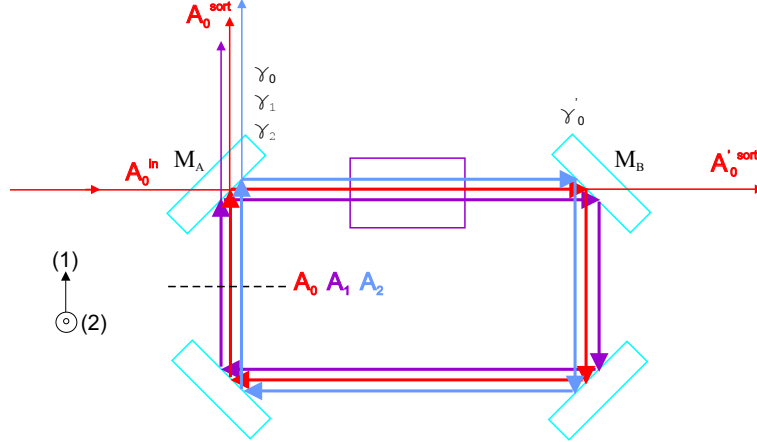


Fig. 5.4 – OPO triplement résonant en anneau.

Il est bien connu que pour un laser au-dessus du seuil le gain est bloqué à la valeur seuil à condition que le gain saturé soit égal aux pertes en régime stationnaire. Le même phénomène apparaît dans un OPO ce que l'on peut déduire des équations stationnaires de l'OPO triplement résonant :

$$\begin{cases} (\gamma_1 - i\Delta_1)A_1 & = & gA_0A_2^* \\ (\gamma_2 - i\Delta_2)A_2 & = & gA_0A_1^* \\ ((\gamma_0 + \gamma'_0) - i\Delta_0)A_0 & = & -gA_1A_2 + \sqrt{2\gamma_0}A_0^{in} \end{cases} \quad (5-1)$$

Nous avons vu au chapitre 1 que le système choisit alors un couple de fréquences signal/complémentaire qui vérifie  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$  pour osciller. L'amplitude pompe intracavité a alors pour expression :

$$N_0 = |A_0|^2 = \frac{\gamma_1\gamma_2 + \Delta^2}{g^2} \quad (5-2)$$

Le seuil d'oscillation pompe de l'OPO se déduit de 5-2. Son expression est alors :

$$N_0^{seuil} = \frac{((\gamma_0 + \gamma'_0)^2 + \Delta_0^2)(\gamma_1\gamma_2 + \Delta^2)}{2\gamma_0g^2} \quad (5-3)$$

Le seuil minimum est obtenu lorsque la cavité est résonante pour les trois champs ce qui implique  $\Delta_0 = \Delta_1 = \Delta_2 = 0$ . Nous allons exploiter le fait que l'amplitude intracavité 5-2 est indépendante de l'intensité du champ pompe incident au-dessus du seuil.

Dans un OPO triplement résonant le champ pompe sortant par un des miroirs partiellement réfléchissants se déduit du champ intracavité par :

$$A_0^{sort} = \sqrt{2\gamma_0}A_0 - A_0^{in} \quad (5-4)$$



si le miroir de sortie est aussi le miroir d'entrée de la pompe, ou bien

$$A_0^{sort} = \sqrt{2\gamma'_0}A_0 = \sqrt{2\gamma'_0 \frac{\gamma_1\gamma_2 + \Delta^2}{g^2}} \quad (5-5)$$

si le miroir de sortie est différent du miroir d'entrée de la pompe.  $A_0^{sort}$  est indépendante de l'intensité du champ pompe incident  $A_0^{in}$ . Ce n'est visiblement pas le cas en sortie du miroir de couplage selon 5-4 à cause des interférences qui ont lieu entre le champ incident réfléchi par le miroir et le champ transmis. On déduit de ces résultats deux régimes de fonctionnement vis-à-vis du champ pompe  $A_0$  :

- lorsque  $N_0^{in} < N_0^{seuil}$  il n'y a pas d'émission de faisceaux jumeaux. La cavité de l'OPO est une cavité Fabry-Pérot passive résonante et l'intensité sortante  $N_0^{sort}$  est proportionnelle à l'intensité entrante  $N_0^{in}$ .
- lorsque  $N_0^{in} > N_0^{seuil}$ ,  $A_1$  et  $A_2$  sont non nuls. L'intensité pompe intracavité est alors égale à  $N_0 = (\gamma_1\gamma_2 + \Delta^2)/g^2$  indépendamment de la valeur de l'intensité pompe incidente  $N_0^{in}$ . L'intensité sortant par un miroir différent de celui d'entrée se déduit directement par la relation  $N_0^{sort} = T'_0 N_0 = 2\gamma'_0(\gamma_1\gamma_2 + \Delta^2)/g^2$ . Le flux pompe incident en excès par rapport au seuil d'oscillation est alors transféré aux faisceaux signal et complémentaire.

Ce comportement est résumé sur la figure 5.5. Le signal à régénérer a pour fréquence  $\omega_0/2$ . La première cavité génère un faisceau pompe à fréquence  $\omega_0$  qui se reconvertit en un champ à fréquence  $\omega_0/2$ . C'est sur ce faisceau que doit agir l'effet d'écrêtage de la pompe. La deuxième cavité doit donc être un OPO triplement résonant pompé à la fréquence  $\omega_0/2$ . Il va émettre deux faisceaux signal et complémentaire à fréquence  $\omega_3$  et  $\omega_4$  telles que  $\omega_3 + \omega_4 = \omega_0/2$ . Ces deux faisceaux n'ont pas d'intérêt pour le système : seul l'effet d'écrêtage de la pompe est exploité.

Remarquons qu'à triple résonance exacte des champs ( $\Delta_0 = \Delta = 0$ ) on a :

$$\frac{N_0^{sort}}{N_0^{seuil}} = \frac{4\gamma'_0\gamma_0}{(\gamma_0 + \gamma'_0)^2} \quad (5-6)$$

L'évolution de ce rapport est tracée sur la figure 5.6. On voit que si  $\gamma'_0 = \gamma_0$  la puissance de sortie est bloquée à la valeur seuil. C'est le cas optimal où l'on maximise la puissance de sortie. Si  $\gamma'_0 \ll \gamma_0$ , le rapport vaut alors  $4\gamma'_0/\gamma_0 \ll 1$ .

### B.3 Système total

En mettant en série les deux cavités comme sur la figure 5.7 on combine l'effet des deux filtres non linéaires et on obtient une transmission dont l'allure est représentée sur la figure 5.8.

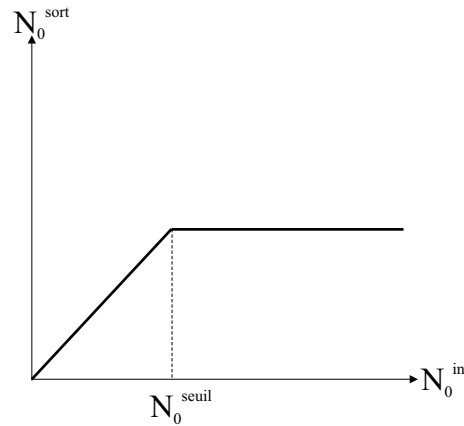


Fig. 5.5 – Flux pompe sortant du miroir  $M_B$  en fonction du flux pompe entrant par le miroir de couplage  $M_A$ .

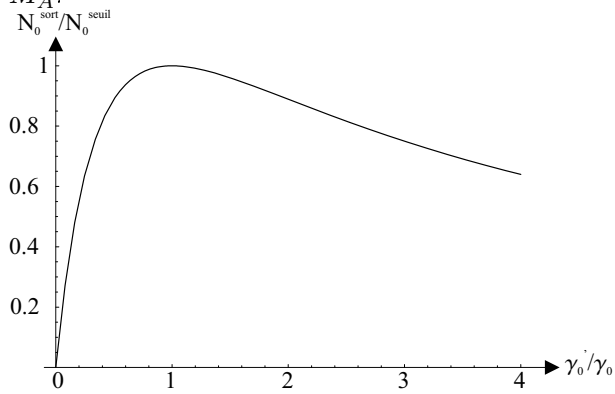


Fig. 5.6 – Rapport entre l'intensité transmise et le seuil en fonction du rapport des transmissions  $\gamma'_0/\gamma_0$ .

## C Dispositif expérimental

Le laser que nous utilisons est un laser Nd:YAG Lightwave pompé par diode. Il délivre un faisceau à  $1064nm$ . La cavité monolithique est une cavité en anneau non plane ce qui assure un fonctionnement monomode longitudinal TEM 00 avec un faible astigmatisme . Sa puissance maximale est de l'ordre de  $600mW$ . Il est isolé des deux cavités non linéaires par un isolateur optique à effet Faraday qui évite le retour dans le laser des champs réfléchis par les miroirs d'entrée des deux cavités.

### C.1 Première cavité

La première cavité qui est représenté sur la figure 5.9 contient un cristal de type II de KTP de  $5mm \times 10mm \times 5mm$ . C'est une cavité linéaire résonante à la fréquence source  $\omega_0/2 = 1064nm$  et à la fréquence harmonique  $\omega_0 = 532nm$ . Les deux miroirs sont concaves de rayon  $50mm$ . Le miroir d'entrée présente un coefficient de réflexion

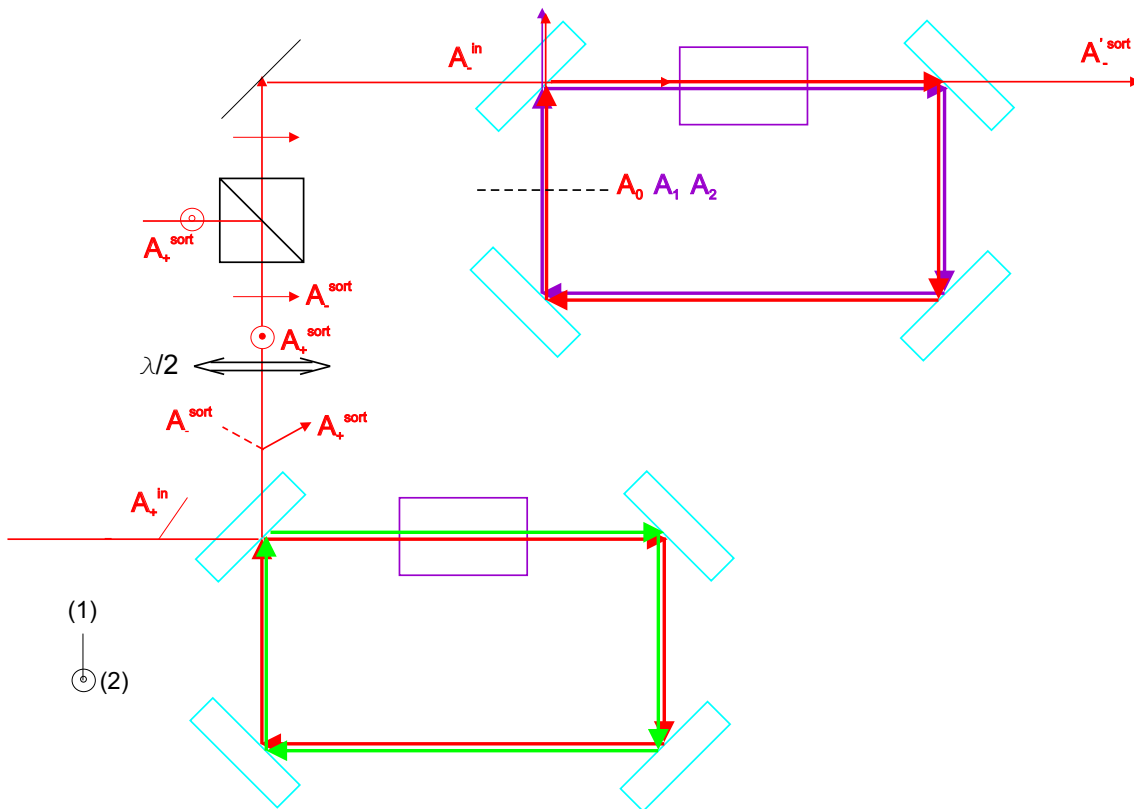


Fig. 5.7 – Dispositif théorique de reconversion avec cavités en anneau.

en intensité de 95% à 1064nm et une haute réflectivité de 99.8% à 532nm. Il est lié à une cale piézoélectrique qui permettra de balayer plusieurs résonances de cavité. Le miroir de fond est lui de haute réflectivité (99.8%) à 1064nm et une réflectivité de 90% à 532nm. La finesse mesurée de la cavité à 1064nm est de 115 pour une valeur attendue de 118. La finesse calculée à 532nm est de 51.5. Un dispositif circulateur est disposé en amont du miroir d'entrée afin de pouvoir récupérer le maximum de puissance sur le faisceau reconverti. Un système de régulation en température permet de fixer la température du cristal au  $mK$  près. La lame  $\lambda/2$  située avant le miroir d'entrée est tournée de  $22.5^\circ$  par rapport aux axes du cristal afin d'injecter le faisceau source à  $45^\circ$  de ces mêmes axes. On balaie alors la longueur de la cavité à l'aide d'une cale piézoélectrique et on modifie la température du cristal afin d'obtenir le doublage le plus efficace possible et un signal reconverti sur la voie réfléchie du circulateur.

### C.1.1 Cavité sans lame

Il n'a jamais été possible d'obtenir un signal de reconversion paramétrique sans introduire de lame biréfringente dans la cavité. La première raison tient au fait que le doublage est maximum lorsque les deux champs polarisés le long des axes optiques

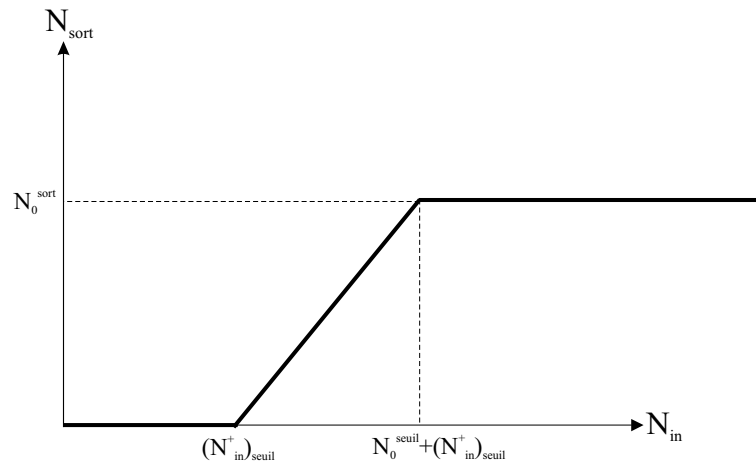


Fig. 5.8 – Flux à la fréquence fondamentale sortant en fonction du flux à la fréquence fondamentale entrant pour le système total

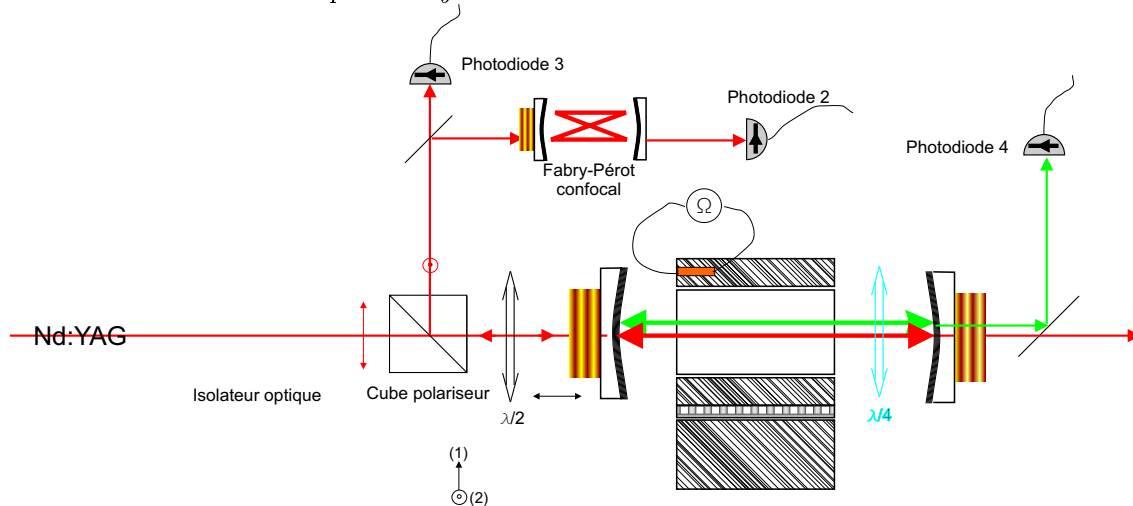


Fig. 5.9 – Montage expérimental pour la génération de seconde harmonique et la reconversion paramétrique avec simple cavité.

(1) et (2) du cristal résonnent simultanément. On voit sur la figure 5.10 les deux pics de résonance correspondant à la décomposition du champ source à  $+45^\circ$  sur les modes propres de polarisation le long des axes neutres (1) et (2) du cristal lorsque la température du cristal est proche de cette double résonance. La superposition des deux pics n'est réalisée que pour des valeurs précises de la température du cristal. Un écart de l'ordre du  $mK$  par rapport à cette température sépare légèrement les pics de résonance en fonction de la longueur de la cavité. Pour des longueurs appartenant à la zone de recouvrement des deux pics la polarisation totale du champ est elliptique. Une fraction importante du champ incident résonnant est alors réfléchi par le circulateur et le signal de reconversion devient impossible à observer. La deuxième raison est aussi la plus fondamentale. Nous avons vu que le doublage n'est efficace qu'aux températures

vérifiant la résonance simultanée des deux polarisations le long des axes (1) et (2) à la fréquence  $\omega_0/2$ . De plus, il est nécessaire que la cavité soit également résonante pour la fréquence  $\omega_0$  afin d'abaisser au maximum le seuil de reconversion paramétrique. Même si la finesse de la cavité est plus faible pour le champ harmonique que pour le champ source cette triple résonance simultanée ne peut se produire qu'accidentellement. Il manque donc un paramètre ajustable qui nous permette de réaliser cette triple résonance. Le laser Nd:YAG source peut être décalé en fréquence en faisant varier la longueur de la cavité laser à l'aide d'un piézoélectrique sur une largeur de fréquence de  $30GHz$ . Ce changement de fréquence n'a pas été suffisant pour pouvoir améliorer la condition de triple résonance. Aux températures où les deux pics de résonance à  $1064nm$  sont confondus la résonance pompe n'était pas suffisante pour pouvoir observer un signal de régénération. Afin de nous affranchir de la condition nécessaire de double résonance des deux polarisations le long des axes (1) et (2) nous avons introduit dans la cavité une lame  $\lambda/4$  tournée de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal.

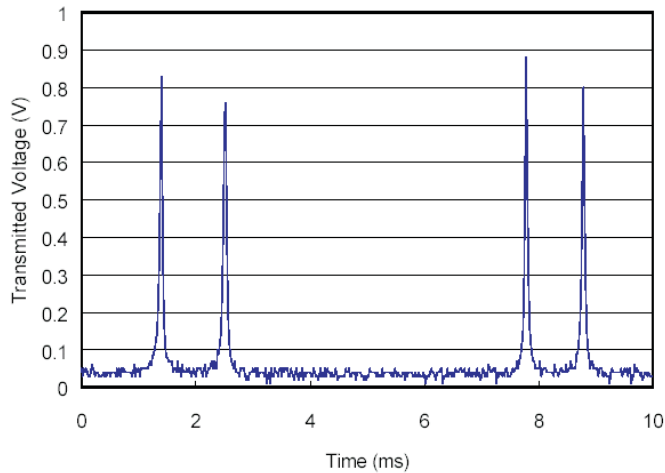


Fig. 5.10 – Intensité transmise du champs source en fonction de la longueur de cavité. Cas sans lame. Chaque pic correspond à la résonance d'un mode propre de polarisation.

### C.1.2 Cavité avec lame

On introduit une lame  $\lambda/4$  dont les axes neutres sont tournés de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal dans la cavité linéaire. La lame est disposée après le cristal. On a vu dans le chapitre 1 que dans une telle configuration les modes propres de polarisation de la cavité au niveau du miroir d'entrée sont les polarisations linéaires à  $\pm 45^\circ$  des axes optiques du cristal. Cela implique que le champ source à  $1064nm$  polarisé à  $+45^\circ$  des axes optiques du cristal est résonant pour toute température du cristal. Le signal

de reconversion va apparaître sur l'autre polarisation propre  $A_-$ . On voit sur la figure 5.11 la résonance unique du champ source en fonction de la longueur de la cavité pour une température quelconque du cristal. On remplit ainsi la condition optimale de doublement indépendamment de la température du cristal. Cette température devient ainsi un nouveau paramètre libre du système. En la modifiant sur une large plage allant de  $20^\circ C$  à  $40^\circ C$  on obtient vers  $35^\circ C$  un maximum de  $22mW$  de faisceau vert de seconde harmonique pour une puissance source incidente de  $100mW$ . Ce faible coefficient de conversion de 22% s'explique par le fait que le coefficient de transmission de 10% du miroir arrière pour le champ vert ne permet pas de récupérer une fraction importante du champ doublé. Pour cette température on obtient un signal de reconversion sur la voie du circulateur qui correspond à la polarisation orthogonale à la polarisation du champ source incident avec un seuil de  $160mW$ .

On analyse ce signal de reconversion à l'aide d'un interféromètre de Fabry-Pérot confocal placé sur le trajet du signal de reconversion comme on le voit sur la figure 5.9. Il est formé de deux miroirs concaves de 30 mm de rayon et une réflectivité de 99% pour la fréquence  $1064nm$ . Son intervalle spectral libre est de  $3GHz$ . En balayant simultanément la cavité de l'OPO et le Fabry-Pérot on peut accumuler les traces à l'oscilloscope des coïncidences entre l'apparition du pic de reconversion et sa résonance dans l'interféromètre. La cavité de l'OPO est balayée avec une fréquence de quelques dizaines de Hz alors que celle de l'interféromètre est balayée à quelques Hz. Les figures 5.12 et 5.13 montrent une image de l'écran de l'oscilloscope qui affiche le signal de la photodiode 2 de la figure 5.9. L'oscilloscope est déclenché sur la rampe qui modifie la longueur du Fabry-Pérot. On observe des pics sombres régulièrement espacés sur lesquels sont superposées des traces symétriquement disposées. Les pics sombres correspondent aux résonances de la fraction résiduelle du faisceau source injecté qui arrive sur la photodiode 2 par réflexion sur le circulateur. Ce fond étant continu, la superposition du grand nombre de pics de résonance sur l'écran assombrit l'enveloppe résultante totale. Les autres traces correspondent à des pics d'oscillation de reconversion accidentellement résonants au même instant dans la cavité de l'OPO et la cavité du Fabry-Pérot. Avec les fréquences de balayage choisies, on acquiert des images typiques comme 5.12 et 5.13 en 1 minute. Les pics sombres nous servent de référence de fréquence puisque qu'ils correspondent aux résonances de l'interféromètre pour la fréquence source injectée. On voit sur les figures 5.12 et 5.13 que le système peut fonctionner sur plusieurs modes d'oscillation dégénérés ou non dégénérés comme nous l'avons souligné dans le chapitre précédent. On voit nettement sur la figure 5.12 deux séries de pics d'oscillation disposés de part et d'autre du pic de résonance dégénérée ce qui implique une oscillation non

dégénérée sur deux modes. Il est très délicat d'obtenir seulement le mode dégénéré. En déplaçant transversalement le cristal dans la cavité on peut jouer finement sur le chemin optique d'un aller-retour dans la cavité et arriver à sélectionner le mode dégénéré lorsqu'il apparaît comme on l'observe sur la figure 5.13 où les pics d'oscillation se superposent aux résonances à la fréquence source.

Les seuils d'oscillation dégénérés ou non dégénérés avec la lame tournée de  $45^\circ$  sont de l'ordre de  $150mW$  ce qui est en contradiction avec notre théorie du chapitre précédent qui associe en 4-35 un seuil beaucoup plus élevé à l'oscillation dégénérée. Nous avons cherché à résoudre le problème en étudiant l'évolution du seuil pour toute longueur de la cavité. Le seuil minimum reste le seuil 4-35 obtenu à la longueur d'efficacité maximale de doublage. Nous ne sommes pas en mesure actuellement d'expliquer un tel écart entre la description théorique du système avec une lame à  $45^\circ$  et les résultats expérimentaux.

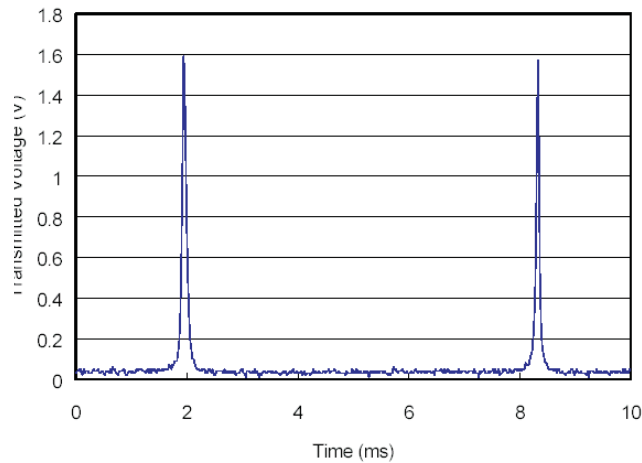


Fig. 5.11 – Intensité transmise du champs source en fonction de la longueur de cavité. Cas avec lame  $\lambda/4$  tournée de  $45^\circ$ .

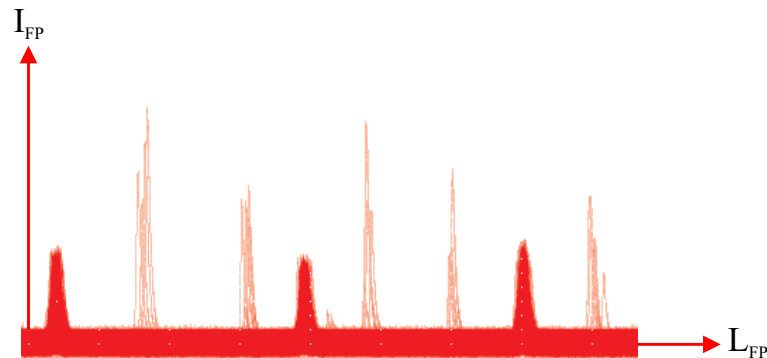


Fig. 5.12 – Pics de reconversion non dégénérés observé au Fabry-Pérot d'analyse.

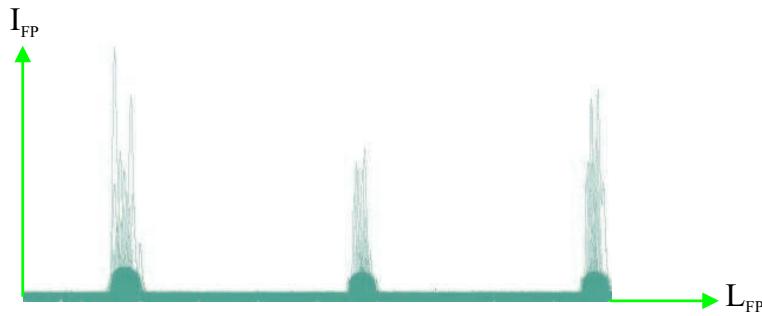


Fig. 5.13 – Pics de reconversion dégénérés observé au Fabry-Pérot d'analyse.

### C.1.3 Résultats expérimentaux de régénération optique

On produit une impulsion sinusoïdale qui représente l'impulsion rectangulaire dégradée par sa propagation à travers différents éléments de la ligne télécom optique. Cette impulsion est produite par une modulation du faisceau issu du laser Nd:YAG à l'aide d'un modulateur acousto-optique à la fréquence de  $300\text{Hz}$ . Une modulation supplémentaire à  $65\text{kHz}$  a été ajoutée pour simuler un excès de bruit sur le signal incident. Cette impulsion source est injectée dans la cavité de doublage à  $45^\circ$  des axes optiques du cristal. La cavité n'est pas asservie mais elle est suffisamment stable pour pouvoir rester à résonance pendant quelques dizaines de secondes ce que est suffisant pour faire les acquisitions. La température du cristal est  $35^\circ\text{C}$ . Elle correspond à la température qui génère le maximum de puissance pour le faisceau de seconde harmonique. La lame  $\lambda/4$  est tournée de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal. Le signal de sortie est détecté par la photodiode D2 de la figure 5.14. Le seuil de reconversion paramétrique est de  $160\text{mW}$ . Nous voyons que ce dispositif agit comme un filtre passe-haut et élimine la partie basse intensité du signal incident.

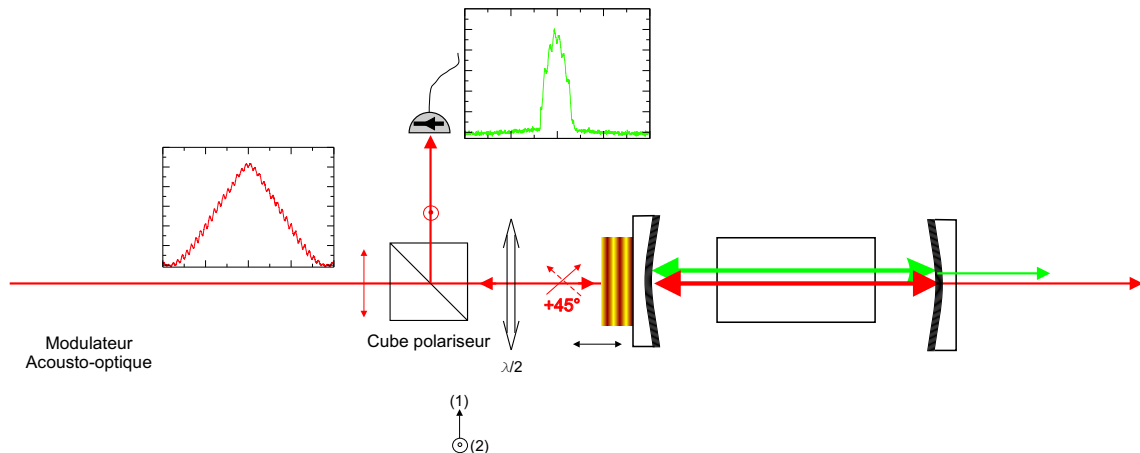


Fig. 5.14 – Montage expérimental du filtre passe-bas. Les signaux incidents et filtrés sont des courbes expérimentales.



## C.2 Deuxième cavité

Ce système a été décrit en détail dans la thèse de K. S. Zhang [Zhang02] et dans [Zhang03b], [Martinelli01]. Il s'agit d'un OPO triplement résonant pompé à  $1064nm$  comme décrit sur la figure 5.15.

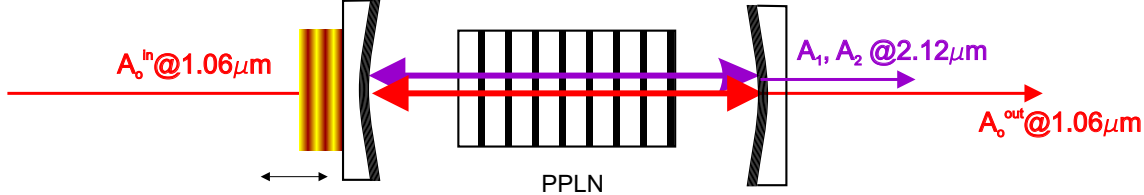


Fig. 5.15 – TROPO linéaire optimisé pour la conversion  $1.06\mu m \rightarrow 2.12\mu m$

Il est constitué d'une cavité linéaire à miroirs concaves de grande finesse (environ 200) pour les champs signal et complémentaire autour de  $2\mu m$  et de finesse plus basse (environ 40) pour la pompe à  $1064nm$ . A l'intérieur est placé un cristal de PPLN doté d'un pas de  $30\mu m$ . La température du cristal est gardée proche de la température de dégénérescence (conversion paramétrique entre  $1.06\mu m$  et  $2.12\mu m$ ). Les miroirs avant et arrière ne sont pas d'égale transmission à la fréquence  $1064nm$ . L'intensité pompe transmise va donc être fortement réduite par rapport à l'intensité pompe incidente. Cette configuration non optimale pour un système de régénération a été utilisée car elle était déjà montée pour réaliser l'OPO à seuil ultra bas décrit dans [Martinelli01]. L'oscillation paramétrique apparaît pour toute longueur de cavité à l'intérieur d'une résonance pompe grâce à la proximité des longueurs d'oscillation des différents modes dans un cristal de type I proche de sa température de dégénérescence [Martinelli01]. Le seuil d'oscillation obtenu est de quelques  $mW$ . Sa valeur est très inférieure à l'intensité maximale à la sortie de la première cavité. La deuxième cavité va donc fortement écrêter le signal sortant de la première cavité.

### C.2.1 Résultats expérimentaux

On voit sur la figure 5.16 l'écrêtage qui apparaît lorsque l'on envoie un signal pompe dépendant du temps sur l'OPO dont la longueur est proche de la longueur de résonance pompe. La génération de deux faisceaux signal et complémentaire autour de  $2\mu m$  est également observée. Pour ces expériences le cristal de PPLN a été chauffé à  $160^\circ C$  et le seuil d'oscillation mesuré est de  $2mW$ .

## C.3 Deux cavités en série

On dispose les deux cavités en série comme indiqué sur la figure 5.17. On injecte le signal venant de la première cavité dans l'OPO asservi sur la résonance de la pompe

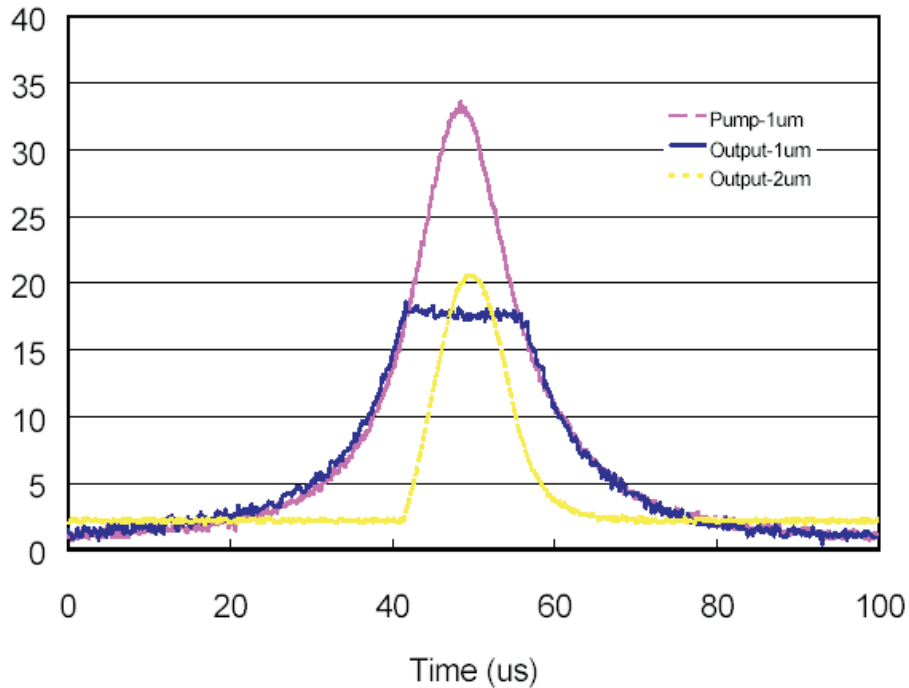


Fig. 5.16 – Intensités transmises par l'OPO triplement résonant lorsqu'on envoie un signal pompe dépendant du temps (signal mauve). L'intensité pompe transmise est tracée en bleu. Les faisceaux signal et complémentaire sont tracés en jaune.

par détection synchrone. Le signal de sortie est récupéré sur la photodiode D3. On voit l'écrêtage sur le signal de sortie qui présente maintenant une forme quasi rectangulaire et a donc été efficacement remis en forme par l'effet des deux dispositifs. On remarque un pic au démarrage de l'écrêtage qui est dû à un effet dynamique de retard à la bifurcation qui a déjà été observé dans les OPO quand l'intensité pompe est modulée dans le temps [Richy95]. Quand l'intensité pompe augmente et dépasse le seuil, le démarrage de l'oscillation est retardé d'un intervalle de temps qui est plus grand que le temps d'évolution caractéristique de la cavité.

Le système décrit précédemment possède bien les propriétés d'un régénérateur tout optique. La cavité de doublage ne permet pas en revanche d'observer le signal de reconversion sans la présence de la lame biréfringente. Nous avons vu qu'il est accidentel de pouvoir réunir la triple condition de résonance pour le champ source et le champ de seconde harmonique. Afin de rendre la champ pompe résonant à la température de doublage nous avons séparé les cavités pour les champs harmoniques et subharmoniques. Cela va permettre de trouver la résonance du champ doublé simplement en ajustant la longueur de sa cavité. Le seuil de reconversion sera alors fortement réduit

et le pic de reconversion pourra être observé.

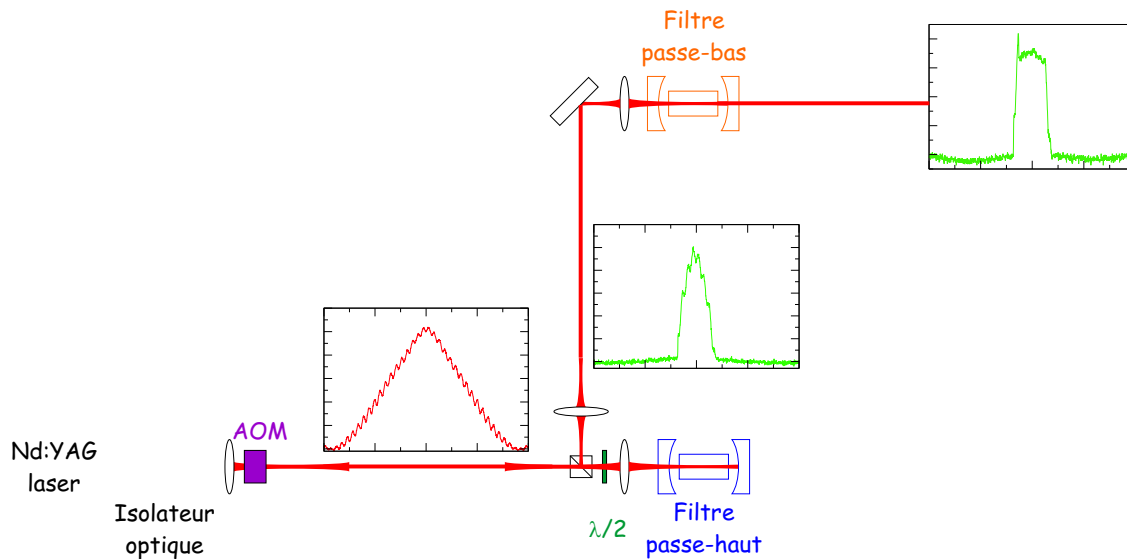


Fig. 5.17 – Montage expérimental de régénération. Les signaux sont des résultats expérimentaux.

## D Dispositif de reconversion à double cavité

Nous séparons dans le dispositif de doublage la cavité à  $1064\text{nm}$  et celle à  $532\text{nm}$ . Ce dispositif a déjà été décrit dans le chapitre 4. Le cristal de KTP utilisé a pour dimensions  $3\text{ mm} \times 3\text{ mm} \times 6\text{ mm}$ . Sa face avant possède un coefficient de réflexion de  $0.11\%$  à  $1064\text{nm}$  et de  $99.3\%$  à  $532\text{nm}$ . Sa face arrière possède un coefficient de réflexion de  $99,96\%$  à  $1064\text{nm}$  et de  $5.25\%$  à  $532\text{nm}$  [Cristal Laser].

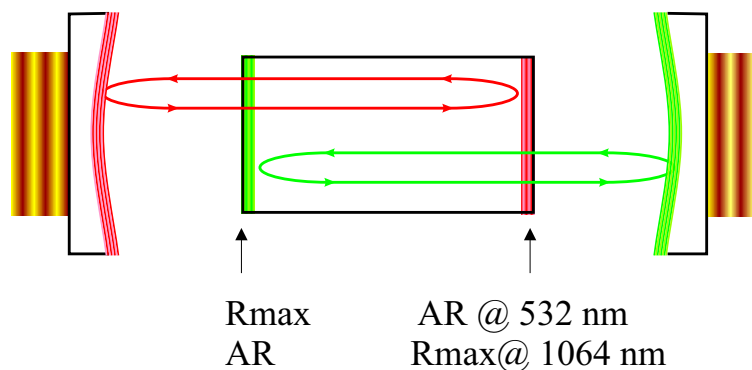


Fig. 5.18 – Principe de la double cavité linéaire

## D.1 Génération de seconde harmonique

Le fait que les deux faces du cristal soient traitées va modifier les propriétés de doublage du faisceau source en fonction de la température.

### D.1.1 Doublage par un cristal non traité

Pour un cristal non traité l'efficacité de doublage en fonction de la température du cristal est modifiée uniquement par l'effet d'accord de phase. En effet nous avons vu dans le chapitre 1 que le gain paramétrique dépend directement du désaccord de phase  $\Delta k$  par la relation :

$$g = g_0 \frac{(e^{i\Delta kl} - 1)}{i\Delta kl} \quad (5-7)$$

avec  $\Delta k = \frac{\omega_0}{c}(n_0 - \frac{n_1+n_2}{2})$  où  $\omega_0$  est la fréquence du faisceau doublé.

Prenons un champ source d'intensité  $N^{in}$  incident à  $45^\circ$  des axes optiques du cristal. L'intensité de seconde harmonique  $N_0$  vérifie la relation de proportionnalité :

$$N_0 \propto \left( \frac{\sin(\Delta kl/2)}{(\Delta kl/2)} \right)^2 N_0^{in} \quad (5-8)$$

$\Delta k$  ne dépend que de la température du cristal et nous pouvons représenter l'évolution de  $\frac{N_0}{N^{in}}$  en fonction de  $\Delta kl$  (figure 5.19). L'acceptance en température pour la génération de seconde harmonique est définie comme étant la largeur à mi-hauteur du pic central d'accord de phase. Pour un cristal de KTP de  $6mm$  optimisé pour le doublage à  $1064nm$  elle est égale à  $54^\circ C$  [Cristal Laser]. C'est donc une courbe très large qui permet un doublage efficace sur une grande plage de température.

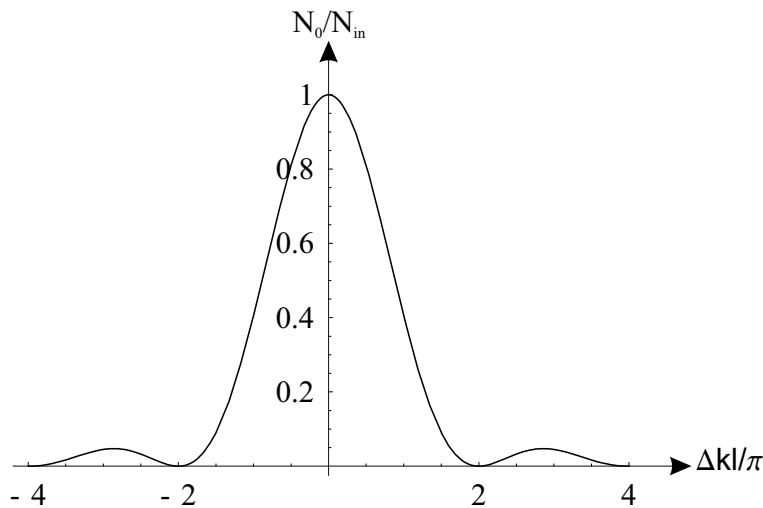


Fig. 5.19 – Efficacité de doublage en fonction du désaccord de phase

### D.1.2 Doublage avec cristal traité

Lors de mesures de l'efficacité de doublage du cristal de KTP, nous avons rapidement remarqué que celle-ci était modulée fortement en fonction de la température avec une période de quelques  $K$ . Ce phénomène n'avait pas été observé avec le cristal précédent dont les faces n'étaient pas traitées. Nous nous sommes rapidement orientés vers un effet d'interférences entre le faisceau de seconde harmonique directement transmis et le faisceau réfléchi sur la face avant du cristal.

#### D.1.2.a Effet d'interférences

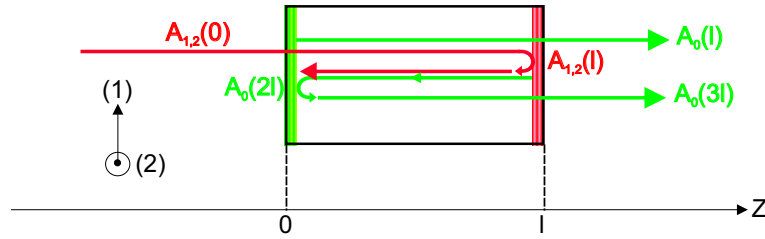


Fig. 5.20 – Amplitudes des champs réfléchis avec le cristal traité

Nous allons nous placer dans une configuration de doublage *sans cavité* où un faisceau incident de fréquence  $\frac{\omega_0}{2}$  polarisé à  $45^\circ$  des axes optiques (1) et (2) du cristal est doublé par le cristal.

Les champs incidents le long des polarisations (1) et (2) à l'entrée du cristal sont notés  $A_1(0)$  et  $A_2(0)$ . Le faisceau doublé se propageant dans le sens des  $z$  positifs a pour expression :

$$A_0(l) = -gA_1(0)A_2(0)e^{ik_0n_0l} \quad (5-9)$$

avec  $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$ .

Les champs  $A_1$  et  $A_2$  se réfléchissent sur la face arrière du cristal et sont à nouveau doublés par le cristal. Le champ de seconde harmonique  $A_0(2l)$  créé a pour expression au niveau de la face avant du cristal :

$$A_0(2l) = -gA_1(l)A_2(l)e^{ik_0n_0l} = -gA_1(0)A_2(0)e^{i\frac{k_0}{2}(n_1+n_2)l}e^{ik_0n_0l} \quad (5-10)$$

Ce champ se réfléchit sur la face avant du cristal et en ressort en ayant accumulé un déphasage lors de sa propagation. Son amplitude  $A_0(3l)$  au niveau de la face arrière du cristal est au premier ordre :

$$A_0(3l) = A_0(2l)e^{ik_0n_0l} = -gA_1(0)A_2(0)e^{i\frac{k_0}{2}(n_1+n_2)l}e^{i2k_0n_0l} \quad (5-11)$$

Les champs  $A_0(l)$  et  $A_0(3l)$  vont interférer en sortie du cristal et l'intensité doublée sortant du cristal aura pour expression :

$$|A_0^{sort}|^2 = |A_0(l) + A_0(3l)|^2 = 4|g|^2|A_1(0)|^2|A_2(0)|^2 \cos^2\left(\frac{k_\Sigma l}{2}\right) \quad (5-12)$$

$$= 4|g_0|^2|A_1(0)|^2|A_2(0)|^2 \left(\frac{\sin(\Delta kl/2)}{(\Delta kl/2)}\right)^2 \cos^2\left(\frac{k_\Sigma l}{2}\right) \quad (5-13)$$

avec  $k_\Sigma = k_0(n_0 + \frac{n_1+n_2}{2})$ .

L'intensité de doublage est donc modulée par un terme d'interférence proportionnel à la somme des indices du cristal. Nous allons maintenant comparer l'évolution des deux modulations d'accord de phase et d'interférence en fonction de la température. Nous avons donné au chapitre 1 les coefficients de variation d'indice en fonction de la température :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{dn_1}{dT} = 1.6 \times 10^{-5} K^{-1} \\ a_2 &= \frac{dn_2}{dT} = 1.3 \times 10^{-5} K^{-1} \\ a_0 &= \frac{dn_0}{dT} = 1.6 \times 10^{-5} K^{-1} \end{aligned} \quad (5-14)$$

On calcule alors le rapport entre les variations thermiques de  $k_\Sigma$  et celles de  $\Delta k$  :

$$\frac{\frac{dk_\Sigma}{dT}}{\frac{d\Delta k}{dT}} = \frac{2a_0 + a_1 + a_2}{2a_0 - a_1 - a_2} \simeq 20 \quad (5-15)$$

Les variations d'efficacité de doublage dues à l'effet d'interférences sont bien plus rapides en fonction de la température que l'effet d'accord de phase. Nous pouvons également calculer l'interfrange en température des ces interférences.

L'écart entre deux maxima de doublage doit vérifier la relation  $\delta(k_\Sigma l) = 2\pi$  ce qui correspond à un écart en température  $\delta T$  de valeur :

$$\delta T = \frac{\lambda_0}{l} \frac{2}{2a_0 + a_1 + a_2} \simeq 3K \quad (5-16)$$

Pour un faisceau doublé de fréquence  $\lambda_0 = 532nm$  et un cristal de longueur  $l = 6mm$ . Nous avons mesuré expérimentalement cet effet d'interférences avec le dispositif de la figure 5.21.

#### D.1.2.b Régulation en température

Le cristal est inséré dans un four en cuivre dont la température est régulée par un module Peltier alimenté par une régulation en température fabriquée au laboratoire qui délivre un courant maximum de  $2A$ . La température du cristal est mesurée par une thermistance de  $100k\Omega$ . L'ensemble est placé dans une boîte en plexiglas afin d'éviter

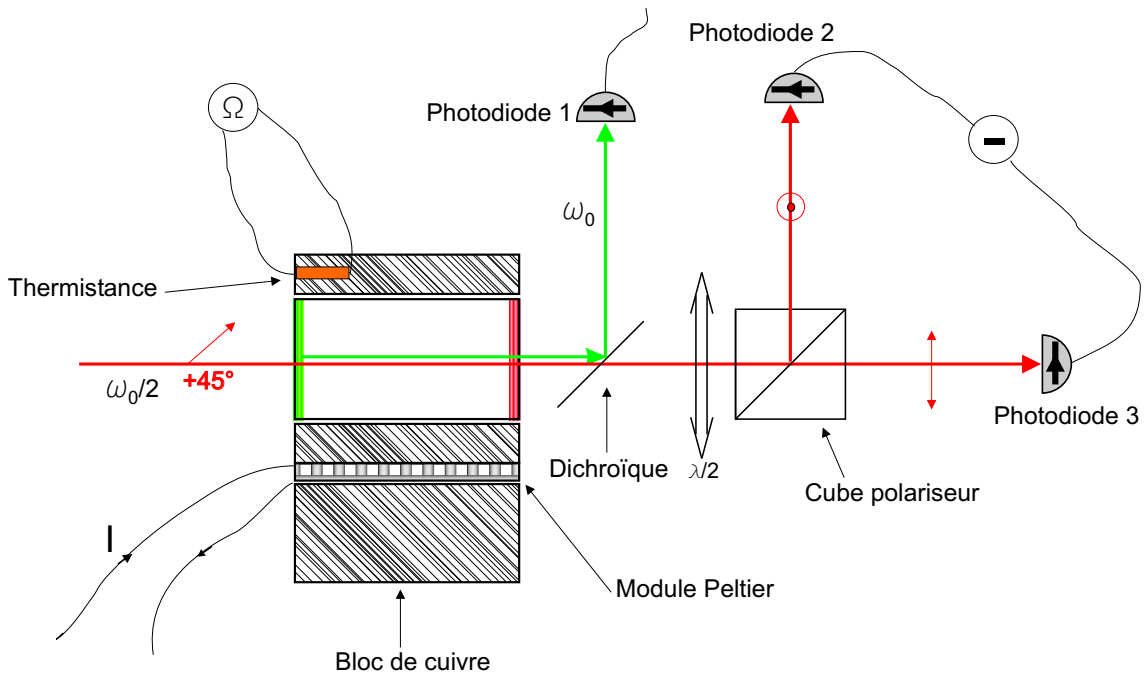


Fig. 5.21 – Dispositif expérimental de mesure de l'efficacité de doublage en fonction de la température

les courants d'air qui perturbent la régulation en température. Pour une thermistance de  $100k\Omega$  le fabricant donne la relation résistance/température suivante :

$$T = \frac{1}{0.0452} \ln\left(\frac{300}{R}\right) \quad (5-17)$$

où  $R$  est exprimé en  $k\Omega$ . On peut exprimer l'incertitude en température en fonction de l'incertitude sur la résistance :

$$\Delta T = \frac{1}{0.0452} \frac{\Delta R}{R} \quad (5-18)$$

Lorsque la régulation est optimisée et que le cristal est dans la boîte de plexiglas on mesure à l'ohmmètre de précision une incertitude sur la résistance de  $\Delta R = 5 \times 10^{-3}k\Omega$  pour une résistance  $R$  de l'ordre de  $50k\Omega$ . Cela amène à une incertitude sur la température  $\Delta T \simeq 2 \times 10^{-3}K$ .

#### D.1.2.c Résultats expérimentaux

Le faisceau infrarouge incident a une puissance au niveau de l'entrée du cristal de  $540mW$ . Le faisceau doublé est réfléchi par une lame dichroïque et son intensité est mesurée par la photodiode (1). Nous avons mesuré simultanément l'état de polarisation du faisceau infrarouge transmis. Pour cela nous le séparons à l'aide d'un cube polariseur le long des polarisations linéaires des axes optiques du cristal. L'état général de

polarisation du faisceau transmis est elliptique et nous tournons la lame  $\lambda/2$  de manière à mesurer  $I_2^{max}$  et  $I_3^{min}$  sur les photodiodes (2) et (3). Cela nous donne les intensités correspondant au grand axe et au petit axe de l'ellipse. On calcule ensuite le contraste  $C = \left| \frac{I_2^{max} - I_3^{min}}{I_2^{max} + I_3^{min}} \right|$ .

- lorsque  $C = 1$  la polarisation du faisceau infrarouge transmis est linéaire : le cristal se comporte comme une lame  $\lambda$  ou  $\lambda/2$ . C'est à ces températures que la condition de doublage  $\Delta_1 = \Delta_2$  est vérifiée.
- lorsque  $C = 0$  la polarisation du faisceau infrarouge transmis est circulaire. Le cristal se comporte alors comme une lame  $\lambda/4$ .

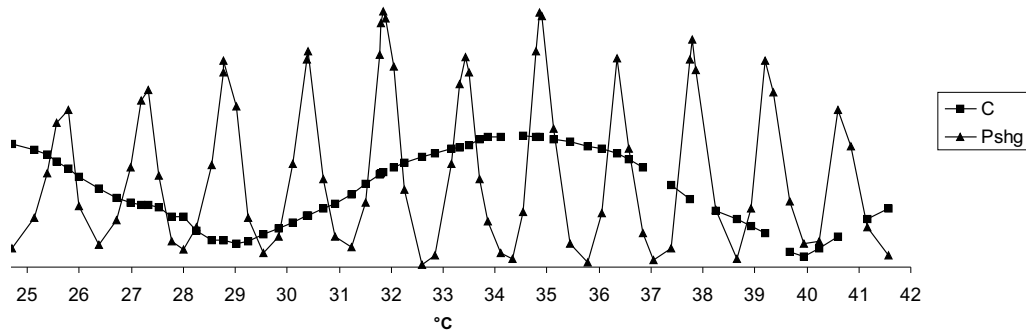


Fig. 5.22 – Intensité de seconde harmonique (triangles) et contraste  $C$  (carrés) en fonction de la température du cristal. L'axe des ordonnées se rapporte à  $C$ . Les valeurs crête de l'intensité de doublage sont de l'ordre de quelques dizaines de  $\mu W$ .

On voit sur la figure 5.22 les franges d'interférences de doublage en fonction de la température du cristal. L'interfrange est de  $1.5^\circ C$ . Le cristal traité ne permet donc pas de doubler le faisceau source continûment. Le doublage est efficace pour un peigne de températures dont l'interfrange dépend de la longueur  $l$  du cristal. L'évolution du contraste  $C$  nous montre que  $C \simeq 1$  pour  $T_{SHG} = 34,5^\circ C$ . C'est à cette température que l'on aura résonance simultanée des polarisations le long des axes optiques du cristal. La plage de température balayée est la plage maximale autorisée par la régulation en température : nous n'aurons donc accès qu'à une seule double résonance dans l'intervalle de températures accessibles.

L'enveloppe de la courbe correspond à l'effet de l'accord de phase. Nous voyons que  $T_{SHG}$  est peu éloignée du sommet de la courbe d'accord de phase qui varie lentement avec la température. Nous allons maintenant mettre en place le miroir d'entrée partiellement réfléchissant à  $1064nm$ . La cavité ainsi formée est résonante pour le champ source, et non résonante pour le champ de seconde harmonique. L'arrière du cristal



étant traité antiréfléchissant à  $532nm$  on crée ainsi un dispositif efficace de génération de seconde harmonique.

## D.2 Cavity infrarouge

### D.2.1 Description

Le miroir d'entrée est le même miroir d'entrée que dans le montage en simple cavité. Il est concave de rayon  $50mm$ . Il possède une réflectivité de  $95\%$  à  $1064nm$  et est traité  $R_{max}$  à  $532nm$ . La face arrière du cristal constitue le second miroir de réflectivité  $99.96\%$ . Les pertes internes vont être essentiellement dues à la réflexion de  $0.11\%$  sur la face avant du cristal. L'absorption du champ à  $1064nm$  dans le cristal est inférieure à  $0.05\%/cm$  [Cristal Laser] et ne va pas modifier la finesse. La finesse attendue est de 120 pour une finesse mesurée de 118. On voit sur la figure 5.23 les pics de résonance transmis par la cavité lorsqu'on balaie la position du miroir d'entrée. La longueur moyenne de la cavité est de  $4cm$ .

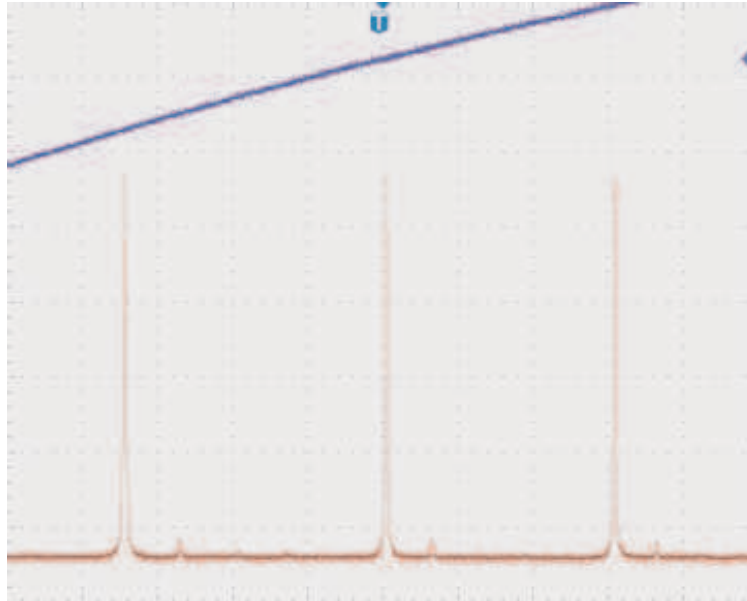


Fig. 5.23 – Pics de résonance de la cavité infrarouge

### D.2.2 Mesure de doublage

Le montage utilisé est représenté sur la figure 5.24. On mesure l'intensité de faisceau vert doublé en fonction de la température du cristal. La longueur de la cavité infrarouge est balayée par la cale piézoélectrique. La photodiode (2) permet de visualiser les pics de résonance infrarouge transmis par la cavité. On mesure à l'oscilloscope l'écart  $\Delta L$

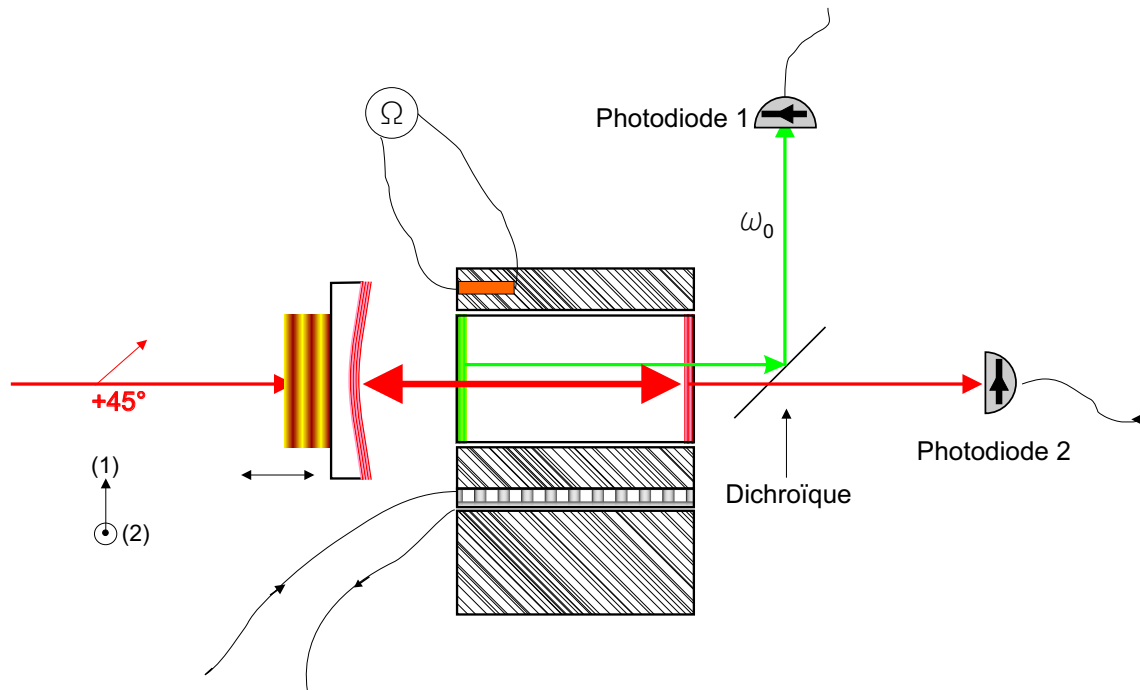


Fig. 5.24 – Montage pour la mesure de l'efficacité de doublage. La cavité est résonante pour la fréquence fondamentale.

de longueur de résonance entre les deux pics correspondant aux résonances des polarisations propres de la cavité le long des axes optiques (1) et (2) du cristal. L'intensité du faisceau vert doublé est mesurée par la photodiode (1). On mesure l'intensité doublée au sommet du pic de vert généré par les résonances du faisceau source infrarouge. Sur la courbe 5.25 on voit que le pic de génération de seconde harmonique apparaît lorsque l'écart entre les pics de résonance correspondant aux deux polarisations linéaires le long des axes (1) et (2) est nul. A cette température on vérifie la condition de double résonance  $\Delta_1 = \Delta_2$ . On voit sur la figure que cette température correspond à la valeur  $T_{SHG} \simeq 33^\circ C$ . Cette valeur est différente de  $T = 34.5^\circ C$  obtenue sans la cavité sur la figure 5.22. Cet écart peut s'expliquer par la présence du miroir d'entrée de la cavité. Ce miroir rajoute sur le chemin optique des champs infrarouge un déphasage à la réflexion sur sa surface. Si ce déphasage n'est pas égal pour les deux polarisations propres (1) et (2) cela va entraîner un décalage sur la température de double résonance.

On remarque également sur la figure 5.25 que la courbe de doublage n'est pas symétrique par rapport à  $T_{SHG}$ . En effet le phénomène d'interférences au doublage est toujours présent et impose un peigne de fréquences pour un doublage efficace. Si la température de double résonance  $T_{SHG}$  n'est pas confondue avec un pic constructif d'interférences alors une dissymétrie peut apparaître dans la courbe de génération de

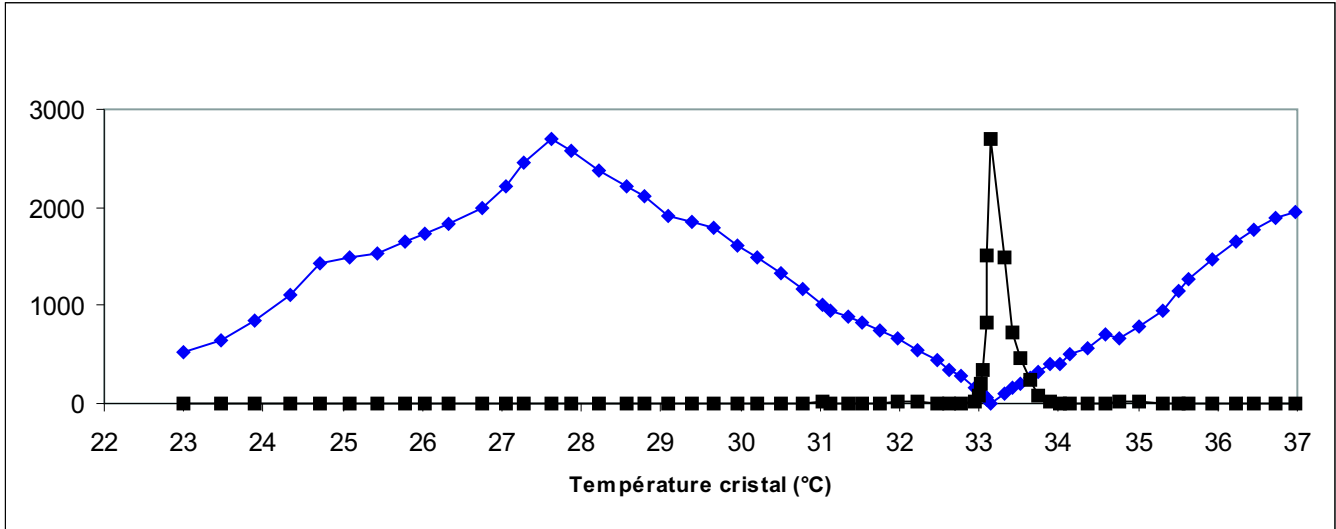


Fig. 5.25 – Puissance de seconde harmonique (carrés) et écart entre les pics de résonance infrarouge (losanges) en fonction de la température du cristal

seconde harmonique. Un cas très gênant serait que  $T_{SHG}$  corresponde à un minimum d'interférences du cristal. La puissance de doublage serait alors fortement diminuée. On peut éviter ce cas de figure en modifiant la position transversale du cristal. En effet, on remarque expérimentalement que ce déplacement modifie la différence de chemin optique  $\Delta_1 - \Delta_2$ . Ce déplacement agit comme une modification de la longueur effective de cristal  $l$  traversée par le faisceau. Le déphasage pris en compte dans les interférences est :

$$\Sigma kl = \frac{2\pi}{2\lambda_0}(2n_0 + n_1 + n_2)l \quad (5-19)$$

alors que le déphasage qui intervient dans l'écart à résonance est

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{2\pi}{2\lambda_0}(n_1 - n_2)l \quad (5-20)$$

On peut alors calculer le rapport :

$$\frac{\Sigma kl}{\Delta_1 - \Delta_2} = \frac{2n_0 + n_1 + n_2}{n_1 - n_2} \simeq 90 \quad (5-21)$$

Les franges d'interférence se décalent pratiquement 100 fois plus vite que les pics de résonance infrarouge. En déplaçant transversalement le cristal on peut alors arriver à optimiser la puissance de doublage. Nous avons obtenu en asservissant la cavité infrarouge par détection synchrone une puissance de  $250mW$  doublée pour une puissance incidente infrarouge de  $540mW$  soit une efficacité de doublage de 46,3%.

Nous allons maintenant placer la seconde cavité résonante pour le champ de seconde

harmonique afin d'atteindre l'intensité seuil qui va permettre la reconversion paramétrique du faisceau doublé.

### D.3 Cavité infrarouge et cavité verte sans lame biréfringente

Le miroir semiréfléchissant à la fréquence  $532nm$  est placé après le cristal comme le montre la figure 5.26. Le réglage de sa position est délicat car on ne peut pas injecter de faisceau à cette fréquence dans la cavité pour l'ajuster. Afin d'y parvenir nous balayons la longueur de la cavité infrarouge à une fréquence de quelques dizaines de  $Hz$  à la température optimale de doublage. On obtient en sortie du cristal un faisceau vert  $TEM_{00}$  apparemment continu. Le deuxième miroir est placé sur le trajet de ce faisceau et on règle son orientation jusqu'à obtenir en sortie une sortie quasi-monomode  $TEM_{00}$ . On peut maintenant observer sur la figure 5.27 les signaux reçus par les trois photodiodes. Ces signaux sont obtenus en balayant la longueur de la cavité infrarouge à la fréquence  $f = 40Hz$ . On ajuste la température du cristal pour avoir une forte intensité pour le faisceau vert à  $T = 33,42^{\circ}C$ . On ajuste la longueur de la cavité verte en modifiant "à la main" la haute tension appliquée à la cale piézoélectrique du miroir arrière. On observe en transmission sur la photodiode (2) un signal d'oscillation paramétrique. Le seuil minimum mesuré est de  $180mW$ . Le système est suffisamment stable pour permettre l'observation du signal pendant quelques dizaines de secondes.

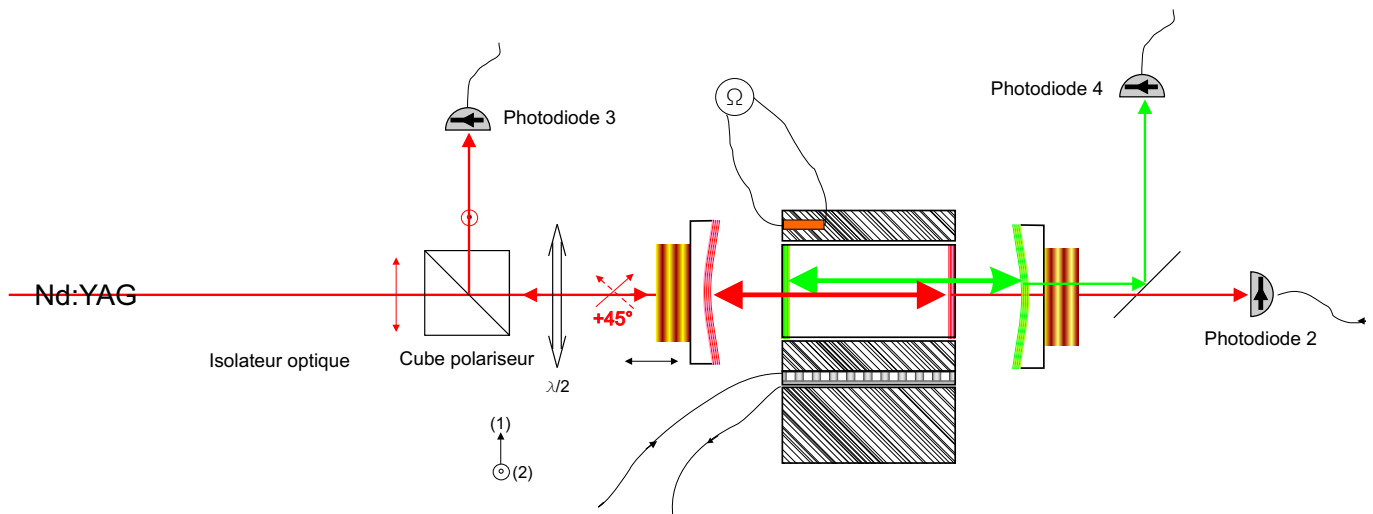


Fig. 5.26 – Montage de reconversion paramétrique avec double cavité.

Le miroir arrière a un coefficient de réflexion de  $95\%$  à  $532nm$  et de  $99,8\%$  à  $1064nm$ . La face arrière du cristal ayant une réflectivité de  $99,96\%$  à  $1064nm$ , il apparaît une sous-cavité de très haute finesse pour un champ à cette fréquence entre cette face ar-

rière et le miroir mobile de la cavité verte. Cette cavité filtre en fréquence le faisceau infrarouge transmis. La finesse théorique pour la pompe étant d'environ 50 sa résonance est large et nous autorise à modifier la longueur de la cavité verte pour ne laisser passer que le signal de reconversion. Le fait que l'on puisse séparer le pic de reconversion du signal à  $1064nm$  transmis par la cavité infrarouge prouve que la fréquence de ce pic est différente et que le signal reconverti est non dégénéré.

On voit sur la photodiode (3) le signal réfléchi par le circulateur. Le pic le plus intense est dû au fait que la température n'est pas exactement la température de double résonance et nous observons un signal correspondant à la superposition partielle des deux pics de résonance des polarisations (1) et (2). Cette lumière n'est pas polarisée linéairement et une importante fraction en est réfléchi par le cube polariseur. Ce signal empêche de voir en réflexion un éventuel pic de reconversion dégénéré qui serait noyé dans ce signal. On voit à côté de ce pic le signal de reconversion qui a été réfléchi par le cube polariseur.

Le signal de la photodiode (4) reproduit l'intensité du faisceau doublé. On voit très nettement la déplétion due à l'oscillation paramétrique dont le faisceau doublé est la pompe. Cette déplétion est l'indice le plus caractéristique qui nous montre que nous avons bien affaire à un phénomène de reconversion paramétrique.

Nous voyons qu'il est très délicat d'observer un signal de reconversion dégénéré. En transmission, ce signal est noyé dans le faisceau transmis résiduel et ne pourra pas être observé. En réflexion venant du circulateur il faut être à double résonance exacte afin que le signal ne soit pas mélangé au signal non polarisé qui vient d'un mauvais recouvrement des pics de résonance. A cause de ces difficultés nous n'avons pas pu observer de signal de reconversion dégénéré avec un dispositif à double cavité sans lame biréfringente. Néanmoins la double cavité a permis d'observer un signal de reconversion paramétrique ce qui n'avait pas été possible avec le montage précédent avec les deux cavités confondues.

A partir du seuil minimum de  $N_{double}^+ = 180mW$  observé avec notre configuration on peut calculer le seuil  $N_+^{simple}$  que l'on obtiendrait avec le cristal de longueur  $l_1 = 1cm$  de la simple cavité et des cavités de même finesse que le montage en simple cavité. La finesse des cavités infrarouge est pratiquement équivalente et on utilise le même miroir d'entrée. Seule la finesse de la cavité verte et la longueur du cristal vont donc compter. On obtient alors un seuil équivalent :

$$N_+^{simple} = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \frac{\mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1} N_{double}^+ \quad (5-22)$$

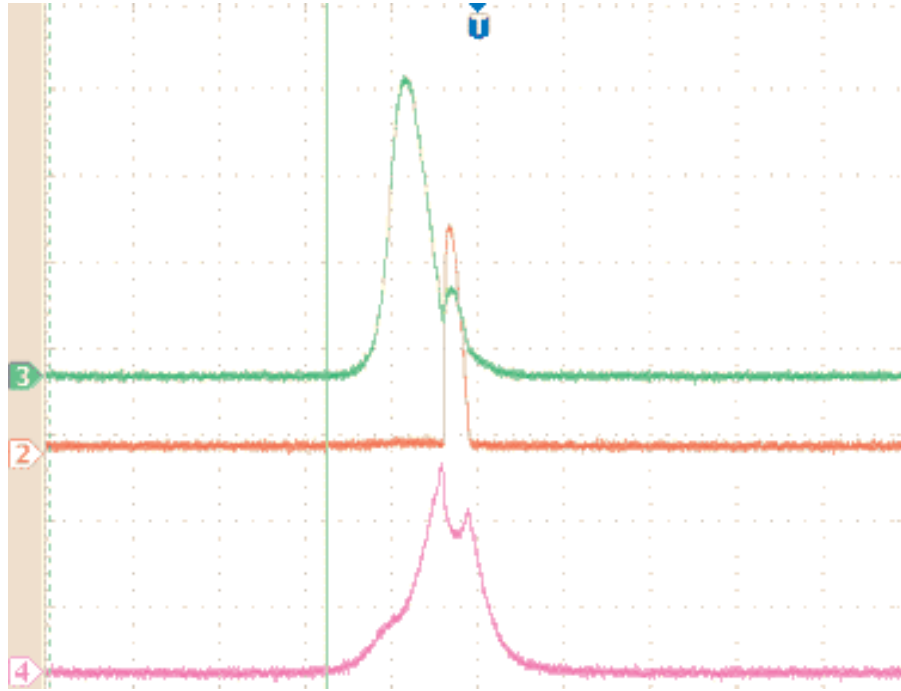


Fig. 5.27 – Trace (2): signal transmis par la cavité, trace (3): signal de la voie réfléchie du circulateur et trace (4): signal de seconde harmonique. La cavité infrarouge est balayée à la fréquence  $f = 40\text{Hz}$ . La cavité verte est tenue “à la main” sur la longueur de résonance de seconde harmonique.

où  $l_2 = 6\text{mm}$  et  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{F}_2$  sont les finesesses pour la fréquence  $532\text{nm}$  respectivement pour le montage en simple cavité et le montage à double cavité. Nous savons que  $\mathcal{F}_1 = 51.5$  et le miroir arrière que nous avons utilisé pour ces mesures mène à une finesse  $\mathcal{F}_2 = 38.8$ . Le seuil équivaut à alors une valeur  $N_+^{\text{seuil}}(\text{equiv}) \simeq 50\text{mW}$ . Grâce à la double cavité nous avons pratiquement gagné un facteur 4 sur le seuil obtenu en simple cavité avec une lame biréfringente. Nous pouvons également introduire une lame biréfringente dans la cavité afin de diminuer encore ce seuil et de pouvoir observer une oscillation de reconversion dégénérée.

## D.4 Cavité infrarouge et cavité verte avec lame biréfringente

### D.4.1 Génération de seconde harmonique

Nous introduisons maintenant une lame  $\lambda/4$  à  $1064\text{nm}$  dans la première cavité infrarouge. Ses axes neutres sont tournés d’un angle  $\rho = 45^\circ$  par rapport aux axes optiques (1) et (2) du cristal. Alors que dans le dispositif à simple cavité la lame était disposée après le cristal nous sommes obligés ici de la placer en amont de celui-ci. Cela

ne va pas modifier substantiellement les modes propres de polarisation si l'on remarque que changer la position de la lame équivaut à inverser l'entrée et la sortie de la cavité. Nous avons détaillé au chapitre 1 les modes propres de polarisation à l'entrée de la cavité dans le cas d'une lame  $\lambda/4$  placé après le cristal dans le cas  $\rho = 45^\circ$ . Nous avons vu que les modes propres de polarisation à l'entrée de la cavité sont les modes  $A_+$  et  $A_-$  polarisés à  $\pm 45^\circ$  des axes optiques du cristal indépendamment de la température  $T$  du cristal. Les modes propres de polarisation à la sortie de la cavité sont linéaires inclinées d'un angle  $\alpha$  dépendant linéairement de  $T$ .

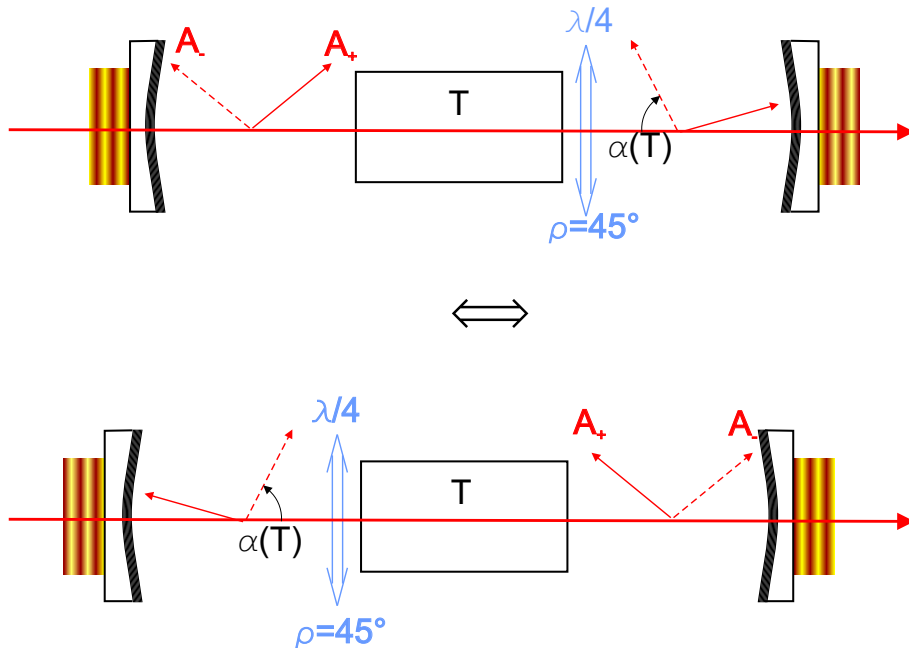


Fig. 5.28 – Polarisations propres en entrée et sortie de la cavité. La lame  $\lambda/4$  est tournée de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal

On voit sur la figure 5.28 que si l'on inverse le système les polarisations propres en sortie de la cavité sont le long de  $A_+$  et  $A_-$ . Les polarisations propres à l'entrée de la cavité sont linéaires et dépendent désormais linéairement de la température. Lorsque l'on injecte la cavité avec un faisceau source correspondant à un mode propre de la cavité, les modes propres au niveau du cristal sont polarisés à  $\pm 45^\circ$  des axes du cristal. Les projections de ce mode sur les axes (1) et (2) sont égales ce qui assure un doublage optimal du champ source.

La figure 5.29 nous montre le montage expérimental de mesure de génération de seconde harmonique avec la lame  $\lambda/4$ . La longueur de la cavité infrarouge est balayée à la fréquence de  $40\text{Hz}$ . Lorsque la lame  $\lambda/2$  placée en amont du miroir d'entrée est tournée d'un angle quelconque on observe à l'aide de la photodiode (2) les deux pics

correspondant aux résonances des deux modes propres de polarisation de la cavité. Il faut alors tourner cette lame afin de ne n'avoir plus qu'une résonance en transmission. On mesure alors avec la photodiode (1) la valeur maximale du pic de doublage ainsi obtenu. Puis on change  $T$ , les deux modes propres réapparaissent sur la photodiode (2) et on tourne la lame  $\lambda/2$  pour remettre la polarisation du faisceau source le long d'une polarisation propre de la cavité.

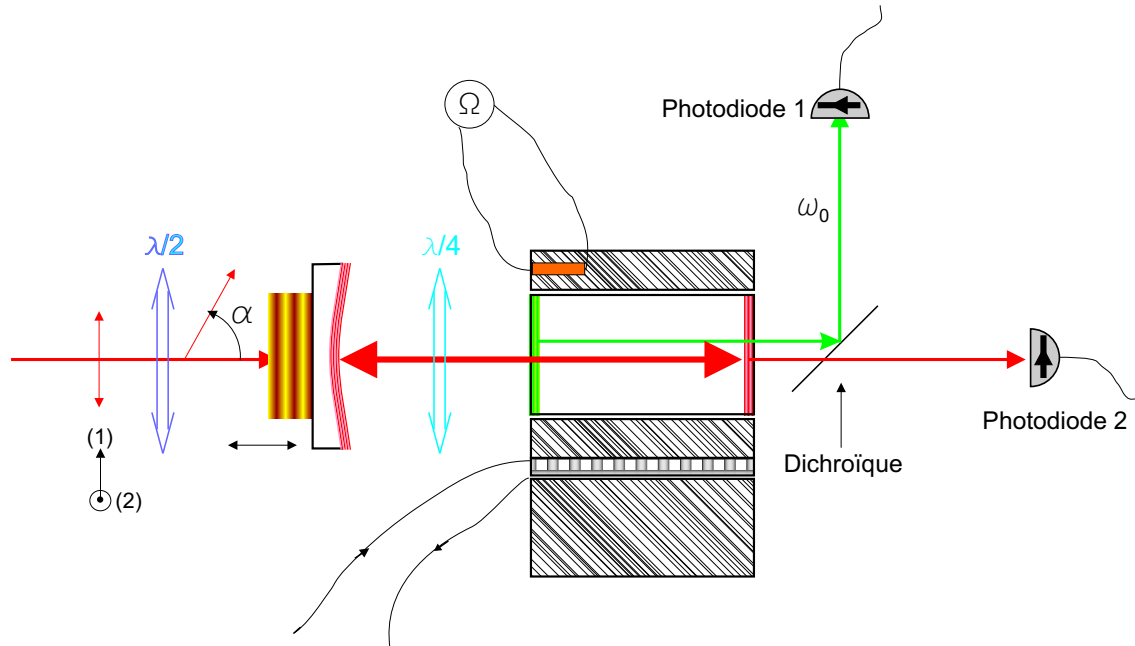


Fig. 5.29 – Montage expérimental pour la génération de seconde harmonique avec lame biréfringente

On voit sur la figure 5.30 apparaître de nouveau les interférences dans l'intensité de doublage. La différence fondamentale avec le cas sans lame est que nous les obtenons ici *en cavité* avec une intensité crête de l'ordre de la centaine de  $mW$ . La présence de la lame nous permet de nous affranchir de la condition de double résonance qui impose une température unique de doublage lorsque la lame est absente. L'enveloppe large de la courbe est due à l'effet du désaccord de phase et son maximum se trouve aux alentours de  $T = 35.5^{\circ}C$ . Or sur la figure de doublage 5.22 obtenue sans cavité le maximum de la courbe d'accord de phase se trouve à  $T = 33.5^{\circ}C$ . Ce décalage entre les deux enveloppes vient de l'accumulation de phase que nous avons décrite au chapitre 1. En cavité linéaire un terme de déphasage miroir vient se rajouter à  $\Delta kl$  dans l'expression de l'accord de phase. Ce terme supplémentaire décale la température qui réalise l'accord de phase parfait.

La figure 5.31 nous montre le relevé de l'angle  $\alpha$  du mode propre de polarisation



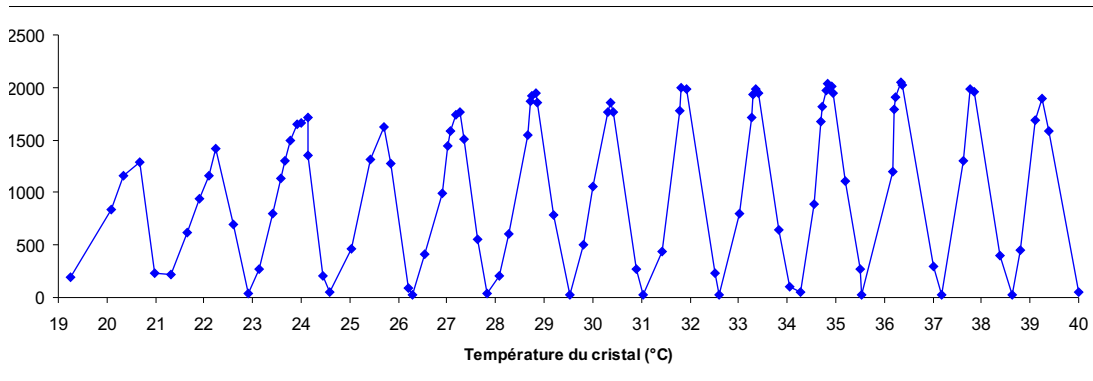


Fig. 5.30 – Intensité de seconde harmonique en fonction de la température du cristal

à l'entrée de la cavité en fonction de  $T$ . Nous avons bien une variation linéaire de cet angle avec la température du cristal. Lorsque  $\alpha = 45^\circ$  alors le cristal est équivalent à une lame  $\lambda$  ou  $\lambda/2$ . Cela correspond à la température de double résonance des modes propres de polarisation sans lame.

Nous allons maintenant placer le miroir arrière qui va créer la cavité résonante pour le faisceau doublé afin de pouvoir observer un signal de reconversion paramétrique.

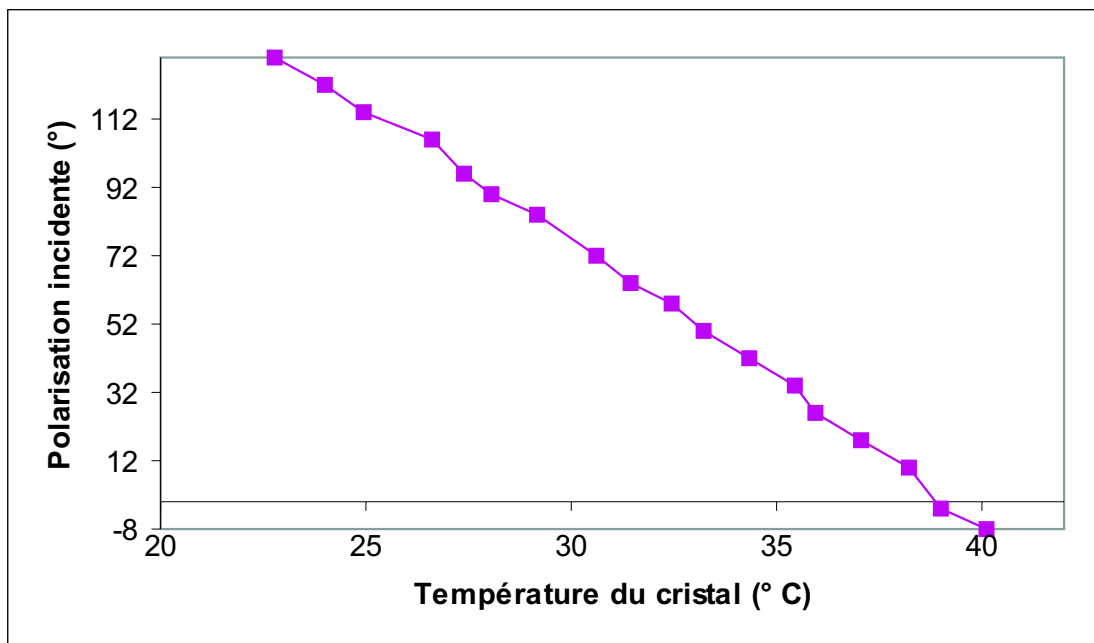


Fig. 5.31 – Angle  $\alpha$  d'un mode propre de polarisation à l'entrée de la cavité

#### D.4.2 Conversion paramétrique

Sur la figure 5.32 nous décrivons le dispositif expérimental qui va nous permettre d'observer le signal de régénération et de vérifier si sa fréquence est dégénérée ou non

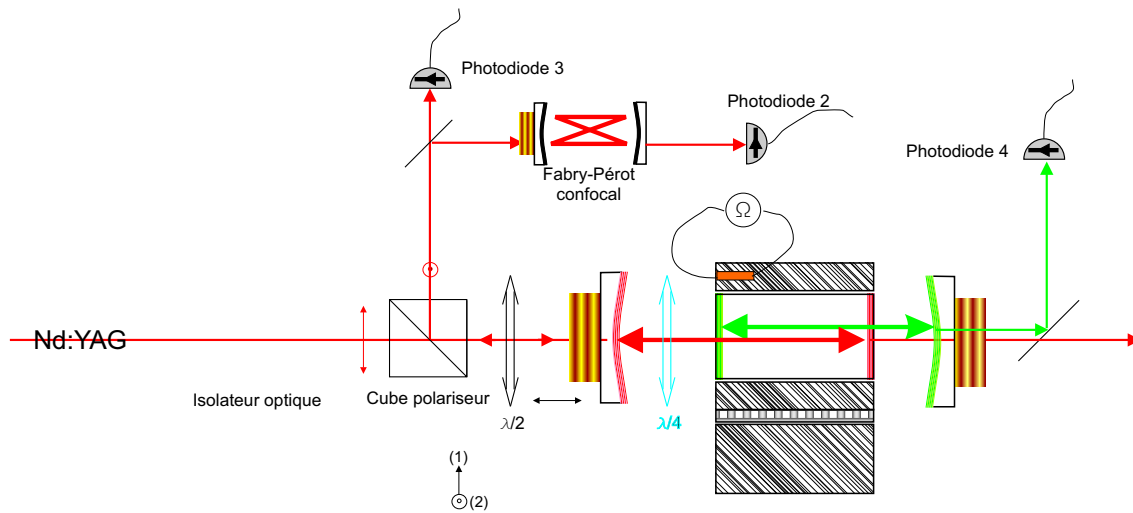


Fig. 5.32 – Montage expérimental pour l'analyse en fréquence du signal de reconversion.

avec la fréquence du faisceau source.

Le faisceau incident polarisé le long de la direction (1) est transmis par le cube polariseur puis il traverse la lame  $\lambda/2$ . Celle-ci est tournée d'un angle  $\alpha$  tel que le faisceau source incident soit un des deux modes propres de polarisation de la cavité. La puissance source réfléchi par le miroir d'entrée repasse dans la lame  $\lambda/2$  et est de nouveau transmise par le cube. Ainsi, tant qu'il n'y a pas d'oscillation de reconversion les photodiodes (2) et (3) ne reçoivent aucun signal. En fait, elles ne reçoivent qu'une très faible fraction du faisceau de retour. L'efficacité mesurée du cube est de 0.3% et les photodiodes (2) et (3) ne reçoivent au maximum un fond continu de quelques  $mW$ . Ce fond va nous être utile car il va nous servir de référence de fréquence dans l'utilisation de l'interféromètre. Quand le signal de reconversion apparaît, deux cas de figure se présentent :

- l'oscillation est à même fréquence que le champ source et est polarisée orthogonalement au mode propre de polarisation incident. Ce signal transmis par le miroir d'entrée est totalement réfléchi par le cube polariseur et arrive sur les photodiodes (2) et (3).
- l'oscillation est non dégénérée : le signal de reconversion est alors formé par la somme du champ signal à fréquence  $\omega_1$  polarisé le long de la direction (1) et du champ signal à fréquence  $\omega_2$  polarisé le long de la direction (2). Les fréquences d'oscillation vérifient la relation  $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_0$  où  $2\omega_0$  est la fréquence du champ pompe venant de la génération de seconde harmonique. Le signal de reconversion n'est alors plus polarisé linéairement et la moitié de sa puissance est réfléchi par le cube polariseur pour atteindre les photodiodes (2) et (3).

On observe sur la figure 5.33 le signal de reconversion reçu par la photodiode (3) et le faisceau doublé reçu par la photodiode (4). Cette oscillation est obtenue à toutes les températures correspondant à des maxima de doublage de la figure 5.30 autorisées par la régulation en température. On voit nettement la déplétion dans le pic de doublage dû à l'oscillation de reconversion. Le montage en double cavité avec lame  $\lambda/4$  permet donc d'obtenir la reconversion paramétrique sur une plage de température de l'ordre de  $20^\circ C$ , ce qui n'est pas possible dans un montage en simple cavité.

Avec le Fabry-Pérot d'analyse nous avons enregistré comme dans la section précédente les traces à l'oscilloscope d'un balayage simultané des deux cavités. Rappelons que ces traces correspondent à la superposition sur l'écran de l'oscilloscope numérique des pics d'oscillation de l'OPO qui résonnent dans la cavité Fabry-Pérot. Nous avons obtenu comme dans la figure 5.34 des oscillations de reconversion sur plusieurs modes dont le mode dégénéré qui est aligné avec la résonance du champ source. Nous n'avons pas pu obtenir seulement le mode d'oscillation dégénéré.

Nous avons mesuré sur la figure 5.35 le seuil d'oscillation minimum obtenu avec ce dispositif à  $T = 32.6^\circ C$ . Sa valeur de  $113mW$  a été obtenue avec un miroir arrière de réflectivité 95% à  $532nm$ . La finesse de la cavité verte est alors  $\mathcal{F}_2 = 38.8$ . Nous pouvons maintenant calculer le seuil équivalent dans la configuration du montage simple cavité comme en 5-22. On obtient un seuil équivalent  $N_+^{simple} = 30mW$ . Le seuil minimum obtenu avec la lame  $\lambda/4$  avec le montage en simple cavité est de  $160mW$ . Le montage en double cavité a réduit de plus de 5 fois le seuil de reconversion paramétrique précédent.

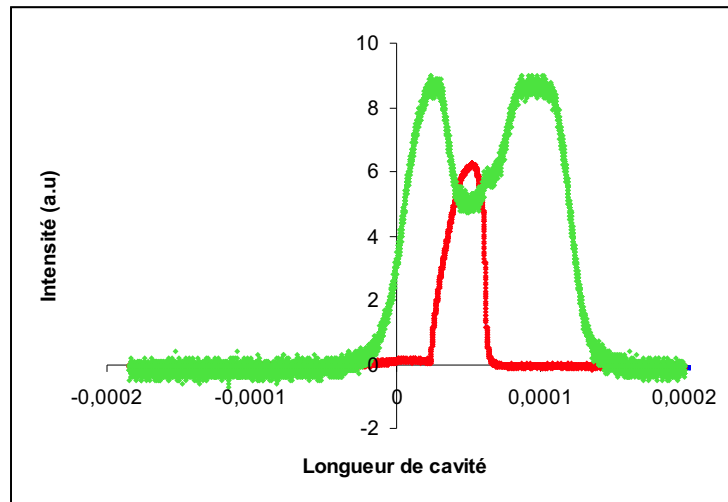


Fig. 5.33 – Intensité du signal de reconversion (rouge) reçu par la photodiode (3) et intensité du faisceau doublé (vert) reçu par la photodiode (4) obtenus en balayant la longueur de la cavité infrarouge.

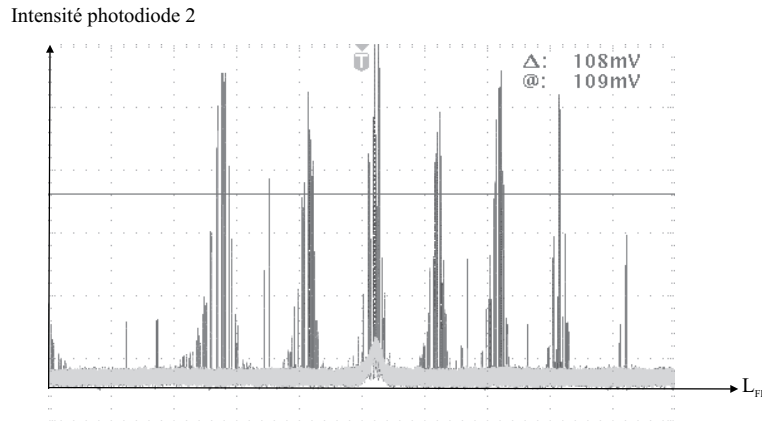


Fig. 5.34 – Analyse en fréquence des champs émis par l'OPO. En gris clair, résonance du champ source subharmonique réfléchi par le miroir d'entrée de la cavité. En gris foncé, accumulation sur l'écran de l'oscilloscope des pics d'oscillation de l'OPO résonants dans le Fabry-Pérot dont on balaie la longueur de cavité. L'oscilloscope est déclenché par la rampe de balayage du Fabry-Pérot. On voit une oscillation dégénérée coïncidant avec la résonance du champ source et plusieurs modes non dégénérés.

## E Vers une mise en oeuvre de ce dispositif pour les Télécoms optiques

Le seuil équivalent de  $30mW$  que nous avons obtenu pour la partie reconversion est tout à fait compatible avec les puissances utilisées dans des applications en télécommunications. Le second dispositif d'écrêtage possède un seuil de quelques  $mW$  ce qui fait de l'ensemble du système un candidat potentiel pour une application tout optique de régénération. En revanche, les systèmes télécom actuels fonctionneront bientôt à un débit de  $40Gbits/s$  qu'on ne peut atteindre avec le dispositif décrit ici. Le montage expérimental réalisé par K. S. Zhang [Zhang02] fonctionne par exemple avec des débits de l'ordre de  $10Kbits/s$ . En effet, les deux cavités de régénération sont limitées par leur temps de réponse en intensité  $\tau$  [Siegman86]. Il est défini par :

$$\tau = \frac{\mathcal{F}L_{opt}}{2\pi c} \quad (5-23)$$

où  $\mathcal{F}$  et  $L_{opt}$  sont respectivement la finesse et la longueur optique de la cavité.

Un champ présent dans la cavité proche de résonance voit son intensité décroître en fonction du temps  $t$  comme  $e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Des impulsions séparées par un intervalle de l'ordre de  $\tau$  se recouvriraient temporellement à l'intérieur de la cavité et détruiraient la cohérence temporelle du signal. Les cavités que nous avons utilisées expérimentalement ont un

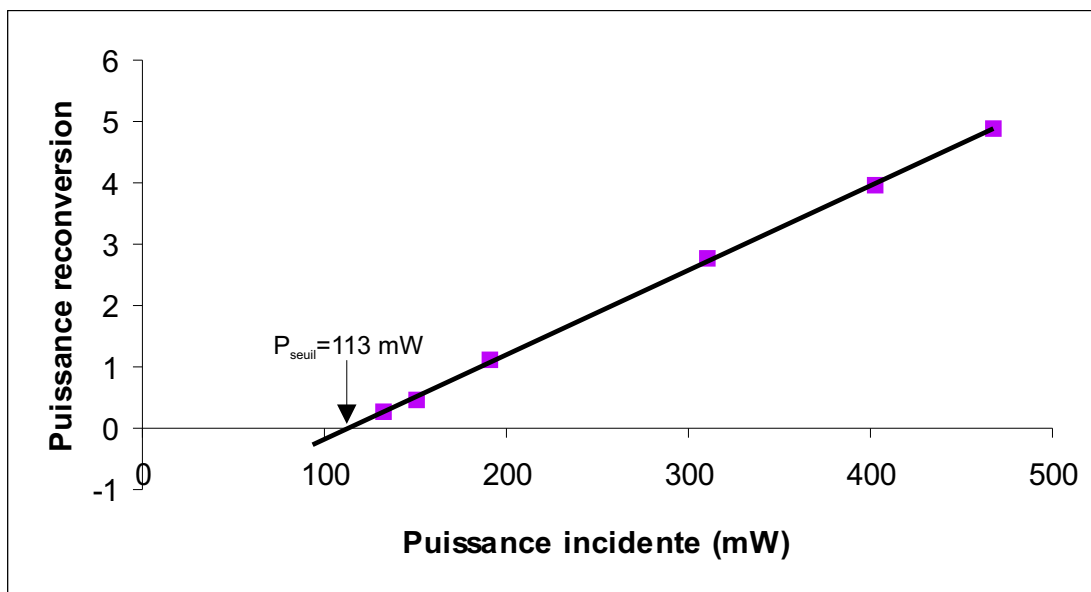


Fig. 5.35 – Puissance signal de reversion en fonction de la puissance incidente

temps de réponse de l'ordre de  $10ns$  bien plus long que les  $25ps$  nécessaires pour un fonctionnement à  $40Gbit/s$ . Cela est dû au fait que nous utilisons de longues cavités avec des finesses élevées. La présence de la cavité influe aussi sur le bande passante du dispositif et par conséquent sur le nombre de canaux différents qui pourront être transmis simultanément à travers le régénérateur. La condition de résonance de la cavité pour les différents champs peut être délicate à assurer comme nous l'avons vu. On peut se demander s'il est possible de modifier notre système afin d'atteindre des débits élevés aux longueurs d'onde télécom de  $1.5\mu m$ .

## E.1 Différentes expressions des seuils d'oscillation de reversion

De nombreux matériaux non linéaires sont compatibles avec les longueurs d'onde télécom comme l'arséniure de gallium, l'arséniure d'aluminium de gallium ou encore le zinc sélénium. Ces matériaux possèdent de grandes non linéarités qui vont jusqu'à  $150pm/V$  pour  $GaAs$ . La mise au point d'une cavité à faible temps de réponse semble pour autant difficile car elle nécessite d'utiliser des petites cavités (ce qui implique d'utiliser de plus petits cristaux) et/ou des réflectivités plus faibles pour les miroirs. Ces solutions ont toutes les deux l'inconvénient d'augmenter le seuil d'oscillation du système.

Afin de trouver les paramètres pertinents qui vont nous permettre de résoudre le problème nous allons imposer à la cavité un temps de réponse  $\tau$ . Nous avons vu au chapitre 5 que le seuil de reconversion de la cavité de doublage a pour expression :

$$(N_+^{in})_{seuil} = \frac{4\gamma_1\gamma_2\gamma_0}{g^2} \quad (5-24)$$

avec

$$\gamma_i = \frac{T_i}{2} \quad (5-25)$$

$$g = \kappa l \quad (5-26)$$

où les  $T_i$  sont les transmissions en intensité du miroir de couplage respectivement pour les trois modes résonants<sup>3</sup>.  $l$  est la longueur du cristal et  $\kappa$  est le coefficient non linéaire qui dépend de la nonlinéarité, de la géométrie et des indices optiques que nous avons défini dans l'équation 1-82 :

$$\kappa = \chi_{eff}^{(2)} \frac{w_0 w_1 w_2}{w_0^2 w_1^2 + w_0^2 w_2^2 + w_2^2 w_1^2} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{\pi \epsilon_0 c^3 n_0 n_1 n_2}} \quad (5-27)$$

où  $\chi_{eff}$  est la non-linéarité du cristal en  $m/V$ .  $w_i$  est la largeur au col,  $\omega_i$  est la pulsation et  $n_i$  l'indice de réfraction du mode  $i$ . Afin de simplifier les calculs nous allons supposer que les transmissions de la cavité pour les deux fréquences sont égales. La finesse  $\mathcal{F}$  ayant pour expression :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{T_i} \quad (5-28)$$

on peut réécrire le seuil 5-24 en fonction de  $\mathcal{F}$  :

$$(N_+^{in})_{seuil} = \frac{(2\pi)^3}{2\mathcal{F}^3 \kappa^2 l^2} \quad (5-29)$$

Or nous avons vu que le temps de cavité  $\tau$  est relié à  $\mathcal{F}$  par la relation 5-23 ce qui nous permet d'écrire le seuil d'oscillation à partir de 5-23 et 5-29 :

$$(N_+^{in})_{seuil} = \frac{(2\pi)^3 \left(\frac{L_{opt}}{2\pi c\tau}\right)^3}{2\kappa^2 l^2} \quad (5-30)$$

Afin d'obtenir la cavité la plus courte possible, nous allons supposer que la longueur de la cavité est égale à la longueur  $l$  du cristal. La longueur optique de la cavité s'écrit alors  $L_{opt} = 2nl$  où nous avons supposé que  $n_0 = n_1 = n_2 = n$ . Le seuil s'écrit alors :

$$(N_+^{in})_{seuil} = \frac{(2\pi)^3 \left(\frac{n}{\pi c\tau}\right)^3}{2\kappa^2} l \quad (5-31)$$

---

3. Nous avons négligé dans cette expression les pertes autres que celles venant du miroir de couplage.

On voit dans 5-31 que le seuil  $N_+^{in}$  est proportionnel à  $l$ . Il diminue lorsque  $l$  diminue ce qui peut sembler peu intuitif mais il ne faut pas oublier que ce résultat est relié à deux contraintes particulières : le temps  $\tau$  est imposé et la longueur de cavité est égale à la longueur du cristal. Diminuer  $l$  sous-entend augmenter  $\mathcal{F}$  afin de garder  $\tau$  constant. Le seuil évoluant en  $\frac{1}{\mathcal{F}^3} \propto l^3$  et en  $\frac{1}{g^2} \propto l^{-2}$  on obtient  $N_+^{in} \propto l$ .

## E.2 Calcul du seuil attendu avec un cristal de GaAs

Nous allons maintenant calculer le seuil de notre système prospectif par l'intermédiaire d'un seuil obtenu expérimentalement par un autre système dont on connaît tous les paramètres. Le seuil  $N_{exp}^{seuil}$  de cet autre système a pour expression selon 5-24 et 5-28 :

$$N_{exp}^{seuil} = \frac{(2\pi)^3}{2(\mathcal{F}_0)_{exp}(\mathcal{F}_1)_{exp}(\mathcal{F}_2)_{exp}(\kappa_{exp})^2(l_{exp})^2} \quad (5-32)$$

On peut maintenant calculer le rapport  $\frac{(N_+^{in})_{seuil}}{N_{exp}^{seuil}}$  :

$$\frac{(N_+^{in})_{seuil}}{N_{exp}^{seuil}} = (\mathcal{F}_0)_{exp}(\mathcal{F}_1)_{exp}(\mathcal{F}_2)_{exp} \left( \frac{n}{\pi c \tau} \right)^3 \left( \frac{\kappa_{exp}}{\kappa} \right)^2 (l_{exp})^2 l \quad (5-33)$$

Nous allons maintenant nous intéresser à l'expression de  $\kappa$  en fonction des paramètres du système. L'expression de  $\kappa$  est donnée par l'expression 5-27. Elle fait apparaître la largeur au col  $w_i$  :

$$w_i = \sqrt{\frac{\lambda_i Z_R}{\pi}} \quad (5-34)$$

où  $\lambda_i$  est la longueur d'onde du mode  $i$  dans le cristal et  $Z_R$  est la longueur de Rayleigh imposée par la géométrie de la cavité. Afin de simplifier les expressions nous allons supposer que les indices de réfraction sont égaux pour les trois modes  $i$  et que les modes signal et complémentaire (1) et (2) sont dégénérés c'est à dire que

$$\lambda_1^{vide} = \lambda_2^{vide} = \lambda \quad (5-35)$$

$$\lambda_0^{vide} = \frac{\lambda}{2} \quad (5-36)$$

Alors un calcul sans difficulté montre que :

$$\kappa^2 = \frac{\chi_{eff}^2 (2\pi)^3 \hbar^2}{4Z_R \epsilon_0 \lambda^4 n^2} \quad (5-37)$$

On peut réécrire 5-33 :

$$\frac{(N_+^{in})_{seuil}}{N_{exp}^{seuil}} = (\mathcal{F}_0)_{exp}(\mathcal{F}_1)_{exp}(\mathcal{F}_2)_{exp} \left( \frac{n}{\pi c \tau} \right)^3 \left( \frac{\chi_{exp}}{\chi} \right)^2 \frac{Z_R}{(Z_R)_{exp}} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{exp}} \right)^4 \left( \frac{n}{n_{exp}} \right)^2 (l_{exp})^2 l \quad (5-38)$$

Nous allons utiliser des valeurs expérimentales que nous avons mesurées sur l'expérience en cours de montage de téléportation quantique. Il s'agit d'un OPO avec cristal de KTP pompé à  $532nm$  et émettant signal et complémentaire autour de  $\lambda_{exp} = 1064nm$ . La longueur du cristal est  $l_{exp} = 1cm$ . Les autres valeurs expérimentales sont  $\chi_{exp} = 3pm/V$  à  $1.5\mu m$ ,  $n_{exp} \simeq 1.8$ ,  $\mathcal{F}_{0,1,2} = 115$  et  $(Z_R)_{exp} \simeq 1cm$ . La valeur du seuil mesuré est  $N_{exp}^{seuil} = 20mW$ . La longueur d'onde est prise égale à une longueur d'onde télécom  $\lambda = 1.5\mu m$ .

Nous allons choisir un cristal de GaAs de longueur  $l = 10\mu m^4$  et imposerons un temps de cavité  $\tau = 10ps$  compatible avec des débits de l'ordre de  $40Gbits/s$ . Nous choisirons une cavité qui permette une longueur de Rayleigh  $Z_R = 10\mu m$  compatible avec la longueur du cristal. Les autres grandeurs physiques associées à l'Arseniure de Gallium sont son fort coefficient paramétrique  $\chi = 120pm/V$  et son indice moyen  $n = 3.4$ . A partir de ces valeurs on déduit de l'équation 5-38 puis de l'équation 5-29 un seuil d'oscillation  $(N_+^{in})_{seuil} \simeq 110mW$  et une finesse de cavité  $\mathcal{F} \simeq 140$ .

Ce seuil est compatible avec des puissances disponibles dans des télécommunications optiques et la finesse est tout à fait accessible par les traitement actuels de microcavités. Il est important de noter que la variation rapide du seuil en  $1/\tau^3$  fait que celui-ci est rapidement modifié par une légère variation de  $\tau$ . Par exemple, si nous prenons  $\tau = 15ps$  on obtient un seuil similaire de  $100mW$  avec cette fois-ci du Niobate de Lithium (LiNbO3) ( $n = 2.2$  et  $\chi = 20pm/V$ ).

Nous avons montré que le montage actuel, moyennant des modifications importantes mais réalistes est envisageable pour un fonctionnement avec des débits de l'ordre de grandeur des débits à venir et à une longueur d'onde télécom. Un tel dispositif implique la réalisation d'une cavité résonante très courte.

## F Bruit du signal écrêté par la seconde cavité

L'écrêtage de la pompe permet de réaliser le plateau du signal régénéré. Cette partie du signal présente l'intensité la plus élevée et son bruit va déterminer la qualité de l'impulsion régénérée. On peut se demander si l'écrêtage est uniquement classique ou s'il agit aussi sur les fluctuations du faisceau incident le transformant éventuellement en faisceau sub-poissonien. A cette fin nous allons calculer le bruit du faisceau pompe sortant de la cavité de l'OPO triplement résonant.

Nous allons nous placer dans le cas d'un OPO triplement résonant en anneau. Cela va

---

4. La longueur de la cavité ne peut pas être inférieure à  $n\lambda/2$  pour pouvoir être résonante.



nous permettre d'avoir des équations plus simples que dans le cas de la cavité linéaire mais ne va pas modifier substantiellement les résultats. Le miroir d'entrée est partiellement réfléchissant pour les champs pompe, signal et complémentaire. Ses coefficients de réflexion en amplitude sont notés  $r_0$  pour la pompe et  $r$  pour le signal et son complémentaire. Un deuxième miroir a lui un coefficient de réflexion  $r'_0$  pour la pompe. Seul le miroir d'entrée est partiellement réfléchissant pour signal/complémentaire.

On introduit comme d'habitude les coefficients  $\gamma$ ,  $\gamma_0$  et  $\gamma'_0$  tels que :

$$r = 1 - \gamma \quad (5-39)$$

$$r_0 = 1 - \gamma_0 \quad (5-40)$$

$$r'_0 = 1 - \gamma'_0 \quad (5-41)$$

Les équations de bouclage des trois champs dans la cavité deviennent alors :

$$\begin{cases} \tau_1^{cav} \frac{dA_1}{dt} = & -\gamma A_1 + g A_0 A_2^* + \sqrt{2\gamma} A_1^{in} \\ \tau_2^{cav} \frac{dA_2}{dt} = & -\gamma A_2 + g A_0 A_1^* + \sqrt{2\gamma} A_2^{in} \\ \tau_0^{cav} \frac{dA_0}{dt} = & -(\gamma_0 + \gamma'_0) A_0 - g A_1 A_2 + \sqrt{2\gamma_0} A_0^{in} + \sqrt{2\gamma'_0} (A_0^{in})' \end{cases} \quad (5-42)$$

Les champs  $A_1^{in}$ ,  $A_2^{in}$ ,  $(A_0^{in})'$  représentent les fluctuations entrantes du vide par les miroirs semi-réfléchissants pour respectivement le signal, le complémentaire et la pompe. Nous nous sommes placés pour écrire ces équations au point de triple résonance des champs. On peut ensuite linéariser les fluctuations des champs autour de leur valeur moyenne et passer dans l'espace de Fourier des fréquences. Les équations 5-42 deviennent :

$$\begin{cases} (\gamma + i\omega\tau^{cav})\delta A_1 = & g(\langle A_0 \rangle \delta A_2^* + \delta A_0 \langle A_2^* \rangle) + \sqrt{2\gamma} \delta A_1^{in} \\ (\gamma + i\omega\tau^{cav})\delta A_2 = & g(\langle A_0 \rangle \delta A_1^* + \delta A_0 \langle A_1^* \rangle) + \sqrt{2\gamma} \delta A_2^{in} \\ (\gamma_0 + \gamma'_0 + i\omega\tau^{cav})\delta A_0 = - & g(\langle A_1 \rangle \delta A_2 + \delta A_1 \langle A_2 \rangle) + \sqrt{2\gamma_0} \delta A_0^{in} + \sqrt{2\gamma'_0} \delta (A_0^{in})' \end{cases} \quad (5-43)$$

Nous allons maintenant introduire les fluctuations des quadratures d'amplitude et de phase :

$$q_i = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta A_i e^{-i\varphi_i} + \delta A_i^* e^{i\varphi_i}) \quad (5-44)$$

$$p_i = \frac{-i}{\sqrt{2}} (\delta A_i e^{-i\varphi_i} - \delta A_i^* e^{i\varphi_i}) \quad (5-45)$$

Nous savons de plus qu'il existe une relation entre la somme des phases signal, complémentaire et pompe :

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (5-46)$$

Nous connaissons également l'intensité signal et complémentaire intracavité :

$$|A_1|^2 = |A_2|^2 = \frac{\gamma(\gamma_0 + \gamma'_0)}{g^2}(\sigma - 1) \quad (5-47)$$

avec

$$\sigma = \frac{A_0^{in}}{A_0^{seuil}} \quad (5-48)$$

Nous pouvons maintenant trouver les fluctuations d'amplitude  $q_0$  de la pompe intracavité à partir de 5-43 en fonction des fluctuations des champs entrant  $q_0^{in}$ ,  $(q_0^{in})'$ ,  $q_1^{in}$  et  $q_2^{in}$  :

$$q_0 = \frac{1}{(\gamma_0 + \gamma'_0)(1 - i(\frac{\sigma-1}{\Omega} - 2\Omega_0))} \left( \frac{i}{\Omega} \sqrt{\frac{(\gamma_0 + \gamma'_0)(\sigma - 1)}{2}} (q_1^{in} + q_2^{in}) + \sqrt{2\gamma_0} q_0^{in} + \sqrt{2\gamma'_0} (q_0^{in})' \right) \quad (5-49)$$

où

$$\Omega = \frac{\omega\tau^{cav}}{2\gamma} \quad (5-50)$$

$$\Omega_0 = \frac{\omega\tau^{cav}}{\gamma_0 + \gamma'_0} \quad (5-51)$$

sont la fréquence d'analyse normalisée à la bande passante de la cavité respectivement pour signal/complémentaire et pour la pompe. De la relation 5-5 on tire :

$$q_0^{sort} = -(q_0^{in})' + \sqrt{2\gamma'_0} q_0 \quad (5-52)$$

On arrive alors à l'expression suivante pour les fluctuations d'amplitude de la pompe sortante  $q_0^{sort}$  :

$$q_0^{sort} = \frac{\left( \Omega \frac{\gamma'_0 - \gamma_0}{\gamma_0 + \gamma'_0} + i(\sigma - 1 - 2\Omega\Omega_0) \right) (q_0^{in})' + 2\Omega \sqrt{\frac{\gamma_0\gamma'_0}{(\gamma_0 + \gamma'_0)^2}} q_0^{in} + i \sqrt{\frac{\gamma'_0}{\gamma_0 + \gamma'_0}} (\sigma - 1) (q_1^{in} + q_2^{in})}{\Omega - i(\sigma - 1 - 2\Omega\Omega_0)} \quad (5-53)$$

Les fluctuations entrantes du vide ainsi que de la pompe incidente sont décorréelées entre elles et sont au bruit quantique standard. On normalise leur bruit de manière à avoir :

$$\langle |(q_0^{in})'|^2 \rangle = \langle |q_1^{in}|^2 \rangle = \langle |q_2^{in}|^2 \rangle = 1 \quad (5-54)$$

Nous allons supposer que le champ pompe entrant a des fluctuations d'amplitude éventuellement super poissoniennes :

$$\langle |(q_0^{in})|^2 \rangle = F \quad (5-55)$$

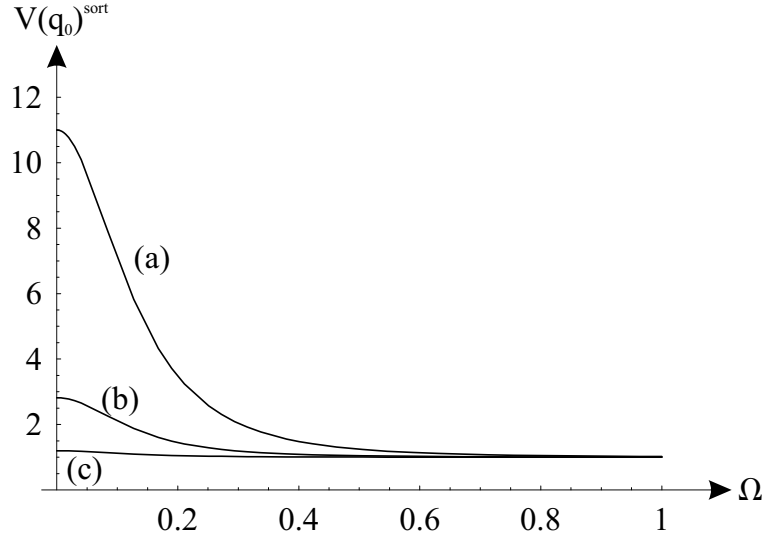


Fig. 5.36 – Bruit du faisceau écrêté en fonction de la fréquence pour  $\sigma = 1.1$  et (a)  $\mu = 1$ ; (b)  $\mu = 0.1$ ; (c)  $\mu = 0.01$ . Le champ pompe entrant est supposé au bruit quantique standard ( $F = 1$ ).

où  $F$  est le facteur de Fano pour le champ pompe entrant avec  $F \geq 1$ .

Le bruit d'intensité pompe  $V(q_0^{sort})$  a alors pour expression :

$$V(q_0^{sort}) = \langle |q_0^{sort}|^2 \rangle = 1 + \frac{2\mu}{1+\mu} \frac{\sigma - 1 + \frac{2\Omega^2(F-1)}{1+\mu}}{\Omega^2 + (\sigma - 1 - 2\Omega\Omega_0)^2} \quad (5-56)$$

où nous avons posé  $\mu = \gamma'_0/\gamma_0$ . C'est ce rapport ainsi que le taux de pompage  $\sigma$  qui fixent les propriétés de bruit de la pompe transmise. On peut faire plusieurs observations :

- le bruit du faisceau écrêté ne peut pas passer en dessous du bruit quantique standard puisque  $V(q_0^{sort}) \geq 1$ . Cela est dû au fait que les champs signal et complémentaire ainsi que les fluctuations du vide venant du deuxième miroir s'additionnent et ne peuvent pas être compensées.
- si  $\mu \gg 1$  alors  $V(q_0^{sort}) = 1 + 2 \frac{\sigma-1}{\Omega^2 + (\sigma-1-2\Omega^2)^2}$ . Le bruit pompe ne dépend plus des coefficients de transmission des miroirs. On retombe sur l'expression du bruit pompe avec un seul miroir de couplage. Il apparaît un fort excès de bruit à basse fréquence lorsqu'on s'approche du seuil. Aux forts taux de pompage le bruit tend vers le bruit quantique standard.
- si  $\mu \ll 1$  alors le bruit pompe est proche du bruit quantique standard quel que soit le taux de pompage. On voit ici tout l'intérêt de diminuer la transmission du miroir de sortie par rapport à celui d'entrée. En revanche, on diminue de ce fait l'intensité transmise par la cavité et on perd en rapport signal sur bruit pour

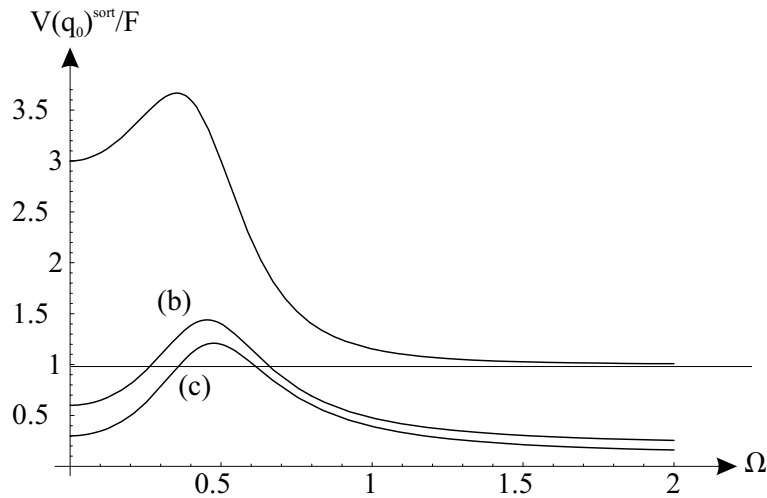


Fig. 5.37 – Rapport bruit écrêtage/bruit pompe en fonction de la fréquence pour  $\sigma = 1.5$ ,  $\mu = 1$  et (a)  $F = 1$ ; (b)  $F = 5$ ; (c)  $F = 10$ .

l'impulsion régénérée. Un compromis doit alors être trouvé entre le bruit propre de l'écrêtage et l'intensité de l'impulsion de sortie.

- A fréquence nulle, le bruit du faisceau sortant est indépendant du bruit de la pompe entrante. Cela implique que le système d'écrêtage peut réduire fortement le bruit de sortie par rapport au bruit de la pompe, pourvu qu'on se place dans la configuration où  $\mu \ll 1$ .

On voit sur la figure 5.36 que lorsque l'OPO est pompé peu au-dessus du seuil le bruit pompe est sensible au rapport  $\gamma'_0/\gamma_0$  à basse fréquence. Plus l'intensité crête du champ pompe sera élevée et plus le bruit à fréquence nulle se rapprochera du bruit quantique standard. Nous pouvons aussi évaluer la réduction de bruit du faisceau écrêté par rapport au faisceau pompe (dont le bruit d'intensité vaut  $F$ ) en observant l'évolution du rapport  $V(q_0^{sort})/F$  pour différentes valeurs du facteur de Fano  $F$  comme sur la figure 5.37. Lorsque les courbes passent sous la valeur 1 il y a réduction du bruit. On voit que le système réduit très efficacement l'excès de bruit classique du faisceau entrant lorsque celui-ci est grand. Cette réduction apparaît à basse fréquence et à haute fréquence.

## G Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre qu'un dispositif original de régénération optique peut être conçu à partir d'un montage utilisant deux oscillateurs paramétriques optiques qui ont chacun une action spécifique sur une partie du signal. Par rapport à

une étude précédente, nous avons approfondi l'étude de la première cavité contenant une lame  $\lambda/4$  tournée de  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques du cristal. Nous avons visualisé les différents modes d'oscillation dégénérés et non dégénérés mais avons obtenu des seuils d'oscillation incompatibles avec la théorie décrite dans le chapitre 4. Nous avons ensuite développé un montage expérimental à double cavité qui nous a permis de réduire le seuil d'oscillation du TROPO à reconversion paramétrique d'un facteur 5. Nous avons aussi décrit un phénomène d'interférences qui survient à cause de la présence de la double cavité et qu'il est crucial d'optimiser pour obtenir des seuils faibles. Ces expériences étant menées à la fréquence du laser *YAG* à  $1064nm$  nous avons vérifié si notre système pouvait raisonnablement être transposé à des fréquences et des débits télécom ce qui semble être le cas à condition d'utiliser de très courtes cavités à fortes non linéarités. Enfin, une étude des fluctuations associées au faisceau écrêté sortant de la deuxième cavité nous a montré que ce système sous certaines conditions réduit les fluctuations par rapport au faisceau entrant en les ramenant proches du bruit quantique.

## Conclusion

Nous avons montré au cours de ce travail que les effets de polarisation dans les OPO de type II peuvent modifier sensiblement leur comportement classique et quantique. Nous avons tout d'abord étudié les modes propres de polarisation d'une cavité optique contenant un cristal biréfringent et une lame d'onde. Dans ce cas, les modes propres de polarisation dépendent de la température du cristal et de l'angle entre les axes neutres des deux éléments. Cette étude nous a permis de déterminer les propriétés d'oscillation d'un OPO de type II contenant une lame biréfringente. Ce dispositif introduit un couplage de polarisation entre les champs signal et complémentaire qui les verrouille en phase et en fréquence, et nous avons calculé dans le cas le plus général et dans les configurations de cavité en anneau et linéaire la zone de verrouillage correspondante. Cette zone, établie dans l'espace des paramètres expérimentaux {température du cristal, longueur de la cavité} est d'extension maximale lorsque les axes neutres de la lame sont tournés de  $45^\circ$  par rapport aux axes neutres du cristal.

Nous avons également calculé les propriétés quantiques d'un tel système, et montré que les corrélations entre signal et complémentaire ne sont pas dégradées par la présence de lame tant que l'angle de celle-ci est suffisamment petit par rapport aux pertes de la cavité. Nous avons calculé les valeurs de plusieurs critères rattachés à l'information quantique pour cet OPO et montré qu'avec des valeurs expérimentales raisonnables il constitue un système tout à fait prometteur pour la production de faisceaux brillants exploitables pour des expériences d'information quantique en variables continues.

Dans le but d'améliorer les propriétés d'un système de régénération tout-optique, nous avons étudié théoriquement et expérimentalement un dispositif de génération vectorielle de seconde harmonique à reconversion paramétrique à double cavité contenant une lame biréfringente. Les calculs montrent que la présence de la lame permet un comportement plus souple en fonction de la température du cristal pour le système, alors que la présence de la double cavité permet d'abaisser le seuil de reconversion paramétrique. La réalisation expérimentale de ce système confirme l'étude théorique et montre un comportement dynamique riche avec des phénomènes de bistabilité et de

bifurcations ainsi qu'un comportement spectral qui met en évidence une compétition entre plusieurs modes de reconversion. En enlevant la lame biréfringente, l'oscillation de reconversion devient plus délicate à obtenir mais l'étude théorique dynamique prévoit l'existence d'une bifurcation à l'oscillation de reconversion. Cette bifurcation a été observée expérimentalement et ouvre la voie à l'étude de nouveaux effets dynamiques intéressants dans les oscillateurs paramétriques optiques.

## Bibliographie

- [Aspect82] A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, *Experimental test of bell's inequalities using time-varying analysers*, Phys. Rev. Lett, **49**, 1804 (1982)
- [Bell64] J. S. Bell, Physics, **1**, 195 (1964)
- [Bennett93] C. H. Bennet *et al.*, *Teleporting an unknown state via dual classical and EPR channels*, Phys. Rev. Lett., **70**, 1895–1898 (1993)
- [Bowen03a] W. KP. Bowen *et al.*, *Experimental investigation of continuous variable quantum teleportation*, Phys. Rev. A, **67**, 032302 (2003)
- [Bowen02a] W. P. Bowen, N. Treps, R. Schnabel, P. K. Lam, *Experimental demonstration of continuous variable polarization entanglement*, Phys. Rev. Lett., vol. 89, no 25 (2002)
- [Bowen03b] W. P. Bowen *et al.*, *Experimental investigation of criteria for continuous variable entanglement*, Phys. Rev. Lett., **90**(4), 3601 (2003)
- [Bowen02b] W. P. Bowen *et al.*, *Polarisation squeezing of continuous stokes variables parameters*, Phys. Rev. Lett., **88**(9), 3601 (2002)
- [Boyd92] *Nonlinear Optics*, R. W. Boyd, Academic Press (1992)
- [Braunstein95] S. L. Braunstein, A. Mann, Phys. Rev. A, **51**, R1727 (1995)
- [Braunstein98] S. L. Braunstein, H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett, **80**, 869–872 (1998)
- [Bretenaker91] F. Bretenaker, A. Le Floch, *Laser eigenstates in the framework of a spatially generalized Jones matrix formalism*, J. Opt. Soc. Am. **B**, **8**, 230–238 (1991)
- [Brindel99] P. Brindel *et al.*, *A novel "black-box" optical regenerator for RZ transmission systems*, Electronics Letters, Vol.35, no6, p.480 (1999)
- [Brunel97] M. Brunel, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, *Differential measurement of the coupling constant between laser eigenstates*, Appl. Phys. Lett., **70**, 2070 (1997)
- [Brunel98] M. Brunel, M. Vallet, G. Ropars, A. Le Floch, F. Bretenaker, G. Joulié, J.



- C. Kermones, *Modal analysis of polarization self-modulated lasers*, Phys. Rev. A, **55**, 270 (1998)
- [Byer75] R. L. Byer, *Optical Parametric Oscillators*, in *Quantum Electronics, A Treatise*, H. Rabin and C.L. Tang, Academic, New York, 1975, 587–702
- [Chow85] W. W. Chow *et al.*, *The ring laser gyro*, Rev. Mod. Phys., **57**, 61–104 (1985)
- [Cirac94] J. I. Cirac, A. S. Parkins, Phys. Rev. A, **50**, R4441 (1994)
- [Courtois91] J. Y. Courtois, A. Smith, C. Fabre, S. Reynaud, *Phase diffusion and quantum noise in the optical parametric oscillator: a semiclassical approach*, J. Mod. Opt., **38**, 177–191 (1991)
- [Cristal Laser] Cristal Laser, Technical Data, [www.cristal-laser.fr](http://www.cristal-laser.fr)
- [Davidovitch94] L. Davidovitch, N. Zagury, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, Phys. Rev. A, **50**, R895 (1994)
- [Debuisschert93] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, C. Fabre, *Type-II continuous-wave optical parametric oscillators: oscillation and frequency-tuning characteristics*, J. Opt. Soc. Am B, **10**, n°9, 1668–1680 (1993)
- [Debuisschert90] T. Debuisschert, *Réduction des fluctuations quantiques de la lumière à l'aide d'un Oscillateur Paramétrique Optique*, Thèse de l'Université Paris 6 (1990)
- [Drag02] C. Drag, A. Desormeaux, M. Lefebvre, E. Rosencher, *Entangled cavity optical parametric oscillator for mid-infrared pulsed single-longitudinal-mode operation* Opt. Lett., **27**, 1238–1240 (2002)
- [Duan00] L. M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, P. Zoller, *Inseparability criterion for continuous variables systems*, Phys. Rev. Lett., **84**, 2722–2725 (2000)
- [Einstein35] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev., **41**, 777 (1935)
- [Eschmann94] A. Eschmann, M.D. Reid, *Squeezing of intensity fluctuations in frequency summation*, Phys. Rev. A, **49**, 2881–2890 (1994)
- [Fabre99] C. Fabre, E. J. Mason, N. C. Wong, *Theoretical analysis of self-phase locking in a type II phase-matched optical parametric oscillator*, Opt. Comm., **170**, 299–307 (1999)
- [Huard93] S. Huard, *Polarisation de la lumière*, Masson, 1993
- [Fabre89] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, *Noise characteristics of a non-degenerate OPO-Application to quantum noise reduction*, J. Phys, **50**, 1209–1225 (1989)
- [Fabre95] C. Fabre, *Quantum fluctuations in light beams* in *Quantum fluctuations*, Les

- Houches session LXIII, S. Reynaud, E. Giacobino, J. Zinn-Justin editors, North Holland (1995)
- [Fischer99] S. Fischer *et al*, *Optical 3 R Regenerator for 40 Gbit/s Networks*, *El. Lett.* 2047, (1999)
- [Fischer00] S. Fischer, *All-Optical Regenerative OTDM Add-Drop Multiplexing at 40 Gb/s Using Monolithic InP Mach-Zehnder Interferometer*, *IEEE Photon. Techn. Lett.* 335, (2000)
- [Frisberg85] S. Frisberg, C. Hong, L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 2011 (1985)
- [Furusawa98] A. Furusawa *et al*, *Science*, **282**, 706–709 (1998)
- [Gao98] J. Gao *et al.*, *Generation and application of twin beams from an optical parametric oscillator including an  $\alpha$ -cut KTP*, *Opt. Lett.*, **23** (11), 870–872 (1998)
- [Grangier00] P. Grangier, F. Grosshans, *Quantum teleportation criteria for continuous variables*, arXiv : quant-ph/0009079
- [Grosshans01] F. Grosshans, P. Grangier, *Quantum cloning and teleportation criteria for continuous quantum variables*, *Phys. Rev. A*, **64**, 0103011–0103014 (2001)
- [Grynberg97] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, *Introduction aux Lasers et à l'Optique Quantique*, Ellipses (1997)
- [Heidmann87] A. Heidmann, R. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre, G. Camy, *Phys. Rev. Lett* **59**, 2555 (1987)
- [Horodecki97] P. Horodecki, *Phys. Rev. A*, **232**, 333 (1997)
- [Huygens73] C. Huygens, *Horologium Oscillatorium*, F. Muguet éditeur, Paris, 1673
- [Jack96] M. W. Jack, M. J. Collett, D. F. Walls, *Asymmetrically pumped nondegenerate second-harmonic generation inside a cavity* *Phys. Rev. A*, **53**, 1801 (1996)
- [Jepsen98] K.S. Jepsen *et al*, *20 Gbit/s Optical 3 R Regeneration Using Polarization-Independent Monolithically Integrated Michelson Interferometer*, *El. Lett.* 472, (1998)
- [Jones41] R.C. Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems*, *J. Opt. Soc. Am.*, **31**, 488–493 (1941)
- [Kimble90] H. J. Kimble, *Quantum fluctuations in quantum optics* in *Fundamental systems in quantum optics*, Les Houches session LIII, J. Dalibard, J. M. Raimond, J. Zinn-Justin editors, North Holland (1990)
- [Leclerc99] O. Leclerc *et al.*, *40Gbit/s polarization-independent, push-pull InP Mach-Zehnder modulator for all-optical regeneration*, PD35, Proc. of Optical Fiber Communications, OFC'99, San Diego (1999)

- [Lee98] D. Lee, N. C. Wong, *Tuning characteristics of a cw dual-cavity KTP optical parametric oscillator*, Appl. Phys. B, **66**, 133–143 (1998)
- [Lucek93] J. K. Lucek, K. Smith, *All-optical signal regenerator*, Opt. Lett., **18** (15), 1226–1228 (1993)
- [Lugiato88] L. A. Lugiato *et al.*, *Bistability, self-pulsing and chaos in optical parametric oscillator*, Il Nuovo Cimento, **10**, 959–977 (1988)
- [Mason98] E. J. Mason, N. C. Wong, *Observation of two distinct phase states in a self-phase locked type II phase-matched optical parametric oscillator*, Opt. Lett., **23**, n°22, 1733–1735 (1998)
- [Marte94] Monika A. M. Marte, *Competing nonlinearities*, Phys. Rev. A, **49**, 3166 (1994)
- [Marte95] Monika A. M. Marte, *Nonlinear dynamics and quantum noise for competing  $\chi^{(2)}$  nonlinearities*, J. Opt. Soc. Am. **B**, **12**, 2296 (1995)
- [Martinelli01] M. Martinelli, K. S. Zhang, T. Coudreau, A. Maître, C. Fabre, J. Opt. Soc. Am. **A**, **3**, 300 (2001)
- [Myers95] L. E. Myers *et al.*, *Quasi-phase-matched optical parametric oscillators in bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>*, J. Opt. Soc. Am. **B**, **12**, 2102–2116 (1995)
- [Ou94] Z. Y. Ou, *Quantum-nondemolition measurement and squeezing in type-II harmonic generation with triple resonance*, Phys. Rev. A, **49**, 4902–4911 (1994)
- [Pender96] W. A. Pender *et al.*, *Error-free operation of a 40 Gbit/s all-optical regenerator*, El. Lett., **32** (6), 567–569 (1996)
- [Peres96] A. Peres, Phys. Rev. Lett., **77**, 1413 (1996)
- [Peschel98] U. Peschel, C. Etrich, F. Lederer, *Symmetry breaking and self-oscillations in intracavity vectorial second-harmonic generation*, Opt. Lett, **23**, 500–502 (1998)
- [Petrov02] G. I. Petrov *et al.*, *Experimental and theoretical investigation of generation of a cross-polarized wave by cascading of two different second-order processes*, J. Opt. Soc. Am. **B**, **19**, 268–279 (2002)
- [Reid89] M. D. Reid, *Demonstration of the EPR paradox using nondegenerate parametric amplification*, Phys. Rev. A, **40**, 913–923 (1989)
- [Reynaud87] S. Reynaud, C. Fabre, E. Giacobino, J. Opt. Soc. Am. **B**, **4**, 1520 (1987)
- [Reynaud92] S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, C. Fabre *Quantum Fluctuations in Optical Systems*, Progress in Optics, **30**(1992)
- [Richy95] C. Richy, K. I. Petsas, E. Giacobino, C. Fabre, L. Lugiato, J. Opt. Soc. Am. **B**, **12**, 456 (1995)

- [Rosencher02] E. Rosencher, C. Fabre, *Oscillation characteristics of continuous-wave optical parametric oscillators: beyond the mean-field approximation* J. Opt. Soc. Am. **B**, **19**, 1107–1116 (2002)
- [Savage03] S. J. Savage *et al.*, *All-optical pulse regeneration in an ultrafast nonlinear interferometer with Faraday mirror polarization stabilization*, Opt. Lett., **28**, (1) 13–16 (2003)
- [Schiller97] S. Schiller, R. Bruckmeier, A. G. White, *Classical and quantum properties of the subharmonic-pumped parametric oscillator*, Opt. Comm., **138**, 158–171 (1997)
- [Schneider97] K. Schneider, S. Schiller, *Multiple conversion and optical limiting in a subharmonic-pumped parametric oscillator*, Opt. Lett., **22**, 363–365 (1997)
- [Schwob98] C. Schwob, P. F. Cohadon, C. Fabre, M. A. M. Marte, H. Ritsch, A. Gatti, L. Lugiato, *Transverse effects and mode coupling in OPOS* Appl. Phys **B**, **66**, 685–699 (1998)
- [Shen84] Y.R. Shen, *The principles of nonlinear optics*, Wiley-Interscience, 1984
- [Siegman86] A. E. Siegman, *Lasers*, Oxford University Press, (1986)
- [Silberhorn01] Ch. Silberhorn *et al.*, *Generation of continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen entanglement via the Kerr nonlinearity in an optical fiber*, Phys. Rev. Lett., **86**(19), 4267 (2001)
- [Silberhorn02] Ch. Silberhorn *et al.*, *Quantum key distribution with bright entangled beams*, Phys. Rev. Lett., **88**(16), 7902 (2002)
- [Simon00] R. Simon, Phys. Rev. Lett., **84**, 2726 (2000)
- [Simon98] J.C. Simon *et al.*, *All-Optical Regeneration* ECOC 1998, 467
- [Suret00] P. Suret, *Dynamique temporelle et effets transverses dans les oscillateurs paramétriques optiques continus: observations expérimentales et observations* Thèse de doctorat de l'Université Paris XI (2000)
- [Teja98] J. Teja, N.C. Wong, *Twin-beam generation in a triply resonant dual-cavity optical parametric oscillator*, Opt. Expr., **2** (3), 65–71 (1998)
- [Trep01] N. Trep, *Effets quantiques dans les images optiques*, Thèse de l'Université Paris 6 (2001)
- [Vaidman94] L. Vaidman, Phys. Rev. A, **49**, 1473 (1994)
- [Vallet98] M. Vallet, M. Brunel, G. Ropars, F. Bretenaker, A. Le Floch, *Direct monitoring of the coupling constant in vectorial lasers* Opt. Comm., **148**, 270 (1998)
- [Vallet97] M. Vallet, M. Brunel, G. Ropars, A. Le Floch, F. Bretenaker, *Theoretical*

- and experimental study of eigenstate locking in polarization self-modulated lasers*  
Phys. Rev. A , **56**, 5121 (1997)
- [Vallet94a] M. Vallet, N. H. Tran, P. Tanguy, A. Le Floch, F. Bretenaker, *Ring laser gyro with spatially resolved eigenstates*, Opt. Lett., **19**, 1219 (1994)
- [Vallet94b] M. Vallet, F. Bretenaker, N. H. Tran, P. Tanguy, A. Le Floch, *Spatially resolved eigenstates for traveling and standing waves in ring lasers*, J. Opt. Soc. Am, **12**, 146 (1995)
- [Vallet99] M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, R. Le Naour, M. Oger, *The Malus Fabry-Perot interferometer*, Opt. Comm., **168**, 423–443 (1999)
- [Weihs98] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, A. Zeilinger , Phys. Rev. Lett, **81**, 5039 (1998)
- [White97] A. G. White *et al*, *Classical and quantum signature of competing  $\chi^{(2)}$  nonlinearities*, Phys. Rev. A, **55**, 4511 (1997)
- [Wooters82] W. K. Wooters, W. H. Zurek, Nature, **299**, 802 (1982)
- [Zhang02] K. S. Zhang, *Intracavity optical nonlinear devices using  $\chi^{(2)}$  quasi-phase-matched material: classical and quantum properties and application to all-optical regeneration* , Thèse de l'Université Paris 6 (2002)
- [Zhang03a] K. S. Zhang, L. Longchambon, T. Coudreau, C. Fabre, *All-optical reshaping of light pulses using  $\chi^{(2)}$  media*, JOSA B, Vol. 20 Issue 9 Page 1880 (2003)
- [Zhang03b] K. S. Zhang, T. Coudreau, M. Martinelli, A. Maître, C. Fabre, *Generation of bright squeezed light at 1.06 mm using cascaded nonlinearities in a triply resonant cw periodically-poled lithium niobate optical parametric oscillator*, Phys. Rev. A, **64**, 033815 (2001)
- [Zondy94] J. J. Zondy, M. Abed, S. Khodja, *Twin-crystal walk-off-compensated type II second-harmonic generation: single-pass and cavity-enhanced experiments in  $KTiOPO_4$* , J. Opt. Soc. Am. **B**, **11**, 2368–2379 (1994)