



**HAL**  
open science

# Approches semi-analytiques et numériques de la formation des halos de matière

Barbara Lanzoni

► **To cite this version:**

Barbara Lanzoni. Approches semi-analytiques et numériques de la formation des halos de matière. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2000. Français. NNT: . tel-00003165

**HAL Id: tel-00003165**

**<https://theses.hal.science/tel-00003165>**

Submitted on 24 Jul 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris 7  
spécialité : Astrophysique & Techniques Spatiales

par  
Barbara LANZONI

## Approches semi-analytiques et numériques de la formation des halos de matière noire et des galaxies: application aux amas.

Soutenue le 22 décembre 2000 devant le jury composé de :

M. Fulchignoni	Président
G. Mathez	Rapporteur
A. Mazure	Rapporteur
G. Mamon	Directeur
B. Guiderdoni	Directeur
A. Cavaliere	Examineur
A. Ferrara	Examineur



## Résumé

Dans ce travail, nous nous intéressons, d'un point de vue théorique, à la formation et à l'évolution des galaxies, en particulier dans un environnement d'amas.

Sous l'hypothèse que la matière noire froide est la composante dominante de l'univers, les halos de matière noire sont générés en premiers, les moins massifs d'abord, ceux de plus grande masse ensuite, par fusion hiérarchique des plus petits. Les galaxies se forment à partir du gaz baryonique à l'intérieur des halos, et elles évoluent dans et avec les halos hôtes. Pour étudier la formation des galaxies, il est alors nécessaire de décrire l'histoire de la composante de matière noire, ainsi que celle de la composante baryonique.

Pour la matière noire, nous avons discuté d'abord un modèle basé sur la théorie linéaire de la croissance des fluctuations de densité de l'univers. Après avoir complètement re-codé le modèle (proposé par Rodrigues & Thomas 1996 et appelé « *Merging Cell Model* »), nous l'avons appliqué à une cosmologie  $\Lambda$ CDM et nous l'avons analysé en grand détail. Il apparaît particulièrement adapté pour étudier les amas locaux de galaxies, ainsi que la population des galaxies à discontinuité de Lyman à décalage spectral  $z \simeq 3$ .

Pour obtenir une description plus fiable de l'histoire de fusion des halos de matière noire, nous nous sommes occupés ensuite de simulations numériques. En particulier, nous avons *re*-simulé à haute résolution 10 halos massifs, qui, dans le cadre du travail, correspondent aux sites hébergeant les amas des galaxies. La technique des resimulations est décrite soigneusement, en mettant en évidence ses avantages et ses inconvénients. Elle permet de reproduire très précisément les objets originaux sélectionnés, avec, bien évidemment, beaucoup plus de détails. Les résultats pour les 10 halos massifs resimulés sont présentés et servent comme point de départ pour l'étape suivante.

La description des processus agissants sur la composante baryonique à l'intérieur des halos, et gouvernant la formation et l'évolution des galaxies, est faite au moyen du modèle hybride « GALICS ». C'est en combinant cette technique avec les resimulations à haute résolution des 10 halos massifs, que nous avons décrit la formation hiérarchique des galaxies dans les amas. Une attention particulière a été dédiée à l'effet des processus dynamiques, censés être spécialement importants dans les amas (la friction dynamique, le balayage du gaz par pression dynamique, et les collisions directes). Le balayage par pression dynamique rend les galaxies plus rouges et la relation couleur-magnitude plus étroite, en meilleur accord avec les observations. Il a un effet moindre sur la morphologie, qui est plutôt influencée par le taux des fusions directes. Les amas très massifs ont en moyenne des galaxies plus brillantes et plus rouges, ainsi qu'une fraction plus élevée d'elliptiques, que les amas moins massifs. Cela est vrai au temps présent, comme au décalage spectral  $z = 0.5$ , où les galaxies sont en moyenne plus bleues. Nos résultats (préliminaires) suggèrent que la fonction de luminosité à magnitudes brillantes ( $M_B \lesssim -17$ ) a une pente plus forte dans les amas riches que dans ceux de plus petite masse.

## Abstract

Galaxy formation and evolution, particularly in cluster environment, are studied from a theoretical point of view.

Assuming that cold dark matter (DM) is the dominant component of the Universe, DM halos form first, the less massive earlier, those with larger masses later, by merging of smaller objects. Galaxies form from the baryonic gas within DM halos, and they evolve with and within them. To study galaxy formation it is therefore necessary to describe the history of both dark and baryonic matter.

For the DM component, we first discuss a model based on the linear theory of the growth of density fluctuations in the Universe. The model (proposed by Rodrigues & Thomas 1996 and called the “Merging Cell Model”) has been completely re-coded, applied to a SCDM cosmology, and analysed in many details. It is particularly suitable to study local clusters of galaxies, and the population of Lyman-break galaxies at redshift  $z \simeq 3$ .

To obtain a more reliable description of the DM halos merging history, we have then dealt with numerical simulations. In particular, we have *re-simulated* at high resolution 10 massive DM halos, that, under our working assumptions, correspond to the sites hosting galaxy clusters. The resimulation technique is carefully described, and its main advantages and drawbacks are stressed. It allows to precisely reproduce the selected halos, but of course, in many more details. The results of the 10 massive halos resimulations are presented, and they are the starting point for the next step.

The physical processes acting on the baryonic component within DM halos, and driving galaxy formation and evolution, are described by means of the hybrid model “GALICS”. The combination of this technique with the high resolution resimulations of the 10 massive halos, allows us to describe hierarchical galaxy formation in clusters. A special attention is given to the effects of the dynamical processes thought to be particularly important in the cluster environment (dynamical friction, ram pressure stripping and direct collisions). Ram pressure stripping makes galaxies redder and the colour-magnitude relation thinner, in a better agreement with observations. It has smaller effects on galaxy morphology, that is mainly affected by the rate of direct mergers. On average, more massive clusters have more luminous and redder galaxies, as well as a higher fraction of ellipticals, with respect to less massive clusters. This holds both at the present time, and at redshift  $z = 0.5$ , where galaxies are bluer, on average. Our (preliminary) results suggest that the bright end ( $M_B \lesssim -17$ ) of the luminosity function is steeper in high mass clusters than in less rich systems.

## Remerciements – Ringraziamenti

Voilà donc que la « période parisienne » semble être arrivée à échéance. La soutenance de cette thèse en marque la fin, mais n'en représente qu'une seule partie, le reste étant rempli par toutes les expériences vécues pendant ces trois ans et demi et par toutes les personnes que j'ai eu le plaisir de connaître. Je voudrais en profiter ici pour remercier tous ceux qui ont fait partie de ces moments, plus ou moins magiques, normaux, ou parfois douloureux. Ça va être difficile, mieux, ça va être impossible : je vais certainement oublier quelqu'un, ou je vais certainement être incapable de m'exprimer comme je voudrais. Je vais quand même essayer, et pour ceux qui ne seront pas cités, sachez que vous n'êtes surtout pas oubliés !

Mes premiers remerciements vont naturellement à mes directeurs de thèse, Gary et Bruno, qui ont suivi mon travail pendant ces trois années et demi, en contribuant à son achèvement, chacun à sa manière et toujours avec une très grande disponibilité et gentillesse. En particulier, merci Gary pour ton aide plus « pratique », avec les toutes premières formules du modèle MCM, tes calculs et tes figures super-mongo, ainsi que tes demandes de ressources informatiques au CNUSC. Merci aussi de t'être toujours occupé des ennuis bureaucratiques, de m'avoir permis de participer à autant de conférences, et ... d'avoir supporté de temps en temps ma mauvaise humeur ! Merci Bruno surtout de m'avoir indiqué la route quand j'étais en train d'errer perdue, d'avoir su m'arrêter quand il fallait, et merci pour ton aide chaque fois que j'en ai eu besoin. Je vous remercie aussi de m'avoir constamment soutenue et encouragée. Malheureusement tous les projets scientifiques que vous m'avez proposés n'ont pas encore pu être atteints, mais j'espère que ça pourra se produire bientôt.

Je tiens aussi à remercier mon « directeur de thèse adjoint », Simon White, qui m'a ouvert le monde des simulations N-corps et m'a offert la possibilité de travailler avec des personnes et des outils formidables. Merci pour ta disponibilité continue, ton soutien, ta compréhension, ainsi que pour tous tes conseils et tes suggestions. Les visites à Munich et le séjour à Santa Barbara représentent des étapes très importantes de ma formation, merci !

Un mega merci à Stéphane Colombi, d'avoir su m'expliquer et me faire comprendre plusieurs concepts de la cosmologie, en satisfaisant en même temps mon besoin de rigueur scientifique et ma hâte de comprendre. Merci aussi d'avoir lu et corrigé soigneusement les premiers chapitres de cette thèse, ainsi que pour tes précieux mots de soutiens et d'encouragement.

Je remercie beaucoup Bepi et Volker pour leur aide irremplaçable dans l'apprentissage et l'utilisation de leurs codes. La gentillesse et la disponibilité qui ont toujours accompagné les interactions avec vous ont assaisonné agréablement un travail qui ne m'a pas toujours convenu.

Un grand merci à Steve et à Julien, pour tout le travail qu'ils ont fait sur le code des baryons ! Merci beaucoup aussi d'avoir toujours répondu à mes questions et de ne pas m'avoir supprimée quand j'ai repéré tous ces bugs d'affilée..

Merci à mes rapporteurs et aux autres membres de mon jury, d'avoir lu ce manuscrit et d'avoir rendu ma soutenance aussi agréable.

L'aide informatique dont j'ai bénéficié pendant ces trois années a été formidable. Un merci grand comme un immeuble à Catherine, Didier, Georges et Jean-François! Merci pour leur aide précieuse à Felix, Stéphane N., Naoki, Lauro, et Sabino. Merci à tous les membres de l'IAP pour leur accueil et pour avoir rendu cette période aussi agréable et intéressante. Juste pour en citer quelques uns (mais sans oublier tous les autres!): Stéphane Charlot, Patrick Petitjean, François Bouchet, Bernard Ford, Alain Omont, et aussi Jean, Sylvie, Alexandre, Jeff, Christophe, Valerie, Chantal, Josette, les « dames de la bibliothèque », etc... Le mythique GROUPAMAX (et ses réunions hebdomadaires au Porto, ainsi que ses repas-concerts) font aussi partie de mes souvenirs les plus agréables: Daniel, Sergio (et nos longues conversations sur la science et la vie!), Florence, Gary et Fred, ainsi que Gastao, Hugo et Isabel, quand ils étaient là, et Benjamine, Isabelle et Gabrielle parties intégrantes de nos moments de détente. Merci en particulier à Daniel, pour toutes nos discussions, pour ses conseils, et pour sa présence constante, si importante et agréable au même temps.

Un grand merci encore à Didier pour son aide (en informatique, dans les corrections de français, mais aussi morale), son soutien, les moments de détente et décompression, et ... sa GRANDE patience, surtout dans les derniers mois avant la soutenance!

Je pense très chaleureusement aussi aux amis de la « première période », à l'IAP: Sergio, Julien, François, Stéphane N. & C., Michel, Catarina, Gaspar, Vincent, Sean, Olivia, Fred, ..., et hors de l'IAP: Diego, Cecilia, Binh, Valia, Lucas, Philippe, Monica, Rüdiger, Marco, Claire-Noëlle, Daniela, Daan, François, Marie, Harmonie, Marina. Ensuite l'inoubliable période « jaune », à et hors de l'IAP: LaMarci (La Signora, LaMica, Giuditta Longarini), Göran (arrête!), Anna (I'm hungry!), Montse (shut up!), Mathias (lazzarone..). Pour ensuite passer à la dernière période, à l'IAP: Steve, Valentina (merci aussi pour ton portable et ton apart!!), Yasmin, Mario, Carlos (x2), Aparna, Michel, Alain, Aurelien, et Guillaume & Manu (compagnons de la dernière souffrance), et hors de l'IAP: Théo (molto bene!), Manou(-cornichon), Lionel, Amélie, Marie-Noëlle, Fred, Benoit, Caroline, Christian, Neima, Vincent, ainsi que ElStyx et les vacances sous la pluie, Federica, Eric, et Catherine. Thanks a lot also to Tom, Simone, Frank, Roeland, Eric, Guinevere, Hugues, and Rigo for their so friendly presence.

Un grazie di cuore ad Andrea, per tutte le chiacchierate e i momenti passati insieme, e per tutta la fiducia, la stima e l'affetto che mi ha sempre dimostrato, nonché per le opportunità che mi ha offerto. Grazie mille a Luca per avermi sempre seguita, anche da lontano, e per l'aiuto scientifico e non che mi ha sempre dato. Grazie anche ad Alvio, per avermi sempre accolta a braccia aperte e per le rare ma preziose discussioni scientifiche all'ESO.

Grazie mambi e grazie sisters (la Gi, e il suo cucciolino fantastico; la Chicchi, e la sua proverbiale efficienza e disponibilità!), grazie infinite per avermi sempre sostenuta nelle mie scelte e per aver sempre reso tutto molto più semplice e piacevole. Porre, insostituibile e irrinunciabile, Panda, un tesorino (ma grande come una casa!), e poi di nuovo LaMarci, LaMica e La Signora, con il suo formidabile omino Illuca. Sono felice che foste qua per il coronamento di questo lavoro (grazie infinite anche per l'aiuto pratico e .. per la pazienza!), ma soprattutto sono felice che esistiate e facciate parte della mia vita!

E poi ancora, nel completo disordine, Diego, Diletta, Leo, Stefi, Paolo, Bonetti, Piras, le due Silvie, Valentina, Carolina, Nicola, Trotta, Maurino, Lucia, Giangio, Marcella, Cristian, Bonzo, Luca, Mauro, Ale (o meglio, voi 5), Cesare, Gianni, Livio, Ria, Dado, Claudia, Paolo, Laura, MarcoDellaGi, LucaDellaChiara, Giulietto (mimi, cucci, puzzolina, ...), la nonna Pina, l'Ecchio, Pigio, Francesco, Dade, Romano, Paolo, la Gi2, Simone, Davide, Matteo e tutta la « banda dei Cecchi ». Grazie per aver allietato tanti dei momenti che ho vissuto!



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Halos de matière noire :</b>	
<b>la théorie linéaire et le modèle MCM</b>	<b>9</b>
1.1 Croissance linéaire des fluctuations de densité . . . . .	10
1.2 Modèle « Top–Hat » sphérique . . . . .	11
1.3 La prescription de Press & Schechter et son extension . . . . .	12
1.4 Le modèle MCM . . . . .	14
1.4.1 Méthode . . . . .	15
1.4.2 Avantages et inconvénients du modèle . . . . .	17
1.4.3 Résumé des résultats principaux . . . . .	18
1.4.4 Perspectives . . . . .	20
1.5 L'article: « Merging history tree for dark matter haloes: test of the Merging Cell Model in a CDM cosmology » . . . . .	20
<b>2 Halos de matière noire :</b>	
<b>Simulations numériques et resimulations à haute résolution</b>	<b>35</b>
2.1 Simulations N–corps . . . . .	36
2.1.1 La longueur d'adoucissement . . . . .	37
2.1.2 Conditions initiales . . . . .	37
2.1.3 Conditions aux limites . . . . .	40
2.1.4 Types de codes . . . . .	40
2.2 Resimulations à haute résolution . . . . .	41
2.2.1 Nouvelles conditions initiales . . . . .	42
2.2.1.1 La région à haute résolution . . . . .	43
2.2.1.2 La région à basse résolution . . . . .	45
2.2.2 Évolution temporelle: GADGET . . . . .	46
2.2.3 Le problème de la contamination . . . . .	47
2.2.4 Des différences inévitables . . . . .	49
2.3 Resimulations de halos massifs . . . . .	51
2.3.1 La simulation parente . . . . .	51
2.3.2 L'échantillon sélectionné . . . . .	53
2.3.2.1 L'échantillon massif (halos de type « Coma ») . . . . .	56
2.3.2.2 L'échantillon moins massif (halos de type « Virgo ») . . . . .	60
2.3.3 Les resimulations de l'échantillon . . . . .	67
2.3.3.1 L'étape à basse résolution . . . . .	67

2.3.3.2	L'étape à haute résolution . . . . .	72
2.3.4	Une autre analyse des halos resimulés . . . . .	89
2.3.4.1	Relation énergie potentielle–masse . . . . .	92
2.3.5	Arbre de fusion de halos . . . . .	97
<b>3</b>	<b>Galaxies : modèle semi–analytique et hybride</b>	<b>99</b>
3.1	Les « recettes » du modèle semi–analytique . . . . .	100
3.1.1	Du gaz chaud dans les halos . . . . .	100
3.1.2	Refroidissement du gaz . . . . .	101
3.1.3	Formation d'étoiles . . . . .	104
3.1.4	Rétroaction . . . . .	105
3.1.5	Réservoir de gaz chaud enrichi . . . . .	105
3.1.6	Processus dynamiques . . . . .	106
3.1.6.1	Fusion des halos . . . . .	106
3.1.6.2	Friction dynamique . . . . .	107
3.1.6.3	Fusion directe . . . . .	109
3.1.6.4	Balayage par pression dynamique . . . . .	109
3.1.7	Morphologie des galaxies . . . . .	110
3.1.8	Métallicité, spectres, poussière . . . . .	113
3.2	Application aux halos resimulés : résultats pour les amas . . . . .	115
3.2.1	Effets des processus dynamiques . . . . .	117
3.2.2	Effets des tirages aléatoires . . . . .	125
3.2.3	Influence de la masse des amas . . . . .	128
3.2.4	Résultats à $z=0.5$ . . . . .	134
3.2.5	Brève comparaison avec les observations . . . . .	136
	<b>Conclusion</b>	<b>143</b>
	<b>A Article soumis</b>	<b>147</b>
A.1	Two physical laws for Elliptical galaxies : photometrical consequences	148
	<b>Bibliographie</b>	<b>173</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>181</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>185</b>

# Introduction

Les observations de la distribution des galaxies dans l'univers montrent que ces systèmes sont parfois isolés (galaxies de champ) et parfois regroupés dans des ensembles plus ou moins riches (les amas et les groupes). Certaines des propriétés des galaxies varient avec la densité de l'environnement. Par exemple, par rapport au champ, la population d'amas montre des couleurs, des métallicités et des fonctions de luminosité différentes<sup>1</sup>, une prédominance de galaxies elliptiques (Dressler 1980) et peut-être de galaxies naines (par exemple, Sandage et al. 1985; Lobo et al. 1997; Valotto et al. 2000), ainsi que des galaxies spirales avec un plus faible contenu en gaz froid (par exemple, Giovanelli et al. 1981).

Les hypothèses proposées pour rendre compte des différentes fractions morphologiques observées dans le champ et dans les amas, peuvent être regroupées en deux grandes catégories. Dans l'une (les hypothèses de type « nature »), la morphologie des galaxies est déterminée par les conditions existantes au moment de leur formation (Gott & Thuan 1976; Evrard et al. 1990). Par exemple, si la densité de gaz de la proto-galaxie est très élevée et/ou son moment angulaire très faible, le temps caractéristique de la formation des étoiles est plus court que celui de l'effondrement gravitationnel et le système se relaxe rapidement dans un état d'équilibre par des processus non dissipatifs (la relaxation violente ; Lynden-Bell 1967). Sa configuration finale sera alors sphéroïdale et une galaxie elliptique sera ainsi générée (par exemple, Gott & Thuan 1976). Dans l'autre catégorie d'hypothèses (de type « évolution »), ce sont des processus physiques dépendants de l'environnement qui modifient la morphologie des galaxies au cours de leurs vie (l'idée initiale est de Spitzer & Baade 1951). En général, ces processus sont capables d'enlever du gaz des galaxies spirales ou de détruire leurs disques, en les transformant ainsi en lenticulaires ou en elliptiques. Par exemple, le balayage du gaz par pression dynamique dans le milieu intergalactique (Gunn & Gott 1972; Solanes & Salvador-Sole 1992), ou la destruction des proto-disques par le champ de marée de l'amas (Larson et al. 1980; Dressler 1980; Whitmore et al. 1993), ou encore la fusion violente de galaxies spirales qui conduit à la formation des elliptiques (Toomre 1977). Tous ces processus ont une efficacité beaucoup plus grande dans un environnement dense comme les amas et peuvent donc produire les différences observées par rapport au champ. D'ailleurs, même si l'hypothèse correcte était la première, ces processus sont certainement actifs dans

---

1. La question de savoir si la fonction de luminosité des galaxies d'amas et de champ est ou n'est pas la même n'a pas encore été tranchée avec certitude (voir par exemple, Lobo et al. 1997; Valotto et al. 1997; Adami et al. 2000; Valotto et al. 2000).

les amas et peuvent modifier la morphologie d'origine, ainsi que d'autres propriétés de la population galactique.

Il est donc très important d'étudier en détail comment ces processus agissent et lesquels ont une influence majeure sur les différents aspects de l'évolution des galaxies.

Pour procéder à cette analyse, nous avons choisi une approche *ab initio*, qui suit l'histoire des galaxies du moment de leur formation jusqu'au temps présent, dans un contexte cosmologique et dans le cadre du modèle hiérarchique de la formation des structures. En d'autres termes, nous nous sommes basés sur les hypothèses suivantes :

1. l'univers est dominé par une composante de matière noire non baryonique dite « froide » (*cold dark matter*, CDM)<sup>2</sup> ;
2. la distribution de la matière dans l'univers est initialement homogène, avec des petites fluctuations par rapport à la densité moyenne ;
3. les structures de l'univers se forment par la croissance et à l'effondrement gravitationnel de ces fluctuations ;
4. la formation des structures procède du petit vers le grand, avec les objets de faible masse qui apparaissent en premiers et qui ensuite fusionnent ensemble pour générer les structures plus massives (en réalité cette hypothèse est une conséquence de la numéro 1).

La première hypothèse implique que, la matière noire étant la composante dominante de l'univers, son évolution n'est (presque) pas influencée par celle de la matière baryonique (tandis que le contraire n'est pas vrai). On peut donc imaginer l'univers primordial comme imprégné d'un fluide de matière noire presque homogène (hypothèse 2), auquel est mélangée la matière baryonique dans des proportions beaucoup plus faibles. La caractéristique principale de la matière noire est d'interagir seulement par la force gravitationnelle (d'où le fait qu'elle est appelée « noire », car aucun rayonnement électromagnétique n'est produit par cette composante). C'est donc cette force qui gère l'évolution du fluide primordial, lequel d'une part participe à l'expansion globale de l'univers, de l'autre voit ses petites fluctuations initiales croître en amplitude par leur auto-gravité. Quand une perturbation est suffisamment grande (massive), la force gravitationnelle devient dominante et provoque l'effondrement (hypothèse 3). Grâce au processus de virialisation, le système s'installe alors dans un état d'équilibre qui est appelé « halo de matière noire ». Selon l'hypothèse 4, les premiers halos qui se forment sont de faible masse et ils fusionnent ensemble dans le temps cosmique pour générer des halos de plus en plus massifs.

Comme la matière baryonique est mélangée dans le fluide primordial, son évolution est initialement déterminée par celle de la matière noire. Ensuite, à l'intérieur des puits de potentiel des halos, le gaz subit les effets des interactions non plus seulement gravitationnelles : il dissipe une partie de son énergie par rayonnement électromagnétique, refroidit, forme les étoiles et conduit ainsi à la formation des galaxies. C'est la fusion entre halos qui permet à plusieurs galaxies de se retrouver

---

2. D'autres types de matière noire non baryonique (par exemple, « chaude » ou « tiède ») ont été proposés et conduisent à une évolution différente de l'univers et de ses structures. Cependant, le modèle CDM est le plus accepté et donc il est le seul qui sera discuté dans la suite.

rassemblées dans un seul système, que nous appelons groupe ou amas selon sa richesse (un amas de galaxies donc, correspond à un halo de matière noire très massif, résultat de nombreuses fusions). Les galaxies alors interagissent réciproquement et avec le champ de marée du halo hôte, en fusionnant éventuellement entre elles et en subissant les effets des processus dynamiques discutés plus haut.

Pour étudier la formation des galaxies il est donc nécessaire de décrire d'abord<sup>3</sup> comment les halos de matière noire se forment et évoluent.

Comme ces halos dérivent de la croissance et de l'effondrement des perturbations de densité initiales de l'univers, la première étape consiste à fixer la distribution des amplitudes de ces fluctuations, ainsi que les lois de leur évolution temporelle. Cela correspond au choix d'un certain modèle cosmologique, caractérisé par une certaine géométrie (qui détermine le taux d'expansion de l'univers), par une normalisation de l'échelle des temps (par exemple, l'âge de l'univers aujourd'hui) et par ce qu'on appelle le spectre de puissance des perturbations. Le choix de la géométrie est normalement fait en fixant les valeurs des paramètres de la densité de la matière  $\Omega_m$  et de la densité de la constante cosmologique  $\Omega_\Lambda$ . Si  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ , l'univers est plat, si la somme est plus petite ou plus grande que 1, l'univers est respectivement ouvert ou fermé. Dans le cadre des modèles à matière noire froide, on parle par exemple de modèle CDM « standard », « open », ou « lambda » (SCDM, OCDM, LCDM) pour les combinaisons suivantes des deux paramètres :

- SCDM :  $\Omega_m = 1, \Omega_\Lambda = 0$  : univers plat ;
- OCDM :  $\Omega_m < 1, \Omega_\Lambda = 0$  : univers ouvert ;
- LCDM :  $\Omega_m > 0, \Omega_\Lambda > 0$  ; l'univers est plat si  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ .

La dépendance temporelle du facteur d'expansion de l'univers  $a(t)$  est déterminée par ces deux paramètres (ainsi que par l'équation d'état de la matière). Le taux d'expansion de l'univers, exprimé à travers la constante de Hubble  $H(t) \equiv \dot{a}(t)/a(t)$ , est alors fixé. Sa valeur au temps présent ( $H_0$ ) donne la normalisation de l'échelle des temps (et donc aussi l'âge de l'univers). Finalement, pour décrire la distribution des amplitudes des perturbations, on utilise le spectre de puissance  $P(k)$ . Une fois adoptée une valeur pour sa normalisation (généralement exprimée en termes d'un autre paramètre :  $\sigma_8$  ; voir section 2.1.2), sa forme détermine l'amplitude des fluctuations pour une taille ou une masse<sup>4</sup> donnée et donc quelles perturbations s'effondreront en premier. Par exemple, dans le cadre des modèles CDM, le spectre  $P(k)$  est tel que les structures à plus petite échelle ont une amplitude supérieure à celles de grande taille et sont donc les premières à s'effondrer. La formation des objets plus massifs procède ensuite par fusion hiérarchique des objets plus petits.

Étant donné le modèle cosmologique, la formation des halos de matière noire est généralement décrite soit par des méthodes basées sur les résultats de la théorie linéaire de l'évolution des perturbations, soit au moyen de simulations numériques.

---

3. En fait, les simulations hydro-dynamiques traitent en même temps les deux composantes de matière baryonique et de matière noire non baryonique, mais nous nous concentrons ici seulement sur les méthodes semi-analytiques et hybrides (voir la suite).

4. Comme on raisonne à une époque où l'univers est presque homogène, la taille et la masse sont deux quantités équivalentes.

Lorsque les fluctuations de densité du fluide primordial sont très petites par rapport à la densité moyenne de l'univers  $\bar{\rho}$ , il est possible de décrire leur évolution avec une théorie linéaire. Le contraste de densité  $\delta$ , défini par  $\delta \equiv (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$ , augmente alors proportionnellement à un facteur de croissance linéaire  $D_+(t)$ , dont la forme fonctionnelle dépend de la cosmologie (section 1.1). Quand la surdensité  $\delta$  n'est plus négligeable ( $\delta \sim 1$ ), les effets non-linéaires deviennent importants et une description capable d'en tenir compte est nécessaire. Le modèle le plus simple (communément appelé « Top-Hat model », Gunn & Gott 1972) considère une perturbation de densité isolée, sphérique, qui évolue dans un univers par ailleurs complètement homogène. Dans ces conditions, le moment  $z_f$  où la perturbation s'effondre sur elle-même et conduit à la formation d'un halo de matière noire, correspond simplement au moment où sa surdensité (linéaire) atteint une certaine valeur de seuil  $\delta_c$  (section 1.2). À partir du champ de densité initial, et en calculant la croissance linéaire des perturbations, il est donc possible de déterminer quand les halos se forment, simplement en regardant quand la surdensité des différentes perturbations atteint la valeur de seuil  $\delta_c$ . Si une région  $H$  qui s'effondre à une époque  $z_2$  [car  $\delta_H = \delta_c(z_2)$ ], contient deux régions plus petites ( $I$  et  $J$ ) qui ont déjà formé deux halos de matière noire à une époque précédente  $z_1$  [car,  $\delta_I \geq \delta_c(z_1)$  et  $\delta_J \geq \delta_c(z_1)$ ,  $z_1 > z_2$ ], on dira que le halo  $H$  est le résultat de la fusion des halos  $I$  et  $J$ . C'est ainsi que les modèles basés sur la théorie linéaire décrivent la croissance hiérarchique des structures (par exemple, Press & Schechter 1974; Bower 1991; Bond et al. 1991; Lacey & Cole 1993). Malgré les hypothèses fortement simplificatrices, les résultats de cette approche sont assez satisfaisants et justifient l'effort considérable effectué dans les années passées pour construire différents modèles de ce type (par exemple, Cole & Kaiser 1988; Kauffmann & White 1993; Lacey & Cole 1994; Rodrigues & Thomas 1996; Somerville & Kolatt 1999; Sheth & Lemson 1999).

Cependant, pour suivre d'une manière auto-cohérente la dynamique fortement non linéaire des processus d'effondrement et de fusion, les simulations numériques sont nécessaires. Dans ces méthodes, la distribution de matière noire est représentée par un système discret de  $N$  particules (d'où le nom de « simulations  $N$ -corps ») et, comme la seule force en jeu est la force gravitationnelle, la tâche de la simulation est de calculer pour chaque particule l'attraction exercée par les  $N-1$  autres. À partir d'une configuration initiale donnée (qui satisfait l'hypothèse 2 d'une distribution globalement homogène), les nouvelles positions et vitesses de l'ensemble des particules après un intervalle de temps  $\Delta t$  sont déterminées et deviennent le point de départ pour un nouveau calcul de la force; et ainsi de suite, jusqu'au temps présent. Dans les simulations  $N$ -corps, les halos de matière noire correspondent alors à des regroupements de particules qui se sont attirées réciproquement par l'interaction gravitationnelle mutuelle. La fusion entre halos se produit lorsque deux ou plusieurs de ces regroupements s'approchent les uns aux autres jusqu'à mélanger leurs particules dans un seul nouvel ensemble, le halo fils. De nombreuses méthodes différentes ont été proposées pour le calcul de la force entre les particules (par exemple, en autres, Doroshkevich et al. 1980; White et al. 1983; Bouchet & Kandrup 1985; Efsthathiou & Eastwood 1981; Couchman 1991; Barnes & Hut 1989; Kravtsov et al. 1997) et ont permis une amélioration continue des performances et des vitesses des codes  $N$ -corps. Cependant, les simulations cosmologiques demandent généralement l'uti-

lisation de super-calculateurs avec plusieurs processeurs, des temps de calcul assez importants, ainsi qu'une gestion plutôt lourde des données, et cela est d'autant plus vrai que le nombre de particules est élevé. D'autre part, étant donné un certain volume d'univers, pour atteindre une meilleure résolution en masse, c'est justement le nombre des particules qui doit être augmenté. Des techniques de *re-simulation* à haute résolution sont alors employées (Navarro et al. 1995a; Tormen & Bertschinger 1996; Tormen et al. 1997; Moore et al. 1998). Elles permettent de faire un « zoom » sur une région où un objet d'intérêt sélectionnés dans une simulation cosmologique déjà achevée. Le nombre de particules est augmenté à l'intérieur de la région choisie et il est réduit tout autour. La configuration initiale correspondante est alors définie et devient le point de départ pour une nouvelle simulation N-corps, qui permettra d'obtenir le même objet du départ avec une meilleure résolution en masse, tout en maintenant le temps et la mémoire de calcul dans des limites raisonnables.

Étant donné l'histoire d'évolution de la matière noire, pour obtenir celle de la formation des galaxies, il faut décrire la physique des processus qui agissent sur la composante baryonique à l'intérieur des halos. Une méthode très puissante et très utilisée est celle des modèles semi-analytiques (par exemple, White & Rees 1978; White & Frenk 1991; Kauffmann et al. 1993; Cole et al. 1994; Roukema et al. 1997; Somerville & Primack 1999; Kauffmann et al. 1999). Elle consiste à employer des « recettes » basées sur des hypothèses simplificatrices et sur des résultats observationnels pour décrire la physique, souvent très complexe, de ces processus.

En général, à chaque halo et proportionnellement à sa masse, il est d'abord attribuée une fraction de matière baryonique sous la forme de gaz chaud. Une formule analytique est ensuite utilisée pour calculer quel est le pourcentage de ce gaz qui refroidit dans un intervalle de temps  $\Delta t$  et s'installe en un disque au centre du halo. Grâce à la recette pour le taux de formation stellaire, on estime alors combien d'étoiles sont produites par le gaz qui vient de refroidir et une autre prescription est employée pour calculer quelle est la masse de gaz qui est réchauffée par les effets de rétroaction dûs aux explosions des supernovae. Quand deux ou plusieurs halos de matière noire fusionnent, les galaxies appartenant aux progéniteurs se retrouvent ensemble dans le nouveau halo fils. Elles y subissent les effets de la friction dynamique dans la matière noire d'arrière-plan et de la pression dynamique dans le milieu d'intra-amas, elles ressentent le champ de marée du halo hôte et elles peuvent aussi fusionner ensemble par collisions directes. Tous (ou certains de) ces processus sont aussi décrits au moyen de formules analytiques simples. C'est de la fusion de deux spirales qu'une galaxie elliptique peut se former. Si elle ensuite accrète un nouveau disque de gaz froid, elle devient le bulbe d'une galaxie spirale ou lenticulaire. Un modèle spectrophotométrique est utilisé pour calculer la luminosité, les couleurs et la métallicité des étoiles. L'évolution chimique des galaxies et du gaz est aussi suivie et des prescriptions capables de prendre en compte les effets de la poussière ont été récemment employées. Comme résultat, une description cohérente des galaxies et de leur évolution avec le temps cosmique est obtenue. La comparaison avec les données observationnelles sert à fixer certains des paramètres libres du modèle, ainsi qu'à en estimer la fiabilité. Malgré les simplifications fortes, beaucoup des propriétés des galaxies sont bien reproduites par ce genre de modèles, dont le mérite principal est

de permettre d'établir quels sont les processus qui jouent le rôle le plus important pour déterminer un certain résultat.

Ce travail de thèse consiste en une application des techniques exposées ci-dessus pour l'étude des amas des galaxies.

Je me suis d'abord occupée d'une des méthodes pour décrire la formation et l'évolution des halos à partir des idées de la théorie linéaire. J'ai reconsidéré le modèle appelé « Merging Cell Model » proposé en 1996 par Rodrigues & Thomas et, après l'avoir re-codé complètement, je l'ai appliqué à une cosmologie SCDM et analysé en grand détail.

Je me suis ensuite occupée de la technique des resimulation N-corps à haute résolution. L'intérêt principal étant l'étude des amas de galaxies, j'ai sélectionné dans la sortie d'une simulation cosmologique déjà achevée (Yoshida & the Virgo Consortium 2000) un échantillon de 10 halos massifs de matière noire, 5 de  $\sim 10^{15} M_{\odot}$  et 5 de  $\sim 10^{14} M_{\odot}$ . J'ai ensuite resimulé ces 10 objets en augmentant leur résolution en masse d'un facteur  $\sim 33$ . De cette manière, le plus petit halo détectable (composé d'au moins 10 particules) a une masse d'environ  $3 \cdot 10^{10} M_{\odot}$  et peut donc contenir une galaxie de quelques  $10^9 M_{\odot}$  (en adoptant un facteur  $\sim 10$  pour le rapport de masse des deux composantes).

Grâce à la richesse de l'échantillon et à ses caractéristiques, cette étude représente la première analyse systématique et détaillée des avantages et des faiblesses de la technique de resimulations.

L'étape successive a consisté à appliquer aux halos issus des resimulations le modèle semi-analytique pour la formation des galaxies<sup>5</sup> que nous sommes en train de développer à l'IAP (Hatton et al. 2000). J'ai dédiée une attention particulière aux processus dynamiques (friction dynamique, fusions directes, balayage du gaz par pression dynamique) qui sont censés jouer un rôle très important pour l'évolution des galaxies dans les amas. Comme les 10 halos de notre échantillon ont tous un progéniteur très massif à  $z = 0.5$ , cette étude permet d'analyser non seulement les amas riches au temps présent, mais aussi ceux à plus grand décalage spectral, pour lesquels on commence à obtenir de plus en plus de données observationnelles (par exemple, Dressler et al. 1997; Ellis et al. 1997; Trentham & Mobasher 1998; de Propris et al. 1999).

Ma contribution originale a été d'adapter le code pour l'application aux resimulations d'amas, d'introduire la description du balayage du gaz par pression dynamique, ainsi que de procéder à une étude systématique des effets de chaque processus sur certaines des propriétés des galaxies. L'originalité du travail consiste aussi à avoir produit pour la première fois un échantillon de 10 amas, au temps présent et à plus haut décalage spectral, et à partir de resimulations à haute résolution. En plus, le fait d'avoir 5 objets de  $\sim 10^{15} M_{\odot}$  et 5 de  $\sim 10^{14} M_{\odot}$  permet des comparaisons à l'intérieur de chaque sous-ensemble (pour obtenir une idée de la dispersion des

---

5. L'application de la méthode semi-analytique pour la description des galaxies aux halos issus de simulations N-corps est communément appelée « modèle hybride » (Roukema et al. 1997; Kauffmann et al. 1999), pour la distinguer des modèles (complètement) semi-analytiques, où l'arbre de fusion des halos est obtenu par l'application des concepts de la théorie linéaire (Kauffmann et al. 1993; Cole et al. 1994; Somerville & Primack 1999).

---

propriétés des galaxies pour une masse fixée de l'amas), ainsi que des comparaisons croisées entre les deux sous-échantillons (pour étudier comment la population galactique varie selon la richesse de l'environnement).

Les deux premiers chapitres de cette thèse sont dédiés aux halos de matière noire. Dans le chapitre 1 je donne un résumé des concepts de base de la théorie linéaire de la croissance des fluctuations, du modèle *Top-Hat* pour l'effondrement gravitationnel, ainsi que de la prescription de Press & Schechter (1974) et ses extensions employées pour calculer certaines statistiques des halos. Cela sert d'introduction pour le « Merging Cell Model » (MCM), dont les caractéristiques principales sont rapidement exposées dans la quatrième section et les détails sont donnés dans l'article « *Merging history tree for dark matter haloes: test of the Merging Cell Model in a CDM cosmology* » (Lanzoni, Mamon, & Guiderdoni 2000) joint à la fin.

Dans le chapitre 2 je présent d'abord une introduction à la méthode des simulations N-corps, pour détailler ensuite la technique des resimulations à haute résolution que j'ai employée dans ce travail. Les trois dernières sections décrivent les résultats des resimulations des 10 halos de matière noire qui constituent notre échantillon pour l'étude des amas de galaxies.

Dans le dernier chapitre, je présent les lignes principales du modèle semi-analytique que j'ai utilisé pour décrire la formation et l'évolution des galaxies. Son application aux halos issus de nos resimulations représente l'étape finale de notre étude des amas des galaxies et les résultats en sont exposés à la fin du chapitre.



# Chapitre 1

## Halos de matière noire : la théorie linéaire et le modèle MCM

Comme décrit dans l'introduction, la distribution de matière dans l'univers primordial est globalement homogène, avec des perturbations très petites par rapport à la densité moyenne  $\bar{\rho}(\vec{x})$ :  $\delta = [\rho(\vec{x})/\bar{\rho} - 1] \ll 1$ . Tout en participant à l'expansion générale de l'univers, ces fluctuations croissent en amplitude grâce à leur auto-gravité. Lorsque cette dernière domine, la perturbation se découple de l'expansion et s'effondre sur elle-même, jusqu'à atteindre un état d'équilibre dans un objet lié. Comme la composante dominante de l'univers est la matière noire, les structures qui se forment ainsi sont appelées « halos de matière noire ». Pour décrire leur formation il faut donc suivre la croissance et l'effondrement des fluctuations de densité du champ initial.

Lorsque les perturbations sont petites ( $\delta \ll 1$ ), il est possible de décrire leur évolution avec une théorie linéaire. Ensuite, les simulations numériques sont nécessaires, mais elles demandent des temps de calcul et des ressources informatiques très importants. L'alternative la plus simple est alors le modèle « *Top-Hat* » (Gunn & Gott 1972), capable d'estimer d'une manière approchée le moment de l'effondrement des halos à partir du champ initial des fluctuations. Une approche statistique basée sur la gaussianité de ce champ et sur les résultats du modèle *Top-Hat* permet de calculer combien de halos de masse donnée sont présents dans l'univers à une certaine époque (la « fonction de masse de Press et Schechter », Press & Schechter 1974, PS), ainsi que d'autres propriétés de la population des halos et de son évolution temporelle (par exemple Bower 1991; Bond et al. 1991; Lacey & Cole 1994).

Malgré les hypothèses fortement simplificatrices de cette approche, les résultats sont en accord satisfaisant avec ceux des simulations numériques, où la dynamique non-linéaire est traitée d'une manière auto-cohérente. De plus, les modèles de formation des halos de matière noire basés sur la théorie linéaire et l'effondrement sphérique sont beaucoup moins lourds à gérer d'un point de vue informatique que les simulations. Cela explique l'effort considérable effectué dans les années passées

pour construire différents modèles de ce type (par exemple, Cole & Kaiser 1988; Kauffmann & White 1993; Rodrigues & Thomas 1996; Somerville & Kolatt 1999; Sheth & Lemson 1999). En particulier, le « Merging Cell Model » (MCM), proposé en 1996 par Rodrigues et Thomas (1996), présente plusieurs avantages par rapport aux autres et a été l'objet d'une étude détaillée dans l'article « *Merging history tree for dark matter haloes: test of the Merging Cell Model in a CDM cosmology* » (Lanzoni, Mamon, & Guiderdoni 2000; section 1.5).

Dans les paragraphes suivants, une introduction aux concepts de la théorie linéaire (sect. 1.1), du modèle de l'effondrement sphérique (sect. 1.2), et de la prescription de Press et Schechter (sect. 1.3) sera donnée pour un univers de Einstein–de Sitter ( $\Omega = 1$ ,  $\Lambda = 0$ ). Le but est de rendre plus claires les idées de base sur lesquelles le modèle MCM est fondé. Un résumé des caractéristiques principales de ce modèle, ainsi que des différents tests que nous avons utilisés pour évaluer sa fiabilité sera donné en section 1.4. Sa description détaillée est laissée à l'article (Lanzoni et al. 2000), joint en section 1.5.

## 1.1 Croissance linéaire des fluctuations de densité

Pour décrire rigoureusement la croissance des structures de l'univers, il faudrait utiliser la théorie de la relativité générale. En pratique, dans la limite de mouvements non-relativistes, pour des fluctuations bien à l'intérieur de l'horizon et éloignées des trous noirs, un traitement newtonien est suffisant. L'évolution des fluctuations du champ initial de densité est alors décrite comme celle d'un fluide idéal sans pression (ce qui est approprié pour la matière noire froide), dans un univers en expansion. La densité  $\rho(\vec{r})$  et la vitesse  $u(\vec{r})$  du fluide obéissent aux équations suivantes :

- équation de continuité, ou de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(\vec{r}, t) + \nabla \cdot (\rho \vec{u})(\vec{r}, t) = 0, \quad (1.1)$$

- équation du mouvement, ou d'Euler :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}(\vec{r}, t) + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla \Phi(\vec{r}, t), \quad (1.2)$$

- équation de Poisson :

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}, t) = 4\pi G \rho(\vec{r}, t). \quad (1.3)$$

Les mêmes équations peuvent être réécrites dans le système de coordonnées comobiles (à repos par rapport à l'expansion de l'univers) défini par :  $\vec{x} = \vec{r}/a(t)$ , où  $a(t)$  est le facteur d'expansion de l'univers. La vitesse  $\vec{u}$  est alors la somme de deux termes : la vitesse propre  $\vec{v} = a(t) \dot{\vec{x}}$ , et le flot de Hubble  $\dot{a} \vec{x}$ . On peut aussi récrire la densité comme une surdensité sans dimension :  $\delta(\vec{x}, t) = \rho(\vec{x}, t)/\bar{\rho}(t) - 1$ . Dans la limite où les perturbations sont très petites par rapport à la densité moyenne de l'univers (ce qu'on pense être vrai à grand décalage spectral), on peut écrire :  $\delta \ll 1$ , et

$(v d/t_e)^2 \ll \delta$ , où  $v$  et  $d$  sont la vitesse et la taille caractéristique de la perturbation, et  $t_e$  le temps d'expansion  $\sim (G\rho_b)^{-1/2}$ . Les trois équations précédentes peuvent alors être linéarisées (on peut négliger les termes supérieurs au premier ordre en  $\delta$  et  $\vec{v}$ ), et elles conduisent finalement à :

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} = 4\pi G\bar{\rho}\delta. \quad (1.4)$$

La solution générale de cette équation linéaire en  $\delta$  est du type :

$$\delta(\vec{x}, t) = D_-(t) \delta_-(\vec{x}) + D_+(t) \delta_+(\vec{x}), \quad (1.5)$$

où les indices  $-$  et  $+$  indiquent respectivement les modes décroissant et croissant de la perturbation. Tandis que le premier devient rapidement négligeable, l'évolution de la perturbation est dominée par le deuxième. La forme fonctionnelle du mode croissant  $D_+(t)$  dépend de la cosmologie (voir par exemple, Peebles 1980), et pour un univers de Einstein-de Sitter ( $\Omega = 1$ ,  $\Lambda = 0$ ), il est simplement donné par :

$$D_+(t) \propto t^{2/3} \propto a(t) \propto (1+z)^{-1}. \quad (1.6)$$

Dans le régime linéaire ( $\delta \ll 1$ ), l'amplitude des fluctuations croit donc proportionnellement au facteur d'expansion de l'univers  $a(t)$ .

Il est souvent avantageux de travailler avec le contraste de densité *linéairement extrapolé* jusqu'au temps présent, c'est à dire celui que la perturbation aurait à  $z = 0$  si elle avait toujours évolué d'une façon linéaire. D'après les équation 1.5 et 1.6, pour un univers de Einstein-de Sitter, l'extrapolation linéaire à  $z = 0$  d'une fluctuation  $\delta(z)$  est donnée par :

$$\delta_{z_0}^{\text{lin}} = \delta(z) (1+z). \quad (1.7)$$

## 1.2 Modèle « Top-Hat » sphérique

Quand l'amplitude des fluctuations n'est plus négligeable par rapport à la densité moyenne de l'univers ( $\delta \sim 1$ ), la théorie linéaire n'est plus adaptée pour en décrire la croissance. Un cas simple pour lequel on peut calculer l'évolution de manière complète est celui d'une perturbation sphérique de densité uniforme  $\bar{\delta}$ , et de rayon physique  $r$ . D'après le théorème de Birkhoff (Birkhoff 1923), la matière extérieure n'exerce aucune force sur celle à l'intérieur de la sphère, et donc le rayon de la perturbation évolue selon :

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho} (1 + \bar{\delta}) r. \quad (1.8)$$

En intégrant l'équation d'évolution dans le temps, on obtient la première intégrale du mouvement :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{GM}{r} = E, \quad (1.9)$$

où  $E$  est l'énergie totale par unité de masse, qui est négative pour un objet lié. La solution de cette équation montre que la perturbation suit l'expansion de l'univers ( $\dot{r} = dr/dt > 0$ ) jusqu'à un temps  $t_m$  auquel son rayon atteint une valeur maximale  $r_m$  (quand  $\dot{r} = 0$ ). Ensuite elle se découple du flot de Hubble, et s'effondre sur elle-même à cause de son auto-gravitation ( $\dot{r} < 0$ ). Son rayon diminue jusqu'à  $r = 0$  en un temps  $t_f = 2t_m$ , qui est donné par la symétrie du problème. À cet instant, l'extrapolation linéaire du contraste de densité initial de la perturbation est (toujours pour un univers de Einstein-de Sitter) :

$$\delta_{t_f}^{\text{lin}} = \delta_c = 1.686. \quad (1.10)$$

Il existe donc un seuil critique pour l'effondrement gravitationnel, qui est le même pour toutes les perturbations et toutes les époques : n'importe quelle fluctuation de densité s'effondrera sur elle-même et formera un halo de matière noire, quand l'extrapolation linéaire de son contrast de densité atteindra la valeur critique  $\delta_c$ .

Si on continue l'extrapolation linéaire de  $\delta_{t_f}^{\text{lin}}$  de  $z_f$  jusqu'à  $z = 0$ , des équations 1.7 et 1.10 on obtient :  $\delta_{z_0}^{\text{lin}} = \delta_c (1 + z_f)$ . Le *redshift* de formation est alors simplement donné par le rapport entre l'extrapolation linéaire de la perturbation jusqu'au temps présent et le seuil critique  $\delta_c$  :

$$z_f = \frac{\delta_{z_0}^{\text{lin}}}{\delta_c} - 1. \quad (1.11)$$

L'hypothèse d'une surdensité uniforme à l'intérieur de la sphère est clairement irréaliste, mais en fait elle n'a jamais été employée dans l'analyse précédente. Le même résultat aurait été trouvé en faisant l'hypothèse que la densité dans la sphère est une fonction décroissante du rayon, et que l'effondrement procède d'une façon telle que les coquilles radiales successives ne se croisent pas (par exemple, Peebles 1980). La masse contenue dans chaque coquille se conserve, et les mêmes équations peuvent donc être employées pour la description du problème. Dès que cette condition n'est plus satisfaite, l'état final d'équilibre dynamique du système peut être évalué à travers un simple bilan énergétique. On trouve que le processus de virialisation conduit à un rayon final  $r_{\text{vir}}$  qui est la moitié du rayon d'expansion maximale ( $r_{\text{vir}} = r_m/2$ ). À cette époque, la surdensité de l'objet par rapport à la densité moyenne de l'univers est de l'ordre de 200 :  $\rho_{\text{obj}}/\bar{\rho}(z_f) \simeq 178$ . Le rayon  $r_{\text{vir}}$  et la masse contenue dans un sphère de ce rayon sont communément appelés « rayon et masse du viriel ».

### 1.3 La prescription de Press & Schechter et son extension

Bien que le processus d'effondrement gravitationnel soit intrinsèquement non-linéaire, les résultats des sections précédentes montrent qu'il est possible de suivre de manière statistique la formation des halos de matière noire dans l'univers, simplement à partir du champ de densité initial, ou de son extrapolation linéaire jusqu'à  $z = 0$  (comme il sera adopté dans le reste du paragraphe).

D'après la théorie de l'inflation, les fluctuations de ce champ sont distribuées selon une statistique gaussienne. Si on lisse le champ à des différentes échelles  $R$  (ou à des masses  $M$ , ce qui revient au même dans l'espace des conditions initiales, car  $M \propto \bar{\rho} R^3$ ), la distribution des fluctuations  $\delta_M$  reste évidemment gaussienne :

$$\mathcal{P}(\delta_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M)} \exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma^2(M)}\right], \quad (1.12)$$

où  $\sigma^2(M)$  est la variance (appelée « variance de masse »), complètement définie par le spectre de puissance des fluctuations et la fenêtre de lissage (voir section 2.1.2, équation 2.7). La probabilité qu'une fluctuation  $\delta_M$  dépasse une certaine valeur critique  $\delta_{crit}$  est alors donnée par :

$$\mathcal{P}(\delta_M > \delta_{crit}) = \int_{\delta_{crit}}^{\infty} \mathcal{P}(\delta_M) d\delta_M = \text{erfc}\left[\frac{\delta_{crit}}{\sqrt{2}\sigma(M)}\right]. \quad (1.13)$$

Si  $\delta_{crit}$  est la valeur du seuil pour l'effondrement gravitationnel à *redshift*  $z$  ( $\delta_{crit} = \delta_c [1+z]$ ; voir section précédente), cette probabilité peut être interprétée comme la fraction de masse de l'univers qui, au décalage spectral  $z$ , est dans des objets virialisés de masse plus grande que  $M$  :  $\mathcal{P}[\delta_M > \delta_c(1+z)] = \mathcal{F}( > M)$ . De manière analogue, si le lissage est fait à une échelle  $M + dM$ , on obtient la fraction de masse dans des objets plus massifs que  $M + dM$ , et sa différence par rapport à  $\mathcal{F}( > M)$  donne la fonction de masse différentielle, définie comme le nombre d'objets de masse entre  $M$  et  $M + dM$ , à *redshift*  $z$ , par unité de volume comobile (Press & Schechter 1974) :

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dM}(M,z) dM &= -2 \frac{\bar{\rho}}{M} \frac{\partial \mathcal{F}( > M)}{\partial M} dM = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M} \frac{\delta_c(z)}{\sigma^2(M)} \left| \frac{d\sigma}{dM} \right| \exp\left[-\frac{\delta_c^2(z)}{2\sigma^2(M)}\right], \end{aligned} \quad (1.14)$$

où  $\delta_c(z) = \delta_c(1+z)$  est l'extrapolation linéaire du seuil critique, du décalage spectral  $z$  jusqu'à  $z = 0$ . On peut remarquer que considérer les grandeurs soit dans l'espace des conditions initiales, soit linéairement extrapolées jusqu'à  $z = 0$ , où encore jusqu'à *redshift*  $z$ , revient au même : par exemple, l'équation (1.14) ne change pas si on remplace  $\delta_c(1+z)$  par  $\delta_c$ , et  $\sigma(M)$  par  $\sigma(M,z) = \sigma(M)/(1+z)$ , leur correspondants extrapolés jusqu'à  $z$ .

En réalité, la dérivation de la relation précédente n'est pas rigoureuse et il est nécessaire de la multiplier arbitrairement par un facteur 2 pour corriger le fait que, autrement, non pas la totalité, mais seulement la moitié de la matière de l'univers serait dans des objets virialisés de *n'importe quelle* masse. Un calcul exact à travers une approche différente, connue comme « excursion set model » (Bond et al. 1991), conduit à la même expression pour la fonction de masse des halos et le facteur 2 apparaît d'une manière naturelle. L'accord avec les résultats des simulation numériques est généralement satisfaisant (par exemple, Efstathiou et al. 1988; Carlberg & Couchman 1989; Lacey & Cole 1994; Gelb & Bertschinger 1994), quoique des différences systématiques à petites et grandes masses ont été récemment mises en

évidence (par exemple, Jain & Bertschinger 1994; Gross et al. 1998; Somerville et al. 1999a; Tormen 1998; Lee & Shandarin 1999; Sheth & Tormen 1999).

Ce dernier modèle permet aussi de déterminer les fonctions de masse de halos progéniteurs et fils, ainsi qu'une expression analytique pour le temps de formation des objets, en utilisant toujours des critères de probabilité. La première quantité est dérivée comme la probabilité conditionnelle qu'un élément de masse fasse partie d'un halo (progéniteur) de masse  $M_p$  au temps  $t_p$ , étant donné que plus tard (à  $t_o > t_p$ ) il fait partie d'un halo (fils) plus massif ( $M_o > M_p$ ). La distribution de masse des progéniteurs est alors déterminée en considérant deux seuils critiques différents pour l'effondrement,  $\delta_c(z_p)$  et  $\delta_c(z_o)$ , et est donné par (Bower 1991; Bond et al. 1991) :

$$\frac{df}{dM_p}(M_p, z_p | M_o, z_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_{cp} - \delta_{co}}{(\sigma_p^2 - \sigma_o^2)^{3/2}} \left| \frac{d\sigma_p^2}{dM_p} \right| \exp \left[ -\frac{(\delta_{cp} - \delta_{co})^2}{2(\sigma_p^2 - \sigma_o^2)} \right], \quad (1.15)$$

où  $\delta_{cj} = \delta_c(z_j) = \delta_c(1 + z_j)$ , et  $\sigma_j = \sigma(M_j)$ , avec  $j = p, o$ .

La probabilité conditionnelle inverse, pour  $M_o$  étant donné  $M_p$ , conduit à la fonction de masse des halos fils (Lacey & Cole 1994) :

$$\frac{df}{dM_o}(M_o, z_o | M_p, z_p) = \frac{\delta_{co}(\delta_{cp} - \delta_{co})}{\sqrt{2\pi} \delta_{cp}} \left| \frac{d\sigma_o^2}{dM_o} \right| \left[ \frac{\sigma_p^2}{\sigma_o^2(\sigma_p^2 - \sigma_o^2)} \right]^{3/2} \exp \left[ -\frac{(\delta_{co}\sigma_p^2 - \delta_{cp}\sigma_o^2)^2}{2\sigma_p^2\sigma_o^2(\sigma_p^2 - \sigma_o^2)} \right]. \quad (1.16)$$

Finalement, la probabilité qu'un halo de masse  $M_o$  à  $z_o$  ait un progéniteur qui contient au moins la moitié de sa masse à  $z_p$ , est interprétée comme la probabilité qu'il se soit formé avant  $z_p$  (Lacey & Cole 1993, 1994) :

$$\frac{dp}{dz_f}(z_f | M_o, z_o) = \int_{M_o/2}^{M_o} \frac{M_o}{M_p} \left[ \frac{\partial}{\partial z_f} \left( \frac{df}{dM_p} \right) \right] dM_p, \quad (1.17)$$

où  $df/dM_p = df(M_p, z_f | M_o, z_o)/dM_p$  (équation 1.15).

Ces résultats sont communément connus sous le nom de « théorie de Press et Schechter étendue » (EPS), et montrent un bon accord avec les simulations numériques (Lacey & Cole 1994; Somerville et al. 1999a; Tormen 1998).

## 1.4 Le modèle MCM

Une des méthodes pour décrire la formation des halos de matière noire à partir de la théorie de la croissance linéaire des fluctuations et du modèle *Top-Hat*, a été proposé en 1996 par Rodrigues et Thomas (1996), et est couramment appelé « *Merging Cell Model* » (MCM). Les deux auteurs ne l'avaient discuté que dans le cas d'un spectre invariant d'échelle [ $P(k) \propto k^n$ ,  $n = 0, -2$ ], mais ils avaient déjà souligné plusieurs avantages de leur méthode par rapport à d'autres (Kauffmann & White 1993; Cole & Kaiser 1988) basées sur des principes similaires. C'est pourquoi nous l'avons reconsidéré dans le cadre d'une cosmologie plus réaliste (CDM) et

analysé beaucoup plus en détails. Dans les prochaines sections, les caractéristiques principales du modèle sont présentées. Pour une discussion plus détaillée, voir l'article « *Merging history tree for dark matter haloes: test of the Merging Cell Model in a CDM cosmology* » (Lanzoni et al. 2000) en section 1.5.

### 1.4.1 Méthode

Dans ce modèle, l'univers est représenté par une boîte cubique de taille  $L$  (typiquement quelques centaines de Mpc), constituée d'une grille de  $L^3$  « *cellules de base* » toujours cubiques (par exemple,  $L^3 = 256^3$ ). Une fois choisi un spectre de puissance des perturbations,  $L^3$  valeurs du contraste de densité  $\delta$  sont générées sur la grille par la transformation de Fourier d'ondes de phase aléatoire et d'amplitude fixée par le spectre (section 2.1.2). Des conditions périodiques aux bords de la boîte sont aussi considérées, pour simuler la distribution de matière de l'univers tout autour (section 2.1.3).

On a ainsi un champ de densité gaussien, lissé à l'échelle  $l = 1$  (ou à la masse  $m_c$ ) des cellules de base. En fait, les valeurs de  $\delta$  considérées sont celles obtenues par l'extrapolation linéaire du contraste de densité initial  $\delta_i$  jusqu'au temps présent (voir section 1.1) :  $\delta = \delta_{z_0}^{\text{lin}}$ . Pour déterminer le temps  $z_f$  auquel une fluctuation de la taille d'une cellule de base et de surdensité  $\delta$ , s'effondre et conduit à la formation d'un halo de masse  $m_c$ , il suffit alors de comparer sa valeur de  $\delta$  au seuil critique  $\delta_c$ , selon l'équation (1.11).

Si on lisse le champ de densité à des échelles plus grandes, le même raisonnement vaut pour les régions de toutes les tailles (ou de toutes toutes masses) : un halo de masse  $M$  se forme alors au *redshift*  $z$  par l'effondrement d'une région de la même masse et de surdensité  $\delta_c(1+z)$ .

Dans le modèle MCM, le lissage est fait au moyen de cubes de taille croissante  $l$  ( $l = 2, 4, 8, \dots, L$ ), appelés « *blocs* ». Leur surdensité  $\delta$  est obtenue en moyennant sur les cellules de base qui les composent. Pour chaque échelle de lissage, on utilise 8 grilles déplacées de la moitié d'un bloc les unes par rapport aux autres dans chaque direction spatiale. Un exemple (en deux dimensions) de cette procédure est montré dans la figure 1.1. La grille la plus fine représente l'ensemble des cellules de base, de taille  $l = 1$ . Le lissage est montré pour l'échelle  $l = 4$ , ou, autrement dit, dans une grille dont les éléments (blocs) ont une taille égale à 4 cellules de base. La densité de chaque bloc est alors la moyenne des  $4 \times 4$  valeurs de  $\delta$  des cellules qu'il contient. La même grille de lissage est considérée 4 fois (8 dans le cas tri-dimensionnel) dans 4 positions différentes par rapport à la grille de base : exactement superposée (panneau de gauche en haut), déplacée de la moitié d'un block (2 cellules) dans la direction spatiale  $x$  (panneau de droite en haut), déplacée de la même valeur en  $y$  (panneau de gauche en bas), et déplacée tant en  $x$  qu'en  $y$  (panneau de droite en bas). Chacun de ses élément aura donc une densité différente dans les 4 cas, car la moyenne est faite sur des cellules de base qui ne sont pas les mêmes (comme montré par la région grise pour en des éléments de la grille). Cette même procédure est adoptée pour toutes les hiérarchies de lissage. Par conséquent, les grilles sont partiellement superposées

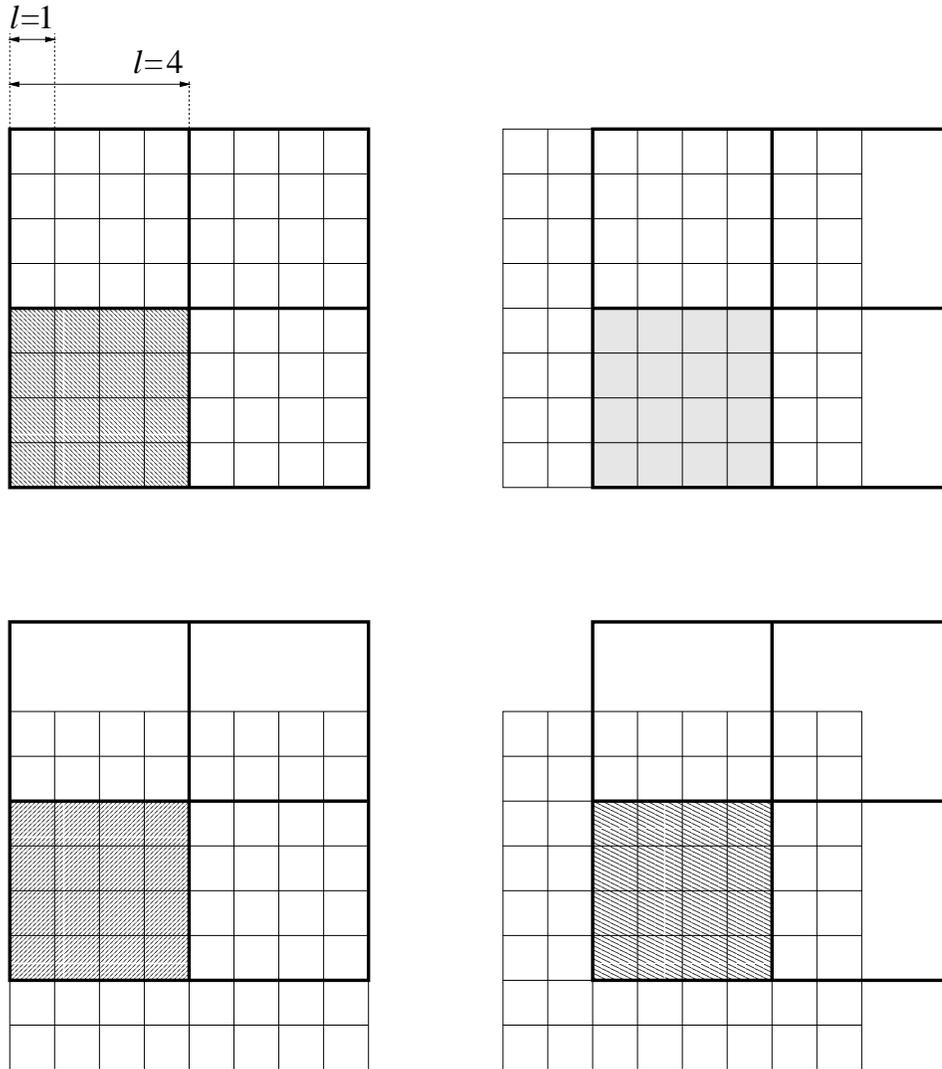


FIG. 1.1 – Exemple (bi-dimensionnel) de la procédure de lissage dans le modèle MCM: la grille fine représente l'ensemble des cellules de base, de taille  $l = 1$ . La grille plus épaisse, dont les éléments (blocs) ont une taille  $l = 4$ , est utilisée pour le lissage à l'échelle  $l=4$ . Elle est considérée dans 4 positions spatiales différentes par rapport à la grille de base. La densité de chacun de ses blocs est calculée comme la moyenne de la densité des cellules de base qui le composent. Par exemple, celles relatives aux bloc en bas à gauche sont marquées en gris pour les 4 positions possibles (voir texte).

et les pics de densité sont toujours à peu près centrés dans un bloc à chaque niveau de la hiérarchie.

Après ces opérations, on se retrouve avec un total de  $(15L^3 - 8)/7$  cubes<sup>1</sup>, de taille entre 1 et  $L$ , chacun avec une valeur du contraste de densité linéairement extrapolé  $\delta$ , et partialement superposés les uns avec les autres dans le volume de la boîte d'univers.

Ils sont alors triés par ordre décroissant de  $\delta$ , c'est-à-dire, par ordre croissant du temps d'effondrement (où décroissant de  $z_f$ ). Le cube (cellule de base ou bloc) ayant la valeur de  $\delta$  la plus grande dans la liste triée ( $\delta_{max}$ ), est donc le premier à s'effondrer et à donner un *halo* de matière noire. Son *redshift* de formation est directement déterminé par la valeur de  $\delta_{max}$  :  $z_f = \delta_{max}/\delta_c - 1$ ,  $\delta_c = 1.686$ .

Par construction, un cube qui est en train de s'effondrer au temps  $t$  (appelé « région d'investigation ») peut être entièrement ou partiellement superposé à un ou plusieurs halos (c'est à dire, cellules ou blocs qui se sont effondrés à un temps précédent). Le modèle utilise alors certains critères basés sur le degré de superposition pour décider si la région d'investigation forme un nouveau halo, ou « fusionne » avec certains des halos superposés (voir l'article en section 1.5 pour les détails sur les critères).

En analysant la liste des cubes du début, jusqu'à la fin (c'est-à-dire, de  $\delta = \delta_{max}$  jusqu'à  $\delta = \delta_c$ , correspondant au seuil critique au temps présent), et en tenant compte des différents critères pour l'effondrement et la fusion, toute l'histoire de formation des halos de matière noire, du temps initial à  $z = 0$ , est ainsi décrite.

## 1.4.2 Avantages et inconvénients du modèle

D'autres méthodes basées sur la théorie linéaire et le modèle *Top-Hat* existent dans la littérature (par exemple, Cole & Kaiser 1988; Kauffmann & White 1993; Rodrigues & Thomas 1996; Somerville & Kolatt 1999; Sheth & Lemson 1999). Le modèle MCM montre cependant plusieurs avantages.

Dans le « Block Model » de Cole & Kaiser (1988) les masses des halos sont limitées par construction aux puissances de 2, tandis que le MCM, grâce à la hiérarchie de grilles partiellement superposées et aux critères pour la fusion entre halos, permet d'avoir un spectre de masses plus fin (et de formes lagrangiennes, dans l'espace des conditions initiales).

Aucune limitation existe non plus pour les temps de formation, qui sont directement déterminés par les valeurs de  $\delta$ , et peuvent donc prendre n'importe quelle valeur entre le *redshift* initial et le temps présent. Cela n'est pas le cas, par exemple, dans le modèle de Kauffmann & White (1993), où le temps est quantifié sur un nombre fini de pas.

---

1. Le nombre total de cubes est la somme de toutes les cellules de base et tous les blocs des différentes tailles :  $N_{tot} = L^3 + 8 \sum_{h=1}^H L^3/8^h$ , où  $H$  indique le dernier niveau de la hiérarchie des lissages, tel que  $2^H = L$ .

Toujours par construction, l'information spatiale sur la position des halos dans la boîte d'univers est retenue dans le modèle MCM, alors qu'elle est inexistante dans l'arbre de fusion de Kauffmann & White (1993) et n'est pas très réaliste dans le *block model*. Il est donc possible d'étudier leur distribution tridimensionnelle et leurs propriétés de *clustering* (dans l'espace lagrangien de conditions initiales), c'est-à-dire, de définir la fonction de corrélation à deux points, qui mesure la propension des objets à se regrouper pour paires (section 1.4.3 et 1.5).

Dans le modèle MCM la fusion entre halos est décrite avec des critères simplifiés, qui sont cependant plus précis que dans une approche purement statistique, comme c'est le cas d'autres méthodes.

De plus, le MCM est basé sur une réalisation du champ initial de densité construit de la même façon que dans les simulations N-corps. Il est donc plus proche de ces dernières dans son esprit et il permet aussi une comparaison directe (halo par halo) avec leurs résultats.

Par rapport aux simulations numériques, et de la même façon que tous les autres modèles de ce type, le MCM a le défaut de ne pas suivre d'une manière réaliste la dynamique non linéaire de l'effondrement gravitationnel et de la fusion des halos. Il possède en revanche les gros avantages d'une vitesse de calcul beaucoup plus rapide et d'une nécessité de mémoire beaucoup plus faible (il lui suffit de 25 min de temps de CPU et 700 Méga-octets de RAM, pour une réalisation avec  $256^3$  cellules de base sur une station de travail DEC Alpha à 500 MHz, tandis que plusieurs centaines d'heures sur de nombreux processeurs de supercalculateurs à architecture parallèle sont nécessaires pour des simulations N-corps avec  $256^3$  particules).

### 1.4.3 Résumé des résultats principaux

Pour vérifier que la méthode avait été codée correctement, le même spectre de puissance utilisé dans l'article original (Rodrigues & Thomas 1996) a été considéré ( $P[k] = k^n, n = 0, -2$ ). Les fonctions de masse des halos ainsi obtenues ont été comparées à celles publiées et un accord remarquable en a résulté.

Nous avons ensuite étudié le modèle en beaucoup plus en détail pour une cosmologie SCDM, caractérisée par les paramètres suivants : constante de Hubble  $H_0 = 100 h$  Km s<sup>-1</sup> Mpc,  $h = 0.5$ ; paramètre de densité de masse  $\Omega_0 = 1$  et de la constante cosmologique  $\Omega_\Lambda = 0$ ; normalisation du spectre de puissance  $\sigma_8 = 0.67$ , où  $\sigma_8$  est la variance de masse à l'échelle de  $8 h^{-1}$  Mpc (voir section 2.1.2).

La boîte d'univers que nous avons considérée a une taille  $L = 50$  Mpc/ $h$  et est constituée de  $256^3$  cellules de base de masse  $m_c = 2 \times 10^9 M_\odot/h$ , ou de taille  $l = 0.195$  Mpc/ $h$ .

Comme détaillé dans l'article et montré dans ses figures (section 1.5), dix ensembles différents de conditions initiales ont été considérés et les résultats moyennés sur les dix réalisations ont été comparés aux prévisions analytiques de la théorie de PS et de EPS (section 1.3), et à des formules d'ajustement (Lee & Shandarin 1999; Jing 1999) qui suivent correctement les simulations numériques.

En particulier, les statistiques suivantes ont été analysées :

- **la fonction de masse des halos**  $dn(M, z)/dM$  : le nombre de halos qui, à *redshift*  $z$ , ont une masse comprise entre  $M$  et  $M + dM$  ;
- **la fonction de masse des halos progéniteurs**  $df(M_p, z_p | M_o, z_o)/dM_p$  : la fraction de masse des halos de masse  $M_o$  à *redshift*  $z_o$ , qui était déjà contenue, à *redshift*  $z_p$ , dans des halos (progéniteurs) ayant une masse entre  $M_p$  et  $M_p + dM_p$  ;
- **la fonction de masse des halos fils**  $df(M_o, z_o | M_p, z_p)/dM_o$  : la probabilité qu'un halo de masse  $M_p$  à  $z_p$  soit incorporé plus tard, à *redshift*  $z_o$ , dans un halo (fils) de masse comprise entre  $M_o$  et  $M_o + dM_o$  ;
- **l'histoire du progéniteur le plus massif** : la variation avec  $z$  du rapport entre la masse d'un halo donné à  $z = 0$ , et celle de son progéniteur le plus massif à chaque époque ;
- **la distribution du temps de formation** des halos de masse  $M$ , défini comme le moment où un progéniteur de masse  $\geq M/2$  se forme pour la première fois ;
- **la fonction de corrélation à deux points**  $\xi(r) = N_{DD}(r)/N_{RR}(r) - 1$ , où  $N_{DD}(r)$  est le nombre mesuré de halos séparés par une distance  $r$ , et  $N_{RR}(r)$  est celui attendu dans le cas d'une distribution poissonnienne d'objets.

Les fonctions de masse du modèle MCM sont en bon accord avec les formules analytiques, à part pour les halos de moins de 8 cellules de base. Cette limite dans la résolution en masse du MCM avait déjà été discutée par Rodrigues & Thomas (1996) et Nagashima & Gouda (1997), et semble être intrinsèque à la méthode. Une déficience de halos de grande masse est aussi présente dans les résultats de MCM, surtout à grand décalage spectral. Certaines sources possibles de ce désaccord sont discutées dans l'article.

Pour ce qui concerne le temps de formation, il y a un bon accord entre les résultats du MCM et les prédictions analytiques de EPS pour les halos de grande masse ( $10^{14} M_\odot$ ), tandis que les petits ( $10^{11} M_\odot$ ) sont systématiquement formés trop tôt. Pour les objets de masse intermédiaires ( $10^{12} - 10^{13} M_\odot$ ) l'accord est bon à grand décalage spectral, mais le modèle continue à les former aussi à bas *redshift*, en contradiction avec les prédictions de EPS.

La fonction de corrélation suit très bien les courbes obtenues avec la théorie de Press & Schechter étendue (Mo & White 1996; Catelan et al. 1998), à tous les temps et pour chaque masse de halos ( $M = [10^{11}, 5 \cdot 10^{14}] M_\odot$ ). Cela montre que l'information sur les corrélations spatiales des halos de grande masse est bien retenue dans le MCM, mais que le *clustering* des petits halos est surestimé d'un facteur 2–3 (comme c'est le cas pour les formules analytiques), par rapport à ce que l'on trouve dans les simulations N-corps (Jing 1998, 1999; Porciani et al. 1999).

Malgré quelques faiblesses, le modèle MCM présente d'importantes réussites, et il a le gros avantage d'être une méthode rapide et simple, ce qui le rend intéressant pour l'étude de différentes problématiques astrophysiques. En particulier, sur la base des résultats obtenus, deux domaines principaux d'application peuvent être reconnus.

Vu le bon accord avec les prédictions analytiques pour ce qui concerne les fonctions de masse, la distribution des temps de formation et la fonction de corrélation des halos massifs, surtout à bas décalage spectral, le modèle est adapté pour étudier les amas locaux de galaxies. Les résultats du MCM sont aussi assez satisfaisant pour les objets de masse  $\sim 10^{12} M_{\odot}$  à grand décalage spectral. Comme on pense que ces halos sont le site de la formation des galaxies à discontinuité de Lyman (« *Ly-break* » galaxies, Steidel et al. 1996; Giavalisco et al. 1996; Steidel et al. 1998; Giavalisco et al. 1998; Baugh et al. 1998 ; mais voir aussi Somerville et al. 1999b), le modèle peut aussi être très utile pour étudier cette population et ses propriétés de *clustering*.

#### 1.4.4 Perspectives

Comme décrit en section 1.4.1 et 1.4.2, un des avantages du MCM est que les mêmes conditions initiales peuvent être utilisées pour une réalisation du modèle et pour une simulation numérique. Par conséquent, les résultats des deux méthodes peuvent être comparés d'une manière directe, même halo par halo. Un travail dans cette direction est en cours au cœur d'une collaboration avec P. Monaco de l'Observatoire de Trieste, et T. Theuns de l'Université de Cambridge. Nous essayons de modifier dans le MCM d'une part la description de l'effondrement gravitationnel, en utilisant un critère ellipsoïdal (Monaco 1995, 1997a,b) plutôt que celui sphérique du modèle *Top Hat*, d'autre part certaines des prescriptions pour la fusion entre halos. Le but est d'améliorer le modèle pour que l'accord entre ses résultats et ceux des simulations (faites à partir des mêmes conditions initiales) soit satisfaisant à tous les *redshifts* et pour les halos de toutes les masses. Cela serait très utile pour étudier la formation des galaxies (qui dépend sensiblement de l'histoire des halos de matière noire), et pour obtenir une meilleure compréhension du mécanisme de l'effondrement gravitationnel (sphérique, ellipsoïdal, sur le premier ou sur le troisième axe,...).

Par ailleurs, notre code du modèle MCM est actuellement utilisé par Ping He, post-doctorant du Beijing Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, pour l'étude des galaxies avec la méthode semi-analytique (voir chapitre 3).

### 1.5 L'article : « Merging history tree for dark matter haloes : test of the Merging Cell Model in a CDM cosmology »

L'article ci joint donne tous les détails du modèle MCM et des analyses que nous avons faits pour en tester la fiabilité.

Mon. Not. R. Astron. Soc. **312**, 781–793 (2000)

## Merging history trees for dark matter haloes: tests of the Merging Cell Model in a CDM cosmology

B. Lanzoni,<sup>1</sup> G. A. Mamon<sup>1,2</sup> and B. Guiderdoni<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Institut d'Astrophysique de Paris, (CNRS UPR 0341), Paris, France*

<sup>2</sup>*DAEC (CNRS UMR 8631), Observatoire de Paris, Meudon, France*

Accepted 1999 October 15. Received 1999 September 17; in original form 1999 June 7

### ABSTRACT

The merging history of dark matter haloes is computed with the Merging Cell Model proposed by Rodrigues & Thomas. While originally discussed in the case of scale-free power spectra, it is developed and tested here in the framework of the cold dark matter cosmology. The halo mass function, the mass distribution of progenitors and child haloes, as well as the probability distribution of formation times, have been computed and compared with the available analytic predictions. The halo autocorrelation function has also been obtained (a first for a semi-analytic merging tree), and tested against analytic formulae. An overall good agreement is found between results of the model, and the predictions derived from the Press & Schechter theory and its extensions. More severe discrepancies appear when formulae that better describe  $N$ -body simulations are used for comparison. In many instances, the model can be a useful tool for following the hierarchical growth of structures. In particular, it is suitable for addressing the issue of the formation and evolution of galaxy clusters, as well as the population of Lyman-break galaxies at high redshift, and their clustering properties.

**Key words:** galaxies: clusters: general – galaxies: formation – galaxies: haloes – cosmology: theory – dark matter.

### 1 INTRODUCTION

In the basic picture of the formation of cosmic structures, the Universe is dominated by a dark matter (DM) component, and small perturbations in the initial density field grow in amplitude proportionally to a linear growth factor, until they approach unity. Then, non-linear effects dominate their evolution, and the regions stop expanding with the Universe, collapse, and virialize, thus forming DM haloes. In hierarchical scenarios, like the cold dark matter (CDM) model, small-scale inhomogeneities collapse first and then aggregate via merging to generate larger structures. Since galaxies form by the collapse and cooling of baryonic gas within DM haloes, and their history is greatly influenced by that of their surrounding haloes (e.g. Lemson & Kauffmann 1999), it is important to understand how these objects form and evolve with time.

The most realistic way for following the history of DM haloes is by means of  $N$ -body simulations, but they require huge amounts of RAM memory and are computationally expensive. Therefore, they are often limited to a modest dynamic range, and to few different cosmological scenarios.

The simplest alternative approach is to consider only the linear regime of growth of density fluctuations, and describe the non-linear evolution and collapse by means of the spherical 'Top-Hat'

model (Gunn & Gott 1972). In this formalism, the formation of a DM halo of mass  $M$  at redshift  $z$  is described by identifying in the initial density field smoothed on a scale  $M$ , and linearly extrapolated to redshift  $z$ , a region having overdensity equal to a given threshold value. Starting with Gaussian initial conditions, Press & Schechter (1974, hereafter PS) interpreted the probability of finding such regions as the number density of haloes of mass  $M$ , that formed at redshift  $z$  (see Section 3.1). The PS mass function has been extensively tested against  $N$ -body simulations, and has been found to be in reasonably good agreement with numerical results (e.g. Efstathiou et al. 1988; Carlberg & Couchman 1989; Lacey & Cole 1994; Gelb & Bertschinger 1994). However, systematic deviations both at small and high masses have been recognised, with the PS formula predicting too many low-mass haloes, and underestimating the number of massive objects (e.g. Jain & Bertschinger 1994; Gross et al. 1998; Somerville, Primack & Faber 1998; Tormen 1998; Lee & Shandarin 1999; Sheth & Tormen 1999; and references therein). A better agreement with numerical results is obtained when ellipsoidal rather than spherical collapse models are considered (Monaco 1995, 1997a,b; Bond & Myers 1996; Audit, Teyssier & Alimi 1997, 1998; Lee & Shandarin 1998, 1999, hereafter LS98 and LS99; Sheth & Tormen 1999; Sheth, Mo & Tormen 1999; and references therein).

782 *B. Lanzoni, G. A. Mamon and B. Guiderdoni*

Extensions of the PS theory (Bower 1991; Bond et al. 1991) follow the redshift evolution of the halo population as a whole, by deriving the conditional probability of finding progenitors of mass  $M_p$  at redshift  $z_p$ , given their child haloes of mass  $M_c$  at  $z_c$ , and vice versa (see Section 3.2). By means of the extended Press & Schechter (EPS hereafter) theory, the distribution of halo formation and survival times, as well as their merger rate, can also be obtained (Lacey & Cole 1993, 1994, hereafter LC93 and LC94; see also Section 3.3). The few comparisons between these analytic predictions and numerical results reveal a general good agreement, even if discrepancies similar to those of the mass function have been pointed out (LC94; Somerville et al. 1998; Tormen 1998).

Still based on the EPS theory, analytic predictions for halo bias in the Lagrangian space of initial conditions have been obtained (Mo & White 1996, MW96 hereafter; Catelan et al. 1998, CLMP hereafter; Porciani et al. 1998; Sheth & Lemson 1999b; Sheth & Tormen 1999; Sheth et al. 1999; and references therein). The halo autocorrelation function  $\xi_{hh}(r)$  is then the product of the halo bias with the correlation function of the underlying matter. The predicted  $\xi_{hh}$  is in good agreement with that in  $N$ -body simulations for massive objects, but its amplitude is too large for low-mass haloes (Porciani, Catelan & Lacey 1999, PCL hereafter; Jing 1999; Sheth & Tormen 1999). However, Jing (1999) propose an empirical fitting formula (see Section 3.5) that provides a good description of halo clustering on the whole range of masses (see also Sheth & Tormen 1999; Sheth et al. 1999).

While the PS and EPS formalisms describe the mean statistical properties of the population as a whole, several models of the individual merger history of DM haloes have been proposed (Cole & Kaiser 1988; Kauffmann & White 1993, KW93 hereafter; Rodrigues & Thomas 1996, RT96 hereafter; Somerville & Kolatt 1999; Sheth & Lemson 1999a). Each model presents some advantages and some drawbacks with respect to the others. For example, the ‘block model’ of Cole & Kaiser (1988) partly retains the spatial information, but it is affected by the discretization of both halo masses (in powers of two), and positions. The KW93 merging tree presents a more continuous spectrum of masses, but a grid of collapse redshifts is imposed, and the relative positions of haloes are unknown. Moreover, it reproduces exactly the mean progenitor mass distribution, but mass conservation is enforced only approximately, while the opposite holds in the model of Somerville & Kolatt (1999).

In this paper, we focus on the ‘Merging Cell Model’ (MCM)<sup>1</sup> proposed by Rodrigues & Thomas (1996), which has the same characteristics of simplicity and speed as the other merging tree algorithms, but also presents some major advantages. Since it is based on an actual realization of the initial density field, it is much closer to the spirit of  $N$ -body simulations, thus allowing direct comparisons with numerical results, and it also seems to take into account the spatial correlations of density fluctuations (Nagashima & Gouda 1997). Moreover, no specific collapse times are imposed a priori, and haloes form with a continuous spectrum of masses, and a variety of (Lagrangian) shapes. Also the spatial information about the relative location of haloes is retained by construction, thus allowing study of their clustering properties. While in the original paper, the authors only discuss the halo mass function in the case of scale-free power spectrum, here we consider the more realistic standard CDM (SCDM) cosmology (see Section 3). Moreover, we test the model reliability also in terms of the mass

distribution of progenitor and child haloes, the behaviour of the largest progenitor mass as a function of redshift, and the probability distribution of formation times. For the first time for a semi-analytic merging tree, the halo two-point correlation function is also computed, and we test it against theoretical predictions. We outline the method in Section 2, define these quantities and compare them to the analytic predictions in Section 3. Discussion and conclusions are presented in Sections 4 and 5, respectively.

## 2 THE ALGORITHM

### 2.1 Basic principles

At an ‘initial time’  $t_i$ , consider the density field  $\rho(\mathbf{x}, t_i)$  of the Universe characterized by a mean value  $\bar{\rho}(t_i)$ , and small perturbations  $\delta(\mathbf{x}, t_i) = \rho(\mathbf{x}, t_i)/\bar{\rho}(t_i) - 1$ . Through gravitational instability, the amplitude of density fluctuations start growing proportionally to a linear growth factor  $D(t)$ , i.e.  $\delta(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x}, t_i) \times D(t)/D(t_i)$ . Such a linear growth law strictly holds only when perturbations are much smaller than unity, but it is useful to extrapolate it also into the non-linear regime. In fact, the ‘Top-Hat’ model (Gunn & Gott 1972) shows that the formation of a bound virialized object of mass  $M$  occurs at the time  $t_f$  when the density contrast of a spherical region in the initial density field, smoothed at a scale  $M$ , reaches a critical value  $\delta_c$ . This in turn corresponds to a value  $\delta_c^{\text{lin}}(t_f)$  of the density field linearly extrapolated to that time, or to a value  $\delta_c^{\text{lin}}(t_0)$  if the extrapolation is carried on until the present epoch  $t_0$ . For an Einstein–de Sitter Universe,  $D(t) \propto (1+z)^{-1}$ ,  $\delta_c \approx 178$ ,  $\delta_c^{\text{lin}}(z_f) \approx 1.686$ , and  $\delta_c^{\text{lin}}(z=0) \approx 1.686(1+z_f)$ . It is therefore sufficient to know the values of the density field linearly extrapolated to  $z=0$ , for determining the formation epochs of DM haloes.

Because this is the approach we adopt in the paper, we choose henceforth to change the notation and we denote the density field linearly extrapolated to  $z=0$  as  $\delta$ . Therefore,  $\delta_c = 1.686$ , and the collapse redshift of haloes is  $z_f = \delta/\delta_c - 1$ .

### 2.2 The method

The MCM is based on an actual realization of the density field, obtained with a standard initial condition generator, by Fourier transforming waves of random phase and amplitude drawn from a Gaussian distribution of zero mean, and variance given by the chosen power spectrum.

A value of the density contrast  $\delta$  is assigned to each of the  $L^3$  base cells (bcs) composing a periodic cubic box of side  $L$  (for simplicity,  $L = 2^l$ , where  $l$  is a positive integer). Density fluctuations are then averaged within cubic *blocks* of side 2, 4, 8, ...,  $L$ . At each of these smoothing levels, a set of 8 overlapping grids, displaced one relative to another by half a block length in each coordinate direction, is used. This ensures that the density peaks are always approximately centred within one of the blocks in each smoothing hierarchy. At this point, one has a total of  $(15L^3 - 8)/7$  base cells and cubic blocks, with side ranging from 1 to  $L$ , mutually overlapping in the volume of the box. Each of them is characterized by a value of the density contrast  $\delta$ .

All base cells and blocks are then ordered in a single list in terms of decreasing  $\delta$  (or, correspondingly, decreasing collapse redshift). The largest value of  $\delta$  in the list fixes the earliest  $z_f$  of the realization. It usually corresponds to a base cell, which thus becomes the first collapsed object (i.e. the first *halo*). All the

<sup>1</sup>As first coined by Nagashima & Gouda (1997).

elements of the list are then analysed one after the other from early times to the present, and the specific base cell or cubic block under investigation is called *investigating region*. Whether the investigating region can collapse and give rise to a new halo or not is decided by the following rules:

- (i) an investigating region that does not overlap with any other pre-existing halo collapses and forms a new halo;
- (ii) if there exist two haloes, each of them containing half of the investigating region, the latter cannot collapse. This is to avoid the formation of very elongated structures in linking together adjacent haloes without the collapse of any new matter. If instead there exists only one halo containing half (or more) of the investigating region, the latter collapses and merges with it, thus forming a new halo;
- (iii) after taking into account condition (ii), if the investigating region overlaps with at least half of one (or more) pre-existing halo(s), it collapses and merges with it (them), thus forming a new halo.

Note that in the Lagrangian space of initial conditions, mass and volume are equivalent quantities ( $M = \bar{\rho}V$ ), and 'merging' together the investigating region with one or more pre-existing haloes does not mean summing up their masses. Instead, the mass (volume) of the new resulting halo is that of the old ones plus the fraction of the investigating region that does not overlap with any already pre-existing object.

Thanks to the use of overlapping grids and merging criteria, haloes of a large variety of shapes and masses are obtained. The model also contains information on the relative locations of haloes, since their positions within the box are known, and the effects of discretization are expected to be smaller than in the block model. Moreover, because halo formation times are given by the density contrasts in the list, they span a continuous range of values. As a drawback, the overdensity of the investigating region (which fixes the collapse redshift of the new forming object) is not necessarily equal to the mean overdensity ( $\bar{\delta}_h$ ) of the resulting halo. Therefore, the position of an object in the merging tree occasionally differs from that predicted by the linear theory, i.e. the assigned  $z_r$  is not exactly equal to  $\bar{\delta}_h/\delta_c - 1$ , as it should be (see section 3.2 in RT96). Finally, the 'linking' and the 'overlapping' conditions [criteria (ii) and (iii), respectively] are reasonable but arbitrary, and different choices would result in different mass functions, as discussed by Nagashima & Gouda (1997). Yet, it is not clear which are the 'best' criteria. Thus, we will adopt the original conditions (ii) and (iii) throughout the paper.

### 3 TESTS OF THE ALGORITHM

The MCM is based on the linear theory of growth of density fluctuations, and it uses simplified criteria to describe the formation and merging history of DM haloes. It is therefore necessary to test its reliability by comparing its results against those of  $N$ -body simulations that directly take into account the gravitational interactions between DM particles, and are much more realistic in following the dynamics in the non-linear regime.

The model is required to correctly describe not only the population of haloes at a given redshift, but also how this population evolves with time.

As a first test, the cumulative and the differential mass functions in the case of a scale-free power spectrum with spectral index  $n = 0$ , and  $-2$  have been computed and compared to those in the original paper (figs 4 and 5 in RT96). A remarkable agreement has been found.

Here we consider the SCDM cosmology, and perform several tests against the available analytic formulae, to verify the reliability of the model results. We set the Hubble constant to  $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ,  $h = 0.5$ . The total and baryonic density parameters are  $\Omega_0 = 1$  and  $\Omega_b = 0.05$  respectively, while that corresponding to the cosmological constant is  $\Omega_\Lambda = 0$ . The transfer function of Bardeen et al. (1986) is adopted, and the power spectrum is normalized so that the mass variance on scale  $8 h^{-1} \text{ Mpc}$  is equal to  $\sigma_8 = 0.67$ .

For a  $256^3$  base cell realization in a cubic box of  $L = 100 \text{ Mpc}$  side (i.e.  $50 h^{-1} \text{ Mpc}$ , and a total mass of about  $3.5 \times 10^{16} h^{-1} M_\odot$ ), the base cell mass is about  $2 \times 10^9 h^{-1} M_\odot$ , and the resulting most massive halo typically has a mass of about  $5 \times 10^{14} h^{-1} M_\odot$  (but see Section 3.1). The CPU time on a 500 MHz DEC Alpha workstation is only roughly 25 min, and typically 700 MB of RAM memory are required.

In the following sections, results averaged over 10 different realizations are presented, and error bars correspond to the standard deviations of the 10 run sample.

#### 3.1 Mass function

The differential mass function of haloes, is defined as the comoving number density of haloes with mass in the range  $[M, M + dM]$  at redshift  $z$ . This is shown for logarithmic mass interval in the histograms of Fig. 1 (left-hand panels), for  $z = 0$  and  $z = 3$ .

Also shown for comparison as dotted lines are the corresponding predictions of the PS theory (e.g. LC94):

$$\frac{dn}{d \ln M}(M, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \bar{\rho} \frac{\delta_c(z)}{\sigma^2(M)} \left| \frac{d\sigma}{dM} \right| \exp \left[ -\frac{\delta_c^2(z)}{2\sigma^2(M)} \right], \quad (1)$$

where  $\delta_c(z) = \delta_c \times (1 + z)$ , and  $\sigma(M)$  is the mass variance of the linearly extrapolated (to  $z = 0$ ) density field smoothed on scale  $M$ . In this paper,  $\sigma(M)$  is always computed by a fitting formula analogous to that proposed by White & Frenk (1991), with errors smaller than 8 per cent on mass scales ranging from  $10^9 M_\odot$  to  $10^{15} M_\odot$ .

Right panels show the cumulative mass fraction for the same redshifts, i.e. the fraction of the total mass which is in haloes of mass above  $M$ , at redshift  $z$ .

At  $z = 0$  the overall agreement is good over a large range of masses, but a lack of objects at the two ends of the mass function is evident. At small masses, the problem seems to be inherent to the method, since this is also the case for scale-free power spectra (RT96; Nagashima & Gouda 1997). This is a drawback of the model, which limits the reliable dynamical range, and it is probably due to the adopted criteria for the formation and merging of haloes. In fact, as detailed in Section 2, the 'bricks' for the construction of haloes are base cells and blocks composed by  $8^i$  bcs ( $i = 1, 2, \dots$ ). Thus, an object of less than 8 bcs can only result if an *investigating region* partly overlaps with a pre-existing halo, but does not merge with it, and the fraction of its non-overlapping volume (which gives rise to the new halo) is less than 8 bcs. In practice, the model requires that some 'particular' conditions happen in order to form haloes of mass between 2 and 7 bcs, thus explaining the underproduction of these kind of objects in the resulting mass function. The lack of high-mass structures instead, is partly inherent to the method, partly due to a statistical fluctuation (in different realizations in fact the problem is more or less severe). At high redshift the model always tends to produce a

784 *B. Lanzoni, G. A. Mamon and B. Guiderdoni*

larger number of intermediate mass haloes, and less massive objects than predicted by the PS theory.

These discrepancies appear to be even more severe if compared to results of  $N$ -body simulations. It has been recently shown that the PS mass function already tends to predict fewer high-mass haloes, and more low-mass objects than those found in the simulations (e.g. Jain & Bertschinger 1994; Gross et al. 1998; Somerville et al. 1998; Tormen 1998; LS99; Sheth & Tormen 1999). An analytic formula which better agrees with numerical results has been obtained by LS98, based on a nonspherical model for the collapse of a perturbation, in the frame of the Zel'dovich approximation (but see also Monaco 1995, 1997a,b; Audit, Teyssier & Alimi 1997; Bond & Myers 1996; Sheth & Tormen 1999; Sheth et al. 1999).

In this formalism, the displacement of a particle due to the surrounding density field, is simply computed from the perturbation potential  $\Psi$  generated by the distribution of particles in the *initial* conditions. The mass density can therefore be expressed as a function of the three eigenvalues of the deformation tensor (defined as the second derivative of  $\Psi$ ), and a virialized bound object forms when the smaller one ( $\lambda_3$ ) is positive. The idea is therefore to substitute the collapse condition of the spherical

Top-Hat model ( $\delta = \delta_c$ ), with an analogous one for  $\lambda_3$ : a DM halo of mass  $M$  forms when this eigenvalue reaches a critical value  $\lambda_{3c}$  in a region of the linearly extrapolated density field, smoothed on a scale  $M$ . The resulting mass function is:

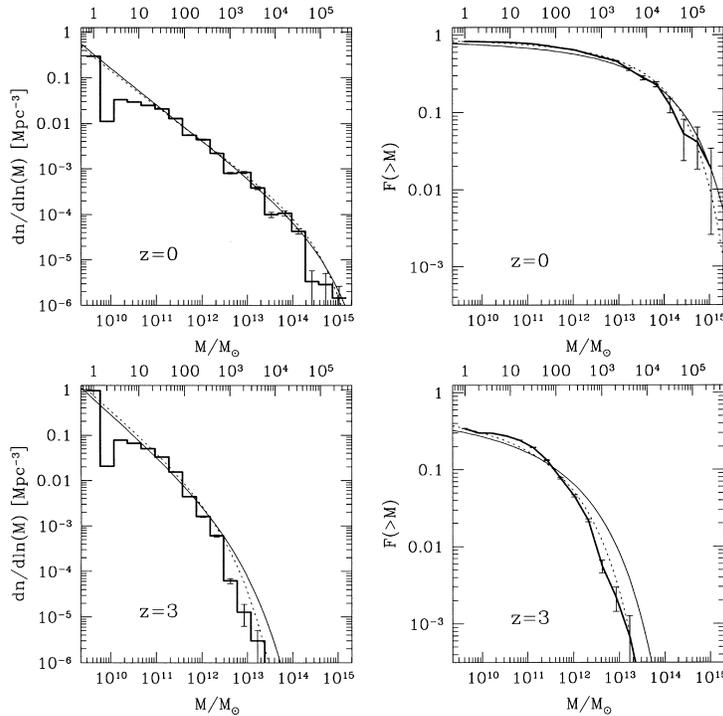
$$\frac{dn_{LS}}{d \ln M}(M, z) = \frac{25\sqrt{10}}{2\sqrt{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M} \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right| \frac{\lambda_{3c}(z)}{\sigma} \times f[x], \quad (2)$$

with  $x = \lambda_{3c}(z)/\sigma$ , and:

$$f[x] = \left[ \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{12} \right] \exp\left[-\frac{5}{2}x^2\right] \operatorname{erfc}[\sqrt{2}x] + \frac{\sqrt{6}}{8} \exp\left[-\frac{15}{4}x^2\right] \operatorname{erfc}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}x\right] - \frac{5\sqrt{2}\pi}{6\pi} x \exp\left[-\frac{9}{2}x^2\right],$$

where  $\sigma = \sigma(M)$ ,  $\operatorname{erfc}(x)$  is the complementary error function, and the critical value for  $\lambda_3$  has been empirically chosen to be  $\lambda_{3c}(z) = 0.37(1+z)$ .

Fig. 1 shows that in comparison to the LS98 mass function (solid curves), the MCM presents an excess of small objects, and a significant underproduction of high-mass haloes, especially at high redshift.



**Figure 1.** *Left panels:* comoving number density in units of  $\text{Mpc}^{-3}$ , per logarithmic mass interval, of haloes of mass  $M$  at redshifts  $z = 0$  (*upper panel*) and  $z = 3$  (*lower panel*), as a function of  $M/M_{\odot}$ . Masses are also shown in units of base cells on the top of the figure. Results averaged over 10 realizations of the MCM are displayed in the histograms. Error bars show the standard deviations of the 10 run sample. The Press & Schechter (1974) predictions [equation (1)] and the Lee & Shandarin (1998) mass function [equation (2)] are plotted as *dotted* and *solid* curves, respectively. *Right panels:* cumulative mass fraction of haloes with mass larger than  $M$  at redshifts  $z = 0$  and  $z = 3$ , as a function of  $M$ . Results from the MCM (*thick solid line*) are compared to the PS and the LS98 predictions (*dotted* and *solid* curves, respectively).

### 3.2 Conditional mass functions

In this section we analyse how the population of haloes identified at a given time has changed with respect to a different epoch.

Fig. 2 shows the mass fraction of haloes of mass  $M_0$  at redshift  $z_0$ , that has already settled at redshift  $z_p$  in progenitors with masses between  $M_p$  and  $M_p + dM_p$ . Child haloes have been selected at  $z_0 = 0$  and have masses  $M_0$  in the range  $M_0/M_\odot = [10^i, 10^{i+1}]$ , where, from the top to the bottom panel,  $i = 11, 12, 13, 14$ . The mass distribution of their progenitors at  $z_p = 1$  is shown in the left panels, that for  $z_p = 3$  is plotted on the right-hand panels.

The analytic prediction for the distribution of progenitor masses is given by (e.g. Bower 1991; Bond et al. 1991):

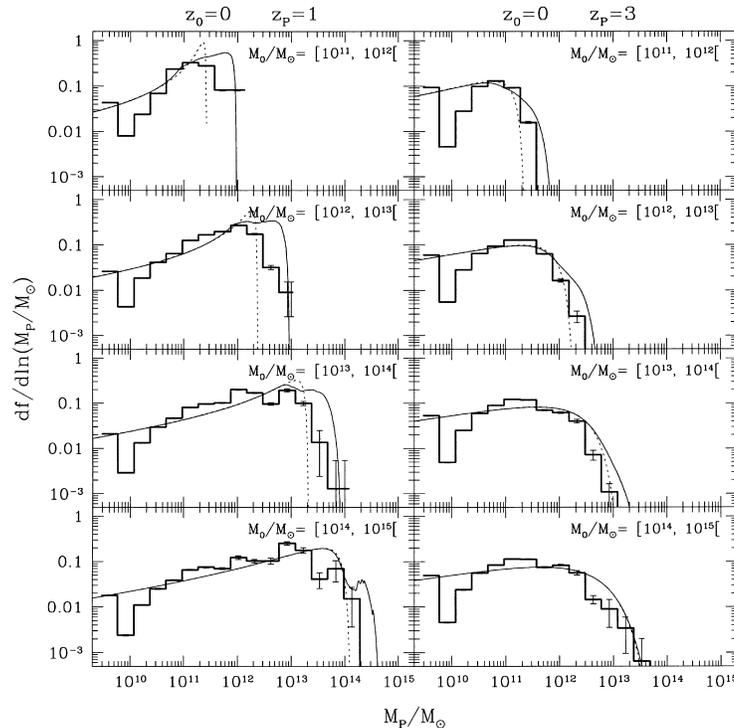
$$\frac{df}{d \ln M_p}(M_p, z_p | M_0, z_0) = \frac{M_p}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_{cp} - \delta_{co}}{(\sigma_p^2 - \sigma_0^2)^{3/2}} \left| \frac{d\sigma_p^2}{dM_p} \right| \times \exp \left[ -\frac{(\delta_{cp} - \delta_{co})^2}{2(\sigma_p^2 - \sigma_0^2)} \right], \quad (3)$$

where  $\delta_{cj} = \delta_c(z_j)$ ,  $\sigma_j = \sigma(M_j)$ .

Because numerical results shown in Fig. 2 have been obtained for ranges of  $M_0$ , the analytic formula has been computed in two different ways for an accurate comparison. In the MCM, the mass of a halo corresponds to the number of base cells that compose it. Thus, when expressed in these units, the mass  $M_0$  can only assume  $\mathcal{N}$  integer values in the range  $[M_i, M_s]$ , with  $\mathcal{N} = (M_s - M_i + 1)$ : i.e.  $M_0 = \{M_{ok} = M_i + k - 1, k = 1, \mathcal{N}\}$ . Given the number  $N(M_{ok})$  of child haloes with mass equal to  $M_{ok}$  for each of its possible  $\mathcal{N}$  values, the mean weighted mass in the range is:

$$\bar{M}_0 = \frac{\sum_{k=1}^{\mathcal{N}} N(M_{ok}) M_{ok}}{N_0}, \quad (4)$$

where  $N_0$  is the total number of haloes in the chosen range of  $M_0$ . Dotted curves in Fig. 2 show results from equation (3) computed for  $M_0 = \bar{M}_0$  (whose numerical values are listed in the figure caption). The abrupt fall down of dotted curves occurs at values of  $M_p$  near  $\bar{M}_0$ , because the progenitor mass obviously cannot be larger than that of its child halo. Since  $\bar{M}_0$  is lower than  $M_s$  in each panel, this explains why dotted curves are not as extended in  $M_p$  as the histograms are.



**Figure 2.** Progenitor mass distribution at redshifts  $z_p = 1$  (left panels), and  $z_p = 3$  (right panels), for child haloes in four different mass ranges  $M_0$  at  $z_0 = 0$  (from top to bottom:  $M_0/M_\odot = [10^i, 10^{i+1}]$ ,  $i = 11, 12, 13, 14$ ). Average results from 10 realizations of the MCM are displayed in the histograms, and their standard deviation is shown as error bars. The average number of child haloes found in each mass range is, from top to bottom:  $N_0 = 34839, 5545, 822$ , and 67. Dotted curves correspond to the progenitor distribution computed from equation (3) for  $M_0$  equal to the mean mass in the corresponding range ( $M_0 = \bar{M}_0 = 2.7 \times 10^{11}, 2.5 \times 10^{12}, 2.3 \times 10^{13}$ , and  $1.5 \times 10^{14} M_\odot$ ). Solid curves are the average distributions in each mass range, computed from equation (5).

786 *B. Lanzoni, G. A. Mamon and B. Guiderdoni*

For a better comparison between numerical and analytic results, we have also computed the *average* progenitor mass distribution by summing up the  $\mathcal{N}$  single-mass distributions, each weighted with the fraction of mass in haloes of mass  $M_{ok}$ :

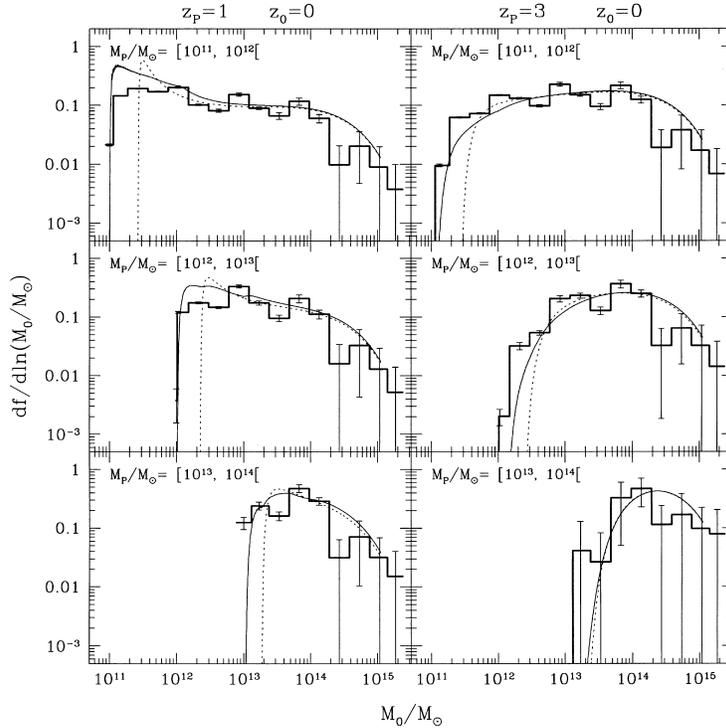
$$\left\langle \frac{df}{d \ln M_p} \right\rangle = \frac{\sum_{k=1}^{\mathcal{N}} f(M_{ok}) N(M_{ok}) M_{ok}}{\sum_{k=1}^{\mathcal{N}} N(M_{ok}) M_{ok}}, \quad (5)$$

where  $f(M_{ok}) = (df/d \ln M_p)$  is the single-mass progenitor distribution for child haloes of mass  $M_{ok}$  as given in equation (3).  $M_p$  is obviously also a function of  $M_o$ , and it is required that  $M_p \leq M_o$ . The average progenitor mass distribution is plotted in Fig. 2 as solid curves. By construction,  $\langle df/d \ln M_p \rangle$  is a sum of curves of the same kind as the dotted lines, with the sharp cut-off at progenitor masses very similar or equal to those of their child haloes. This is the reason for the oscillations in the solid curves for values of  $M_p$  between  $M_i$  and  $M_s$ .

A lack of objects with masses between 2 and about 7 bcs is apparent, just as was the case for the mass function. The MCM

also appears to systematically underproduce progenitors with mass similar to that of their child haloes. At intermediate masses, an overall good agreement between the MCM results and the analytic predictions is found, with a possible slight overproduction of haloes in the model. When compared to  $N$ -body simulations, these discrepancies may become more severe, since simulations appear to have fewer/more haloes than predicted by EPS theory in the intermediate/high-mass range (Somerville et al. 1998; Tormen 1998). For the less massive child haloes (top panels), numerical and analytic results only agree over a small range of  $M_p$ . This is due to the lack of low-mass objects, and to the fact that the minimum mass in the model is limited to 1 base cell, thus not allowing to accurately follow back in time the past history of small haloes.

The reverse conditional probability that a halo of mass  $M_p$  at  $z_p$  is incorporated at a later time  $z_o$  in a halo of mass between  $M_o$  and  $M_o + dM_o$ , is shown per logarithmic mass interval in the histograms of Fig. 3. Progenitors of mass  $M_p/M_o = [10^i, 10^{i+1}]$ , with  $i = 11, 12, 13$ , are selected at  $z_p = 1$  (left panels) and  $z_p = 3$  (right panels), and the mass distribution is computed for their child haloes at redshift zero. No results for progenitors with masses



**Figure 3.** Mass distribution of child haloes at redshifts  $z_o = 0$ , given the progenitors at  $z_p = 1$  (left panels), and  $z_p = 3$  (right panels) with masses  $M_p/M_o = [10^i, 10^{i+1}]$ ,  $i = 11, 12, 13$ , from top to bottom. Average results from 10 realizations of the MCM are plotted as histograms, and their standard deviation is shown as error bars. The number of progenitors found in each mass range at  $z_p = 1$  is, from top to bottom:  $N_p = 59898, 6696$ , and  $431$ , while at  $z_p = 3$ ,  $N_p = 52213, 1724$ , and  $8$ . Dotted curves refer to the children mass distribution computed from equation (6) for the mean progenitor mass in the corresponding range (from top to bottom):  $\bar{M}_p \approx 2.6 \times 10^{11}, 2.2 \times 10^{12}$ , and  $1.7 \times 10^{13} M_\odot$  for progenitors at  $z_p = 1$ ;  $\bar{M}_p \approx 2.3 \times 10^{11}, 1.9 \times 10^{12}$ , and  $1.5 \times 10^{13} M_\odot$  in the right panels. Solid curves are the average distribution in each mass range, computed in the same way as in equation (5), as detailed in the text.

between  $10^{14}$  and  $10^{15} M_{\odot}$  are shown, because too few of them have already formed at redshifts 1 and 3.

Given all the objects of mass  $M_p$  at  $z_p$ , the analytic prediction from the EPS theory for the mass distribution of their child haloes at  $z_0$ , when expressed per mass logarithmic interval, is given by (e.g. LC94):

$$\frac{df}{d \ln M_o} (M_o, z_0 | M_p, z_p) = \frac{M_o}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_{co}(\delta_{cp} - \delta_{co})}{\delta_{cp}} \left| \frac{d\sigma_o^2}{dM_o} \right| \times \left[ \frac{\sigma_p^2}{\sigma_o^2(\sigma_p^2 - \sigma_o^2)} \right]^{3/2} \exp \left[ -\frac{(\delta_{co}\sigma_p^2 - \delta_{cp}\sigma_o^2)^2}{2\sigma_p^2\sigma_o^2(\sigma_p^2 - \sigma_o^2)} \right], \quad (6)$$

where the notation is the same as in equation (3).

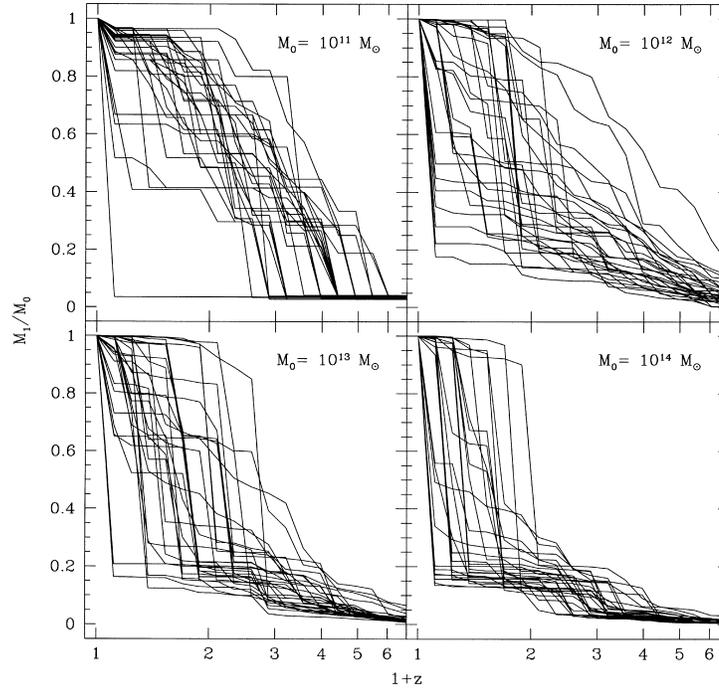
As before, equation (6) has been computed in two different ways, in order to get an accurate comparison with the numerical distributions. Results for  $M_p = \bar{M}_p$ , the mean weighted progenitor mass in the range  $[M_i, M_s]$  (analogous to  $M_o$ ), are plotted in Fig. 3 as dotted lines. A sharp cut off occurs for values of  $M_o$  near to  $\bar{M}_p$ , because child haloes cannot be less massive than their progenitors. Since  $\bar{M}_p$  is larger than  $M_i$  in each panel, this explains why dashed lines are not as extended in  $M_o$  as histograms are. A more appropriate comparison between numerical and theoretical results is obtained if the *average* child mass distribution  $\langle df/d \ln M_o \rangle$  is considered, instead of that relative to progenitors with mean mass  $\bar{M}_p$ :  $df(\bar{M}_p)/d \ln(M_o)$ . The computation of  $\langle df/d \ln M_o \rangle$  is analogous

to that in equation (5), and results are plotted in Fig. 3 as solid lines.

An overall agreement is found between MCM results and the EPS theory predictions, that in turn fit reasonably well  $N$ -body simulations (LC94). However an oscillating behaviour of the child haloes mass distribution can be recognised in the histograms. Actually it is more evident when a different binning is used (here results are binned on a mass grid  $M_o = 2^i$  bcs,  $i = 0, 1, 2, \dots$ ), and it seems inherent to the method. Also the halo mass function and the progenitor distribution present analogous features, and oscillations appear to occur with peaks corresponding to the block masses of  $8^i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  bcs, and with troughs in between. Moreover, the same trend is found in the halo mass function for the scale free power spectrum (in particular for the spectral index  $n = -2$ , that fits the CDM spectrum over a significant range of masses; see RT96).

### 3.3 Largest progenitor history

By analysing the variation with redshift of the largest progenitor mass, information can be obtained on how haloes build up in time, whether they preferably form via a continuous and slow accretion of small objects, or whether their mass suddenly increases because of nearly equal-mass merging events, or by mergers of several sub-units at the same time. A different behaviour is expected for haloes of different masses, with larger objects preferably assembling at recent epochs, and smaller haloes showing a more



**Figure 4.** History of the most massive progenitor of 30 haloes selected at  $z_0 = 0$ . The y-axis represents the ratio of progenitor mass  $M_1$  to final halo mass  $M_o$ . The four panels refer to four different values of  $M_o/M_{\odot}$ :  $10^{11}$ ,  $10^{12}$ ,  $10^{13}$ ,  $10^{14}$ .

788 *B. Lanzoni, G. A. Mamon and B. Guiderdoni*

delayed and smooth evolution with time. This is shown for instance, in KW93, both from their merging tree model, and from  $N$ -body simulations (their Figs 5 and 6, respectively).

We have looked at the past history of haloes with current mass  $M_o = 10^{11}, 10^{12}, 10^{13}, 10^{14} M_\odot$ , randomly selecting 30 objects for each value of  $M_o$  to show the scatter in the merging histories. The ratio between the mass of the largest progenitor  $M_1$ , and that of its child halo  $M_o$  is plotted in Fig. 4, as a function of  $1+z$ . For all the masses, the expected trends are obtained, with larger haloes preferably assembling through major mergers at low  $z$ , and smaller objects gradually forming in a smoother way by accreting small mass objects over a larger interval of time. A qualitative good agreement of both trends and scatters is also found between the present results and those of KW93. Moreover, halo collapse occurs at more recent epochs here, as expected when a SCDM cosmology is considered instead of an open model ( $\Omega_0 = 0.2$  in KW93).

### 3.4 Formation redshift

In the hierarchical clustering scenario, massive haloes form by accretion of lower mass structures. Therefore, their formation redshift is expected on average to be lower than that of small objects. Actually, because of the continuous evolution in mass due

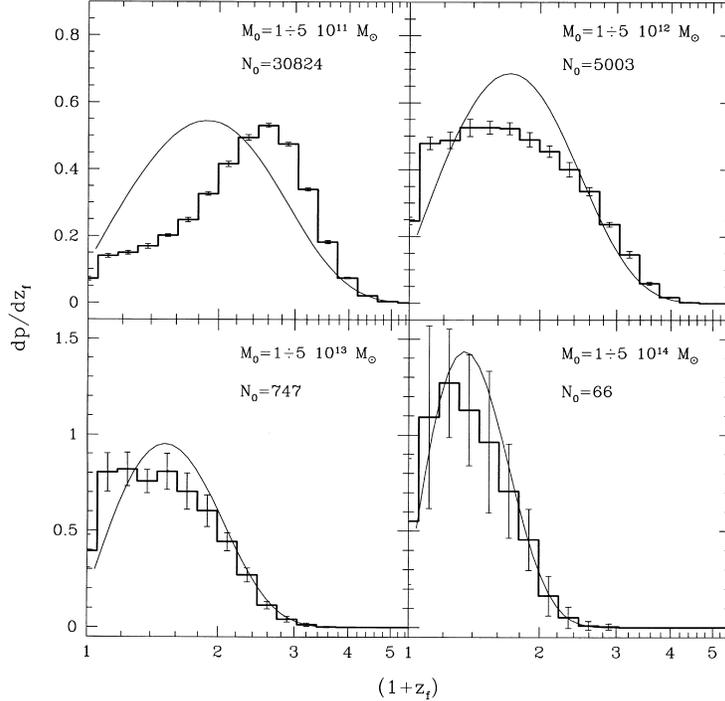
to the hierarchical nature of the process, the definition of ‘halo formation time’ is not straightforward. In this paper, we adopt the definition of LC93, as the time when half the mass of the halo is assembled, i.e. when a progenitor with mass equal to half or more that of its child halo appears for the first time.

Fig. 5 shows the distribution of formation redshift for haloes with mass  $M_o = [10^i, 5 \times 10^i] M_\odot$ ,  $i = 11, 12, 13, 14$  at  $z = 0$ . In agreement with results of the previous section, high-mass objects tend to form at more recent epochs, while lower mass haloes typically collapse earlier and over a larger interval of time. The mean formation redshifts for haloes in the four mass ranges, from lower to higher  $M_o$ , are:  $\bar{z}_f = 1.55, 1.03, 0.66, 0.46$ .

As discussed in LC93 and LC94, the probability that a halo of mass  $M_o$  at redshift  $z_o$  has a progenitor with mass between  $M_o/2$  and  $M_o$  at  $z_p$ , gives the probability that its formation epoch was earlier than  $z_p$ . In differential form, the probability distribution of formation redshifts is therefore given by:

$$\frac{dp}{dz_f}(z_f|M_o, z_o) = \int_{M_o/2}^{M_o} \frac{M_o}{M_p} \left[ \frac{\partial}{\partial z_f} \left( \frac{df}{dM_p} \right) \right] dM_p, \quad (7)$$

where  $df/dM_p = df(M_p, z_f|M_o, z_o)/dM_p$  is the progenitor mass distribution (see Section 3.2). Formation times computed by means of the previous formula are found to be in good agreement with  $N$ -body simulation results, except for haloes on cluster scales



**Figure 5.** Differential probability distribution of formation redshifts  $z_f$  for haloes at  $z_o = 0$  with masses  $M_o/M_\odot = [10^i, 5 \times 10^i]$ ,  $i = 11, 12, 13, 14$  (see labels), as a function of  $(1+z_f)$ . Histograms and error bars result from the average over 10 realizations of the MCM.  $N_o$  labels the number of haloes found at  $z_o = 0$  in the corresponding mass range. *Solid curves* refer to the analytic prediction of the EPS theory computed from equation (7), for  $M_o = \bar{M}_o = 2 \times 10^{11}, 2 \times 10^{12}, 1.7 \times 10^{13}, 1.4 \times 10^{14} M_\odot$ .

that form earlier than predicted by the EPS theory (LC94; Tormen 1998; note however that these conclusions are drawn for scale-free power spectra only).

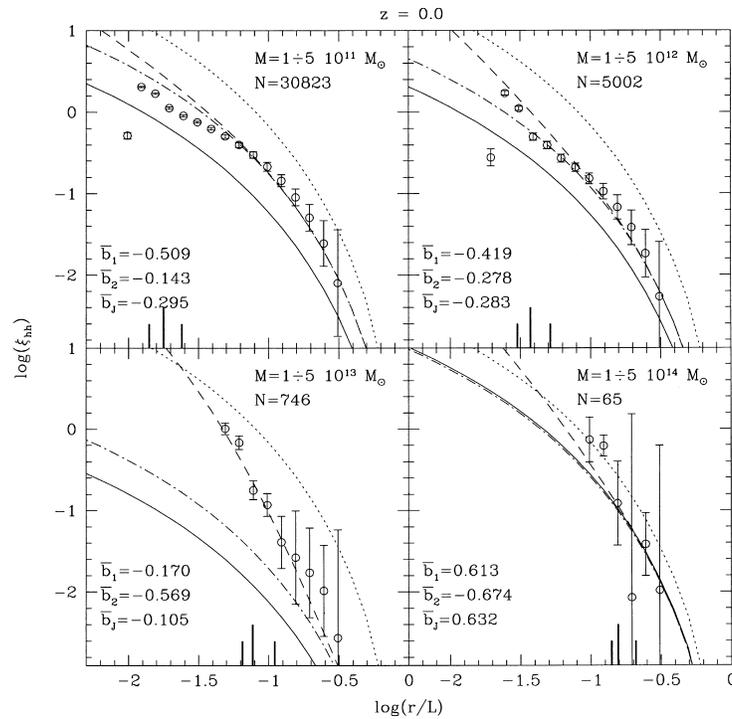
Once again numerical results are derived for ranges of masses  $M_\odot$ , thus the analytic prediction for  $z_f$  has been computed in the same way as discussed in Section 3.2. In this case however, the probability distribution for the average mass  $\langle dp/dz_f | \bar{M}_\odot, z_\odot \rangle / dz_f$ , and the average probability distribution  $\langle dp/dz_f \rangle$  are almost indistinguishable in the chosen range of  $M_\odot$ . Only the former is therefore shown in Fig. 5, where solid curves correspond to equation (7) solved for  $M_\odot = \bar{M}_\odot = 2.2 \times 10^{11}$ ,  $2 \times 10^{12}$ ,  $1.7 \times 10^{13}$ ,  $1.4 \times 10^{14} M_\odot$ . Within the error bars, a very good agreement is found for the most massive objects. For intermediate mass haloes, the epoch when they first appear, as well as the rising of the probability distribution with decreasing  $z$ , is well reproduced by the MCM. However, they do not present the expected peak of formation epoch, but instead still form at very recent times, in contradiction with the expectations of the EPS theory. A severe disagreement is found for small objects, with the departure of

MCM relative to the EPS theory going in the opposite sense. Low-mass haloes in fact preferentially collapse and stop forming at earlier epochs than predicted, with a peak of formation at about  $z_f = 1.6$ , instead of  $z_f = 0.85$ . No significant improvements are obtained if different values for the collapse threshold  $\delta_c$  are adopted. This confirms once more that the history of low-mass objects is not well followed in the model.

### 3.5 Two-point correlation function

Since the relative positions of haloes within the box are known by construction, the MCM also contains information about their spatial distribution. We have computed the two-point autocorrelation function of DM haloes, by counting the number of objects separated by a distance  $r$ , and comparing it with the value expected for a Poissonian distribution:

$$\xi(r) = \frac{N_{DD}(r)}{N_{RR}(r)} - 1, \quad (8)$$



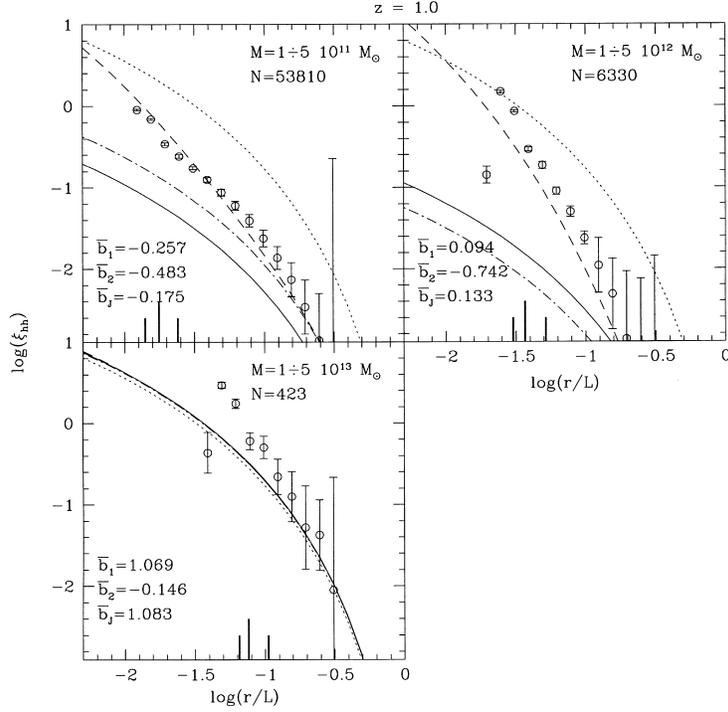
**Figure 6.** Autocorrelation function of haloes with mass  $M$  selected at redshift  $z = 0$ . Each panel refers to a different mass range:  $M/M_\odot = [10^i, 5 \times 10^i]$ , with  $i = 11, 12, 13, 14$  (see labels). Average results and standard deviation from 10 MCM realizations are plotted as circles and error bars, and the average number of haloes found for each mass range is also indicated as  $N$ . Separations are in units of the box length ( $L = 100 \text{ Mpc} = 256 \text{ bcs}$ ). The three vertical thick lines mark the typical Lagrangian radius  $R$  of haloes in the given range of  $M$ : the two shorter ones correspond to the minimum and the maximum mass in the range, while the longer one refers to the mean mass in the interval, weighted by the mass function. Long-dashed curves have been computed by use of the linear and the second order bias factors [Catelan et al. 1998; see equations (9)–(12)], and the values of  $\bar{b}_1$  and  $\bar{b}_2$  are labelled in each panel. Also shown are the linear mass correlation function at the given redshift (dotted curves), and  $\xi_{hh}$  computed with the linear bias only, as first discussed by Mo & White (1996; dashed-dotted lines). Solid curves corresponds to the correlation functions computed as  $\xi_{hh} = \bar{b}_J^2 \xi_m$ , where the value of  $\bar{b}_J$  (see label) is derived from Jing's formula [equation (13)], which provides a good fit to  $N$ -body simulations. The first order bias vanishes at  $M_* \approx 3.4 \times 10^{13} M_\odot$ .

790 *B. Lanzoni, G. A. Mamon and B. Guiderdoni*

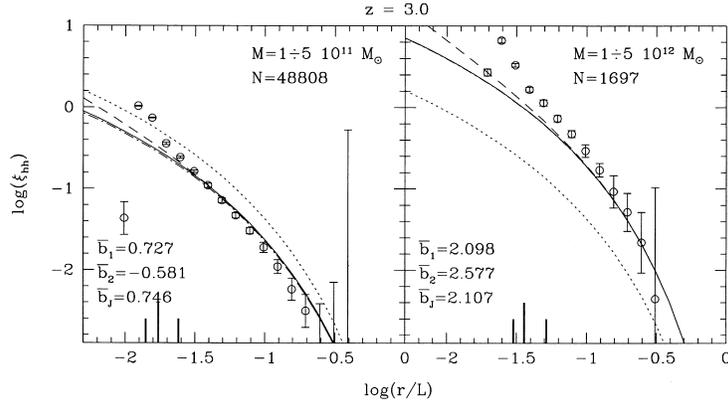
where  $N_{DD}(r)$  is the number of pairs whose geometric centres are separated by a distance between  $r$  and  $r + dr$ , and  $N_{RR}(r)$  is the same quantity if haloes were randomly distributed in the same volume:  $N_{RR}(r) = (1/2)N_0^2(dV/V)$ , where  $N_0$  is the total number

of haloes,  $dV$  is the volume of the shell at  $r$  with thickness  $dr$ , and  $V$  is the total volume of the box.

Results for haloes selected in four mass ranges at  $z = 0, 1$  and  $3$  are shown as circles in Figs 6, 7 and 8, respectively. Note that



**Figure 7.** The same as in Fig. 6, but for haloes selected at  $z = 1$ . No results for haloes with mass in the range  $[10^{14}, 5 \times 10^{14}] M_\odot$  are shown because only 5 of them have already formed at this epoch. At  $z = 1$ ,  $M_* \approx 1.2 \times 10^{12} M_\odot$ .



**Figure 8.** The same as in Fig. 6, but for haloes selected at  $z = 3$ . No results for larger masses are shown because too few, or no high-mass haloes, have already formed at this redshift. Here,  $M_* \approx 6.2 \times 10^9 M_\odot$ .

points are found at separations smaller than the typical halo sizes (marked by the vertical thick lines in plots). This is a consequence of the non-spherical shape of haloes in the MCM, allowing the distance between two centres to be smaller than the spherical radius  $R$  artificially attributed to each object in this computation.

Using an approach based on the EPS theory, CLMP give an analytic formula for the halo two-point correlation function, which is valid for separations  $r$  larger than  $R$ . In particular, when  $r \gg R$ , the correlation function of objects of mass  $M$  identified at redshift  $z$ , can be expressed as:

$$\xi_{hh}(r, M, z) = b_1^2(M, z)\xi_m(r, z) + \frac{1}{2}b_2^2(M, z)\xi_m^2(r, z) + \dots, \quad (9)$$

where  $\xi_m(r, z)$  is the matter correlation function (the Fourier transform of the power spectrum) linearly extrapolated to redshift  $z$ . The linear bias function  $b_1(M, z)$  was already obtained by MW96 using a different approach still based on the EPS theory. It is given by:

$$b_1(M, z) = \frac{\delta_c}{\sigma^2(M, z)} - \frac{1}{\delta_c}, \quad (10)$$

where  $\sigma(M, z)$  is the mass variance linearly extrapolated to redshift  $z$ :  $\sigma(M, z) = \sigma(M)(1+z)^{-1}$ . CLMP show that the second order bias factor is:

$$b_2(M, z) = \frac{1}{\sigma^2(M, z)} \left[ \frac{\delta_c^2}{\sigma^2(M, z)} - 3 \right]. \quad (11)$$

If the typical non-linear mass  $M_*(z)$  for dark matter haloes is defined as  $\sigma[M_*(z), z] = \delta_c$ , it results from equation (10) that the first order bias vanishes for  $M = M_*$ , and  $\xi_{hh}$  is then determined by the second order term only. For redshifts  $z = 0, 1, 3$ , the values of  $M_*$  are  $3.4 \times 10^{13}$ ,  $1.2 \times 10^{12}$ , and  $6.2 \times 10^9 M_\odot$ , respectively.

When a finite range of halo masses is considered instead of a single value of  $M$ , the theoretical halo correlation functions can still be estimated by equation (9), with the two bias factors replaced by their mean values in the mass interval, weighted by the mass function  $n(M, z) = dn/dM$ :

$$\bar{b}_i = \frac{\int_{M_i}^{M_i} b_i(M, z) n(M, z) dM}{\int_{M_i}^{M_i} n(M, z) dM} \quad k = 1, 2. \quad (12)$$

Long-dashed curves in Figs 6, 7 and 8 have been computed by means of equations (9)–(12) for the corresponding mass ranges and redshifts. Also shown for comparison are the linear mass correlation function at each redshift (dotted lines), and  $\xi_{hh}$  computed with the linear term in equation (9) only (dashed-dotted lines). For all redshifts and halo masses, the autocorrelation function derived from the MCM is in a remarkable good agreement with the predictions of the EPS theory. Even if the analytic formula for  $\xi_{hh}$  has been obtained in the limit of separations much larger than  $R$ , a reasonable agreement is also found when this condition is not exactly satisfied. Moreover, results of the MCM are well described by the linear bias relation also in the (slightly) non-linear clustering regime (i.e. for separations where  $\xi_m(r)$  is slightly larger than unity), and thanks to the second order term, equation (9) still provides a very good description of the model correlation function, even for masses near  $M_*$ , where  $b_1$  vanishes.

Such an agreement between the MCM results and analytic predictions derived from the EPS theory only ensures the reliability of the model in correctly taking into account the clustering of high-mass ( $M \geq M_*$ ) haloes, but it also highlights its

limitations for small objects. Indeed, accurate comparisons with  $N$ -body simulations show that the correlation function given by equations (9)–(12) correctly describes numerical results for haloes with masses larger than  $M_*$ , but significantly overestimates the clustering of small-mass objects (PCL; Jing 1999; Sheth & Tormen 1999; Sheth et al. 1999). For  $M < M_*$ , the analytic bias factor  $b_1$  is significantly lower (more negative) than that found in numerical simulations, whereas a better fit to the  $N$ -body Lagrangian correlation function (with errors within the 15 per cent for a CDM cosmology) is obtained by means of the linear term in equation (9), with  $b_1$  replaced by (Jing 1999; but see also Sheth et al. 1999):

$$b_j(M, z) = \left[ \frac{\sigma^j(M, z)}{2\delta_c^j} + 1 \right]^{(0.06-0.02n)} [1 + b_1(M, z)] - 1, \quad (13)$$

where  $n$  is the index of the power spectrum  $P(k)$ , computed as:

$$n = \frac{d \ln P(k)}{d \ln k} \Big|_{k=2\pi/R}. \quad (14)$$

The correlation functions computed as  $\xi_{hh} = \bar{b}_i^2 \xi_m$  are plotted in Figs 6–8 as solid curves. Relative to these  $N$ -body based correlation functions, the MCM overestimates the clustering of haloes on the low-mass ( $M < M_*$ ) regime.

#### 4 DISCUSSION

As far as the halo mass function, and the conditional probability distribution of progenitor and child haloes are concerned, a good general agreement between MCM results and PS and EPS analytic formulae is found, but an underproduction of low-mass objects in the model is apparent. This limits the mass resolution of the MCM to a minimum of 8 base cells ( $3 \times 10^{10} M_\odot$ , for the present choice of cosmological parameters and box size). Compared to the mass function from  $N$ -body simulations (well described when a non-spherical model for the collapse of density fluctuations is considered; see LS98; LS99; Sheth et al. 1999, and references therein), the MCM produces a significantly lower number of high-mass haloes, especially at early times. Since a finite box is used for representing the Universe, the effective amplitude of the mass variance on large scales is smaller than that expected from the input power spectrum, used in the computation of the analytic formulae. Such an effect may in part be responsible for the underproduction of high-mass haloes in the MCM with respect to theoretical predictions. Also changing the *linking* and the *overlapping* conditions (see Section 2.2) helps to obtain larger mass haloes, especially at high  $z$ , but it is not clear which are the best criteria (see also Nagashima & Gouda 1997). Moreover, oscillations in the mass functions occurring at block masses of  $8^i$  base cells,  $i = 1, 2, \dots$ , are apparent, but may possibly disappear if different criteria are adopted when deciding whether or not to merge pre-existing haloes and form a new structure, as well as if a set of grids displaced in a different way (no longer by half a block-length) are used.

The distribution of formation redshifts is in good agreement with analytic predictions for high-mass haloes, even if the peak of formation is systematically shifted towards more recent epochs. For intermediate mass objects, the MCM correctly reproduces the analytic expectations only at high redshifts, then it keeps forming haloes also at very recent times, in contradiction to the EPS theory. Once more, a failure of the model in describing the history

792 *B. Lanzoni, G. A. Mamon and B. Guiderdoni*

of low-mass haloes is evident, since they systematically form at earlier epochs than predicted.

Finally, a remarkable agreement of the two-point correlation function is found with respect to the predictions derived from the EPS theory (MW96; CLMP), for all considered masses and redshifts. This ensures that the model reliably retains information about the spatial correlation of high-mass haloes ( $M \gtrsim M_*$ ), but it also overestimates the clustering of small objects (as do all analytic formulae). The amplitude of their correlation function in fact is significantly (2–3 times) higher than that predicted by the fitting formula recently proposed by Jing (1999), that correctly describes the correlation function found in numerical simulations. As discussed by Jing (1998, 1999) and PCL, this difference between  $N$ -body and EPS results in Lagrangian space, suggests that the criteria adopted in the PS theory for identifying bound virialized objects in the initial conditions are inadequate. The assumption of spherical symmetry for the collapse is certainly a strong simplification, and it also affects both the mass function and the typical formation epoch of structures. Considering that haloes in the MCM are produced with a large variety of shapes, we intend to adopt a nonspherical condition and study its effects on the resulting mass function and formation redshift distribution in a future paper.

The physical processes ruling gas cooling, dissipative collapse, star formation, evolution and feedback (as well as interactions and merging between galaxies) are currently implemented in merging history trees of DM haloes, so far obtained through two main approaches. In semi-analytic models (KW93; Kauffmann, White & Guiderdoni 1993; Kauffmann, Guiderdoni & White 1994; Cole et al. 1994; Baugh et al. 1998; Somerville & Primack 1999; and papers in these series), the merging history of DM haloes is built through Monte Carlo realizations of the block model or EPS formalism, with no (or not accurate) spatial information. More recently (Kauffmann, Nusser & Steinmetz 1997; Governato et al. 1998; Benson et al. 1999), DM haloes have been selected from cosmological  $N$ -body simulations, but their merging trees are still computed with the Monte Carlo technique. In a ‘fully’ hybrid model (Roukema et al. 1997; Kauffmann et al. 1999), merging trees are also computed from the output of large  $N$ -body simulations, and as a consequence they retain the spatial and dynamical information of the parent simulation, but they suffer from its limited mass resolution and expensive CPU cost.

The interest of the MCM is that it represents an intermediate approach. It is very fast, and it partly retains spatial information in the linear or weakly non-linear regime. A priori, it suffers from the same resolution problem as merging trees built from  $N$ -body simulations. For the same choice of cosmological parameters and box length, the  $256^3$  base cells have the same mass as the  $256^3$  particles, and reliable haloes cannot be obtained below  $\sim 8$  base cells or 10 particles. However, its low cost in terms of CPU time allows to run realizations of sub-boxes, thus improving the mass resolution. Moreover, many choices of the cosmological parameters, shape and normalization of the power spectrum of linear fluctuations can be tested. So the MCM appears as a versatile and rapid method to test physical ideas about galaxy, group and cluster formation in various cosmologies, mostly when some degree of spatial information can be useful.

In particular, the MCM can be suitable for studying galaxy clusters, mainly at low redshifts, where a good agreement between MCM and analytic results is found, not only in terms of mass functions, but also in the distribution of formation redshifts, as well as in the halo two-point correlation function. Also the

population of Lyman-break galaxies at  $z = 3$  can be reasonably well studied by means of the MCM. In fact, these objects are often interpreted as star-forming galaxies located at the centre of haloes of about  $10^{12} M_\odot$  (e.g. Steidel et al. 1996; Giavalisco, Steidel & Macchetto 1996; Steidel et al. 1998; Giavalisco et al. 1998; Baugh et al. 1998; but see also Somerville, Primack & Faber 1998). For these masses and redshifts, the model provides a reasonably good description of both the mass distribution and the formation history. Moreover, the correlation function fairly matches the numerical results over a large range of halo separations, thus allowing in principle to investigate the clustering properties of Lyman-break galaxies.

## 5 CONCLUSIONS

The Merging Cell Model originally proposed by Rodrigues & Thomas (1996) for a scale-free power spectrum, has been developed in the case of the SCDM cosmology. Its reliability has been tested not only in terms of the halo mass function, but also comparing the distributions of the progenitor and child masses, as well as that of halo formation times, to the analytic predictions derived by the Press & Schechter theory and its extensions.

For the first time in the case of a semi-analytic merging tree model, we have also computed the halo two-point correlation function, and compared it to the available theoretical predictions.

We have stressed the major successes of the model, as well as its main weakness, and several possible solutions to improve it have been proposed.

Two main fields where the use of this method can be of particular interest have been recognized. It appears to be a suitable tool for studying the properties of cluster-scale objects, mainly at low redshift, as well as the population of Lyman-break galaxies, and their clustering at high  $z$ .

We intend to apply the method in a more realistic cosmological scenario (as the open and the lambda CDM), and directly test it against  $N$ -body simulations in a forthcoming work.

## ACKNOWLEDGMENTS

BL is very grateful to S. Colombi, S. Matarrese, L. Moscardini, C. Porciani, and G. Tormen for many useful discussions. We also thank D. Pogossyan for having kindly provided us with its code for the generation of initial conditions. BL is supported by a Marie Curie Training Grant (category 20), under the TMR Activity 3 of the European Community Program.

## REFERENCES

- Audit E., Teyssier R., Alimi J. M., 1997, *A&A*, 325, 439  
 Audit E., Teyssier R., Alimi J. M., 1998, *A&A*, 333, 779  
 Bardeen J. M., Bond J. R., Kaiser N., Szalay A. S., 1986, *ApJ*, 304, 15  
 Baugh C. M., Cole S., Frenk C. S., Lacey C. G., 1998, *ApJ*, 498, 504  
 Benson A. J., Cole S., Frenk C. S., Baugh C. M., Lacey C. G., 1999, *MNRAS*, in press, astro-ph/9903343  
 Bond J. R., Myers S. T., 1996, *ApJS*, 103, 41  
 Bond J. R., Kaiser N., Cole S., Efstathiou G., 1991, *ApJ*, 379, 440  
 Bower R. G., 1991, *MNRAS*, 248, 332  
 Carlberg R. G., Couchman H. M. P., 1989, *ApJ*, 340, 47  
 Catelan P., Lucchin F., Matarrese S., Porciani C., 1998, *MNRAS*, 297, 692 (CLMP)  
 Cole S., Kaiser N., 1988, *MNRAS*, 233, 637

- Cole S., Aragon-Salamanca A., Frenk C. S., Navarro J. F., Zepf S. E., 1994, MNRAS, 271, 781  
Efstathiou G., Frenk C. S., White S. D. M., Davis M., 1988, MNRAS, 235, 715  
Gelb J. M., Bertschinger E., 1994, ApJ, 436, 491  
Giavalisco M., Steidel C. C., Macchetto F. D., 1996, ApJ, 470, 189  
Giavalisco M., Steidel C. C., Adelberger K. L., Dickinson M. E., Pettini M., Kellogg M., 1998, ApJ, 503, 543  
Governato F., Baugh C. M., Frenk C. S., Cole S., Lacey C. G., Quinn T., Stadel J., 1998, Nat, 392, 359  
Gross M. A. K., Somerville R. S., Primack J. R., Holtzman J., Klypin A., 1998, MNRAS, 301, 81  
Gunn J. E., Gott J. R., 1972, ApJ, 176, 1  
Jain B., Bertschinger E., 1994, ApJ, 431, 495  
Jing Y. P., 1998, ApJL, 503, L9  
Jing Y. P., 1999, ApJL, 515, L45  
Kauffmann G., White S. D. M., 1993, MNRAS, 261, 921 (KW93)  
Kauffmann G., White S. D. M., Guiderdoni B., 1993, MNRAS, 264, 201  
Kauffmann G., Guiderdoni B., White S. D. M., 1994, MNRAS, 267, 981  
Kauffmann G., Nusser A., Steinmetz M., 1997, MNRAS, 286, 795  
Kauffmann G., Colberg J. M., Diaferio A., White S. D. M., 1999, MNRAS, 303, 188  
Lacey C., Cole S., 1993, MNRAS, 262, 627 (LC93)  
Lacey C., Cole S., 1994, MNRAS, 271, 676 (LC94)  
Lee J., Shandarin S. F., 1998, ApJ, 500, 14 (LS98)  
Lee J., Shandarin S. F., 1999, ApJ, 517, L5 (LS99)  
Mo H. J., White S. D. M., 1996, MNRAS, 282, 347 (MW96)  
Monaco P., 1995, ApJ, 447, 23  
Monaco P., 1997a, MNRAS, 287, 753  
Monaco P., 1997b, MNRAS, 290, 439  
Nagashima M., Gouda N., 1997, MNRAS, 287, 515  
Porciani C., Matarrese S., Lucchin F., Catelan P., 1998, MNRAS, 298, 1097  
Porciani C., Catelan P., Lacey C., 1999, ApJ, 513, L99 (PCL)  
Press W. H., Schechter P., 1974, ApJ, 187, 425(PS)  
Rodrigues D. D. C., Thomas P. A., 1996, MNRAS, 282, 631 (RT96)  
Roukema B. F., Peterson B. A., Quinn P. J., Rocca-Volmerange B., 1997, MNRAS, 292, 835  
Sheth R. K., Lemson G., 1999a, MNRAS, 304, 767  
Sheth R. K., Lemson G., 1999b, MNRAS, 305, 946  
Sheth R. K., Tormen G., 1999, MNRAS, 308, 119  
Sheth R. K., Mo H., Tormen G., 1999, MNRAS, submitted, astro-ph/9907024  
Somerville R. S., Kolatt T. S., 1999, MNRAS, 305, 1  
Somerville R. S., Primack J. R., 1999, MNRAS accepted, astro-ph/9802268  
Somerville R. S., Lemson G., Kolatt T. S., Dekel A., 1998, MNRAS submitted, astro-ph/9806228  
Somerville R. S., Primack J. R., Faber S. M., 1998, MNRAS submitted, astro-ph/9806228  
Steidel C. C., Giavalisco M., Pettini M., Dickinson M., Adelberger K. L., 1996, ApJ, 462, L17  
Steidel C. C., Adelberger K. L., Dickinson M., Giavalisco M., Pettini M., Kellogg M., 1998, ApJ, 492, 428  
Tormen G., 1998, MNRAS, 297, 648
- This paper has been typeset from a  $\text{\TeX/L\TeX}$  file prepared by the author.



# Chapitre 2

## Halos de matière noire : Simulations numériques et resimulations à haute résolution

La théorie linéaire exposée dans le chapitre précédent est un moyen très utile pour décrire la formation des structures dans l'univers. Cependant, la nature même de l'effondrement et de la fusion (fortement non-linéaires) limite le domaine d'applicabilité des méthodes analytiques aux phases initiales de la croissance des perturbations, ou aux échelles suffisamment grandes pour que les fluctuations soient encore dans un régime linéaire au temps présent. Ces méthodes deviennent inadaptées quand le processus d'effondrement gravitationnel et la fusion des halos nécessitent d'être suivis d'une manière précise et sans hypothèses irréalistes (comme, par exemple, celle de la symétrie sphérique).

Il est alors nécessaire d'utiliser les simulations numériques, où la dynamique gravitationnelle est calculée d'une façon directe. Bien évidemment, cette technique aussi a des limitations, liées surtout à la puissance des ressources informatiques disponibles. En fait c'est impossible, même avec les meilleurs super-calculateurs, de couvrir dans une seule simulation tout l'intervalle de masses et d'échelles caractérisant les différents objets de l'univers, des étoiles et nuages de gaz, jusqu'aux amas et super-amas de galaxies. Ils existent cependant des méthodes capables de résoudre au moins partiellement ce inconvénient, en permettant de *re-simuler* avec une résolution beaucoup meilleure un objet ou une région sélectionnés dans une simulation donnée.

Nous avons appliqué la technique des resimulations à haute résolution pour une étude détaillée des amas de galaxies. Selon l'hypothèse que les galaxies se forment et évoluent à l'intérieur des halos de matière noire (voir l'introduction), un amas correspond à un halo très massif. Nous avons alors sélectionné un échantillon de 10 halos de masse  $10^{14} - 10^{15} M_{\odot}$  dans une simulation cosmologique déjà achevée et nous les avons tous resimulés avec une résolution en masse environ 33 fois meilleure. Cela a servi de « base » pour l'application successive du modèle semi-analytique pour la composante baryonique (chapitre 3), qui nous a finalement permis de peupler les

halos de matière noire avec les galaxies observables et de pouvoir ainsi étudier les propriétés des amas avec le détail souhaité.

La première section de ce chapitre résume les concepts de base des simulations N–corps. La deuxième est dédiée à une explication détaillée de la technique de resimulation que nous avons employée. Son application pour l’étude des amas de galaxies est exposée dans la suite. Les caractéristiques de l’échantillon et de la simulation parente dont il a été sélectionné sont exposées dans les sections 2.3.1 et 2.3.2. Les résultats des resimulations et de la comparaison avec les objets originaux (dans la simulation parente) sont décrits en section 2.3.3.

Les propriétés des halos resimulés détectés avec une méthode différente sont présentées et comparées aux précédentes dans la section 2.3.4. Nous y montrons aussi un résultat parallèle obtenu au cours de cette thèse, qui a donné lieu à une collaboration multiple dont le produit final est l’article « *Two Physical Laws for Elliptical Galaxies : Photometrical Consequences* » (Marquéz, Lima Neto, Capelato, Durret, Gerbal, & Lanzoni 2000). Dans la dernière section nous décrivons rapidement l’algorithme que nous avons utilisé pour suivre l’évolution des halos d’un pas de temps à l’autre et construire ainsi leur arbre de fusion du décalage spectral initial au temps présent.

## 2.1 Simulations N–corps

Comme la matière noire est de nature non–collisionnelle, pour décrire son évolution il faudrait résoudre une équation différentielle à six dimensions dans l’espace des phases, connue comme « l’équation de Boltzmann non–collisionnelle » :

$$\frac{df}{dt}(\vec{r}, \vec{v}, t) \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \quad (2.1)$$

où le potentiel gravitationnel  $\Phi$  est la solution de l’équation de Poisson :

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}, t) = 4\pi G \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}, \quad (2.2)$$

et  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  est la fonction de distribution d’une particule dans l’espace des phases.

En fait, la solution de cette équation est trop difficile d’un point de vue mathématique, et trop coûteuse en temps de calcul d’un point de vue numérique. L’approche alternative couramment utilisée est donc la méthode N–corps, où la distribution continue de matière est représentée par un système discret de N particules. Leurs équations du mouvement dû à l’interaction gravitationnelle mutuelle sont alors résolues, et l’évolution du système est ainsi obtenue. Si les particules sont suffisamment nombreuses, leur potentiel collectif est une bonne approximation du vrai potentiel de la fonction de distribution sous-jacente, et le système évolue d’une manière très proche de la vraie solution de l’équation de Boltzmann.

La méthode à N–corps consiste alors à calculer la force gravitationnelle sur chaque particule due à toutes les autres (N–1) particules du système, à partir d’une configuration initiale donnée. Les nouvelles positions et vitesses de l’ensemble après un

certain intervalle de temps  $\Delta t$ , souvent mesuré en unités du facteur d'expansion  $a(t)$ , sont alors déterminées, et elles deviennent le point de départ d'un nouveau calcul de la force. Et ainsi de suite, jusqu'au temps présent.

### 2.1.1 La longueur d'adoucissement

En réalité, pour tenir compte de la nature non-collisionnelle de la matière noire, la valeur de la force gravitationnelle à petites distances entre les particules est réduite doucement en dessous de la valeur newtonienne correspondante. Autrement dit, le potentiel gravitationnel est modifié par rapport à la loi de Newton ( $\Phi \propto 1/r$ ) grâce à l'introduction d'une « longueur d'adoucissement » (*softening length*), qui prolonge le temps de relaxation à deux corps du système. On parle, par exemple, de « *Plummer softening* »  $\epsilon$  quand un potentiel de Plummer (Plummer 1911) :

$$\Phi = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + \epsilon^2}} \quad (2.3)$$

est utilisé, ou de « *spline softening* »  $s$  pour une autre forme de  $\Phi$  (voir, par exemple, Springel et al. 2000). Dans le deuxième cas la force devient exactement newtonienne pour des séparations  $r > s \simeq 2.8 \epsilon$ , tandis que la convergence est plus lente pour le premier.

Dans la pratique, l'introduction d'une longueur d'adoucissement impose une limite inférieure à la résolution spatiale de la simulation, ce qui d'ailleurs permet des intervalles temporels plus longs dans l'intégration des équations du mouvement (ou, autrement dit, ce qui réduit les temps de calcul). Bien évidemment, la résolution spatiale effective de la simulation est limitée par la distance moyenne entre les particules et donc une longueur d'adoucissement plus petite que cette valeur serait inutile.

### 2.1.2 Conditions initiales

La configuration initiale des particules, à partir de laquelle l'intégration des équations du mouvement démarre, doit reproduire ce qu'on pense être la distribution de la matière dans l'univers au moment où les structures commencent à se former.

Selon la théorie de l'inflation (Guth 1981), une très rapide phase d'expansion exponentielle qui se produit juste après le *Big-Bang*, génère des fluctuations dans la distribution initiale de densité, autrement homogène. Le résultat est un champ aléatoire gaussien, où les perturbations sont complètement déterminées par le spectre de puissance primordial  $P_i(k)$ , qui est de type « Harrison-Zel'dovich » :

$$P_i(k) \equiv \langle |\tilde{\delta}(\vec{k})|^2 \rangle = A k, \quad (2.4)$$

où  $k$  est le nombre d'onde, inversement proportionnel à la taille  $l$  de la perturbation ( $k = 2\pi/l$ ),  $A$  est la normalisation du spectre, et  $\tilde{\delta}(\vec{k})$  est la transformée de Fourier

du contraste de densité  $\delta(\vec{x})$  :

$$\bar{\delta}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \delta(\vec{x}) e^{-i\vec{k}\vec{x}} d\vec{x}. \quad (2.5)$$

Ces fluctuations subissent ensuite l'action de processus physiques variés (par exemple, l'effet Mészáros, le *Silk damping*, le *free-streaming*), selon l'époque à laquelle elles rentrent à nouveau dans l'horizon et selon leur nature (baryonique, photons, non baryonique, ...). Le spectre de puissance primordial est alors modifié et, par exemple, pour la matière noire froide (CDM) il est bien décrit par (Efstathiou et al. 1992) :

$$P(k) = AkT(k) = \frac{Ak}{\{1 + [ak + (bk)^{3/2} + (ck)^2]^\alpha\}^{2/\alpha}}, \quad (2.6)$$

où  $T(k)$  est appelée « fonction de transfert » et ses coefficients ont les valeurs suivantes :  $a = 6.4 \Gamma^{-1} \text{ kpc}/h$ ,  $b = 3.0 \Gamma^{-1} \text{ kpc}/h$ ,  $c = 1.7 \Gamma^{-1} \text{ kpc}/h$ ,  $\alpha = 1.13$ ,  $\Gamma$  étant un paramètre de forme et  $h = H_0/(100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$ . Dans le champ de densité caractérisé par ce spectre, les perturbations de taille  $R$  ont une amplitude décrite par la variance de masse de la distribution, définie comme :

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{2\pi^2} A \int k^3 T(k) \widetilde{W}^2(kR) dk, \quad (2.7)$$

où  $\widetilde{W}(kR)$  est la transformée de Fourier de la fonction de lissage du champ. C'est la croissance non linéaire de ces perturbations qui conduit à la formation des structures observées dans l'univers. La normalisation  $A$  du spectre est alors fixée de telle sorte que les prédictions du modèle soient en accord avec les données observationnelles. La variance de masse de la distribution des galaxies aux échelles de l'ordre de  $8 \text{ Mpc}/h$  (indiquée par  $\sigma_8$ ) a été initialement utilisée pour fixer  $A$ . Une normalisation plus fiable est maintenant obtenue par comparaison avec la valeur des fluctuations de température du rayonnement de fond cosmologique, détectées par le satellite COBE (Gorski et al. 1995; Ratra et al. 1997), ou, plus souvent, avec la mesure de l'abondance des 7 amas (Henry & Arnaud 1991; White et al. 1993; Eke et al. 1996; Viana & Liddle 1996). Cependant, elle est toujours exprimée en termes de  $\sigma_8$ . On peut finalement remarquer que la variance de masse du spectre dans l'équation 2.6 (valable pour un modèle CDM) prédit une puissance plus grande pour les fluctuations à petite échelle. Dans cette cosmologie, ce sont donc les objets moins massifs qui se forment d'abord, tandis que les halos de grande masse apparaissent plus tard et dérivent surtout de la fusion des premiers, selon ce qu'on appelle la « formation hiérarchique » des structures.

La configuration initiale des particules dans le volume d'univers considéré (normalement une boîte cubique de taille  $L$ ), doit alors correspondre à un champ de densité globalement homogène, avec des petites fluctuations distribuées selon le spectre de puissance adopté (par exemple, celui dans l'équation 2.6 pour un modèle avec matière noire froide).

Pour produire la distribution uniforme sous-jacente, deux méthodes principales sont utilisées. Les  $N$  particules sont distribuées soit sur une grille régulière de  $N$

noeuds, soit d'une façon amorphe « de type verre » (*glass like*, White 1993). Pour obtenir le deuxième type de distribution, les particules sont placées aléatoirement dans le volume d'univers et leur évolution est calculée au moyen d'une simulation N-corps avec une gravité répulsive (c'est à dire, avec le signe de la force inversé). Assez rapidement, le système s'installe dans un état de quasi-équilibre, où la force sur chaque particule est très proche de zéro : une telle distribution est appelée de type « verre ». Tandis que la première méthode introduit dans les conditions initiales une longueur caractéristique (l'espacement de la grille) aux petites échelles et une direction privilégiée (le long des axes) à toutes échelles, la configuration *glass* ne présente quasiment aucune anisotropie.

Pour passer de la distribution uniforme à celle perturbée selon le spectre de puissance choisi, l'approximation de Zel'dovich (1970) est normalement utilisée. Il s'agit d'un résultat de la théorie linéaire (sect. 1.1), qui permet de calculer la position eulérienne  $\vec{x}(t)$  d'une fluctuation de densité, à partir de sa coordonnée lagrangienne  $\vec{q}$  dans la distribution non perturbée initiale :

$$\vec{x}(t) = \vec{q} - D_+(t) \vec{\Psi}(\vec{q}), \quad (2.8)$$

où  $D_+(t)$  est le facteur de croissance linéaire (éq. 1.5) et  $\vec{\Psi}(\vec{q})$  est relié au potentiel de la distribution spatiale initiale des fluctuations (Efstathiou et al. 1985). Cette dernière est générée dans l'espace de Fourier, à travers une réalisation d'un champ gaussien, où les phases sont aléatoires et les amplitudes de chaque mode suivent une distribution normale avec une variance donnée par le spectre de puissance. Le potentiel correspondant à ce champ de densité est calculé et  $\vec{\Psi}(\vec{q})$  est ainsi dérivé.

Le temps  $t$  auquel l'intégration de l'évolution des particules commence, est déterminé par la condition que les fluctuations soient négligeables par rapport à la densité moyenne de l'univers ( $\delta \ll 1$ ) et le déplacement  $d(\vec{q}, t) = \vec{x}(t) - \vec{q}$  soit petit par rapport à la distance inter-particulaire moyenne, de telle sorte que la théorie linéaire soit valable.

Une fois déterminés  $\vec{\Psi}(\vec{q})$  et  $D_+(t)$ , les particules sont déplacées de leurs positions originelles  $\vec{q}$  (sur la grille ou dans la configuration *glass*), à leurs positions perturbées  $\vec{x}$ , selon l'équation 2.8. Les conditions initiales de la simulation sont alors données par les N valeurs des coordonnées  $\vec{x}$  des particules et par leurs N vitesses particulières, toujours calculées à travers l'approximation de Zel'dovich :

$$\dot{\vec{x}} = -\dot{D}_+ \vec{\Psi}(\vec{q}). \quad (2.9)$$

La configuration de particules ainsi produite génère dans la boîte d'univers la distribution de densité voulue, c'est-à-dire celle qui correspond au spectre de puissance adopté. En fait, comme il s'agit d'un système discret, les longueurs d'ondes  $\lambda$  du spectre (à priori, continu) ayant une taille comparable aux dimensions de la boîte sont mal représentées et celles plus grandes que  $L$  ne le sont pas du tout. Il existe aussi une limite inférieure à  $\lambda$ , déterminée par la distance moyenne entre les particules : la plus petite longueur d'onde échantillonnée par le système est  $2L/(N)^{1/3}$ . Son inverse est connue comme « fréquence de Nyquist ».

### 2.1.3 Conditions aux limites

Alors que l'univers est infini et que la force gravitationnelle n'est pas négligeable à grandes échelles, les simulations N-corps sont limitées à un volume fini, en général une boîte cubique de taille  $L$  de l'ordre de quelques centaines de Mpc.

Pour étudier une région représentative de l'univers, des conditions aux limites périodiques sur les faces opposées de la boîte sont alors typiquement utilisées. De cette manière, le champ de densité et son effet gravitationnel sont répliqués dans toutes les directions spatiales, ce qui compense le fait que la matière autour de la boîte d'univers est négligée.

Pour les mêmes raisons, des conditions aux limites périodiques devraient être adoptées aussi dans l'étude d'objets isolés, par exemple, un certain halo de matière noire. Cependant, une telle méthode est plutôt inefficace dans ce cas, car elle implique que le calcul des forces soit fait aussi pour toutes les particules qui n'appartiennent pas au halo considéré. Des conditions aux limites de type « vide » (*vacuum boundary conditions*), où toute la matière hors d'une sphère centrée sur l'objet est négligée, sont alors plus souvent utilisées. Si le rayon  $R$  de cette sphère est suffisamment grand par rapport aux dimensions du halo, tous les effets gravitationnels les plus importants sur celui-ci sont pris en considération, car ceux dus à la masse au-delà de  $R$  sont très faibles (voir, par exemple, la sect. 2.2).

### 2.1.4 Types de codes

Le fait qu'une très grande valeur de  $N$  soit nécessaire pour bien échantillonner la vraie fonction de distribution du système rend presque impossible le calcul de l'interaction gravitationnelle par sommation directe sur toutes les particules<sup>1</sup> (le temps de CPU étant proportionnel à  $N^2$ ). Des méthodes alternatives sont alors employées et les plus utilisées se divisent en gros en deux catégories : les codes de type « *particle mesh* » (et ses améliorations) d'une part, les codes « en arbre » de l'autre.

Dans les premiers (appelés « PM » pour *particle mesh*), le champ de densité créé par les particules est représenté sur une grille de  $N_g$  points et l'équation de Poisson est résolue à travers la transformée de Fourier rapide. Des codes de ce type, initialement à deux dimensions (Doroshkevich et al. 1980; Melott 1983; Bouchet et al. 1985), et plus tard à trois (White et al. 1983; Klypin & Shandarin 1983; Miller 1983; Bouchet & Kandrup 1985) ont été largement utilisés malgré leur résolution spatiale assez limitée. Cette dernière a été augmentée considérablement dans les codes P<sup>3</sup>M (*particle-particle/particle-mesh*), grâce au fait que le calcul de la force entre les particules plus proches est remplacé par une sommation directe (Efstathiou & Eastwood 1981; Efstathiou et al. 1985). Finalement, des raffinements adaptatifs des grilles sont utilisés dans les codes de type AMR (*adaptive mesh refinement*)

---

1. En fait, la technique de sommation directe est possible avec un *hardware* spécifiquement dédié comme « GRAPE » (Steinmetz 1996), où la vitesse de calcul est énormément augmentée.

et AP<sup>3</sup>M (*adaptive* P<sup>3</sup>M, Couchman 1991) et permettent une précision et une vitesse de calcul encore plus grandes.

La méthode employée dans les codes « en arbre » (Appel 1981; Barnes & Hut 1989; Jernigan & Porter 1989) est complètement différente : les particules sont organisées dans une hiérarchie de groupes et la force gravitationnelle exercée par les plus distants est remplacée par leurs moments multipolaires d'ordre le plus bas (normalement le monopole, voire le quadrupole). De cette manière, les interactions particule-particule sont remplacées par les interactions particule-‘groupe éloigné’ (qui sont beaucoup moins nombreuses) et le temps de calcul est sensiblement réduit (il devient proportionnel à  $N \log N$ , à la place de  $N^2$ ).

La synthèse des deux techniques représente l'évolution plus récente et plus performante des méthodes à N-corps. Elle apparaît dans le code ART (*adaptive refinement tree*) de Kravtsov et collaborateurs (Kravtsov et al. 1997), qui emploie une combinaison de code PM avec raffinement de grille et de code en arbre.

Dans ce travail de thèse, nous avons employé un code en arbre particulièrement performant, appelé « GADGET » (Springel et al. 2000), qui sera décrit en section 2.2.2.

## 2.2 Resimulations à haute résolution

Une simulation N-corps est caractérisée par un modèle d'univers (par exemple,  $\Lambda$ CDM, LCDM, OCDM,  $\tau$ CDM), une résolution spatiale et une résolution en masse. La cosmologie préférée est fixée à travers les paramètres de densité de la matière ( $\Omega_0$ ) et de la constante cosmologique ( $\Omega_\Lambda$ ), la constante de Hubble ( $H_0$ ), la forme du spectre de puissance ( $\Gamma$ ), et sa normalisation ( $\sigma_8$ ). Une fois adoptée une certaine valeur pour la longueur  $L$  de la boîte (typiquement au moins une centaine de Mpc) et pour le nombre de particules  $N$ , la résolution en masse  $m_p$  est aussi fixée (où  $m_p$  est la masse d'une particule). L'échelle la plus petite résolue dans la simulation est enfin déterminée par la longueur d'adoucissement (*softening*) adoptée (voir sections 2.1.1 et 2.1.2).

Le temps et la mémoire de calcul dépendent des valeurs des paramètres choisies, ainsi que des caractéristiques du code (de type *particle mesh*, en arbre, avec intervalles temporels individuels et/ou adaptatifs ou non, etc.). Typiquement, plusieurs dizaines de milliers d'heures de CPU équivalent sur 1 processeur sont nécessaires pour une simulation cosmologique d'une centaine de millions de particules sur un super-calculateur parallèle avec nombreux processeurs. Par exemple, les LCDM « *VLS Simulations* » (Yoshida & the Virgo Consortium 2000), réalisée avec  $512^3$  particules dans un volume de  $\sim 480 \text{ Mpc}/h$  ( $h = 0.7$ ), ont utilisé environ 52000 heures de temps de CPU distribuées sur 256 processeurs d'un CRAY T3E, chacun avec 128 Méga-octets de mémoire. Dans ces simulations, la masse des particules est  $m_p \simeq 7.10^{10} M_\odot/h$ , ce qui donne  $7.10^{11} M_\odot/h$  pour la masse du plus petit halo qui peut être résolu (c'est à dire, ayant au moins 10 particules).

En fait, une valeur de quelques  $10^{10} M_{\odot}$  correspond à la résolution typique des simulations cosmologiques, qui ne permettent donc de suivre que les halos de matière noire hébergeants les galaxies les plus lumineuses. De plus, ces halos peuvent être seulement identifiés, mais l'histoire de leur formation, par fusion d'objets plus petits, n'est pas résolue. Cela représente une limitation très contraignante quand on veut étudier comment les galaxies se forment et évoluent, car leurs propriétés dépendent sensiblement de celles du halo qui les contient (Lemson & Kauffmann 1999). D'autre part, vu les énormes temps de calcul et quantités de mémoire nécessaires, il est évident qu'augmenter à volonté le nombre de particules pour pouvoir atteindre la résolution en masse voulue n'est pas possible. En même temps, à cause de la nature à longue portée de la force gravitationnelle, pour pouvoir suivre la formation des structures dans un cadre cosmologique, il faut considérer tous les modes du spectre de puissance, jusqu'aux échelles où l'univers est considéré homogène et isotrope. Il n'est donc pas possible non plus de réduire à volonté la taille de la boîte, ce qui autrement permettrait d'avoir une plus grande résolution en masse en utilisant le même nombre de particules.

C'est ainsi que la technique des « resimulations à haute résolution » (Navarro et al. 1995a; Tormen & Bertshinger 1996; Tormen et al. 1997; Moore et al. 1998) devient très intéressante. Il s'agit de faire un « *zoom* » sur une certaine région sélectionnée dans une simulation cosmologique déjà achevée. Une nouvelle simulation est alors faite à partir de conditions initiales convenablement générées, qui permettent d'augmenter le nombre de particules, et donc la résolution en masse, dans la région choisie. Dans le même temps, la quantité de particules tout autour est diminuée, ce qui maintient le temps et la mémoire de calcul dans des limites acceptables. De plus, la taille de la boîte étant celle de la simulation originelle, tous les modes du spectre de puissance sont pris en compte.

Les étapes fondamentales de la méthode originellement présentée par Tormen et al. (1997) et utilisé dans ce travail de thèse seront décrites dans les sections suivantes. Dans la pratique, les nouvelles conditions initiales (sect. 2.2.1) sont obtenues au moyen de deux codes, dont le fondamental est appelé « ZIC » (*Zoomed Initial Conditions*), qui ont été écrits par G. Tormen de l'Université de Padoue (Italie). Pour le calcul de la force entre les particules, le code en arbre « GADGET » écrit par V. Springel (Springel et al. 2000) est utilisé (sect. 2.2.2). Une application de la technique de resimulation est présentée en section 2.3, dans le cas de l'étude des amas de galaxies.

### 2.2.1 Nouvelles conditions initiales

La toute première démarche vers une resimulation à haute résolution, est de choisir une certaine simulation cosmologique déjà achevée (qui sera appelée « simulation parente »), d'où sélectionner la région qu'on veut étudier en plus de détail. Elle sera caractérisée par un certain nombre des particules  $N_p$  (par exemple,  $256^3$  ou  $512^3$ ), de masse  $m_p$  (typiquement  $m_p =$  quelques  $10^{10} M_{\odot}$ ), dans un boîte de taille  $L_p$  (généralement  $L_p =$  quelques 100 Mpc), où le suffixe  $p$  signifie « parent ». Dans une sortie

de cette simulation, typiquement au temps présent, il faut ensuite sélectionner la région qu'on veut étudier avec plus de détails, par exemple, un certain halo de matière noire composé de  $n_{hal}$  particules. Le facteur  $f$  duquel on souhaite augmenter la résolution en masse doit aussi être fixé. Il détermine le nombre de particules qui devront composer le halo resimulé: si  $m_{HR} = m_p/f$  est la résolution en masse désirée,  $n_{HR} = n_{hal} \times f$  est le nombre de nouvelles particules nécessaires pour l'atteindre (où le suffixe HR vaut pour « haute résolution »).

### 2.2.1.1 La région à haute résolution

Les positions de toutes les particules qui composent le halo considéré sont alors identifiées dans les conditions initiales non perturbées de la simulation parente et une région qui les comprend toutes est ainsi définie. Autour de cette dernière, on trace la plus petite grille cubique qui la contient entièrement et qui sera appelée « boîte à haute résolution ». Ses  $n_g^3$  cellules ( $n_g = 16$ , typiquement) sont alors indexées avec des valeurs  $idx$  différentes, selon les critères suivants :

- cellule contenant au moins une des particules sélectionnées (*occupée*) :  $idx = 1$ ,
- cellule vide entourée de cellules occupées (*trous*) :  $idx = 2$ ,
- cellule vide externe, en contact avec au moins une cellule occupée (cellule de *buffer*) :  $idx = 3$ ,
- cellule vide entourée d'autres cellules vides (*vide*) :  $idx = 0$ .

Un exemple de boîte HR est montré dans la figure 2.1.

On peut alors définir la « région HR » comme l'ensemble de toutes les cellules de la boîte à haute résolution, ou bien seulement de celles ayant  $idx \neq 0$ , ou encore de celles qui sont marquées par  $idx = 1$  et  $idx = 2$ . Puisque c'est dans la région HR que le nombre de particules sera augmenté selon la résolution en masse désirée, les trois choix précédentes peuvent avoir des effets plus ou moins différents sur les résultats finaux. En particulier, considérer toute la boîte HR implique qu'une meilleure résolution en masse caractérisera non seulement l'objet considéré, mais aussi une région assez vaste autour de lui. La resimulation du halo sera donc précise, mais une partie importante du temps de calcul aura été gaspillée, l'intérêt n'étant pas d'augmenter la résolution dans la région environnante. Au contraire, si seulement les cellules avec  $idx = 1, 2$  sont prises en considération, le halo final risque de ne pas être bien resimulé, et de contenir des particules « contaminantes » (voir sect. 2.2.3). L'expérience montre que le meilleur choix est celui d'une région HR composée par toute les cellules occupées, plus les « trous » internes et un *buffer* externe constitué par les cellules indexées avec  $idx = 3$ . Elle aura une forme irrégulière quelconque et contiendra toutes les particules du halo plus celles d'une couche fine tout autour de lui. Cela représente un compromis entre les deux cas précédents, qui permet en même temps d'obtenir une resimulation précise de l'objet considéré et de ne pas gaspiller les ressources informatiques.

Une portion égale à la région HR ainsi définie est découpée d'une distribution non perturbée appropriée (par exemple, de type *glass*), de telle façon qu'elle contienne

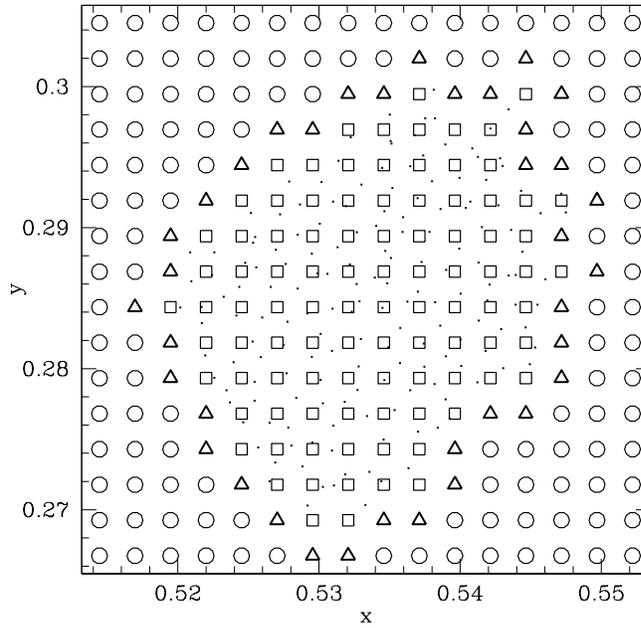


FIG. 2.1 – Exemple de boîte HR, en projection le long de l’axe  $z$  et en unités de  $L_p = 1$ . Les carreaux correspondent aux cellules occupées et aux trous ( $idx = 1, 2$ ), les triangles aux cellules de buffer ( $idx = 3$ ) et les cercles aux cellules vides ( $idx = 0$ ). Les positions de particules sont aussi marqués, par les petits points noirs.

les  $n_{\text{HR}}$  particules nécessaires à la resimulation (« particules HR »)<sup>2</sup>. Cela donne la configuration non perturbée initiale, à laquelle il faut donc ajouter le champ de déplacement  $d(\vec{q}, t)$ , pour obtenir la distribution de fluctuations de densité correspondant au spectre de puissance choisi (voir sect. 2.1.2).

Dans la simulation parente, seuls les modes du spectre ayant une fréquence comprise entre  $1/L_p$  et la fréquence de Nyquist ( $\nu_N = N_p^{1/3}/2L_p$ ) sont représentés (sect. 2.1.2). Comme le nombre de particules dans la région HR est augmenté par rapport à l’originel, la fréquence maximale échantillonnée par le système et déterminée par la distance inter-particulaire moyenne  $\bar{l}$  est plus grande :  $\nu_N^{\text{HR}} = n_{\text{HR}}^{1/3}/2L_p$ . Il est donc nécessaire d’ajouter toutes les fréquences comprises entre celle de Nyquist de la simulation parente et la nouvelle, ainsi que de calculer le champ de déplacement ( $d_{\text{HR}}$ ) correspondant. De plus, le fait que la distance moyenne entre les particules HR soit diminuée par rapport à l’originelle, implique que le déplacement doit être déterminé à un décalage spectral plus grand que le *redshift* initial de la simulation parente, afin qu’il soit plus petit que  $\bar{l}$  (sect. 2.1.2). De même, le déplacement originel  $d_p$  doit être rapporté à sa valeur correspondante au nouveau *redshift* initial  $z_i^{\text{new}}$ . Les particules HR sont alors déplacées de leurs positions non perturbées d’une quantité  $d_{\text{tot}}$  don-

---

2. En fait, comme il faut tenir compte aussi des « trous » et du « buffer »,  $n_{\text{HR}}$  est le produit entre le facteur  $f$  et le nombre de toutes les particules dans la région à haute résolution, et non simplement  $n_{\text{hal}} \times f$ .

née par la somme du nouveau déplacement  $d_{\text{HR}}$  et de celui, recalculé à  $z_i^{\text{new}}$ , de la simulation parente  $d_p$ . Leurs vitesses particulières sont aussi déterminées à partir de  $d_{\text{tot}}$  selon l'équation 2.9. Les nouvelles conditions initiales pour les  $n_{\text{HR}}$  particules à haute résolution sont ainsi obtenues.

### 2.2.1.2 La région à basse résolution

En ayant augmenté le nombre des particules dans la région HR, il faut maintenant réduire celui des particules externes, pour que le temps et la mémoire de calcul restent acceptables. D'autre part, il est nécessaire de préserver le champ gravitationnel global le plus proche possible de l'originel, de sorte que ses effets sur les particules HR soient les mêmes que dans la simulation parente.

Dans ce but, il est d'abord nécessaire de sélectionner dans l'espace des conditions initiales non perturbées toutes les particules qui ne sont pas comprises dans la région HR. On exclut aussi celles qui tombent hors d'une sphère centrée dans cette région et inscrite dans la boîte d'univers<sup>3</sup>, car des conditions aux limites de type « vide » (sect.2.1.3) sont adoptées dans la resimulation. Le champ de déplacement de la simulation parente, recalculé au nouveau *redshift* initial, est alors utilisé pour déterminer les nouvelles positions (perturbées) et les nouvelles vitesses particulières de ces particules.

Pour réduire leur nombre, une grille sphérique centrée sur la région HR est ensuite considérée. Elle est caractérisée par une certaine ouverture angulaire  $d\theta = d\phi$ , qui détermine aussi la dimension radiale  $dr$  de ses cellules, pour qu'elles soient à peu près cubiques ( $dr = r d\theta$ , où  $r = L_p/2$ ). Par construction, ces cellules deviennent progressivement plus grandes du centre de la grille vers l'extérieur. Dans chaque cellule, les particules externes à la région HR sont alors remplacées par une seule nouvelle particule, ayant comme masse la somme de leurs masses et comme position et vitesse les valeurs moyennes de celles des particules originelles qu'elle substitue. Les nouvelles particules ainsi obtenues sont appelées « macroparticules » ou « particule LR », où LR signifie « *low resolution* ». Celles qui sont proches de la région HR ont typiquement la même masse que les particules originelles ( $m_{\text{LR}} = m_p$ ), car les cellules correspondantes ne contiennent qu'une seule particule de la simulation parente. Au contraire, vers les bords de la boîte les macroparticules deviennent de plus en plus massives. Un exemple de leur distribution est montré dans la figure 2.2.

Grâce à une telle configuration, les effets gravitationnels sur la région HR dûs aux particules LR proches sont les mêmes que dans la simulation parente, tandis que ceux dûs aux particules lointaines sont décrit d'une façon progressivement moins précise. C'est la valeur de l'ouverture angulaire  $d\theta$  qui détermine les dimensions des cellules de la grille sphérique et donc l'augmentation plus ou moins rapide de la masse des particules LR avec la distance du centre. Par conséquent, la précision avec laquelle le champ gravitationnel global est reproduit dépend aussi de  $d\theta$  (voir Stöhr 1999, pour une discussion complète). Une valeur de  $3^\circ$  est généralement suffisante pour des resimulations de halos massifs (sect. 2.3) et correspond à une diminution du nombre

3. Pour cela, des conditions aux limites périodiques sont nécessaires dans la simulation parente.

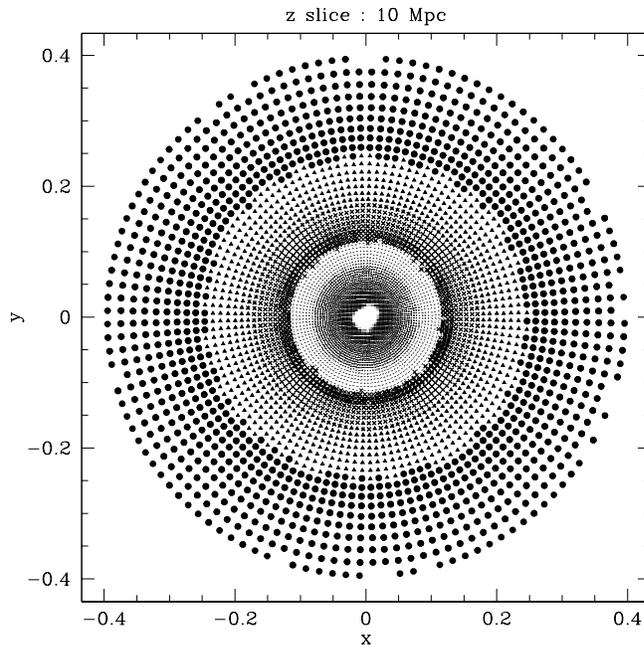


FIG. 2.2 – Exemple de la nouvelle distribution initiale des particules pour une resimulation à haute résolution. Projection sur le plan  $x$ - $y$  d’une tranche de 10 Mpc/h en  $z$  centrée sur la région HR (représentée par la région blanche au centre de la figure), en unités de  $L_p = 1$ . Les 6 couronnes successives montrent la distribution des particules LR et correspondent à 6 différents intervalles de masse: du centre, vers l’extérieur, les séparations entre les couches correspondent à  $\log(m_{\text{LR}}/m_{\text{HR}}) = 2, 2.5, 3, 3.5, 4$ . Les macroparticules dans la première couronne autour de la région HR ont donc une masse jusqu’à 100 fois  $m_{\text{HR}}$ . Pour celles dans la couronne suivante,  $m_{\text{LR}}$  varie entre 100 et 315 fois  $m_{\text{HR}}$ , et ainsi de suite, jusqu’à les macroparticules les plus lointaines qui ont une masse plus que dix mille fois supérieure à  $m_{\text{HR}}$ .

de particules d’un facteur à peu près 500–600 et à une masse de environ  $8 \cdot 10^4 m_{\text{HR}}$  pour la particule LR la plus massive.

## 2.2.2 Évolution temporelle : GADGET

À partir des conditions initiales construites selon la méthode en section 2.2.1, l’évolution temporelle du système de particules, sous l’effet de leur auto-gravité, est obtenue au moyen d’un code en arbre appelé « GADGET », **GA**laxies with **D**ark matter and **G**as int**E**rac**T**, (Springel et al. 2000). Le code est décrit en détail dans l’article de Springel et collaborateurs et seulement les caractéristiques les plus importantes pour notre application (sect. 2.3) seront soulignées ici.

Quoique sa version SPH (*smoothed particle hydrodynamics*) permette d’inclure aussi le gaz dans les simulations cosmologiques ou celles d’objets isolés, nous avons

utilisé le code seulement dans sa version N-corps, pour faire évoluer le fluide non-collisionnel auto-gravitant constitué par les  $n_{\text{HR}} + n_{\text{LR}}$  particules de matière noire froide.

Le calcul des forces est fait à travers l’algorithme en arbre de (Barnes & Hut 1989; voir sect.2.1), mais le code est particulièrement performant grâce à son nouveau schéma d’intégration temporel, qui permet des pas de temps individuels et adaptatifs pour chaque particule, et grâce à une reconstruction dynamique de l’arbre. Le temps CPU nécessaire pour un pas de temps donné est ainsi réduit de  $\mathcal{O}(N \log N)$ , à  $\mathcal{O}(M \log N)$ , où  $N$  est le nombre de particules dans la simulation et  $M \ll N$  est le nombre de celles qui sont effectivement avancées dans l’intervalle temporel considéré.

Une version séquentielle pour station de travail ou pour GRAPE (sect.2.1) existe, mais celle que nous utilisons est adaptée pour tourner sur super-calculateurs massivement parallèles avec mémoire distribuée, comme le IBM-SP2, ou le CRAY T3E.

Le code peut distinguer jusqu’à 6 différents types de particules, pour chacun desquels une valeur individuelle de la longueur d’adoucissement (sect. 2.1.1) peut être choisie. Cela permet de traiter séparément des environnements physiques variés (comme le halo de matière noire, le disque, le bulbe, etc.), ainsi que des particules ayant des caractéristiques différentes. Par exemple, dans le cas des resimulations à haute résolution, trois types de particules sont considérés: les particules HR, une première couche de particules LR proches et les particules LR plus lointaines. La longueur d’adoucissement la plus appropriée est alors assignée aux trois groupes de particules, selon la résolution en masse voulue et la précision souhaitée dans le calcul des forces (sect. 2.1.1).

De plus, pour chaque type de particules, le code prévoit deux différents *softenings*: un comobile ( $\epsilon_{\text{com}}$ ) et un physique ( $\epsilon_{\text{phys}}$ ). La valeur choisie pour  $\epsilon_{\text{phys}}$  doit correspondre (sous les limitations discutées en section 2.1.1) à la résolution spatiale en unités physiques, souhaitée au temps présent. D’autre part, à grand décalage spectral cette même longueur est beaucoup plus grande que la distance moyenne entre les particules et si elle était utilisée pour adoucir la force, l’interaction gravitationnelle serait mal calculée. Le code permet donc d’utiliser d’abord un *softening*  $\epsilon_{\text{com}}$ , dont la valeur est fixée à une fraction de la distance (comobile) moyenne entre les particules. À partir du moment où sa valeur physique correspondante atteint la valeur de  $\epsilon_{\text{phys}}$  choisi, cette dernière est utilisée à sa place et maintenue constante jusqu’à la fin de la simulation. Ce choix est dicté par le fait que, au moment de son effondrement, une structure se découple de l’expansion de l’univers et sa taille ne change plus. Il est donc souhaitable d’avoir un *softening* constant pour les objets virialisés.

### 2.2.3 Le problème de la contamination

Pour produire les nouvelles conditions initiales de la resimulation, les particules hors de la région HR ont été remplacées par des « macroparticules » ayant une masse croissante avec leur distance du centre. Cette technique permet de préserver le plus

possible le champ gravitationnel global à grande échelle de la simulation parente et aussi de maintenir acceptables le temps et la mémoire de calculs.

Cependant, les inévitables différences dans la distribution globale de la matière peuvent avoir des effets plus ou moins importants sur les résultats finaux. En particulier, il est possible qu'une ou plusieurs macroparticules entrent dans la région HR pendant la resimulation et qu'elles fassent partie du halo considéré au temps présent. Clairement, le but d'obtenir le même objet que dans la simulation parente, mais à une résolution plus grande, ne sera pas atteint.

Pour éviter ce problème, la resimulation procède alors par une phase intermédiaire (appelé « *run* à basse résolution »), qui sert à repérer les éventuelles particules LR « contaminantes ». Les conditions initiales correspondantes sont générées comme détaillé en section 2.2.1, avec la seule différence que le nombre (et la masse) des particules dans la région HR n'est pas augmenté, mais reste le même que dans la simulation parente. De cette manière, les équations du mouvement ne doivent être résolues que pour un petit ensemble de particules, ce qui demande un temps de calcul assez limité. Très rapidement donc, l'analyse des résultats révélera si des particules LR sont rentrées dans la région HR et ont contaminé le halo considéré.

Si aucune contamination ne s'est produite, la même configuration externe et la même région HR sont maintenues pour le *run* à haute résolution, mais le nombre de particules HR, cette fois ci, est augmenté du facteur  $f$  souhaité. Comme la distribution de matière hors de la région HR n'a pas été modifiée par rapport à l'étape intermédiaire, l'objet ainsi resimulé à haute résolution ne contiendra (très probablement) aucune particule contaminante. Si au contraire, des macroparticules sont identifiées dans le halo considéré à la fin du *run* à basse résolution, leurs positions sont repérées dans les conditions initiales non perturbées de la simulation parente<sup>4</sup>, et elles sont incluses dans la région HR précédemment définie, qui est ainsi agrandie. Dans cette nouvelle région HR le nombre de particules est finalement augmenté du facteur  $f$  nécessaire pour atteindre la résolution en masse souhaitée. La distribution externe reste inchangée et (très probablement) le halo final ne sera plus contaminé.

En fait, une telle technique de décontamination n'est pas parfaite, mais son efficacité dépend de plusieurs facteurs.

Le nombre de particules qui constituent l'objet considéré dans la simulation parente et qui déterminent donc la forme et les dimensions de la région HR joue un rôle important. Si le halo contient beaucoup de particules, cette région sera bien échantillonnée dans l'espace des conditions initiales et ses frontières seront bien définies. Dans le cas contraire, ces dernières seront « floues » et il y aura un risque non nul de placer une macroparticule dans une zone proche qui n'a pas été reconnue comme faisant partie des conditions initiales du halo. Très probablement, cette particule LR sera retrouvée dans l'objet resimulé et sera la source de sa contamination. L'addition d'un *buffer* de cellules dans la définition de la région HR (sect. 2.2.1.1) est un moyen très efficace de réduire le risque de contamination, mais parfois il n'est pas suffisant.

---

4. En réalité, c'est dans les conditions initiales du *run* à basse résolution que les positions des particules contaminantes sont identifiées, mais cela ne produit aucune différence importante sur les résultats.

La présence d'autres objets, plus ou moins massifs, plus ou moins proches, ou avec des vitesses particulières plus ou moins grandes, dans les alentours du halo, peut aussi influencer sur la qualité de la resimulation. Si ces objets sont constitués par des macroparticules, leur effet gravitationnel n'est pas pris en compte avec précision, malgré son importance pour le halo considéré. Le champ de marée proche est alors mal représenté et des cas de contamination peuvent facilement se produire. Pour éviter ce problème, un « rayon de décontamination » ( $r_{\text{dec}}$ ) est alors adopté, et ce sont les positions non perturbées de toutes les particules dans une sphère de ce rayon centrée sur le halo, qui sont utilisées pour définir la région HR. La valeur de  $r_{\text{dec}}$  est déterminée par les propriétés et l'environnement de l'objet (isolé ou non, bien relaxé ou en train d'interagir, etc.), par les caractéristiques de la simulation parente et par la problématique scientifique. En général, une structure peu massive ressent davantage les influences du champ de marée environnant et requiert donc un rayon de décontamination plus grand. Par exemple,  $r_{\text{dec}} \simeq 5 r_{\text{vir}}$  a été nécessaire pour éviter la contamination de halos de  $10^{14} M_{\odot}$ , tandis que  $r_{\text{dec}} \simeq 3 r_{\text{vir}}$  a été suffisant pour des objets dix fois plus massifs (sect. 2.3).

L'ouverture angulaire de la grille sphérique détermine le nombre et la masse des macroparticules et donc la précision avec laquelle le champ de densité et de force hors de la région HR est représenté. Une valeur de  $d\theta$  de  $3^{\circ}$  est généralement suffisante pour éviter que des particules LR rentrent à l'intérieur du halo considéré, au moins si un rayon  $r_{\text{dec}}$  suffisamment grand est utilisé. Cependant, pour une valeur donnée de  $d\theta$ , l'efficacité de la décontamination dépend des facteurs discutés précédemment.

#### 2.2.4 Des différences inévitables

Grâce à la méthode exposée dans les sections précédentes, le halo et certains de ses voisins compris à l'intérieur de  $r_{\text{dec}}$  sont généralement obtenus à haute résolution et sans contamination. Malgré cela, des variations de quelques pour cent dans leur propriétés (masse, rayon du viriel, position, etc..) par rapport à la simulation parente sont non seulement attendues, mais aussi apparaissent toujours. Elles sont en fait la conséquence d'une description différente de la distribution de la matière et de ses effets.

Dans la simulation parente, la même masse, la même longueur d'adoucissement et les mêmes pas de temps pour l'intégration des équations du mouvement sont adoptés pour toutes les particules. Au contraire, dans les resimulations à haute résolution, au moins deux types différents de particules (HR et LR) sont considérés. La masse des premières ( $m_{\text{HR}}$ ) est constante, mais plus petite que dans la simulation parente, celle des dernières varie significativement d'une particule à l'autre et est toujours plus grande que  $m_{\text{HR}}$ . L'augmentation de la résolution en masse dans la région considérée implique aussi une diminution de la longueur d'adoucissement et des pas d'intégration temporelle pour les particules HR, tandis que le contraire est vrai pour les autres. De plus, pour générer le champ de densité initial dans la région HR des modes à haute fréquence du spectre de puissance sont ajoutés à ceux considérés dans la simulation parente et dans la zone LR.

C'est justement grâce à l'introduction de ces changements (et à la technique spécifique utilisée pour les introduire) que les resimulations à haute résolution sont possibles et donnent des résultats fiables. Cependant, des différences de quelques pour cent dans les propriétés des halos resimulés par rapport à celles mesurées dans la simulation parente sont inévitables.

En particulier, grâce à la plus grande résolution en masse, aux nouveaux modes du spectre de puissance à petite échelle et au plus petit *softening* des particules HR, on s'attend à que des objets moins massifs, plus denses et plus compacts se forment dans les resimulations. Le fait que la concentration centrale des halos soit augmentée permet la survie d'objets individuels contre leur destruction par effets de marée, tant dans les collisions directes, que dans le puits de potentiel d'une structure plus grande qui les contient. L'efficacité plus faible des processus de fusion entre les halos modifie la fonction de masse au détriment des objets plus massifs et elle a aussi des effets sur l'histoire de formation des structures. De plus, des sous-halos à l'intérieur de halos plus massifs, non détectables dans la simulation parente, seront visibles dans les resimulations. Le défaut de sous-structures dans les structures révélé dans les simulations cosmologiques « standard », en désaccord avec les observations des galaxies dans les amas, est connu comme le « problème de l'*overmerging* ». Discuté pour la première fois par (White & Rees 1978), il a trouvé sa solution récemment (Moore et al. 1996, 1998; Ghigna et al. 1998) : si une résolution en masse et en force suffisamment grande est employée dans les simulations, les halos qui se forment sont suffisamment denses pour survivre dans le champ de marée des structures plus grandes dans lesquelles ils fusionnent et ils se déplacent.

Malgré la représentation grossière de la distribution de matière au moyen des particules LR, les effets gravitationnels globaux de la masse plus lointaine sont pris en compte d'une manière suffisamment précise (au moins si l'on ne considère pas des propriétés comme les vitesses particulières, qui dépendent directement du champ de marée à grande échelle; voir Stöhr 1999). Au contraire, l'influence d'une macroparticule proche sur les particules HR avoisinantes peut produire des différences (locales) non négligeables. Par exemple, elle peut attirer plusieurs particules HR et conduire à la formation d'une structure qui n'existait pas dans la simulation parente. C'est donc important d'avoir les macroparticules proches avec une masse la plus semblable possible à celle des particules HR. Cela est le cas dans l'étape à basse résolution (sections 2.2.3 et 2.3.3.1), mais dans le *run* HR, quand la résolution est augmentée d'un facteur  $f$ , même les macroparticules les plus petites ont une masse au moins  $f$  fois plus grande que  $m_{\text{HR}}$ , où  $f$  peut être facilement de l'ordre de 30 ou plus (sections 2.2.1 et 2.3.3.2). Par conséquent, des différences dans les résultats des resimulations HR sont attendues non seulement par rapport à la simulation parente, mais aussi par rapport au *run* à basse résolution. L'importance de ces différences dépend, entre autre, de la valeur de l'ouverture angulaire  $d\theta$  de la grille sphérique utilisée pour produire les particules LR. Plusieurs tests (par exemple, Stöhr 1999) ont montré que, dans le cas des resimulations de halos massifs, une valeur de  $d\theta$  de  $3^\circ$  est normalement suffisante pour reproduire les objets avec des différences maximales de l'ordre de 10% par rapport à la simulation parente (quoiqu'il puisse se produire parfois des variations plus importantes: section 2.3.3.2).

Il faut aussi tenir compte de la nature chaotique des effets de relaxation à N-corps, qui conduit à des différences dans les résultats, même si de très faibles changements sont introduits dans les conditions initiales. Comme il a été discuté plus haut, ces variations dans le cas des resimulations à haute résolution sont loin d'être faibles et ce phénomène aussi doit alors contribuer aux différences détectées.

En général, bien qu'elles soient inévitables et que leurs causes soient nombreuses et variées, les différences dans les propriétés des halos mesurées par rapport à la simulation parente sont de l'ordre de quelques pour cent, ce qui garantit la fiabilité de la technique de resimulation que nous employons.

## 2.3 Resimulations de halos massifs

Comme précédemment discuté, sous nos hypothèses de travail toutes les galaxies observables sont associées à des halos de matière noire et leur regroupement plus nombreux (les amas) correspondent aux halos les plus massifs. Dans le cadre du modèle hiérarchique, ces derniers se sont formés par la fusion d'objets plus petits, assemblés à des époques précédentes. La première étape pour une étude détaillée des amas de galaxies requiert donc une description précise de l'histoire de formation et d'évolution de halos massifs de matière noire.

Dans ce but, nous avons appliquée la technique de resimulation à haute résolution exposée dans la section précédente à un échantillon de 10 halos, cinq ayant une masse  $M \simeq 10^{14} M_{\odot}$  et 5 autres de  $M \simeq 10^{15} M_{\odot}$ , tous avec un progéniteur massif au décalage spectral  $z \simeq 0.5$ . Les résultats que nous avons obtenus sont présentés dans la suite.

### 2.3.1 La simulation parente

La simulation parente utilisée pour la sélection de l'échantillon est appelée « *Very Large Simulation (VLS)* »<sup>5</sup> et a été réalisées au centre de calcul Rechenzentrum Garching (RZG) de Munich, au sein de la collaboration internationale « Virgo Consortium » (Yoshida & the Virgo Consortium 2000). Le modèle cosmologique considéré est le  $\Lambda$ CDM et les valeurs au temps présent des paramètres caractéristiques correspondants sont résumées dans la table 2.1, où :  $h = H_0/100$  ( $H_0$  étant la constante de Hubble en unité de  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ ),  $\Omega_0$  et  $\Omega_{\Lambda}$  sont les paramètres de densité de la matière et de la constante cosmologique,  $\sigma_8$  est la normalisation du spectre de puissance, calculée par rapport à l'abondance des amas et exprimée en termes de la variance de masse aux échelles de  $8 h^{-1} \text{Mpc}$  (voir sect. 2.1.2). Les valeurs adoptées pour la taille de la boîte ( $L_p$ ), ainsi que pour le nombre et la masse des particules ( $N_p$  et  $m_p$  respectivement) sont aussi marqués dans la table.

---

5. En fait, deux simulations avec des caractéristiques similaires mais pour deux cosmologies différentes ( $\Lambda$ CDM et  $\tau$ CDM) constituent ce qu'on appelle « *VLS* », mais nous avons considéré ici seulement celle relative au modèle  $\Lambda$ CDM.

$h$	0.7
$\Omega_m$	0.3
$\Omega_\Lambda$	0.7
$\sigma_8$	0.9
$L_p$	479 Mpc/ $h$
$N_p$	$512^3$
$m_p$	$6.68 \cdot 10^{10} M_\odot/h$

TAB. 2.1 – Valeurs des paramètres caractéristiques de la simulation parente. Les quatre premiers spécifient le modèle cosmologique (*ΛCDM*) :  $h = H_0/100$  ( $H_0$  étant la constante de Hubble en unités de  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ ),  $\Omega_0 =$  paramètre de densité de la matière,  $\Omega_\Lambda =$  paramètre de densité de la constante cosmologique,  $\sigma_8 =$  normalisation du spectre de puissance. Les trois derniers sont respectivement la taille de la boîte, le nombre et la masse des particules.

Le choix de la simulation parente a été dicté par la nécessité d’un nombre suffisant de halos massifs parmi lesquels sélectionner un échantillon adapté à l’étude des amas de galaxies, au temps présent et à décalage spectral de l’ordre de  $z \simeq 0.5$ . Le volume d’univers simulé dans les *VLS* est en effet assez grand pour nos buts, car, au temps présent, il contient une trentaine de halos de masse supérieure à  $M \simeq 10^{15} M_\odot/h$  et plus de 3600 halos de masse entre  $10^{14}$  et  $10^{15} M_\odot/h$ . Par comparaison, dans une simulation avec les mêmes paramètres cosmologiques, mais un volume de seulement  $\sim 140 \text{Mpc}/h$  de côté (les « *GIF Simulations* », Jenkins et al. 1998), un seul halo de  $\sim 10^{15} M_\odot/h$  est présent.

L’échantillon que nous avons sélectionné est constitué de deux sous-ensembles distingués par la valeur de la masse des halos : un groupe de 5 halos d’environ  $10^{15} M_\odot/h$  (qu’on appellera de type « Coma ») et un autre de 5 halos de masse dix fois plus petite (dits de type « Virgo »). Tous ont un progéniteur très massif au *redshift*  $z = 0.5$  (voir section 2.3.2 et table 2.2).

Grâce à ces caractéristiques, un tel échantillon est adapté pour une étude statistique d’amas riches de galaxies, non seulement localement et à grand décalage spectral, mais aussi du point de vue de leur évolution dans le temps cosmique et en particulier entre  $z = 0.5$  et le temps présent. De plus, la comparaison entre les caractéristiques des deux sous-ensembles permet d’analyser comment les propriétés de la population de galaxies d’amas dépendent de la richesse de l’environnement.

En fait, vu la valeur de la masse d’une particule ( $m_p \simeq 7 \cdot 10^{10} M_\odot/h$ ), les plus petits halos qui peuvent être résolus dans la simulation parente sont d’au moins  $7 \cdot 10^{11} M_\odot/h$  (10 particules). En admettant un rapport masse lumineuse sur masse de matière noire d’à peu près 1/10, seules les galaxies plus massives que  $\sim 10^{11} M_\odot$  pourraient donc être détectées et l’histoire de la formation des galaxies de masse petite ne pourrait pas être suivie, car, selon le modèle hiérarchique, elles dérivent de la fusion d’objets moins massifs qui ne sont pas résolus dans la simulation parente.

Nom	$n_p$	$M$ [ $M_\odot/h$ ]	$r_{\text{vir}}$ [Mpc/h]	$x_{\text{CM}}$ [Mpc/h]	$y_{\text{CM}}$ [Mpc/h]	$z_{\text{CM}}$ [Mpc/h]	$M_1$ [ $M_\odot/h$ ]
g8	33521	$2.29 \cdot 10^{15}$	2.72	380.6	291.8	448.7	$1.32 \cdot 10^{15}$
g1	20307	$1.39 \cdot 10^{15}$	2.30	431.1	353.6	58.0	$8.50 \cdot 10^{14}$
g696	19101	$1.30 \cdot 10^{15}$	2.26	380.6	225.8	400.5	$7.89 \cdot 10^{14}$
g51	17611	$1.20 \cdot 10^{15}$	2.20	71.1	105.0	83.4	$6.18 \cdot 10^{14}$
g72	16985	$1.16 \cdot 10^{15}$	2.17	341.2	67.9	269.7	$6.21 \cdot 10^{14}$
g6212	1479	$1.01 \cdot 10^{14}$	0.95	313.2	96.9	142.1	$7.44 \cdot 10^{13}$
g3344	1476	$1.01 \cdot 10^{14}$	0.96	456.6	210.5	276.9	$8.14 \cdot 10^{13}$
g1542	1473	$1.00 \cdot 10^{14}$	0.96	257.1	139.7	444.0	$6.19 \cdot 10^{13}$
g914	1471	$1.00 \cdot 10^{14}$	0.96	20.6	175.8	378.7	$7.08 \cdot 10^{13}$
g676	1468	$1.00 \cdot 10^{14}$	0.96	120.5	461.3	424.3	$7.94 \cdot 10^{13}$

TAB. 2.2 – *Propriétés des halos sélectionnés dans la simulation parente. La partie supérieure de la table se réfère à l'échantillon des 5 objets de type Coma, celle inférieure à l'ensemble des halos Virgo. Après le nom, les différentes colonnes affichent successivement les valeurs de la masse en unités du nombre de particules et en unités de  $M_\odot/h$ , le rayon du viriel en Mpc/h, les coordonnées du centre de masse en Mpc/h dans l'intervalle  $[0, L_p]$  et la portion de masse du progéniteur le plus massif à  $z = 0.5$  qui se retrouve dans le halo étudié au temps présent.*

Pour étudier en détail les amas et leurs propriétés, nous avons alors procédé à des resimulations à haute résolution des halos sélectionnés, selon la méthode exposée en section 2.2. Après une description de l'échantillon et de ses caractéristiques (sect.2.3.2), les résultats des resimulations seront discutés en section 2.3.3.

### 2.3.2 L'échantillon sélectionné

Les propriétés principales de l'échantillon sélectionné sont résumées en table 2.2, où, pour chaque halo, sont présentées successivement les valeurs de la masse du rayon du viriel, des coordonnées du centre de masse et de la portion de masse du progéniteur le plus massif à  $z = 0.5$  qui se retrouve dans le halo étudié au temps présent. Pour toute l'analyse présentée dans ce chapitre, les halos ont été sélectionnés par un algorithme appelé *spherical overdensity* et écrit par G. Tormen. Les masses sont toujours les masses du viriel (voir section 2.3.4). Deux sous-ensembles de 5 halos peuvent être distingués selon la valeur de  $M$ .

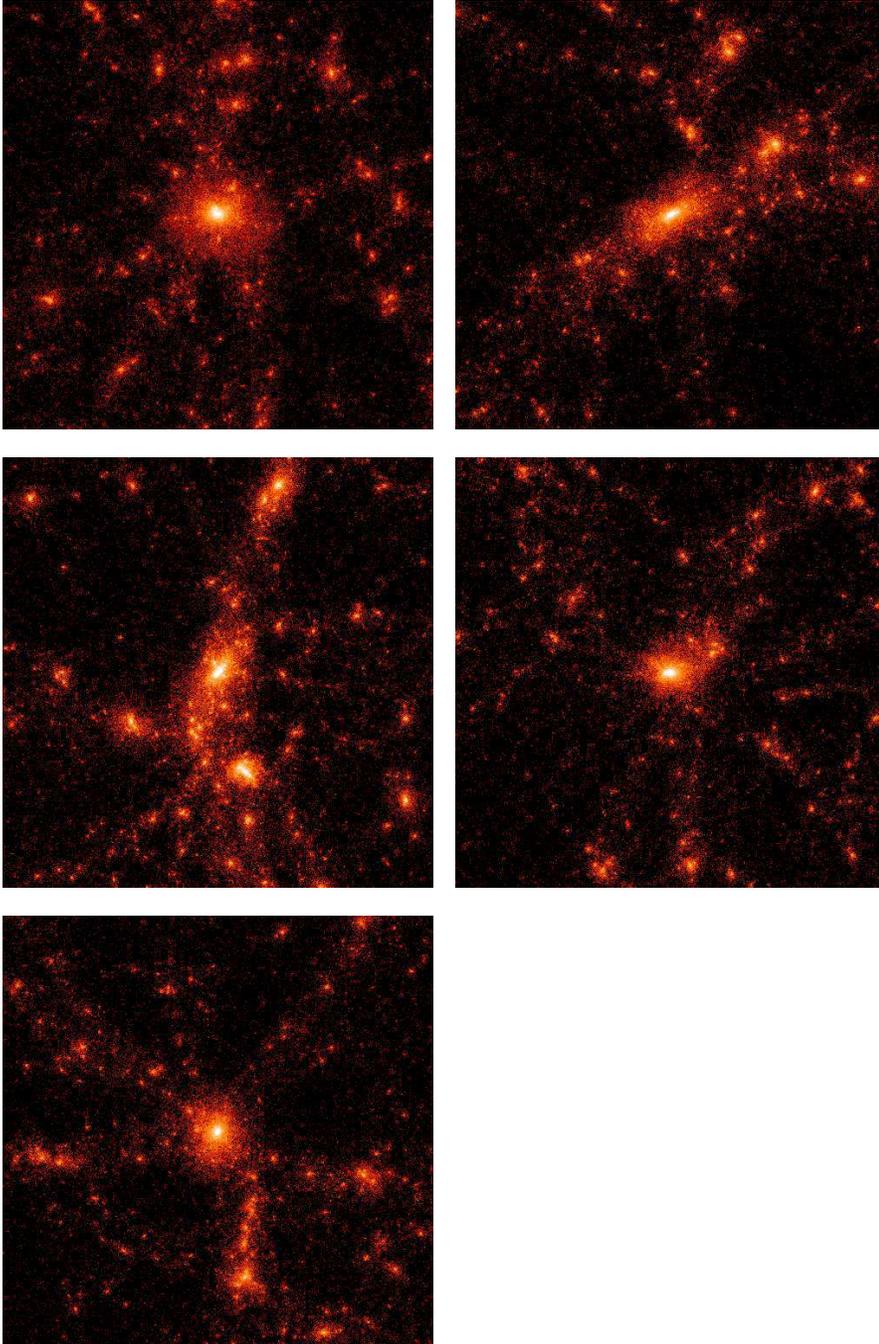


FIG. 2.3 – Images des 5 halos de type Coma dans la simulation parente. Les 5 panneaux montrent la projection le long d'une direction spatiale d'une région cubique de  $30 \text{ Mpc}/h$  de côté centrée sur chaque halo sélectionné. La masse des halos diminue progressivement de gauche à droite, puis de haut en bas ; l'ordre est donc le suivant :  $g8$ ,  $g1$ ,  $g696$ ,  $g51$ ,  $g72$  (voir table 2.2).

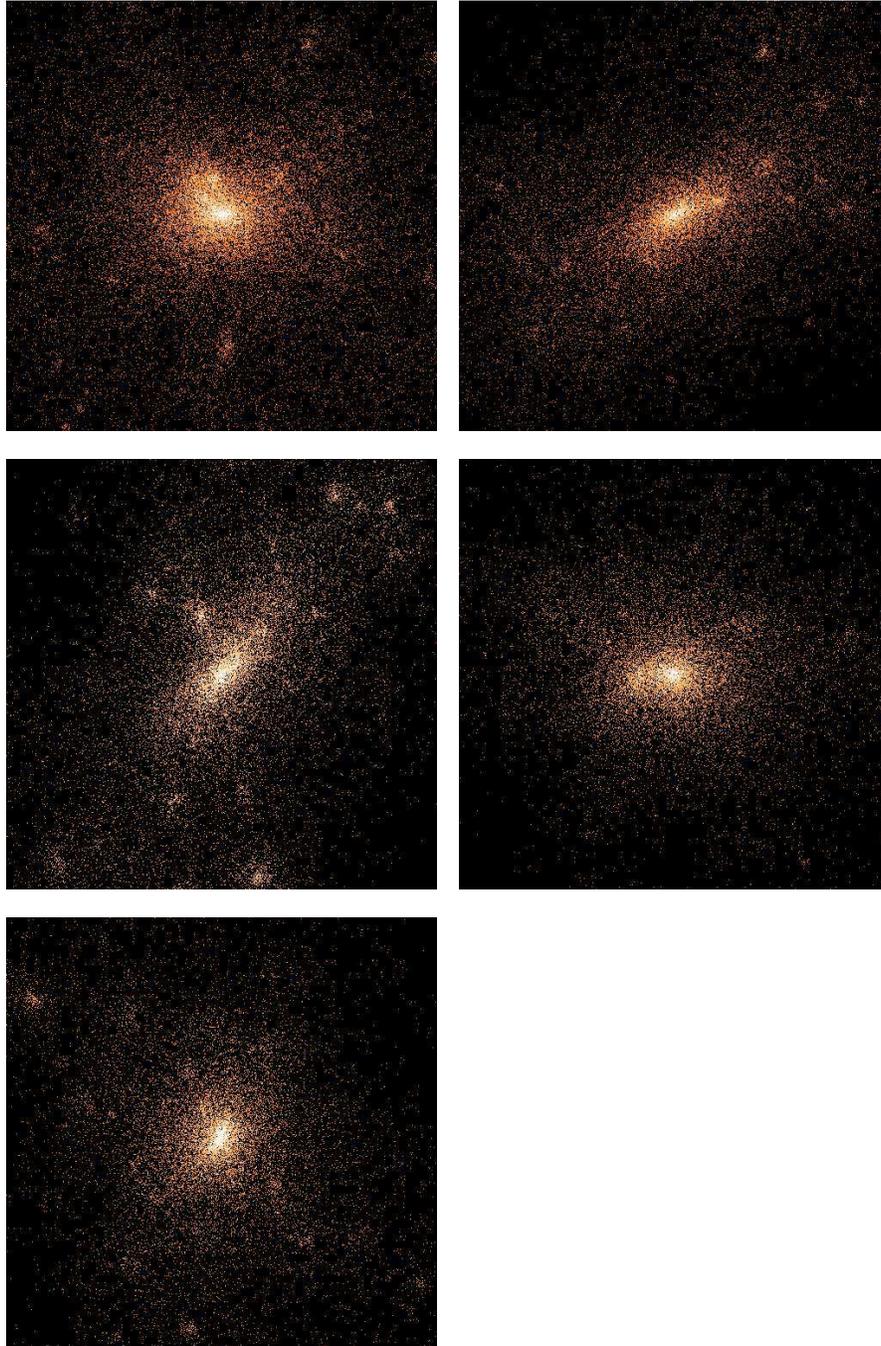


FIG. 2.4 – Zoom sur les régions centrales de  $2r_{\text{vir}}$  de côté pour les 5 halos de type Coma dans la simulation parente. L'ordre est le même que dans la figure 2.3.

### 2.3.2.1 L'échantillon massif (halos de type « Coma »)

Dans l'échantillon le plus massif ( $M \sim 10^{15} M_{\odot}/h$ ), les objets sont composés de quelques dizaines de milliers de particules, le rayon du viriel est d'à peu près 2–3 Mpc/ $h$  et les progéniteurs à  $z = 0.5$  correspondent tous à des amas très riches, leur masse étant supérieure à  $\sim 6 \cdot 10^{14} M_{\odot}/h$ .

Des images de ces 5 objets sont montrées dans les figures 2.3 et 2.4 (pages 54 et 55). La première présente les projections d'un cube de 30 Mpc/ $h$  centré sur le halo considéré, tandis qu'un zoom sur la partie centrale, de la taille d'à peu près  $2 r_{\text{vir}}$ , est montré dans la deuxième figure. Les halos g8, g51 et g72 sont de forme sphériques, les deux premiers plutôt isolés, le dernier plutôt au milieu d'un croisement de plusieurs filaments. Les autres (g1 et g696) apparaissent allongés le long de filaments.

La figure 2.5 présente une étude de l'environnement proche des halos sélectionnés, en termes du rapport entre la masse des objets voisins et la masse du halo étudié, en fonction de la distance réciproque. Seulement les halos compris entre un rayon  $r_{\text{dec}}$  (dont la valeur en unités de Mpc/ $h$  est marquée sur la figure) sont considérés. Les cercles noirs se réfèrent aux rapports de masse plus grands qu'un centième ( $M \gtrsim 10^{13} M_{\odot}/h$ ), les petits points à ceux plus petits que 0.01. Le halo g8 est le plus isolé, suivi par g51 et puis par g1, qui a un objet de  $\sim 10^{14} M_{\odot}/h$  à environ 3 fois son rayon du viriel. Dans le cas de g72, des voisins d'à peu près  $2 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$  se trouvent tout autour du halo, à partir d'une distance de  $\sim 1 r_{\text{vir}}$ . L'environnement le plus peuplé est celui de g696, qui, juste au-delà de son rayon de viriel, est entouré de plusieurs objets ayant une masse jusqu'à  $\sim 5 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$ . Il a aussi un autre voisin, à environ  $2.5 r_{\text{vir}}$ , qui est seulement 10 fois moins massif que lui.

La fonction de masse des halos dans une région sphérique de 30 Mpc/ $h$  de rayon autour des objets sélectionnés est montrée dans la figure 2.6. La limite de résolution en masse de la simulation parente est bien évidente dans la figure, où les halos moins massifs de  $6.68 \cdot 10^{11} M_{\odot}/h$  (10 particules) sont absents. Même à l'échelle de 30 Mpc, l'environnement le plus riche est celui de g696, tant en nombre de voisins que de rapport  $M/M_{\text{hal}}$ .

L'histoire de formation des halos sélectionnés est étudiée dans la figure 2.7, en termes de la variation avec le décalage spectral du rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  entre la portion de masse du progéniteur le plus massif qui se retrouve dans le halo considéré au temps présent et la masse finale du halo à  $z = 0$  (courbes à trait plein). Dans le cadre du modèle hiérarchique, le temps de formation des structures ne peut pas être défini de manière rigoureuse, mais il est couramment identifié avec le moment où un progéniteur d'au moins la moitié de la masse finale du halo apparaît pour la première fois (section 1.3). La figure 2.7 montre alors que tous les objets de type Coma se sont formés entre  $z = 1$  et  $z = 0.5$ , mais une détermination plus précise de cette époque n'est pas possible, car les résultats de la simulation parente sont disponibles seulement pour les décalages spectraux  $z = 3, 2, 1.5, 1, 0.5, 0.3, 0.1, 0$ , marqués avec des carreaux dans la figure. Les halos qui se sont « formés » plus récemment sont probablement g72 et g696, pour lesquels le rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  augmente très rapidement entre  $z = 1$  et  $z = 0.5$ , passant de 20 à 60 pour cent. La variation du

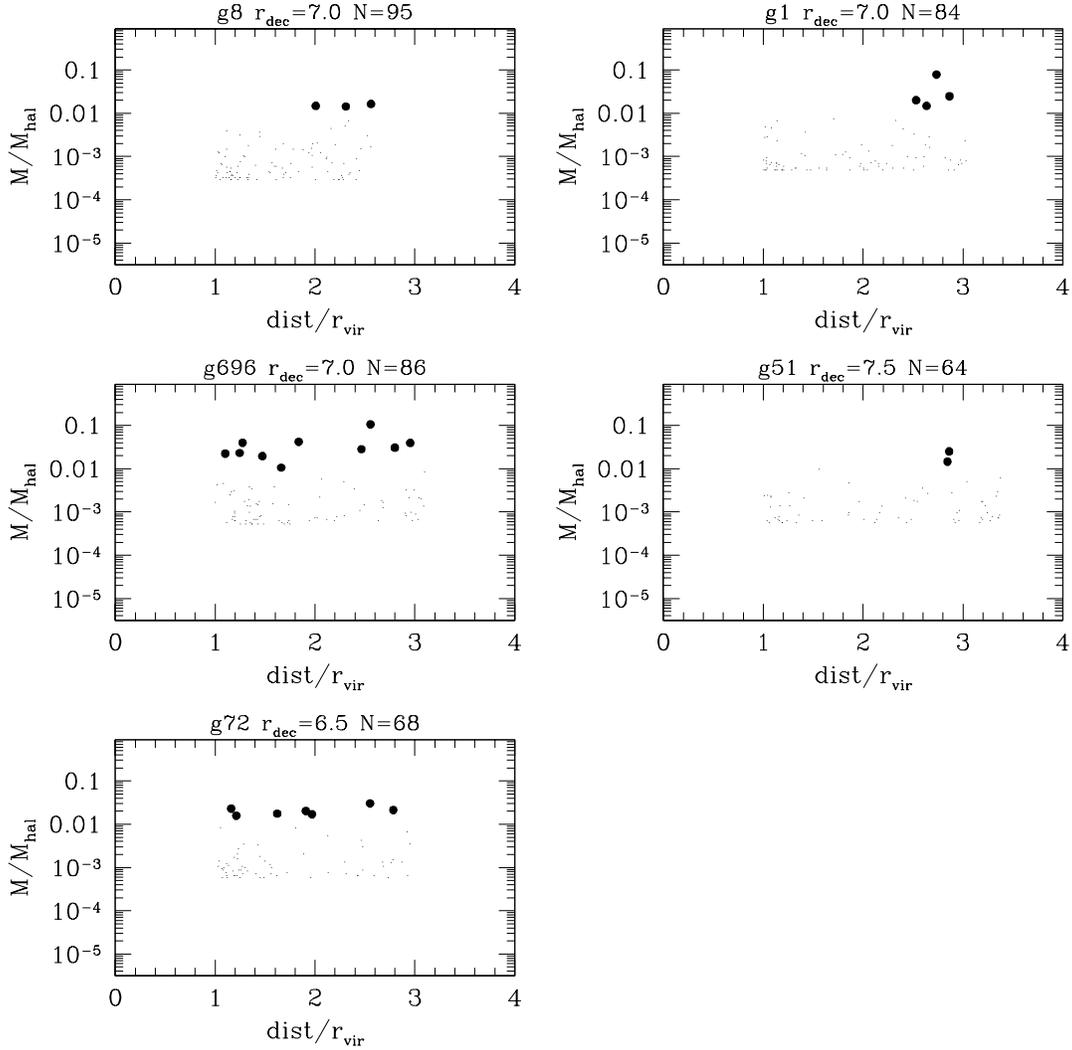


FIG. 2.5 – Étude de l’environnement des 5 halos de type Coma dans la simulation parente. Les graphes montrent le rapport  $M/M_{\text{hal}}$  entre la masse des objets voisins et celle des halos étudiés, en fonction de leur distance réciproque en unités de  $r_{\text{vir}}$ . Les noms des halos, ainsi que la distance maximale des voisins en Mpc/h ( $r_{\text{dec}}$ ) et leur nombre total  $N$  sont marqués dans chaque panneau. Les cercles noirs se réfèrent aux rapports de masse plus grands qu’un centième ( $M \gtrsim 10^{13} M_{\odot}/h$ ), les petits points à ceux inférieurs à 0.01. La limite de résolution de masse, à  $M \simeq 10^{12} M_{\odot}/h$ , est bien visible.

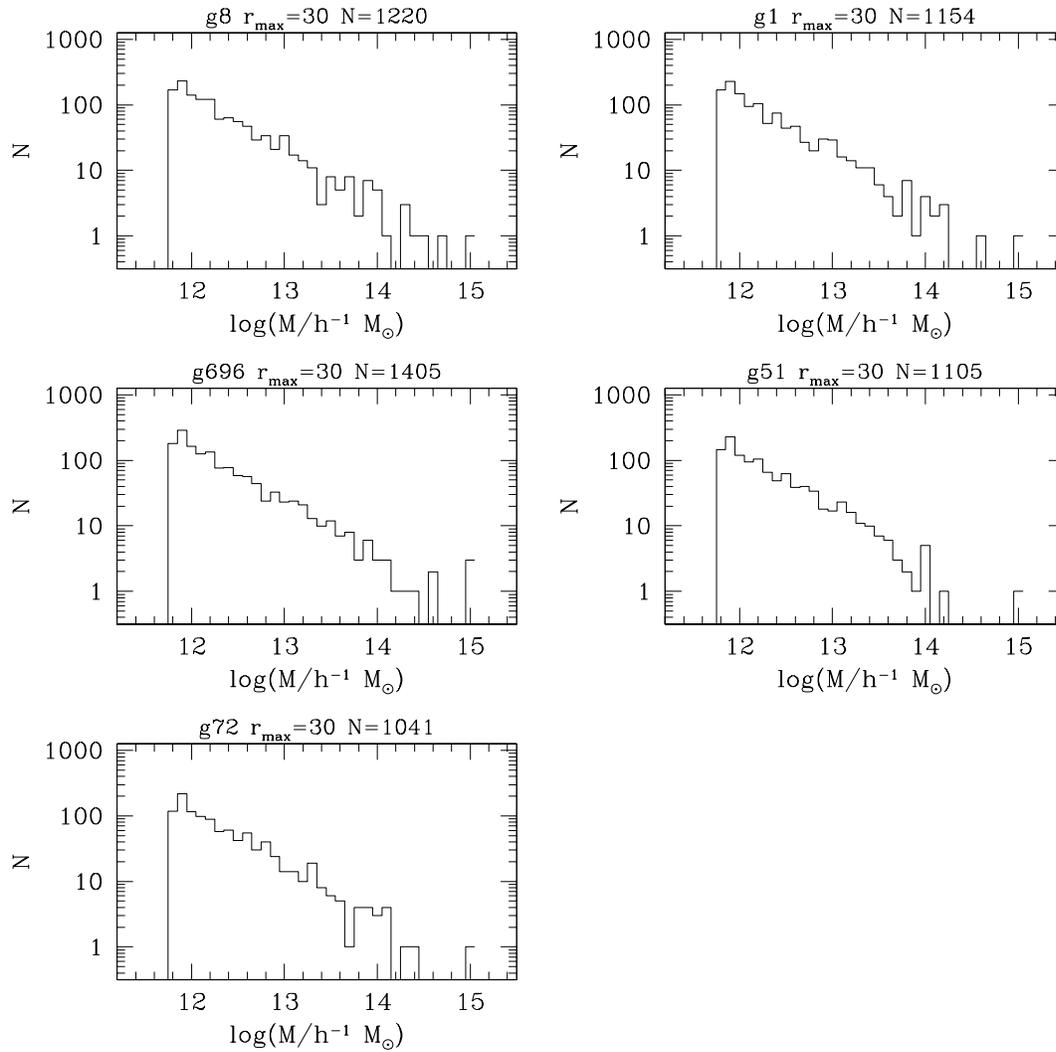


FIG. 2.6 – *Fonction de masse autour des 5 halos Coma dans la simulation parente. Le nombre d'objets dans une sphère de rayon  $r_{\max}$  centrée sur les halos étudiés est montré en fonction de leur masse. La valeur de  $r_{\max}$  (en Mpc/h) et le nombre d'objets  $N$  sont marqués dans chaque graphe. L'intervalle de masse utilisés pour les histogrammes correspond à  $\Delta \log M = 0.1$ , où  $M$  est exprimée en  $M_{\odot}/h$ .*

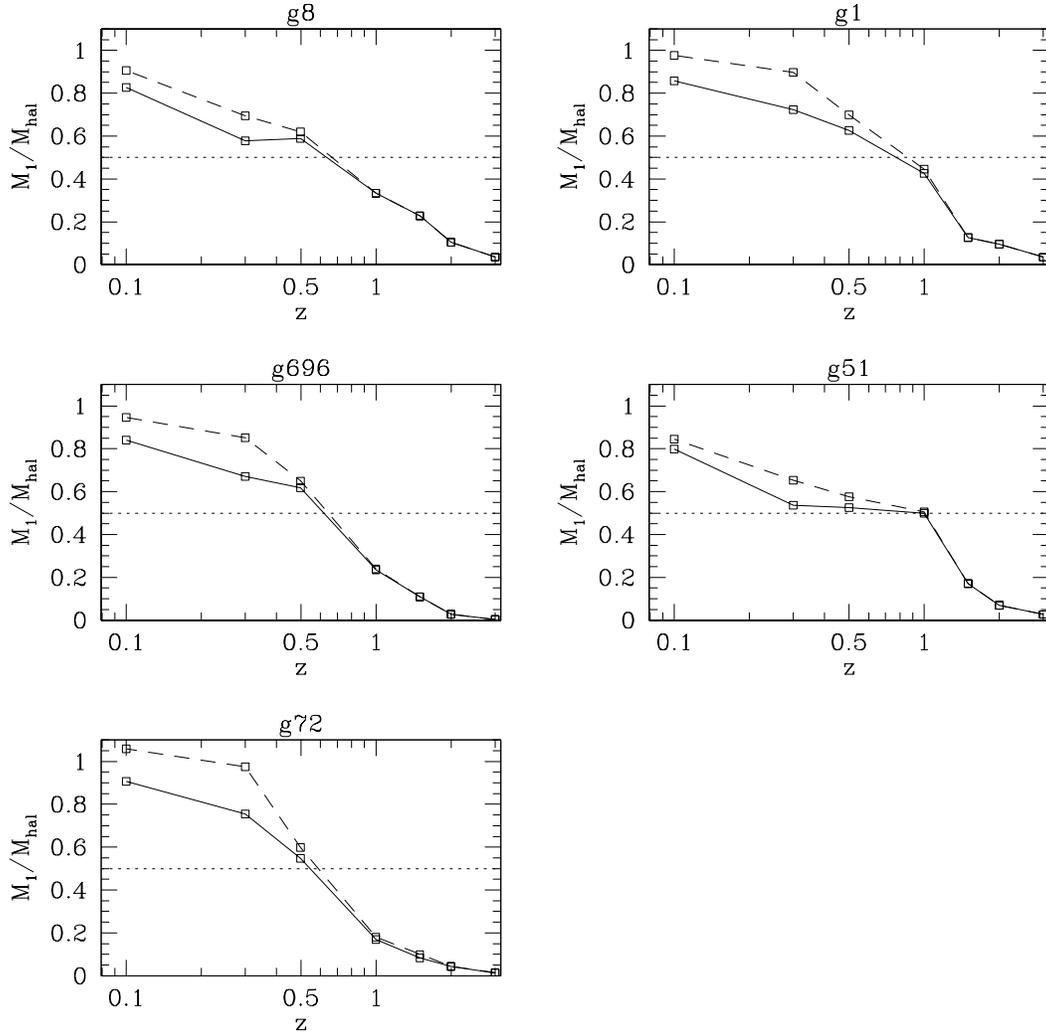


FIG. 2.7 – Histoire de formation des 5 halos Coma dans la simulation parente, en termes de la variation avec le décalage spectral du rapport entre la masse du progéniteur le plus massif à  $z$  et la masse finale du halo à  $z = 0$ . Les courbes en trait plein sont obtenues en considérant seulement la portion de masse ( $M_1$ ) du progéniteur qui se retrouve dans le halo étudié au temps présent. Celles en tirets correspondent à la variation de  $M_1^T/M_{\text{hal}}$  avec  $z$ , où  $M_1^T$  est la masse totale du progéniteur à décalage spectral  $z$ . Les carreaux marquent les valeurs du redshift pour lesquelles les résultats de la simulation parente sont disponibles.

rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  pour le halo g1 après  $z = 1.5$  est aussi assez rapide, tandis que l’histoire d’assemblage de la masse de g8 et g51 est plus graduelle.

La valeur de  $M_1$  qui a été considérée pour tracer les courbes en trait plein dans la figure 2.7 (et qui est marquée dans la table 2.2) correspond à la portion de masse du progéniteur le plus massif qui se retrouve dans le halo étudié au temps présent. Autrement dit, la masse totale  $M_1^T$  de ce progéniteur à décalage spectral  $z$  est en général plus grande que  $M_1$ , mais seulement une fraction  $M_1$  contribue vraiment à la masse finale du halo sélectionné. La portion « manquante » a été perdue suite à des épisodes de fragmentation, ou, plus probablement, elle correspond à des particules qui en réalité appartiennent à l’objet final, mais qui se déplacent sur des orbites très allongées. Par conséquent, l’algorithme de détection des halos (section 2.3.4) ne les a pas reconnues comme faisant partie de l’objet étudié, car au pas de temps de l’analyse elles se trouvent très loin de son centre. On s’attend à que l’importance de ce phénomène soit négligeable à grand décalage spectral, quand les halos qui se forment sont plus denses et compacts, mais qu’elle augmente de plus en plus vers des époques récentes. En effet, c’est exactement ce type de comportement que nous retrouvons dans nos données : les courbes en tirets sur la figure 2.7 correspondent à la variation de  $M_1^T/M_{\text{hal}}$  avec  $z$  et la comparaison avec les courbes en trait plein montre que presque aucune différence n’est présente à grand décalage spectral ( $z > 1$ ), tandis que le rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  est systématiquement plus petit que  $M_1^T/M_{\text{hal}}$  à partir de  $z = 0.5$ .

### 2.3.2.2 L’échantillon moins massif (halos de type « Virgo »)

Comme il est marqué dans la table 2.2, les halos du deuxième échantillon ( $M \simeq 10^{14} M_{\odot}/h$ ) sont composés d’à peine 1500 particules et ils ont tous un rayon du viriel de l’ordre de  $1 \text{ Mpc}/h$ . Leurs progéniteurs les plus massifs à  $z = 0.5$  ont une masse comprise entre 6 et  $9 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$ .

Les images des régions cubiques centrées sur les halos à  $z = 0$ , de taille 15 et 2 Mpc, sont montrées respectivement dans les figures 2.8 et 2.9. Comme pour l’autre échantillon, les halos sont montrés par ordre décroissant de leur masse. Vu la basse résolution de la simulation parente, ces images, surtout à l’échelle du rayon du viriel, ne sont pas bien définies, mais il est quand même possible de reconnaître quelques différences entre les objets. Tandis qu’une apparence plus allongée caractérise g6212 et g1542, les halos g676, g914 et g3344 ont tous une forme plutôt sphérique, avec une concentration centrale des particules qui diminue systématiquement du premier au troisième. Un environnement de type filamentaire semble entourer g676 et g3344, tandis qu’il apparaît moins marqué dans les cas de g6212 et g1542 et absent pour g914.

Le rapport entre la masse des halos voisins et celle des halos sélectionnés, en fonction de leur distance réciproque, est montré dans la figure 2.10. La valeur de  $r_{\text{dec}} = 5 \text{ Mpc}/h$  marquée dans chaque panneau correspond à la distance maximale considérée pour les objets voisins. Comme dans la figure 2.5, les cercles noirs se

réfèrent aux rapports de masse plus grands que 0.01, qui correspondent dans ce cas aux halos plus massifs que  $10^{12} M_{\odot}/h$ .

Les voisins de masse inférieure sont très peu nombreux dans ce cas, à cause de la faible résolution de la simulation parente. Les rapports de masse correspondants sont indiqués par des croix. Les environnements les plus riches sont ceux de g3344 et de g676, où des voisins avec un rapport  $M/M_{\text{hal}} > 0.01$  se trouvent déjà juste au-delà du rayon du viriel. Dans le premier cas, un objet de presque  $10^{13} M_{\odot}/h$  est à environ  $2.5 r_{\text{vir}}$  du halo central, tandis que pour g676 d'autres voisins massifs, jusqu'à une masse de  $2 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$ , sont présents à partir de  $\sim 4 r_{\text{vir}}$ . Moins nombreux sont les voisins de g914, mais un plutôt massif, d'environ  $2 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$  (20% de la masse de g914), se trouve à une distance de  $\sim 2.5 r_{\text{vir}}$ . Un rapport  $M/M_{\text{hal}}$  à peu près constant, de l'ordre de 0.02 – 0.04, caractérise l'environnement de g1542 entre 1.5 et  $5 r_{\text{vir}}$ . Le halo le plus isolé est g6212, tant en termes du nombre d'objets qui l'entourent, que de leur masse : son voisin le plus massif est de moins de  $10^{13} M_{\odot}/h$  et se trouve à plus de  $\sim 4 r_{\text{vir}}$ .

À l'échelle de 15 Mpc/h l'environnement de g3344, g1542 et g914 ne comprend que des objets moins massifs que les halos étudiés, tandis que g6212 et g676 ont des voisins de masse plus grande que  $10^{14} M_{\odot}/h$ . Cela est visible sur la figure 2.11, où la fonction de masse des halos dans une région sphérique de 15 Mpc/h de rayon autour des objets sélectionnés est montrée.

Pour ce sous-ensemble aussi, l'histoire de formation des halos est analysée en termes du rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  entre la masse du progéniteur le plus massif et la masse actuelle des objets, en fonction du décalage spectral. Les résultats pour  $M_1$  égal à la portion du progéniteur qui contribue vraiment aux halos étudiés au temps présent sont montrés par le courbes en trait plein dans la figure 2.12. Ils révèlent que g914 s'est formé en premier, la moitié de sa masse étant déjà en place dans un seul progéniteur à  $z = 1.5$ . Le halo g6212 s'est formé entre  $z = 1.5$  et  $z = 1$  et les autres plus récemment, entre  $z = 1$  et  $z = 0.5$ . À décalage spectral  $z = 0.1$ , les 90% de la masse finale sont contenus dans un seul progéniteur, à part pour g1542 qui a dû accréter les 20% manquants entre  $z = 0.1$  et le temps présent. La comparaison avec la figure 2.7 révèle que les halos de  $10^{14} M_{\odot}/h$  se forment en moyenne plus tôt que ceux de  $10^{15} M_{\odot}/h$ , comme il est attendu dans le cadre du modèle hiérarchique. En fait, la masse caractéristique<sup>6</sup> des halo à  $z = 0$  est  $\sim 10^{14} M_{\odot}$  et augmente avec le temps. Les objets de masse  $10^{15} M_{\odot}$  sont alors rares à  $z = 0$  et très rares à plus grand  $z$ . Ils se forment donc plus récemment. Comme dans la figure 2.12, les courbes en tirets correspondent aux rapports  $M_1^T/M_{\text{hal}}$  et révèlent des différences importantes par rapport à celles en trait plein surtout à petit décalage spectral. Les mêmes commentaires de cas des halos Coma s'appliquent à cet échantillon aussi.

---

6. Dans la théorie linéaire de la croissance des perturbations (section 1.1) la masse caractéristique  $M_*$  est définie comme celle telle que la variance de masse à  $M_*$  est égale au seuil critique pour l'effondrement  $\delta_c$ .

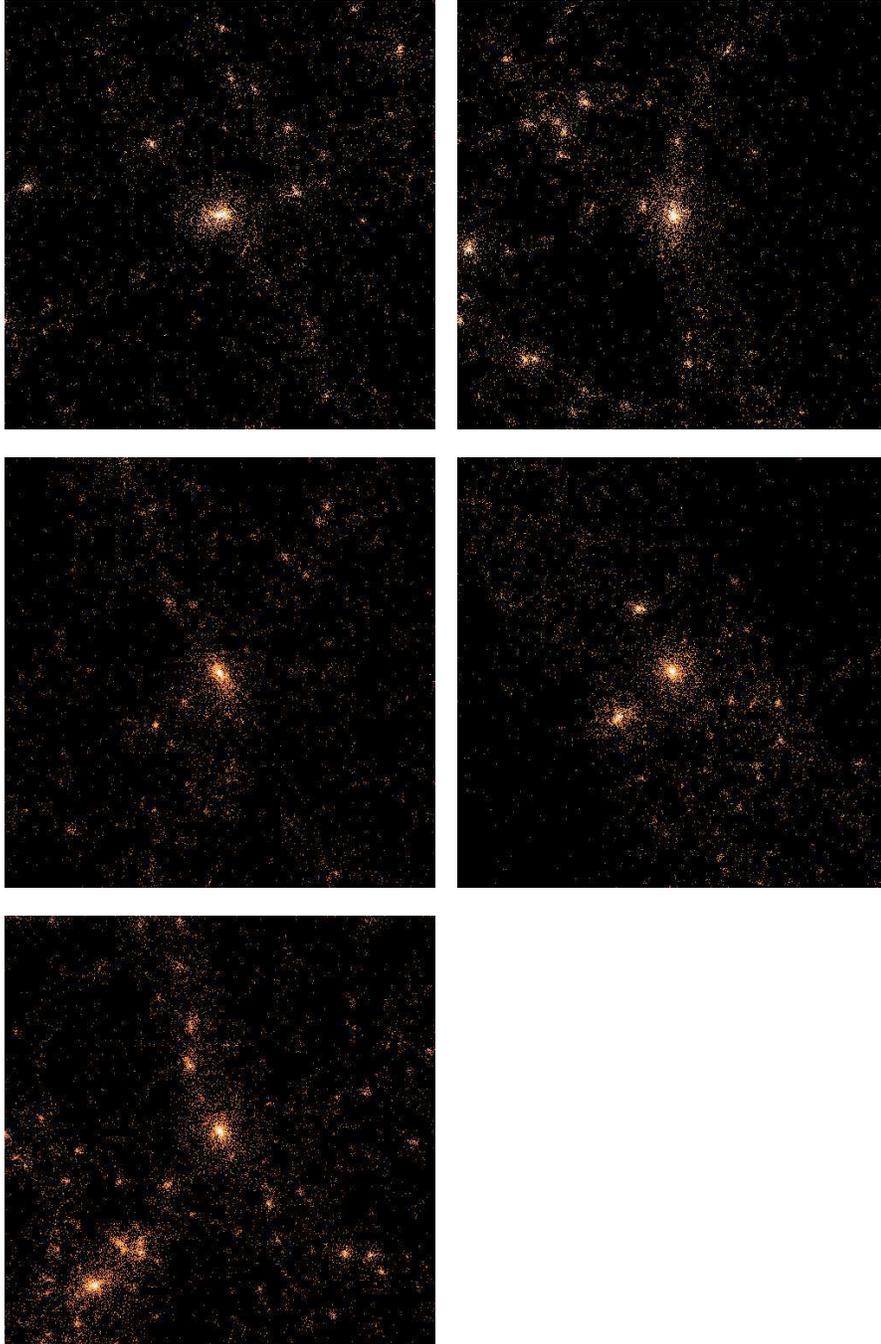


FIG. 2.8 – Images à l'échelle de 15 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans la simulation parente. Les 5 panneaux montrent la projection le long d'une direction spatiale d'une région cubique de 15 Mpc de côté centrée sur chaque halo sélectionné. La masse des halos diminue du gauche à droite, puis de haut au bas ; les halos sont donc ordonnés dans l'ordre suivant : g6212, g3344, g1542, g914, g676.

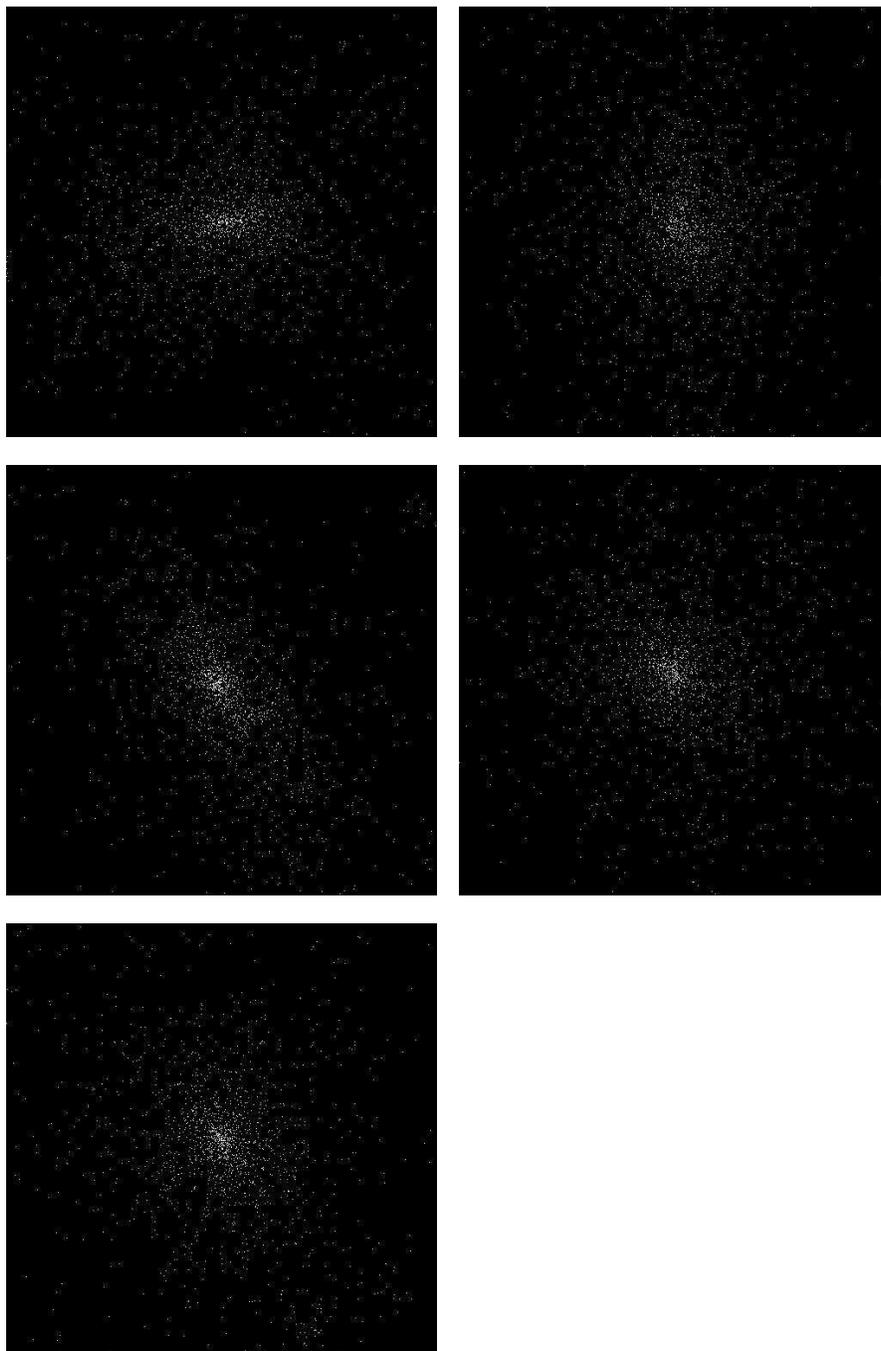


FIG. 2.9 – Zoom sur les régions centrales de  $2 \text{ Mpc}/h$  de côté pour les 5 halos de type Virgo dans la simulation parente. L'ordre est le même que dans la figure 2.8.

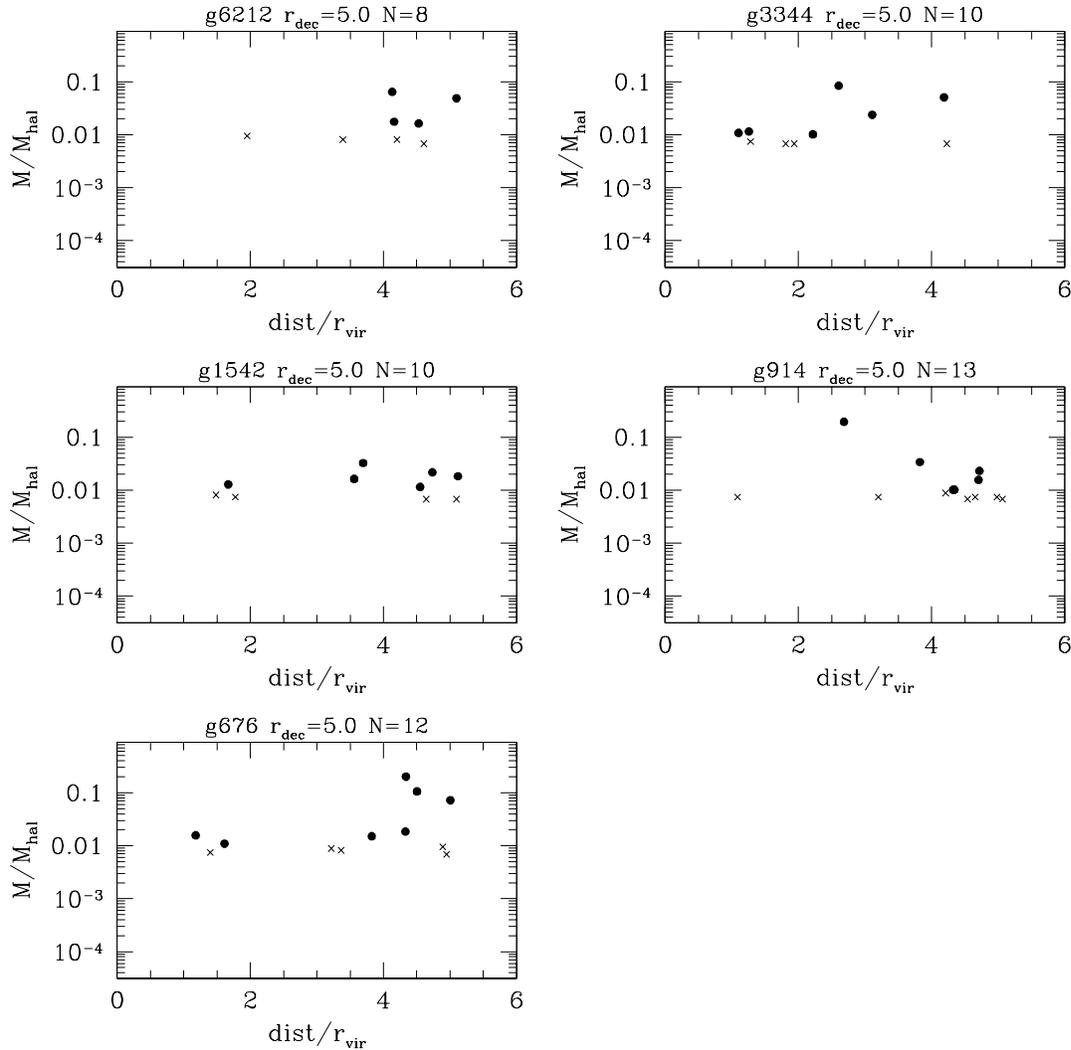


FIG. 2.10 – Étude de l'environnement des 5 halos de type Virgo dans la simulation parente. Les graphes montrent le rapport  $M/M_{\text{hal}}$  entre la masse des objets voisins et celle des halos étudiés, en fonction de leur distance réciproque en unités de  $r_{\text{vir}}$ . Les noms des halos, ainsi que la distance maximale des voisins en  $\text{Mpc}/h$  ( $r_{\text{dec}}$ ) et leur nombre total  $N$  sont marqués dans chaque panneau. Les cercles noirs se réfèrent aux rapports de masse plus grands qu'un centième ( $M \gtrsim 10^{12} M_{\odot}/h$ ), les croix à ceux plus petits que 0.01.

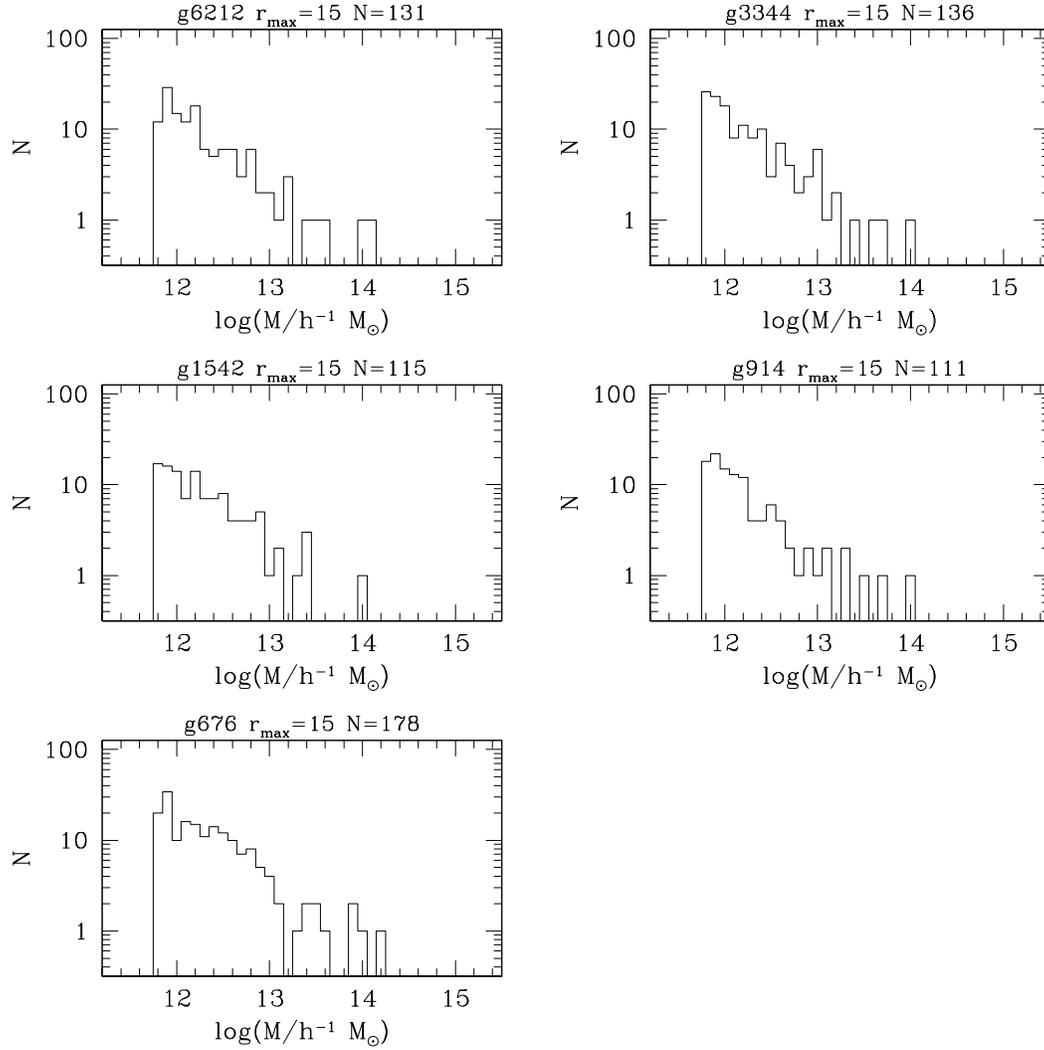


FIG. 2.11 – *Fonction de masse autour des 5 halos Virgo dans la simulation parente. Le nombre d'objets dans une sphère de rayon  $r_{\max}$  centrée sur les halos étudiés est montré en fonction de leur masse. La valeur de  $r_{\max}$  (en Mpc/h) et le nombre d'objets  $N$  sont marqués dans chaque graphe. L'intervalle de masse utilisés pour les histogrammes est le même que dans la figure 2.6.*

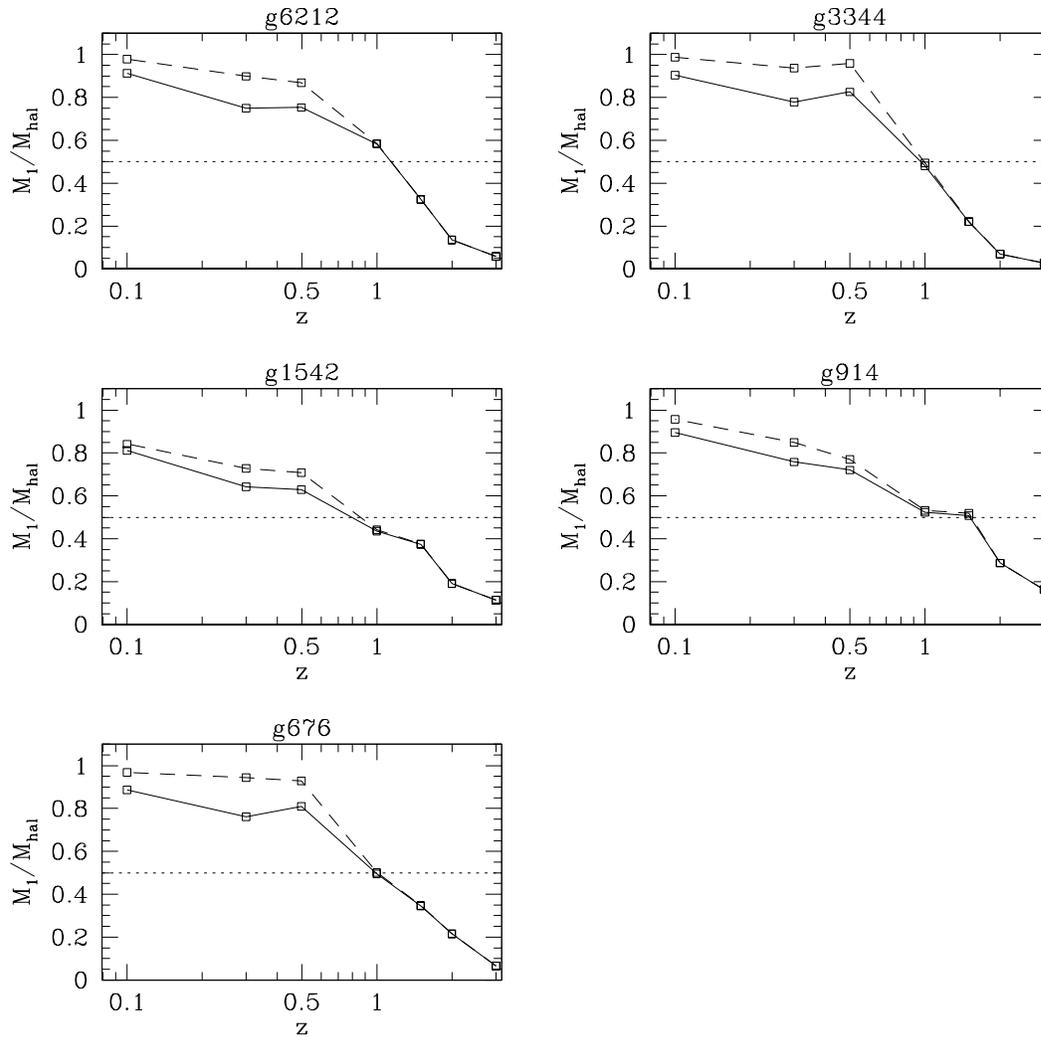


FIG. 2.12 – Histoire de formation des 5 halos Virgo dans la simulation parente, en termes de la variation avec le décalage spectral du rapport entre la masse du progéniteur le plus massif à  $z$  et la masse finale du halo à  $z = 0$ . Les courbes en trait plein sont obtenues en considérant seulement la portion de masse du progéniteur qui se retrouve dans le halo étudié au temps présent. Celles en tirets correspondent à la variation de  $M_1^T/M_{\text{hal}}$  avec  $z$ , où  $M_1^T$  est la masse totale du progéniteur à décalage spectral  $z$ . Les carreaux marquent les valeurs du redshift pour lesquelles les résultats de la simulation parente sont disponibles.

### 2.3.3 Les resimulations de l'échantillon

Pour augmenter la résolution en masse et obtenir une description plus détaillée de la formation et de l'évolution des halos sélectionnés, nous avons employé la technique de resimulation décrite en section 2.2. Elle procède à travers deux étapes successives, qui consistent en un *run* à basse résolution (« run LR ») pour contrôler le problème de la contamination par les macroparticules, suivi par le *run* définitif, où la résolution en masse dans la région étudiée est augmentée selon la valeur choisie (« run HR »).

#### 2.3.3.1 L'étape à basse résolution

Pour générer les conditions initiales de l'étape intermédiaire à basse résolution, la région qui contient toutes les particules constituant le halo sélectionné est définie dans la distribution non perturbée initiale de type *glass* (sect. 2.1.2) de la simulation parente. Le nombre de particules qui tombent hors de cette région est ensuite réduit selon la méthode détaillée en section 2.2.1.2. L'ouverture angulaire de la grille sphérique que nous avons utilisée à cette fin est fixée à  $d\theta = 3^\circ$  et conduit à une diminution du nombre des particules externes d'à peu près un facteur 500–600. Environ 200000 et 250000 particules LR ont été obtenues respectivement pour les 5 halos Coma et pour les 5 halos Virgo. La macroparticule la plus massive (et la plus lointaine des halos considérés) est à peu près 2500 fois plus lourde que les particules originelles, sa masse étant de  $1.5 \cdot 10^{14} M_\odot/h$ . Les particules de cette configuration ont été déplacées selon l'approximation de Zel'dovich (sect. 2.1.2). Ainsi leurs positions perturbées et leurs vitesses au même décalage spectral que dans la simulation parente ( $z = 35$ ) sont obtenues.

L'évolution temporelle du système jusqu'au temps présent a été calculée avec GADGET (Springel et al. 2000), le code en arbre pour simulations à N-corps présenté en section 2.2.2. Ce code peut distinguer jusqu'à six différents types de particules, chacun avec une valeur indépendante de la longueur d'adoucissement (sect. 2.1.1), exprimée en coordonnées comobiles au début de la simulation et en unités physiques plus tard (sect. 2.2.2). Pour les resimulations présentées dans ce travail, trois types de particules ont été considérés: les particules à haute résolution (HR), une première couche de particules LR proches de la région HR (LR1), et une deuxième couche de macroparticules plus éloignées (LR2). Les valeurs de la longueur d'adoucissement que nous avons adoptées pour les trois types sont présentées en table 2.3 (colonne 2 et 3), où les unités sont en  $\text{kpc}/h$ . Le code considère un adoucissement de type « *spline* » ( $s$ ) pour le potentiel gravitationnel, mais les valeurs indiquées dans la table se réfèrent au type de Plummer équivalent  $\epsilon$ , de telle sorte que  $s = 2.8\epsilon$  et la force devient exactement newtonienne au delà de  $s$  (sect. 2.1.1).

Pour chaque halo de type Coma, le *run* à basse résolution a tourné en environ 4 heures sur 8 processeurs (pour un total de  $\sim 32$  heures de CPU), au CRAY T3E du centre de calcul RZG à Munich et sur le IBM SP2 du Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur (CINES) à Montpellier. Entre 2.5 et 3 heures ont été nécessaires pour l'autre ensemble de halos, sur 8 processeurs au CINES. Les résultats ont été produits pour dix états du système entre  $z = 20$  et  $z = 0$ , séparés

Type	$\epsilon_{\text{com}}$ [kpc/h]	$\epsilon_{\text{phys}}$ [kpc/h]	$\epsilon_{\text{com}}$ [kpc/h]	$\epsilon_{\text{phys}}$ [kpc/h]
part. HR	90	15	30	5
part. LR1	225	60	150	25
part. LR2	1100	250	750	125

TAB. 2.3 – Valeurs de la longueur d’adoucissement en kpc/h pour les trois groupes de particules considérés dans les resimulations. Le *softening* en coordonnées comobiles ( $\epsilon_{\text{com}}$ ) est utilisé au début de la simulation, celui en coordonnées physiques ( $\epsilon_{\text{phys}}$ ) plus tard dans l’évolution temporelle du système (voir texte). Les deux premières colonnes se réfèrent au run LR, les deux dernières au run à haute résolution.

par des intervalles constants du logarithme du facteur d’expansion de l’univers  $a(t) = 1/(1+z)$ .

Les images au temps présent des halos obtenus dans le *run* LR sont montrées dans la figure 2.13 pour les plus massifs et dans la figure 2.14 pour le groupe Virgo. Correspondantes des figures 2.3 et 2.8, elles présentent la projection le long d’une direction spatiale d’une région cubique, respectivement de 30 et 15 Mpc/h de côté, centrée sur les objets étudiés. Seules les particules à haute résolution sont montrées ici. Les caractéristiques principales de tous les halos et de leur environnement proche (le seul échantillonné par les particules HR) sont reconnaissables dans chaque cas. On peut aussi remarquer quelques différences, généralement négligeables. D’une part, elles proviennent du fait que le champ gravitationnel global n’est pas exactement le même que dans la simulation parente, à cause de la réduction du nombre des particules externes et du *softening* différent utilisé. D’autre part, il faut tenir compte du fait que seules les particules à haute résolution sont montrées ici, ce qui peut altérer quelque peu la perception visuelle.

Pour chaque halo, les valeurs de la masse, du rayon du viriel et des coordonnées du centre de masse sont présentées dans la table 2.4, analogue à la 2.2. La dernière colonne affiche le nombre de macroparticules retrouvées dans le rayon de viriel des halos resimulés, c’est-à-dire le nombre de particules contaminantes (voir section 2.2.3). Il faut souligner que les valeurs de la masse  $M$  en unités de  $M_{\odot}/h$  ont été calculées simplement comme le produit entre le nombre de particules constituant chaque objet ( $n_p$ ) et la masse  $m_p$  des particules originelles. Alors, comme tous les halos sont contaminés et comme les macroparticules contaminantes sont toujours plus massives que  $m_p$ , les valeurs de  $M$  affichées sous-estiment systématiquement la vraie masse des halos.

La comparaison entre les tables 2.4 et 2.2 assure que les effets de marée dûs à la matière environnante sont bien pris en compte, malgré la représentation plus grossière du champ de densité à travers les macroparticules. Les variations entre les valeurs affichées dans les deux tables, en fait, sont de l’ordre quelques pour cent

Nom	$n_p$	$M$ [ $M_\odot/h$ ]	$r_{\text{vir}}$ [Mpc/h]	$x_{\text{CM}}$ [Mpc/h]	$y_{\text{CM}}$ [Mpc/h]	$z_{\text{CM}}$ [Mpc/h]	$n_{\text{cont}}$
LR-g8	34989	$2.35 \cdot 10^{15}$	2.75	380.8	294.5	448.2	4
LR-g1	22452	$1.52 \cdot 10^{15}$	2.37	431.9	352.4	60.3	4
LR-g696	21499	$1.46 \cdot 10^{15}$	2.35	379.7	227.9	396.6	97
LR-g51	17854	$1.34 \cdot 10^{15}$	2.16	71.8	105.9	83.5	25
LR-g72	19892	$1.31 \cdot 10^{15}$	2.26	339.1	69.2	268.4	39
LR-g6212	2267	$1.55 \cdot 10^{14}$	1.10	310.0	98.3	139.6	596
LR-g3344	1503	$1.03 \cdot 10^{14}$	0.97	457.8	211.7	271.8	43
LR-g1542	1452	$9.94 \cdot 10^{13}$	0.96	258.5	137.4	445.1	17
LR-g914	1348	$9.19 \cdot 10^{13}$	0.93	20.0	175.4	379.4	25
LR-g676	1483	$9.93 \cdot 10^{13}$	0.96	123.0	462.3	422.9	5

TAB. 2.4 – *Propriétés des halos sélectionnés dans le run à basse résolution. Les 5 premiers halos sont ceux de type Coma, les 5 derniers sont les objets de type Virgo. Après le nom, les différentes colonnes affichent successivement les valeurs de la masse en unités du nombre de particules et en unités de  $M_\odot/h$ , le rayon du viriel en Mpc/h, les coordonnées du centre de masse en Mpc/h dans l'intervalle  $[0, L_p]$  et le nombre de particules LR contaminantes (voir texte).*

et ne sont pas systématiques : parfois elles montrent une augmentation, parfois une diminution. Pour le groupe des halos Coma, les différences entre les valeurs de la masse dans la simulation parente et dans les resimulations varient entre 3% et 13%. Pour le rayon du viriel, elles ne dépassent jamais 4%. Dans l'autre groupe de halos, les variations entre les valeurs originelles et celles des resimulations sont en générale plus petites, excepté pour g6212, dont la masse est augmentée d'environ 50% et le rayon du viriel de 16%. Dans ce cas, la contamination est maximale : le nombre de particules LR retrouvées à l'intérieur de  $r_{\text{vir}}$  est de l'ordre de 600.

Il n'est malheureusement pas facile de prévoir les phénomènes de contamination à partir de la configuration initiale d'un halo donné. Cependant, le cas de g696, le plus contaminé parmi les objets de type Coma, peut être compris en analysant ses caractéristiques dans la simulation parente. Ses images (figure 2.3 et 2.4) révèlent qu'il a une forme plutôt allongée et qu'il se trouve le long d'un filament très riche. De plus, son environnement est le plus peuplé et son histoire de formation montre une évolution rapide de l'assemblage de sa masse entre  $z = 1$  et  $z = 0.3$  (figure 2.5, 2.7). Par conséquent, il est possible qu'il ne soit pas encore bien relaxé ou que des objets voisins soient en train de tomber dans son puits de potentiel pour fusionner avec lui. La région censée contenir toutes les particules constituant le halo final pourrait donc être mal définie dans les conditions initiales. De plus, le fait d'avoir échantillonné les

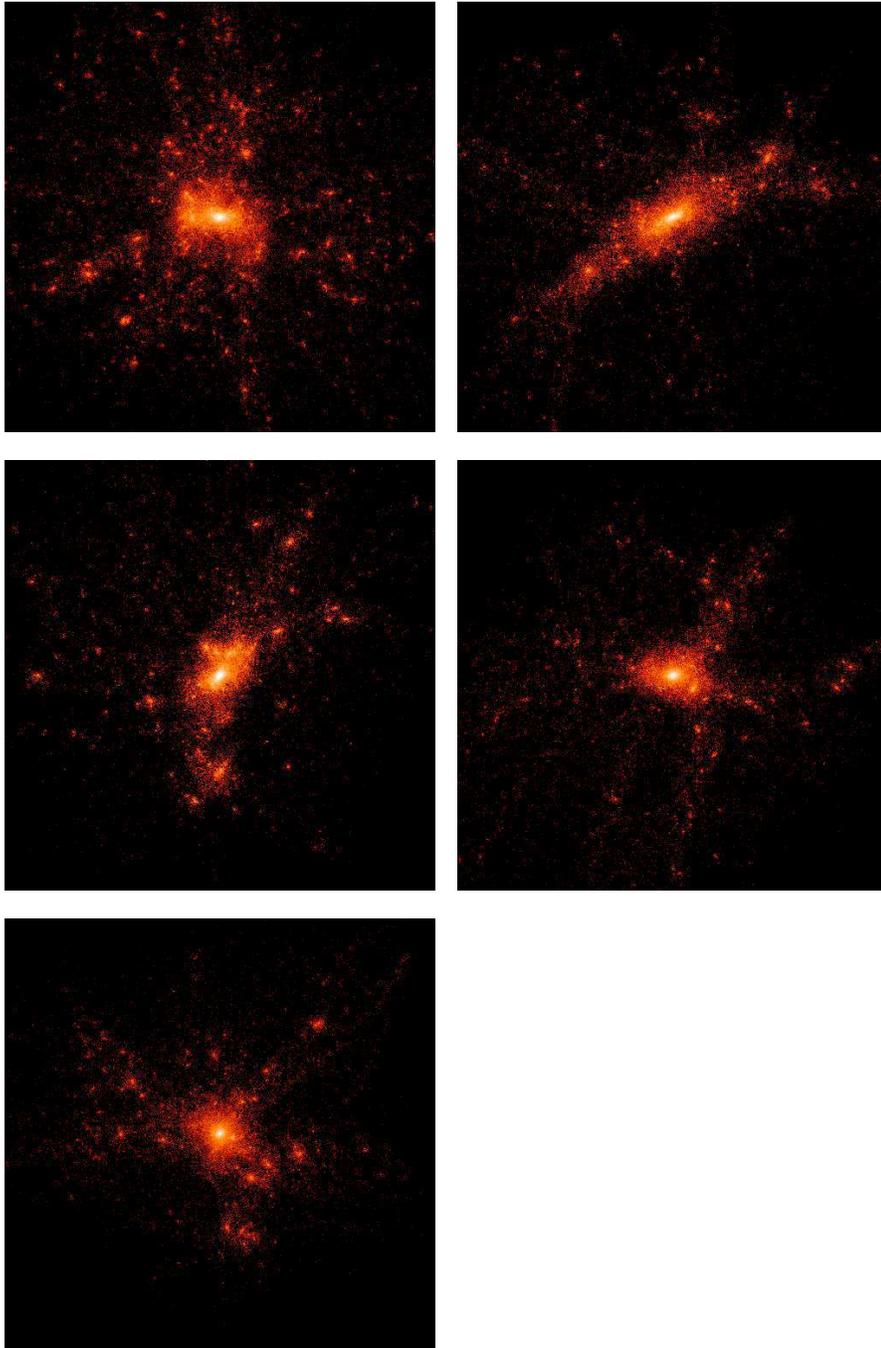


FIG. 2.13 – Images à l'échelle de  $30 \text{ Mpc}/h$  des 5 halos de type Coma dans le run à basse résolution. L'ordre est le même que dans la figure 2.3 : de gauche à droite, puis de haut en bas, g8, g1, g696, g51, g72.

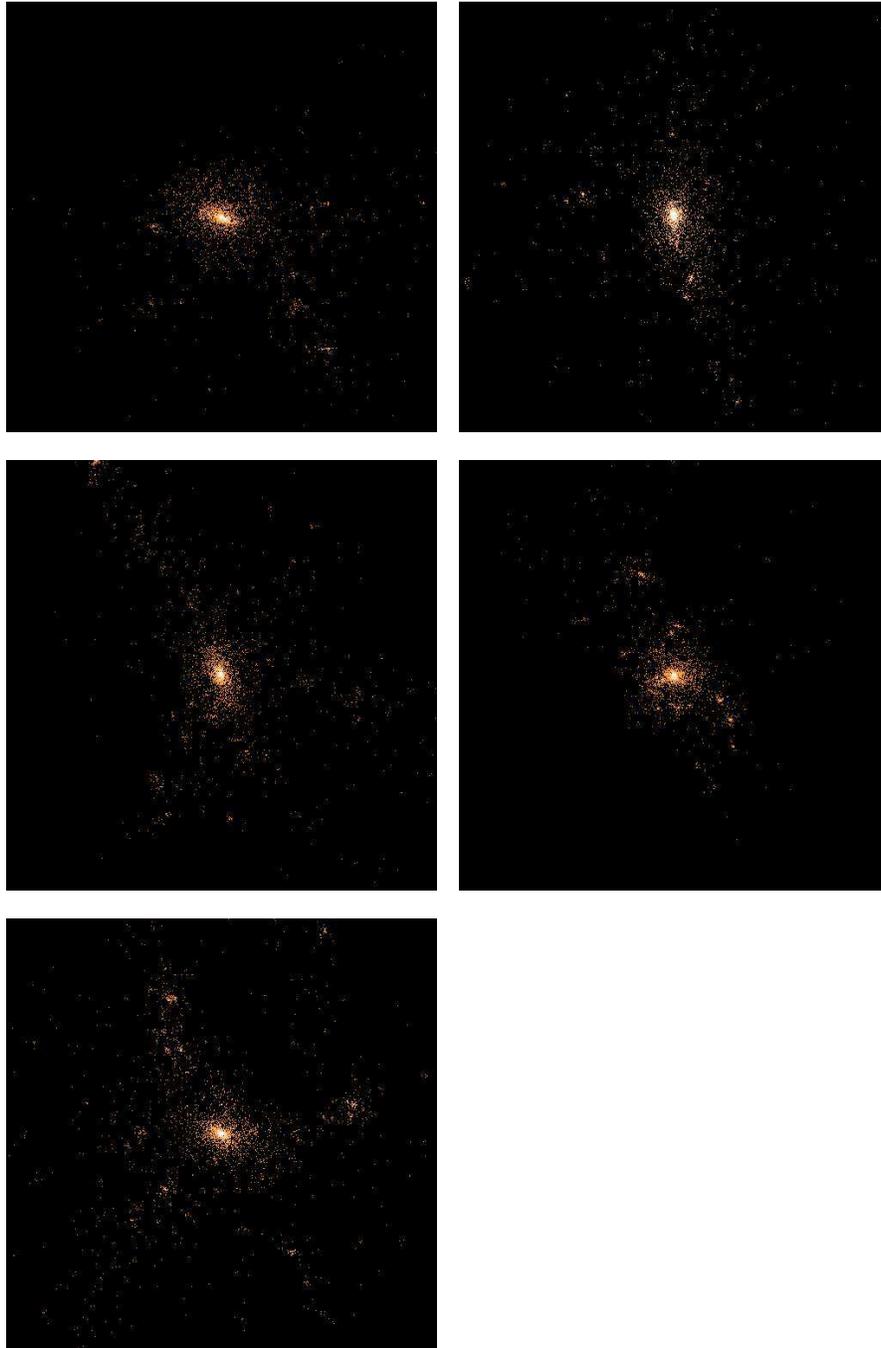


FIG. 2.14 – Images à l'échelle de 15 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans le run à basse résolution. L'ordre est le même que dans la figure 2.8 : de gauche à droite, puis de haut en bas, g6212, g3344, g1542, g914, g676.

nombreuses structures voisines à basse résolution (avec les macroparticules) pourrait avoir des effets importants sur les résultats finaux.

Une analyse similaire des autres halos ne permet cependant pas d'expliquer de manière aussi précise les phénomènes de contamination. Par exemple, le halo Virgo le plus contaminé, g6212, n'est pas plus allongé que g1542 (quoiqu'il semble moins concentré), n'a pas un environnement plus dense que les autres, ni une histoire d'assemblage de sa masse particulièrement rapide ou récente. Probablement une étude du champ de vitesse des structures avoisinantes et des particules constituant les halos pourrait aider à mieux comprendre les différentes causes de la contamination, en révélant plus précisément l'état dynamique des objets et de leur environnement. Cette analyse sera conduite dans un prochain travail, en collaboration avec V. Springel et G. Tormen.

### 2.3.3.2 L'étape à haute résolution

Les résultats du *run* intermédiaire sont le point de départ de l'étape suivante, où la résolution en masse des objets sélectionnés est finalement augmentée selon la valeur choisie.

La première opération consiste à repérer dans les conditions initiales les positions des particules contaminantes détectées dans le *run* LR. Elles sont alors incluses dans la région à haute résolution, qui est ainsi agrandie. En réalité, pour définir la nouvelle région HR nous avons considéré toutes les particules LR contenues dans une sphère d'un certain rayon  $r_{\text{dec}}$  centrée sur le halo. De cette manière, le risque de contamination dans les résultats finaux sera encore plus petit (sect. 2.2.3) et non seulement l'objet étudié, mais aussi toute une région environnante seront resimulés à haute résolution. Comme montré dans la table 2.5 (colonne 5), un rayon de décontamination  $r_{\text{dec}}$  d'à peu près  $3 r_{\text{vir}}$  a été considéré pour l'ensemble des 5 halos les plus massifs, tandis que, pour les autres, une zone beaucoup plus grande autour de chaque objet a dû être considérée pour éviter le problème de la contamination ( $r_{\text{dec}} \simeq 5 r_{\text{vir}}$ ). La raison principale de cette différence réside dans le nombre de particules constituant les objets originaux. Les halos de type Coma contiennent entre 16000 et 35000 particules, tandis que les Virgo sont composés de moins de 1500 particules. Dans le dernier cas donc, la région dans l'espace des conditions initiales associée aux halos considérés est moins bien définie. Cet inconvénient peut être corrigé en rajoutant des particules HR dans une zone assez vaste tout autour.

La résolution en masse que nous avons choisie pour les resimulations des halos sélectionnés est  $m_{\text{HR}} \simeq 2 \cdot 10^9 M_{\odot}/h$ , ce qui correspond à une amélioration d'un facteur  $\sim 33$  par rapport à la simulation parente et donc à la possibilité de résoudre les objets de au moins  $2 \cdot 10^{10} M_{\odot}/h$ . Les plus petites galaxies détectables dans les halos resimulés seront alors d'à peu près  $2 \cdot 10^9 M_{\odot}/h$ , et l'histoire de formation de celles dix fois plus massives pourra être suivie d'une manière satisfaisante. On notera que dans la simulation parente les galaxies de  $\sim 7 \cdot 10^{10} M_{\odot}/h$  pouvaient être à peine détectées (sect. 2.3.1).

Pour les valeurs choisies du rayon de décontamination et de la résolution en masse, le nombre de particules HR nécessaires dans le cas des halos Coma varie entre 1.6 et presque 5 millions, tandis que moins de 300000 sont suffisantes pour les objets Virgo. Les valeurs précises de  $n_{\text{HR}}$  sont affichées dans la deuxième colonne de la table 2.5. Parmi les halos du groupe massif, c'est g696 qui requiert le plus grand nombre de particules HR, principalement en raison des caractéristiques de son environnement (figure 2.5). En effet, dans ce cas, les objets contenus dans le rayon de décontamination sont très nombreux et très massifs et ils doivent être tous décrits par des particules HR. Au contraire, la resimulation de g51, qui est le halo le plus isolé, nécessite de la plus petite valeur de  $n_{\text{HR}}$ . En réalité, le nombre de particules HR dépend non seulement de la quantité de masse comprise dans le rayon de décontamination, mais aussi de sa distribution spatiale dans les conditions initiales. Une estimation de  $n_{\text{HR}}$  peut être obtenue par :

$$n_{\text{HR}} \simeq f \times N_p \times \left( \frac{l_{\text{HR}}}{L_p} \right)^3 \times \alpha, \quad (2.10)$$

où  $N_p$  et  $L_p$  sont respectivement le nombre de particules et la taille de la boîte dans la simulation parente,  $f$  est le facteur dont on veut augmenter la résolution en masse (section 2.2.1),  $l_{\text{HR}}$  est la taille du cube HR et  $\alpha$  est la fraction de cellules de ce cube occupées par les particules dans les conditions initiales (section 2.2.1.1). Comme dans notre cas  $N_p$ ,  $L_p$  et  $f$  sont les mêmes pour tous les halos, c'est le produit  $(l_{\text{HR}})^3 \times \alpha$  qui détermine le nombre de particules à haute résolution nécessaires pour la resimulation. Pour une quantité de masse donnée au temps présent, le volume du cube HR et/ou la fraction de cellules occupées seront d'autant plus grands que les particules originelles sont distribuées d'une manière diffuse dans les conditions initiales. Par conséquent, il est possible que le nombre de particules HR soit plus grand dans le cas d'un objet isolé que pour un halo entouré par un environnement riche. Cette situation correspond par exemple à g6212, qui requiert plus de particules HR que g676, même si la masse contenue dans  $r_{\text{dec}}$  est plus petite dans le premier que dans le second cas. En effet, tant  $l_{\text{HR}}$  que  $\alpha$  sont plus grands pour g6212 que pour g676. En général, pour l'échantillon de halos Virgo c'est la distribution des particules dans les conditions initiales, plutôt que les propriétés de l'environnement, qui peuvent expliquer les différentes valeurs de  $n_{\text{HR}}$ .

Le nombre de particules hors de la nouvelle région HR a été réduit en utilisant une grille sphérique ayant la même ouverture angulaire que dans le *run* à basse résolution ( $d\theta = 3^\circ$ ). Les valeurs correspondantes de  $n_{\text{LR}}$  sont affichées pour chaque halo dans la troisième colonne de la table 2.5. La particule LR la plus massive a à peu près la même masse que dans l'étape intermédiaire, correspondant à  $\sim 80000 m_{\text{HR}}$ .

Les positions et les vitesses de toutes les particules, dont le nombre total est marqué dans la colonne suivante de la table, ont été obtenues à décalage spectral  $z = 60$  au moyen de l'approximation de Zel'dovich. Cette valeur du *redshift* initial est déterminée par la distance inter-particulaire moyenne dans la nouvelle région HR (voir section 2.2.1.1), qui est diminuée par rapport à la simulation parente à la suite de l'augmentation de la résolution en masse.

Nom	$n_{\text{HR}}$	$n_{\text{LR}}$	$n_{\text{tot}}$	$r_{\text{dec}}$ [Mpc/h]	proc.	$t_{\text{CPU}}$ [h/proc]
HR-g8	3700120	191733	3891853	7.0	32	80
HR-g1	2574717	202301	2777018	7.0	32	70
HR-g696	4870197	184314	5054511	7.0	64	60
HR-g51	1677364	213477	1890841	7.5	32	44
HR-g72	3299865	194277	3494142	6.5	32	57
HR-g6212	271228	246780	518008	5.0	16	7.40
HR-g3344	206140	248756	454896	5.0	16	6.30
HR-g1542	207202	248948	456150	5.0	16	6.30
HR-g914	250605	247091	497696	5.0	16	7.30
HR-g676	210958	248817	459775	5.0	16	6.30

TAB. 2.5 – Paramètres du run à haute résolution. Les valeurs affichées dans les différentes colonnes correspondent à :  $n_{\text{HR}}$  = nombre de particules à haute résolution ;  $n_{\text{LR}}$  = nombre de particules à basse résolution ;  $n_{\text{tot}}$  = nombre total de particules ;  $r_{\text{dec}}$  = rayon de décontamination en Mpc/h ; proc = nombre de processeurs utilisés ;  $t_{\text{CPU}}$  = nombre d’heures de CPU par processeur qui ont été nécessaires pour les resimulations.

Comme dans le run LR, trois types de particules ont été considérés (HR, LR1, LR2) et le code en arbre GADGET (Springel et al. 2000) a été utilisé pour l’intégration des équations du mouvement. Les valeurs correspondantes de la longueur d’adoucissement sont marquées dans la 4<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> colonne de la table 2.3. En particulier, le *softening* physique des particules HR a été fixé à 5 kpc/h et correspond à environ 0.2% et 0.5% du rayon du viriel des halos Coma et Virgo respectivement. Cette longueur représente la résolution spatiale des resimulations, à comparer avec celle de 30 kpc/h de la simulation parente.

Pour ce choix des paramètres, les runs HR des halos les plus massifs ont demandé quelques dizaines d’heures sur 32 ou 64 processeurs au CINES, tandis que moins de 8 heures sur 16 processeurs ont été suffisantes pour chaque objet de type Virgo. Les valeurs précises sont montrées dans les deux dernières colonnes de la table 2.5.

Les résultats ont été produits pour 100 pas de temps entre  $z = 20$  et  $z = 0$ , séparés par des intervalles constants en  $\log a(t)$ , où  $a(t)$  est le facteur d’expansion de l’univers.

Aucun des halos sélectionnés n’est contaminé au temps présent, ce qui souligne l’importance et la qualité du run à basse résolution. Dans les cas des 5 halos Coma, la procédure de décontamination a été particulièrement efficace, car aucune particule LR n’est repérée dans la région délimité par  $r_{\text{dec}}$ , ou même plus loin. La macropar-

Nom	$n_p$	$M$	$r_{\text{vir}}$	$x_{\text{CM}}$	$y_{\text{CM}}$	$z_{\text{CM}}$	$M_1$	$r_{\text{min}}^{\text{LR}}$
HR-g8	1123507	$2.34 \cdot 10^{15}$	2.75	380.4	293.4	448.6	$1.25 \cdot 10^{15}$	10.75
HR-g1	675834	$1.40 \cdot 10^{15}$	2.31	431.4	353.0	60.9	$9.30 \cdot 10^{14}$	7.11
HR-g696	546597	$1.14 \cdot 10^{15}$	2.16	369.2	223.1	375.6	$6.79 \cdot 10^{14}$	6.93
HR-g51	520842	$1.08 \cdot 10^{15}$	2.12	70.4	106.1	82.3	$6.00 \cdot 10^{14}$	8.10
HR-g72	568604	$1.18 \cdot 10^{15}$	2.18	339.3	67.4	264.2	$6.19 \cdot 10^{14}$	9.95

TAB. 2.6 – Propriétés des halos Coma dans le run à haute résolution. Les valeurs affichées dans les différentes colonnes sont les mêmes que dans la table 2.2, avec les mêmes unités. Dans la dernière colonne,  $r_{\text{min}}^{\text{LR}}$  est la distance en Mpc/h de la macroparticule la plus proche à chacun des halos étudiés.

ticule la plus proche de l’objet étudié se trouve en fait à une distance  $r_{\text{min}}^{\text{LR}}$  dont la valeur en Mpc/h est indiquée dans la table 2.6.

Les figures 2.15 et 2.16 montrent les images des 5 halos Coma au temps présent, à l’échelle de 30 Mpc/h et de  $2r_{\text{vir}}$  respectivement. Elles correspondent aux figures 2.3 et 2.4 de la simulation parente, mais seulement les particules HR sont représentées ici. La figure 2.15 correspond aussi à la figure 2.13 du run à basse résolution. Toutes les caractéristiques principales des halos considérés sont reconnaissables, mais beaucoup plus de détails sont évidents. À grande échelle les structures se correspondent avec une précision remarquable. Beaucoup de sous-halos sont visibles à l’intérieur du rayon du viriel de chaque halo, en particulier de g696 et g8. Cela confirme que le problème dit de l’*overmerging* (par exemple, White & Rees 1978; Moore et al. 1996, 1998; Ghigna et al. 1998; section 2.2.4) disparaît, ou au moins il diminue, dans des resimulations comme les nôtres, où les résolutions en masse et en force sont suffisamment grandes. Dans l’analyse développée dans ce travail, les sous-structures dans les structures sont en fait négligées, mais elles seront prises en compte dans le projet que nous avons en collaboration avec V. Springel et G. Tormen.

La comparaison de la masse, du rayon de viriel et des coordonnées du centre de masse des 5 halos, mesurés dans les resimulations à haute résolution (table 2.6) par rapport aux valeurs de la simulation parente (table 2.2), montre un très bon accord pour g8, g1 et g72. Dans le cas de g696 et g51 la masse est diminuée d’environ 10% et  $r_{\text{vir}}$  de 4%. Comme dans le run LR, ces variations ne sont pas systématiques.

La figure 2.17 montre la même étude de l’environnement des halos que la figure 2.5, mais plusieurs différences peuvent être reconnues ici, au-delà de l’évidente augmentation du nombre d’objets peu massifs, due à la meilleure résolution atteinte. L’environnement le plus riche reste celui de g696, mais les rapports de masse et les distances relatives entre le halo et ses voisins sont changés. Cela est encore plus vrai dans les autres cas et porte à conclure que la correspondance directe, objet par objet, entre la simulation parente et sa resimulation à haute résolution, n’est pas précise pour l’environnement.

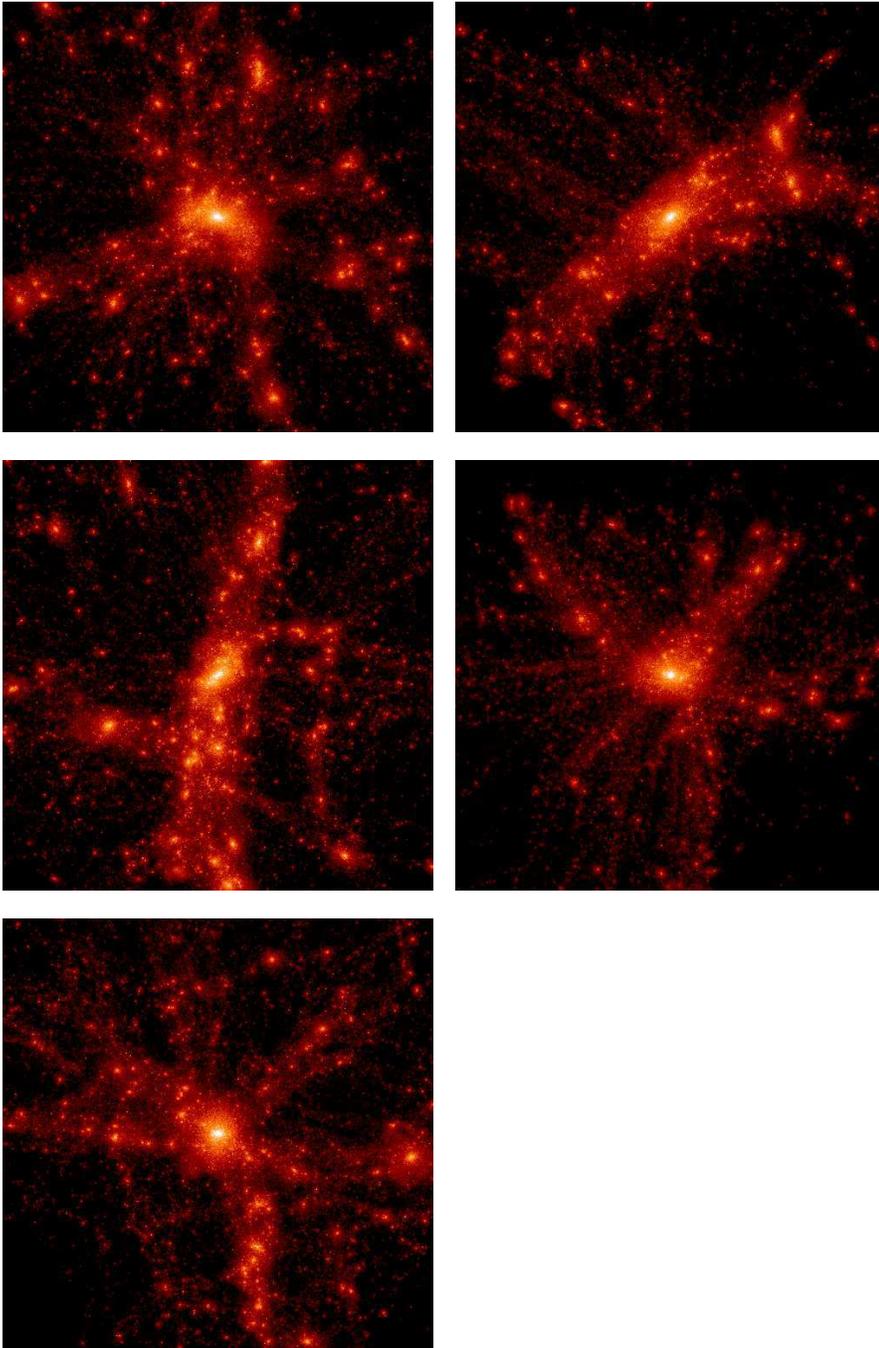


FIG. 2.15 – Images à l'échelle de  $30 \text{ Mpc}/h$  des 5 halos de type Coma dans le run à haute résolution. L'ordre est le même que dans la figure 2.3 : de gauche à droite, puis de haut en bas,  $g8$ ,  $g1$ ,  $g696$ ,  $g51$ ,  $g72$ .

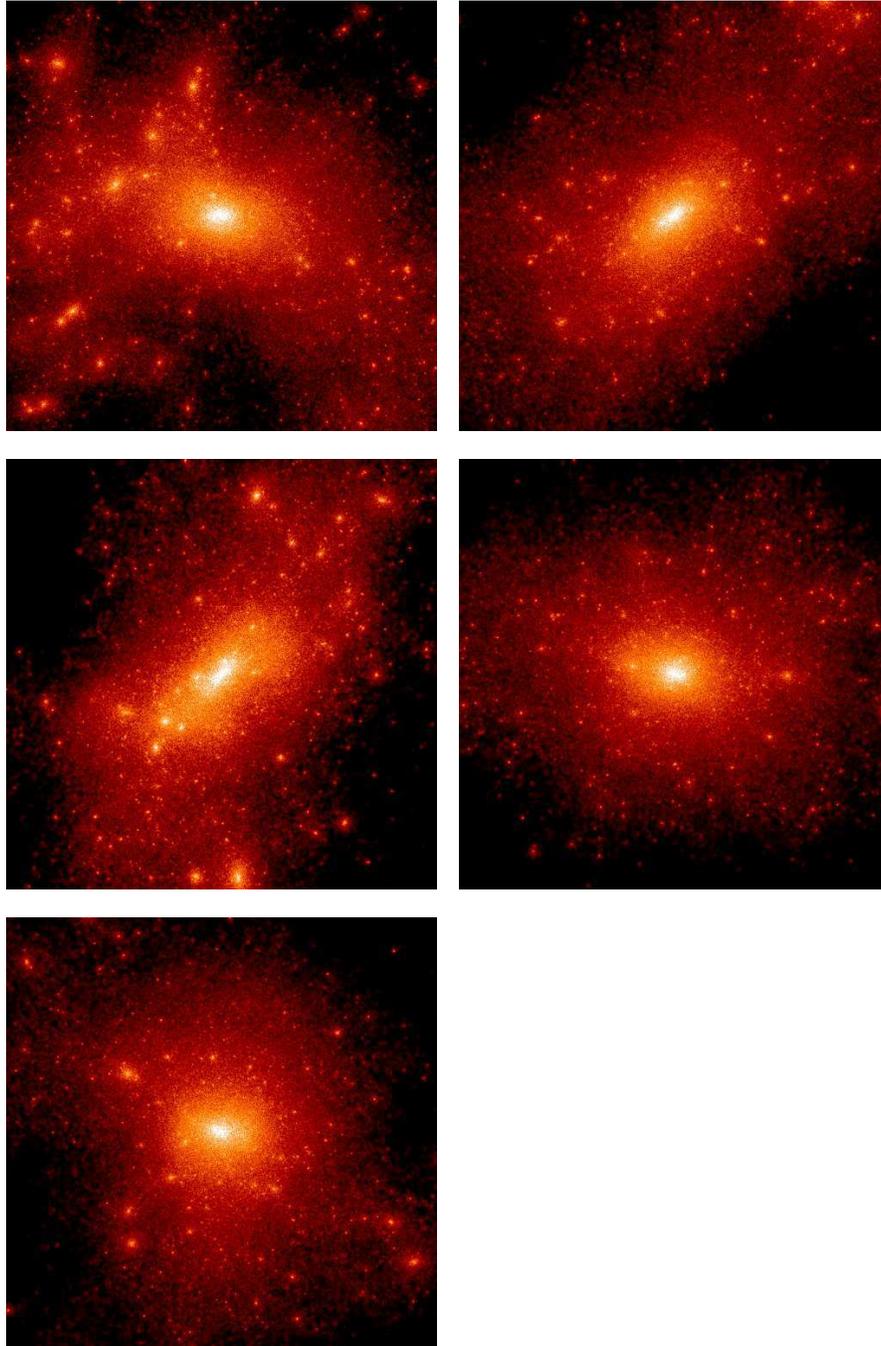


FIG. 2.16 – Zoom sur les régions centrales de  $2 r_{\text{vir}}$  de côté pour les 5 halos de type Coma dans le run à haute résolution. L'ordre est le même que dans la figure 2.15.

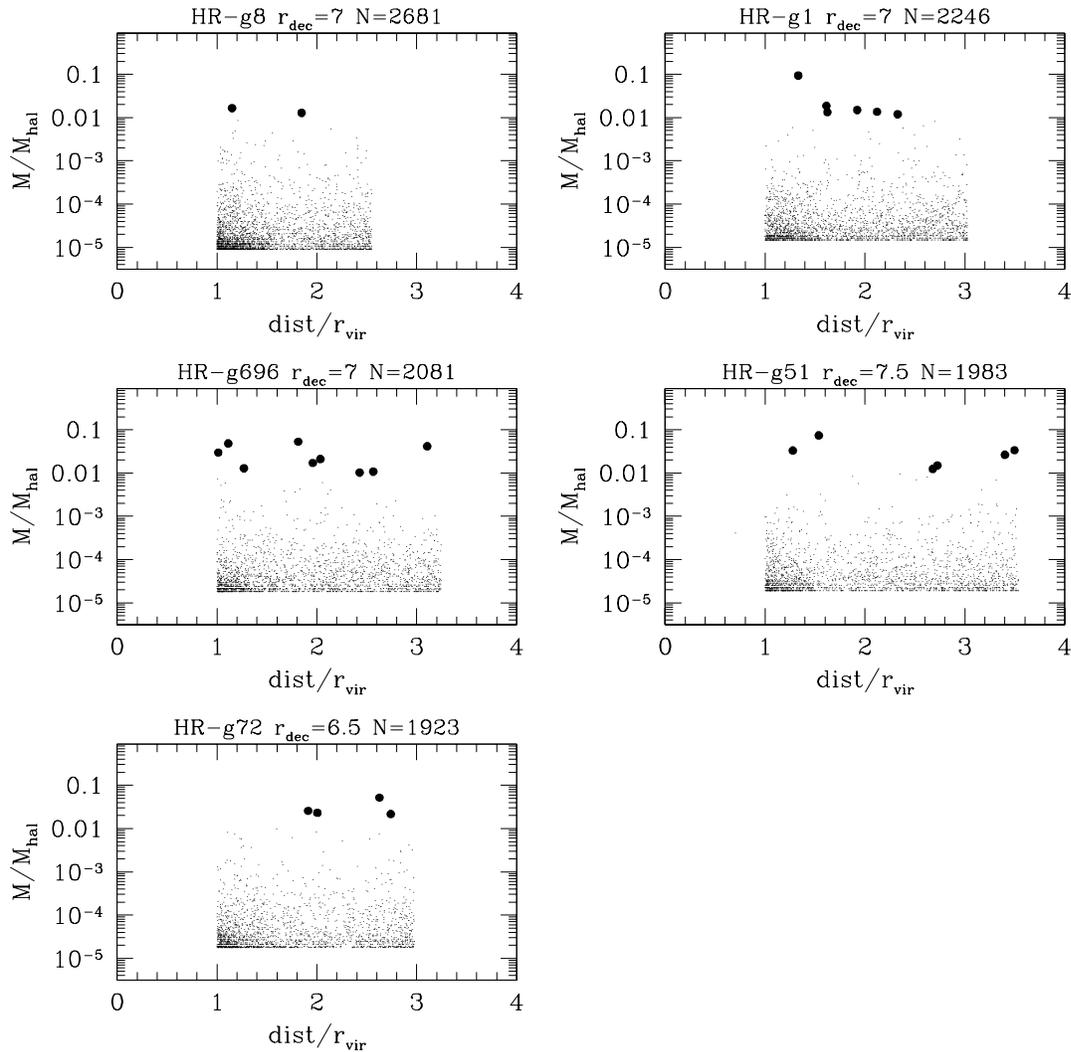


FIG. 2.17 – Étude de l’environnement des 5 halos de type Coma dans le run à haute résolution : rapport  $M/M_{\text{hal}}$  entre la masse des objets voisins et celle des halos considérés, en fonction de leur distance réciproque en unités de  $r_{\text{vir}}$ . La même distance maximale des voisins ( $r_{\text{dec}}$ ) considérée dans la figure 2.5 est adoptée ici. Aussi la signification des symboles est la même : les cercles noirs se réfèrent aux rapports de masse plus grands qu’un centième ( $M \gtrsim 10^{13} M_{\odot}/h$ ), les petits points à ceux inférieurs à 0.01. L’amélioration de la résolution en masse, ainsi que l’absence d’une correspondance directe entre les voisins originaux et resimulés, sont bien évidentes de la comparaison de cette figure avec la 2.5.

Au contraire, la correspondance est bonne d'un point de vue statistique, comme on peut conclure de la comparaison entre la fonction de masse de la simulation parente et de la resimulation, montrées dans la figure 2.18. L'histogramme en trait pointillé est le même que celui de la figure 2.6 pour la simulation originelle, quand seulement les objets à l'intérieur d'une région de rayon  $r_{\text{dec}}$  autour des halos étudiés sont considérés (la valeur de  $r_{\text{dec}}$  en  $\text{Mpc}/h$  est marquée dans la figure). L'histogramme en trait plein est la fonction de masse des halos non contaminés dans la même région mais pour le *run* à haute résolution. Grâce à la meilleure résolution de ce dernier, beaucoup de halos de petite masse qui n'avaient pas pu être détectés dans la simulation parente, apparaissent ici. Dans l'intervalle de masse commun, des différences sur le plan objet par objet sont évidentes, mais elles ne semblent pas significatives d'un point de vue statistique.

L'histoire de formation des halos resimulés correspond remarquablement bien à celle de la simulation parente, comme il peut être déduit de la figure 2.19. Les courbes plus épaisses se réfèrent aux résultats du *run* HR, les fines sont relatives à la simulation parente et sont les mêmes qu'en figure 2.7, reportées ici pour faciliter la comparaison. Les 5 premiers panneaux montrent la variation avec le décalage spectral  $z$  du rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  (traits pleins) et  $M_1^{\text{T}}/M_{\text{hal}}$  (tirets), où  $M_1$  est la portion du progéniteur le plus massif à  $z$  qui contribue à la masse finale du halo  $M_{\text{hal}}$ , tandis que  $M_1^{\text{T}}$  est la masse totale de ce progéniteur. Les différences les plus importantes concernent g51, qui rassemble sa masse un peu plus rapidement dans la simulation HR. En réalité, si  $M_1$  est considéré à la place de  $M_1/M_{\text{hal}}$ , ce désaccord disparaît presque complètement : cela est montré dans le dernier panneau (en bas à droite) de la figure 2.19, où la courbe épaisse (*run* HR) et la fine (simulation parente) sont pratiquement superposées. La différence précédemment reportée est donc une conséquence de la variation de la masse finale du halo ( $M_{\text{hal}}$ ), à laquelle  $M_1$  est normalisé dans le rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$ . C'est donc seulement à des époques très récentes ( $z < 0.1$ ) que l'histoire d'assemblage de la masse de g51 diffère dans le *run* HR et dans la simulation parente. L'évidente l'accrétion d'une quantité inférieure de matière entre  $z = 0.1$  et le temps présent est donc la cause de la diminution de 10% de la masse finale de HR-g51, par rapport à celle de g51 (cfr. tables 2.6 et 2.2). Comme c'était déjà le cas dans la simulation parente (sect. 2.3.2.1), les différences entre les courbes en trait plein (relatives à  $M_1/M_{\text{hal}}$ ) et celles en tirets (relatives à  $M_1^{\text{T}}/M_{\text{hal}}$ ) sont plus importantes à bas décalage spectral, les raisons étant les mêmes de celles discutées à la fin de la section 2.3.2.1.

La masse du progéniteur principal à *redshift* 0.5 a subi des variations inférieures à 5% dans le cas de g8, g51 et g72, et de l'ordre de 10–15% dans les deux autres. Les valeurs correspondantes sont marquées pour chaque halo dans la huitième colonne de la table 2.6.

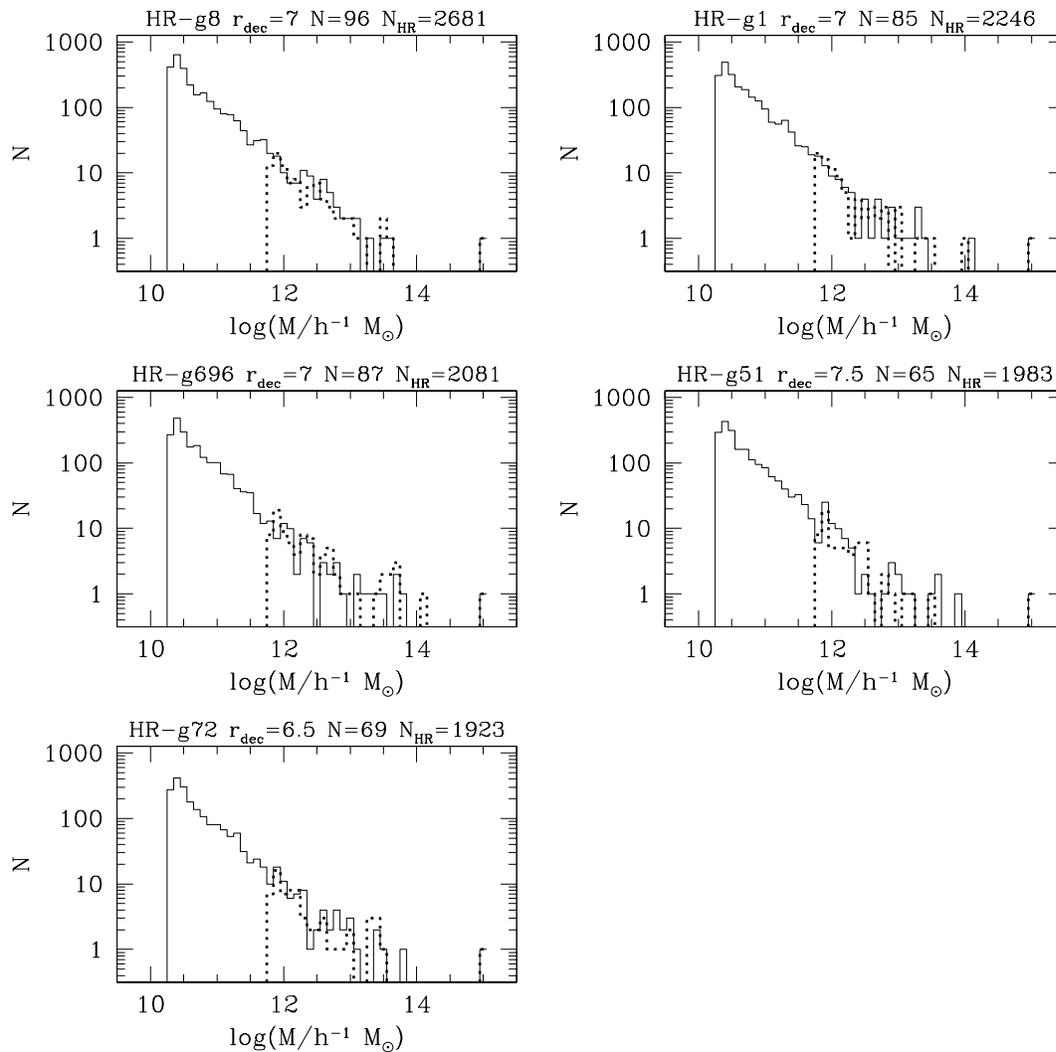


FIG. 2.18 – Fonction de masse autour des 5 halos Coma dans le run à haute résolution (histogramme en trait plein) et dans la simulation parente (histogramme en trait pointillé). La région considérée est une sphère de rayon  $r_{\text{dec}}$  centrée sur les halos étudiés, la valeur de  $r_{\text{dec}}$  en Mpc/h étant marquée dans chaque panneau. Le nombre d'objets repérés dans la simulation parente ( $N$ ) et dans la resimulation ( $N_{\text{HR}}$ ) est aussi marqué.

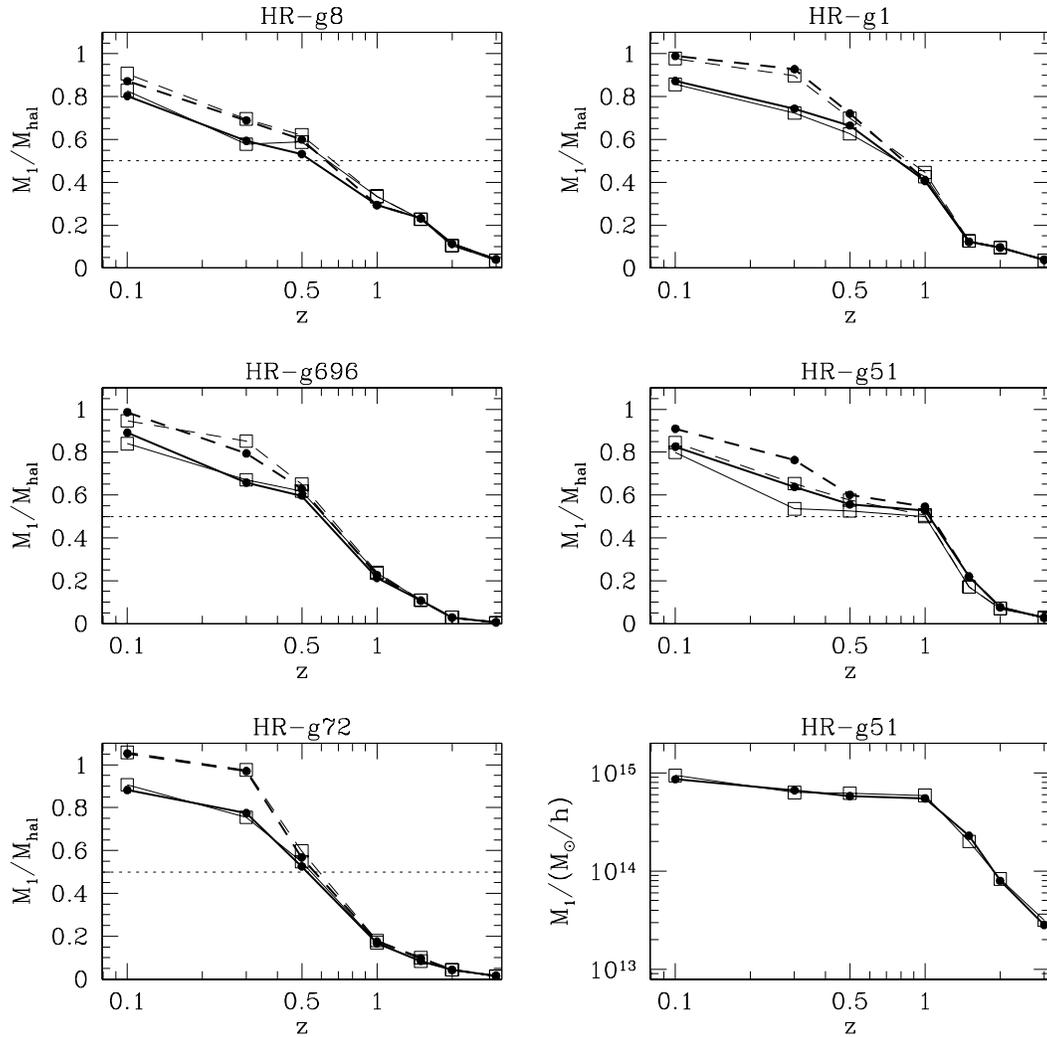


FIG. 2.19 – Histoire de formation des 5 halos Coma dans le run à haute résolution. Les 5 premiers panneaux montrent la variation avec le décalage spectral du rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  (trait plein) et  $M_1^{\text{T}}/M_{\text{hal}}$  (tirets), comme dans la figure 2.7. Les courbes épaisses et les cercles pleins se réfèrent aux résultats du run HR, les fines et les carreaux sont relatifs à la simulation parente et sont les mêmes que sur la figure 2.7. Le dernier panneau (en bas et à droite) montre comment  $M_1$  en unités de  $M_{\odot}/h$  varie avec  $z$ , pour le halo HR-g51 (courbe épaisse) et pour g51 (courbe fine).

Nom	$n_p$	$M$	$r_{\text{vir}}$	$x_{\text{CM}}$	$y_{\text{CM}}$	$z_{\text{CM}}$	$M_1$	$r_{\text{min}}^{\text{LR}}$
HR-g6212	54262	$1.12 \cdot 10^{14}$	1.00	312.0	98.4	142.9	$7.45 \cdot 10^{13}$	1.49
HR-g3344	52489	$1.09 \cdot 10^{14}$	0.99	456.6	209.8	273.1	$8.26 \cdot 10^{13}$	4.04
HR-g1542	39653	$8.22 \cdot 10^{13}$	0.99	257.8	134.0	447.3	$5.92 \cdot 10^{13}$	4.06
HR-g914	70045	$1.45 \cdot 10^{14}$	1.09	21.5	172.5	378.6	$7.92 \cdot 10^{13}$	2.16
HR-g676	50788	$1.05 \cdot 10^{14}$	0.98	123.6	461.6	422.6	$8.46 \cdot 10^{13}$	1.12

TAB. 2.7 – Propriétés des halos Virgo dans le run à haute résolution. Les valeurs affichées dans les différentes colonnes sont les mêmes que dans la table 2.6, avec les mêmes unités.

En ce qui concerne l'ensemble des halos Virgo, dans ce cas aussi aucun des halos sélectionnés n'est contaminé au temps présent. Cependant, la procédure de décontamination a été moins efficace que pour l'échantillon massif, bien que la valeur adoptée pour le rayon de décontamination soit plus grande :  $r_{\text{dec}} \simeq 5 r_{\text{vir}}$ , au lieu de  $r_{\text{dec}} \simeq 3 r_{\text{vir}}$  employé pour les halos de type Coma. Comme montré dans la dernière colonne de la table 2.7, dans le cas de g676, des particules LR se trouvent déjà juste au delà de  $r_{\text{vir}}$  (quoique le centre de masse du halo contaminé le plus proche est à  $2.6 r_{\text{vir}}$ ). Seulement pour g3344 et g1542 la contamination commence à partir de 4 Mpc/h. Aucune corrélation évidente avec les propriétés des objets ou de leur environnement peut être facilement reconnue, le cas le plus surprenant étant celui de g676, pour lequel la contamination était minimale dans le run LR (mais des différences entre les résultats des deux étapes sont attendues, comme discuté en section 2.2.4).

Les images des halos Virgo à l'échelle de 15 et 2 Mpc/h sont montrées dans les figures 2.20 et 2.21 respectivement. Les avantages de l'amélioration de la résolution en masse sont encore plus évidents, car beaucoup de détails qui n'étaient pas visibles dans la simulation parente (figures 2.8 et 2.9) apparaissent ici. En fait la définition est tellement augmentée qu'il est presque impossible de reconnaître les 5 halos de la simulation parente à l'intérieur des régions de la taille du rayon du viriel. À plus grande échelle, certaines structures qui étaient déjà assez marquées dans la figure 2.8 sont aussi retrouvées dans les resimulations, en particulier les filaments qui entourent g676.

La comparaison entre la masse des halos dans la simulation parente (table 2.2) et celle dans le run HR (table 2.7) révèle des différences importantes (quoique non systématiques), plus grandes en moyenne que pour l'échantillon des Coma. Le cas le plus extrême est celui de g914, dont la masse est augmentée de 45%. Le halo g1542 est devenu 18% moins massif. Seuls g676 et g3344 présentent des variations inférieures à 10%. Les valeurs obtenues dans les resimulations sont marquées dans la troisième colonne de la table 2.7, suivies par celles de  $r_{\text{vir}}$ . Le rayon du viriel de g914 est augmenté de 13%, tandis que, dans les autres cas, les différences ne dépassent

jamais 5%. Les coordonnées du centre de masse dans les trois colonnes suivantes confirment la correspondance entre les objets retrouvés dans les resimulations et les originaux, malgré les variations parfois importantes de la masse.

D'autre part, comme pour l'ensemble massif, les caractéristiques de l'environnement sont changées. Cela peut être déduit de la comparaison entre les figures 2.10 et 2.22. Dans cette dernière, les objets contenus dans  $r_{\text{dec}}$  qui sont contaminés par des macroparticules sont indiqués avec un triangle. Dans le cas de g914 le voisin de  $\sim 2 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$  qui était à  $2.5 r_{\text{vir}}$  dans la simulation parente, est ici disparu. À « sa place » on trouve deux halos de  $1.5$  et  $4.5 \cdot 10^{12} M_{\odot}/h$  à l'intérieur de  $3 r_{\text{vir}}$  et un voisin contaminé de plus que  $1.5 \cdot 10^{13} M_{\odot}/h$  à  $3.5 r_{\text{vir}}$ . Si la correspondance entre ces trois objets et le voisin massif de la simulation parente peut être vraiment établie (ce qui n'est pas aussi clair), elle pourrait donner une explication au moins qualitative à l'augmentation remarquable de la masse de g914 : dans la resimulation en fait, aucun objet serait aussi massif et proche du halo pour entraver la chute de matière vers lui, et sa masse peut alors augmenter au delà de sa valeur originelle.

L'analyse de la fonction de masse conduit aux mêmes conclusions que pour les halos Coma. Les graphes correspondants sont montrés dans la figure 2.23.

Au contraire, les différences par rapport à la simulation parente dans l'histoire de formation des halos sont plus marquées pour l'échantillon Virgo, que pour le Coma. Elles sont déjà reconnaissables à grand décalage spectral et concernent tous les halos, que ce soit pour  $M_1/M_{\text{hal}}$ , ou pour  $M_1^T/M_{\text{hal}}$ . Cela peut être déduit de la figure 2.24, où les courbes ont la même signification que celles dans la figure 2.19 pour l'échantillon massif. En réalité, dans ce cas aussi, une partie de ces différences est une conséquence des variations de la masse finale des halos  $M_{\text{hal}}$ , à laquelle le rapport en ordonnée est normalisé. Par exemple, pendant que les courbes  $M_1/M_{\text{hal}}-z$  relatives HR-g914 et à g914 sont très différentes à tous les *redshift*, la variation de  $M_1$  en fonction de  $z$  est presque la même dans les deux cas jusqu'à  $z = 0.3$  (dernier panneau de la figure 2.24). Seulement après ce décalage spectral,  $M_1$  augmente beaucoup plus rapidement dans la resimulation que dans la simulation parente. Cela montre que la différence de masse entre HR-g914 et g914 s'est produite après  $z = 0.3$ , à cause d'une accréation de matière plus importante dans le *run* à haute résolution que dans la simulation parente, dont une explication possible a été proposée ci dessus.

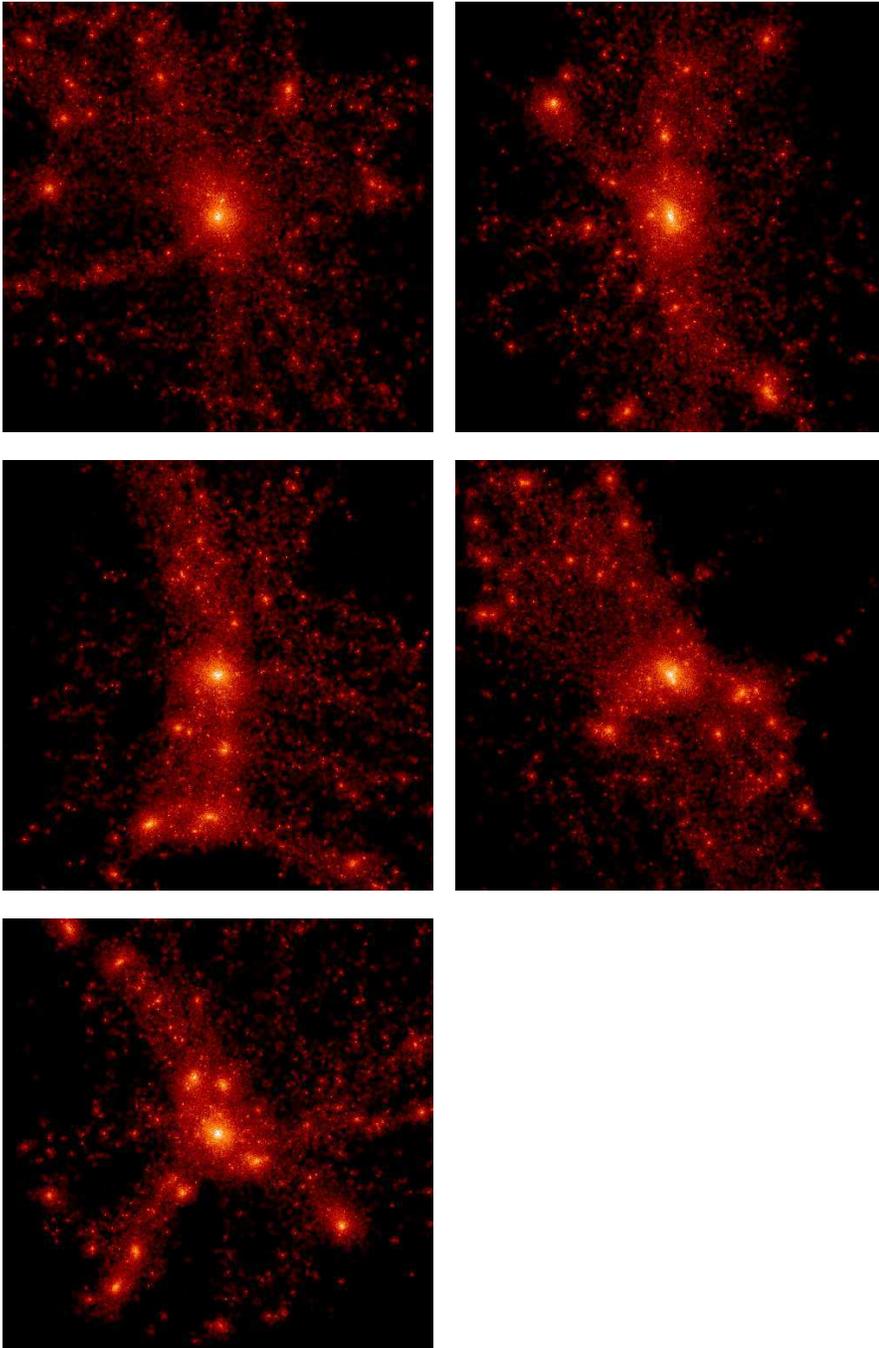


FIG. 2.20 – Images à l'échelle de 15 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans le run à haute résolution. L'ordre est le même que dans la figure 2.8 : de gauche à droite, puis de haut en bas, g6212, g3344, g1542, g914, g676.

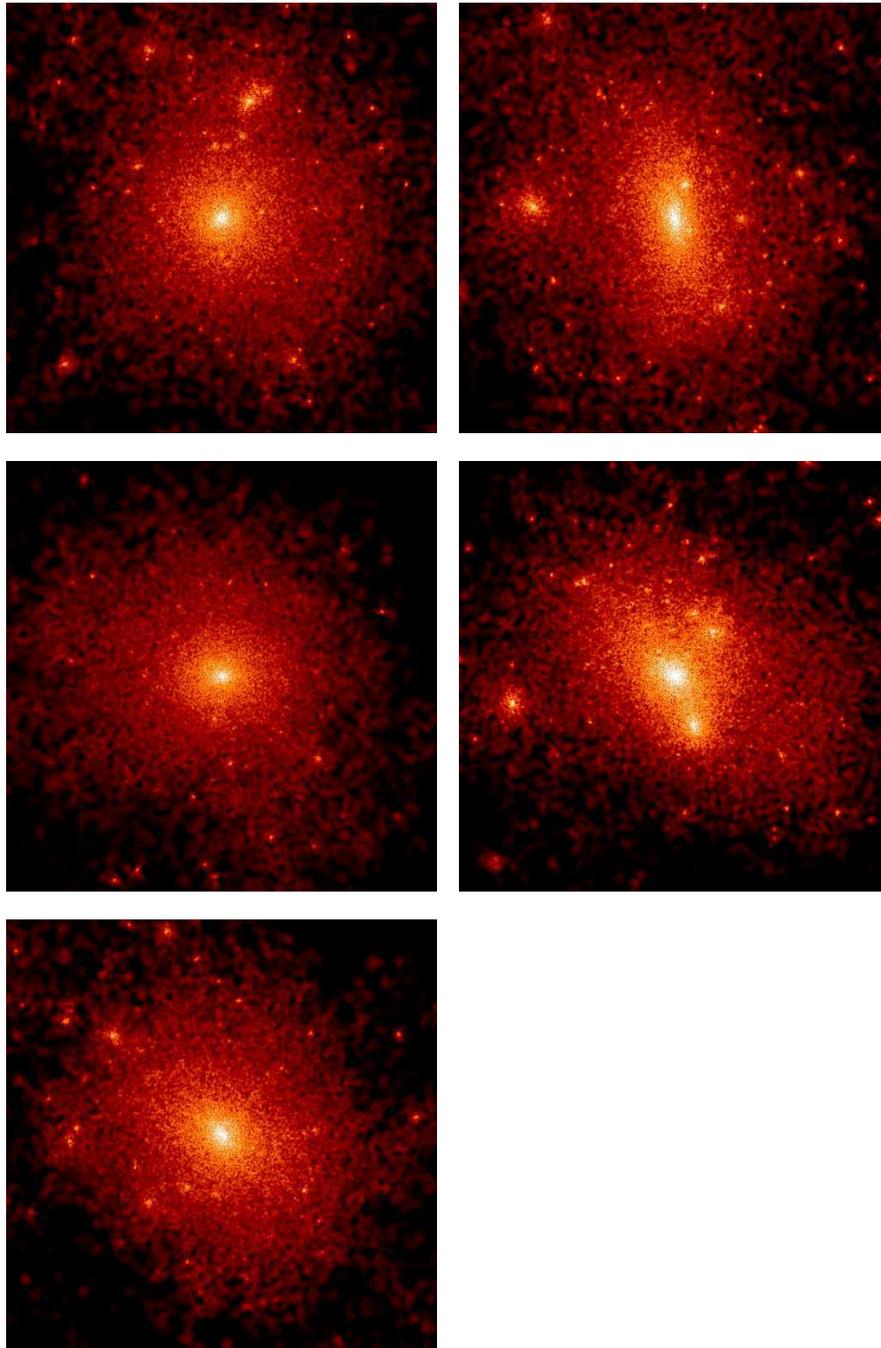


FIG. 2.21 – Zoom sur les régions centrales de  $2 \text{ Mpc}/h$  de côté pour les 5 halos de type Virgo dans le run à haute résolution. L'ordre est le même que dans figure 2.20.

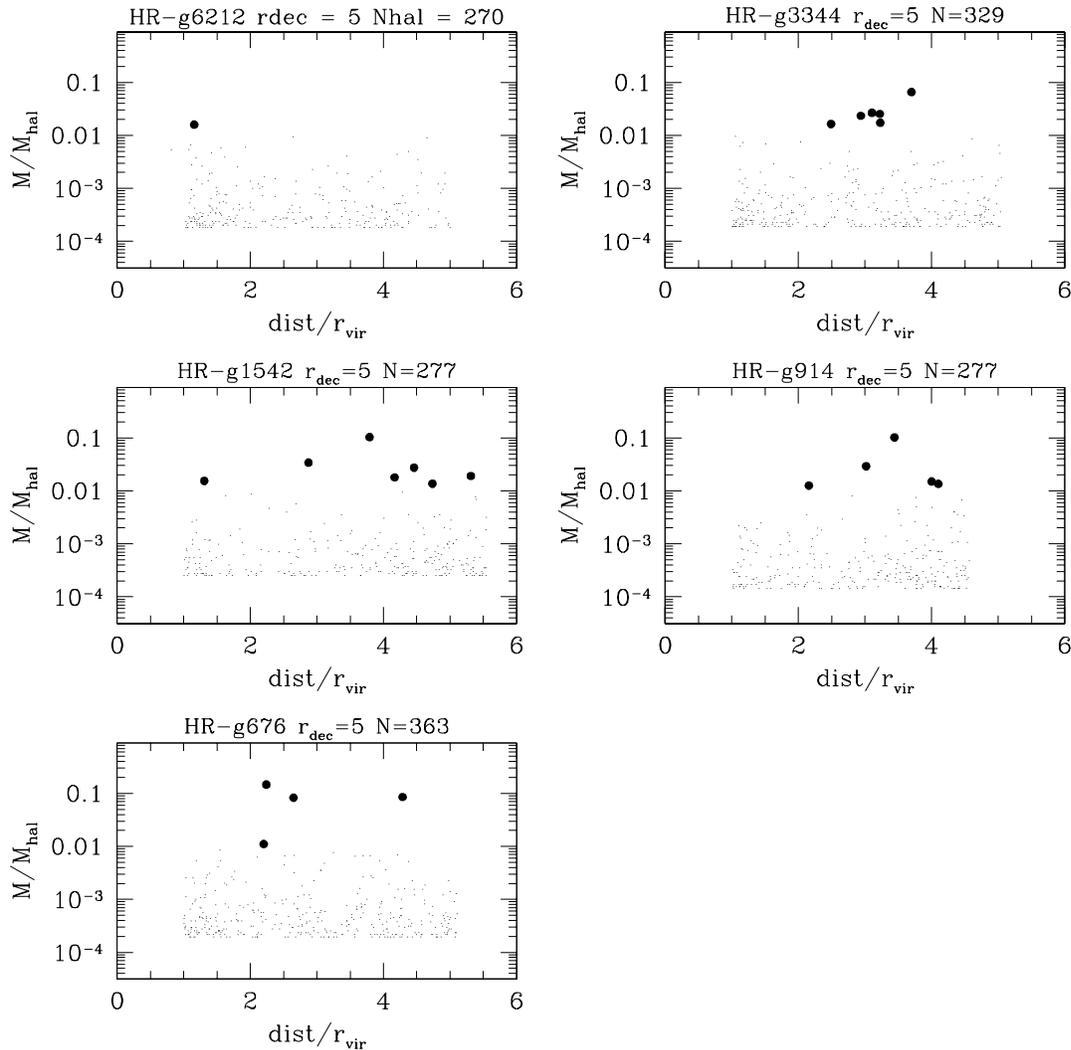


FIG. 2.22 – Étude de l’environnement des 5 halos de type Virgo dans le run à haute résolution : rapport  $M/M_{\text{hal}}$  entre la masse des objets voisins et celle des halos considérés, en fonction de leur distance réciproque en unités de  $r_{\text{vir}}$ . La même distance maximale ( $r_{\text{dec}} = 5 \text{ Mpc}/h$ ) considérée dans la figure 2.10 a été adoptée ici. Les cercles noirs se réfèrent aux rapports de masse plus grands qu’un centième ( $M \gtrsim 10^{12} M_{\odot}/h$ ), les petits points à ceux inférieurs à 0.01. L’amélioration de la résolution en masse, ainsi que l’absence d’une correspondance directe entre les voisins originaux et resimulés, sont bien évidentes de la comparaison de cette figure avec la 2.10.

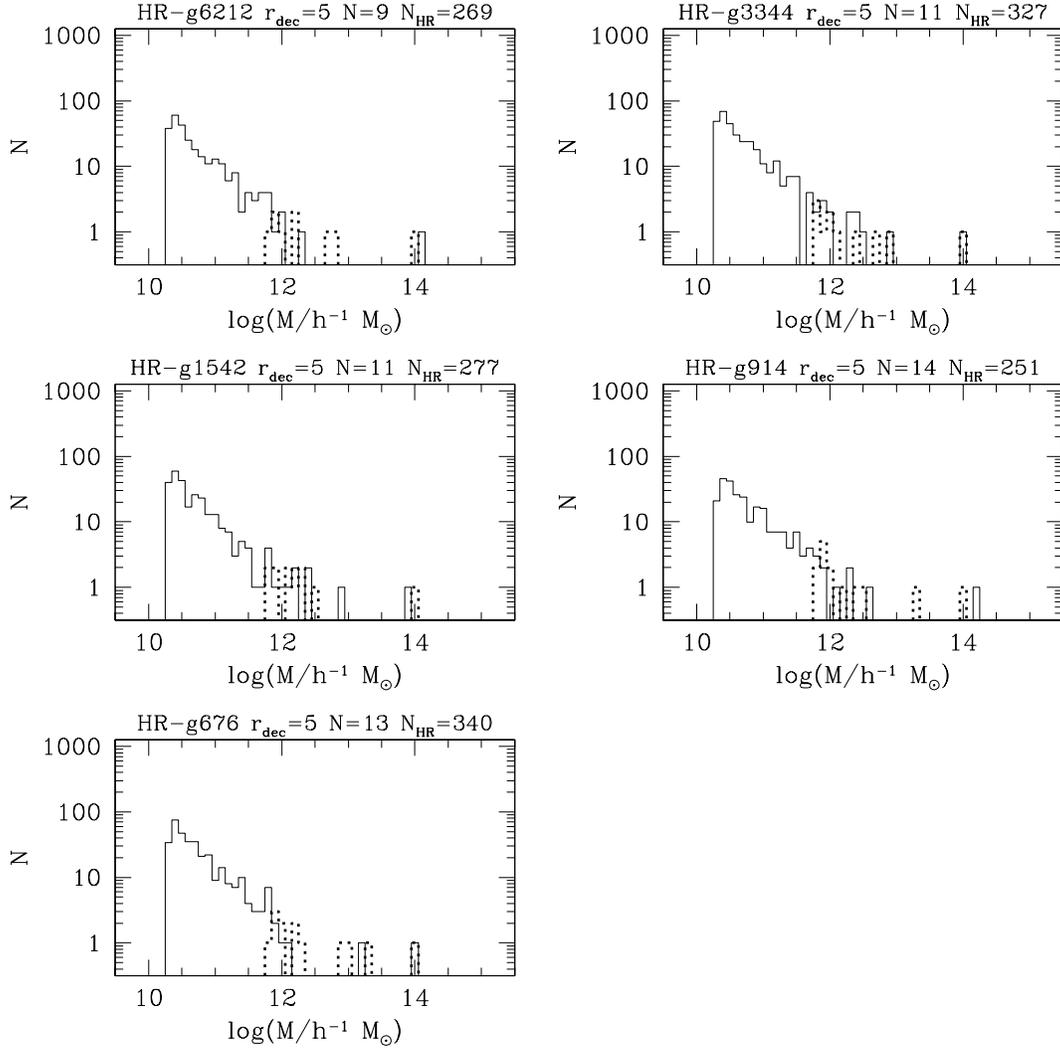


FIG. 2.23 – *Fonction de masse autour des 5 halos Virgo dans le run à haute résolution (histogramme en trait plein) et dans la simulation parente (histogramme en trait pointillé). La région considérée est une sphère de rayon  $r_{\text{dec}} = 5$  Mpc/h centrée sur les halos étudiés. Le nombre d'objets repérés dans la simulation parente ( $N$ ) et dans la resimulation ( $N_{\text{HR}}$ ) est aussi marqué.*

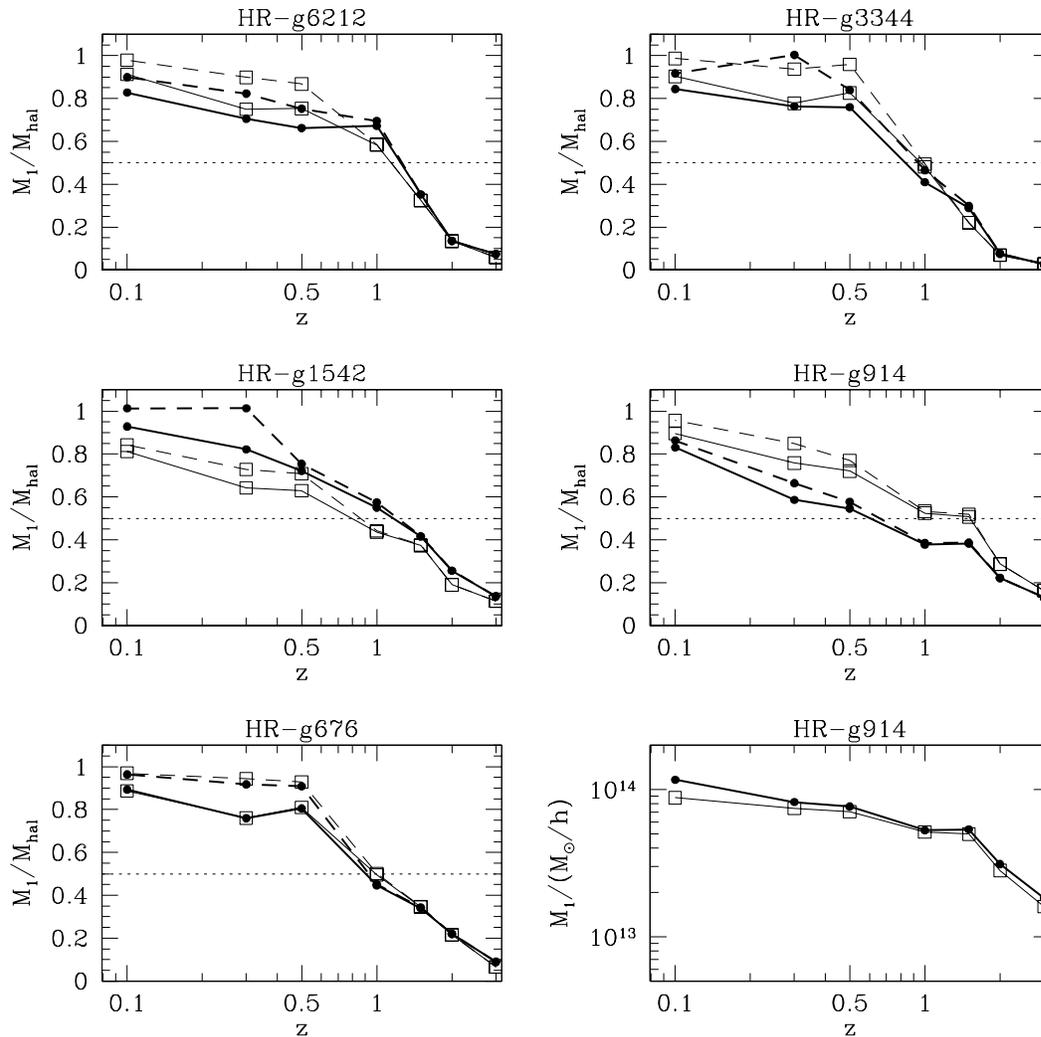


FIG. 2.24 – Histoire de formation des 5 halos Virgo dans le run à haute résolution. Les 5 premiers panneaux montrent la variation avec le décalage spectral du rapport  $M_1/M_{\text{hal}}$  (trait plein) et  $M_1^T/M_{\text{hal}}$  (tirets), comme dans la figure 2.12. Les courbes épaisses et les cercles pleins se réfèrent aux résultats du run HR, les fines et les carreaux sont relatifs à la simulation parente et sont les mêmes que dans la figure 2.12. Le dernier panneau (en bas et à droite) montre comment  $M_1$  en unités de  $M_{\odot}/h$  varie avec  $z$ , pour le halo HR-g914 (courbe épaisse) et pour g914 (courbe fine).

### 2.3.4 Une autre analyse des halos resimulés

Les halos analysés dans les sections précédentes ont été détectés dans les resimulations au moyen de l’algorithme appelé « *Spherical Overdensity* » (SO). Cette méthode consiste à estimer la densité locale de chaque particule et à en produire une liste triée par densité décroissante. On considère ensuite la première particule de la liste et parmi toutes les sphères centrées sur elle, on détermine la plus grande possible ayant une densité moyenne supérieure à une certaine valeur de seuil. Dans notre cas, cette valeur correspond à la densité du viriel des objets liés en unités de la densité critique de l’univers, comme calculée par Eke et al. (1996) avec le modèle *top-hat* de l’effondrement sphérique (section 1.2). Le regroupement de particules ainsi sélectionné correspond au premier halo révélé dans la simulation. La même procédure est ensuite appliquée à toutes les autres particules de la liste triée pas encore incluses dans un des groupes déjà détectés. Par construction, les objets ainsi sélectionnés sont tous de forme sphérique et leur rayon du viriel correspond à celui de la sphère qui les décrit.

Un autre algorithme très utilisé pour détecter les halos dans les simulations est appelé « *friend of friend* » (fof). Il considère liées dans le même objet toutes les particules mutuellement séparées par une distance inférieure à une certaine valeur. Cette distance maximal  $d_{\max}$  est calculée comme  $d_{\max} = b\bar{l}$ , où  $\bar{l}$  est la distance inter-particulaire moyenne et  $b$  est un paramètre libre. Généralement on utilise  $b = 0.2$ , car pour une distribution de matière à symétrie sphérique et avec un profil isotherme, la surdensité moyenne correspondante est d’environ 200, la valeur prédite par le modèle *top-hat* (section 1.2) pour un objet qui vient de se virialiser dans une cosmologie SCDM ( $\Omega_m = 1$ ,  $\Omega_\Lambda = 0$ ). Aucune forme ou symétrie pour les halos n’est imposée a priori par cette méthode, contrairement à l’autre algorithme. En général, le nombre et la masse des objets détectés sont aussi différents dans les deux cas. Il peut arriver en fait que ce que le SO a identifié comme deux structures distinctes, séparées, par exemple, par des particules d’un filament ou d’une queue de marée, soit reconnu comme un seul objet par le *friend of friend*, mais le contraire peut aussi se vérifier, avec des particules incluses dans une structure par le SO et non par le fof.

La comparaison entre la masse des objets non contaminés détectés par le SO et par le fof dans la resimulation du halo g1 est montrée dans la figure 2.25, où  $M_{\text{SO}}$  et  $M_{\text{fof}}$  sont les valeurs de la masse estimées par les deux algorithmes. Comme les halos fof sont plus nombreux que les halos SO et comme il n’y a pas une correspondance précise entre les positions des centres de masse dans les deux cas, pour procéder à la comparaison nous avons utilisé les critères suivants : pour chaque halo SO, nous avons cherché l’objet fof le plus proche de son centre de masse ; seulement s’il se trouve à une distance inférieure à  $0.7 r_{\text{vir}}$  du halo SO il est pris en compte, autrement le halo SO est rejeté ; si pour un halo SO donné, plus d’un halo fof est retrouvé dans  $0.7 r_{\text{vir}}$ , ces objets sont tous rejetés (cela ne s’est produit que en 6 cas). Seulement les couples ‘halo SO’–‘halo fof’ qui satisfont à ces critères sont considérés dans la figure 2.25, qui montre que en général les objets détectés par les deux algorithmes n’ont pas la même masse. Cependant, pour les halos les plus massifs le rapport  $M_{\text{fof}}/M_{\text{SO}}$  est centré sur 1 et il est peu dispersé. Au contraire, pour les objets de petite masse

la valeur de  $M_{\text{fof}}/M_{\text{SO}}$  peut varier sensiblement et la masse mesurée par le *friend of friend* est de préférence plus grande que celle estimée par le SO.

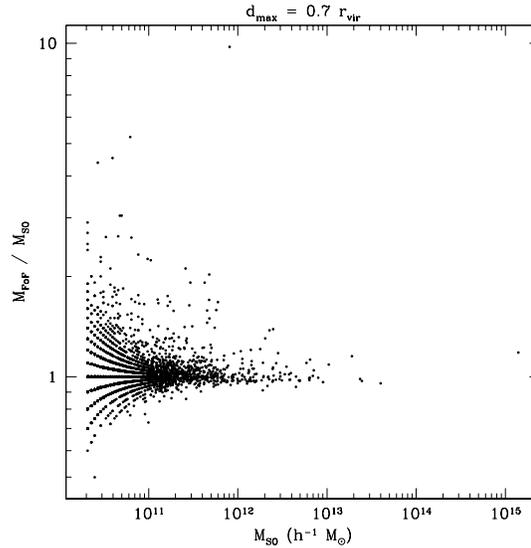


FIG. 2.25 – Comparaison entre la masse des halos détectés par les algorithmes *spherical overdensity* (SO) et *friend of friend* (fof). Les objets ont été repérés dans la resimulation à haute résolution du halo g1. Seulement les objets qui ne sont pas contaminés, qui sont gravitationnellement liés et qui satisfont les critères discutés dans le texte sont considérés dans la figure.

Aucune méthode « exacte » pour sélectionner les halos dans les simulations n'existe et chaque algorithme a des avantages et des inconvénients par rapport aux autres (qui sont plus nombreux de deux discutés ici ; voir par exemple Gelb & Bertschinger 1994). En général, le *spherical overdensity* est plus adapté pour les halos sphériques et il est basé sur un critère de sélection plus physique (le seuil critique pour l'effondrement gravitationnel). En revanche, le *friend of friend* gère mieux les objets allongés et très allongés, qui sont en majorité. Suite à des raisons pratiques nous avons choisi d'utiliser le fof pour analyser plus en détails les résultats des resimulations à chaque pas de temps, et c'est aux halos ainsi obtenus que nous avons appliqué le modèle de formation de galaxies exposé dans le prochain chapitre. Nous présentons alors dans la suite les propriétés des halos détectés par le fof.

À cause de leur forme généralement non sphérique, définitions diverses de la masse et du rayon du viriel sont possibles. Nous avons alors estimé  $M_{\text{vir}}$  comme la masse contenue dans l'ellipsoïde ayant pour axes les trois axes principaux de chaque halo et telle que la densité moyenne à l'intérieur soit 200 fois la densité moyenne de l'univers  $\bar{\rho}$ . Le rayon du viriel est alors défini par :

$$r_{\text{vir}} = \left( \frac{3 M_{\text{vir}}}{4 \pi 200 \bar{\rho}} \right)^{1/3}. \quad (2.11)$$

Les valeurs ainsi obtenues pour les 10 halos de notre échantillon sont montrées dans la deuxième et la troisième colonne de la table 2.8, où  $M_{\text{vir}}$  est en  $M_{\odot}/h$  et  $r_{\text{vir}}$  en

Nom	$M_{\text{vir}}$ [ $M_{\odot}/h$ ]	$r_{\text{vir}}$ [Mpc/ $h$ ]	$z_f$
fof-g8	$2.57 \cdot 10^{15}$	3.32	0.53
fof-g1	$1.65 \cdot 10^{15}$	2.87	0.73
fof-g696	$1.29 \cdot 10^{15}$	2.64	0.58
fof-g51	$1.22 \cdot 10^{15}$	2.60	0.58
fof-g72	$1.26 \cdot 10^{15}$	2.62	0.53
fof-g6212	$1.15 \cdot 10^{14}$	1.18	1.21
fof-g3344	$1.08 \cdot 10^{14}$	1.16	0.84
fof-g1542	$8.15 \cdot 10^{13}$	1.05	1.21
fof-g914	$1.35 \cdot 10^{14}$	1.24	0.58
fof-g676	$1.04 \cdot 10^{14}$	1.14	1.01

TAB. 2.8 – Propriétés des halos Virgo et Coma sélectionnés dans le run à haute résolution par l’algorithme friend of friend. Les valeurs marquées dans la table sont la masse et le rayon du viriel, ainsi que le redshift de formation  $z_f$ .

Mpc/ $h$ . Les variations par rapport aux valeurs déterminées avec la méthode *spherical overdensity* (tables 2.6 et 2.7) sont plus importantes pour l’ensemble des halos Coma que pour les Virgo. En fait, la masse est augmentée de 7 à 18% pour les 5 premiers halos, tandis qu’elle est diminuée pour les autres, sauf que pour g6212, avec des différences toujours inférieures à 7%. Dans tous les cas, le rayon du viriel obtenu avec le fof est plus grand que celui donné par le SO, avec des variations entre 20 et 24 % pour le premier groupe d’objets, inférieures à 18% pour le deuxième.

La dernière colonne montre le *redshift* de formation des halos, défini comme en section 2.3. Ces valeurs sont toutes compatibles avec les courbes des figures 2.19 et 2.24, sauf que pour les halos g51 et g676. Pour le premier, plus de la moitié de sa masse est déjà assemblée dans un seul objet avant  $z = 1$  si la sélection des halos est faite par le SO, tandis que le *redshift* de formation obtenu avec le fof est beaucoup plus récent ( $z_f = 0.58$ ). Au contraire, seulement 45% de la masse de g676 est en place à  $z = 1$ , si on considère le SO, tandis que, selon le fof, il s’est formé à  $z = 1.01$ .

Le *friend of friend*, comme la plupart des autres algorithmes de détection, utilise des critères basés sur la distance entre les particules pour sélectionner les halos dans les simulations, mais aucun contrôle n’est fait sur leur état dynamique. Il n’est donc pas garanti que les structures ainsi définies correspondent à de vrais objets liés gravitationnellement, mais, par exemple, il est possible que deux ou plusieurs halos en interaction soient identifiés comme un seul, lequel aura très facilement une énergie totale positive. Pour chaque objet, nous avons alors calculé aussi les énergies potentielle et cinétique, et seulement les halos non contaminés et liés gravitationnellement

ont été considérés pour les applications successives (en particulier, pour le modèle de formation de galaxies discuté dans le prochain chapitre). La fonction de masse des ces halos au temps présent est montrée sur la figure 2.26 pour les resimulations des objets de type Coma, sur la 2.27 pour les autres.

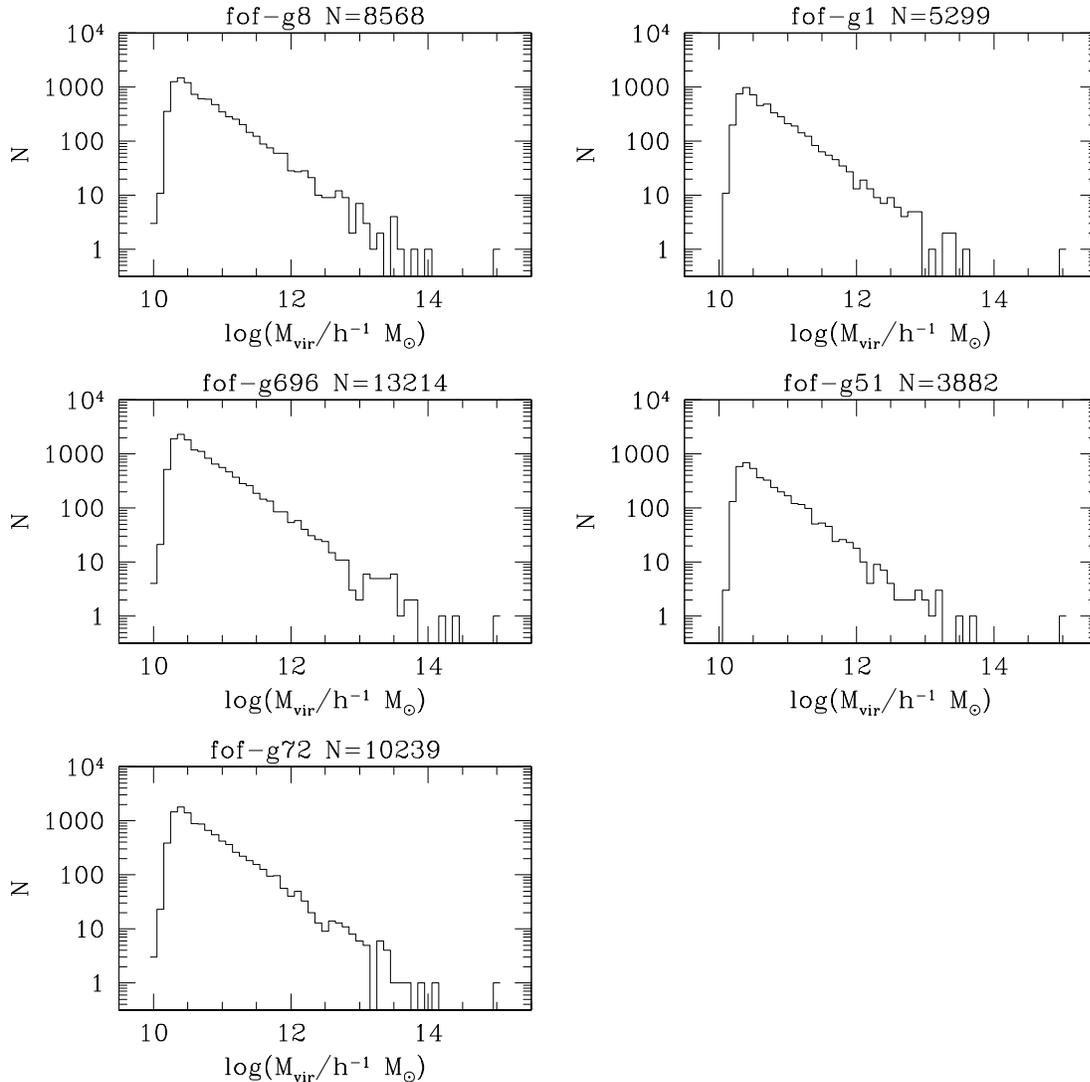


FIG. 2.26 – *Fonction de masse des halos non contaminés et liés gravitationnellement détectés par le fof dans les resimulations de l'échantillon Coma. Leur nombre total  $N$  est marqué dans chaque panneau.*

### 2.3.4.1 Relation énergie potentielle–masse

Le calcul de l'énergie pour tous les halos nous a permis aussi de vérifier que ces objets, comme les galaxies elliptiques, montrent la relation suivante entre l'énergie

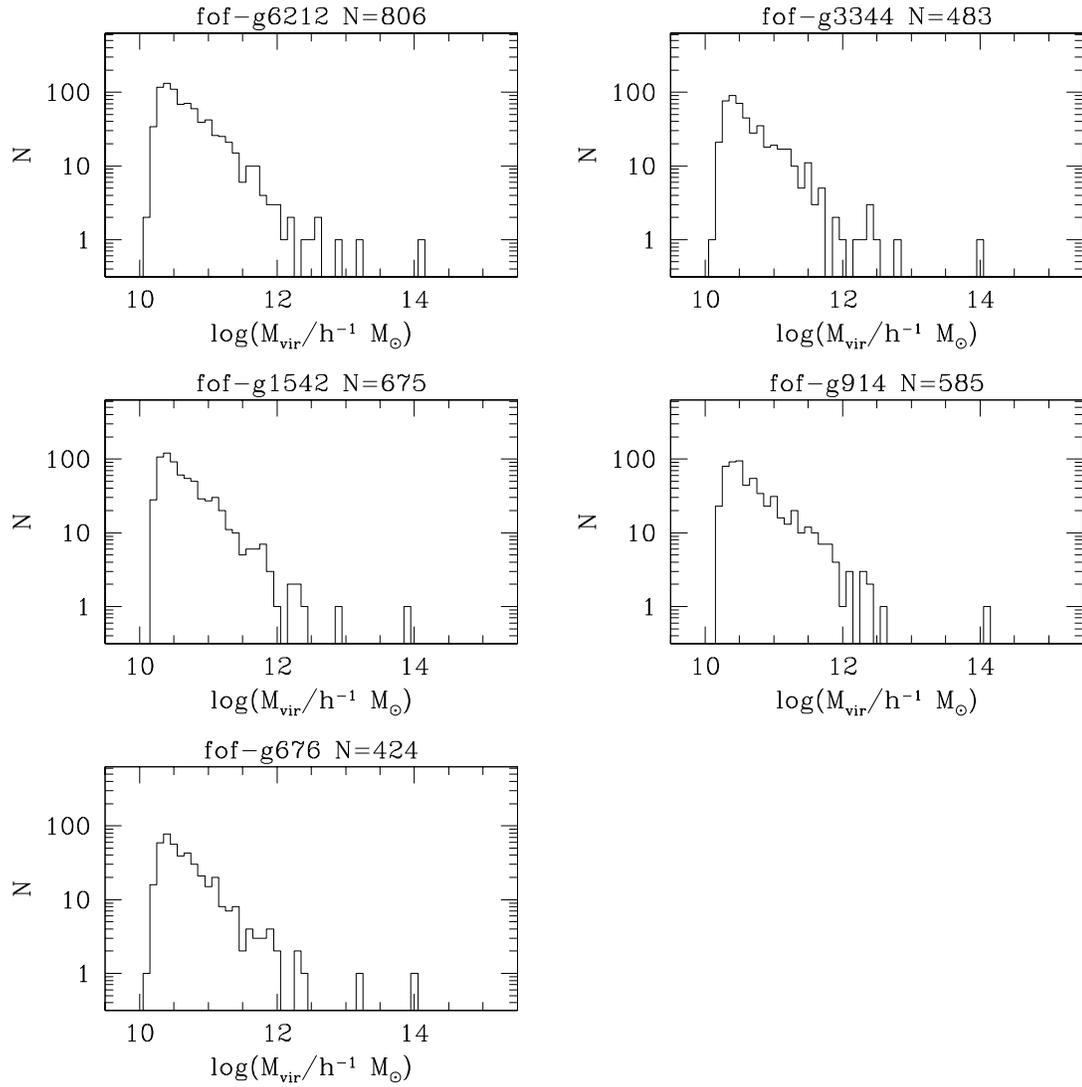


FIG. 2.27 – Comme la figure 2.26, mais pour l'échantillon Virgo.

potentielle  $U$  et la masse  $M$  :

$$U \propto M^{5/3}. \quad (2.12)$$

Pour les halos non contaminés et liés gravitationnellement détectés dans nos 10 résimulations, cette relation est montrée dans les figures 2.28 et 2.29, où la ligne droite a une pente de  $5/3$ . Le même résultat a été trouvé très récemment et indépendamment par Jang-Condell & Hernquist (2000) pour des halos de masse entre  $4 \cdot 10^6$  et  $4 \cdot 10^8 M_{\odot}/h$ . En plus, nous avons vérifié qu'elle est indépendante de la cosmologie considérée, car elle est satisfaite aussi par les halos des simulations GIF (Kauffmann et al. 1999), qui ont été réalisées pour les modèles SCDM, OCDM, LCDM et  $\tau$ CDM.

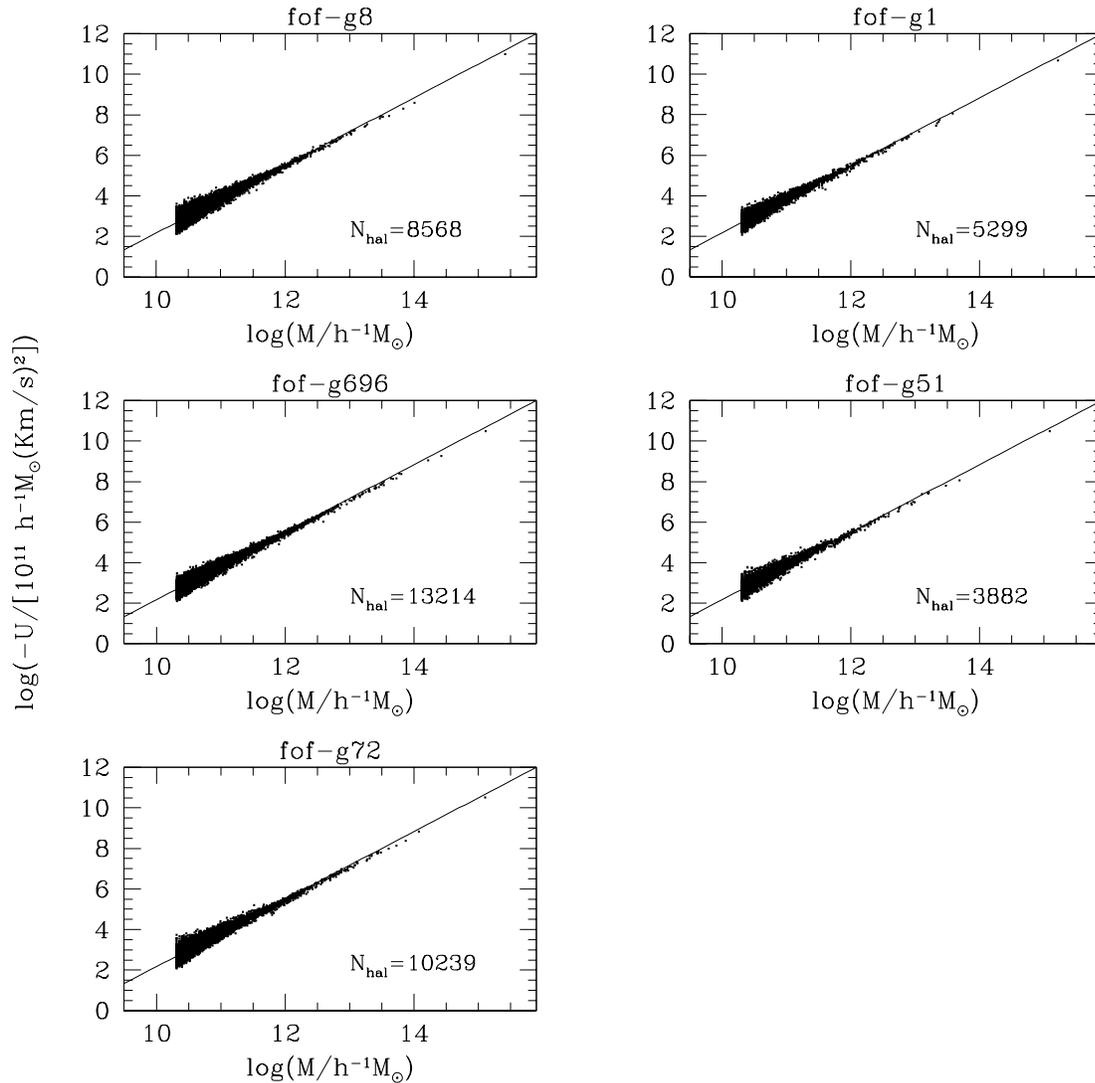


FIG. 2.28 – Relation énergie potentielle–masse pour les halos non contaminés et liés gravitationnellement détectés par le fof dans les resimulations à haute résolution de l'échantillon de type Coma. La ligne droite dans chaque panneau a une pente de  $5/3$ .

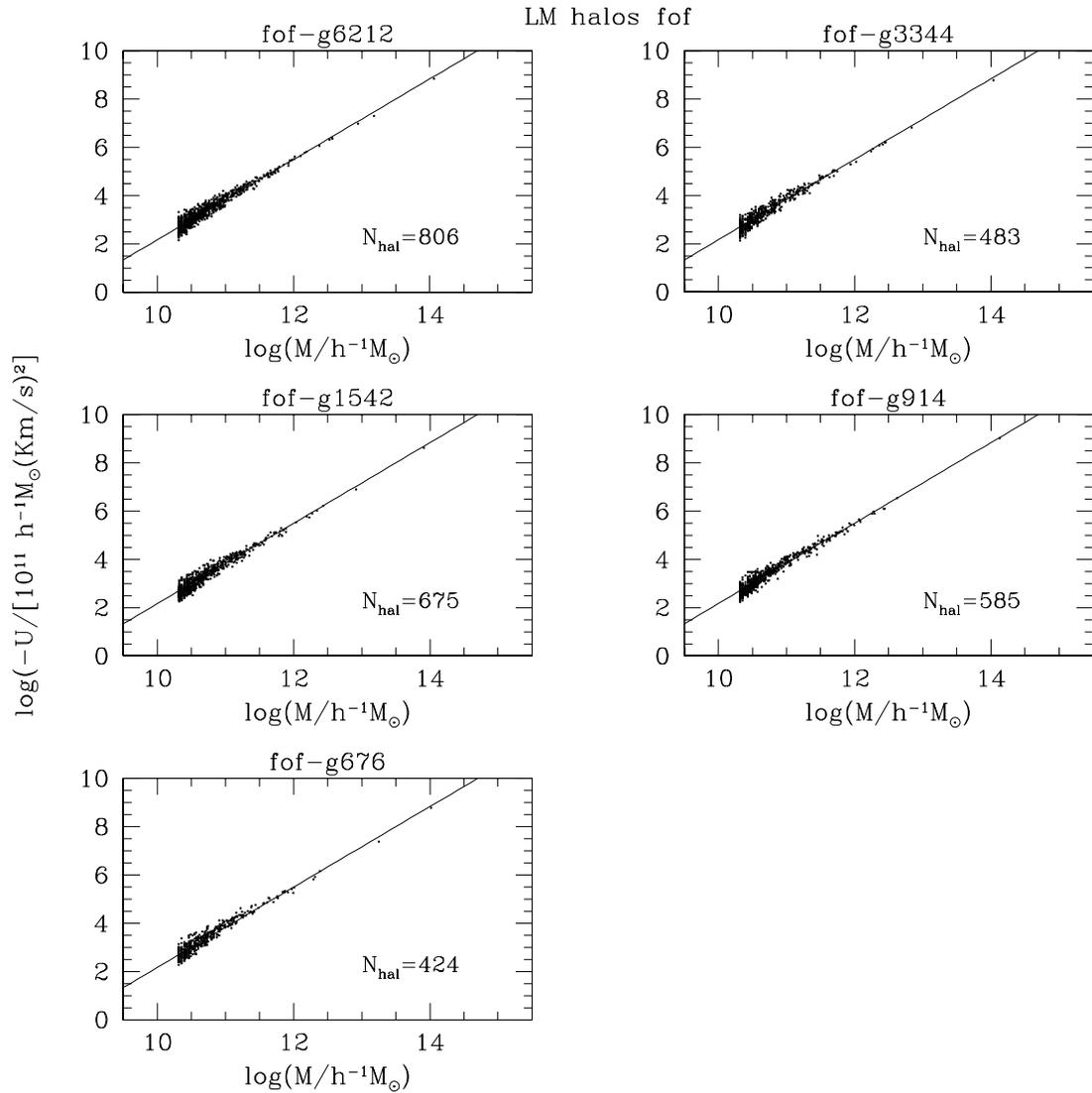


FIG. 2.29 – Comme la figure 2.28, mais pour l'échantillon Virgo. La ligne droite dans chaque panneau a une pente de 5/3.

Une telle relation est naturellement attendue sous l'hypothèse que, pendant le processus de formation des halos, la masse et l'énergie sont conservées et que dans le régime linéaire initial toutes les quantités sont liées par des relations d'échelle. En d'autres termes, on considère une perturbation du champ de densité initial, ayant une taille  $\lambda_i$ , une masse  $M_i$  et une énergie potentielle  $U_i$  (où le suffixe  $i$  vaut pour « initial »). Ces quantités sont mutuellement liées par :

$$M_i \propto \lambda_i^3 \quad \text{et} \quad U_i \propto M_i^2/\lambda_i, \quad (2.13)$$

et donc :

$$U_i \propto M_i^{5/3}. \quad (2.14)$$

Pour un halo qui se trouve maintenant dans un état d'équilibre du viriel, les relations suivantes sont vérifiées si l'énergie et la masse totales se sont conservées pendant sa formation et son évolution :

$$T + U = U_i \quad (2.15)$$

$$2T + U = 0, \quad (2.16)$$

où  $T$  et  $U$  sont respectivement l'énergie cinétique et potentielle de l'objet virialisé et l'hypothèse que l'énergie cinétique initiale soit négligeable par rapport à  $U_i$  est implicite dans la première équation. La combinaison des deux relations précédentes conduit à  $U = 2U_i$  et, donc, en utilisant la 2.14 et l'hypothèse de la conservation de la masse ( $M = M_i$ ), on obtient :  $U \propto M^{5/3}$ .

En réalité, à cause de phénomènes d'évaporation et en tenant compte des énergies orbitales, ni la masse, ni l'énergie totales ne sont strictement conservées pendant les processus de fusion qui caractérise la formation des structures dans le modèle hiérarchique. Cependant, les variations doivent être négligeables car la relation  $U \propto M^{5/3}$  est satisfaite d'une façon remarquable par tous les halos.

Plus surprenant est que les galaxies elliptiques aussi montrent la même relation entre l'énergie potentielle et la masse (en supposant que la masse suit le profil de lumière), malgré les processus dissipatifs qui doivent avoir eu lieu pendant leur formation et leur évolution. Cela est montré dans l'article « *Two Physical Laws for Elliptical Galaxies: Photometrical Consequences* » (Marquéz, Lima Neto, Capelato, Durret, Gerbal, & Lanzoni 2000) , où nous soulignons aussi comment, grâce à cette relation et au fait que l'entropie par unité de masse est constante pour toutes les elliptiques ( $s = cte$ ; Gerbal et al. 1997, Lima Neto et al. 1999), ces galaxies sont distribuées le long d'une courbe dans un espace paramétrique tridimensionnel. En d'autre termes, dans un espace défini par la brillance de surface centrale, une échelle caractéristique et un paramètre lié à la forme du profil de luminosité, les elliptiques ne sont pas distribuées au hasard, mais sont regroupées dans une ficelle très étroite, qui est l'intersection entre une surface correspondante à la relation  $U \propto M^{5/3}$  et une autre définie par  $s = cte$ . Comme il est discuté dans l'article, la proportionnalité entre l'énergie potentielle et la masse, et le fait que l'entropie spécifique soit constante, peuvent donner une explication théorique à plusieurs relations photométrique observées et la « ficelle énergie–masse » peut être utilisée comme indicateur de distances.

### 2.3.5 Arbre de fusion de halos

Une fois détectés tous les halos de la simulation, l'histoire de leur évolution temporelle peut être obtenue en déterminant où sont passées à  $t_2$  les particules qui composaient les objets au pas de temps précédent  $t_1$ . Comme pour l'algorithme de sélection des halos, dans ce cas aussi différents critères peuvent être employés et les définition de halo progéniteur, halo fils, épisode de fragmentation ou épisode d'accrétion peuvent changer d'une technique à l'autre. La méthode que nous avons employée (Ninin 1999) est la plus générale possible et elle permet de garder le maximum d'information. En fait, nous avons décidé d'appeler progéniteur d'un halo  $h_f$  n'importe quel halo du pas de temps précédent qui a passé à  $h_f$  au moins *une* des ses particules. Au contraire, dans d'autres algorithmes un nombre minimale de particules ou une fraction minimale de la masse finale doivent être transférés du père au fils pour que le premier soit considéré progéniteur du deuxième. À cause de l'interaction de marée entre les différents objets, ou à cause d'une leur mauvaise détection, il est possible (ou même presque inévitable) que seulement une certaine fraction des particules d'un halo se retrouve au pas de temps d'après dans le même fils. Les autres font alors partie d'un autre objet ou de la matière diffuse environnante. De cette dernière un nouveau halo peut se former, ou bien elle peut être accrue par un objet qui existait déjà.

Selon le « mouvement » des particules d'un pas de temps à l'autre de la simulation, un certain halo peut venir de se former, ou dériver de la fusion d'un ou plusieurs progéniteurs et de l'accrétion d'une fraction de la matière environnante. Il sera à son tour progéniteur d'un autre halo au pas de temps d'après, ou, dans le cas de fragmentation, il passera ses particules à plusieurs fils et/ou au milieu diffus.

La méthode que nous utilisons tient compte de toutes ces possibilités et elle quantifie leur importance relative en calculant à chaque fois le pourcentage de masse du halo fils qui provient du halo père ou de la matière diffuse (voir Ninin 1999 pour une étude détaillée). En particulier, cela nous permet de définir les « deux progéniteurs principaux » d'un halo comme les deux entités (halo ou environnement) qui contribuent le plus à sa masse, et le « fils principal » d'un halo comme celui qui reçoit la majorité de sa masse. Ces définitions seront utiles dans le chapitre suivant, quand l'arbre de fusion de galaxies sera construit à partir de celui des halos.



# Chapitre 3

## Galaxies : modèle semi-analytique et hybride

Les deux chapitres précédents sont dédiés à la matière noire, qui est la composante dominante de l'univers et qui interagit seulement à travers la force gravitationnelle. Pour étudier les galaxies, il faut maintenant s'occuper de la composante baryonique, dont l'évolution est influencée par les halos de matière noire et est régie par une physique qui fait aussi intervenir les autres types d'interactions, c'est-à-dire, autres que la force de gravité.

Il est donc nécessaire de décrire comment le gaz diffus, contenu dans les halos de matière noire, peut former les étoiles et les organiser dans les systèmes que nous appelons galaxies, et qui sont caractérisées par un ensemble spécifique de propriétés, en évolution continue avec le temps. Pour décrire ces mécanismes complexes, nous employons la méthode dite « hybride », qui associe un traitement semi-analytique pour la composante des baryons, aux simulations numériques pour la matière noire. Le modèle semi-analytique est utilisé pour décrire la physique de la formation et des interactions des galaxies, ainsi que leurs propriétés photométriques et chimiques. Les simulations numériques servent pour déterminer l'évolution des galaxies dans un cadre cosmologique, ainsi qu'à fixer certaines de leurs propriétés, en donnant les conditions de départ pour le refroidissement du gaz et la formation stellaire qui en découle.

Dans ce chapitre nous présentons d'abord les caractéristiques du modèle semi-analytique, en détaillant les « recettes » que nous avons employées pour une description simplifiée, mais physiquement justifiée, des processus agissant sur la composante des baryons. Dans la deuxième partie, nous montrons et discutons certains des résultats obtenus par l'application de ce modèle, aux halos de matière noire issus de nos simulations à haute résolution.

### 3.1 Les « recettes » du modèle semi-analytique

Les processus qui agissent sur la composante baryonique à l'intérieur des halos de matière noire et qui règlent la formation et l'évolution des galaxies peuvent être résumés dans un schéma simple :

- refroidissement du gaz et formation d'un disque au centre du halo ;
- formation d'étoiles dans le disque ;
- effet de la rétroaction des supernovae : réchauffement du gaz, qui s'oppose à la formation stellaire ultérieure ;
- interactions entre les galaxies et le halo hôte : balayage du gaz des disques par pression dynamique dans le milieu environnant et effets de marée du puits de potentiel du halo sur les galaxies ;
- interactions entre les galaxies dans le même halo : fusion directe entre satellites, ou fusion entre la galaxie centrale et un satellite qui s'est approché du centre du halo par effet de la friction dynamique ;
- formation des galaxies elliptiques par fusion des disques, et formation des galaxies spirales avec bulbe par accrétion d'un nouveau disque autour du sphéroïde.

Bien que la physique qui règle chacun de ces mécanismes soit très complexe, des formules analytiques basées sur des hypothèses simplificatrices peuvent être employées pour la décrire.

L'ensemble de ces prescriptions, telles que nous les avons utilisées dans ce travail, est présenté dans les prochaines sections. Il constitue le corps semi-analytique du modèle hybride « GALICS » (Galaxies in Cosmological Simulations) développé à l'Institut d'Astrophysique de Paris, par S. Ninin, J. Devriendt et S. Hatton, sous la direction de F. Bouchet et B. Guiderdoni, et avec l'aide de F. Stöhr et D. Vibert. Ma contribution personnelle au développement de ce modèle a été son adaptation aux amas resimulés, l'introduction de la description du balayage par pression dynamique, ainsi qu'un travail de débogage pour corriger certains des défauts du code.

#### 3.1.1 Du gaz chaud dans les halos

Dès qu'un halo est identifié dans la simulation N-corps, nous lui attribuons une quantité  $M_{\text{hot}}$  de gaz proportionnelle à sa masse du viriel et à la fraction de baryons dans l'univers ( $\Omega_b$ ) :

$$M_{\text{hot}} = M_{\text{vir}} \frac{\Omega_b}{\Omega_0}. \quad (3.1)$$

Nous avons adopté la valeur « standard »  $\Omega_b = 0.0125 h^{-2}$  (Walker et al. 1991), même si des résultats plus récents (Tytler et al. 1996) suggèrent qu'elle est probablement sous-estimée. Pour la composition du gaz, nous considérons celle prédite par la nucléosynthèse primordiale dans le modèle du *Big Bang* : 75% (en masse) d'hydrogène et 25% d'hélium.

Nous faisons ensuite l’hypothèse que, grâce aux chocs qui se produisent pendant le processus d’effondrement et de virialisation du halo, le gaz se réchauffe et s’installe dans un état d’équilibre hydrostatique à l’intérieur du puits de potentiel de la matière noire. Pour estimer sa température, nous considérons la même distribution de densité pour le gaz et pour le halo, décrite par le profil d’une sphère isotherme singulière tronquée :

$$\rho(r) = \frac{V_c^2}{4\pi G r^2}, \quad \text{avec } r < r_{\text{vir}}, \quad (3.2)$$

où  $V_c$  est la vitesse circulaire du halo, définie par  $V_c^2 = G M(r)/r = G M_{\text{vir}}/r_{\text{vir}}$ . Avec ces approximations, la température  $T$  du gaz est constante et égale à la température du viriel du halo :

$$T = \frac{\mu m_p}{2k} V_c^2 = 35.9 \left( \frac{V_c}{\text{km s}^{-1}} \right)^2 K, \quad (3.3)$$

où  $\mu$  est le poids moléculaire moyen ( $\mu \simeq 0.57$  pour un gaz ionisé avec la composition primordiale adoptée),  $m_p$  la masse du proton, et  $k$  la constante de Boltzmann.

Dans le cas des nos resimulations, la température du viriel est toujours en dessus de quelques  $10^5$  K, la masse du plus petit halo étant de l’ordre de  $10^{10} M_\odot/h$ . Cela garantit que l’approximation d’un gaz complètement ionisé dans la relation 3.3 est correcte. Au contraire, les hypothèses sur le profil de densité et l’isothermicité du gaz sont moins réalistes, mais elles permettent d’évaluer analytiquement la température du gaz et sa relation avec les propriétés des halos, qui seront nécessaires pour les calculs suivants.

Nous admettons également que le gaz est caractérisé par le même moment angulaire spécifique que le halo, qui a été acquis par effet de marée et qui est généralement exprimé en termes du paramètre de spin  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{J |E|^{1/2}}{G M_{\text{vir}}^{5/3}}, \quad (3.4)$$

où  $J$  et  $E$  sont le moment angulaire et l’énergie totale du halo.

### 3.1.2 Refroidissement du gaz

Le gaz chaud contenu dans les halos commence alors à refroidir radiativement, principalement à cause du rayonnement de freinage (*thermal Bremsstrahlung*) et des transitions électroniques entre états liés et libres-liés. Le temps caractéristique de refroidissement à la distance  $r$  au centre du halo est donné par :

$$t_{\text{cool}}(r) = \frac{3}{2} \frac{\rho(r) k T}{\mu m_p n_e^2(r) \Lambda(T, Z)}, \quad (3.5)$$

où  $\rho(r)$  est le profil de densité du gaz,  $n_e(r)$  celui des électrons et  $\Lambda(T, Z)$  est la fonction de refroidissement, qui tient compte des différents processus capables de

refroidir le gaz conformément à sa température et à son contenu en ions métalliques. Le modèle que nous utilisons pour obtenir  $\Lambda(T, Z)$  est celui proposé par Sutherland & Dopita en 1993.

La masse de gaz chaud qui peut refroidir dans l'intervalle de temps  $\Delta t$  est alors donnée par :

$$m_{\text{cool}} = \Delta t \int_0^{r_{\text{vir}}} \frac{\rho(r)}{t_{\text{cool}}(r)} d^3r, \quad (3.6)$$

où nous avons implicitement imposé qu'aucun refroidissement ne peut se produire à une distance supérieure au rayon de viriel du halo.

Un des problèmes communs à tous les modèles semi-analytiques est une surproduction de galaxies trop lumineuses, due à une efficacité trop élevée du refroidissement du gaz dans les halos massifs. Différentes solutions ont été proposées, mais aucune n'est basée sur des motivations physiques fortes. Par exemple, Kauffmann et al. (1999) suppriment de façon *ad hoc* le refroidissement du gaz dans tous les halos ayant une vitesse circulaire plus grande qu'une valeur donnée. La méthode que nous utilisons est plus proche à celle de Cole et al. (2000), qui, par rapport aux travaux précédents, adoptent pour le gaz chaud un profil de densité plus aplati, avec un rayon de coeur qui dépend de la taille des halos.

Nous faisons donc l'hypothèse que, après l'effondrement et la virialisation d'un halo de matière noire, la masse baryonique piégée dans son puits de potentiel se distribue selon le profil de la sphère isotherme non singulière :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{r_c^2 + r^2} \quad (3.7)$$

où  $r_c$  est le rayon à l'intérieur duquel la densité du gaz reste constante, au lieu d'augmenter proportionnellement à  $r^{-2}$  comme c'est le cas dans la relation 3.2. Une telle distribution de densité correspond bien aux résultats des simulations hydrodynamiques à haute résolution qui décrivent la formation des amas de galaxies (Navarro et al. 1995b; Eke et al. 1998; Frenk et al. 1999). En absence de refroidissement radiatif, les simulations montrent que la distribution du gaz baryonique réchauffé par les chocs est bien décrite par la relation 3.7 et son gradient de température est très faible (ce qui assure que l'hypothèse d'équilibre hydrostatique est acceptable), avec une température moyenne proche de la température du viriel donnée dans l'équation 3.3. Même si cette dernière a été calculée pour un profil isotherme singulier, l'erreur que nous commettons en l'attribuant au gaz distribué comme dans l'équation 3.7 est donc négligeable.

Pour cette distribution de matière, la masse de gaz qui peut refroidir durant un pas de temps  $\Delta t$  est alors donnée par (équations 3.6, 3.5 et 3.3) :

$$\frac{m_{\text{cool}}}{M_{\text{hot}}} = \Delta t \frac{\Lambda(T, Z)}{\mu^2 m_p^2} \frac{1}{3\pi G r_{\text{vir}}} \frac{M_{\text{hot}}}{M_{\text{vir}}} f(s), \quad (3.8)$$

où  $s \equiv r_{\text{vir}}/r_c$  et  $f(s)$  est :

$$f(s) = s^3 \frac{\arctan s - s/(1+s^2)}{(s - \arctan s)^2}. \quad (3.9)$$

Les relations précédentes montrent que la masse de gaz qui refroidit peut dépendre sensiblement de la taille du rayon de coeur : en fait, pour des grandes valeurs de  $s$  (petits  $r_c$ ),  $f(s) \propto s$ . Il est alors important d’attribuer à  $r_c$  une valeur fiable, non seulement si un halo se forme à partir de la matière diffuse, mais aussi quand il dérive de la fusion d’autres objets contenant déjà du gaz chaud et froid.

Dans le premier cas, la valeur initiale de  $r_c$  ne peut être déduite d’aucune observation et nous avons alors choisi  $r_c = r_{\text{vir}}/10$ . En fait, pour la résolution temporelle de nos resimulations le refroidissement du gaz est tellement rapide dans les halos de faible masse, que la valeur précise du rayon de coeur est peu importante. D’ailleurs, vu que  $m_{\text{cool}}$  croît asymptotiquement avec  $s$ , un changement de  $r_c$  est dégénéré avec un changement de l’efficacité de la formation d’étoiles (voir section suivante), qui est à son tour un paramètre libre du modèle. Nous nous attendons donc à ce que la valeur initiale de  $s$  n’ait pas de conséquences importantes sur nos résultats. Des tests sont cependant en cours pour quantifier cet effet.

Dans le deuxième cas, pour assigner un rayon de coeur aux halos issus des fusions, nous ajustons  $r_c$  de manière à ce que la densité du gaz à  $r_{\text{vir}}$  soit  $m_{\text{all}}/m_{\text{cen}}$  fois la densité à  $r_{\text{vir}}$  pour  $s = 10$  :

$$\rho(r_{\text{vir}}) = \frac{\rho'_0}{r_c^2 + r_{\text{vir}}^2} = \frac{m_{\text{all}}}{m_{\text{cen}}} \frac{\rho_0}{(r_{\text{vir}}/10)^2 + r_{\text{vir}}^2}, \quad (3.10)$$

où  $m_{\text{all}}$  est la masse totale de toutes les galaxies du halo et  $m_{\text{cen}}$  est celle de la galaxie centrale. Si une seule galaxie est présente dans le halo,  $m_{\text{all}}/m_{\text{cen}} = 1$ , autrement ce rapport est toujours plus grand que 1. La densité du gaz au rayon du viriel est alors supérieure à celle pour  $s = 10$  et le profil ainsi obtenu est plus aplati. Un petit halo qui vient de fusionner avec un autre d’à peu près la même taille aura en général la moitié de sa masse galactique ou aucune galaxie au centre. Le profil de densité du gaz chaud sera alors très aplati et le refroidissement sera réduit ou même supprimé. Un effet similaire se produit dans un halo très massif, où la plupart des galaxies est initialement dans les régions externes. Ensuite, grâce à l’action de la friction dynamique (section 3.1.6.2), plus de masse sera concentrée vers le centre et le refroidissement redeviendra donc plus efficace. Avec une telle prescription nous entendons simuler un comportement physique, selon lequel du gaz récemment acquis lors d’une fusion, ou expulsé par des vents galactiques dans un amas, possède une entropie plus élevée, et donc une efficacité de refroidissement plus petite, que s’il dérive d’une accréation gravitationnelle passive. Du point de vue observationnel, il y a des indications qu’en effet le rayon de coeur est plus grand dans les amas les plus massifs (Jones & Forman 1999).

Comme discuté dans la section 2.3.4, certains des objets identifiés par le *friend of friend* ne sont pas liés gravitationnellement. Le refroidissement du gaz est alors permis seulement dans les halos qui ont une énergie totale négative, à moins qu’ils ne contiennent déjà des galaxies.

Nous faisons ensuite l’hypothèse que le gaz refroidi tombe vers le centre du halo tout en conservant son moment angulaire. Il s’installe alors dans un disque, dont le profil de densité est de type exponentiel :

$$\Sigma(R) = \Sigma(0) e^{-R/R_d}, \quad (3.11)$$

avec l'échelle caractéristique  $R_d$  donnée par (Mo et al. 1998) :

$$R_d = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} r_{\text{vir}}, \quad (3.12)$$

où  $\lambda$  est le paramètre de spin (équation 3.4) et  $r_{\text{vir}}$  le rayon du viriel du halo. Nous admettons aussi que l'échelle caractéristique du disque ne peut pas être plus grande que le rayon de refroidissement du halo, défini comme le rayon qui contiendrait la masse de gaz froid, si tout le gaz (chaud plus froid) était distribué comme une sphère isotherme non singulière (équation 3.7).

### 3.1.3 Formation d'étoiles

Le gaz froid dans le disque peut alors former des étoiles. Comme ce mécanisme est complexe et mal connu, nous utilisons encore une fois une prescription simplifiée pour le décrire. Le taux de formation d'étoiles dans les disques est alors modélisé par :

$$\Psi_* = \frac{m_g}{\beta t_{\text{dyn}}}, \quad (3.13)$$

où  $m_g$  est la masse de gaz froid dans le disque,  $\beta^{-1}$  est l'efficacité de formation stellaire et  $t_{\text{dyn}}$  est un temps caractéristique du système. Le paramètre  $\beta$  contient toute notre ignorance sur les processus physiques qui interviennent dans la formation des étoiles et sa valeur peut varier entre 10 et 100. Nous avons adopté  $\beta = 60$ , qui permet de reproduire les temps de Roberts (le temps caractéristique de consommation du gaz) moyens des disques dans les données (Kennicutt et al. 1994) d'un échantillon de galaxies lumineuses (Guiderdoni et al. 1998). Comme temps caractéristique  $t_{\text{dyn}}$ , nous considérons le temps dynamique du disque, c'est-à-dire, le temps nécessaire au gaz pour faire un tour complet à la distance du rayon  $r_{1/2}$  qui contient la moitié de la masse du disque :

$$t_{\text{dyn}} = \frac{2 \pi r_{1/2}}{V_c}, \quad (3.14)$$

où pour un profil exponentiel,  $r_{1/2} = 1.68 R_d$ .

La masse stellaire totale ainsi obtenue est alors répartie en étoiles de différentes masses selon celle qu'on appelle la « fonction de masse initiale » (IMF). Nous adoptons l'IMF dite « de Salpeter » (Salpeter 1955) :

$$\phi(m) \propto m^{-2.35}, \quad \text{avec} \quad \int_{m_{\text{inf}}}^{m_{\text{sup}}} \phi(m) m \, dm = 1, \quad (3.15)$$

où  $m_{\text{inf}} = 0.1 M_{\odot}$  est la masse minimale nécessaire pour amorcer la fusion nucléaire de l'hydrogène et  $m_{\text{sup}} = 120 M_{\odot}$  est la masse maximale pour qu'une étoile soit stable<sup>1</sup>. D'autres formes fonctionnelles pour la IMF, avec des pentes différentes à petite et/ou à grande masse, ont été proposées dans la littérature (Larson 1998; Scalo 1998) et sont mises en œuvre dans le code, mais les résultats présentés dans ce travail ont été tous obtenus avec celle de Salpeter.

---

1. L'incertitude théorique sur cette valeur permettrait une masse deux fois plus petite pour  $m_{\text{sup}}$ .

### 3.1.4 Rétroaction

Les étoiles massives (typiquement de masse plus grande que  $8 M_{\odot}$ ) qui se produisent à chaque épisode de formation stellaire explosent rapidement comme supernovae. Une quantité d'énergie de l'ordre de  $E_{\text{SN}} = 10^{51}$  erg est alors injectée par chaque supernova dans le milieu interstellaire et le gaz ainsi réchauffé peut sortir de la galaxie, ou même du halo de matière noire qui l'entoure. Un tel phénomène, communément appelé rétroaction (*feedback*), a l'effet d'inhiber la future formation stellaire dans la galaxie et enrichir le milieu inter-galactique (IGM) avec les éléments lourds produits par les étoiles. Le nombre de supernovae formées par unité de masse d'étoile est donné par la IMF adoptée. Pour une fonction de masse initiale de Salpeter et les valeurs adoptées de  $m_{\text{inf}}$  et  $m_{\text{sup}}$  (eq. 3.15) on a :  $\eta_{\text{SN}} = 7.4 \cdot 10^{-3} M_{\odot}^{-1}$ . L'efficacité avec laquelle l'énergie produite par les supernovae est acquise par le gaz sous la forme d'énergie cinétique  $E_{\text{kin}}$  est mal connue et un autre paramètre libre  $\epsilon_{\text{SN}}$  est alors introduit pour la modéliser. C'est le bilan entre  $E_{\text{kin}}$  et l'énergie de libération de la galaxie et du halo qui détermine le sort du gaz : soit il reste dans la galaxie, soit il est éjecté et il reste dans le halo, soit encore il échappe du halo même (et dans ce cas il va dans ce qu'on appelle « réservoir » – voir section 3.1.5). Pour un disque exponentiel, une sphère d'Hernquist (employée pour décrire les bulbes – voir section 3.1.7) et une sphère isotherme (le halo), la vitesse de libération est donnée respectivement par :

$$v_{\text{esc}}^2 = 2v^2 \times \begin{cases} 1 + \ln 2 & \text{pour le disque} \\ 2 & \text{pour le bulbe} \\ 1 + \ln(r_{\text{vir}}/r) & \text{pour le halo} \end{cases}$$

où  $v$  est la vitesse caractéristique du système (section 3.1.7) et, dans le cas d'éjection du halo, le rayon  $r$  est le rayon orbital de la galaxie, ou son rayon à la moitié de la masse pour une galaxie centrale.

Sous l'hypothèse d'une rétroaction instantanée, le taux d'éjection de la masse du gaz est alors calculé par chaque composante comme (Somerville & Primack 1999) :

$$\dot{m}_{\text{ej}} = 4 \Psi_* \frac{\epsilon_{\text{SN}} \eta_{\text{SN}} E_{\text{SN}}}{v_{\text{esc}}^2}. \quad (3.16)$$

Pour le paramètre d'efficacité de la rétroaction, nous avons adopté la valeur  $\epsilon_{\text{SN}} = 0.1$ , suggérée par les simulations numériques de Thornton et al. (1998).

### 3.1.5 Réservoir de gaz chaud enrichi

En général, il est raisonnable de penser qu'au moins une fraction du gaz éjecté du halo par les phénomènes de rétroaction reste dans le voisinage et peut être reaccrétée plus tard. D'autre part, à la suite de l'évolution stellaire dans les galaxies, ce gaz est enrichi en métaux (éléments plus lourds que l'hélium), par rapport à sa composition primordiale (voir section 3.1.8). Il est alors raisonnable de penser aussi que, quand un halo accrète de la matière noire diffuse environnante, la fraction de masse baryonique associée a un contenu non nul en éléments lourds.

Pour modéliser ce phénomène, nous associons à chaque halo un « réservoir », qui contient la masse en gaz et en métaux qu’il a éjectée pendant sa vie. Dès que le halo reaccrete de la matière noire diffuse, nous faisons l’hypothèse qu’une fraction  $\zeta$  de la masse baryonique associée à cette matière provient du réservoir. Le paramètre  $\zeta$  est donc l’efficacité avec laquelle le halo reaccrete le gaz enrichi en métaux. C’est un nouveau paramètre libre du modèle, que nous avons fixé à  $\zeta = 0.3$ . Une valeur nulle de  $\zeta$  correspond à la perte totale du gaz enrichi par le halo, comme dans le modèle de Somerville & Primack (1999). Même quand l’efficacité est maximale ( $\zeta = 1$ ), le taux de réaccretion de ce gaz est inférieur au taux instantané adopté par Kauffmann et al. (1999) et Benson et al. (2000), ainsi qu’au taux correspondant à la prescription de Cole et al. (2000), où le gaz est réaccreté quand le halo fils double sa masse.

### 3.1.6 Processus dynamiques

Quand deux ou plusieurs halos de matière noire fusionnent ensemble, les galaxies qu’ils contiennent se retrouvent dans le nouveau halo fils et peuvent à leur tour fusionner entre elles. Alors que les caractéristiques de la fusion entre halos et les propriétés du halo fils sont obtenues directement de la simulation N-corps, des prescriptions analytiques simplifiées sont encore une fois utilisées pour la composante baryonique.

#### 3.1.6.1 Fusion des halos

Il faut d’abord souligner que, dans la mise en œuvre actuelle du modèle, en ce qui concerne l’arbre de fusion des halos de matière noire, seuls les deux progéniteurs principaux (voir section 2.3.5 pour leur définition) sont considérés, tandis que les autres sont tous négligés. Cette approximation a l’avantage de simplifier considérablement le traitement de la fusion, mais il conduit à la perte des galaxies situées dans les progéniteurs moins massifs (à moins qu’ils ne soient les progéniteurs principaux d’un autre halo). L’erreur commise dépend de la résolution en masse et en temps de la simulation N-corps, qui détermine la fréquence des fusions multiples entre halos de matière noire, par rapport aux fusions binaires (voir, par exemple, Ninin 1999). Grâce aux resimulations à haute résolution que nous avons employées et au nombre considérable de sorties temporelles (100 entre  $z = 20$  et  $z = 0$ ; voir section 2.3.3.2) que nous avons considérées, l’effet de cette approximation sur nos résultats est négligeable, car l’immense majorité des fusions est de type binaire. Cependant, une des améliorations de la prochaine version du modèle consistera justement à éliminer cette approximation et à considérer tous les progéniteurs impliqués dans les fusions multiples des halos.

Lorsque deux objets fusionnent, on s’attend à un déplacement soudain de leurs centres de masse par rapport à ceux qui auraient été prédits à partir de leurs positions et vitesses au pas de temps précédent. Par exemple, dans le cas de fusions entre deux objets de masses très différentes, on s’attend à ce que le déplacement  $d_{\text{cm}}$  soit très petit pour le halo le plus massif, mais grand pour l’autre (de l’ordre du rayon du viriel

du premier halo). Par conséquent, les orbites dans le halo fils des galaxies provenant du progéniteur massif seront très peu perturbées, tandis que celles des galaxies qui étaient dans le deuxième progéniteur subiront des modifications importantes. C’est donc la valeur du déplacement  $d_{\text{cm}}$ , obtenue directement des simulations N-corps, que nous utilisons pour assigner aux galaxies leurs nouvelles positions  $r_f$  dans un halo issu d’une fusion. La formule employée est la suivante :

$$r_f = \sqrt{r_{i,j}^2 + d_{\text{cm},j}^2 - 2 r_{i,j} d_{\text{cm},j} \cos \theta}, \quad (3.17)$$

où  $r_i$  est la position initiale de la galaxie dans le halo progéniteur  $j$ , et  $\theta$  est l’angle entre  $r_i$  et le vecteur qui joint les centres des deux progéniteurs. La valeur de  $\theta$  est déterminée d’une manière complètement aléatoire. Si, après la fusion, une galaxie se retrouve à un rayon orbital  $r_f$  inférieur à sa taille, elle devient la galaxie centrale du halo fils. Si cela arrive à plusieurs galaxies, elles sont toutes fusionnées ensemble par ordre décroissant de leur masse. Si, par contre, aucune galaxie ne se retrouve au centre du halo après la fusion, le refroidissement du gaz produira un nouveau disque selon les prescriptions de la section 3.1.2.

Un tel modèle pour assigner les positions des galaxies satellites dans les halos est purement géométrique et certainement naïf, mais il a l’avantage de reproduire le comportement physique attendu lors d’une fusion, sans introduire aucun paramètre libre. Cependant nous envisageons d’améliorer cet aspect du modèle en assignant à chaque galaxie l’index de la particule la plus liée du halo dans lequel la galaxie s’est formée pour la première fois, c’est-à-dire, par le refroidissement du gaz sur le disque central (section 3.1.2). La galaxie sera alors toujours identifiée avec cette particule, même après la fusion de son halo d’origine avec d’autres, et sa position dans le halo hôte sera donnée directement par la position de cette particule dans la simulation numérique. Une telle procédure est justifiée par les résultats de simulations N-corps à haute résolution, qui ont montré que, quand un halo de matière noire est accrété par un autre plus massif, son coeur dense peut survivre dans le nouveau puits de potentiel pendant plusieurs temps de croisement et, dans 90% des cas, il continue à contenir la particule qui était la plus liée avant la fusion (Springel, communication privée ; Diaferio et al. 2000). En plus, cette technique s’est déjà révélée très efficace pour reproduire, avec un modèle hybride, les gradients de couleur, de type morphologique et de taux de formation stellaire observés dans les amas de galaxies (Diaferio et al. 2000).

### 3.1.6.2 Friction dynamique

Les galaxies satellites qui orbitent à l’intérieur d’un halo subissent l’effet de la friction dynamique par la matière noire d’arrière-plan. Elles perdent alors une partie de leur énergie et chutent vers le centre du puits de potentiel. En supposant des orbites circulaires, nous décrivons la diminution de leur rayon orbital  $r$  en fonction du temps par (Binney & Tremaine 1987) :

$$r \frac{dr}{dt} = -0.428 \frac{G M_{\text{sat}}}{V_c} \ln \Lambda_C, \quad (3.18)$$

où  $M_{\text{sat}}$  est la masse du satellite,  $V_c$  est la vitesse circulaire du halo et  $\ln \Lambda_C$  est le logarithme de Coulomb, calculé par :

$$\ln \Lambda_C = \ln \left[ 1 + \left( \frac{M_{\text{vir}}}{M_{\text{sat}}} \right)^2 \right], \quad (3.19)$$

$M_{\text{vir}}$  étant la masse du halo.

Comme discuté dans le paragraphe précédent et dans le chapitre 2, quand un halo fusionne avec un autre il n'est pas complètement détruit, mais son coeur plus dense garde longtemps son identité de sous-halo dans le halo hôte. Nous faisons donc l'hypothèse que chaque galaxie satellite est entourée par le coeur dense de son halo d'origine, que nous identifions avec le débris généré par les effets de marée du halo hôte sur le halo accrété. Comme dans Somerville & Primack (1999), nous supposons que le coeur de matière noire retenu par une galaxie satellite orbitant à la distance  $r$  du centre du halo hôte correspond à son halo d'origine dépouillé jusqu'à un rayon de marée  $r_t$  tel que :  $\rho_{\text{oh}}(r_t) = \rho_{\text{hh}}(r)$ , où  $\rho_{\text{oh}}$  est la densité du halo d'origine et  $\rho_{\text{hh}}$  celle du halo hôte. Les deux halos de matière noire étant des sphères isothermes, la masse du coeur est donnée par :

$$M_{\text{core}} = \frac{V_{\text{oh}}^3 r}{G V_{\text{hh}}}, \quad (3.20)$$

où  $V_{\text{oh}}$  et  $V_{\text{hh}}$  sont les vitesses circulaires du halo d'origine et du halo hôte respectivement. La masse  $M_{\text{sat}}$  dans l'équation 3.18 est alors la somme de  $M_{\text{core}}$  et de la masse en étoiles et du gaz froid de la galaxie.

Quand la distance orbitale du satellite est inférieure à la somme de son rayon et de celui de la galaxie centrale, les deux galaxies fusionnent ensemble.

L'équation 3.18 est l'application de la formule de Chandrasekhar (1943) pour la friction dynamique au cas d'un satellite de masse  $M_{\text{sat}}$  qui se déplace dans une sphère isotherme de masse  $M_{\text{vir}}$ , sur une orbite circulaire à la distance  $r$  du centre et avec une vitesse  $V_c$ . L'approximation la plus forte que nous faisons implicitement en utilisant cette formule est que les orbites des galaxies sont circulaires. En fait, des simulations N-corps à haute résolution ont récemment montré que, dans le puits de potentiel d'un halo, les sous-halos qu'il contient se déplacent sur des orbites plutôt allongées, avec un rapport moyen entre l'apocentre et le péricentre d'environ 6 (Tormen 1997; Ghigna et al. 1998). L'efficacité de la friction dynamique est donc probablement sous-estimée dans notre approximation et nous comptons étudier les effets d'orbites non circulaires dans le prochain développement du modèle. En plus, une fois que les galaxies seront identifiées avec la particule la plus liée de leur halo d'origine (voir paragraphe précédent), leurs positions dans le halo hôte seront obtenues directement de la simulation, dans laquelle tous les effets gravitationnels, friction dynamique comprise, sont pris en compte. En principe donc, aucune formule analytique simplifiée ne sera nécessaire pour décider quand une galaxie arrive au fond du puits de potentiel et fusionne avec la galaxie centrale<sup>2</sup>.

---

2. En pratique, à cause de la résolution temporelle limitée de la simulation, il sera toujours nécessaire de recourir à un critère « fait à la main ».

### 3.1.6.3 Fusion directe

Avant d’atteindre le centre du halo hôte par effet de friction dynamique, les galaxies satellites peuvent aussi fusionner entre elles par collision directe. Comme leurs orbites dans le halo sont inconnues, nous nous sommes limités à décrire ce phénomène en termes de la probabilité de ces rencontres dans un intervalle de temps donné. Pour cela, nous utilisons la formule proposée par Makino & Hut (1997 ; voir aussi Mamon 1992, 2000) obtenue sur la base de simples arguments sur la section efficace, d’après les résultats de simulations numériques détaillées. La probabilité qu’une collision ait lieu pendant l’intervalle de temps  $\Delta t$  est alors donné par :

$$\mathcal{P} = \frac{\Delta t}{\tau}, \quad (3.21)$$

où  $\tau$  est une échelle de temps caractéristique qui dépend des propriétés des galaxies et du halo, selon :

$$\tau^{-1} = \psi (N_g - 1) \left( \frac{r_{\text{gal}}}{r_{\text{vir}}} \right)^3 \left( \frac{v_{\text{gal}}}{V_c} \right)^3 \left( \frac{v_{\text{gal}}}{r_{\text{gal}}} \right). \quad (3.22)$$

Dans cette équation  $N_g$  est le nombre de galaxies dans le halo,  $r_{\text{gal}}$  et  $v_{\text{gal}}$  sont leur rayon et vitesse interne moyens,  $r_{\text{vir}}$  et  $V_c$  sont le rayon du viriel et la vitesse circulaire du halo et  $\psi$  est un paramètre libre. En exprimant  $\tau$  en Gyr, les vitesses en km/s et les rayons en Mpc, nous avons adopté la valeur  $\psi = 0.003$  déduite de l’article de Makino & Hut (1997)<sup>3</sup>, quoiqu’elle ait été dérivée pour le cas d’un halo peuplé uniquement par des galaxies sphériques et de mêmes taille et masse. Une étude de la sensibilité des nos résultats à la valeur de ce paramètre est en cours.

### 3.1.6.4 Balayage par pression dynamique

Un des processus jugés particulièrement importants pour l’évolution des galaxies dans les amas, est le balayage du gaz froid des disques par pression dynamique de la part du milieu diffus environnant (*ram pressure stripping*). Un tel phénomène pourrait rendre compte de la déficience d’hydrogène neutre observée dans les spirales d’amas par rapport à celles du champ et a été invoqué aussi comme l’un des mécanismes capables de conduire à la formation d’une lenticulaire à partir d’une spirale.

L’idée originelle de ce processus est due à Gunn & Gott (1972), qui utilisent un simple argument d’équilibre de forces statiques pour estimer son efficacité : si la pression dynamique due au milieu intra-amas est supérieure à la force gravitationnelle par unité de surface du disque, le gaz froid de ce dernier est balayé hors de la galaxie. En formule, cette idée est exprimée par :

$$\rho_{\text{ICM}}(r) v_{\perp}^2 \geq 2 \pi G \Sigma_{\star g}(R) \Sigma_g(R), \quad (3.23)$$

---

3. Au cours de ce travail, nous nous sommes aperçus que, en réalité, la valeur effectivement utilisé par Makino & Hut (1997) est d’un facteur  $\sim 5$  plus grande. L’effet sur les résultats est cependant négligeable (voir section 3.2.1).

où  $\rho_{\text{ICM}}(r)$  est la densité du milieu intra-amas au rayon orbital  $r$  de la galaxie,  $v_{\perp}$  est la composante perpendiculaire de la vitesse de déplacement de la galaxie, et  $\Sigma_{\star\text{g}}(R)$  et  $\Sigma_{\text{g}}(R)$  représentent respectivement la distribution de masse totale (étoiles plus gaz) et du gaz dans le disque.

Dans notre modèle hybride, nous avons tenu compte aussi de ce phénomène et nous avons étudié quel est son effet sur les résultats (section 3.2). En particulier, pour estimer la masse de gaz froid soustraite à un disque à chaque pas de temps, nous avons adopté pour ses deux composantes un profil exponentiel (équation 3.11) avec la même échelle caractéristique  $R_{\text{d}}$  et avec des densités centrales  $\Sigma_{0\star\text{g}}$  et  $\Sigma_{0\text{g}}$  respectivement. L'égalité des deux termes dans l'équation 3.23 permet alors de calculer le rayon du disque après le balayage ( $R_{\text{str}}$ ) comme :

$$\frac{R_{\text{str}}}{R_{\text{d}}} = -\ln \sqrt{\frac{\rho_{\text{ICM}}(r) v_{\perp}^2}{2 \pi G \Sigma_{0\star\text{g}} \Sigma_{0\text{g}}}}. \quad (3.24)$$

Lorsque  $\rho_{\text{ICM}}(r) v_{\perp}^2 > 2 \pi G \Sigma_{0\star\text{g}} \Sigma_{0\text{g}}$ , tout le gaz est balayé. La distribution du milieu intra-amas est décrite par le profil de sphère isotherme non singulière, comme dans l'équation 3.7. Pour calculer  $v_{\perp}$  nous faisons l'hypothèse que la distribution des vitesses orbitales des galaxies est une maxwellienne d'écart-type égal à la dispersion de vitesse du halo, qui pour une sphère isotherme est  $\sigma = V_c/\sqrt{2}$ . Le module de  $v_{\perp}$  est alors tiré au hasard d'une telle distribution et il est ensuite multiplié par le sinus de l'angle  $\theta$  entre le vecteur vitesse et le plan du disque, lui aussi tiré au hasard à partir d'une distribution uniforme entre zéro et un.

La masse de gaz froid au delà de  $R_{\text{str}}$  est soustraite aux disques et ajoutée au gaz chaud du halo. Elle pourra alors refroidir sur la galaxie centrale et augmenter ainsi sa formation stellaire, par rapport à celle qui aurait pu avoir lieu si le mécanisme de balayage par pression dynamique n'était pas pris en compte. Surtout, les disques balayés pourront former moins d'étoiles et seront donc moins lumineux et plus rouges.

### 3.1.7 Morphologie des galaxies

Comme décrit en section 3.1.2, le refroidissement du gaz conduit à la formation d'un disque au centre du halo. En revanche, le mécanisme que nous utilisons pour produire les sphéroïdes (les galaxies elliptiques, ainsi que les bulbes des spirales) est la fusion entre les disques.

Pour attribuer un type morphologique aux galaxies issues d'une fusion, les précédents modèles semi-analytiques (Kauffmann et al. 1999; Somerville & Primack 1999; Cole et al. 2000) emploient tous la même prescription : si le rapport des masses des deux galaxies progénitrices est inférieur à 0.3, les étoiles et le gaz de la moins massive sont ajoutés au disque de l'autre, sinon, les disques sont détruits et le produit de la fusion est un sphéroïde. L'algorithme que nous utilisons pour répartir la matière des progénitrices dans la galaxie fille reproduit les deux cas limites de fusion d'objets de masses comparables et très disproportionnées, mais il a en plus l'avantage d'un

nom	forme	$M_1 \gg M_2$	$M_1 \ll M_2$	$M_1 = M_2$	$M_1/M_2 = 0.3$
$D_1 \rightarrow D$	$ X $	1	1	0	0.54
$B_1 \rightarrow D$	$( X  - X)/2$	0	1	0	0.54
$D_1 \rightarrow B$	$1 -  X $	0	0	1	0.46
$B_1 \rightarrow B$	$1 - ( X  - X)/2$	1	0	1	0.46
$D_2 \rightarrow D$	$ X $	1	1	0	0.54
$B_2 \rightarrow D$	$( X  + X)/2$	1	0	0	0.0
$D_2 \rightarrow B$	$1 -  X $	0	0	1	0.46
$B_2 \rightarrow B$	$1 - ( X  + X)/2$	0	1	1	1.0

TAB. 3.1 – *Algorithme pour répartir la masse des deux galaxies progénitrices dans les composantes de disque (D) et de bulbe (B) de la galaxie fille après un événement de fusion.*

comportement continu entre les deux. Il est basé sur la variable  $X$ , définie comme le rapport entre la différence et la somme des masses des deux galaxies progénitrices :

$$X = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}. \quad (3.25)$$

et sa forme détermine quel est le pourcentage de masse du disque et du bulbe des progénitrices qui va dans le disque et/ou le bulbe de la galaxie fille. En particulier, si on désigne par  $D_1$  et  $D_2$  la masse du disque des deux progénitrices, avec  $B_1$  et  $B_2$  la masse de leur bulbe, et avec  $D$  et  $B$  celle du disque et du bulbe de la galaxie fille, et si on indique avec  $D_i \rightarrow D$  la fraction de masse du disque  $D_i$  qui va dans le disque final  $D$ , et ainsi de suite pour toutes les autres possibilités, la forme de l’algorithme est donnée dans la table 3.1 (Hatton et al. 2000). Par exemple, si  $M_1 \gg M_2$ , la galaxie fille sera composée d’un disque  $D$  dérivant du disque  $D_1$ , plus la masse qui était dans les deux composantes de la progénitrice 2, et d’un bulbe  $B$  égal au bulbe  $B_1$  de la galaxie progénitrice 1. Si  $M_1 = M_2$ , toute la masse va dans un nouveau bulbe et les disques préexistants sont détruits. Si le rapport des masses est de 0.3 (la valeur critique utilisée dans les autres modèles semi-analytiques pour faire la distinction entre fusion proportionnée et disproportionnée), le comportement prédit par notre algorithme semble très raisonnable, car l’objet moins massif est réparti d’une façon presque équilibrée entre le nouveau disque et le nouveau bulbe, tandis que l’autre progénitrice passe presque la moitié de son disque et la totalité de son bulbe au nouveau bulbe  $B$ .

Pour estimer la vitesse caractéristique (vitesse circulaire pour les disques, dispersion de vitesse pour les bulbes) et la taille des deux nouvelles composantes  $B$  et  $D$  ainsi obtenues, nous faisons l’hypothèse que la matière noire du halo hôte domine la dynamique et que l’énergie est répartie comme la masse. Nous calculons d’abord la fraction d’énergie cinétique ( $k_D$  et  $k_B$ ) que le nouveau disque  $D$  et le nouveau bulbe  $B$  ont hérité des quatre composantes progénitrices ( $D_1, B_1, D_2, B_2$ ) selon leur

contribution en masse ( $D_1 \rightarrow D$ ,  $B_1 \rightarrow D$ , etc.) mesurée par notre algorithme :

$$\begin{aligned} k_D &= K_{D_1}(D_1 \rightarrow D) + K_{B_1}(B_1 \rightarrow D) + K_{D_2}(D_2 \rightarrow D) + K_{B_2}(B_2 \rightarrow D) \\ k_B &= K_{D_1}(D_1 \rightarrow B) + K_{B_1}(B_1 \rightarrow B) + K_{D_2}(D_2 \rightarrow B) + K_{B_2}(B_2 \rightarrow B), \end{aligned} \quad (3.26)$$

où  $K_{D_i}$  et  $K_{B_i}$  ( $i = 1, 2$ ) sont les énergie cinétiques des quatre composantes avant la fusion. Si cette dernière a eu lieu par effet de la friction dynamique, nous calculons son énergie orbitale par :

$$E_{\text{orb}} = \frac{1}{2} \frac{G M_1 M_2}{r_1 + r_2}, \quad (3.27)$$

où  $M_i$  est la masse de la galaxie progénitrice  $i$  et  $r_i$  est le maximum entre le rayon à la moitié de la masse du disque et celui du bulbe. Si la fusion s'est produite entre deux satellites, l'énergie cinétique de la collision directe est calculée par :

$$E_{\text{coll}} = \frac{1}{2} V_c^2 \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}, \quad (3.28)$$

où  $V_c$  est la vitesse circulaire du halo hôte. Finalement, les énergies cinétiques totales du nouveau disque et du nouveau bulbe sont données par :

$$\begin{aligned} K_D &= k_D \left[ 1 + \frac{k_D}{(k_D + k_B)} E_{\text{fus}} \right], \\ K_B &= k_B \left[ 1 + \frac{k_B}{(k_D + k_B)} E_{\text{fus}} \right], \end{aligned}$$

où l'énergie de la fusion  $E_{\text{fus}}$  (égale à  $E_{\text{orb}}$  ou à  $E_{\text{coll}}$  selon le cas) a été répartie entre les deux composantes de la même manière que  $k_D$  et  $k_B$ . Les vitesses caractéristiques  $v_D$  et  $v_B$  sont alors dérivées directement des énergies cinétiques totales.

Elle sont ensuite employées pour calculer les nouvelles tailles  $r_D$  et  $r_B$  selon (Cole et al. 2000) :

$$r_c = \frac{f_c}{v_c^2}, \quad \text{avec } c = D, B \quad (3.29)$$

où  $f_c$  est la somme des produits entre le rayon et la vitesse caractéristique au carré des quatre composantes progénitrices ( $r_{c,i} v_{c,i}^2$ , avec  $c = D, B$  et  $i = 1, 2$ ), pesés par l'algorithme de répartition de la masse de la même manière que dans l'équation 3.26 :

$$\begin{aligned} f_D &= r_{D_1} v_{D_1}^2 (D_1 \rightarrow D) + r_{B_1} v_{B_1}^2 (B_1 \rightarrow D) + r_{D_2} v_{D_2}^2 (D_2 \rightarrow D) + r_{B_2} v_{B_2}^2 (B_2 \rightarrow D) \\ f_B &= r_{D_1} v_{D_1}^2 (D_1 \rightarrow B) + r_{B_1} v_{B_1}^2 (B_1 \rightarrow B) + r_{D_2} v_{D_2}^2 (D_2 \rightarrow B) + r_{B_2} v_{B_2}^2 (B_2 \rightarrow B), \end{aligned} \quad (3.30)$$

Comme discuté dans les sections 3.1.2 et 3.1.3, la distribution de masse des disques est décrite par le profil exponentiel (équation 3.11), avec une échelle caractéristique  $R_d$ , le rayon à la moitié de la masse donné par  $r_{1/2} = 1.68 R_d$  et une vitesse

caractéristique égale à  $V_c$ . Pour les sphéroïdes nous adoptons le profil de densité de Hernquist (1990) :

$$\rho(r) = \frac{M}{2\pi} \frac{r_b}{r(r+r_b)^3}, \quad (3.31)$$

où  $M$  est la masse totale et  $r_b$  est l'échelle caractéristique, liée au rayon à la moitié de la masse par :  $r_{1/2} = (1 + \sqrt{2}) r_b$ . En projection, ce profil est très proche de celui en  $R^{1/4}$  de de Vaucouleurs (1948), généralement utilisé pour décrire la distribution de luminosité des elliptiques. Leur vitesse caractéristique est la dispersion de vitesse  $\sigma$ . Le refroidissement du gaz n'est pas permis sur un sphéroïde, mais un épisode de formation stellaire peut se produire au moment de sa formation, si du gaz froid était présent dans les galaxies progénitrices impliquées dans la fusion. Le taux de formation d'étoiles est alors calculé comme dans l'équation 3.13, avec le temps dynamique donné par le temps de chute libre ( $t_{\text{dyn}} = r_{1/2}/\sqrt{GM}$ ) et l'efficacité  $\beta^{-1}$  multipliée par un facteur 10, pour simuler l'intense flambée de formation stellaire attendue lors d'une fusion. Si un sphéroïde se trouve au centre du halo hôte, l'éventuel refroidissement du gaz chaud du halo (section 3.1.2) conduit à la formation d'un nouveau disque de gaz froid autour de lui. Sa morphologie changera donc de celle d'une pure galaxie elliptique à celle d'une spirale avec un bulbe central, dont l'importance par rapport à la composante de disque diminuera au fur et à mesure que le refroidissement du gaz et la formation d'étoiles procèdent. Dans ce type de modèles donc, la morphologie d'une galaxie peut changer continuellement au cours de sa vie.

### 3.1.8 Métallicité, spectres, poussière

Pendant leur évolution les étoiles synthétisent les métaux par la fusion nucléaire et les rejettent dans le milieu environnant par les vents stellaires, les explosions de supernovae, ou les nébuleuses planétaires. La quantité de métaux dans le gaz influence son temps caractéristique de refroidissement  $t_{\text{cool}}$  (section 3.1.2) et donc l'efficacité de la formation stellaire ultérieure, ainsi que les propriétés spectro-photométrique des nouvelles étoiles qui se forment du gaz enrichi et la production de la poussière galactique qui domine le rayonnement infrarouge. Il est donc très important de suivre correctement les éléments lourds dans le modèle, si une description fiable de la luminosité et des spectres des galaxies doit être obtenue.

Pour calculer la quantité de métaux au temps  $t$  dans le milieu interstellaire, il faut déterminer combien d'éléments lourds sont produits et rejetés par les étoiles ( $\mathcal{E}_Z(t)$ ), mais aussi prendre en compte le fait que la masse de gaz froid dans les galaxies varie continuellement. Le gaz est en fait consommé au taux  $\Psi_*(t)$  (équation 3.13) par la formation stellaire, il est éjecté hors de la galaxie par effet de la rétroaction avec un taux  $E(t)$ , et il peut aussi être accrété au taux  $A(t)$  lors d'une fusion et/ou suite au refroidissement du gaz chaud du halo, si la galaxie est centrale. La variation temporelle de la masse en métaux dans le milieu interstellaire est alors donnée par :

$$\frac{d(Z_g m_g)}{dt} = \mathcal{E}_Z(t) - Z_g(t) \Psi_*(t) - Z_E E(t) + Z_A A(t), \quad (3.32)$$

où  $Z_g$ ,  $Z_E$  et  $Z_A$  sont respectivement les pourcentage en masse d'éléments lourds dans le gaz de la galaxie et dans le gaz éjecté et accréte par la galaxie.

Pour déterminer le taux d'éjection stellaire des métaux  $\mathcal{E}_Z(t)$ , il faut d'abord considérer les étoiles qui meurent au temps  $t$ . Ce sont celles ayant un temps de vie exactement égal à  $t$  et toutes celles (plus massives) qui vivent moins longtemps, mais qui sont nées exactement il y a  $t_m$  années (au temps  $t - t_m$ ). Leur nombre par unité de temps est alors donné par :

$$N_{\text{ds}} = \int_{m_t}^{m_{\text{sup}}} \Psi_*(t - t_m) \phi(m) dm, \quad (3.33)$$

où  $m_t$  est la masse de la plus petite étoile qui meurt au temps  $t$  (c'est-à-dire, ayant un temps de vie exactement égal à  $t$ ),  $m_{\text{sup}}$  est la masse maximale pour une étoile (la même que dans l'équation 3.15),  $\Psi_*(t - t_m)$  est le taux de formation stellaire au moment de la naissance des étoiles considérées et  $\phi(m)$  est la fonction de masse initiale (équation 3.15). Étant donné ces étoiles, la quantité de métaux qui vont enrichir le milieu interstellaire au temps  $t$  est alors donnée par la somme de deux contributions :

1. la masse en éléments lourds initialement présents dans le gaz à partir duquel l'étoile s'est formée, qui est rejetée à la fin de la vie stellaire :  $(m - \omega_m) Z_g(t - t_m)$ , où  $\omega_m$  est la masse du résidu stellaire et  $Z_g(t - t_m)$  est la fraction en masse des métaux dans le gaz au temps  $(t - t_m)$  ;
2. la fraction de la masse stellaire initiale qui a été transformée en nouveaux éléments lourds par la nucléosynthèse et qui est a été rejetée par l'étoile pendant sa vie :  $m Y_Z(m)$ , où  $Y_Z(m)$  est appelé « *yield* stellaire ».

Le taux d'éjection des éléments lourds par les étoiles, au temps  $t$ , est alors donné par :

$$\mathcal{E}_Z(t) = \int_{m_t}^{m_{\text{sup}}} \Psi_*(t - t_m) \phi(m) [(m - \omega_m) Z_g(t - t_m) + m Y_Z(m)] dm. \quad (3.34)$$

Contrairement à d'autres méthodes (Kauffmann et al. 1999; Cole et al. 2000), nous ne faisons pas l'hypothèse du « recyclage instantané », qui consiste à considérer qu'une étoile, dès qu'elle s'est formée, éjecte une fraction de sa masse sous forme de métaux. Au contraire, nous calculons les éléments lourds rejetés à chaque instant par les étoiles de différentes masses, selon les équations précédentes et les résultats de la théorie de l'évolution stellaire<sup>4</sup>. En plus, nous laissons les nouvelles étoiles se former à partir du gaz enrichi, en supposant un mélange instantané des métaux rejetés avec ceux déjà présents dans le milieu environnant.

Étant donné une étoile de masse initiale  $m$ , métallicité initiale  $Z_*$  et âge  $\tau$ , elle émet un flux  $f_\lambda(m, Z_*, \tau)$  à la longueur d'onde  $\lambda$ . La contribution au spectre galactique à chaque instant  $t$ , due aux étoiles générées dans le même épisode de formation stellaire, est alors donnée par :

$$F_\lambda^*(t) = \int_0^t \int_{m_{\text{inf}}}^{m_{\text{sup}}} \Psi_*(t - \tau) \phi(m) f_\lambda(m, \tau, Z_*) dm d\tau. \quad (3.35)$$

---

4. Pour les détails sur les *yields* stellaires que nous utilisons, voir Devriendt et al. (1999)

Dans notre modèle, cette quantité est calculée en négligeant la composante nébulaire et en utilisant les tracés et les spectres stellaires décrits par Devriendt et al. (1999). Le spectre d'une galaxie à un moment donné est alors déterminé en additionnant les contributions des populations stellaires de toutes les progénitrices, selon l'arbre de fusion de la galaxie.

Nous prenons aussi en compte l'éventuelle présence de poussière, qui absorbe une fraction de l'énergie stellaire dans la bande optique et la re-émet dans l'infrarouge. Pour calculer l'obscurité  $A_\lambda(t)$ , nous faisons l'hypothèse que les étoiles et la poussière sont mélangées d'une façon homogène, dans une distribution sphérique pour les bulbes et les galaxies elliptiques, dans une géométrie de type « *slab* » (des couches planes infinies de la même épaisseur) pour les disques. L'angle d'inclinaison  $i$  de ces derniers par rapport à la ligne de visée est tiré au hasard. Une fois calculée l'obscurité, on dérive le spectre stellaire éteint  $F_\lambda(t)$  par :

$$F_\lambda(t) = F_\lambda^*(t) \times 10^{-0.4 A_\lambda(t)} \quad (3.36)$$

et la luminosité infrarouge totale  $L_{IR}$  par :

$$L_{IR}(t) = \int F_\lambda^*(t) \times 10^{-0.4 \langle A_\lambda(t) \rangle_i} d\lambda, \quad (3.37)$$

où  $\langle A_\lambda(t) \rangle_i$  indique que, pour les disques, l'obscurité est moyennée sur l'angle d'inclinaison  $i$ , selon :

$$\langle A_\lambda(t) \rangle_i \equiv -2.5 \log \left\langle \frac{F_\lambda(t)}{F_\lambda^*(t)} \right\rangle_i. \quad (3.38)$$

Pour calculer le spectre en émission des poussières et obtenir le spectre complet des galaxies, nous suivons ensuite le modèle décrit par Devriendt et al. (1999).

## 3.2 Application aux halos resimulés : résultats pour les amas

Pour étudier la formation et l'évolution des galaxies dans les amas, nous avons appliqué le modèle GALICS aux halos de matière noire, issus de nos resimulations à haute résolution (voir chapitre précédent).

Les valeurs adoptées pour les paramètres libres du modèle sont résumées dans la table 3.2, où les intervalles possibles de variation sont aussi montrés.

Pour la définition des types morphologiques, nous avons adoptée la classification de Simien & de Vaucouleurs (1986), basée sur le rapport  $L_B/L_D$  entre la luminosité du bulbe et la luminosité du disque, en bande B. En définissant  $T \equiv \exp(-L_B/L_D)$ , de telle façon que pour un disque pur  $T = 1$  et pour un sphéroïde pur  $T = 0$ , les différents types morphologiques correspondent aux intervalles suivants de  $T$  :

- $T \leq 0.219$  : galaxie elliptique

Paramètres	Valeur adoptée	Intervalle possible
$\beta^{-1}$ : efficacité de la formation d'étoiles	0.017	0.01-0.1
$\epsilon_{SN}$ : efficacité de la rétroaction des supernovae	0.1	0.01-0.2
$\zeta$ : efficacité de recyclage du gaz par le halo	0.3	0.0-1.0
$\psi$ : normalisation du taux des fusions satellite-satellite	0.003	0.001-0.1

TAB. 3.2 – Valeurs des paramètres libres intervenant dans les recettes de la méthode semi-analytique présentée dans le texte.

- $0.219 < T < 0.507$  : galaxie lenticulaire
- $T \geq 0.507$  : galaxie spirale

Nous avons aussi appelées « naines/irrégulières » tous les disques ayant une magnitude en bande B moins brillante que  $-17$ .

Dans les sections suivantes, nous présentons une première analyse des résultats, qui n'a pas la prétention d'être complète et exhaustive, mais qui veut montrer surtout certaines des potentialités de la méthode hybride employée.

Nous nous sommes concentrés exclusivement sur les galaxies d'amas (sauf si spécifié), définies comme toutes celles qui sont contenues dans le rayon du viriel des 10 halos massifs issus des resimulations à haute résolution. Quoique de multiples propriétés des galaxies et des amas pourraient être étudiées, nous avons basé la discussion qui suit sur les seules fonctions de luminosité, les couleurs et les fractions morphologiques, en renvoyant une analyse plus détaillée et plus ample aux développements ultérieurs.

Dans la première section nous discutons les effets des différents processus dynamiques, que nous avons pu facilement « éteindre », « allumer », ou rendre plus ou moins efficaces, grâce au fait qu'ils sont décrits par des formules analytiques simples. Nous avons ensuite étudié dans quelle mesure les résultats sont sensibles aux tirages aléatoires utilisés dans plusieurs parties du modèle. Les sections suivantes montrent une analyse de l'influence de la masse des amas sur les propriétés de leur population galactique, au temps présent (section 3.2.3), ainsi qu'à décalage spectral  $z \simeq 0.5$  (section 3.2.4). Le chapitre se conclut avec quelques comparaisons aux observations d'amas locaux.

### 3.2.1 Effets des processus dynamiques

Comme présenté en section 3.1.6, nous avons considéré trois processus dynamiques censés être particulièrement importants pour l'évolution des galaxies dans les amas : la friction dynamique, les collisions directes et le balayage par pression dynamique. Nous avons alors étudié quels sont les effets de chacun de ces processus sur certaines des propriétés des galaxies.

Pour cela, nous avons fait tourner GALICS 5 fois sur le même halo (HR-g1, un des halos de type Coma), en considérant des combinaisons différentes des processus dynamiques ou en modifiant leur efficacité. Plus précisément, nous avons considéré les 5 combinaisons suivantes :

1. friction dynamique seulement («  $df$  ») : aucune collision directe et aucun balayage par pression dynamique ne peuvent se produire ;
2. friction dynamique et collisions directes « standard » («  $df-ss$  », où  $ss$  signifie fusions « satellite-satellite ») : la valeur du paramètre  $\psi$  pour les collisions  $ss$  (section 3.1.6.3) est fixée à  $\psi = 0.003$  et le balayage par pression dynamique est éteint ;
3. friction dynamique et collisions directes avec une efficacité 10 fois supérieure («  $df-10ss$  ») :  $\psi$  est multiplié par un facteur 10 ( $\psi = 0.03$ ), le balayage par pression dynamique est toujours éteint ;
4. friction dynamique, collisions directes standards et balayage par pression dynamique («  $df-ss-rp$  », où  $rp$  signifie « ram pressure ») :  $\psi$  est à nouveau fixé à  $\psi = 0.003$ , le balayage par pression dynamique est pris en compte ;
5. friction dynamique, collisions directes augmentées et balayage par pression dynamique («  $df-10ss-rp$  ») : comme le cas 4, mais avec  $\psi$  multiplié par 10.

Nous avons ensuite comparé les résultats obtenus dans les 5 cas.

La fonction de luminosité des galaxies est montrée dans la figure 3.1, où les quatre panneaux correspondent à quatre paires de combinaisons des processus dynamiques (voir les titres). Dans chaque panneau, l'histogramme en traits pointillés correspond au premier des deux cas (celui indiqué à gauche dans les titres), l'histogramme en trait plein au deuxième.

Aucune différence systématique entre le cas de friction dynamique seule ( $df$ ) et de friction dynamique plus collisions directes standards ( $df-ss$ ) n'est reconnaissable.

Une efficacité supérieure des fusions  $ss$  (deuxième panneau) conduit à la formation d'un plus grand nombre de galaxies brillantes, au détriment de celles de faible luminosité. La fonction tend donc à s'aplatir.

Le balayage par pression dynamique (panneau :  $df-ss/df-ss-rp$ ) agit surtout sur les disques de petite masse, à cause de leur faible force de rappel sur le gaz. La formation stellaire est particulièrement réduite dans ces objets, qui disparaissent alors de notre échantillon. En même temps, comme les galaxies plus lumineuses dérivent de la fusion de systèmes de plus faible masse, les conséquences d'une formation stellaire réduite se propagent aussi aux magnitudes plus brillantes. L'effet principal de la pression dynamique sur la fonction de luminosité est alors une diminution du nombre de galaxies, surtout aux magnitudes moins négatives et intermédiaires.

Si l'efficacité des collisions directes est augmentée d'un facteur 10 (dernier panneau), les effets sont les mêmes que ceux révélés dans le cas  $df-ss/df-10ss$ , avec une diminution des objets de faible luminosité et une augmentation des objets intrinsèquement brillants. Dans tous les histogrammes, on peut reconnaître une « coupure » aux magnitudes moins négatives que  $M_B \sim -14$ , qui suggère que notre échantillon n'est pas complet en dessous de cette luminosité. La cause de ce phénomène est liée à l'existence d'une masse minimale (10 particules HR ; voir section 2.3.3.2) pour les halos détectés dans les simulations, qui introduit une limite effective à la résolution

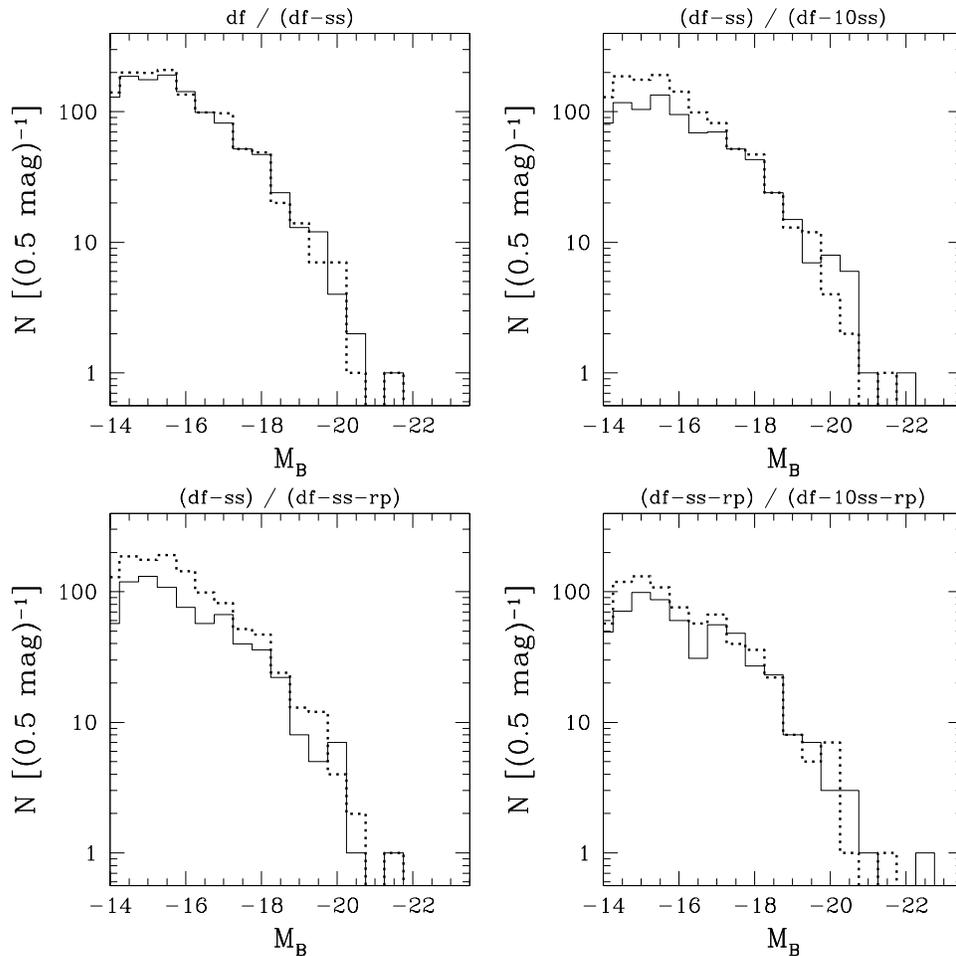


FIG. 3.1 – *Effets des processus dynamiques sur la fonction de luminosité des galaxies. Cinq combinaisons différentes de processus dynamiques sont considérées (voir le texte). Les fonctions de luminosité correspondant à 4 paires de ces combinaisons sont montrées dans chaque panneau (voir les titres des panneaux). L'histogramme pointillé se réfère à la première combinaison dans le titre, celui en trait plein à la deuxième. Ici, comme dans la suite, seules les galaxies d'amas plus brillantes que  $M_B = -14$  sont considérées.*

de nos résultats. Nous définissons alors cette limite comme la masse minimale des halos qui multiplie la fraction baryonique de l'univers, car des galaxies ayant une

masse plus petite existent dans nos résultats, mais aucune galaxie plus massive ne pourrait être formée dans des halos non résolus. Étant donnée la masse des particules HR ( $m_{\text{HR}} \simeq 310^9 M_{\odot}$ ) et la valeur adoptée pour  $\Omega_b$  ( $\Omega_b = 0.0125 h^{-2}$ ,  $h = 0.7$ ), cette limite est alors :  $M_{\text{lim}} \simeq 7.6 \cdot 10^8 M_{\odot}$ . La figure 3.2 montre la relation entre la masse baryonique de nos galaxies et leur magnitude absolue, en bande B (cercles) et en bande K (triangles). La ligne épaisse verticale marque la position de la masse minimale  $M_{\text{lim}}$  et permet donc d'estimer la magnitude limite correspondante, qui en bande B vaut  $M_B \simeq -15$ . On peut donc considérer que nos échantillons sont complets en luminosité à peu près jusqu'à cette valeur de  $M_B$ .

Il faut aussi souligner qu'une galaxie de plus faible luminosité peut avoir des niveaux de fiabilité très différents dans le modèle. D'une part, l'histoire de formation de certaines galaxies de petite masse n'est pas résolue complètement, car elles dérivent de la fusion d'objets ayant une masse en dessous des limites du modèle. Cet aspect influe surtout sur la morphologie des galaxies, car elle est déterminée par la fréquence des fusions, ainsi que sur les couleurs, qui sont généralement trop bleues car nous ne pouvons pas suivre la formation stellaire à grand décalage spectral dans les progéniteurs en dessous de la résolution en masse. D'autre part il faut aussi considérer que la masse baryonique d'une galaxie peut varier continuellement pendant son histoire et, en particulier, elle peut diminuer à cause des phénomènes de rétroaction (section 3.1.4) et de balayage du gaz par pression dynamique (section 3.1.6.4). Par conséquent, une galaxie qui aujourd'hui possède une faible masse n'est pas nécessairement un objet qui s'est formé directement au centre d'un petit halo par le refroidissement du gaz, mais elle peut aussi dériver de la fusion de plusieurs progéniteurs de masses et histoires très variées. En d'autres termes, surtout si le balayage par pression dynamique est pris en compte, une galaxie de faible luminosité peut avoir le même niveau de fiabilité qu'un objet plus lumineux qui n'a pas souffert des effets de la pression dynamique, car son histoire de fusion peut être résolue aussi bien. Pour l'analyse présentée dans la suite, nous avons alors considéré toutes les galaxies plus brillantes que  $M_B = -14$ .

Pour ce qui concerne l'effet des processus dynamiques sur le nombre de galaxies dans l'amas, les valeurs obtenues dans les 5 cas différents sont montrées dans les premières colonnes de la table 3.3, où  $N_{\text{cl}}$ ,  $f_{\text{hcl}}$  et  $f_{\text{ccl}}$  sont respectivement le nombre de galaxies dans le rayon du viriel du halo (donc, dans tout l'amas) et les pourcentages, par rapport à  $N_{\text{cl}}$ , de celles à l'intérieur de  $0.5 r_{\text{vir}}$  et de  $0.3 r_{\text{vir}}$ <sup>5</sup>. Si seule la friction dynamique est considérée, les événements de fusions sont plus rares, car ils peuvent se produire seulement avec la galaxie centrale. Par conséquent, le nombre de galaxies est maximal. Quand les collisions directes entre satellites sont prises en compte, une diminution de  $N_{\text{cl}}$  est observée. Elle est faible pour la valeur standard  $\psi = 0.003$ , mais elle devient très importante si l'efficacité de ce processus est augmentée d'un facteur 10. Le balayage par pression dynamique a aussi l'effet de diminuer le nombre de galaxies dans l'amas, mais pour une raison différente : comme une partie du gaz froid est soustraite aux disques, la formation stellaire est plus faible et donc certaines

---

5. Dans la suite, nous ferons référence, de façon concise, à « la moitié de l'amas » ou à « un tiers de l'amas » pour les valeurs  $0.5 r_{\text{vir}}$  et  $0.3 r_{\text{vir}}$ . Cependant, il faut souligner que les portions correspondantes de volume sont de  $1/8$  et  $1/27$  respectivement.

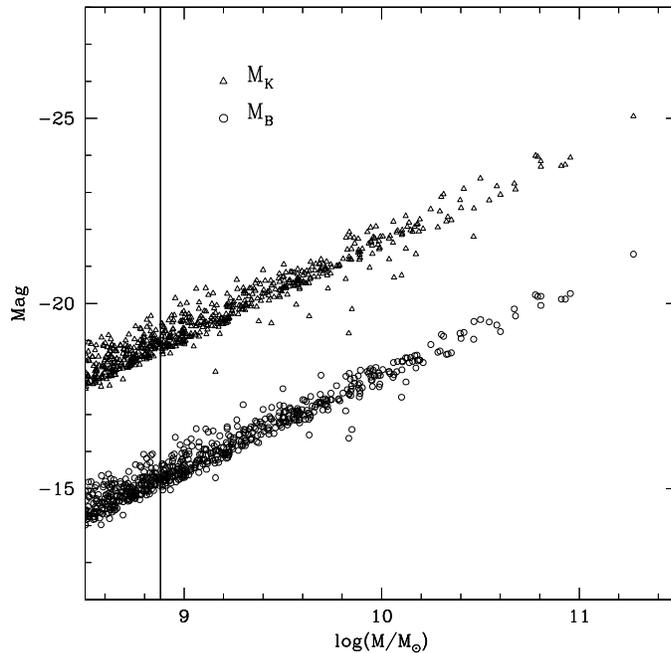


FIG. 3.2 – Relation entre la magnitude et la masse pour les galaxies d’amas. Les résultats sont montrés pour la bande B (cercles) et pour la bande K (triangles). Ils ont été obtenus dans le cas avec balayage par pression dynamique (*df-ss-rp*).

galaxies n’arrivent pas à atteindre la magnitude limite de  $-14$  et restent exclues de notre échantillon. Finalement, l’effet combiné des collisions directes augmentées, d’une part et du balayage par pression dynamique, d’autre part, est le plus important et le nombre de galaxies dans l’amas diminue encore.

Les valeurs de  $f_{\text{hcl}}$  montrent que le pourcentage d’objets à la moitié du rayon de l’amas est à peu près le même dans tous les cas et il est de l’ordre de 50%. La pression dynamique a une tendance à moins regrouper les galaxies vers le centre : sa valeur de  $f_{\text{hcl}}$ , ainsi que celle de  $f_{\text{ccl}}$  sont en fait les plus petites. Au contraire, une grande efficacité des collisions directes conduit à une plus grande concentration des galaxies.

Au regard des fractions morphologiques (colonnes suivantes de la table 3.3), on peut remarquer que les pourcentages de spirales et de lenticulaires obtenus sont presque les mêmes dans tous les cas, tandis que les fractions d’elliptiques et de naines/irrégulières sont plus sensibles aux effets des différents processus dynamiques considérés. Encore une fois, pratiquement aucune différence ne distingue le cas avec seulement la friction dynamique (*df*) de celui où les collisions directes standards sont ajoutées (*df-ss*). Si les fusions entre satellites sont 10 fois plus probables, le pourcentage de galaxies elliptiques augmente de presque 5% (en absolu) et celui des naines/irrégulières diminue de la même valeur. La fraction de spirales et lenticulaires devient par contre un peu plus importante. Par rapport au cas de référence (*df-ss*), l’addition du balayage par pression dynamique agit aussi surtout (et dans le même

	$N_{\text{cl}}$	$f_{\text{hcl}}$	$f_{\text{ccl}}$	% Sp	% E	% S0	% dw/Irr
$df$	1230	50.00	25.85	10.24	6.18	2.76	80.81
$df-ss$	1162	51.46	25.82	10.24	7.49	3.27	79.00
$df-10ss$	735	53.74	27.02	11.02	11.16	5.31	72.52
$df-ss-rp$	828	49.88	22.22	10.87	13.04	5.31	70.77
$df-10ss-rp$	574	53.48	25.78	12.72	17.42	5.75	64.11

TAB. 3.3 – Population galactique des amas selon les combinaisons des processus dynamiques (voir le texte). Les trois premières colonnes montrent le nombre total de galaxies dans  $r_{\text{vir}}$  ( $N_{\text{cl}}$ ) et les fractions par rapport à  $N_{\text{cl}}$  des galaxies à l'intérieur de  $0.5 r_{\text{vir}}$  ( $f_{\text{hcl}}$ ) et  $0.3 r_{\text{vir}}$  ( $f_{\text{ccl}}$ ). Les colonnes suivantes indiquent la fraction de spirales, elliptiques, lenticulaires et naines/irrégulières, dans  $r_{\text{vir}}$ , par rapport à  $N_{\text{cl}}$ . Seulement les galaxies plus brillantes que  $M_{\text{B}} = -14$  sont prises en compte.

sens) sur les elliptiques et les lenticulaires, tandis que son effet sur les autres types morphologiques est plus faible. Les conséquences les plus marquées qu'on obtient en combinant la pression dynamique et les collision directes fréquentes ( $df-10ss-rp$ ) sont respectivement l'augmentation et la diminution encore plus importantes de la fraction d'elliptiques et de naines/irrégulières.

Pour avoir une idée de la façon dont ces effets dépendent de la luminosité des galaxies, la figure 3.3 montre les fractions cumulatives de types morphologiques pour les objets plus brillants qu'une magnitude donnée. Les courbes en trait plein, en tirets et en pointillés correspondent respectivement à la fraction d'elliptiques, d'elliptiques plus lenticulaires, et d'elliptiques plus lenticulaires plus spirales, par rapport au nombre total de galaxies plus brillantes que la valeur  $M_{\text{B}}$  sur l'axe des abscisses<sup>6</sup>. Les résultats pour les mêmes paires de combinaisons des processus dynamiques considérés dans la figure 3.1 sont montrés dans les quatre panneaux. Les courbes fines correspondent au premier des deux cas (celui indiqué en premier dans les titres), les épaisses au second.

De ces résultats, on déduit que la luminosité n'influe pas sur le fait que les collisions directes standards ne produisent quasiment aucune différence par rapport au cas de la friction dynamique seule ( $df / df-ss$ ): les courbes épaisses et fines dans le premier panneau sont en fait quasiment superposées à toutes les magnitudes. Si l'efficacité des fusions entre satellites est 10 fois plus grande, le pourcentage des elliptiques est d'environ 10% supérieur à celui du cas précédent, indépendamment

6. La fraction d'elliptiques correspond alors à la région en dessous de la courbe en trait plein, celle des lenticulaires est donnée par la différence entre les valeurs de la courbe en tirets et les valeurs de la courbe en trait plein, et ainsi de suite pour les autres types morphologiques. La région correspondante aux spirales est celle comprise entre les courbes en pointillés et en tirets, dont la différence donne la fraction de ce type morphologique. Finalement, les naines/irrégulières peuplent la zone en dessus de la courbe en pointillés et leur fraction est égale à 1 moins les valeurs correspondantes à cette courbe.

du seuil en luminosité considéré. Alors que, avec les collisions directes standards, les spirales dominaient la population galactique plus brillante que  $M_B \simeq -17$ , elles ne sont jamais en majorité si les fusions directes sont dix fois plus probables. Les naines/irrégulières continuent à être dominantes si les galaxies de faible luminosité (d'au moins  $M_B \simeq -15.5$ ) sont prises en compte, mais leur pourcentage est diminué par rapport au cas précédent. Les effets de la pression dynamique concernent surtout les galaxies faibles : si l'on considère seulement la population plus brillante que  $M_B \simeq -17.5$ , aucune différence significative par rapport au cas sans pression dynamique ne peut être reconnue ; si les galaxies moins lumineuses sont aussi incluses, une plus grande fraction d'elliptiques et de lenticulaires caractérise ce nouveau cas. En sélectionnant toute les galaxies plus lumineuses qu'au moins  $M_B \simeq -15.5$ , les naines/irrégulières dominent encore la population galactique, mais leur fraction est un peu plus petite que dans le cas sans pression dynamique. Le même type de comportement est retrouvé si la probabilité des collisions directes est augmentée d'un facteur 10 (dernier panneau :  $df-ss-rp/df-10ss-rp$ ), mais les différences apparaissent déjà à des luminosités plus grandes.

Nous avons aussi analysé les effets des processus dynamiques sur la couleur de la population galactique d'amas. Les résultats sont présentés dans la figure 3.4 pour la couleur  $B - V$ , moyennée dans des intervalles de 0.5 magnitude et montrée en fonction de la magnitude absolue  $M_B$ . Les paires de combinaisons des processus dans les quatre panneaux sont les mêmes que dans les figures précédentes. Les traits fins correspondent aux premiers cas indiqués dans chaque titre. La distribution des couleurs des galaxies dans le deuxième cas (celui de droite dans les titres) est montrée par les petits points noirs, dont la courbe épaisse en trace la moyenne. Du point de vue des couleurs, les collisions directes standards ne produisent pas non plus de différences systématiques et significatives par rapport au cas de la friction dynamique seule. La conséquence la plus importante d'une plus grande efficacité des fusions satellite-satellite est celle de rendre plus bleues, d'environ 0.05 magnitude, les galaxies brillantes (deuxième panneau). La raison est probablement liée à une augmentation de la formation stellaire récente dans ces objets, déclenchée par les fréquents épisodes de fusion.

Le balayage par pression dynamique influe surtout à faible luminosité et montre deux effets très intéressants : il rougit en moyenne la population galactique moins brillante que  $M_B = -19$  d'environ 0.1 à 0.15 magnitude, et il rend la relation couleur-magnitude beaucoup plus étroite que dans les cas précédents, car il élimine quasiment toutes les galaxies plus bleues que  $B - V \simeq 0.7$ . Le fait de soustraire une partie du gaz froid des disques a comme conséquence de réduire la possibilité de formation de nouvelles étoiles (bleues). La population stellaire est alors moyennement plus rouge et plus uniforme dans toutes les galaxies. De plus, beaucoup de disques bleus et de faible luminosité qui contribuent à augmenter la dispersion des couleurs dans les cas précédents, n'ont pas pu former d'étoiles, ou en ont formées très peu, à cause de leur petit contenu en gaz après le balayage par pression dynamique. Dans le dernier panneau, on retrouve le même résultat que dans le cas  $df-ss/df-10ss$  : l'effet des collisions directes plus efficaces est celui de bleuir les galaxies les plus brillantes.

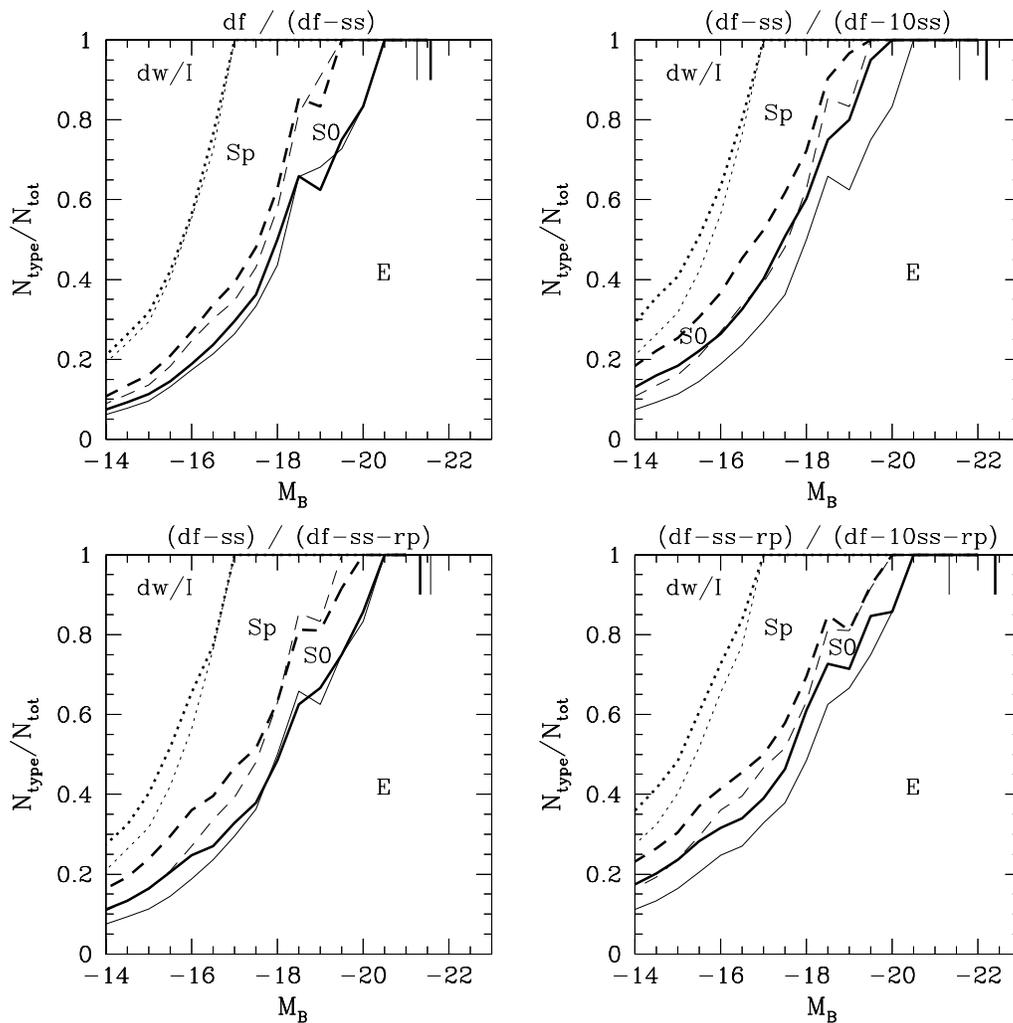


FIG. 3.3 – Effets des processus dynamiques sur les fractions morphologiques cumulatives. La courbe en trait plein indique la fraction d'elliptiques, par rapport au nombre total de galaxies plus brillantes que la magnitude  $M_B$  marquée sur l'axe des abscisses. Les fractions d'elliptiques plus lenticulaires, et d'elliptiques plus lenticulaires plus spirales, sont indiquées respectivement par les courbes en tirets et en pointillés. Par exemple, la fraction de spirales plus brillantes qu'une certaine magnitude  $M_B$  est donnée par la différence entre la valeur de la courbe en pointillés et celle de la courbe en tirets, en correspondance de l'abscisse  $M_B$ . La fraction de naines/irrégulières est donnée par la différence entre 1 (le total) et les valeurs marquées par la courbe en pointillés. Comme indiqué par les symboles dans chaque panneau, la région correspondant aux elliptiques est alors en dessous de la courbe en trait plein, celle des lenticulaires est entre la courbe en trait plein et la courbe en tirets, et ainsi de suite pour les autres types morphologiques. Les paires de combinaisons des processus dynamiques considérés dans les quatre panneaux sont les mêmes que dans la figure 3.1 (voir les titres). Les courbes fines se réfèrent à la première combinaison marquée dans le titre, les courbes épaisses à la deuxième. Les petits traits verticaux, fins et épais, marquent la magnitude de la galaxies la plus brillante dans les deux cas.

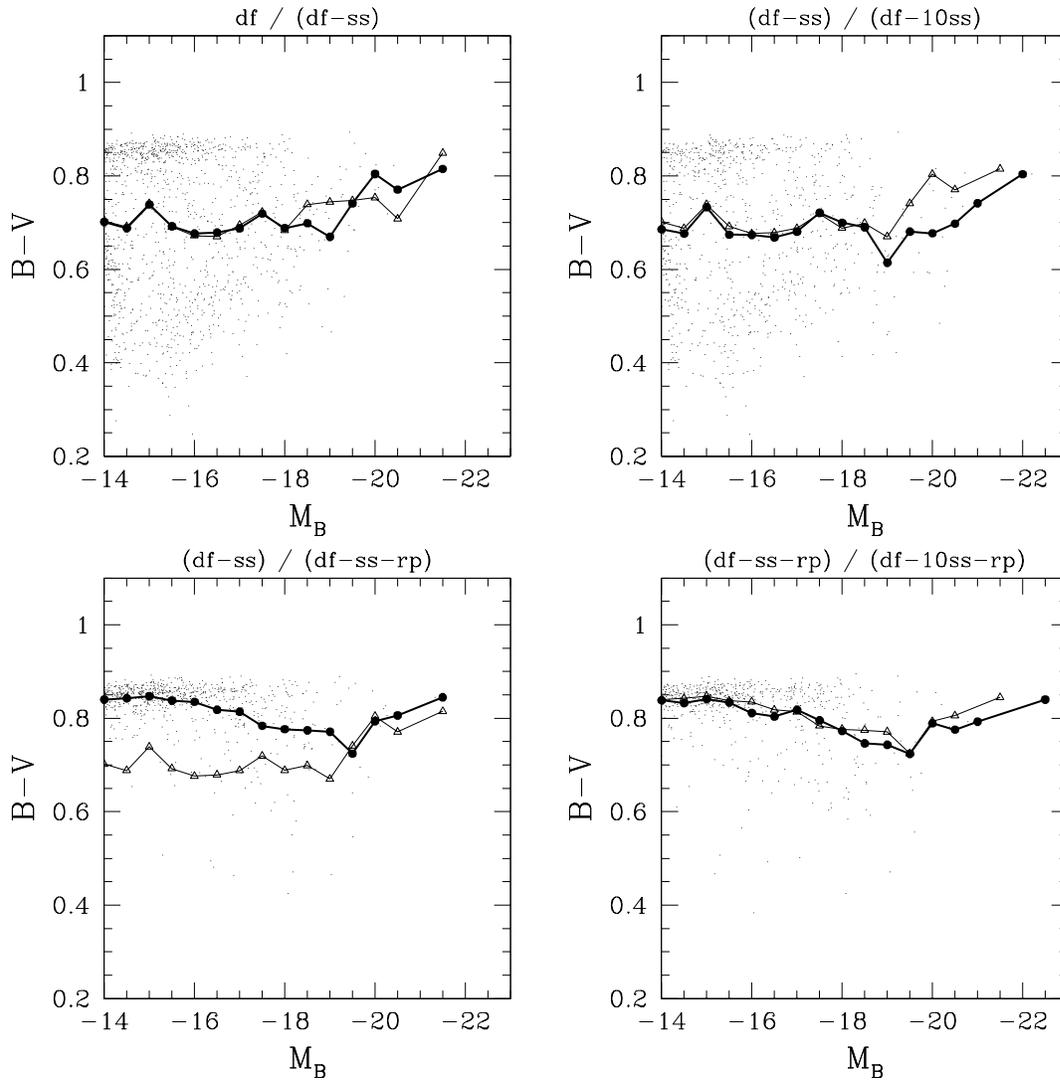


FIG. 3.4 – *Effets des processus dynamiques sur la couleur  $B - V$  moyenne des galaxies, en fonction de la magnitude absolue en bande  $B$ . Les paires de combinaisons des processus dynamiques considérés dans les quatre panneaux sont les mêmes que dans la figure 3.1. Les courbes fines se réfèrent à la première combinaison marquée dans le titre, les courbes épaisses à la deuxième. Les petits points noirs indiquent les couleurs des galaxies de la deuxième combinaison et révèlent la dispersion par rapport à la moyenne.*

Chaque processus dynamique a exactement le même type d'effets si les galaxies sont considérées séparément selon leur morphologie, ou encore du point de vue de la couleur  $V - K$  plutôt que  $B - V$ . À décalage spectral  $z = 0.5$ , les effets sont similaires.

Nous adoptons comme modèle standard le cas avec balayage par pression dynamique et collisions directes non augmentées (*df-ss-rp*). Les résultats présentés et discutés dans la suite ont toujours été obtenus par cette combinaison des processus dynamiques.

### 3.2.2 Effets des tirages aléatoires

Comme décrit dans la section 3.1, des tirages aléatoires sont utilisés dans plusieurs parties du code. Après la fusion de deux halos, les nouvelles positions des galaxies dans le halo fils sont déterminées par la formule 3.17, où l'angle  $\theta$  est tiré aléatoirement. Une fois calculée la probabilité de collision directe pour une galaxie satellite donnée (au moyen des équations 3.21 et 3.22), la décision de la faire fusionner est aussi prise au hasard : la fusion se produit seulement si la probabilité  $\mathcal{P}$  est supérieure à une valeur tirée aléatoirement. Dans ce cas, le choix de l'autre satellite entraîné dans la collision dépend aussi d'un nombre aléatoire. Dans le calcul du balayage par pression dynamique (section 3.1.6.4), la vitesse des galaxies dans le milieu d'intra-amas, ainsi que sa composante perpendiculaire au plan du disque, sont déterminées d'une manière aléatoire. Finalement, pour le calcul de l'obscurisation par la poussière, ainsi que pour la détermination des magnitudes des galaxies avec une composante de disque (section 3.1.8), l'angle d'inclinaison des disques par rapport à la ligne de visée est aussi tiré au hasard.

La position d'une galaxie dans le halo fils, après la fusion des deux halos progéniteurs, influe sur le temps nécessaire à cette galaxie pour tomber au fond du puits de potentiel par effet de friction dynamique (équation 3.18), et fusionner ainsi avec l'objet central. L'efficacité de la pression dynamique sur le milieu d'intra-amas détermine la quantité de gaz soustraite des disques et modifie donc la masse des galaxies. Par conséquent, ce processus influe sur le temps de friction dynamique, ainsi que sur la probabilité de fusion par collision directe. De ce point de vue, on s'attend à ce que des tirages aléatoires différents conduisent à des histoires différentes de la fusion entre les galaxies. La population d'amas sera alors plus ou moins nombreuse, ainsi que plus ou moins brillante et plus ou moins bleue (si de nouvelles étoiles se forment à la suite des fusions).

Le fait que les inclinaisons des disques dépendent de la valeur de nombres aléatoires doit par contre influencer uniquement sur la luminosité et les couleurs des galaxies.

Pour étudier dans quelle mesure les résultats sont sensibles aux tirages aléatoires, nous avons produit 10 réalisations du modèle pour le même amas, en changeant seulement la graine initiale pour la génération de ces nombres. Nous avons considéré un des amas de type Virgo (g3344) et un autre de type Coma (g1), avec le but de contrôler s'il y a aussi une dépendance par rapport à la masse des objets. Dans les

deux cas, nous avons calculé le nombre, la fonction de luminosité et la couleur des galaxies, moyennés sur les 10 réalisations.

La table 3.4 présente le nombre moyen de galaxies ( $N_{\text{gal}}$ ) et la dispersion autour de la moyenne ( $rms$ ), pour l'amas g3344 (colonnes 2 et 3) et pour g1 (colonnes 4 et 5). Les valeurs affichées montrent que, si l'ensemble de toutes les galaxies est considéré, la moyenne est très robuste, sa dispersion étant d'environ 4 et 1 % pour g3344 et pour g1 respectivement. À cause d'un plus petit nombre d'objets, et donc d'une statistique moins bonne, la dispersion augmente quand les galaxies sont considérées séparément selon leur type morphologique, mais elle ne dépasse jamais 22 et 13% dans les deux cas. En général, les valeurs moyennes présentent une dispersion plus grande pour l'amas le moins massif. Une première raison pour cela est sans doute que les galaxies sont moins nombreuses dans un amas de petite masse et donc les résultats sont plus stochastiques. Une deuxième raison est la plus grande efficacité des fusions (par friction dynamique et par collisions directes) dans les halos de petite masse. Pour estimer la dépendance de l'efficacité des processus de fusion par rapport à la masse du halo, on utilise d'abord la définition de masse et rayon du viriel (équation 2.11) :  $M_{\text{vir}} \propto r_{\text{vir}}^3$ . Ensuite, comme  $V_c \sim \sqrt{GM_{\text{vir}}/r_{\text{vir}}}$ , on déduit :  $V_c \propto M_{\text{vir}}^{1/3}$ . Par conséquent, pour une galaxie de masse donnée à une position donnée dans un halo, la formule 3.18 montre que la diminution de son rayon orbital est plus rapide dans un halo de petite masse  $M_{\text{vir}}$ . En utilisant les mêmes relations dans la formule des collisions directes (équation 3.22), on trouve que  $\tau^{-1} \propto N_g/M_{\text{vir}}^2$ . Sous l'hypothèse que le nombre de galaxies croît proportionnellement à la masse du halo hôte, on déduit que la probabilité de collisions directes diminue aussi avec  $M_{\text{vir}}$ . D'un point de vue observationnel, la dépendance de l'efficacité des fusions par rapport à la masse des systèmes est encore sujette à débats. On peut donc s'attendre à ce que les résultats dépendent des nombres aléatoires plus fortement dans le cas de g3344, que pour g1. Finalement, comme discuté dans la section 2.2, les halos moins massifs se forment en général plus tard que les halos de grande masse et donc des événements de fusion plus récents peuvent caractériser leur histoire. Par conséquent, les effets de la graine aléatoire, à travers la position des galaxies dans le halo fils, peuvent être plus importants dans le cas des amas moins massifs, que pour les autres.

Dans la figure 3.5 nous présentons les fonctions de luminosité moyennées sur les 10 réalisations, pour les galaxies de l'amas g3344 et pour celles de g1. Les barres verticales indiquent la dispersion autour de la moyenne et montrent que, pour la fonction de luminosité, la dépendance par rapport aux tirages aléatoires est aussi plus grande dans le cas de l'amas moins massif. Cependant, la dispersion sur les 10 réalisations est globalement faible et donc les résultats sont en général très robustes.

Le même type de conclusions peut être tiré de l'analyse des couleurs des galaxies, montrée dans la figure 3.6. Dans chaque panneau, les petits points noirs marquent la couleur  $B - V$  moyenne de chacune des 10 réalisations. Les cercles vides représentent la moyenne des 10 moyennes et les barres verticales, leur dispersion.

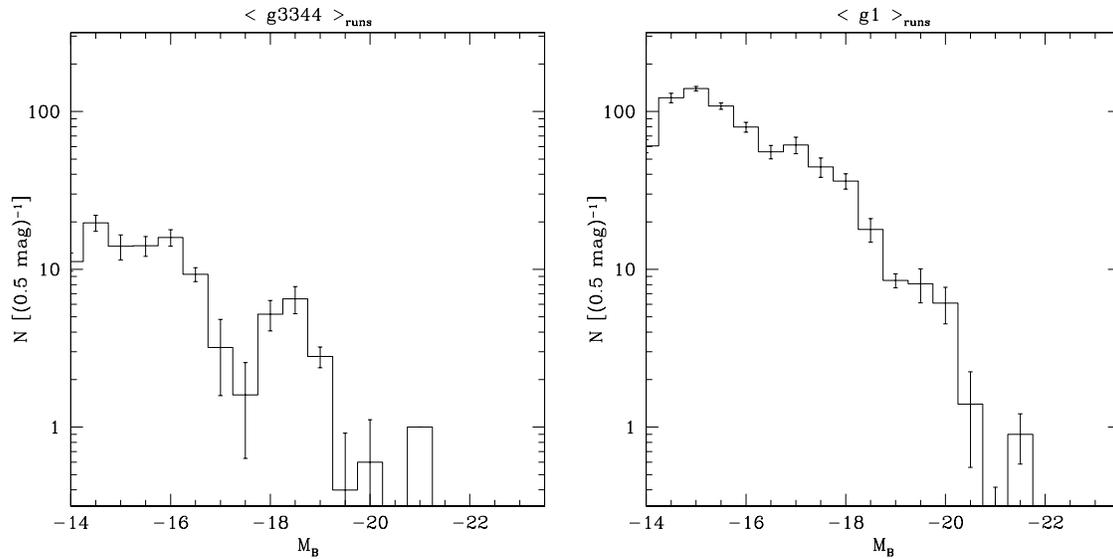


FIG. 3.5 – *Effet des tirages aléatoires sur la fonction de luminosité des galaxies en bande B. Les histogrammes montrent la fonction de luminosité des galaxies moyennée sur 10 réalisations du modèle, pour le halo g3344 (panneau de gauche), et pour le halo g1 (panneau de droite). Les barres verticales indiquent la dispersion par rapport à la moyenne.*

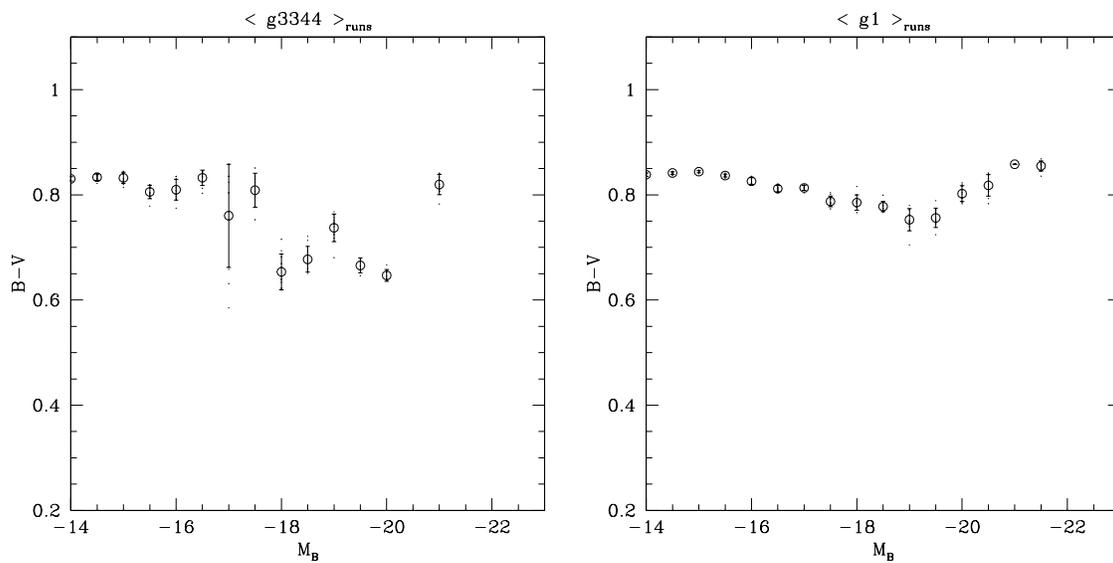


FIG. 3.6 – *Effet des tirages aléatoires sur la couleur B – V des galaxies, en fonction de la magnitude  $M_B$ . Les cercles vides indiquent la couleur B – V moyennée sur 10 réalisations du modèle, pour le halo g3344 (panneau de gauche), et pour le halo g1 (panneau de droite). Les barres verticales montrent la dispersion par rapport à la moyenne. Les petits points noirs correspondent à la couleur moyenne dans chacune des 10 réalisations.*

	$\langle g3344 \rangle_{\text{runs}}$		$\langle g1 \rangle_{\text{runs}}$	
type	$N_{\text{gal}}$	$rms$	$N_{\text{gal}}$	$rms$
All	105.5	4.1	751.2	9.9
Sp	13.4	1.4	88.1	5.0
E	6.9	1.1	87.7	4.5
S0	5.0	1.1	30.1	3.9
dw/Irr	80.2	3.4	545.3	11.0

TAB. 3.4 – *Effet des tirages aléatoires sur le nombre total de galaxies, ainsi que sur celui des spirales, des elliptiques, des lenticulaires et des naines/irrégulières. Les valeurs moyennes ( $N_{\text{gal}}$ ) sur 10 réalisations pour le halo  $g3344$ , et sur 10 réalisations pour le halo  $g1$ , sont montrées, et leurs dispersions ( $rms$ ) sont aussi indiquées. Seules les galaxies plus brillantes que  $M_B = -14$  sont considérées.*

### 3.2.3 Influence de la masse des amas

Le fait d’avoir resimulé 5 halos d’à peu près  $10^{15} M_{\odot}$  et 5 autres de  $10^{14} M_{\odot}$  nous a permis de comparer les propriétés des galaxies dans les amas correspondants (qu’on appellera respectivement « de type Coma » et « de type Virgo », par analogie avec les halos de matière noire) et déterminer si des différences systématiques existent entre les deux échantillons.

Dans ce but, nous avons d’abord comparé les fonction de luminosité, les couleurs et les fractions morphologiques des 5 amas pris singulièrement à l’intérieur de chaque sous-ensemble. Les propriétés des galaxies des amas de l’échantillon de type Coma présentent une similarité remarquable et aucune corrélation avec la masse des halos hôtes. Comme attendu, la dispersion est plus grande dans le cas des 5 amas de type Virgo, supérieure à celle due aux nombres aléatoires, mais les différences ne montrent aucune dépendance évidente par rapport à la masse des halos.

Ces résultats nous garantissent que les 5 amas des deux sous-échantillons peuvent être considérés comme 5 systèmes du même type. On peut donc les combiner ensemble, pour obtenir une description des propriétés moyennes de chaque type.

Les histogrammes sur la figure 3.7 présentent la fonction de luminosité moyenne des 5 amas Virgo et des 5 amas Coma. Les barres verticales montrent la dispersion autour de la moyenne à l’intérieur du même sous-échantillon. La fonction de luminosité moyenne des types Coma est plutôt régulière et à peu près le même nombre de galaxies par intervalle de magnitude caractérise chacun des 5 amas. Les barres de dispersion deviennent grandes seulement à l’extrémité très brillante, car les galaxies de ces luminosités sont rares et donc la statistique est pauvre. La dispersion entre les 5 amas Virgo est plus grande à toutes les magnitudes, la raison principale

étant le nombre beaucoup plus petit de galaxies (le nombre moyen des galaxies plus brillantes que  $M_B = -14$  est  $\langle N \rangle \simeq 95$  pour les amas de type Virgo, 680 pour les amas Coma). Vu les barres de dispersion, la pente de cette fonction de luminosité ne peut pas être mesurée d’une manière précise, mais elle semble être moins forte que celle des amas Coma. Une autre différence entre les deux types d’amas est la magnitude plus brillante des galaxies, qui ne dépasse jamais  $M_B = -21$  dans le cas des amas Virgo et peut arriver jusqu’à  $M_B = -22$  dans l’autre.

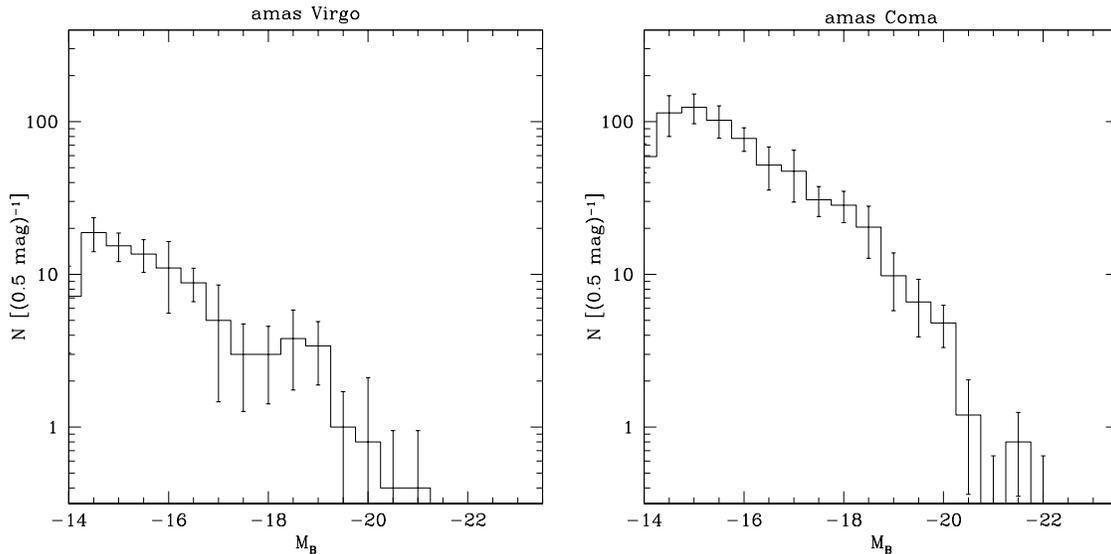


FIG. 3.7 – *Fonction de luminosité moyenne en bande B des 5 amas Virgo (panneau de gauche) et de 5 amas Coma (panneau de droite). Les barres verticales indiquent la dispersion par rapport à la moyenne.*

Dans la figure 3.8, nous montrons la comparaison entre la couleur  $B-V$  moyenne des galaxies dans les deux types d’amas. Les cercles vides et les barres verticales en trait plein se réfèrent aux amas Virgo, les autres aux amas Coma. La dépendance de la couleur par rapport à la magnitude montre des caractéristiques très similaires dans les deux cas, avec une diminution de  $B-V$  de  $M_B = -14$  jusqu’à  $M_B \simeq -19$ , et un rougissement aux luminosités plus brillantes. Cependant, les galaxies des amas Coma sont en moyenne systématiquement moins bleues que celles des amas Virgo, les différences maximales étant de  $\sim 0.05$  magnitude aux luminosités intermédiaires. La dispersion par rapport à la moyenne est à peu près la même dans les deux cas et, en réalité, à l’intérieur des barres, les couleurs d’une population sont parfaitement compatibles avec celles de l’autre.

Le nombre de galaxies et la fraction de spirales, elliptiques et lenticulaires, sont montrés en fonction de la masse du halo hôte dans la figure 3.9. Sur les panneaux de gauche, les résultats sont présentés pour les galaxies plus lumineuses que  $M_B < -17$ , sur ceux de droite, seule la queue très brillante ( $M_B < -19$ ) est considérée. Le nombre total de galaxies augmente systématiquement avec la masse du halo hôte, tandis que des corrélations précises sont plus difficiles à reconnaître quand les fractions morphologiques sont analysées.

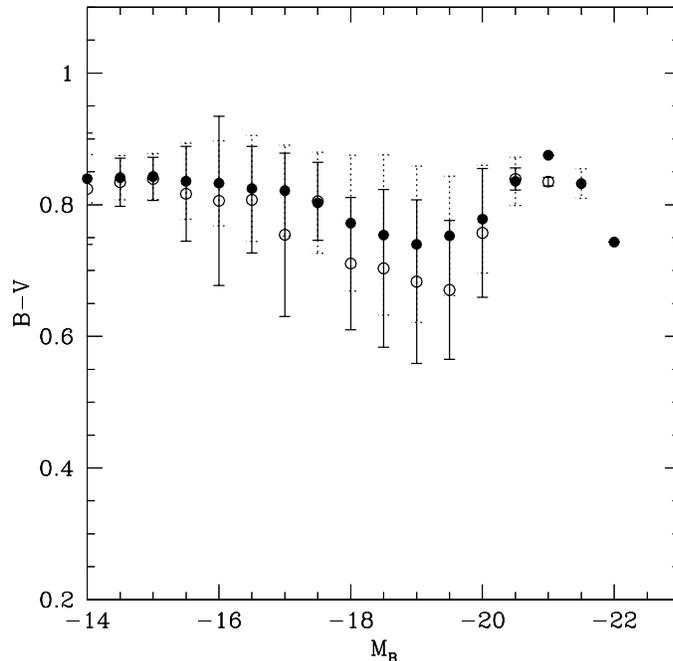


FIG. 3.8 – Couleur  $B - V$  moyenne pour les 5 amas Virgo (cercles vides et barres verticales en trait plein) et pour les 5 amas Coma (cercles pleins et barres verticales en pointillés), en fonction de  $M_B$ . Les barres verticales indiquent la dispersion par rapport à la moyenne.

Pour les objets plus brillants que  $M_B < -17$ , les seuls comportements systématiques, mais néanmoins faibles, semblent être ceux des galaxies elliptiques et lenticulaires dans les amas de type Virgo. Dans tous les autres cas, on peut seulement distinguer deux nuages de points, un pour les 5 amas Virgo et l'autre pour les Coma dont la valeur moyenne diffère peu l'une de l'autre : la fraction de spirales est en moyenne un peu plus grande dans les amas Virgo, tandis que le contraire est vrai pour les autres types morphologiques.

Si la sélection est faite à une magnitude plus brillante que  $M_B = -19$ , très peu d'objets restent dans les amas Virgo (une seule galaxie, dans deux cas sur cinq) et la dispersion des points devient très grande. Cependant, la fraction moyenne d'elliptiques augmente (marginale) et celle de spirales diminue, par rapport au cas où la sélection est faite à  $M_B = -17$ . La même conclusion est vraie dans le cas des amas Coma, pour lesquels on peut aussi reconnaître des corrélations plus nettes. La fraction d'elliptiques diminue systématiquement quand  $M_{\text{vir}}$  augmente, celle des spirales augmente, et celle des lenticulaires augmente d'abord et puis retombe presque à zéro pour l'amas le plus massif. En fait, le comportement des elliptiques est exactement symétrique par rapport à celui du nombre total de galaxies, tandis que celui des spirales plus lenticulaires va dans le même sens. Cela montre que le nombre d'elliptiques plus brillantes que  $M_B = -19$  est presque constant dans les 5 amas, tandis que le nombre de spirales et de lenticulaires très lumineuses tend à augmenter avec la masse du système.

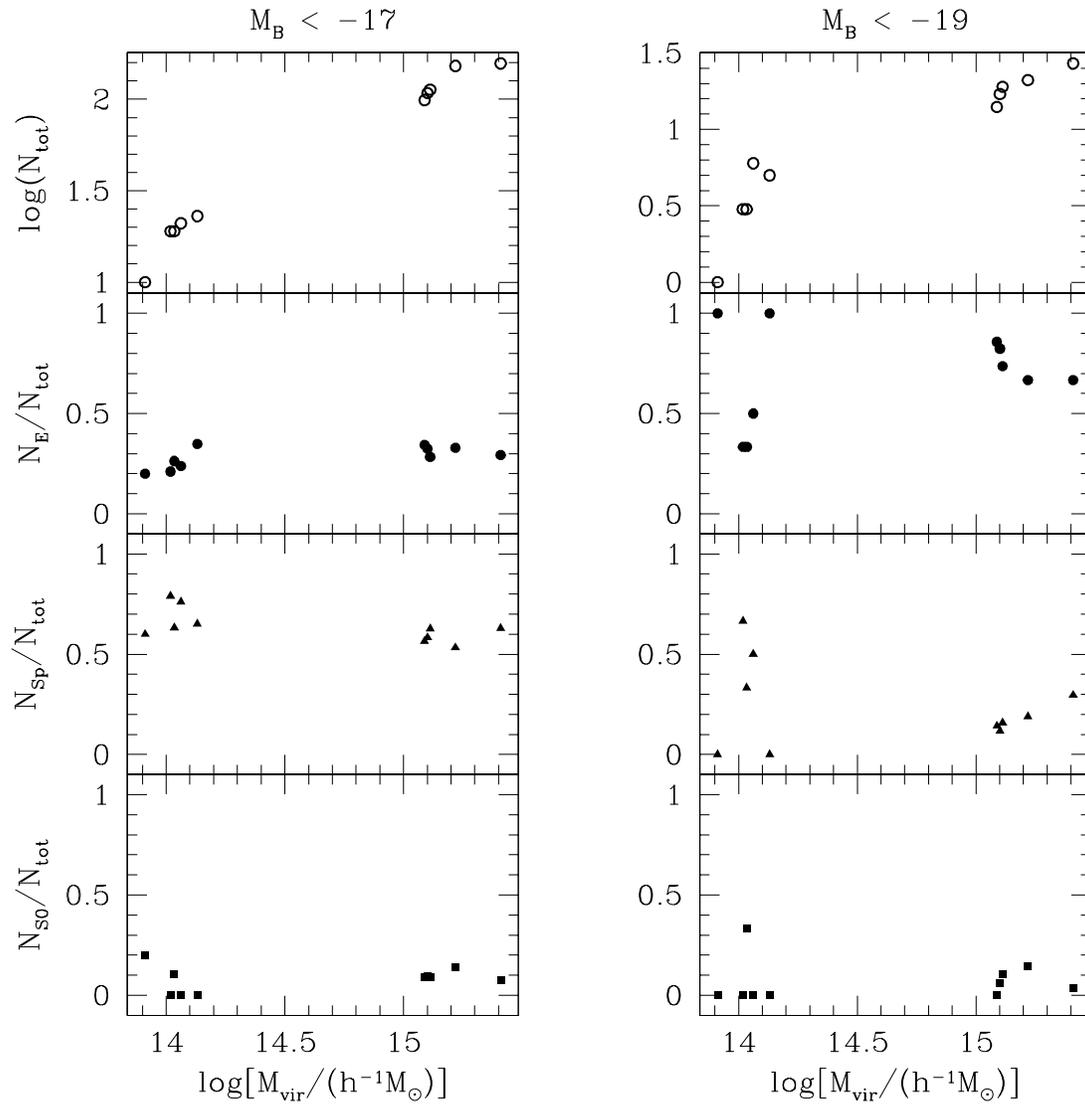


FIG. 3.9 – Nombre total de galaxies et fractions morphologiques en fonction de la masse du halo hôte, pour les galaxies plus brillantes que  $M_B = -17$  (panneau de gauche) et que  $M_B = -19$  (panneau de droite).

Les fractions morphologiques moyennes en fonction de la magnitude  $B$ , pour l'ensemble des amas Virgo et pour l'ensemble des amas Coma sont présentées dans les figures 3.10 et 3.11. La première montre les fractions par rapport au nombre de galaxies *plus brillantes que*  $M_B$  (il s'agit donc de fractions cumulées). La deuxième montre les fractions différentielles, c'est-à-dire, celles par rapport au nombre de galaxies dans un intervalle de magnitude  $\Delta M_B = 1$ .

Comme sur la figure 3.3, les courbes en trait plein, en tirets et en pointillés sur la 3.10 correspondent respectivement à la fraction d'elliptiques, d'elliptiques plus lenticulaires, et d'elliptiques plus lenticulaires plus spirales, par rapport au nombre total de galaxies plus brillantes que la valeur  $M_B$  sur l'axe des  $x$ . Les courbes fines montrent les fractions moyennes des amas Virgo, les épaisses celles des amas Coma. Les comportements globaux sont les mêmes dans les deux cas, avec une prédominance des elliptiques parmi les galaxies de grande luminosité et des naines/irrégulières si toute la population, jusqu'aux magnitudes les moins brillantes, est prise en compte. Les spirales deviennent dominantes si la sélection en luminosité est faite à des magnitudes intermédiaires (à peu près autour de  $M_B = -18$ ). Plus en détail, pour les amas Virgo, comme les amas Coma, les naines/irrégulières commencent à représenter plus de 50% de la population galactique si toutes les galaxies plus brillantes que  $M_B \simeq -15.5$  sont considérées. Au contraire, les valeurs de la magnitude à laquelle les spirales ou les elliptiques commencent à être prédominantes ne sont pas les mêmes dans les deux types d'amas : pour le type Coma, les elliptiques représentent plus de 50% de la population plus lumineuse que  $M_B \simeq -18$  et les spirales deviennent dominantes si toutes les galaxies avec  $M_B \leq -18.25$  sont prises en compte (entre les deux, ce sont les elliptiques plus les lenticulaires qui dominant) ; pour le type Coma, le passage de la prédominance des elliptiques à celle des spirales se produit à une magnitude plus brillante, c'est-à-dire pour la population plus brillante que  $M_B \simeq -18.75$ .

Dans la figure 3.11, les fractions morphologiques sont montrées par intervalles de magnitude. La nette prédominance des elliptiques et des naines/irrégulières, respectivement à grandes et à petites luminosités, est bien évidente et caractérise tant les amas Coma, que les amas Virgo. Pour chaque intervalle de magnitude, la fraction d'elliptiques est plus grande, et celle de spirales plus petite, dans les amas de type Coma. En particulier, parmi les galaxies de magnitude entre -20 et -19, les elliptiques sont beaucoup plus nombreuses dans les amas Coma, tandis que la fraction de spirales est presque la même dans les amas Virgo. Entre  $M_B = -17$  et  $M_B = -18$  ce sont toujours les spirales qui dominant. Les lenticulaires représentent une fraction marginale de la population galactique à toute les luminosités et aucune lenticulaire plus brillante que  $M_B = -20$  n'existe dans les amas Virgo.

Nous avons aussi étudié comment la fraction des types morphologiques varie avec la distance au centre de l'amas. La figure 3.12 présente les résultats obtenus pour les galaxies plus brillantes que  $M_B = -17$ , en moyennant sur les 5 amas de type Virgo (panneau de gauche) et sur les 5 de type Coma (panneau de droite). Comme les résultats sont montrés en fonction de la distance au centre des halos normalisée au rayon du viriel, et comme la valeur moyenne de  $r_{\text{vir}}$  est différente pour les halos Coma et pour les halos Virgo, nous avons utilisé des intervalles radiaux

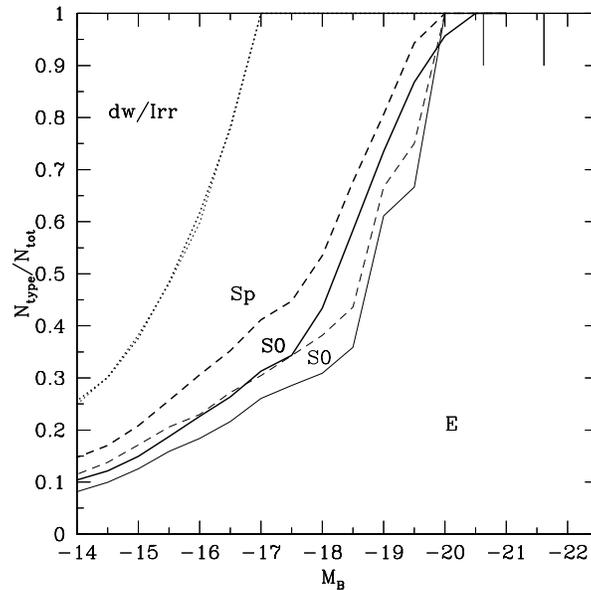


FIG. 3.10 – Fractions morphologiques cumulatives moyennes pour les 5 amas Virgo (courbes fines) et pour les 5 amas Coma (courbes épaisses). La signification des courbes et des symboles est la même que sur la figure 3.3. Pour une meilleure clarté, le symbole pour les lenticulaires est répété deux fois, une pour les amas Virgo, et une pour les amas Coma.

différents dans les deux cas. De cette manière, chaque intervalle correspond à peu près à la même distance physique. Quoique les barres de dispersion soient plutôt grandes, une augmentation progressive de la fraction d'elliptiques vers le centre et une diminution correspondante de la fraction de spirales, sont reconnaissables dans le cas de Virgo. Ce résultat est, au moins qualitativement, en accord avec les observations (Dressler 1980; Whitmore & Gilmore 1991; Whitmore et al. 1993), qui montrent une prédominance d'elliptiques dans les régions centrales et des spirales à l'extérieur. Une telle tendance est moins évidente dans les amas de type Coma, où les distributions radiales des fractions morphologiques sont plus plates, avec les spirales qui dominent à tous les rayons. On retrouve toutefois que la fraction d'elliptiques augmente au centre, en passant d'environ 50% à l'intérieur de  $0.1 r_{\text{vir}}$ , à  $\sim 30\%$  en moyenne dans les régions plus externes.

Une des raisons pour lesquelles nos résultats n'arrivent pas à bien reproduire les données observationnelles est certainement due au fait que notre méthode d'attribution des positions des galaxies à l'intérieur des halos est peu réaliste (section 3.1.6.1). Comme discuté plus en détail dans les conclusions, nous avons le projet d'améliorer cet aspect du modèle dans les prochains développements. Une explication du fait que les résultats sont différents d'un type d'amas à l'autre est, par contre, plus difficile à trouver. Une possibilité est que les galaxies tombent au fond du puits de potentiel plus rapidement dans les amas Virgo que dans les Coma, à cause d'une efficacité supérieure de la friction dynamique dans les premiers (voir section précédente). Comme les elliptiques sont généralement les plus massives, elles subissent

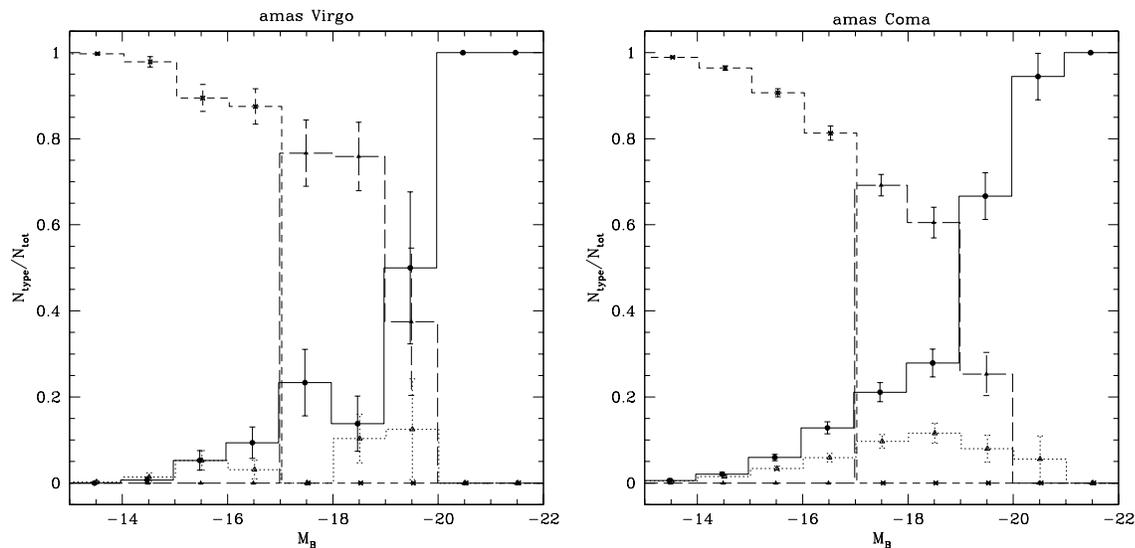


FIG. 3.11 – Fractions morphologiques différentielles moyennes pour les 5 amas Virgo (panneau de gauche) et pour les 5 amas Coma (panneau de droite). L’histogramme en trait plein montre la fraction d’elliptiques par rapport au nombre total de galaxies, par intervalle de magnitude. Les histogrammes en tirets longs, pointillés, et en tirets courts, indiquent respectivement les fractions de spirales, lenticulaires, et naines/irrégulières.

davantage ce type d’effet et donc leur fraction augmente vers le centre de l’amas. Une étude détaillée et plus quantitative est cependant nécessaire avant de tirer des conclusions fermes.

### 3.2.4 Résultats à $z=0.5$

Comme souligné précédemment, l’un des intérêts du modèle hybride est de pouvoir obtenir les propriétés des galaxies à tous les décalages spectraux et de pouvoir donc en étudier l’évolution d’une époque à l’autre. Dans notre cas, nous avons choisi les 10 halos de matière noire d’une façon telle qu’ils aient tous un progéniteur très massif à  $z = 0.5$ . Cela nous permet d’étudier les amas riches non seulement au temps présent, mais aussi à plus grand décalage spectral. De plus, comme les uns sont les fils des autres, nous avons aussi la possibilité d’analyser comment les propriétés de ces objets évoluent dans le temps, ou, inversement, de prédire quelles doivent être les caractéristiques du progéniteur à  $z = 0.5$  d’un amas riche observé à  $z = 0$ . Potentiellement, le même type d’étude peut aussi être poursuivi à plus grand décalage spectral, pour les progéniteurs des progéniteurs. L’intérêt est de plus en plus grand, surtout en vue des nouvelles générations de télescopes, en particulier XMM (émission en X) et Planck Surveyor (effet Sunyaev Zel’dovich thermique).

L’analyse que nous présentons ci-dessous est préliminaire et veut juste servir d’exemple pour montrer le type de résultats qui peut être obtenu. Nous avons alors choisi de continuer l’étude sur la même ligne que dans les sections précédentes, en

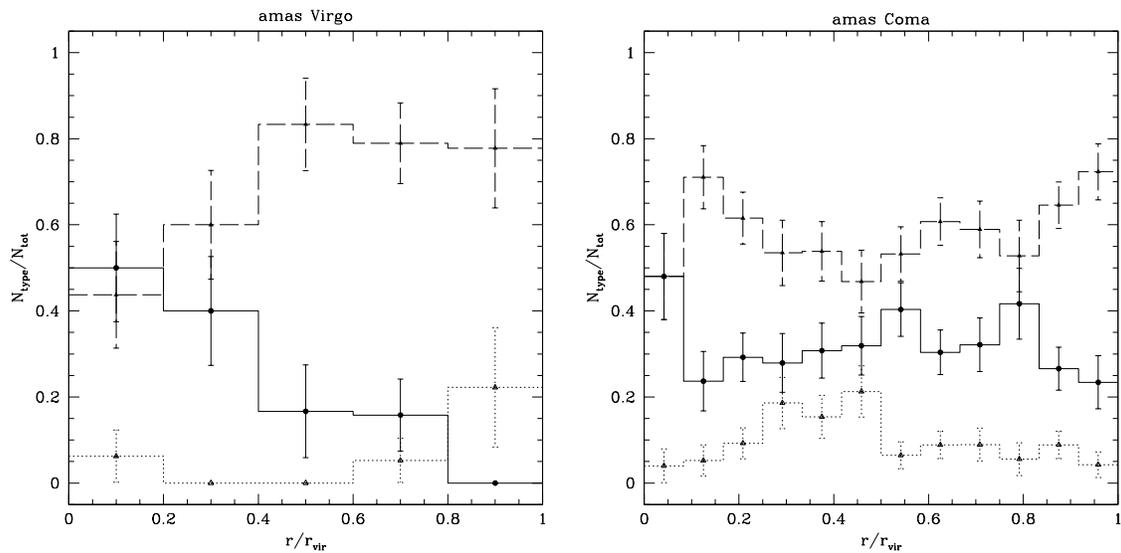


FIG. 3.12 – *Fractions morphologiques moyennes en fonction de la distance au centre de l’amas, pour les 5 amas Virgo (panneau de gauche) et pour les 5 amas Coma (panneau de droite). Seules les galaxies plus brillantes que  $M_B = -17$  sont considérées. Les histogrammes en trait plein, en tirets, et pointillés, correspondent aux galaxies elliptiques, spirales, et lenticulaires, respectivement.*

comparant les propriétés des amas au temps présent, avec celles de leurs progéniteurs à  $z = 0.5$ . Pour l’ensemble des halos Coma, la masse de halos pères à  $z = 0.5$  varie entre  $6.8 \cdot 10^{14}$  et  $1.3 \cdot 10^{15} M_\odot/h$ , pour les halos Virgo, entre  $8.1$  et  $9.2 \cdot 10^{13} M_\odot/h$ . Comme pour leur fils à  $z = 0$ , nous avons alors considéré que les 5 amas correspondant à chaque sous-échantillon sont des systèmes d’à peu près le même type. Sous cette hypothèse, nous les avons combinés ensemble et nous avons calculé leurs propriétés moyennes. Seules les galaxies plus brillantes que  $M_B = -14$  (*rest-frame*) ont été considérées.

Les résultats pour la fonction de luminosité sont présentés dans les histogrammes en trait plein de la figure 3.13. Les histogrammes en trait pointillé reportent par comparaison la fonction de luminosité moyenne à  $z = 0$ , déjà montrée sur la figure 3.7. La similarité entre les résultats aux deux décalages spectraux est remarquable et suggère que l’évolution de la pente de la fonction de luminosité est très faible, voire nulle, entre  $z = 0.5$  et  $z = 0$ . La normalisation aussi reste quasiment la même, au moins à l’intérieur des barres de dispersion.

Les couleurs  $B - V$  des galaxies d’amas sont montrées en fonction de  $M_B$  sur la figure 3.14, où les cercles noirs et les barres verticales en trait plein se réfèrent aux résultats à  $z = 0.5$ , les autres reportent les résultats obtenus au temps présent. La population galactique des amas progéniteurs est en moyenne plus bleue que celle des amas fils, avec des différences d’environ 0.05 magnitude dans le cas de Coma et 0.1 magnitude pour le cas de Virgo. On s’attend en fait à ce que les populations stellaires soient plus jeunes, et donc plus bleues, à plus grand décalage spectral. Cependant, les différences sont toujours comprises dans les barres de dispersion.

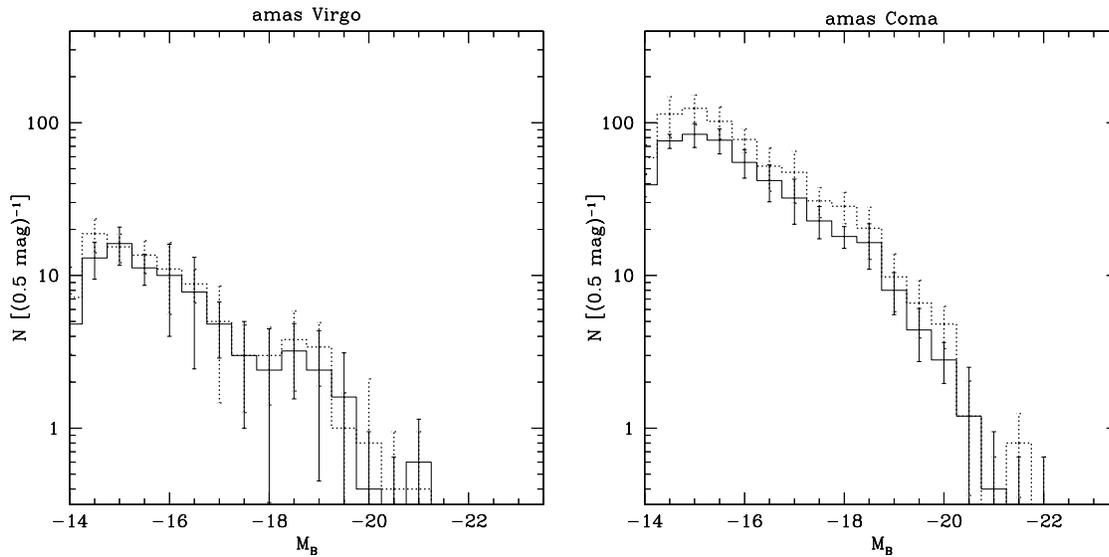


FIG. 3.13 – *Fonction de luminosité moyenne des galaxies en bande B, à  $z = 0.5$  (histogrammes au trait plein), pour les amas progéniteurs des amas Virgo (panneau de gauche) et des amas Coma (panneau de droite). Pour comparaison, les fonctions de luminosité correspondantes, des amas fils à  $z = 0$  (les mêmes qu'en figure 3.7), sont montrées ici par les histogrammes pointillés.*

Comme pour leurs correspondants au temps présent, les couleurs des progéniteurs de type Coma sont systématiquement plus rouges que celles des amas moins massifs, mais le comportement en fonction de la magnitude est le même.

Finalement, les fractions cumulatives de types morphologiques sont présentées sur la figure 3.15, où les courbes épaisses se réfèrent aux amas progéniteurs et les fines à leur fils à  $z = 0$ . Les populations des galaxies sont quasiment les mêmes à bas et à haut décalage spectral, sauf si seuls les objets plus brillants que  $M_B \simeq -17.5$  et  $M_B \simeq -18.5$  sont pris en compte dans les amas de type Coma et dans ceux de type Virgo, respectivement. Si le seuil de sélection en magnitude est fixé à ces valeurs, le comportement général est celui d'une fraction plus petite d'elliptiques et plus grande de spirales à  $z = 0.5$ , qu'au temps présent. Le pourcentage de lenticulaires augmente avec le décalage spectral, contrairement aux résultats observationnels (Dressler et al. 1997). Il faut cependant souligner que, dans une cosmologie  $\Lambda$ CDM, une évolution faible est attendue entre  $z = 0.5$  et le temps présent.

### 3.2.5 Brève comparaison avec les observations

Puisque le modèle semi-analytique que nous utilisons pour décrire la formation et l'évolution des galaxies est encore en cours de perfectionnement, une comparaison détaillée des résultats avec les observations est probablement prématurée. Cependant, pour avoir au moins une idée de la fiabilité du modèle et estimer ses principaux succès et échecs, nous discutons dans la suite la comparaison des fonctions de

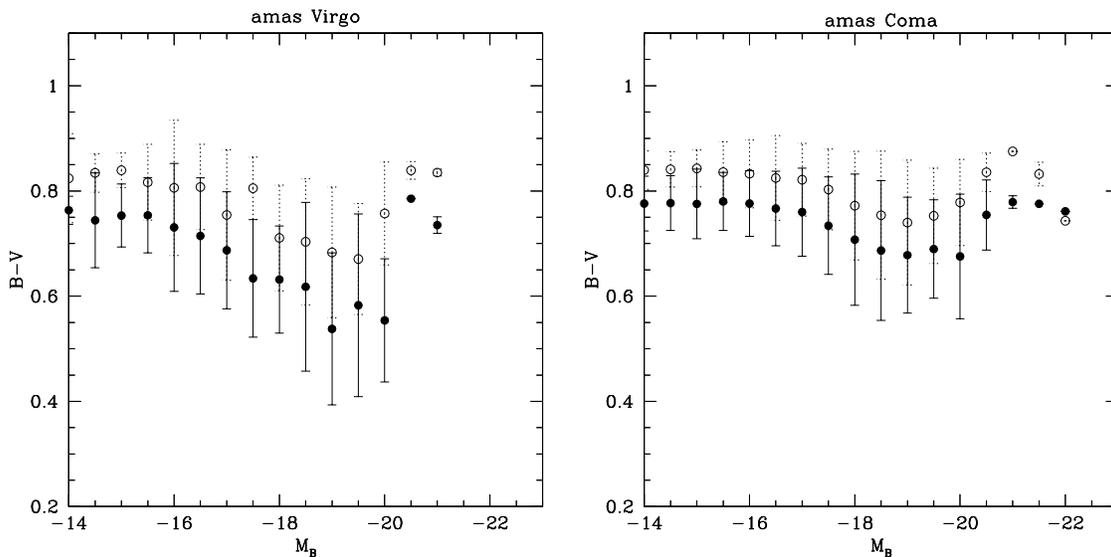


FIG. 3.14 – Couleur  $B - V$  moyenne des galaxies à  $z = 0.5$  (cercles noirs et barres verticales en trait plein), pour les amas progéniteurs des amas Virgo (panneau de gauche) et des amas Coma (panneau de droite), en fonction de  $M_B$ . Pour comparaison, la relation couleur–magnitude correspondante, dans les amas fils à  $z = 0$  (la même que sur la figure 3.8), est montrée ici par les cercles vides et les barres verticales en pointillés.

luminosité et des couleurs de galaxies avec certaines données observationnelles. Une brève discussion sur les types morphologiques sera aussi présentée.

En particulier, nous avons d’abord considéré la fonction de luminosité en bande B obtenue par Trentham (1998). Elle a été dérivée en moyennant sur plusieurs amas locaux ( $z < 0.2$ ) de différente richesse, parmi lesquels Coma, Virgo, Fornax et le Groupe Local. La normalisation adoptée par l’auteur est telle que le nombre de galaxies plus brillantes que  $M_B = -16$  (pour  $h = 0.75$ ) est le même pour tous les amas. Pour comparer la courbe observationnelle à nos données, nous avons exprimé les magnitudes indépendamment de la valeur de la constante de Hubble et utilisé le même critère de normalisation et le même espacement en magnitude ( $\Delta M_B = 1$ ). Puisqu’une des conclusions de Trentham (1998) est que la forme de la fonction de luminosité est indépendante de la richesse des amas, nous avons calculé les fonctions de luminosité combinées des 5 amas de type Virgo, des 5 amas de type Coma, ainsi que des 10 amas de notre échantillon.

Les résultats sont montrés sur les trois panneaux de la figure 3.16, où les histogrammes correspondent à nos données et les courbes en trait plein épais aux observations. L’accord est très satisfaisant, surtout pour les amas de type Virgo et pour la combinaison de Virgo et Coma. Il est moins bon pour l’ensemble des types Coma seuls, qui montrent une déficience de galaxies à luminosités intermédiaires et très brillantes. Une explication de ce désaccord peut être trouvée dans le fait que les amas aussi riches sont rares et ils ne représentent pas la majorité dans l’échantillon de Trentham. Le poids des amas très massifs sur sa fonction de luminosité moyenne, est alors inférieur à celui des systèmes de plus petite masse. Par conséquent, si la

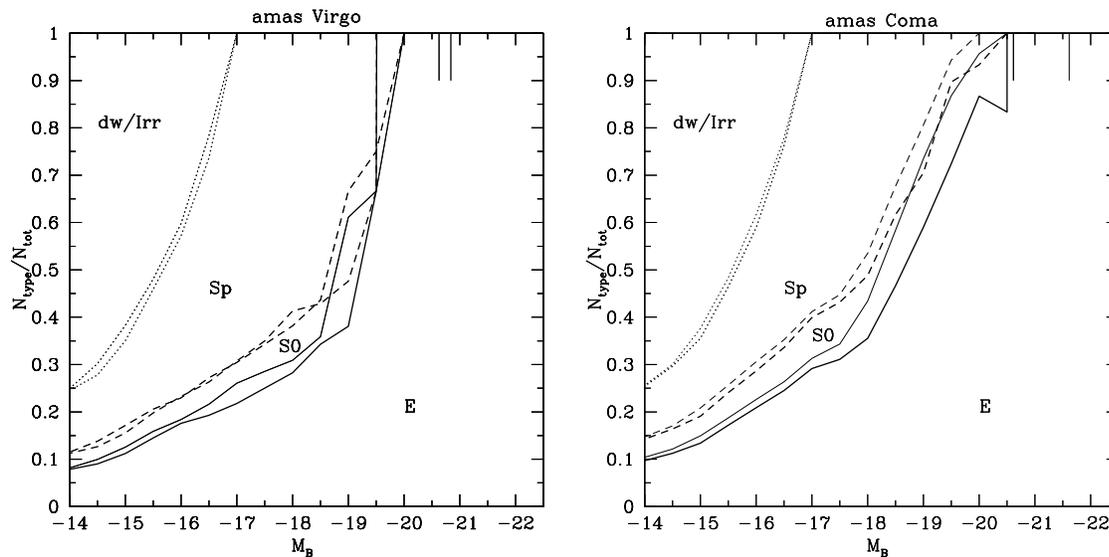


FIG. 3.15 – Fractions morphologiques cumulatives moyennes à  $z = 0.5$  (traits épais), pour les amas progéniteurs des amas Virgo (panneau de gauche) et des amas Coma (panneau de droite). Pour comparaison, les fractions morphologiques correspondantes, dans les amas fils à  $z = 0$  (les mêmes que sur la figure 3.10), sont montrées ici par les courbes fines.

fonction de luminosité des deux types d’amas n’est pas exactement la même, il n’est pas surprenant que l’accord soit moins bon pour notre échantillon massif. Si cette explication est valable, les résultats sur la figure 3.16 suggèrent que, pour les amas très riches, la pente à grandes luminosités doit être plus forte, ou que le changement de pente doit se produire pour des valeurs de magnitude qui diffèrent d’une unité.

En ce qui concerne les couleurs des galaxies, nous avons comparé nos résultats à ceux obtenus par Bower et al. (1992), pour les elliptiques et les lenticulaires des amas Virgo et Coma. Dans la figure 3.17, nous montrons la relation entre la couleur  $V - K$  et la magnitude absolue  $M_V$ . Les cercles et les barres verticales en trait plein représentent nos données, tandis que les croix indiquent les observations. Nos galaxies sont systématiquement plus bleues et ne montrent pratiquement aucun gradient avec la magnitude. Au contraire, les résultats observationnels indiquent clairement que les galaxies plus brillantes sont plus rouges, avec une différence en couleur  $V - K$  d’environ 0.35 magnitude entre les objets de  $M_V \simeq -17$  et ceux de  $M_V \simeq -22$ . Si l’on extrapole les résultats des observations aux plus faibles luminosités, la couleur de nos galaxies en dessous de  $M_V \simeq -17$  est probablement plus réaliste. Cependant, il est évident que notre modèle ne reproduit pas correctement les couleurs des galaxies. La raison principale est probablement que le gaz froid n’est pas consommé assez rapidement lors d’une fusion entre deux galaxies et, donc, que la formation stellaire résiduelle produit des étoiles jeunes qui bleuissent la population. Une autre raison est que, à cause des limites de la résolution en masse, les étoiles qui se forment tôt dans les petites structures, et qui aboutissent plus tard dans les galaxies plus massives, ne sont pas repérées dans le modèle. Au contraire, une plus grande efficacité du balayage par pression dynamique ne changerait pas significativement les

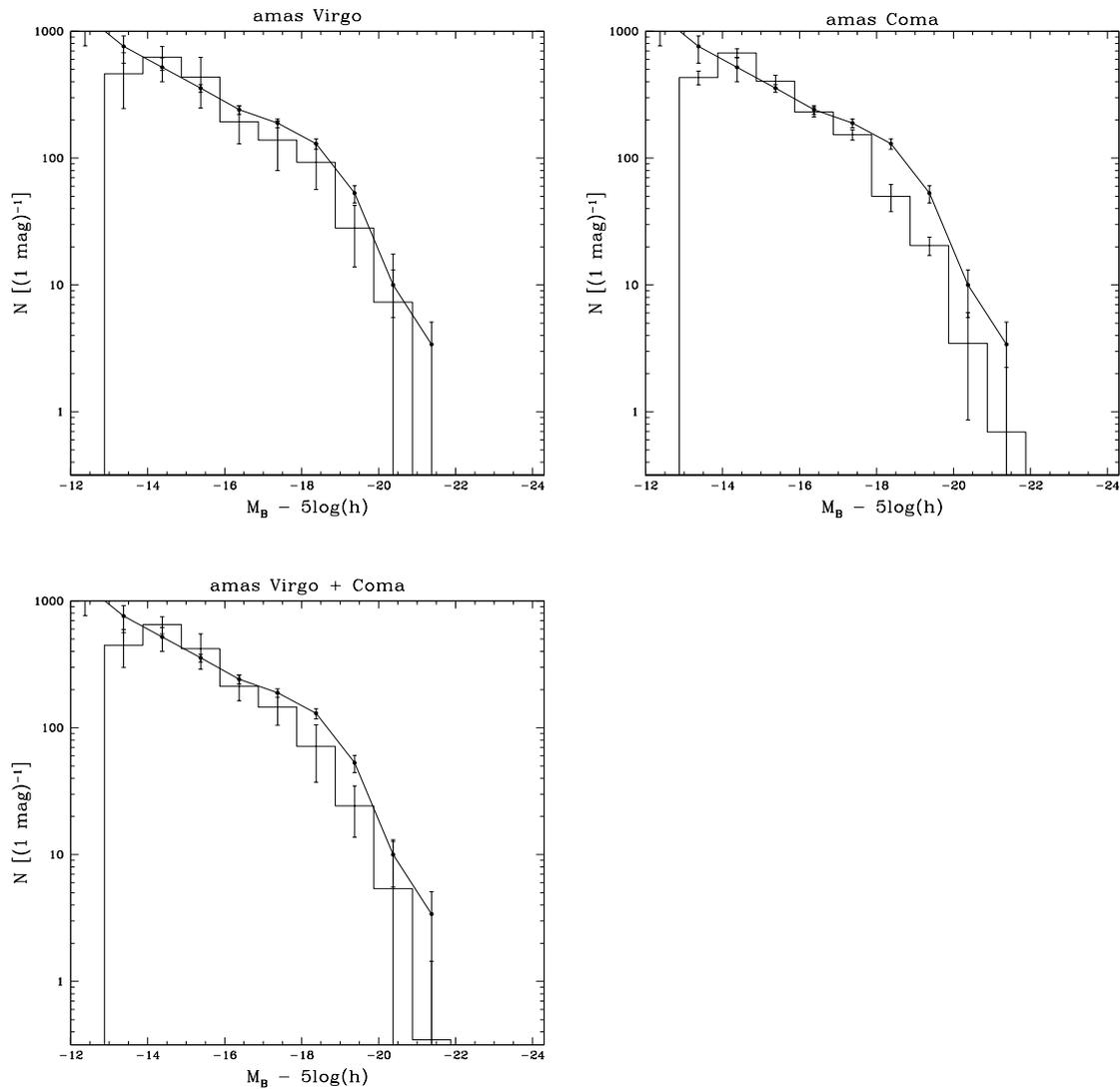


FIG. 3.16 – Comparaison avec les observations, de la fonction de luminosité des amas en bande B. Les histogrammes représentent la moyenne sur les 5 amas Virgo (panneau en haut, à gauche), sur les 5 amas Coma (panneau en haut, à droite), et sur les 10 amas, Virgo plus Coma (panneau en bas). La courbe épaisse correspond à la fonction de luminosité mesurée par Trentham (1998) sur un échantillon d’amas locaux.

résultats, car, comme discuté dans la section 3.1.6.4, ce processus affecte surtout les galaxies de faible luminosité. Une autre possibilité est que nos prescriptions pour décrire le rougissement par la poussière ne soient pas assez précises, mais une telle hypothèse est moins probable, car les effets sur les galaxies elliptiques sont faibles. Nous sommes en train d’étudier ce problème, pour comprendre quelles sont les causes principales et en trouver une solution. Il est quand même encourageant de voir que,

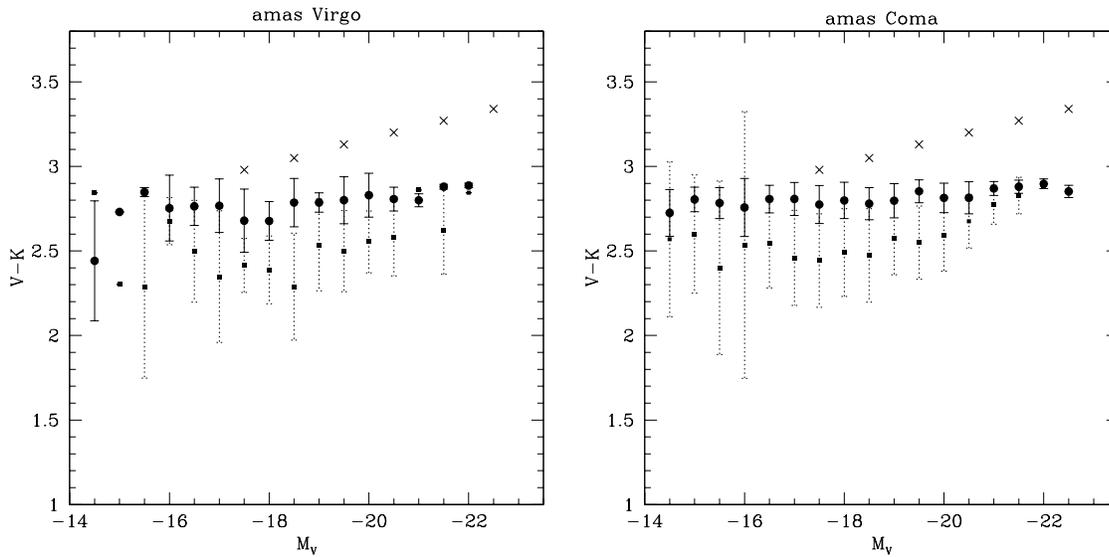


FIG. 3.17 – *Comparaison avec les observations, de la couleur  $V-K$  des galaxies elliptiques et lenticulaires, en fonction de la magnitude absolue en bande  $V$ . Les cercles noirs représentent la moyenne sur les 5 amas Virgo (panneau de gauche) et sur les 5 amas Coma (panneau de droite). Les croix sont les données observationnelles de Bower et al. (1992). Les carreaux noirs montrent la couleurs moyenne des galaxies elliptiques et lenticulaires dans le « champ » (voir texte), pour notre modèle.*

en moyenne, nos galaxies d’amas sont systématiquement plus rouges que celles du champ<sup>7</sup>, représentées par les carreaux noirs sur la figure 3.17.

Les résultats des sections précédentes révèlent que notre modèle n’est pas suffisamment précis dans la description des types morphologiques. En particulier, la fraction d’elliptiques et de lenticulaires est trop petite par rapport à celle observée dans les amas riches locaux, tandis que le pourcentage de lenticulaires croît (faiblement) avec le décalage spectral, contrairement aux données de (Dressler et al. 1997). De plus, la relation morphologie–distance (Dressler 1980; Whitmore & Gilmore 1991; Whitmore et al. 1993; Andreon 1996; Doi et al. 1995) n’est pas reproduite exactement par le modèle, une des raisons étant certainement la description trop simpliste des positions des galaxies dans les amas.

De plus, le problème principal est que la définition de la morphologie d’une galaxie n’est pas objective, mais différents critères, plus ou moins quantifiables, peuvent être employés. Dans notre cas, les types morphologiques ont été attribués simplement sur la base du rapport entre la luminosité en bande  $B$  du bulbe et celle du disque, selon la classification de (Simien & de Vaucouleurs 1986; voir section 3.2). De plus,

7. La définition du « champ » que nous employons ici ne correspond pas exactement à la définition standard (la moyenne de la population sur un grand volume d’univers, d’environ 100 Mpc, incluant vides, filaments, feuillets et amas). En fait, dans notre cas, les galaxies de champ sont toutes celles qui n’appartiennent pas à nos 10 amas centraux, mais qui se sont formées dans des halos de matière noire environnants, qui ont été resimulés à haute résolution et n’ont pas été contaminés par les particules LR (voir chapitre précédent). En d’autres termes, nos galaxies « de champ » se trouvent en réalité dans les environs de nos amas, et non pas dans des régions isolées.

les naines et les irrégulières ne sont définies que comme des disques de faible luminosité, tandis que leurs caractéristiques observées sont beaucoup plus complexes. Si d'autres critères étaient aussi pris en compte, certains des résultats seraient probablement différents. Par exemple, si l'on considérait aussi le contenu gazeux des disques, ou le temps passé depuis la dernière fusion, ou encore l'inclinaison des disques par rapport à la ligne de visée, certaines des galaxies définies comme spirales ou lenticulaires seraient classifiées parmi les naines ou les irrégulières, ou encore comme des elliptiques (en fait, certaines galaxies classifiées elliptiques sont probablement des lenticulaires vues de face ; par exemple, Jorgensen & Franx 1994). Comme la définition des types morphologiques n'est pas objective, une comparaison cohérente avec les observations est très délicate. Nous sommes en train de chercher des critères pour classier les galaxies d'une manière plus réaliste, mais les caractéristiques de chaque relevé devront très probablement être aussi prises en considération, pour des comparaisons détaillées et cohérentes avec les données observationnelles. Une telle modélisation des observables (incluant les biais observationnels) est d'ailleurs l'un des intérêts des modèles hybrides.



# Conclusion

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la formation des galaxies dans les amas, d'un point de vue théorique et dans le cadre du modèle hiérarchique de formation des structures de l'univers.

Les hypothèses de base sont que les halos de matière noire se forment en premier, les plus petits par effondrement gravitationnel des fluctuations de densité initiales de l'univers, les plus massifs par fusions des premiers. Les galaxies se forment ensuite à l'intérieur des halos, et elles évoluent dans et avec eux. Sous ces hypothèses, un modèle de formation des galaxies doit pouvoir suivre les deux composantes de matière noire et de matière baryonique, en décrivant les processus les plus importants qui régissent leur évolution combinée.

Pour la composante de matière noire, nous avons employé deux méthodes différentes, l'une plus avantageuse du point de vue de la facilité et de la rapidité de calcul, l'autre plus précise et plus réaliste.

La première (le modèle « MCM », Rodrigues & Thomas 1996) est basée sur les concepts de la théorie linéaire de la croissance des perturbations de l'univers. À partir de l'article originel, nous avons complètement recodé la méthode, nous l'avons appliquée à une cosmologie  $\Lambda$ CDM et nous l'avons analysée en grand détail, en soulignant ses principaux avantages et intérêts, ainsi que ses principaux défauts.

Le modèle est particulièrement utile pour étudier les amas des galaxies au temps présent, ainsi que les galaxies à discontinuité de Lyman à grand décalage spectral. Son intérêt principal est sa rapidité, et plusieurs solutions ont été proposées pour en améliorer certains aspects. Un travail en ce sens a déjà commencé, en collaboration avec P. Monaco (Observatoire de Trieste) et T. Theuns (Université de Cambridge).

Nous nous sommes ensuite intéressés à la technique des resimulations à haute résolution, qui permet de faire un « zoom » sur un objet sélectionné dans une simulation cosmologique donnée, en augmentant sensiblement sa résolution en masse. Pour cela, nous avons dû convenablement générer des nouvelles conditions initiales, sur lesquelles faire tourner ensuite une nouvelle simulation numérique. Nous avons alors employé les codes « ZIC » et « GADGET », qui ont été écrits respectivement par B. Tormen et V. Springel, et que nous avons aidés à tester et à améliorer. Nous avons resimulé à haute résolution un échantillon de 10 halos de matière noire très massifs (5 de  $\sim 10^{14} M_{\odot}$  et 5 de  $\sim 10^{15} M_{\odot}$ ), qui, sous les hypothèses de travail exposées plus haut, sont les sites hébergeant les amas de galaxies. Grâce au nombre élevé d'objets resimulés, ainsi qu'au fait qu'ils appartiennent à deux intervalles de

masse séparés d'un facteur 10, nous avons pu procéder à une analyse très détaillée de la fiabilité de la technique des resimulations.

La conclusion générale est que cette méthode est très précise. Elle permet de retrouver les objets originaux avec quasiment les mêmes caractéristiques qu'ils avaient dans la simulation parente, les différences étant, dans la plupart des cas, de quelques pour cent. Bien évidemment, beaucoup plus de détails apparaissent grâce à la résolution en masse accrue. Pour éviter les problèmes de contamination par les macroparticules, il est cependant nécessaire d'échantillonner à haute résolution, non pas seulement l'objet étudié, mais aussi une région assez vaste autour de lui. Cela est d'autant plus vrai que l'objet est peu massif. En tout cas, après la resimulation, l'environnement des halos sélectionnés ne correspond pas exactement à celui de la simulation parente, parce que le champ de marée est modifié par la présence des macroparticules.

L'étape finale a été celle de s'occuper de la composante baryonique. Nous avons décrit les processus qui mènent à la formation des galaxies dans les halos, et qui règlent leur évolution dynamique, spectrophotométrique et chimique, au moyen du modèle hybride « GALICS » (Hatton et al. 2000 et articles de la série). Ma contribution personnelle à ce modèle a été d'adapter le code aux resimulations d'amas, d'ajouter la description du balayage des disques par pression dynamique dans le milieu intra-amas, ainsi que de participer aux phases de test et de débogage du code.

Nous avons ensuite appliqué ce modèle aux halos issus de nos resimulations. Comme l'arbre de fusion des halos détermine en grande partie l'évolution des galaxies, il est très important d'utiliser des simulations à haute résolution, qui permettent de résoudre des halos de plus petite masse et de suivre plus en détail toute l'histoire des fusions. Dans l'analyse des résultats, nous avons d'abord étudié les effets des processus dynamiques et des tirages aléatoires. Alors que les résultats sont plutôt robustes par rapport aux tirages aléatoires, des variations importantes sur les propriétés des galaxies sont observées si des processus dynamiques différents sont pris en compte. En particulier, l'addition du balayage par pression dynamique rend les galaxies plus rouges et donne une relation couleur-magnitude beaucoup plus étroite, en meilleur accord avec les observations. La morphologie lenticulaire semble principalement être due aux fusions et non au balayage du gaz par pression dynamique. Ensuite, grâce aux caractéristiques de notre échantillon de halos, nous avons pu comparer les propriétés des galaxies dans les amas de deux types différents, les uns avec une masse d'environ  $10^{14} M_{\odot}$  et les autres 10 fois plus massifs. Les galaxies sont en moyenne plus lumineuses, plus rouges et avec un plus grand pourcentage d'elliptiques, dans les amas très riches. Les mêmes conclusions sont vraies pour les amas à plus grand décalage spectral ( $z \simeq 0.5$ ). Au temps présent, la fraction d'elliptiques hors du centre semble être plus constante dans les amas massifs. La comparaison entre ces amas et les amas locaux révèle que les galaxies deviennent plus rouges et plus lumineuses vers  $z = 0$ , tandis que les fractions morphologiques sont marginalement différentes. Nous avons finalement comparé les fonctions de luminosité en bande B et la couleur  $V - K$  des galaxies avec les données observationnelles. Alors, qu'un très bon accord est trouvé pour la fonction de luminosité, nos galaxies sont

systématiquement trop bleues et elles ne montrent aucun rougissement avec la luminosité, contrairement à ce qui est observé. Une prédiction préliminaire de notre modèle est que la fonction de luminosité à magnitudes brillantes ( $M_B \lesssim -17$ ) a une pente plus forte dans les amas très riches, que dans ceux moins massifs.

Un des avantages des resimulations à haute résolution est de permettre aux sous-halos dans les halos de survivre comme entités séparées (au contraire, dans les simulations à plus basse résolution, ils sont détruits par le champ de marée du halo hôte). Il a été montré (Springel, communication privée) que, dans 90% de cas, la particule la plus liée (c'est-à-dire, avec l'énergie totale la plus négative) dans un halo avant qu'il ne fusionne, continue à faire partie du sous-halo correspondant, à l'intérieur du halo hôte, après la fusion. Pour l'application ultérieure du modèle hybride, nous envisageons alors de suivre les particules les plus liées tout au long de l'arbre de fusion des halos, pour en connaître toujours la position. L'idée est ensuite d'assigner à chaque galaxie l'index de la particule la plus liée du halo au centre duquel elle s'est formée pour la première fois. De cette manière, en suivant les particules les plus liées, nous pourrons constamment connaître les positions des galaxies dans le halo hôte. Les effets dynamiques qui influencent leur évolution pourront alors être mieux décrits, et des études des gradients de luminosité, couleurs et types morphologiques, seront fiables et de grand intérêt.

Une alternative encore plus avantageuse sera de détecter directement les sous-halos dans les halos et d'en suivre l'arbre de fusion le long de celui des halos (Springel et al. 2000; Gottlöber et al. 2000).

Dans le modèle semi-analytique, nous envisageons d'améliorer la description de la friction dynamique et des collision directes, en prenant en compte les orbites allongées, ainsi que la possibilité de masses différentes pour les galaxies en interaction. Il sera très intéressant aussi d'introduire une prescription pour les collisions rapides non fusionnantes, qui conduisent à des disques plus épais et donc à une possible augmentation des lenticulaires. Nous avons aussi l'intention de décrire d'une manière plus détaillée l'évolution chimique des galaxies, en considérant aussi les explosions des supernovae de type Ia et en suivant en particulier les éléments lourds comme le fer et le silicium dans le milieu intra-amas.

Avec ce travail, nous avons surtout jeté les bases permettant de disposer d'une technique très performante et précise, dont les fruits plus mûrs seront cueillis dans les développements ultérieurs.



**Annexe A**

**Article soumis**

## A.1 Two physical laws for Elliptical galaxies : photometrical consequences

**Two physical laws for Elliptical galaxies: photometrical consequences**

I. Márquez

*Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC), Apartado 3004, E-18080 Granada, Spain*

and

G.B. Lima Neto

*Instituto Astronômico e Geofísico/USP, Av. Miguel Stefano 4200, São Paulo/SP, Brazil*

and

H. Capelato

*Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos/SP, Brazil*

and

F. Durret<sup>1</sup>, D. Gerbal<sup>1</sup>, B. Lanzoni

*Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS, 98bis Bd Arago, F-75014 Paris, France*

Received, 2000; accepted; VERSION November 7, 2000

**ABSTRACT**

---

<sup>1</sup>DAEC, Observatoire de Paris, Université Paris VII, CNRS (UA 173), F-92195 Meudon Cedex, France

In the present paper, we show that elliptical galaxies (Es) obey two laws. The first one accounts for the fact that Es are relaxed systems in a post violent-relaxation stage; they are quasi-equilibrium gravitational systems and therefore have a quasi-constant specific entropy. The second physical law is a scaling relation between potential energy and mass. Assuming that light traces mass, these laws imply that in the space defined by the three Sérsic law parameters (intensity  $\Sigma_0$ , scale  $a$  and shape  $\nu$ ), elliptical galaxies are distributed on two 2-manifolds: the *Entropic Surface* and the *Energy-Mass Surface*. Using a sample of 132 galaxies belonging to three nearby clusters, we have verified that ellipticals do indeed follow these laws, and their dispersion about the two surfaces is very small. This also implies that they tightly distribute along the intersection line (the *Energy-Entropy line*), thus they constitute a one-parameter family. These two physical laws (separately or combined), allow to find the theoretical origin of several photometrical observed relations, such as the correlation between absolute magnitude and effective surface brightness, and the fact that ellipticals are located on a surface in the  $[\log R_{\text{eff}}, -2.5 \log \Sigma_0, \log \nu]$  space. The fact that elliptical galaxies are a one-parameter family has important implications for cosmology and galaxy formation and evolution models. Moreover, the *Energy-Entropy line* could be used as a powerful distance indicator.

*Subject headings:* galaxies: clusters: individual (Coma, Abell 85, Abell 496) — galaxies: elliptical and lenticular, cD — galaxies: fundamental parameters — distance scale — gravitation

## 1. Introduction

Elliptical galaxies present a striking regularity in their global luminosity distributions in the sense that, within a wide range of sizes, their light profiles can be described by simple functions, such as the Sérsic law (Caon, Capaccioli & D'Onofrio 1993; Graham & Colless 1997; Prugniel & Simien 1997), which is a generalization of the de Vaucouleurs  $R^{1/4}$  profile. This regularity implies that ellipticals constitute a well defined family of galaxies. The regular properties of Es have been the subject of different approaches, concerning both photometric and spectroscopic parameters, resulting in well known relations such as the Faber-Jackson and Kormendy relations (Faber & Jackson 1976; Kormendy 1977) or the Fundamental Plane (Djorgovski & Davies 1987; Dressler et al. 1987). Es are supposed to be formed under non collisional processes, where dissipation is expected to be negligible. Under these circumstances, both the initial conditions and the gravitational forces are expected to have a crucial influence on their properties.

In previous papers, we have addressed the question of how the properties of Es may be a consequence of the physical laws they should obey. In Gerbal et al. (1997) and Lima Neto, Gerbal & Márquez (1999, hereafter Paper I), we have calculated the specific entropy of Es and shown

– 3 –

that the results of analysing the observed cluster Es through Sérsic profiles, are compatible with a unique value for this specific entropy. In a subsequent paper, Márquez et al. (2000, hereafter Paper II), we have shown that another physical law must be operating in order to explain that E's reside in a very thin line on the so-called entropic surface.

In this paper, we show that this second physical law is indeed a scaling relation between potential energy and mass; photometrical relationships can be naturally derived from this scaling law. We also analyse what the consequences on the origin and evolution of Es are. In Section 2 we present a short theoretical introduction to the concepts we will deal with, from which we derive a possible explanation for the existence of an energy-mass relation. In Section 3 we describe the properties of the Sérsic profile used to fit the data. In Section 4 we compare the theoretical predictions with the results from the observational data. The compatibility of previous photometric relations with ours is analysed in Section 5. The discussion and conclusions are given in Section 6.

## 2. Theoretical background

In the standard model of structure formation, initially small perturbations in the cosmic density field start growing in amplitude at the same rate. At a given epoch, when their overdensity relative to the average is larger than a critical threshold that depends on the assumed cosmology, they stop expanding with the Universe and collapse. Then, the bound objects settle to a configuration of equilibrium via gravitational and radiative processes.

In the following (§§2.1 and 2.2), we propose two laws that elliptical galaxies should obey if they form and reach (quasi) equilibrium under the action of gravitational process only. As a first approximation, we will assume that radiative processes play a minor rôle compared to gravitation.

### 2.1. Unique specific entropy

Elliptical galaxies are thought to be in a quasi-equilibrium state, implying that they should obey the virial theorem. The second law of thermodynamics states that a system in equilibrium is in a maximum entropy configuration. Since elliptical galaxies are gravitational systems, they never really reach an equilibrium state during the time scale of the two-body relaxation. However, even if the entropy  $S$  of an E galaxy is ever increasing on a secular time scale, after violent relaxation one may consider that the system is in a quasi-equilibrium stage, which is equivalent to say that the entropy is quasi-constant.

Several works have been devoted to the problem of the entropy in gravitational systems [see for instance Merritt (1999), and references therein]. In a previous paper (Paper I), we have shown that, assuming that an elliptical galaxy is in a quasi-equilibrium stage, a thermodynamical entropy function which is quasi constant can be defined. In Paper II, instead of using the thermodynamical

– 4 –

definition of the entropy, we adopted the microscopic Boltzmann-Gibbs definition. In order to consistently compare objects of different masses, we have introduced the specific entropy, i.e. the entropy normalised to the mass:  $s = S/M$ . We have then shown that the specific entropy  $s$ , computed under the previous hypotheses, is the same among Es:

$$s = s_0, \quad (1)$$

where  $s_0$  is to be determined by observations. In fact, in Paper II, we have shown that  $s_0$  is not strictly unique but, as a result of merging processes, it weakly depends logarithmically on the galactic mass. Notice that this is a second order effect and, within  $\sim 10\%$ ,  $s_0$  is indeed unique.

## 2.2. Scaling relation between potential energy and mass

Let us consider a region with a characteristic length  $\lambda_i$  and a mean density  $\rho_i$ , in the initial density field (all quantities will be indexed with  $i$  – for initial). This region is supposed to be the location of a present E galaxy (its properties will be indexed with  $p$  – for present).

One may suppose, at least to zeroth order, that the following quantities are conserved during the formation and subsequent evolution of the structure:

1. the total mass:  $M_i = M_p = M$
2. the total energy:  $E_i = E_p = E$ .

The total energy at the initial time is:

$$E = T_i + U_i \simeq U_i, \quad (2)$$

(where  $T$  and  $U$  are the kinetical and potential energies), because the kinetical energy is negligible compared to the potential energy.

At the present stage, when the galaxy is already relaxed, the two following relations are verified:

$$T_p + U_p = E, \quad (3)$$

and

$$2T_p + U_p = 0. \quad (4)$$

Eq. (4) is the virial relation, which of course does not hold in the  $i$ -case.

Playing the game of addition, subtraction and comparison, we finally obtain the usual relation for an initially cold gravitational system that collapses and reaches equilibrium:

$$U_p \simeq 2U_i. \quad (5)$$

– 5 –

In the initial linear regime all quantities, such as the typical perturbation length  $\lambda_i$ , its Mass  $M$ , and its potential energy  $U$ , are related one to one another by scaling relations, e.g. (we will adopt hereafter  $G = 1$ ):

$$M \propto \lambda_i^3 \quad \text{and} \quad U_i \propto M^2/\lambda_i,$$

that implies:

$$U_i \propto \frac{M^2}{M^{1/3}} \propto M^{5/3}. \quad (6)$$

Using relation (5), we then obtain:

$$U_p \propto M^{5/3}. \quad (7)$$

This can be also written as:

$$\ln(U_p) - 5/3 \ln(M) = e_0, \quad (8)$$

where  $e_0$  is a constant to be determined by theoretical modelling and observations.

### 2.3. From theory to observations

Both the relations given in Eqs. (1) and (8) are theoretically motivated laws, that need to be translated into observable quantities if one wants to test them observationally. Mass, potential energy and specific entropy are easy to compute knowing the light distribution and assuming a mass-to-light ratio independent of galactic radius. We calculate the Boltzmann-Gibbs entropy defined from the distribution function in the 6-dimensional phase space (the  $\mu$ -space). Under some reasonable hypotheses, it can be also computed in terms of photometric quantities (Papers I and II), if the density profile corresponding to the observed light distribution is known.

The Sérsic profile (Sérsic 1968):

$$\Sigma = \Sigma_0 \exp[-(R/a)^\nu], \quad (9)$$

describes well the observed surface profile distribution of ellipticals (Caon, Capaccioli & D'Onofrio 1993), and allows to compute analytically (good approximations of) all the needed quantities. We therefore adopt this profile to model the observed surface brightness distribution of a sample of elliptical galaxies (§ 4.1), and to compute (rigorously or with a high degree of precision) the physical quantities of interest, like the total mass, the potential energy, the specific entropy, etc. (see Tables 1 and 2 in the appendix for a summary of the formulae we use). Note that the Sérsic law is a non-homologous generalization of the de Vaucouleurs profile, in the sense that a third parameter describing the shape of the distribution (the structural parameter  $\nu$ ) is introduced and left free, instead of being fixed to 0.25. This of course allows a better fit to the observations (Graham & Colless 1997, and Papers I and II).

- 6 -

### 3. Predicted relations among the Sérsic parameters

We now show that the two relations introduced in Sections 2.1 and 2.2, constraining the distribution of gravitational matter in galaxies, define two surfaces intersecting each other in the Sérsic parameter space  $[\nu, a, \Sigma_0]$ .

The first relation comes from the uniqueness of the specific entropy,  $s^*$ , that can be expressed as  $s^* = s_0$ , cf. Eq. (1)<sup>2</sup>. From the expression of the entropy in Table 1, we obtain the *Entropic Surface* in terms of the Sérsic parameters:

$$s^* = \frac{3}{2} \ln \Sigma_0 + \frac{9}{2} \ln a + F_2(\nu) = s_0, \quad (10)$$

where  $s_0$  is the same for all elliptical galaxies to within  $\sim 10\%$  (cf. also Paper II).

The second relation is obtained using the definition of potential energy and mass given in Table 2; then, Eq. (8) can be written as:

$$\ln(\Sigma_0) - \ln(a) + \ln M_2^*(\nu) - 3 \ln r_g^*(\nu) + \ln(2\pi) = 3e_0, \quad (11)$$

which defines the *Energy-Mass Surface*, where  $M_2^*$  and  $r_g^*$  refer to the projected mass and the gravitational radius, respectively (see Table 2). A 3-D representation of these two surfaces is given in Fig. 1. The intersection line (called the Entropy-Energy line in Paper II) is the locus on which elliptical galaxies are tightly distributed in the space of the Sérsic parameters.

Combining relations (10) and (11), two-by-two relations between the Sérsic parameters can be obtained. For the  $[a, \nu]$  relation we have:

$$\begin{aligned} \ln(a) + F_a(\nu) &= -\frac{3}{4}e_0 + \frac{1}{6}s_0 + \frac{1}{4}\ln(2\pi), \\ \text{with } F_a(\nu) &= \frac{3}{4}\ln R_g^*(\nu) - \frac{1}{4}\ln M_2^*(\nu) + \frac{1}{6}F_2(\nu). \end{aligned} \quad (12)$$

For the  $[\Sigma_0, \nu]$  relation we obtain:

$$\begin{aligned} \ln(\Sigma_0) + F_\Sigma(\nu) &= \frac{9}{4}e_0 + \frac{1}{6}s_0 - \frac{3}{4}\ln(2\pi), \\ \text{with } F_\Sigma(\nu) &= -\frac{9}{4}\ln R_g^*(\nu) + \frac{3}{4}\ln M_2^*(\nu) + \frac{1}{6}F_2(\nu). \end{aligned} \quad (13)$$

The relation between  $a$  and  $\Sigma_0$  is easily obtained by combining relations (12) and (13), parameterised by  $\nu$ .

---

<sup>2</sup>In Paper II, the specific entropy is defined with a different normalisation:  $s = -\frac{1}{M} \int dx^3 dv^3 f \ln f$ , where  $\int dx^3 dv^3 f = M$ . This means that  $s^* = s + \ln M$ .

– 7 –

#### 4. Predictions faced to observations

##### 4.1. Data set and the distribution of the $\nu$ parameter

The sample of elliptical galaxies we consider is described in detail in Paper II. It is composed of 68 galaxies in the Coma Cluster, 30 in Abell 85 and 34 in Abell 496; their cluster membership is confirmed by their redshifts. For all these galaxies, we have fitted the observed surface brightness distribution (obtained by CCD imaging in the V band) by means of the Sérsic profile, as in Papers I and II, using the MINUIT package (James 1994). To be able to use all the data as a single set, the fitting parameters  $a$  and  $\Sigma_0$  have been expressed in physical units, i.e. in kpc and  $L_\odot/\text{kpc}^2$  respectively<sup>3</sup>.

While in the de Vaucouleurs law a single value of  $\nu$  is used ( $\nu = 1/4$ ), our data fitting reveal that this parameter can assume a range of values, which are not centered on 0.25. We give in Fig. 2 the density distribution of  $\nu$  obtained by wavelet reconstruction [see Fadda, Slezak & Bijaoui (1998) for a description of the method]. The distribution is bi-modal, with a first maximum around  $\nu = 0.44$  and a second one around  $\nu = 0.82$  (close to 1, the typical value for dwarf spheroidal galaxies); also notice that the first maximum is stronger than the second one. When carefully looking at the previously published  $\nu$ -histogram (Paper I), it seems that the second maximum is indeed present, although it is less significant. Since we are now working with a larger sample resulting from the combination of three separate data sets, the presence of this second peak is more significant. Note however that our sample is not complete (giant ellipticals and some faint dwarfs are not included), thus both the actual position of the two peaks and their relative intensities may be somewhat different when considering complete samples.

##### 4.2. Entropy and energy-mass relations

For all the galaxies in the sample, the entropy, the mass, and the potential energy have been computed assuming that light traces mass.

The potential energy is displayed in Fig. 3 as a function of total luminosity. A bisector-OLS (Ordinary Least Square) power law fit (Feigelson & Babu 1992) gives an index  $I = 1.72 \pm 0.03$ . However, if we impose  $I = 5/3$  [see Eq. (7)], the fit is still good enough to confirm that Eq. (8) is a good approximation. Fish (1964) analysed a set of 24 Es, fitting their surface brightness profiles with the de Vaucouleurs law, and he found  $I = 3/2$  for the power law index. The improved accuracy of both our data and our fitting procedure (that uses the Sérsic profile), as well as the larger sample we have, allow us to definitely exclude  $I = 3/2$  (see also Sec. 6.3).

Wavelet reconstruction of the number distribution of  $s_0$  and  $e_0$  are displayed in Figs. 4 and

---

<sup>3</sup>We have used  $H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  and  $q_0 = 1$

– 8 –

5, and their statistical properties are given in Table (3). The distribution of  $s_0$  is asymmetric and broad, while that of  $e_0$  is narrow and almost symmetric. Notice that the values of  $s_0$  quoted in Fig. 4 are different from the ones shown in Paper II due to our different definition of specific entropy (cf. Section 3 and Table 1).

### 4.3. Correlations

As discussed in section 3, the above relations can be translated in correlations between the three Sérsic parameters taken two by two. Fig. 6 shows the  $[a, \nu]$ ,  $[\Sigma_0, \nu]$ , and  $[a, \Sigma_0]$  relations for our sample of galaxies. We plot also a 3-D representation of these correlations in the Sérsic parameter space. The corresponding theoretical relations, computed for  $e_0 = 5.8$  and  $s_0 = 30.2$ , are superimposed to the data, and show a remarkable agreement with the observations.

## 5. From theoretical to observed correlations

The observed correlations among *astrophysical* quantities, like  $R_{\text{eff}}$ ,  $\langle \mu \rangle_{\text{eff}}$ , or  $\nu$ , usually do not have any physical explanation. Thus, they could be just artefacts of the definitions of the parameters, in the sense that they do not necessarily contain any information about the physics of the objects, or on the processes that drove their formation and evolution. On the other hand, although the parameters  $a$ ,  $\Sigma_0$  and  $\nu$  entering in the definition of the Sérsic profile are independent from each other (from a mathematical point of view) we found correlations among them that we explain as originating from physical laws (Gerbal et al. 1997). Since the *astrophysical* quantities are combinations of these *primary* parameters, the observed correlations may then be due to some physical process, instead of being just artefacts.

We now show that starting from our “theoretical” relations, it is indeed possible to give a physical motivation to some of the observed correlations. For the comparison between theory and observation however, it is necessary to take into account a few points:

1. The correlations proposed in the literature result from fitting procedures; the coefficients are just empirical. Moreover, for the sake of simplicity, attempts are usually done to linearize the correlations. On the contrary, our coefficients come from physically motivated computations, and the relations we have found can be non-linear.
2. The intersection of the specific entropy and of the energy-mass surfaces is a line that we call the “*Energy-Entropy line*”. The segment of this line which ellipticals populate is not coplanar, thus it is not possible in general to define the distribution of these galaxies on a plane. However, limited to a restricted range of observed values, the corresponding portion of the segment can be coplanar, thus allowing to define a plane where ellipticals lay.

– 9 –

### 5.1. Luminosity–effective radius relation

Using the definition of the potential energy, relation (8) can be written as:

$$e_0 = \frac{1}{3}[\ln M - 3 \ln r_g], \quad (14)$$

where  $r_g$  is the gravitational radius and  $M$  the mass. Assuming that elliptical galaxies have the same mass-luminosity ratio and that  $R_{\text{eff}}$  is proportional to  $r_g$  (which is a very good approximation for galaxies described by the Sérsic profile, see Table 2), we have then:

$$\log L = 3 \log R_{\text{eff}} + 3 \log k - \log \mathcal{F} + 1.30288e_0, \quad (15)$$

where  $\mathcal{F}$  is the  $M/L$  ratio and  $k$  is the proportionality constant between  $R_{\text{eff}}$  and  $r_g$ . The mean value of  $e_0$  is given in Table 3.

In Fig. 7 we plot the total luminosity as a function of  $R_{\text{eff}}$  for our data. Superimposed are the bisector-OLS fit (solid line with slope = 2.5), and the theoretical relation established above (dashed line with slope = 3). Within the error bars, both relations are compatible with the data. Notice that the theoretical slope of the  $L$ – $R_{\text{eff}}$  relation depends only on the slope of the scaling relation between mass and potential energy.

Our data and theoretical prediction are steeper than the results found in the literature. Binggeli et al. (1984) derive  $L \propto R_{\text{eff}}^2$  for galaxies with  $0.2 \lesssim R_{\text{eff}} \lesssim 5$  kpc. For smaller galaxies, however, the slope steepens and reaches our theoretical value of 3. Schombert (1987) also find that the  $L$ – $R_{\text{eff}}$  relation is shallower for the brightest galaxies; for normal elliptical he finds  $L \propto R_{\text{eff}}^{1.8}$ . Even though these low values are not incompatible with our data (within the error bars), it should be stressed that previous  $L$ – $R_{\text{eff}}$  studies were based on the de Vaucouleurs profile, while we fit our galaxies with the Sérsic law. As we will see below, different modelling (i.e., de Vaucouleurs or Sérsic) of Es may change the observed correlations among their global parameters.

### 5.2. Magnitude–mean surface brightness correlation

In their study of the Virgo Cluster E galaxies, Binggeli et al. (1984) described a correlation between the mean surface brightness within the effective radius and the absolute magnitude of ellipticals. In fact their correlation essentially shows two regimes, each of them being a linear correlation of the form:

$$\langle \mu \rangle_{\text{eff}} = \alpha \mathcal{M} + \beta. \quad (16)$$

Now, taking the definition of  $\langle \mu \rangle_{\text{eff}}$ :

$$\langle \mu \rangle_{\text{eff}} = -2.5 \log L + 5 \log R_{\text{eff}} + 2.5 \log(2\pi), \quad (17)$$

– 10 –

we can combine it with the energy–mass scaling relation, Eq. (14), eliminating the effective radius. Thus, if we make the same assumptions as in § 5.1 above, we obtain a relation between  $\langle\mu\rangle_{\text{eff}}$  and  $L$ , or equivalently, in terms of the absolute magnitude ( $\mathcal{M} \equiv -2.5 \log L$ ):

$$\langle\mu\rangle_{\text{eff}} = +\frac{1}{3}\mathcal{M} - 5 \log k + \frac{5}{3} \log \mathcal{F} - 2.17147e_0 + \frac{5}{2} \log(2\pi), \quad (18)$$

where the variables have the same meaning as in Eq. (15).

Note that this relation does not predict two regimes but a single one. This is indeed in agreement with the observations when the data are analysed with the Sérsic law instead of the de Vaucouleurs profile, as done by Jerjen & Binggeli (1997), and as shown in Fig. 8 for our galaxies. Quantities like  $R_{\text{eff}}$  or  $\langle\mu\rangle_{\text{eff}}$  are different when obtained through a de Vaucouleurs or a Sérsic fit (Graham & Colless 1997; Jerjen & Binggeli 1997): this probably explain why Binggeli et al. (1984), who used the de Vaucouleurs profile, obtain a broken power-law  $\langle\mu\rangle_{\text{eff}}-\mathcal{M}$  relation, while Jerjen & Binggeli (1997) and us, using the Sérsic profile, find a single power-law.

The dashed line in the Fig. 8 is the relation (18). The good agreement with the data shows once again that we can recover the observed correlations from the theory.

### 5.3. Photometric plane

Khosroshahi et al. (2000) have fitted a set of E and of spiral bulges with the Sérsic profile. They have shown that these galaxies lay in a “plane” in the space defined by the set of coordinates  $[\log R_{\text{eff}}, \mu_0, \log \nu]$ , with  $\mu_0 = -2.5 \log \Sigma_0$ . Notice that these authors use  $n = 1/\nu$  in the Sérsic law. The equation they find for this plane is:

$$(0.173 \pm 0.025) \log R_{\text{eff}} - (0.069 \pm 0.007) \mu_0 = -\log \nu - (1.18 \pm 0.05). \quad (19)$$

Now, we will derive a similar equation from a theoretical point of view. Using the definition of  $\mu_0$  and the relation between  $R_{\text{eff}}$  and  $r_g$  into Eqs. (10) and (11), after some straightforward algebra, we obtain:

$$2.303 \log R_{\text{eff}} - 0.307 \mu_0 = 2.303 \log R_{\text{eff}}^*(\nu) - \frac{2}{9} (s_0 - F_2(\nu)); \quad (20)$$

$$\log R_{\text{eff}} + 0.40 \mu_0 = \log M_2^*(\nu) - 1.94 \log R_{\text{eff}}^*(\nu) - 1.303e_0 - 0.7132 \quad (21)$$

A linear combination between Eqs. (20) and (21) gives:

$$0.173 \log R_{\text{eff}} - 0.069 \mu_0 = K(\nu), \quad (22)$$

with:

$$K(\nu) = -0.086125 \log M_2^*(\nu) + 0.4262 \log R_{\text{eff}}^*(\nu) + 0.1122e_0 + 0.025(s_0 - F_2(\nu)) + 0.06142.$$

– 11 –

Relation (22) is a theoretical relation in the sense that it is obtained from theoretical relations; relation (19) on the other hand is a fit to the observed data. The only differences between these two relations are the two right-hand sides, i.e.  $(-\log \nu)$  should be compared to  $K(\nu)$ . Only the forms of the two functions are to be compared since the constant depends on the units chosen. In Fig. 9, we call attention to the interval  $[0.25-0.7]$  in  $\nu$ , which Khosroshahi et al. (2000) have used to define their photometric plane. In particular, their relation given by Eq. (19) and ours [Eq. (22)] agree within 8% in this range. The good agreement between the observed points of Khosroshahi et al. and our theoretical relation shows that the photometric plane may be understood as a consequence of the two laws discussed in this paper. Note however that it is possible to define a “plane” only because a limited range of values has been considered for  $\nu$  (see the beginning of § 5).

## 6. Discussion and conclusions

### 6.1. Ellipticals as a single parameter family

The Sérsic profile is certainly not the *ultimate* profile that can reproduce the surface brightness of ellipticals, from brighter galaxies to dwarf ellipticals [see Jerjen & Binggeli (1997)]. In fact, residuals of the Sérsic fits to the data very often show the same systematic pattern, as illustrated in Fig. 10. Notice that the seeing cannot produce such a pattern, since, for this case, it influences at most the innermost 3 arcseconds. Whereas the Sérsic profile cannot apply to fine features (boxy isophotes, central black hole, etc.) because of their small sizes, it allows a fit of sufficient quality for our aims, since we use it only to describe large scale properties. A finer description, which is out of the scope of this paper, would probably require another parameter to reproduce the whole profile.

On the other hand, since the de Vaucouleurs law is characterised by two parameters only, it does not allow to define the specific entropy and the energy-mass surfaces and, consequently, it can not define the *Energy-Entropy line*.

Because all the galaxies fitted by a Sérsic law have the same specific entropy (Eq. 1), it is possible to eliminate the shape parameter by replacing it with its expression in function of the two other parameters ( $\nu = \nu[a, \Sigma_0]$ ). However, this is not a kind of homology, because it is not possible to define a ‘template’ from which any Sérsic distribution can be derived by scaling transformations.

However, since all elliptical galaxies also obey the energy-mass law (Eq. 8), a single parameter is sufficient to characterise a galaxy, for instance  $\nu$ . In this case, every galaxy is defined by its shape parameter  $\nu$ : the introduction of  $\nu$  allows to gather all ellipticals into a single large family, at least from the photometric point of view. The mass can then be rewritten as:

$$M(\nu) = \frac{2\pi a^2(\nu)}{\nu} \Sigma_0(\nu) \Gamma\left(\frac{2}{\nu}\right),$$

(relations between  $a(\nu)$  and  $\Sigma_0(\nu)$  are given in eqs. 12 and 13); this relation is a bijection  $\nu \iff M$ .

– 12 –

The parameter  $\nu$  plays the role of a concentration factor.

During the processes of formation and relaxation, physics (described by the two laws discussed above) are necessarily acting so that at the end the above bijection is actually verified. Very large galaxies are endowed with small values of  $\nu$  while dwarfs are endowed with large values of  $\nu$  (Caon, Capaccioli & D’Onofrio 1993). As a consequence, this allows us again to understand why the de Vaucouleurs law cannot fit with good confidence these two extreme cases.

Notice that although the use of the Sérsic profile apparently seems essential to our calculations, we believe that it is nothing but an analytical expression which works well from the theoretical point of view (a shape factor) and from observations (good fits). Any other function would be appropriate – provided that it allows to calculate the entropy, energy, mass, etc.

It has been observed in cosmological simulations that dark matter haloes are well fitted by a NFW profile; it has also been shown that it is possible to define a concentration factor which in fact plays the role of a structural parameter, although from a purely mathematical point of view, the NFW profile is a homologous profile. It is interesting to note that the smaller the halo the more concentrated it is. In fact it is possible to show that the projection of NFW profile is well fit by a Sérsic profile (Lokas & Mamon 2000), and that a variation of  $\nu$  actually follows the variation of concentration.

## 6.2. Kinetic energy and velocity dispersion

We have calculated the potential energy of elliptical galaxies using the photometric parameters of the Sérsic profile. By applying the virial theorem, it is easy to transform the scaling relation between potential energy and mass described in section 2.2 into an equivalent relation between kinetic energy and mass; this leads to the relation:

$$\langle V \rangle^2 \propto M^{2/3} \quad \text{or} \quad M \propto \langle V \rangle^3, \quad (23)$$

with  $\langle V \rangle = \sqrt{2T/M}$ . The similar relation linking comparable observables is the well-known Faber-Jackson relation Faber & Jackson (1976):

$$L \propto \sigma^\alpha, \quad (24)$$

with  $\alpha$  varying from 2 to 4 [see, e.g., (de Zeeuw & Franx 1991)]. It is nevertheless difficult to translate the theoretical quantity  $\langle V \rangle$  into the observable quantity  $\sigma$ ; this has been attempted for instance by Graham & Colless (1997) and Graham (1998). This is in fact part of the broader problem of translating the virial theorem, based on theoretical quantities, into the fundamental plane, which is linked to observable quantities [see for instance: Capelato et al. (1995); Ciotti, Lanzoni & Renzini (1996); Graham & Colless (1997); Prugniel & Simien (1997)].

– 13 –

### 6.3. Scaling relations: Elliptical galaxies only?

The derivation of the scaling relation between potential energy and mass is based on fundamental principles (mass and energy conservation). It is in fact independent of the actual definition of elliptical galaxies and can be applied to any object formed by the growth of density perturbations, driven by gravitational interaction. Dark matter (DM) halos are therefore expected to follow the same relation.

Assuming that collisionless  $N$ -body simulations provide a suitable description of DM halo formation, relation (8) should then also be found automatically in their results. We have tested this hypothesis by considering a cosmological  $N$ -body simulation with  $512^3$  particles in a  $479 \text{ Mpc}/h$  side box, characterised by the following parameters: a  $\Lambda$ CMD cosmological model, with density parameters  $\Omega_0 = 0.3$  and  $\Omega_\Lambda = 0.7$ , Hubble constant  $H = 100 h^{-1} \text{ km/s Mpc}^{-1}$ ,  $h = 0.7$ , and normalisation  $\sigma_8 = 0.9$  (Yoshida et al. 2000). The corresponding particle mass is  $6.8 \cdot 10^{10} M_\odot/h$ . A sphere of radius  $r = 7 \text{ Mpc}/h$  around a very massive DM halo ( $M \simeq 2.3 \cdot 10^{15} M_\odot/h$ , virial radius  $R_{\text{vir}} \simeq 2.7 \text{ Mpc}/h$ ) has been selected in the original simulation, and re-simulated at higher resolution (a factor  $\sim 35$  increase, to get a mass particle of about  $2 \cdot 10^9 M_\odot/h$ ). Assuming a minimum mass of 10 particles per halo, this allows to resolve halos down to  $2 \cdot 10^{10} M_\odot/h$ .

Figure 11 shows the distribution of potential energy *versus* mass for the halos found within the selected sphere, their masses ranging from  $10^{12}$  to  $10^{15} M_\odot/h$ . We have selected the halos that had their kinetic to potential energy ratio closer to the virial theorem value, i.e., the ones satisfying  $0.8 \leq 2T/|U| \leq 1.2$ . Due to the high resolution of the simulation, the computation of the potential energy is very accurate, at least for all halos more massive than  $\sim 10^{11} M_\odot$ , i.e. composed by more than 100 particles. A fit to the data indicates a power-law index  $\text{index} = 1.69 \pm 0.02$ , very close to the theoretical value of  $5/3$ .

This is an example of the *universality* of the scaling relation between potential energy and mass. Whereas out of the scope of this paper, numerous questions obviously arise, such as the dependence of the index with redshift or with the cosmology used in the simulation.

### 6.4. Distance indicators

The interesting possibility of using the correlation between  $[a, \nu]$  as a distance indicator has been proposed by Young & Currie (1995). This paper has been followed by controversies (Binggeli and Jerjen 1998; Young & Currie 1998), essentially due, as we understand it, to the following question: are the distance indicators sufficiently trustworthy to be usable for single galaxies, or can they only be applied to clusters globally?

Since the correlations on which are based the indicators proposed by Young & Currie (1995) are consequences of the two laws discussed in this paper, it appears possible to improve the quality of the proposed indicators; this is principally due to the fact that the relations are essentially

– 14 –

*non-linear*, while phenomenological correlations have been tentatively fitted by phenomenological *linear* laws, as discussed above. Such phenomenological laws are sometimes nicknamed as “voodoo” (Trimble 1997), but physical interpretations satisfy better our taste for rationality. This has been already touched in Paper I and will be tackled deeper in a forthcoming paper.

### 6.5. Conclusions

We have shown both from theoretical reasons and from observations, that elliptical galaxies obey a scaling relation between the potential energy and mass (luminosity). In previous papers, we had already shown that Es share the same specific entropy (Papers I and II).

These two relations give an explanation to several observed correlations that have been proposed in the past by various authors, such as the correlations between the shape factor and a length scale, the correlation between the absolute magnitude and the central brightness, the photometrical plane, and the Faber-Jackson relation. Therefore they constitute a theoretical background for a number of physical properties of elliptical galaxies.

The fact that elliptical galaxies lay along a line in the 3 dimensional space of the Sérsic parameters implies that Es are indeed a one-parameter family. This has important implications for cosmology and galaxy formation and evolution models. Furthermore, the *Energy-Entropy line* could be used as a powerful distance indicator.

We acknowledge interesting discussions with Gary Mamon. I.M. acknowledges financial support from the Spanish Ministerio de Educación y Cultura and the Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC). This work is financed by DGICYT grants PB93-0139, PB96-0921, the USP/COFECUB and the CNPq/CNRS bilateral cooperation agreements. G.B.L.N. acknowledges financial support from the FAPESP. B.L. is supported by a Marie Curie Training Grant (category 20), under the TMR Activity 3 of the European Community Program.

### A. Formulae

General formulae useful for definitions or calculations of various quantities linked with our definition of the Sérsic profile are given in Tables 1 and 2.

– 15 –

REFERENCES

- Binggeli B., Sandage A., Tarengi M., 1984 AJ 89, 64
- Binggeli B., Jerjen H. 1998, A&A 333, 17
- Caon N., Capaccioli M., D’Onofrio M., 1993, MNRAS 265, 1013
- Capelato H.V., de Carvalho R.R., Carlberg R.G., 1995, ApJ 451, 525
- Ciotti L., Lanzoni B, Renzini A., 1996, MNRAS 282, 1
- Djorgovski S., Davis M., 1987, ApJ 313, 59
- Dressler A., Lynden-Bell D., Burstein D., Davies R.L., Faber S.M., Terlevich R.J., Wegner G., 1987, ApJ 313, 42
- Faber S.M., Jackson R.E., 1976, ApJ 204, 668
- Fadda D., Slezak E., Bijaoui A. 1998, A&AS 127, 335
- Feigelson E.D., Babu G.J., 1992, ApJ 397, 55
- Fish R.A., 1964, ApJ 139, 284
- Gerbal D., Lima Neto G.B., Márquez I., Verhagen H., 1997, MNRAS 285, L41
- Graham A., 1998, MNRAS 295, 933
- Graham A., Colless M. 1997, MNRAS 287, 221
- James F., 1994, ‘MINUIT: Function Minimization and Error Analysis’ (CERN Prog. Libr. Long Writup D506) (version 94.1; Geneve: CERN)
- Jerjen H., Binggeli B. 1997, in: The Nature of Elliptical Galaxies, proceedings of the Second Stromlo Symposium, eds. M. Arnaboldi et al., ASP Conference Series 116, p.239
- Khosroshahi H.G., Wadadekar Y., Kembhavi A., Mobasher B. 2000, ApJ, 531, L103
- Kormendy J., 1977, ApJ 218, 333
- Lima Neto G.B., Gerbal D., Márquez I., 1999, MNRAS 309, 481 (Paper I)
- Lokas E.L., Mamon G.A. 2000, MNRAS submitted, astro-ph/0002395
- Márquez I., Lima Neto G.B., Capelato H., Durret F., Gerbal D. 2000, A&A 353, 873 (Paper II)
- Merritt D., 1999, PASP 111,129
- Prugniel Ph., Simien F., 1997, A&A 321, 111

– 16 –

Schombert J.M., 1987, ApJS 64, 643

Sérsic J.L., 1968, “Atlas de galaxias australes, Observatorio Astronómico de Córdoba”, Argentina

Trimble V., 1997, Space Science Rev. 79, 793

Yoshida N., & the Virgo Consortium, 2000, in preparation

Young C. K., Currie M. J., 1994, MNRAS 268, L11

Young C. K., Currie M. J., 1995, MNRAS 273, 1141

Young C. K., Currie M. J., 1998, A&A 333, 795

de Zeeuw T., Franx M., 1991, ARAA 29, 275

- 17 -

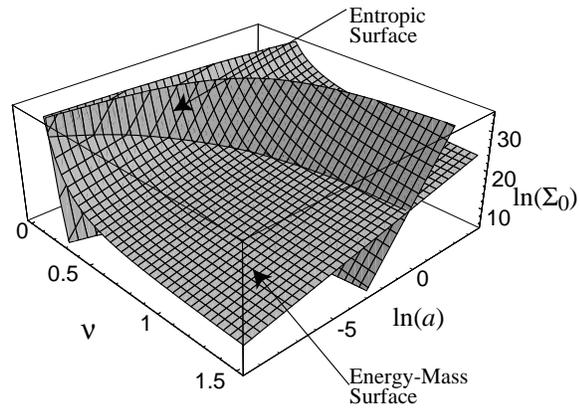


Fig. 1.— 3-D representation of the specific entropy and energy-mass 2-manifolds, using the coordinates:  $[\log \Sigma_0, \log a, \nu]$ .

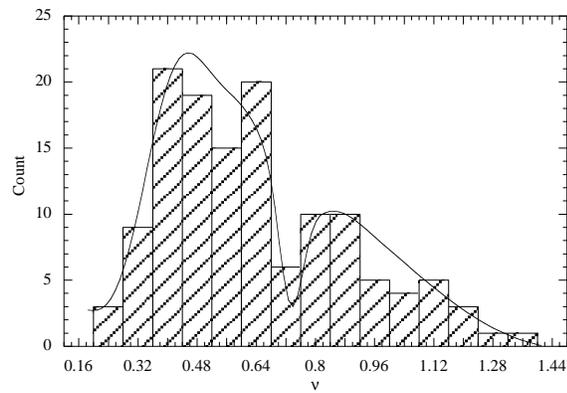


Fig. 2.— Histogram of the  $\nu$  distribution superposed to the wavelet reconstructed density distribution.

- 18 -

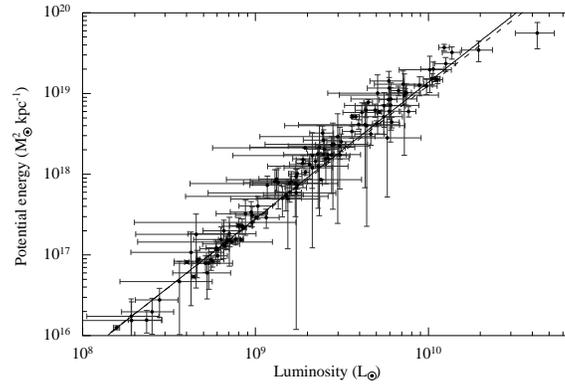


Fig. 3.— Potential energy versus mass (luminosity). The power-law fit results in a slope of 1.72 (full line). The theoretical relation, with index of 5/3, is also shown (dashed line). We adopt here  $G = 1$  and  $M/L = 1$ .

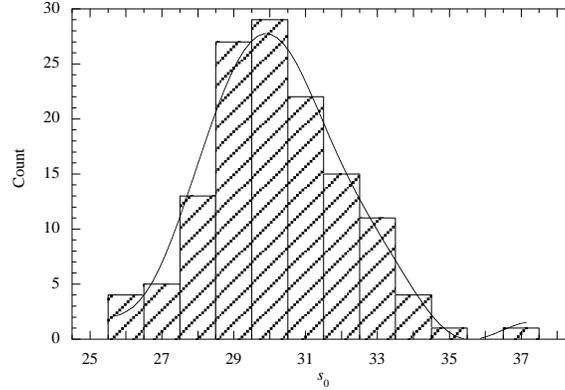


Fig. 4.— Histogram of the  $s_0$  distribution superposed to the wavelet reconstruction of the density distribution.

– 19 –

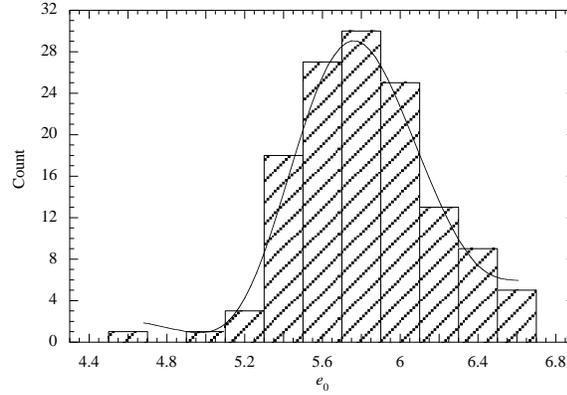


Fig. 5.— Histogram of the  $e_0$  distribution superposed to the wavelet reconstruction of the density distribution.

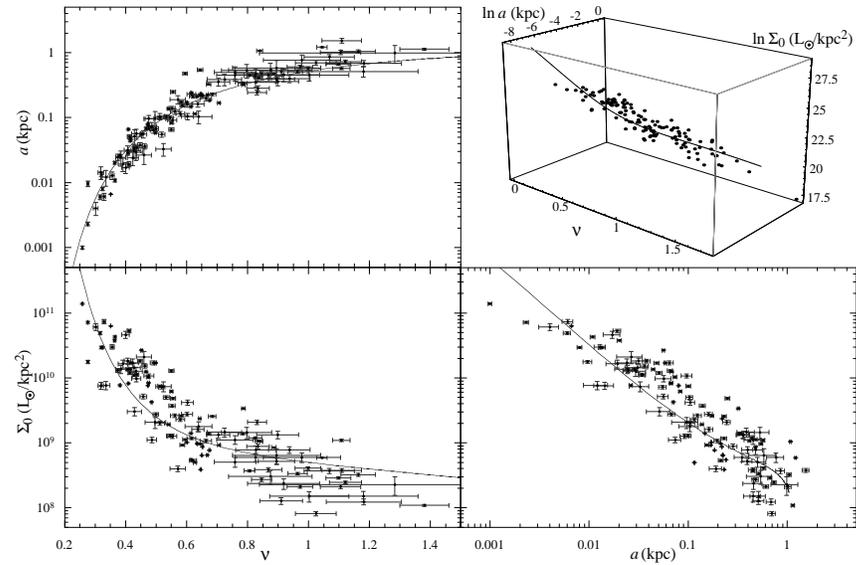


Fig. 6.— Pairwise correlation between the Sérsic parameters  $[a, \nu]$ ,  $[\Sigma_0, \nu]$  and  $[\Sigma_0, a]$  (counter clockwise from top left). Distribution of elliptical galaxies in the 3-D Sérsic parameter space (top right). The superposed lines in each panel are the correlations predicted from the intersection of the Entropic Surface and the Energy-Mass scaling relation.

- 20 -

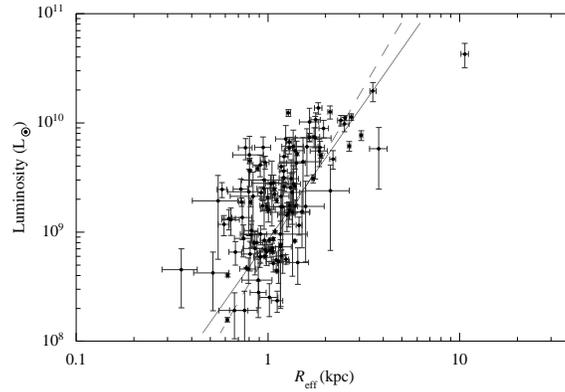


Fig. 7.— Luminosity versus effective radius for our 132 cluster ellipticals. The solid line corresponds to the bisector-OLS fit to the data, with slope 2.5. The theoretical relation given by Eq. (15) is superimposed as a dashed line.

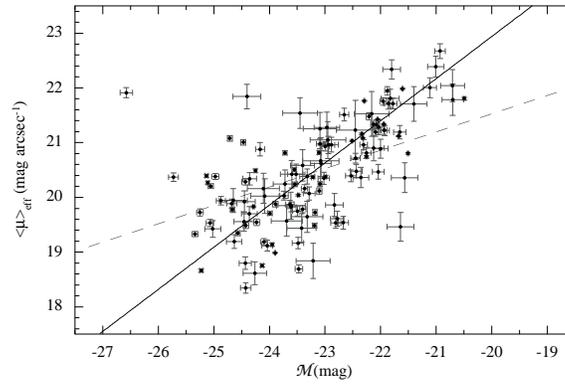


Fig. 8.— Mean effective magnitude versus absolute magnitude. The bisector-OLS fit is the solid line with slope 0.77. The theoretical relation given by Eq. (18) is superimposed as a dashed line.

– 21 –

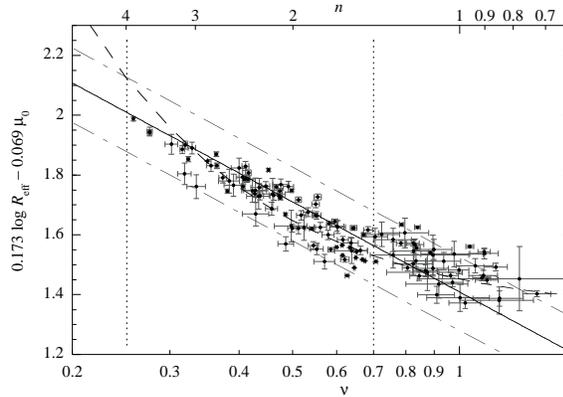


Fig. 9.— The theoretical relation given by the right-hand side of Eq. 22 (dashed line) is superimposed on the fit (solid line) obtained by Khosroshahi et al. (2000) (right-hand side of Eq. 19). The two vertical dotted lines correspond the range in  $\nu$  used by Khosroshahi et al. (2000). The dashed-dotted lines correspond to 8% errors on the fit. The shape parameter,  $n \equiv 1/\nu$ , is given at the top of the figure to allow direct comparison with other authors.

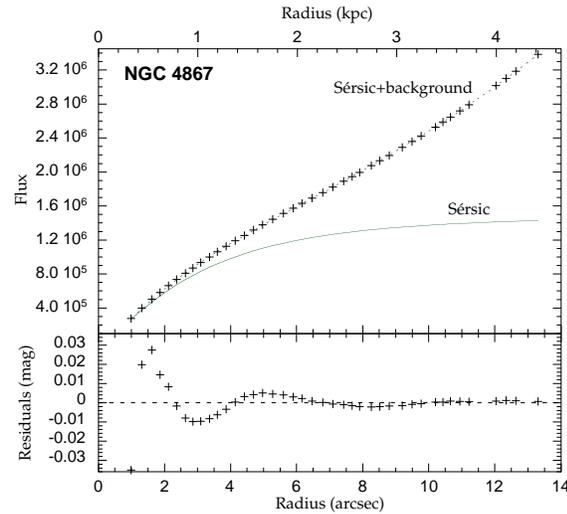


Fig. 10.— Fit by a Sérsic law to the growth curve of a typical E galaxy in the Coma cluster (top). The residuals are also shown (bottom).

- 22 -

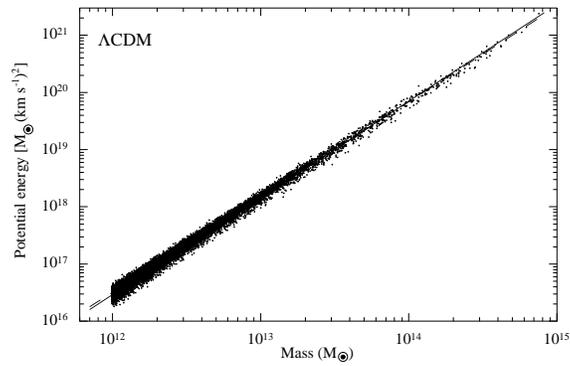


Fig. 11.— Potential energy–mass relation for about 29 000 dark matter halos selected in a high-resolution N–body simulation (see text). The solid line is the best fit to the data, with a slope of  $1.69 \pm 0.02$ , in very good agreement with the expected theoretical value of  $5/3$  (dashed line).

– 23 –

Table 1: Various formulae related to the specific entropy and the Energy–Mass relation obtained for gravitational systems described by the Sérsic law. The 2-D and 3-D refer to the dependence on  $\Sigma_0$  and  $\rho_0$ , respectively. The quantities  $M^*$ ,  $M_3^*$  and  $r_g^*$  are defined in Table 2

Quantity	Sérsic expression
<b>Specific entropy</b>	$s^* = - \int d\vec{r} d\vec{v} f^* \ln f^* ; \int d\vec{r} d\vec{v} f^* = 1$
2-D expression	$s^* = \frac{3}{2} \ln \Sigma_0 + \frac{9}{2} \ln a + F_2(\nu) ;$ $F_2(\nu) \simeq -0.795 \ln(\nu) - \frac{1.34}{\nu} + 3.85\nu^{-1.29} + \ln \Gamma \left[ \frac{2}{\nu} \right] - 0.822$
3-D expression	$s^* = \frac{3}{2} \ln \rho_0 + 6 \ln a + F_3 ;$ $F_3(\nu) = F_2(\nu) + \frac{3}{2} \ln \left[ 2^{\frac{\Gamma((3-p)/\nu)}{\Gamma(2/\nu)}} \right]$
<b>Potential Energy</b>	
2-D expression	$U = 4(\pi)^2 a^3 \Sigma_0^2 \times U_2^*(\nu) ;$ $U_2^*(\nu) = (M^*(\nu))^2 / r_g^*(\nu)$
3-D expression	$U = (4\pi)^2 a^5 \rho_0^2 \times U_3^*(\nu) ;$ $U_3^*(\nu) = (M_3^*(\nu))^2 / r_g^*(\nu)$
<b>Energy–Mass relation</b>	$U \propto M^{5/3}$ $e_0 = \ln(U) - \frac{5}{3} \ln(M)$
2-D expression	$3e_0 = \ln \Sigma_0 - \ln(a) + \ln M_2^*(\nu) - 3 \ln r_g^*(\nu) + \ln(2\pi)$
3-D expression	$3e_0 = \ln \rho_0 + 3 \ln U^*(\nu) - 5 \ln M_3^*(\nu) + \ln(4\pi)$

- 24 -

Table 2: General formulae used in this paper. 2-D and 3-D quantities are marked with subscript “2” and “3”, respectively. Quantities marked with a “\*” are adimensional.

Quantity	Theoretical Expression	Analytical Approximation
<b>Sérsic law</b>		
2-D	$\Sigma(R) = \Sigma_0 \exp(-(R/a)^\nu)$	
3-D		$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{a}\right)^{-p} \exp(-[r/a]^\nu)$ $p \simeq 1.0 - 0.6097\nu + 0.05563\nu^2$
<b>Mass profile</b>	$L(R) \propto M(R)$	
2-D	$M(R) = \frac{2\pi a^2}{\nu} \Sigma_0 \gamma\left(\frac{2}{\nu}, \left[\frac{R}{a}\right]^\nu\right)$	
<b>Total Mass</b>		
2-D	$M = a^2 \Sigma_0 M_2^*$ $M_2^* = 2\pi \frac{1}{\nu} \Gamma\left(\frac{2}{\nu}\right)$	
3-D	$M = 4\pi a^3 \rho_0 M_3^*$ $M_3^* = \frac{1}{\nu} \Gamma\left(\frac{3-p}{\nu}\right)$	
Total “magnitude”		
2-D	$\mathcal{M} = -2.5 \log L$ $= -2.5 \log \Sigma_0 - 5 \log a + m^*$	$m^* \simeq -0.30413\nu - 1.70786\nu^{-1.44265}$
Mean $\mu$ inside $R_{\text{eff}}$	$\langle \mu \rangle_{\text{eff}} = m^* - 2.5 \log \Sigma_0 +$ $+5 \log(R_{\text{eff}}^*) + 2.5 \log 2\pi$	
<b>Radii</b>	$R_i = a \times R_i^*$	
Effec. Radius 3-D	$\gamma[(3-p)/\nu, R_{3,\text{eff}}^*] = \frac{1}{2} \Gamma[(3-p)/\nu]$	$\ln R_{3,\text{eff}}^* \simeq \frac{0.72701 - 0.9877 \ln \nu}{\nu} + 0.07021$
Effec. Radius 2-D	$\gamma(2/\nu, R_{\text{eff}}^*) = \frac{1}{2} \Gamma(2/\nu)$	$\ln R_{\text{eff}}^* \simeq \frac{0.70348 - 0.99625 \ln \nu}{\nu} - 0.18722$
Gravit. Radius	$U_{\text{pot}} = M^2/r_g$	$\ln r_g^* \simeq \frac{0.82032 - 0.92446 \ln \nu}{\nu} + 0.84543$
$r_g$ versus $R_{\text{eff}}$		$\ln r_g^* \simeq 1.16 + 0.98 \ln R_{\text{eff}}^*$
$\Sigma_0 \Leftrightarrow \rho_0$	$a \times \rho_0 = \frac{1}{2} \Sigma_0 \frac{M_2^*}{M_3^*}$ $a \times \rho_0 = \Sigma_0 \times \frac{\Gamma(2/\nu)}{2\Gamma((3-p)/\nu)}$	$a\rho_0 \simeq \Sigma_0 \times$ $\times (0.076685 + 0.3253\nu - 0.041245\nu^2)$

Table 3: Statistical properties of the specific entropy and of the value of the energy-mass scaling relation.

	median	mean	std. dev.	skewness
$s_0$	30.2	30.2	1.95	0.36
$e_0$	5.8	5.8	0.34	-0.03

# Bibliographie

- Adami, C., Ulmer, M.P., Durret, F., Nichol, R.C., Mazure, A., Holden, B.P., Romer, A.K., Savine, C., 2000, A turn-over in the galaxy luminosity function of the Coma cluster core?, *A&A* 353, 930
- Andreon, S., 1996, The morphological segregation of galaxies in clusters. II. The properties of galaxies in the Coma cluster., *A&A* 314, 763
- Appel, A., 1981, PhD thesis, Princeton University
- Barnes, J.E., Hut, P., 1989, Error analysis of a tree code, *ApJS* 70, 389
- Baugh, C.M., Cole, S., Frenk, C.S., Lacey, C.G., 1998, The Epoch of Galaxy Formation, *ApJ* 498, 504
- Benson, A.J., Cole, S., Frenk, C.S., Baugh, C.M., Lacey, C.G., 2000, The nature of galaxy bias and clustering, *MNRAS* 311, 793
- Binney, J., Tremaine, S., 1987, *Galactic dynamics*, Princeton, NJ, Princeton University Press, 1987, 747 p.
- Birkhoff, G.D., 1923, *Relativity and Modern Physics*, Harvard University Press
- Bond, J.R., Kaiser, N., Cole, S., Efstathiou, G., 1991, Excursion set mass functions for hierarchical Gaussian fluctuations, *ApJ* 379, 440
- Bouchet, F.R., Adam, J., Pellat, R., 1985, On the way of understanding particle-in-cell simulations of gravitational clustering, *A&A* 144, 413
- Bouchet, F.R., Kandrup, H.E., 1985, Particle-mesh simulations of clustering in cosmology, *ApJ* 299, 1
- Bower, R.G., 1991, The evolution of groups of galaxies in the Press-Schechter formalism, *MNRAS* 248, 332
- Bower, R.G., Lucey, J.R., Ellis, R.S., 1992, Precision Photometry of Early Type Galaxies in the Coma and Virgo Clusters - a Test of the Universality of the Colour / Magnitude Relation - Part Two - Analysis, *MNRAS* 254, 601
- Carlberg, R.G., Couchman, H.M.P., 1989, Mergers and bias in a cold dark matter cosmology, *ApJ* 340, 47
- Catelan, P., Lucchin, F., Matarrese, S., Porciani, C., 1998, The bias field of dark matter haloes, *MNRAS* 297, 692
- Chandrasekhar, S., 1943, Dynamical Friction. I. General Considerations: the Coefficient of Dynamical Friction, *ApJ* 97, 255
- Cole, S., Aragon-Salamanca, A., Frenk, C.S., Navarro, J.F., Zepf, S.E., 1994, A Recipe for Galaxy Formation, *MNRAS* 271, 781
- Cole, S., Kaiser, N., 1988, Sunyaev-Zel'dovich fluctuations in the cold dark matter scenario, *MNRAS* 233, 637

- Cole, S., Lacey, C.G., Baugh, C.M., Frenk, C.S., 2000, Hierarchical Galaxy Formation, MNRAS accepted, astro-ph/0007281
- Couchman, H.M.P., 1991, Mesh-refined P3M - A fast adaptive N-body algorithm, ApJ 368, L23
- de Propriis, R., Stanford, S.A., Eisenhardt, P.R., Dickinson, M., Elston, R., 1999, The K-Band Luminosity Function in Galaxy Clusters to  $Z \sim 1$ , AJ 118, 719
- de Vaucouleurs, G., 1948, Recherches sur les Nebuleuses Extragalactiques, Annales d'Astrophysique 11, 247
- Devriendt, J.E.G., Guiderdoni, B., Sadat, R., 1999, Galaxy modelling. I. Spectral energy distributions from far-UV to sub-mm wavelengths, A&A 350, 381
- Diaferio, A., Kauffmann, G., Balogh, M.L., White, S.D.M., Schade, D., Ellingson, E., 2000, The Spatial and Kinematic Distributions of Cluster Galaxies in a LCDM Universe – Comparison with Observations, MNRAS submitted, astro-ph/0005485
- Doi, M., Fukugita, M., Okamura, S., Turner, E.L., 1995, The distribution of early- and late-type galaxies in the Coma cluster, AJ 109, 1490
- Doroshkevich, A.G., Kotok, E.V., Poliudov, A.N., Shandarin, S.F., Sigov, I.S., Novikov, I.D., 1980, Two-dimensional simulation of the gravitational system dynamics and formation of the large-scale structure of the universe, MNRAS 192, 321
- Dressler, A., 1980, Galaxy morphology in rich clusters - Implications for the formation and evolution of galaxies, ApJ 236, 351
- Dressler, A., Oemler, A.J., Couch, W.J., Smail, I., Ellis, R.S., Barger, A., Butcher, H., Poggianti, B.M., Sharples, R.M., 1997, Evolution since  $Z = 0.5$  of the Morphology-Density Relation for Clusters of Galaxies, ApJ 490, 577
- Efstathiou, G., Bond, J.R., White, S.D.M., 1992, COBE background radiation anisotropies and large-scale structure in the universe, MNRAS 258, 1P
- Efstathiou, G., Davis, M., White, S.D.M., Frenk, C.S., 1985, Numerical techniques for large cosmological N-body simulations, ApJS 57, 241
- Efstathiou, G., Eastwood, J.W., 1981, On the clustering of particles in an expanding universe, MNRAS 194, 503
- Efstathiou, G., Frenk, C.S., White, S.D.M., Davis, M., 1988, Gravitational clustering from scale-free initial conditions, MNRAS 235, 715
- Eke, V.R., Cole, S., Frenk, C.S., 1996, Cluster evolution as a diagnostic for Omega, MNRAS 282, 263
- Eke, V.R., Navarro, J.F., Frenk, C.S., 1998, The Evolution of X-Ray Clusters in a Low-Density Universe, ApJ 503, 569
- Ellis, R.S., Smail, I., Dressler, A., Couch, W.J., Oemler, A.J., Butcher, H., Sharples, R.M., 1997, The Homogeneity of Spheroidal Populations in Distant Clusters, ApJ 483, 582
- Evrard, A.E., Silk, J., Szalay, A.S., 1990, The morphology-density relation for galaxies in a cold dark matter-dominated universe, ApJ 365, 13
- Frenk, C.S., White, S.D.M., Bode, P., Bond, J.R., Bryan, G.L., Cen, R., Couchman, H.M.P., Evrard, A.E., Gnedin, N., Jenkins, A., Khokhlov, A.M., Klypin, A., Navarro, J.F., Norman, M.L., Ostriker, J.P., Owen, J.M., Pearce, F.R., Pen, U., Steinmetz, M., Thomas, P.A., Villumsen, J.V., Wadsley, J.W., Warren, M.S., Xu,

- G., Yepes, G., 1999, The Santa Barbara Cluster Comparison Project : A Comparison of Cosmological Hydrodynamics Solutions, *ApJ* 525, 554
- Gelb, J.M., Bertschinger, E., 1994, Cold dark matter. 2 : Spatial and velocity statistics, *ApJ* 436, 491
- Gerbal, D., Lima Neto, G.B., Marquez, I., Verhagen, H., 1997, The entropy of elliptical galaxies in Coma : a clue for a distance indicator, *MNRAS* 285, L41
- Ghigna, S., Moore, B., Governato, F., Lake, G., Quinn, T., Stadel, J., 1998, Dark matter haloes within clusters, *MNRAS* 300, 146
- Giavalisco, M., Steidel, C.C., Adelberger, K.L., Dickinson, M.E., Pettini, M., Kellogg, M., 1998, The Angular Clustering of Lyman-Break Galaxies at Redshift  $z$  approximately 3, *ApJ* 503, 543
- Giavalisco, M., Steidel, C.C., Macchetto, F.D., 1996, Hubble Space Telescope Imaging of Star-forming Galaxies at Redshifts  $z > 3$ , *ApJ* 470, 189
- Giovanelli, R., Chincarini, G.L., Haynes, M.P., 1981, The H I content of galaxies in the Hercules supercluster Evidence for sweeping, *ApJ* 247, 383
- Gorski, K.M., Ratra, B., Sugiyama, N., Banday, A.J., 1995, COBE DMR-normalized open inflation cold dark matter cosmogony, *ApJ* 444, L65
- Gott, J.R., Thuan, T.X., 1976, On the formation of spiral and elliptical galaxies, *ApJ* 204, 649
- Gottlöber, S., Klypin, A., Kravtsov, A., 2000, Merging history as a function of halo environment, *Apj* submitted, astro-ph/0004132
- Gross, M.A.K., Somerville, R.S., Primack, J.R., Holtzman, J., Klypin, A., 1998, Cold dark matter variant cosmological models - I. Simulations and preliminary comparisons, *MNRAS* 301, 81
- Guiderdoni, B., Hivon, E., Bouchet, F.R., Maffei, B., 1998, Semi-analytic modelling of galaxy evolution in the IR/submm range, *MNRAS* 295, 877
- Gunn, J.E., Gott, J.R.I., 1972, On the Infall of Matter Into Clusters of Galaxies and Some Effects on Their Evolution, *ApJ* 176, 1
- Guth, A.H., 1981, Inflationary universe : A possible solution to the horizon and flatness problems, *Phys. Rev. D* 23, 347
- Hatton, S., Devriendt, J., Ninin, S., Bouchet, F., Guiderdoni, B., 2000 *MNRAS* , en préparation
- Henry, J.P., Arnaud, K.A., 1991, A measurement of the mass fluctuation spectrum from the cluster X-ray temperature function, *ApJ* 372, 410
- Hernquist, L., 1990, An analytical model for spherical galaxies and bulges, *ApJ* 356, 359
- Jain, B., Bertschinger, E., 1994, Second-order power spectrum and nonlinear evolution at high redshift, *ApJ* 431, 495
- Jang-Condell, H., Hernquist, L., 2000, First Structure Formation : A Simulation of Small Scale Structure at High Redshift, *ApJ*
- Jenkins, A., Frenk, C.S., Pearce, F.R., Thomas, P.A., Colberg, J.M., White, S.D.M., Couchman, H.M.P., Peacock, J.A., Efsthathiou, G., Nelson, A.H., 1998, Evolution of Structure in Cold Dark Matter Universes, *ApJ* 499, 20

- Jernigan, J.G., Porter, D.H., 1989, A tree code with logarithmic reduction of force terms, hierarchical regularization of all variables, and explicit accuracy controls, *ApJS* 71, 871
- Jing, Y.P., 1998, Accurate Fitting Formula for the Two-Point Correlation Function of Dark Matter Halos, *ApJ* 503, L9
- Jing, Y.P., 1999, Accurate Determination of the Lagrangian Bias for the Dark Matter Halos, *ApJ* 515, L45
- Jones, C., Forman, W., 1999, Einstein Observatory Images of Clusters of Galaxies, *ApJ* 511, 65
- Jorgensen, I., Franx, M., 1994, The nature of E and S0 galaxies: A study of magnitude-limited sample of galaxies in the Coma Cluster, *ApJ* 433, 553
- Kauffmann, G., Colberg, J.M., Diaferio, A., White, S.D.M., 1999, Clustering of galaxies in a hierarchical universe - I. Methods and results at  $z=0$ , *MNRAS* 303, 188
- Kauffmann, G., White, S.D.M., 1993, The merging history of dark matter haloes in a hierarchical universe., *MNRAS* 261, 921
- Kauffmann, G., White, S.D.M., Guiderdoni, B., 1993, The Formation and Evolution of Galaxies within Merging Dark Matter Haloes, *MNRAS* 264, 201
- Kennicutt, R.C., Tamblyn, P., Congdon, C.E., 1994, Past and future star formation in disk galaxies, *ApJ* 435, 22
- Klypin, A.A., Shandarin, S.F., 1983, Three-dimensional numerical model of the formation of large-scale structure in the Universe, *MNRAS* 204, 891
- Kravtsov, A.V., Klypin, A.A., Khokhlov, A.M., 1997, Adaptive Refinement Tree: A New High-Resolution N-Body Code for Cosmological Simulations, *ApJS* 111, 73
- Lacey, C., Cole, S., 1993, Merger rates in hierarchical models of galaxy formation, *MNRAS* 262, 627
- Lacey, C., Cole, S., 1994, Merger Rates in Hierarchical Models of Galaxy Formation – Part Two – Comparison with N-body Simulations, *MNRAS* 271, 676
- Lanzoni, B., Mamon, G.A., Guiderdoni, B., 2000, Merging history trees for dark matter haloes: tests of the Merging Cell Model in a CDM cosmology, *MNRAS* 312, 781
- Larson, R.B., 1998, Early star formation and the evolution of the stellar initial mass function in galaxies, *MNRAS* 301, 569
- Larson, R.B., Tinsley, B.M., Caldwell, C.N., 1980, The evolution of disk galaxies and the origin of S0 galaxies, *ApJ* 237, 692
- Lee, J., Shandarin, S.F., 1999, Comparison of Analytical Mass Functions with Numerical Simulations, *ApJ* 517, L5
- Lemson, G., Kauffmann, G., 1999, Environmental influences on dark matter haloes and consequences for the galaxies within them, *MNRAS* 302, 111
- Lima Neto, G.B., Gerbal, D., Márquez, I., 1999, The specific entropy of elliptical galaxies: an explanation for profile-shape distance indicators?, *MNRAS* 309, 481
- Lobo, C., Biviano, A., Durret, F., Gerbal, D., Le Fevre, O., Mazure, A., Slezak, E., 1997, Environmental effects on the Coma cluster luminosity function., *A&A* 317, 385
- Lynden-Bell, D., 1967, Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems, *MNRAS* 136, 101

- Makino, J., Hut, P., 1997, Merger Rate of Equal-Mass Spherical Galaxies, *ApJ* 481, 83
- Mamon, G.A., 1992, Are cluster ellipticals the products of mergers?, *ApJ* 401, L3
- Mamon, G.A., 2000, Theory of Galaxy Dynamics in Clusters and Groups, in : ASP Conf. Ser. 197 : Dynamics of Galaxies : from the Early Universe to the Present, p. 377
- Marqu ez, I., Lima Neto, G.B., Capelato, H., Durret, F., Gerbal, D., Lanzoni, B., 2000, Two physical laws for Elliptical galaxies : photometrical consequences, *ApJ*
- Melott, A.L., 1983, Two-dimensional simulation of the gravitational superclustering of collisionless particles, *MNRAS* 202, 595
- Miller, R.H., 1983, Numerical experiments on the clustering of galaxies, *ApJ* 270, 390
- Mo, H.J., Mao, S., White, S.D.M., 1998, The formation of galactic discs, *MNRAS* 295, 319
- Mo, H.J., White, S.D.M., 1996, An analytic model for the spatial clustering of dark matter haloes, *MNRAS* 282, 347
- Monaco, P., 1995, The Mass Function of Cosmic Structures with Nonspherical Collapse, *ApJ* 447, 23
- Monaco, P., 1997a, A Lagrangian Dynamical Theory for the Mass Function of Cosmic Structures - I. Dynamics, *MNRAS* 287, 753
- Monaco, P., 1997b, A Lagrangian dynamical theory for the mass function of cosmic structures - II. Statistics, *MNRAS* 290, 439
- Moore, B., Governato, F., Quinn, T., Stadel, J., Lake, G., 1998, Resolving the Structure of Cold Dark Matter Halos, *ApJ* 499, L5
- Moore, B., Katz, N., Lake, G., 1996, On the Destruction and Overmerging of Dark Halos in Dissipationless N-Body Simulations, *ApJ* 457, 455
- Nagashima, M., Gouda, N., 1997, The Effects of Spatial Correlations on Merger Trees of Dark Matter Haloes, *MNRAS* 287, 515
- Navarro, J.F., Frenk, C.S., White, S.D.M., 1995a, The assembly of galaxies in a hierarchically clustering universe, *MNRAS* 275, 56
- Navarro, J.F., Frenk, C.S., White, S.D.M., 1995b, Simulations of X-ray clusters, *MNRAS* 275, 720
- Ninin, S., 1999, Influence de la dynamique gravitationnelle sur la formation des galaxies, Th ese de doctorat, IAP
- Peebles, P.J.E., 1980, "The large-scale structure of the universe", Research supported by the National Science Foundation. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1980. 435 p.
- Plummer, H.C., 1911, On the problem of distribution in globular star clusters, *MNRAS* 71, 460
- Porciani, C., Catelan, P., Lacey, C., 1999, How Dark Matter Halos Cluster in Lagrangian Space, *ApJ* 513, L99
- Press, W.H., Schechter, P., 1974, Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-similar Gravitational Condensation, *ApJ* 187, 425
- Ratra, B., Sugiyama, N., Banday, A.J., Gorski, K.M., 1997, Cosmic Microwave Background Anisotropy in COBE DMR-Normalized Open and Flat- Lambda Cold Dark Matter Cosmogonies, *ApJ* 481, 22

- Rodrigues, D.D.C., Thomas, P.A., 1996, Merger trees and the multiplicity function of haloes, *MNRAS* 282, 631
- Roukema, B.F., Peterson, B.A., Quinn, P.J., Rocca-Volmerange, B., 1997, Merging history trees of dark matter haloes - A tool for exploring galaxy formation models, *MNRAS* 292, 835
- Salpeter, E.E., 1955, The Luminosity Function and Stellar Evolution, *ApJ* 1, 161
- Sandage, A., Binggeli, B., Tammann, G.A., 1985, Studies of the Virgo Cluster - Part Five - Luminosity Functions of Virgo Cluster Galaxies, *AJ* 90, 1759
- Scalo, J., 1998, The IMF Revisited: A Case for Variations, in: *ASP Conf. Ser. 142: The Stellar Initial Mass Function (38th Herstmonceux Conference)*, p. 201
- Sheth, R.K., Lemson, G., 1999, The forest of merger history trees associated with the formation of dark matter haloes, *MNRAS* 305, 946
- Sheth, R.K., Tormen, G., 1999, Large-scale bias and the peak background split, *MNRAS* 308, 119
- Simien, F., de Vaucouleurs, G., 1986, Systematics of bulge-to-disk ratios, *ApJ* 302, 564
- Solanes, J.M., Salvador-Sole, E., 1992, Reproducing the local and global morphological segregation between S and S0 galaxies in rich clusters by simple ram-pressure stripping, *ApJ* 395, 91
- Somerville, R.S., Kolatt, T.S., 1999, How to plant a merger tree, *MNRAS* 305, 1
- Somerville, R.S., Lemson, G., Kolatt, T.S., Dekel, A., 1999a, Evaluating Semi-Analytic Halo Merging Histories, *MNRAS* submitted, astro-ph/9806228
- Somerville, R.S., Primack, J.R., 1999, Semi-analytic modelling of galaxy formation: the local Universe, *MNRAS* 310, 1087
- Somerville, R.S., Primack, J.R., Faber, S.M., 1999b, The Nature of High-Redshift Galaxies, *MNRAS* submitted, astro-ph/9806228
- Spitzer, L.J., Baade, W., 1951, Stellar Populations and Collisions of Galaxies., *ApJ* 113, 413
- Springel, V., et. al, 2000 *MNRAS* , en préparation
- Springel, V., Yoshida, N., White, S.D.M., 2000, GADGET: A code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations, *New Astronomy* submitted, astro-ph/0003162
- Steidel, C.C., Adelberger, K.L., Dickinson, M., Giavalisco, M., Pettini, M., Kellogg, M., 1998, A Large Structure of Galaxies at Redshift  $z$  approximately 3 and Its Cosmological Implications, *ApJ* 492, 428
- Steidel, C.C., Giavalisco, M., Pettini, M., Dickinson, M., Adelberger, K.L., 1996, Spectroscopic Confirmation of a Population of Normal Star-forming Galaxies at Redshifts  $z \gtrsim 3$ , *ApJ* 462, L17
- Steinmetz, M., 1996, GRAPESPH: cosmological smoothed particle hydrodynamics simulations with the special-purpose hardware GRAPE, *MNRAS* 278, 1005
- Stöhr, F., 1999, High resolution simulations of structure formation in underdense regions, Diploma Thesis, Physics Department Technische Universität München
- Sutherland, R.S., Dopita, M.A., 1993, Cooling functions for low-density astrophysical plasmas, *ApJS* 88, 253

- Thornton, K., Gaudlitz, M., Janka, H.T., Steinmetz, M., 1998, Energy Input and Mass Redistribution by Supernovae in the Interstellar Medium, *ApJ* 500, 95
- Toomre, A., 1977, in *The Evolution of Galaxies and Stellar Populations*, ed. B.M. Tinsley & R.B. Larson, New Haven: Yale University Press
- Tormen, G., 1997, The rise and fall of satellites in galaxy clusters, *MNRAS* 290, 411
- Tormen, G., 1998, The assembly of matter in galaxy clusters, *MNRAS* 297, 648
- Tormen, G., Bertschinger, E., 1996, Adding Long-Wavelength Modes to an N-Body Simulation, *ApJ* 472, 14
- Tormen, G., Bouchet, F.R., White, S.D.M., 1997, The structure and dynamical evolution of dark matter haloes, *MNRAS* 286, 865
- Trentham, N., 1998, The galaxy luminosity function in clusters and the field, *MNRAS* 294, 193
- Trentham, N., Mobasher, B., 1998, Evolution of the near-infrared in rich galaxy clusters, *MNRAS* 299, 488
- Tytler, D., Fan, X., Burles, S., 1996, Cosmological baryon density derived from the deuterium abundance at redshift  $Z = 3.57$ , *Nature* 381, 207
- Valotto, C.A., Moore, B., Lambas, D.G., 2000, Do clusters contain a large population of dwarf galaxies?, *ApJ* accepted, astro-ph/0009230
- Valotto, C.A., Nicotra, M.A., Muriel, H., Lambas, D.G., 1997, The Luminosity Function of Galaxies in Clusters, *ApJ* 479, 90
- Viana, P.T.P., Liddle, A.R., 1996, The cluster abundance in flat and open cosmologies, *MNRAS* 281, 323
- Walker, T.P., Steigman, G., Kang, H., Schramm, D.M., Olive, K.A., 1991, Primordial nucleosynthesis redux, *ApJ* 376, 51
- White, S.D., Rees, M.J., 1978, Core condensation in heavy halos - A two-stage theory for galaxy formation and clustering, *MNRAS* 183, 341
- White, S.D.M., 1993, *Formation and Evolution of Galaxies: Les Houches Lectures*
- White, S.D.M., Frenk, C.S., 1991, Galaxy formation through hierarchical clustering, *ApJ* 379, 52
- White, S.D.M., Frenk, C.S., Davis, M., 1983, Clustering in a neutrino-dominated universe, *ApJ* 274, L1
- White, S.D.M., Navarro, J.F., Evrard, A.E., Frenk, C.S., 1993, The Baryon Content of Galaxy Clusters - a Challenge to Cosmological Orthodoxy, *Nature* 366, 429
- Whitmore, B.C., Gilmore, D.M., 1991, On the interpretation of the morphology-density relation for galaxies in clusters, *ApJ* 367, 64
- Whitmore, B.C., Gilmore, D.M., Jones, C., 1993, What determines the morphological fractions in clusters of galaxies?, *ApJ* 407, 489
- Yoshida, N., the Virgo Consortium, 2000 in preparation
- Zel'Dovich, Y.B., 1970, Gravitational instability: an approximate theory for large density perturbations., *A&A* 5, 84



# Table des figures

1.1	Représentation de la procédure de lissage dans le modèle MCM . . .	16
2.1	Exemple de boîte HR. . . . .	44
2.2	Exemple de distribution des particules LR. . . . .	46
2.3	Images à l'échelle de 30 Mpc/h des 5 halos de type Coma dans la simulation parente. . . . .	54
2.4	Images à l'échelle de $2 r_{\text{vir}}$ des 5 halos de type Coma dans la simulation parente. . . . .	55
2.5	Environnement des 5 halos de type Coma dans la simulation parente.	57
2.6	Fonction de masse autour des 5 halos Coma dans la simulation parente.	58
2.7	Histoire de formation des 5 halos Coma dans la simulation parente. .	59
2.8	Images à l'échelle de 15 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans la simulation parente. . . . .	62
2.9	Images à l'échelle de 2 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans la simulation parente. . . . .	63
2.10	Environnement des 5 halos de type Virgo dans la simulation parente.	64
2.11	Fonction de masse autour des 5 halos Virgo dans la simulation parente.	65
2.12	Histoire de formation des 5 halos Virgo dans la simulation parente. .	66
2.13	Images à l'échelle de 30 Mpc/h des 5 halos de type Coma dans le run à basse résolution. . . . .	70
2.14	Images à l'échelle de 15 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans le run à basse résolution. . . . .	71
2.15	Images à l'échelle de 30 Mpc/h des 5 halos de type Coma dans le run à haute résolution. . . . .	76
2.16	Images à l'échelle de $2 r_{\text{vir}}$ des 5 halos de type Coma dans le run à haute résolution. . . . .	77
2.17	Environnement des 5 halos de type Coma dans le <i>run</i> à haute résolution.	78
2.18	Fonction de masse autour des 5 halos Coma dans le <i>run</i> à haute résolution. . . . .	80

2.19	Histoire de formation des 5 halos Coma dans le <i>run</i> à haute résolution.	81
2.20	Images à l'échelle de 15 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans le <i>run</i> à haute résolution. . . . .	84
2.21	Images à l'échelle de 2 Mpc/h des 5 halos de type Virgo dans le <i>run</i> à haute résolution. . . . .	85
2.22	Environnement des 5 halos de type Virgo dans le <i>run</i> à haute résolution.	86
2.23	Fonction de masse autour des 5 halos Virgo dans le <i>run</i> à haute résolution. . . . .	87
2.24	Histoire de formation des 5 halos Virgo dans le <i>run</i> à haute résolution.	88
2.25	Comparaison entre la masse des halos détectés par le SO et par le fof.	90
2.26	Fonction de masse des halos dans les resimulations de l'échantillon Coma analysé avec le fof. . . . .	92
2.27	Fonction de masse des halos dans les resimulations de l'échantillon Virgo analysé avec le fof. . . . .	93
2.28	Relation énergie potentielle–masse pour les halos dans les resimulations de l'échantillon de type Coma. . . . .	94
2.29	Relation énergie potentielle–masse pour les halos dans les resimulations de l'échantillon de type Virgo. . . . .	95
3.1	Effets des processus dynamiques sur la fonction de luminosité des galaxies. . . . .	118
3.2	Relation entre la magnitude et la masse pour les galaxies d'amas . . .	120
3.3	Effets des processus dynamiques sur les fractions morphologiques cumulatives. . . . .	123
3.4	Effets des processus dynamiques sur la couleur des galaxies. . . . .	124
3.5	Effet des tirages aléatoires sur la fonction de luminosité des galaxies .	127
3.6	Effet des tirages aléatoires sur la couleur des galaxies . . . . .	127
3.7	Fonction de luminosité moyenne des 5 amas Virgo et Coma. . . . .	129
3.8	Couleur B – V moyenne pour les amas Virgo et Coma. . . . .	130
3.9	Nombre de galaxies et fractions morphologiques en fonction de la masse du halo hôte . . . . .	131
3.10	Fractions morphologiques cumulatives moyennes pour les amas Virgo et Coma. . . . .	133
3.11	Fractions morphologiques différentielles moyennes pour les amas Virgo et Coma. . . . .	134
3.12	Fractions morphologiques moyennes en fonction de la distance au centre de l'amas. . . . .	135

---

3.13	Fonction de luminosité moyenne des galaxies à $z = 0.5$ . . . . .	136
3.14	Couleur moyenne des galaxies à $z = 0.5$ . . . . .	137
3.15	Fractions morphologiques cumulatives moyennes à $z = 0.5$ . . . . .	138
3.16	Comparaison avec les observations, de la fonction de luminosité des amas en bande B. . . . .	139
3.17	Comparaison avec les observations, de la couleur V–K des galaxies elliptiques et lenticulaires. . . . .	140



# Liste des tableaux

2.1	Paramètres de la simulation parente. . . . .	52
2.2	Propriétés des halos sélectionnés dans la simulation parente. . . . .	53
2.3	Valeurs de la longueur d'adoucissement adoptées dans les resimulations	68
2.4	Propriétés des halos sélectionnés dans le run à basse résolution. . . . .	69
2.5	Paramètres du run à haute résolution . . . . .	74
2.6	Propriétés des halos Coma dans le run à haute résolution. . . . .	75
2.7	Propriétés des halos Virgo dans le run à haute résolution. . . . .	82
2.8	Propriétés des halos HR sélectionnés avec le fof. . . . .	91
3.1	Algorithme pour répartir la masse des deux galaxies progénitrices dans la galaxie fille après un événement de fusion. . . . .	111
3.2	Paramètres libres de la méthode semi-analytique. . . . .	116
3.3	Population galactique des amas selon les combinaisons des processus dynamiques . . . . .	121
3.4	Effet des tirages aléatoires sur le nombre de galaxies . . . . .	128

