



HAL
open science

Collisions ionisantes : un nouveau diagnostic pour les condensats de Bose-Einstein d'hélium métastable

Olivier Sirjean

► **To cite this version:**

Olivier Sirjean. Collisions ionisantes : un nouveau diagnostic pour les condensats de Bose-Einstein d'hélium métastable. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2003. Français. NNT: . tel-00003088

HAL Id: tel-00003088

<https://pastel.hal.science/tel-00003088>

Submitted on 4 Jul 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**INSTITUT D'OPTIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE
LABORATOIRE CHARLES FABRY**

**UNIVERSITÉ PARIS XI
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

THÈSE

présentée pour obtenir

le **GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES**
DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY

par

Olivier SIRJEAN

Sujet :

**COLLISIONS IONISANTES :
UN NOUVEAU DIAGNOSTIC POUR
LES CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN D'HÉLIUM MÉTASTABLE**

Soutenue le 27 juin 2003 devant la Commission d'examen :

| | | |
|-----|-------------------|--------------------|
| M. | J. F. ROCH | Rapporteur |
| M. | J. VIGUÉ | Rapporteur |
| M. | D. BOIRON | Examineur |
| M. | A. LAHMAM-BENNANI | Examineur |
| Mme | M. LEDUC | Examineur |
| M. | A. ASPECT | Directeur de thèse |

*à Sandrine,
Fabien, et Lucas*

Remerciements

Ces travaux ont été réalisés au sein du Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Je remercie tout d'abord son directeur, Pierre CHAVEL, de m'y avoir accueilli. Il a toujours su exprimer son soutien et sa disponibilité avec la gentillesse et l'efficacité qui le caractérisent. Merci également d'avoir immortalisé les expérimentateurs en pleine action, la fameuse soirée du 12 février où nous avons obtenu pour la première fois les condensats.

Je suis très reconnaissant à Alain ASPECT de m'avoir fait confiance tout au long de ces trois années et de m'avoir ainsi offert l'opportunité de vivre une aventure scientifique passionnante. J'ai énormément apprécié l'ambiance scientifiquement riche et humainement conviviale qui règne dans son équipe. Ses talents de pédagogue, appuyés sur une culture scientifique profonde ont permis d'éclairer nombre de points obscurs tout au long de ces travaux, en particulier dans la phase de relecture du manuscrit.

Jean-François ROCH et Jacques VIGUÉ ont eu la gentillesse d'accepter de rapporter ce mémoire. J'ai beaucoup apprécié leurs remarques et commentaires, et j'ai été touché par leurs marques d'intérêt pour mon travail. Merci également à Michèle LEDUC et à Azzedine LAHAMAM-BENNANI pour leurs nombreuses remarques sur le manuscrit. Tous deux ont accepté de participer à mon jury de thèse, malgré leurs emplois du temps chargés, et je tiens à les en remercier, ainsi que de l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux.

Ce travail a été suivi par Chris WESTBROOK et Denis BOIRON. J'ai apprécié chez Chris son enthousiasme, sa vivacité d'esprit et son intuition physique sans faille. Il m'a fait bénéficier de nombreuses reprises de ses critiques constructives et de ses conseils avertis qui m'ont été bien utiles aussi bien expérimentalement que lors de la rédaction des articles ou de la préparation de la soutenance. J'ai été ravi de travailler avec Denis, dont j'ai beaucoup apprécié la gentillesse et la disponibilité. Expérimentalement, ses visites très régulières dans la salle de manip ont souvent été d'une aide précieuse et toujours très encourageantes. D'un point de vue théorique, c'est grâce à lui que beaucoup des calculs présentés dans ce manuscrit ont pu être menés à leur terme. Ses aides furent nombreuses et très motivantes. Nos discussions ont toujours été très enrichissantes et m'ont permis d'apprécier sa grande rigueur scientifique. Je le remercie tout particulièrement pour sa relecture attentive du manuscrit.

La partie théorique présentée au chapitre 6 de ce mémoire a été initiée par Gora SHLYAPNIKOV. Je le remercie vivement d'avoir accepté de prendre le temps d'expliquer au vulgaire expérimentateur, néophyte des fonctions corrélateurs du troisième ordre que je suis, les subtilités de la renormalisation et de la théorie de Bogoliubov.

L'ensemble des travaux relatés ici constitue bien entendu un travail d'équipe. Je dois énormément à mes prédécesseurs sur la manip, qui ont fourni beaucoup d'efforts pour mettre au point le dispositif expérimental. Rien n'aurait été notamment possible sans Antoine BROWAEYS qui a investi une énorme énergie pour faire évoluer la manip. Je ne l'ai côtoyé que peu de temps au début de ma thèse mais il a su en quelques mois me faire partager son enthousiasme pour cette expérience et j'ai pu me rendre compte de son immense savoir scientifique. Il s'est trouvé que pour la fin de ma thèse, il a été de nouveau présent au laboratoire mais dans un autre groupe. Il a su rester toujours très disponible et je le remercie particulièrement pour avoir relu ce manuscrit.

J'ai partagé ma première année de thèse avec Alice Robert qui m'a formé sur la manip en me faisant profiter de son savoir-faire et de sa minutie. Ce fut un véritable plaisir de travailler avec elle, et la "fameuse" nuit de la condensation restera longtemps dans nos mémoires.

Signe SEIDELIN et José VIANA-GOMES (Zé!) m'ont rejoint peu après le départ d'Alice, et c'est ensemble que nous avons réalisé les ingrates expériences sur la saturation du détecteur et les plus enthousiasmantes expériences sur les constantes de collisions et sur la naissance du condensat. Ces résultats sont donc aussi les leurs. Nous avons passé de très bons moments ensemble. Ils ont, depuis, repris brillamment le flambeau sur le dispositif expérimental et je leur souhaite toutes les réussites possibles, ainsi qu'à ceux qui les ont rejoint : Rodolphe Hoppeler et Martijn Schellekens. Cette équipe He était bien sympathique, et je la quitte avec regrets. Merci à tous pour les bons moments passés ensemble, et pour toutes vos marques d'amitiés. Merci aussi pour la relecture du manuscrit.*

J'ai eu le privilège au cours de ces années de travailler avec André VILLING et Frédéric MORON, nos talentueux électroniciens. Ils ont conçu et réalisé (souvent en des temps records) les nombreux systèmes électroniques nécessaires au fonctionnement des manips. Je les remercie chaleureusement pour leur efficacité, leur compétence et leur disponibilité. Ils ont toujours su donner de bons conseils et répondre à nos attentes avec bonne humeur, gentillesse et sans jamais ménager ni leurs temps ni leur peine.

De nombreuses personnes à l'Institut d'Optique ont aidé à l'aboutissement de ces travaux. Je remercie particulièrement les TPs de l'École Supérieure d'Optique qui nous ont si souvent prêté du matériel, le service en-

trétien et l'atelier mécanique pour leurs réponses rapides à nos problèmes toujours urgents, et l'atelier du verre pour les avoir encombrés avec nos bouteilles d'azote. Je remercie également Christine AVIGNON-VÉRITÉ pour avoir supporté avec patience et compréhension nos demandes d'achats également toujours urgentes.

J'ai eu énormément de plaisir à discuter (et pas seulement de physique) avec l'ensemble des membres du groupe d'Optique Atomique que j'ai pu côtoyer au cours de ces années. Merci donc à Nathalie, Isabelle, Philippe, Mathilde, Fabrice (que j'ai embêté si souvent avec mes calculs sur Bogoliubov), Simon, Yann, Véronique, David, Jérôme, Christine, Thorsten, Marie, Jean-Félix et tous les autres. Je les remercie de m'avoir offert leur amitié et leur confiance.

Enfin, je souhaite remercier mes parents, pour leur soutien et leur patience au long de toutes ces années d'étude. Pour terminer, j'embrasse ma tendre épouse Sandrine et mes deux enfants Fabien et Lucas et leur dédie cette thèse. Rien n'aurait été possible pour moi sans eux. Je les remercie profondément pour le soutien qu'ils m'ont apporté et la compréhension dont ils ont fait preuve lors des longues soirées d'absence où je prenais des données. J'espère pouvoir désormais leur consacrer plus de temps.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Introduction | 7 |
| 1 Collisions dans un nuage d'atomes d'He* | 17 |
| 1.1 Stabilité d'un échantillon dense d'He* | 18 |
| 1.1.1 Durée de vie radiative | 18 |
| 1.1.2 Collisions avec le gaz résiduel | 19 |
| 1.1.3 Les collisions Penning entre deux atomes d'He* | 20 |
| 1.1.3.1 Interactions entre He* | 20 |
| 1.1.3.2 Taux de collisions Penning non polarisé | 21 |
| 1.1.3.3 Réduction des collisions Penning | 22 |
| 1.1.4 Collisions ionisantes à trois corps | 24 |
| 1.1.5 Collisions secondaires | 24 |
| 1.1.5.1 Collisions ionisantes | 25 |
| 1.1.5.2 Collisions non-ionisantes | 26 |
| 1.1.6 Signal d'ions et taux de pertes | 27 |
| 1.1.6.1 Pour un nuage thermique | 28 |
| 1.1.6.2 Pour un condensat | 29 |
| 1.2 Collisions élastiques entre atomes d'He* polarisés | 31 |
| 1.3 Conclusion | 33 |
| 2 Un système de détection original : la galette de micro-canaux | 35 |
| 2.1 La galette de micro-canaux | 36 |
| 2.1.1 Principe | 36 |
| 2.1.2 Gain | 40 |
| 2.1.2.1 Deux modes de fonctionnement | 40 |
| 2.1.2.2 Mécanismes de saturation du gain | 40 |
| 2.1.3 Linéarité du détecteur | 42 |
| 2.1.3.1 Mesures de type analogique | 42 |
| 2.1.3.2 Mesures en comptage | 43 |
| 2.1.4 Efficacité de détection | 44 |
| 2.1.5 Autres caractéristiques | 44 |
| 2.1.5.1 Caractéristiques temporelles | 44 |
| 2.1.5.2 Vieillessement d'une galette | 45 |
| 2.1.5.3 Sensibilité aux conditions extérieures | 45 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.2 | Montage électronique | 47 |
| 2.2.1 | Polarisation du MCP et détection analogique | 47 |
| 2.2.2 | Comptage | 49 |
| 2.2.2.1 | Chaîne électronique de détection | 49 |
| 2.2.2.2 | Non-corrélation des temps d'arrivée | 51 |
| 2.2.2.3 | Temps mort électronique | 53 |
| 2.2.2.4 | Réglage du seuil du discriminateur | 55 |
| 2.2.2.5 | Rapport signal à bruit | 58 |
| 2.3 | Détection des ions | 60 |
| 2.3.1 | Efficacité de détection en comptage | 60 |
| 2.3.2 | Efficacité de détection en mode analogique | 62 |
| 2.3.3 | Linéarité de la détection analogique | 62 |
| 2.3.4 | Linéarité de la détection en comptage | 64 |
| 2.3.4.1 | Ordre de grandeur | 64 |
| 2.3.4.2 | Distribution des hauteurs d'impulsions | 65 |
| 2.3.4.3 | Linéarité de la détection | 65 |
| 2.3.4.4 | Gain effectif du MCP | 67 |
| 2.3.5 | Résumé-conclusion | 68 |
| 2.4 | Détection des atomes : Temps de Vol | 69 |
| 2.4.1 | Nuage thermique chaud | 69 |
| 2.4.1.1 | Etalonnage de la détection analogique | 70 |
| 2.4.1.2 | Efficacité de détection des atomes d'He* | 71 |
| 2.4.2 | Nuage thermique froid | 74 |
| 2.4.2.1 | Nombre d'atomes détectés | 74 |
| 2.4.2.2 | Choix du mode de détection | 75 |
| 2.4.3 | Condensats de Bose-Einstein | 76 |
| 2.4.4 | Résumé-conclusion | 78 |
| 3 | Obtention d'un condensat de Bose-Einstein d'He* | 79 |
| 3.1 | Dispositif expérimental et refroidissement laser | 80 |
| 3.1.1 | La partie source | 80 |
| 3.1.2 | La partie collimation transverse | 80 |
| 3.1.3 | La zone de ralentissement Zeeman | 82 |
| 3.1.4 | La zone de piégeage | 83 |
| 3.1.5 | Piège magnéto-optique (PMO) | 85 |
| 3.1.6 | Mélasse optique à 3 dimensions | 87 |
| 3.2 | Piège magnétique | 88 |
| 3.2.1 | Principe | 88 |
| 3.2.2 | Champ magnétique de piégeage | 89 |
| 3.2.3 | Transfert du PMO dans le piège magnétique | 93 |
| 3.2.3.1 | Adaptation à la mélasse | 93 |
| 3.2.3.2 | Pompage optique | 94 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.2.3.3 | Compression du piège et stabilisation du biais. | 95 |
| 3.2.4 | Mesures des fréquences d'oscillations | 99 |
| 3.2.5 | Temps de coupure et déformation des temps de vol . . | 102 |
| 3.2.5.1 | Cahier des charges | 102 |
| 3.2.5.2 | Réalisation expérimentale et résultats | 103 |
| 3.3 | Refroidissement évaporatif | 107 |
| 3.3.1 | Principe | 107 |
| 3.3.2 | Réalisation expérimentale | 108 |
| 3.3.2.1 | Couteau RF | 108 |
| 3.3.2.2 | Optimisation des différents paramètres | 109 |
| 3.3.3 | Evolution des temps de vol | 111 |
| 3.4 | Mise en évidence expérimentale du condensat et caractérisation | 116 |
| 3.4.1 | Obtention de temps de vol non déformés | 116 |
| 3.4.1.1 | Temps de vol à très faibles températures . . . | 116 |
| 3.4.1.2 | Hypothèse et vérification expérimentale . . . | 117 |
| 3.4.1.3 | "Nettoyage" des temps de vol de nuages plus chauds | 119 |
| 3.4.2 | Evolution des temps de vol | 119 |
| 3.4.3 | Caractéristiques du nuage thermique au seuil. | 120 |
| 3.4.3.1 | Température | 120 |
| 3.4.3.2 | Nombre d'atomes | 120 |
| 3.4.3.3 | Densité et taille | 122 |
| 3.4.3.4 | Régime hydrodynamique | 123 |
| 3.4.4 | Caractéristiques des condensats formés | 125 |
| 3.4.4.1 | Potentiel chimique et tailles | 125 |
| 3.4.4.2 | Nombre d'atomes et densité | 126 |
| 3.4.5 | Une nouvelle signature de la condensation | 129 |
| 4 | Un outil particulier aux atomes métastables : le signal d'ions | 131 |
| 4.1 | Un outil qui simplifie la tâche de l'expérimentateur | 133 |
| 4.1.1 | Durée de vie d'un nuage "chaud" | 133 |
| 4.1.1.1 | Equations cinétiques | 134 |
| 4.1.1.2 | Mesures de la durée de vie | 134 |
| 4.1.1.3 | Mesures de la durée de vie d'ionisation | 138 |
| 4.1.1.4 | Résumé-conclusion | 140 |
| 4.1.2 | Mesures des fréquences d'oscillations | 142 |
| 4.2 | Un suivi permanent et en temps réel du nuage d'atomes piégé. | 145 |
| 4.2.1 | Mesure de l'évolution relative du nombre d'atomes . . | 147 |
| 4.2.2 | Fluctuations et mesure du biais | 150 |
| 4.2.3 | Résumé-conclusion | 153 |
| 4.3 | Un moyen d'analyse de l'évolution de l'échantillon : naissance et mort d'un condensat | 156 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.3.1 | Etude expérimentale de la naissance du condensat . . . | 156 |
| 4.3.1.1 | Sélection des échantillons | 157 |
| 4.3.1.2 | Signature de la condensation | 159 |
| 4.3.1.3 | Evolution des paramètres du nuage | 163 |
| 4.3.2 | Etude expérimentale de la mort du condensat | 165 |
| 4.3.2.1 | Observation du signal d'ions | 165 |
| 4.3.2.2 | Evolution des temps de vol | 167 |
| 4.3.3 | Estimation de la longueur de diffusion | 170 |
| 4.3.4 | Prédictions théoriques du signal d'ions dans une théorie de champ moyen | 172 |
| 4.3.4.1 | Augmentation relative du taux d'ions | 173 |
| 4.3.4.2 | Expression du taux d'ions en présence d'un condensat et d'une partie thermique | 175 |
| 4.3.4.3 | Analyse à nombre d'atomes constant | 176 |
| 4.3.4.4 | Prise en compte des pertes ionisantes | 177 |
| 4.3.4.5 | Vers une étude quantitative? | 180 |
| 4.3.5 | Résumé-conclusion | 182 |
| 5 | Mesure des constantes de collisions | 185 |
| 5.1 | Mesures pour un condensat pur | 188 |
| 5.1.1 | Réalisation expérimentale | 188 |
| 5.1.1.1 | Principe | 188 |
| 5.1.1.2 | Mesure du taux d'ions | 189 |
| 5.1.1.3 | Mesure de la densité et du nombre d'atomes . | 193 |
| 5.1.2 | Résultats | 196 |
| 5.1.2.1 | Première analyse | 197 |
| 5.1.2.2 | Prise en compte de la déplétion quantique et de la fraction non-condensée | 199 |
| 5.1.2.3 | Résultats finaux | 202 |
| 5.1.3 | Comparaison avec les estimations théoriques et expérimentales | 204 |
| 5.1.4 | Comparaison avec la décroissance du nombre d'atomes | 206 |
| 5.1.5 | Conclusion | 211 |
| 5.2 | Mesures pour un nuage thermique au seuil de condensation . . | 212 |
| 5.2.1 | Réalisation expérimentale | 213 |
| 5.2.1.1 | Principe | 213 |
| 5.2.1.2 | Sélection des échantillons et mesure de la température | 214 |
| 5.2.1.3 | Mesure du taux d'ions | 214 |
| 5.2.1.4 | Résultats | 216 |
| 5.2.2 | Première analyse | 216 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 5.2.3 | Fonction d'ajustement prenant en compte l'effet des interactions et de l'énergie de point zéro | 217 |
| 5.2.3.1 | Expression de la densité au seuil de condensation dans l'approximation de champ moyen | 217 |
| 5.2.3.2 | Décalage du nombre d'atomes au seuil de condensation | 220 |
| 5.2.3.3 | Nouvelle fonction d'ajustement | 221 |
| 5.2.3.4 | Intérêt théorique et validité des approximations. | 222 |
| 5.2.4 | Analyse finale | 224 |
| 5.2.5 | Résultats de cette étude | 227 |
| 5.2.6 | Autre erreur systématique possible. | 227 |
| 5.3 | Perspectives | 229 |
| 5.3.1 | Utilisation du signal d'ions après la coupure du piège magnétique | 229 |
| 5.3.1.1 | Mesure de τ_i et test de la mesure de la température | 230 |
| 5.3.1.2 | Mesure de la longueur de diffusion | 230 |
| 5.3.2 | Mesures sur des nuages thermiques loin du seuil de condensation | 230 |
| 5.3.2.1 | Intérêt | 230 |
| 5.3.2.2 | Difficultés | 231 |
| 5.3.2.3 | Analyse provisoire | 233 |

6 Calcul théorique du taux d'ionisation dans l'approximation de Bogoliubov 235

| | | |
|---------|--|-----|
| 6.1 | Taux de collisions et fonctions de corrélation | 237 |
| 6.1.1 | Principe | 237 |
| 6.1.2 | Calcul | 238 |
| 6.1.3 | Lien avec les constantes de collisions | 240 |
| 6.1.4 | Calcul, dans l'approximation de champ moyen, du taux de collisions produit par un condensat en présence d'une partie thermique | 241 |
| 6.2 | Approximation de Bogoliubov | 244 |
| 6.2.1 | Hamiltonien du système en seconde quantification . . . | 244 |
| 6.2.2 | Hamiltonien dans l'approximation de Bogoliubov . . . | 245 |
| 6.2.2.1 | Détermination de H_{eff} | 245 |
| 6.2.2.2 | Diagonalisation | 246 |
| 6.2.2.3 | Discussion physique | 247 |
| 6.2.3 | Energie de l'état fondamental | 247 |
| 6.2.4 | Nombre de particules hors de l'état $k = 0$ | 248 |
| 6.2.4.1 | Déplétion quantique | 249 |
| 6.2.4.2 | Déplétion thermique | 250 |

| | | |
|---------|--|------------|
| 6.3 | Calcul du taux d'ionisation dans l'approximation de Bogoliubov | 252 |
| 6.3.1 | Principe et calculs utiles pour la suite | 252 |
| 6.3.2 | Collisions à trois corps | 254 |
| 6.3.2.1 | Calcul des différents termes | 254 |
| 6.3.2.2 | Expression finale | 256 |
| 6.3.3 | Collisions à deux corps | 256 |
| 6.3.3.1 | Calcul des différents termes | 256 |
| 6.3.3.2 | Expression finale | 257 |
| 6.4 | Généralisation au cas inhomogène : approximation de densité locale | 258 |
| 6.4.1 | Vérification dans le cas homogène | 259 |
| 6.4.1.1 | Conservation du nombre d'atomes et nombre d'atomes hors du condensat | 259 |
| 6.4.1.2 | Equation de Gross-Pitaevskii et potentiel chimique | 259 |
| 6.4.1.3 | Collisions à 3 corps | 260 |
| 6.4.1.4 | Collisions à 2 corps | 260 |
| 6.4.2 | Calculs dans un potentiel harmonique | 262 |
| 6.4.2.1 | Fraction d'atomes hors du condensat | 262 |
| 6.4.2.2 | Conservation du nombre d'atomes | 264 |
| 6.4.2.3 | Equation de Gross-Pitaevskii et potentiel chimique | 266 |
| 6.4.2.4 | Collisions à 3 corps | 267 |
| 6.4.2.5 | Collisions à 2 corps | 269 |
| 6.4.2.6 | Conclusions | 270 |
| | Conclusion | 271 |
| | A L'atome d'He* | 275 |
| | B Rappels théoriques sur la condensation de Bose-Einstein | 277 |
| | C Expressions théoriques des signaux de temps de vol | 285 |
| C.1 | Nuage thermique loin du seuil de condensation | 285 |
| C.2 | Nuages thermiques proches du seuil de condensation | 290 |
| C.3 | Condensats de Bose-Einstein | 293 |
| | D Expression théorique du taux d'ions au seuil de condensation | 297 |
| | E Articles | 301 |
| | Bibliographie | 346 |

Introduction

Après quinze ans de progrès en matière de techniques de piégeage et de refroidissement d'atomes par laser, la condensation de Bose-Einstein d'un gaz dilué a pu être observée pour la première fois en 1995 [1]. De nombreux travaux de recherche ont alors été entrepris sur ou autour de la condensation de Bose-Einstein et les techniques de production de gaz dégénérés dilués commencent désormais à être bien maîtrisées. Aujourd'hui, une trentaine d'équipes de recherche dans le monde a observé cette transition de phase. Néanmoins, le nombre d'espèces atomiques ayant donné lieu à la réalisation expérimentale de la condensation de Bose-Einstein reste limité et les tentatives pour réaliser la condensation d'un nouvel élément restent toujours des paris tant d'un point de vue théorique que technique [2]. Les atomes pour lesquels ce nouvel état de la matière a été obtenu sont à ce jour des alcalins [1, 3, 4, 5, 6] (Rb, Na, Li, K, Cs), l'hydrogène [7], et l'hélium métastable [8, 9] (noté He* dans cette thèse).

La condensation de Bose-Einstein constitue un sujet d'étude particulièrement attractif, comme l'a montré l'attribution du Prix Nobel de Physique 2001, à Eric A. Cornell, Wolfgang Ketterle et Carl E. Wieman "pour la réalisation de la condensation de Bose-Einstein dans des nuages gazeux d'atomes alcalins, ainsi que pour leurs études pionnières fondamentales sur les propriétés du condensat". D'une part, un condensat de Bose-Einstein constitue un objet d'étude particulier, se situant à la frontière entre la Physique atomique et la Physique de la matière condensée : on étudie des gaz dilués qui se comportent comme de la matière condensée. D'autre part, il offre de nombreuses perspectives d'applications [10, 11, 12], en particulier pour l'informatique quantique et en tant que source cohérente d'ondes de matière pour l'Optique atomique [13].

L'hélium est le seul élément qui n'est pas dans son état électronique fondamental pour lequel la condensation de Bose-Einstein a été obtenue. Des efforts acharnés sont actuellement déployés pour obtenir cet état pour d'autres gaz métastables comme le néon [14, 15]. De tels éléments ont des propriétés intéressantes car ils possèdent une énergie interne importante (20 eV pour He*) qui les rend capables d'extraire un électron d'un autre atome, d'une molécule ou d'une surface métallique. Cette particularité rend le condensat d'He* particulièrement attractif et bien distinct des autres condensats. Elle

laisse donc espérer la réalisation d'expériences originales.

Tout d'abord, le fait que l'énergie interne des atomes d' He^* leur permette d'arracher un électron à une surface peut être exploité pour obtenir une détection électronique efficace de ces atomes. Dans notre expérience, nous utilisons une galette de micro-canaux (MCP) qui multiplie l'électron primaire arraché pour donner une avalanche d'électrons. On peut ainsi détecter les atomes en régime de comptage avec une excellente résolution temporelle (de l'ordre de la nanoseconde).

D'autre part, du fait de son énergie interne, un atome d' He^* peut ioniser une particule lors d'une collision. On parle d'ionisation Penning. Ces collisions créent ainsi un flux d'ions que nous pouvons détecter avec la galette de micro-canaux. Ce signal d'ions est particulièrement intéressant car son observation permet de suivre en direct l'évolution du nuage atomique sans le perturber. Pour les faibles densités, le signal d'ions est dû aux collisions avec le gaz résiduel et il est donc proportionnel au nombre d'atomes piégés. Pour les fortes densités, à l'approche de la condensation de Bose-Einstein, ce sont les collisions ionisantes à deux corps et à trois corps à l'intérieur de l'échantillon qui dominent ce signal, qui devient alors un reflet de la densité du nuage. L'essentiel de mon travail de thèse porte sur l'étude et l'utilisation de ce signal d'ions.

Tant pour l'étude de la condensation de Bose-Einstein elle-même que pour ses applications en optique atomique, le condensat d' He^* présente des avantages qu'il s'agit ou s'agira d'exploiter.

La condensation de Bose-Einstein : un objet d'étude et une source cohérente pour l'optique atomique

En 1924, en approfondissant une idée du physicien indien Satyendranath Bose [16], Albert Einstein avait prédit que lorsque la densité d'un gaz sans interactions, à basse température, devenait suffisamment élevée, il devait se produire un phénomène étonnant. En effet, un calcul de statistique quantique (voir annexe B) montre qu'en refroidissant un gaz de bosons, de telle sorte que la longueur d'onde thermique associée aux atomes devienne de l'ordre de la distance inter-atomique, une transition de phase apparaît [17, 18]. Au cours de cette transition, une fraction macroscopique des atomes s'accumule ("se condense") dans l'état fondamental du système : c'est la condensation de Bose-Einstein. Ce nouvel état de la matière où tous les atomes sont dans l'état fondamental du système est très proche d'un laser photonique où tous les photons sont dans le même mode du champ électromagnétique. Tout comme les lasers, les condensats de Bose-Einstein ont donc des propriétés de

cohérence très intéressantes, et ils constituent les nouvelles sources cohérentes pour l'optique atomique.

Néanmoins, pendant bien longtemps (entre 1937 et 1995), la condensation n'a été observée que de manière indirecte et dans des milieux denses. C'est en effet la condensation de Bose-Einstein qui est à l'origine de la superfluidité de l'hélium à très basse température ou de la supraconductivité, observée à très basse température dans certains éléments et alliages simples [19]. Dans de tels milieux, les interactions entre particules jouent un rôle essentiel, ce qui complique singulièrement la compréhension du phénomène.

La condensation de Bose-Einstein d'un gaz dilué [1] a ouvert de nouvelles perspectives. En effet, comme les interactions entre atomes dans un gaz dilué sont beaucoup plus faibles que dans les systèmes de la matière condensée, leur prise en compte est beaucoup plus simple. Les condensats de Bose-Einstein de gaz dilués constituent donc d'excellents systèmes d'études pour analyser la condensation de Bose-Einstein elle-même et le rôle des interactions. De nombreux aspects ont été étudiés ou restent à étudier. On peut dégager quatre grandes catégories d'étude : l'étude des caractéristiques thermodynamiques de la condensation, l'étude de sa cinétique, les liens entre la condensation et la superfluidité et l'étude de la cohérence des condensats. Explicitons les, en prenant quelques exemples choisis parmi tant d'autres, et essayons de voir en quoi la spécificité des condensats d'He* peut nous aider dans ces études.

– Caractéristiques thermodynamiques.

La transition de phase est généralement décrite à la limite thermodynamique et en prenant en compte les interactions dans une théorie de champ moyen [12]. Les premières expériences [1, 3, 4] ont démontré que cette description rendait bien compte des observations expérimentales. L'élément atomique utilisé n'a *a priori* pas d'importance pour l'étude des caractéristiques de la transition de phase (température et nombre d'atomes critiques) ou de celles des condensats formés (énergie, tailles,...). Néanmoins, la très grande sensibilité de la détection des atomes métastables pourrait permettre des expériences impliquant un très petit nombre d'atomes, loin de la limite thermodynamique. On peut ainsi envisager d'étudier des effets dus au nombre fini d'atomes condensés, ou se placer dans des régimes dans lesquels l'influence du champ moyen s'avère plus ou moins importante [12]. De plus, le signal d'ionisation, résultant des collisions au sein du nuage atomique, constitue une observable supplémentaire très sensible à de petits effets sur la densité. Nous verrons par exemple dans cette thèse comment cette observable pourrait nous aider à étudier l'effet des interactions sur le seuil de condensation.

– Cinétique/Dynamique de formation

La dynamique de la condensation est également très intéressante du point de vue de la thermodynamique hors équilibre. Du point de vue de l'optique atomique, cette formation est très analogue au démarrage d'un laser, et des effets comme l'amplification bosonique peuvent être étudiés. Cette question a encore été peu étudiée expérimentalement [20, 21, 22] du fait de la difficulté d'obtenir une bonne reproductibilité des conditions initiales, alors qu'elle a fait l'objet d'un grand nombre d'articles théoriques [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] qui ont souligné la grande richesse des phénomènes physiques mis en jeu : amplification bosonique, quasi-condensats,...

Dans les condensats d' He^* , le signal d'ions constitue un nouvel outil pour cette étude, la mesure de son évolution constitue une méthode d'observation non-perturbative du condensat, permettant de visualiser en direct et avec une grande résolution temporelle la cinétique de formation et de destruction de celui-ci. Son grand avantage réside dans le fait que toute l'information est obtenue en une seule réalisation, ce qui permet de s'affranchir des fluctuations des conditions initiales. Nous verrons dans cette thèse les progrès réalisés en vue d'étudier la formation du condensat par ce moyen.

– Lien avec la superfluidité

Parce que les interactions entre atomes dans un gaz dilué sont beaucoup plus faibles que dans les systèmes de la matière condensée, les condensats de Bose-Einstein de gaz dilués constituent d'excellents systèmes d'étude pour élucider le rôle des interactions dans la superfluidité. Les interactions s'avèrent suffisamment faibles pour pouvoir être décrites en première approximation par une théorie de champ moyen. Des théories comme celle de Bogoliubov permettent même de prendre en compte des effets au delà de cette approximation [12].

Les premières expériences sur les condensats se sont concentrées sur la détermination du spectre des excitations élémentaires par l'étude des modes collectifs d'oscillation [30, 31, 32, 33]. Avec les condensats d' He^* , il pourrait être très intéressant de visualiser de tels modes par les oscillations du signal d'ions.

D'autres modes plus complexes ont depuis été générés, notamment les vortex [34]. Il a également été possible d'observer directement l'absence de dissipation lors de l'écoulement d'un condensat autour d'un obstacle [35], ce qui constitue une signature de l'état superfluide. Pour ces domaines, les particularités des condensats d' He^* ne semblent pas présenter d'avantages particuliers.

– Cohérence des condensats

Les atomes dans un condensat de Bose-Einstein en phase gazeuse constituent un analogue pour l'optique atomique à des photons piégés dans une cavité laser. Les condensats peuvent donc constituer des sources cohérentes et de grande luminance spectrale pour l'optique atomique, et l'on peut s'attendre à de forts bouleversements dans ce domaine, analogues à ceux que l'introduction des lasers amena dans celui de l'optique photonique. Afin d'utiliser cette source cohérente, on va vouloir extraire les atomes de la cavité où ils sont confinés, l'idéal étant de disposer (comme en optique des lasers) d'un flux continu et cohérent d'atomes condensés. Plusieurs solutions ont été et sont encore étudiées de par le monde. Une solution consiste notamment à utiliser un couplage radio-fréquence, l'extraction étant alors due à la gravité [36]. On réalise alors ce qui a été appelé un "laser à atomes".

Un condensat de Bose-Einstein d'atomes d' He^* constitue une source d'atomes froids de grande énergie interne (11 ordres de grandeur plus grande que son énergie thermique à $1 \mu\text{K}$). On peut envisager son utilisation pour l'impression de surfaces sensibles, ou comme sonde de surface [37]. Sa cohérence spatiale élevée la rend intéressante pour des expériences d'holographie telles que dans [38, 39].

Néanmoins, les "lasers à atomes" n'en sont pour l'instant pas au stade de leur utilisation mais plutôt au stade de l'étude de leurs propriétés de cohérence. Celles-ci ont été mises en valeur par l'observation, par exemple, d'un système de franges d'interférences entre deux condensats indépendants [40], ou de battements entre deux ondes atomiques ("lasers à atomes") extraites d'un condensat [36, 41]. En outre, les interactions entre atomes font du condensat un milieu non-linéaire intrinsèque, dans lequel on a pu, par exemple, réaliser un mélange à quatre ondes [42] : trois ondes atomiques de vitesses différentes, créées à partir d'un condensat, se mélangent par le biais des collisions entre atomes, et génèrent ainsi une quatrième onde.

Dans le cas des condensats d' He^* , de nouvelles expériences d'optique quantique atomique deviennent possibles. Par exemple, en mesurant et comparant les fonctions de corrélations spatio-temporelles d'ordre 2 d'un condensat et d'un nuage thermique [43, 44], on réalise l'analogue de la célèbre expérience d'Hanbury-Brown et Twiss en Optique quantique photonique [45]. On peut aussi venir observer les interférences spatiales entre deux condensats indépendants [40], grâce à l'utilisation d'un détecteur capable de résoudre temporellement et spatialement les atomes. L'émergence d'une phase relative entre les deux condensats, prédite théoriquement [46], pourrait alors être suivie en temps réel. Enfin, dans des expériences de type mélange à quatre ondes, la détection électronique devrait pouvoir permettre de prouver la corrélation qui existe entre les atomes des différentes ondes, voire leur intrication.

Travail de thèse réalisé

Le travail expérimental réalisé au cours de cette thèse est un travail d'équipe. Quand je suis arrivé en avril 2000, l'essentiel du montage expérimental actuel était en place et a été décrit par mes prédécesseurs [47, 48, 49, 50]. Un piège magnétique quadrupolaire avait notamment déjà été obtenu [51] ainsi que le piège de Ioffe-Pritchard décrit dans cette thèse.

La première partie de mon travail de thèse a consisté à déterminer si le taux de collisions élastiques dans le piège magnétique était suffisant pour initier le processus de refroidissement évaporatif. Afin de mesurer ce taux de collisions élastiques, nous avons réalisé des expériences de thermalisation, en développant une méthode originale permettant d'exploiter la détection électronique des atomes [52]. Cette méthode avait été proposée par Antoine Browaeys [48]. Les résultats obtenus se sont avérés en accord avec ceux attendus théoriquement. Ils donnent un taux de collisions élastiques suffisamment élevé pour espérer effectuer un refroidissement évaporatif efficace et atteindre la condensation de Bose-Einstein avec notre nuage atomique d' He^* .

La deuxième partie de mon travail de thèse a donc consisté à optimiser la phase de refroidissement évaporatif dans le but d'obtenir cette condensation. Dans la nuit du 12 février 2001, notre groupe a observé le premier condensat d'hélium métastable [8]. Ce résultat a été confirmé une semaine plus tard par le groupe de l'ENS [9, 53].

Ces deux parties ont été réalisées avec Alice Robert qui a détaillé ces résultats lors de sa thèse [50]. Je ne reviendrai pas sur la première partie pour laquelle je n'ai aucun nouvel élément à apporter. Je résumerai par contre les différentes étapes menant à la condensation de Bose-Einstein en insistant sur les nouveautés apportées au système en vue de le stabiliser. Les problèmes de détection, déjà décrits dans la référence [50], seront analysés en détails à la lumière des nouvelles expériences réalisées, et dans toute la gamme de température concernée.

Une fois la condensation obtenue, mon travail a consisté à la mise en place et à l'étude d'une détection en comptage. Jusque là, nous avons utilisé notre galette de micro-canaux de façon analogique, tant pour détecter les ions que pour détecter les atomes d' He^* . Dans ce mode de détection, et pour les applications utilisées, les problèmes de non-linéarité du détecteur n'intervenaient pas. Pour tirer pleinement parti des possibilités qu'offrent la détection électronique des atomes d' He^* , et pour pouvoir observer le signal d'ions qui peut être très faible, nous avons souhaité faire des mesures en comptage. Pour ces nouvelles applications, et pour ce mode de détection, l'étude des caractéristiques de la détection, notamment en termes de linéarité, est devenue indispensable. Notre détecteur est l'équivalent en optique atomique du

photo-multiplicateur en optique photonique. D'où l'importance de ces études pour les futurs travaux en optique atomique quantique. J'ai donc décidé de les détailler dans cette thèse.

Une fois les caractéristiques du détecteur établies, nous l'avons utilisé pour explorer les possibilités qu'offre la détection du signal d'ions. Ceci constitue l'essentiel de mon travail de thèse et va être détaillé dans le plan de la thèse qui suit.

Dans l'ensemble de mon travail de thèse, je n'ai utilisé que la détection électronique des atomes d' He^* avec la galette de micro-canaux. Il est également possible de faire, comme dans toutes les autres expériences sur la condensation de Bose-Einstein, une détection optique des atomes. Cependant, ces mesures présentent un certain nombre de difficultés dues notamment à la faible efficacité de détection des photons à $1.08 \mu\text{m}$ et à la présence de courants de Foucault après la coupure du piège. Des essais ont été réalisés et sont détaillés dans les références [47, 48, 50].

Plan de la thèse et guide de lecture

Ce manuscrit se divise en six chapitres.

Le premier chapitre a pour but de décrire d'un point de vue théorique les collisions élastiques et inélastiques dans le nuage d' He^* . Les collisions ionisantes nous intéressent plus particulièrement puisqu'elles sont à l'origine du signal d'ions que nous allons étudier. Les définitions précises des constantes de collisions utilisées dans l'ensemble de cette thèse sont notamment données avec leurs estimations théoriques.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude du détecteur qui nous permet à la fois de détecter les atomes métastables et les ions qu'ils produisent : la galette de micro-canaux (MCP). Il était très important pour la suite de bien connaître ses caractéristiques, notamment en termes de linéarité et de saturation. Au cours de ma thèse, j'ai consacré beaucoup de temps à cette étude. Les résultats et les méthodes présentés dans ce chapitre me semblent importants pour les personnes qui auront à développer ou à utiliser ce genre de détecteurs en optique atomique. C'est pourquoi j'ai décidé de détailler ces études, ce qui rend ce chapitre un peu technique. Un lecteur qui ne souhaiterait pas entrer dans les détails techniques peut se contenter d'une lecture des deux premiers paragraphes et des conclusions des suivants.

Le troisième chapitre a pour but de décrire les différentes étapes menant à la condensation de Bose-Einstein et de donner les caractéristiques des condensats produits. Au cours d'une description sommaire du dispositif expérimental, les solutions techniques adoptées pour le refroidissement laser sont rappelées. Ces sujets ont été largement développés et étudiés dans les références [48, 47]. La configuration du piège magnétique utilisé [48, 50] est ensuite rappelée en insistant sur les nouveautés apportées au système en vue de le stabiliser. Enfin, dans les deux dernières parties, les signaux de temps de vol enregistrés pendant la phase de refroidissement évaporatif sont analysés et la mise en évidence expérimentale de la condensation de Bose-Einstein décrite. Les problèmes de détection, déjà décrits dans la référence [50], sont analysés en détails à la lumière des nouvelles expériences réalisées, et dans toute la gamme de température concernée.

Le quatrième chapitre détaille un certain nombre des possibilités qu'offre le signal d'ions. On montre tout d'abord qu'il simplifie la tâche de l'expérimentateur, en rendant rapides et précises des expériences qui, dans le cas des alcalins, sont longues et fastidieuses. C'est par exemple le cas pour mesurer la durée de vie ou les fréquences d'oscillations. Les possibilités originales qu'ap-

porte le taux d'ions sont ensuite abordées. On montre comment l'observation du taux d'ions pendant les différentes phases menant à la condensation est un véritable suivi en temps réel du nuage qui permet de suivre son évolution et de déceler des problèmes éventuels. Enfin, on se concentre sur l'étude du taux d'ions pendant les dernières secondes de l'évaporation et après la formation du condensat. Une étude expérimentale permet de montrer que le taux d'ions est non seulement une signature de la condensation mais aussi un indicateur précis du moment où elle survient. Enfin, le signal d'ions obtenu pendant la formation du condensat est comparé à une étude théorique dans l'approximation de champ moyen.

Pour aller plus loin, et étudier quantitativement la formation du condensat avec le taux d'ions, une mesure des constantes de collisions ionisantes est nécessaire. C'est l'objet du cinquième chapitre qui expose les mesures de ces constantes, effectuées sur des condensats purs et sur des nuages thermiques au seuil de condensation. Lors de ces études, des problèmes théoriques très intéressants sont apparus, à savoir l'effet de la déplétion quantique sur le taux d'ions d'un condensat pur et l'effet des interactions sur le seuil de condensation. Ces effets sont calculés théoriquement et pris en compte. Le dernier paragraphe de ce chapitre décrit les nouvelles expériences en perspective pour améliorer ces mesures.

Enfin, le chapitre 6 détaille les calculs théoriques qui nous permettent de prendre en compte l'effet de la déplétion quantique sur les taux de collisions. Ces derniers calculs ont été réalisés sous la direction de Gora Shlyapnikov. Dans ce chapitre, nous discutons également de l'origine physique de la réduction du taux de collisions dans le condensat par rapport à celui du nuage thermique de même densité.

Cinq annexes terminent cette thèse. La première regroupe les paramètres de l' He^* utilisés pour ces expériences. La deuxième donne de brefs rappels théoriques sur la condensation de Bose-Einstein. La troisième établit les expressions théoriques des signaux de temps de vol pour des nuages thermiques proches ou éloignés du seuil de condensation et pour des condensats. La quatrième donne les expressions théoriques du taux d'ions au seuil de condensation, en prenant en compte au premier ordre de perturbation l'énergie de point zéro, et les interactions dans une théorie de champ moyen. Enfin, la cinquième reproduit les articles auxquels ce travail a donné lieu.

Collisions dans un nuage d'atomes d'He*

Du fait de son énergie interne de 20 eV, un atome d'He* peut ioniser une particule lors d'une collision. On parle d'ionisation Penning. Ces collisions créent ainsi un flux d'ions que nous pouvons détecter. L'essentiel de mon travail de thèse porte sur l'étude et l'utilisation de ce signal d'ions. L'objet de la première partie de ce chapitre est de décrire d'un point de vue théorique les processus de pertes dans un piège d'He* et notamment les collisions *ionisantes* qui vont donc nous intéresser plus particulièrement. On pourrait penser que, l'atome d'hélium étant un atome "simple", les calculs théoriques des constantes de collisions donnent des résultats particulièrement précis. Nous verrons que ces calculs restent néanmoins en deçà de nos besoins et que des mesures expérimentales sont nécessaires. L'état des lieux des mesures expérimentales réalisées avant le début de cette thèse est donné.

Par ailleurs, l'étude des collisions *élastiques* a également un intérêt majeur. En effet, les échantillons sont suffisamment dilués et les températures suffisamment faibles pour que les collisions élastiques ne soient gouvernées que par une seule grandeur : la longueur de diffusion (a). De plus, la densité d'un condensat de Bose-Einstein (CBE) est suffisamment importante pour que ses caractéristiques (notamment sa taille : r_{bec}) soient majoritairement gouvernées par les collisions élastiques et donc par le même paramètre : a . Nous avons par exemple, pour un condensat dans le régime de Thomas-Fermi dans un piège isotrope, la relation (voir Annexe B) :

$$r_{\text{bec}} = \sigma_{\text{oh}} \left(\frac{aN_{\text{bec}}}{\sigma_{\text{oh}}} \right)^{1/5} \quad (1.1)$$

où $\sigma_{\text{oh}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ est la taille de l'oscillateur harmonique avec ω la fréquence d'oscillation du piège utilisé et m la masse de l'atome d'He. Ainsi, une connaissance précise de la longueur de diffusion permet d'obtenir le nombre d'atomes à partir de la mesure de la taille du CBE ou inversement. Nous verrons qu'une telle possibilité est très intéressante pour mesurer de façon absolue les constantes de collisions ionisantes (voir chapitre 5). L'objet de la deuxième partie de ce chapitre est donc de décrire d'un point de vue théorique

les collisions élastiques entre atomes d'He*. L'accent est mis sur le fait que le calcul de la valeur de la longueur de diffusion reste lui aussi de précision limitée.

Enfin, il est utile de rappeler ces études théoriques, car ce sont elles qui nous ont encouragés à essayer d'obtenir la condensation de Bose-Einstein pour He*. En effet, le refroidissement évaporatif, qui est le chemin obligé pour atteindre la condensation de Bose-Einstein, repose sur la redistribution d'énergie entre atomes par l'intermédiaire des collisions élastiques (voir chapitre 3). Plus le taux de ces collisions est élevé, plus l'évaporation est efficace et va pouvoir être réalisée en un temps court. Pour atteindre la condensation de Bose-Einstein, il faut un taux de collisions élastiques suffisamment grand pour que le temps de thermalisation associé soit court devant le temps caractéristique de diminution du nombre d'atomes due aux pertes. Nous verrons que, malgré le caractère métastable de l'He* *a priori* défavorable pour l'obtention d'un gaz dense, les études théoriques [54, 55, 56] prévoient un rapport du taux de collisions élastiques sur le taux de collisions inélastiques plutôt favorable. Ceci est dû à une forte réduction du taux de collisions inélastiques lorsque les atomes sont polarisés, ainsi qu'au fait que la longueur de diffusion calculée est grande, ce qui assure un fort taux de collisions élastiques. Ainsi, ces études théoriques [54, 55, 56] ont souligné le fait que la condensation de Bose-Einstein était envisageable avec He*. La réalisation de cette condensation [8, 9] a prouvé cette faisabilité, et les premières mesures des constantes de collisions inélastiques sont présentées dans ce mémoire (chapitre 5).

1.1 Stabilité d'un échantillon dense d'He*

1.1.1 Durée de vie radiative

Puisque nous utilisons un niveau métastable, il existe une limitation intrinsèque qui est la durée de vie radiative de ce niveau. En effet, l'atome peut se désexciter suivant la réaction :



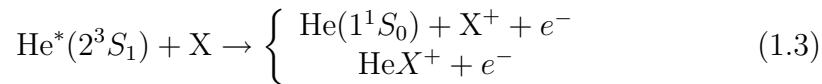
Cette transition est peu probable car elle doit modifier le spin de l'atome et conserver son moment cinétique orbital, ce qu'une transition dipolaire électrique interdit. Elle reste néanmoins possible via une interaction dipolaire magnétique ou une interaction à deux photons [49]. La durée de vie du niveau métastable est d'environ 9000 s [57, 58]. Une telle durée de vie est très longue devant les échelles de temps caractéristiques de nos expériences et

ce processus de pertes pourra être négligé. Notre système de détection, qui donne accès aux flux d'He* et d'ions (voir chapitre 2) permet aussi, a priori, de détecter les photons UV produits ($20 \text{ eV} \simeq 60 \text{ nm}$). Mais compte tenu du fait que ce flux est émis de façon isotrope, le flux détecté correspondant est toujours négligeable devant les autres flux mesurés (He* ou ions).

1.1.2 Collisions avec le gaz résiduel

Lorsque la densité du nuage piégé est suffisamment faible, les seules collisions qui interviennent sont celles avec le gaz résiduel. Lorsqu'une molécule du gaz résiduel entre en collision avec un atome d'He* piégé, deux processus peuvent se produire : la collision peut être élastique ou inélastique.

Lors d'une collision inélastique :



un ion est produit et va être détecté (l'électron pourrait a priori aussi être détecté mais notre dispositif expérimental ne le permet pas). De telles collisions sont possibles avec les molécules d'eau et de dihydrogène par exemple (molécules prépondérantes dans notre vide) puisque leurs énergies d'ionisation sont inférieures à l'énergie interne de l'atome d'He* (énergie d'ionisation de 12.5 eV et 15.5 eV respectivement [59]). Le flux d'ions produit est alors proportionnel au nombre d'atomes piégés.

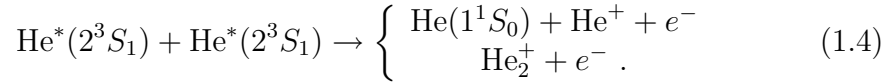
La collision peut également être élastique. Elle ne fait alors qu'apporter de l'énergie à l'atome d'He*, la température moyenne des molécules du gaz résiduel étant de l'ordre de la température de la pièce alors que la température des atomes d'He* est inférieur au mK. Suivant le paramètre d'impact, et donc l'énergie apportée, la collision peut engendrer un simple chauffage, ou bien une perte pour le piège si l'énergie apportée est supérieure à la hauteur du piège (environ 7 mK pour le piège magnétique utilisé dans nos expériences). Dans ce cas, les collisions doivent engendrer un flux d'atomes d'He* isotrope que nous sommes également capables de détecter (voir chapitre 4).

Les sections efficaces de ces deux types de processus sont mal connues et dépendent bien sûr de la molécule considérée. La référence [60] semble indiquer que les molécules d'eau conduiraient préférentiellement à des collisions inélastiques alors que les molécules de dihydrogène produiraient plutôt des collisions élastiques. Nous verrons au chapitre 4 à quelles informations nous avons expérimentalement accès.

1.1.3 Les collisions Penning entre deux atomes d'He*

Lorsque la densité d'un gaz augmente, les premières nouvelles collisions entre atomes à prendre en compte sont les collisions à deux corps. Ce paragraphe décrit ces collisions inélastiques entre atomes d'He*, susceptibles de déstabiliser un échantillon dense.

Du fait de l'énergie interne de 20 eV, deux atomes d'He* entrant en collision ont assez d'énergie pour conduire à l'ionisation de l'un d'entre eux (l'énergie d'ionisation à partir du niveau métastable vaut environ 4.8 eV) ou à la formation d'un ion moléculaire [61] selon les réactions :



La première s'appelle une ionisation Penning et la deuxième une ionisation associative. La référence [60] a mesuré un rapport de branchement de l'ionisation associative de 3 % pour des énergies de collision de 100 neV (1 mK). Le rapport de branchement n'est pas connu pour des énergies plus faibles et ces deux réactions seront indiscernables dans notre système expérimental. Dans ce mémoire, nous appellerons l'ensemble de ces processus : collisions Penning à deux corps.

1.1.3.1 Interactions entre He*

Lors d'une collision entre deux atomes dans l'état métastable 2^3S_1 , le moment cinétique orbital du système entrant en collision est nul tandis que son spin total vaut $S_t = 0, 1$, ou 2 . Les deux atomes peuvent alors interagir via trois potentiels correspondant aux états moléculaires : $^1\Sigma_g^+$, $^3\Sigma_u^+$, $^5\Sigma_g^+$. A grande distance r entre les atomes, ces trois potentiels se confondent [61] et sont bien représentés par l'expression :

$$V(r) = -\frac{C_6}{r^6} - \frac{C_8}{r^8}, \quad (1.5)$$

avec $C_6 \approx 3280$ (u.a.¹) et $C_8 \approx 210000$ (u.a.). En tenant compte de la barrière centrifuge de moment angulaire relatif l , le potentiel effectif est :

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{l(l+1)}{m} \frac{\hbar^2}{r^2} - \frac{C_6}{r^6} - \frac{C_8}{r^8}. \quad (1.6)$$

Pour avoir un ordre de grandeur de la hauteur de la barrière U_0 et sa position r_{max} , on néglige le terme en C_8 . Les résultats sont donnés dans le tableau 1.1. On constate que, pour des atomes dont l'énergie cinétique moyenne est dans la gamme du mK, seule l'onde partielle $l = 0$ contribue aux collisions. L'application des règles de symétrisation induit alors que les atomes n'interagissent que selon les potentiels moléculaires $^1\Sigma_g^+$ et $^5\Sigma_g^+$.

¹unités atomiques : 1 Bohr $\simeq 0.53$ Å, et 1 Hartree $\simeq 27.2$ eV

| l | r_{\max} (nm) | U_0 (μeV) | U_0/k_B (mK) |
|-----|-----------------|--------------------------|----------------|
| 1 | 4.2 | 0.7 | 8.2 |
| 2 | 3.2 | 3.7 | 42.6 |
| 3 | 2.7 | 10.4 | 120 |

TAB. 1.1 – Calcul de la position et de la hauteur des premières barrières centrifuges pour deux atomes d'He* interagissant selon le potentiel effectif (1.6).

1.1.3.2 Taux de collisions Penning non polarisé

Lorsque les deux atomes d'He*(2^3S_1) entrant en collision sont à grande distance, ils peuvent être décrits par la projection M de leur spin sur un axe de quantification quelconque, qui peut prendre les trois valeurs -1 , 0 ou 1 . S'ils ont la même projection sur cet axe, on parle de collision entre atomes polarisés. Dans le cas général, s'ils n'ont pas été préparés dans un état M particulier ou s'il n'y a pas de champ magnétique directeur pour lever la dégénérescence, toutes les configurations de projection (M_1, M_2) sont possibles et la collision est dite non polarisée.

Pour caractériser quantitativement ces collisions Penning à deux corps, on définit une constante de collisions β . Celle-ci est définie par le flux de pertes dû à ces collisions pour un gaz thermique homogène ² :

$$\frac{dn}{dt} = -\beta n^2 \quad (1.7)$$

où n est la densité de l'échantillon. Pour une collision entre deux atomes dans un état de spin total S_t et interagissant selon l'un des trois potentiels $^1\Sigma_g^+$, $^3\Sigma_u^+$ et $^5\Sigma_g^+$, on relie la constante de collisions β_{S_t} à la section efficace σ_{S_t} des collisions (1.4) par $\beta_{S_t} = 2\sigma_{S_t}(v_{\text{rel}}) v_{\text{rel}}$ (v_{rel} est la vitesse relative moyenne). Le facteur 2 vient du fait que pour chaque collision 2 atomes sont perdus. Pour un nuage d'atomes non polarisés, à la température T , la constante moyenne de collision est obtenue en moyennant sur la distribution de vitesses relatives et en additionnant les contributions des trois potentiels, soit $\beta_{\text{non pol}} = \beta_{1\Sigma} + \beta_{3\Sigma} + \beta_{5\Sigma}$. Chacun des trois termes $\beta_{(2S_t+1)\Sigma}$ vaut $< \beta_{S_t} >$, les crochets désignant la moyenne sur la distribution de vitesses. A une température inférieure au mK, cette constante se réduit à $\beta_{\text{non pol}} = \beta_{1\Sigma} + \beta_{5\Sigma}$, puisqu'il n'y a pas d'interaction selon le potentiel $^3\Sigma_u^+$. De plus, l'interaction suivant le potentiel $^5\Sigma_g^+$ ne conduit pas à une ionisation (au premier ordre)

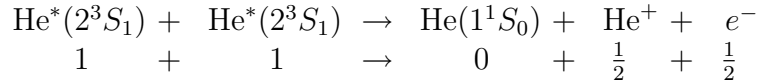
²Attention, cette constante est parfois définie pour un condensat : $\beta_{\text{bec}} = \beta/2!$, où $2!$ est le facteur de réduction quantique (voir plus loin). On définit aussi souvent la constante de réaction : $K_2 = \beta/2$, où 2 se réfère à 2 atomes perdus pour chaque collision.

car la conservation du spin ne serait pas vérifiée (voir paragraphe suivant). Cette constante se réduit donc à $\beta_{\text{non pol}} \simeq \beta_{1\Sigma}$

D'un point de vue théorique, la constante de collision Penning est calculée en supposant que dès que les atomes s'approchent à une distance inférieure à 7 rayons de Bohr, ils sont perdus avec une probabilité de 100% [54, 55]. La constante de collision $\beta_{\text{non pol}}$ pour un échantillon d'atomes non polarisé dans l'état 2^3S_1 a été estimée théoriquement [62] dans la limite de température nulle. Elle a également été mesurée par différents groupes [63, 64, 65, 66, 67] pour des températures de l'ordre de 1 mK. La valeur moyenne des résultats vaut $\beta_{\text{non pol}} \approx 5 \times 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$. Cette valeur élevée rend particulièrement difficile l'obtention de densités de l'ordre de $10^{12} \text{ at}/\text{cm}^3$, comme attendu proche de la condensation, car l'échantillon est détruit en moins de 10 ms!

1.1.3.3 Réduction des collisions Penning

Le processus de collisions Penning est gouverné à l'ordre le plus bas par l'interaction électrostatique, ce qui impose la conservation du spin total au cours de la collision. La formule suivante décrit les différents éléments intervenant dans la collision, accompagnés de leur spin respectif :



Avant la collision, le spin total des réactifs peut valoir 0, 1 ou 2. Celui des produits de la collision ne peut prendre que les deux valeurs 0 ou 1. L'interaction des atomes selon le potentiel $^5\Sigma_g^+$ interdit donc les collisions Penning et la constante moyenne de collisions Penning $\beta_{5\Sigma}$ est nulle.

Cette suppression des collisions Penning entre atomes polarisés n'est cependant pas totale. Les deux atomes interagissent par l'intermédiaire du moment magnétique associé à leur spin. L'hamiltonien de cette interaction spin-spin pour deux atomes dont le vecteur position relative est \vec{R} , est donné par

$$H \propto \mu_B^2 \left[\hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2 R^2 - 3(\hat{S}_1 \cdot \vec{R})(\hat{S}_2 \cdot \vec{R}) \right] \quad (1.8)$$

Il peut induire des transitions entre l'état de la voie d'entrée $|S_t = 2, M_t = 2\rangle$ et les états de sortie $|S_t = 2, M_t = 1\rangle$ (état 1), $|S_t = 2, M_t = 0\rangle$ (état 2) ou $|S_t = 0, M_t = 0\rangle$ (état 3), à l'exclusion de tout autre. Les deux premiers cas ne sont pas suivis d'une ionisation car le spin total est toujours 2. Le dernier cas permet une ionisation car le système passe du potentiel $^5\Sigma_g^+$ à $^1\Sigma_g^+$ qui, lui, peut conduire à une ionisation Penning.

Une façon de préparer le système dans un état de spin total 2 est de polariser chacun des atomes dans un état $M = 1$. Le chapitre 3 montrera que ceci est automatiquement réalisé pour l'He* dans un piège magnétique car les états $M = 0$ et $M = -1$ sont non piégés.

L'interaction décrite par l'hamiltonien 1.8 introduit alors deux processus de pertes différents. Lorsque les atomes se retrouvent dans les états 1 et 2, ils ne sont plus piégés et sortent du piège sans ionisation. Ce type de processus est appelé relaxation de spin. Lorsque les atomes se retrouvent dans l'état 3, ils subissent une ionisation.

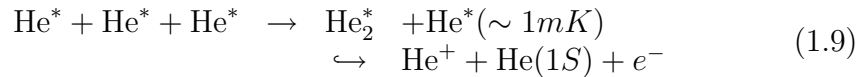
Le taux de pertes à deux corps pour un nuage d'atomes polarisés dans un piège magnétique a été calculé théoriquement [54, 55, 56]. Pour des valeurs du champ magnétique inférieures à 100 G, et une température du nuage d'atomes plus petite que 1 mK, l'ionisation par interaction selon le potentiel $^1\Sigma_g^+$ (constante de collision notée β dans toute la suite du mémoire) domine devant la relaxation de spin (constante de collision notée β_{rs}). Le calcul prévoit une réduction du taux de collisions Penning par rapport au cas non polarisé de 5 ordres de grandeur environ, soit $\beta \sim 10^{-14}$ cm³/s pour une température inférieure à 1 mK et une constante de collision pour la relaxation de spin environ 10 fois plus faible : $\beta_{rs} \sim 10^{-15}$ cm³/s pour la même gamme de températures. Il est donc théoriquement possible de conserver un échantillon d'atomes à une densité de l'ordre de 10^{12} at/cm³ pendant une centaine de secondes.

Cependant, la valeur de β calculée dépend beaucoup du potentiel moléculaire $^5\Sigma_g^+$ utilisé. La forme analytique de ce potentiel a été calculée par Starck et Meyer [68], et ces auteurs estiment que la précision sur le potentiel à courte distance est de l'ordre de 1%. En faisant varier le potentiel de plus ou moins 1%, les auteurs de [54, 55, 56] ont montré que la valeur de β pouvait être modifiée d'un ordre de grandeur.

Historiquement, une première estimation expérimentale a été réalisée en 1972 [69], en polarisant les atomes par pompage optique. Le taux de pertes dans l'échantillon polarisé a été trouvé au moins 10 fois plus faible que dans l'échantillon non polarisé. La réalisation de pièges magnétiques d'He* n'a pas suffi pour abaisser cette limite car l'influence des pertes à 2 corps sur un nuage peu dense est négligeable devant les pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel [51]. Ce n'est que la réalisation d'un condensat de Bose-Einstein [8, 9] qui a permis d'abaisser significativement cette limite. Le fait même que l'on arrive à garder piégé un condensat quelques secondes (voir chapitres 3 et 4) implique une réduction du taux de collisions Penning polarisé d'au moins 3 ordres de grandeur. Le chapitre 5 présente la première mesure expérimentale de β . Une telle mesure a un intérêt théorique si elle est réalisée de façon absolue car elle peut permettre de tester le potentiel $^5\Sigma_g^+$ utilisé ou les méthodes de calcul employées. Nous verrons qu'elle a également un intérêt pratique même si elle n'est connue que de façon relative, pour nous permettre d'étudier la dynamique de formation du condensat (voir chapitre 4).

1.1.4 Collisions ionisantes à trois corps

La référence [55] analyse d'autres processus de collisions entre atomes susceptibles de déstabiliser un échantillon dense d'He* polarisés. Les recombinaisons à trois corps semblent être l'autre processus dominant à fortes densités³.



La molécule métastable formée se désexcite rapidement et forme un ion qui pourra être détecté. On définit également la constante de collisions par rapport aux flux de pertes pour un nuage thermique homogène⁴ :

$$\frac{dn}{dt} = -L n^3 \quad (1.10)$$

où n est la densité de l'échantillon. La constante de collision estimée de ce mécanisme est directement reliée à la longueur de diffusion. Pour des longueurs de diffusion grandes et positives, la référence [70] donne une expression de cette constante : $L \simeq 11.7 \hbar a^4/m$. Les hypothèses faites dans cet article semblent bien satisfaites dans notre cas. Toutefois, les auteurs de la référence [71] indiquent que des effets d'interférences quantiques et de résonance peuvent intervenir et que l'expression de L en fonction de a est plus complexe. De plus, nous verrons (§ 1.2) que la longueur de diffusion reste mal connue, et l'estimation de L est donc peu fiable. Pour $a = 8$ nm, on trouve $L \approx 7.5 \times 10^{-28}$ cm⁶/s et le taux de perte est donc inférieur à celui envisagé dans le paragraphe précédent tant que les densités spatiales en jeu ne dépassent pas 10^{13} at/cm³.

Le chapitre 5 présente une première mesure expérimentale de cette constante de collisions.

1.1.5 Collisions secondaires

La référence [72] envisage par ailleurs l'influence des collisions entre un atome d'He* piégé et les produits résultant des collisions étudiées précédemment. De tels effets peuvent devenir importants si l'échantillon devient très dense et que les produits des collisions produisent de nouvelles collisions avant de sortir de l'échantillon. Il peut alors se produire des effets d'avalanches particulièrement destructeurs [73]. Dans ces nouvelles collisions nous

³le processus menant à la formation de deux ions et d'un atome fondamental est également énergétiquement possible mais très peu probable.

⁴Attention, cette constante est parfois définie pour un condensat : $L_{bec} = L/3!$, où $3!$ correspond au facteur de réduction quantique (voir plus loin). On définit aussi souvent la constante de réaction : $K_3 = L/3$, où 3 se réfère à 3 atomes perdus pour chaque collision.

pouvons encore distinguer les collisions inélastiques qui vont créer de nouveaux ions et les collisions élastiques qui apportent simplement de l'énergie aux atomes piégés.

1.1.5.1 Collisions ionisantes

Etudions tout d'abord les collisions inélastiques possibles. Pour cela il faut comparer l'énergie des produits des collisions (1.2), (1.3), (1.4) et (1.9), à l'énergie d'ionisation depuis le niveau métastable 2^3S_1 soit 4.8 eV ($\simeq 54000$ K) :

- Dans la réaction (1.2) l'atome d'Hélium He($1S$) récupère l'énergie de recul du photon émis soit 1 mK ($\simeq 100$ neV) et ne peut donc pas conduire à une ionisation.
- Dans la réaction (1.3), c'est l'électron qui prend l'essentiel de l'énergie disponible (dans le rapport des masses). L'énergie des autres produits, de l'ordre de la centaine de Kelvins, n'est pas suffisante pour conduire à une ionisation. Par contre, l'énergie de l'électron est suffisante.
- Pour les mêmes raisons, dans la réaction (1.4), seul l'électron possède assez d'énergie pour conduire à une ionisation. La référence [72] donne les énergies correspondant aux différents produits (He($1S$) : 500 K ; He⁺ : 500 K et He₂⁺ : 17 K).
- Enfin, dans la réaction (1.9), l'atome métastable chaud a une constante de collisions $\beta(1\text{mK})$ peu différente de $\beta(1\mu\text{K})$ [54, 55, 56]. La molécule métastable a, quant à elle, trop peu d'énergie cinétique pour conduire à une ionisation. En se désexcitant, c'est encore une fois l'électron qui prend l'essentiel de l'énergie et qui est le seul à pouvoir conduire à une ionisation.

Ainsi, il reste simplement à connaître la section efficace de collision entre un électron et He*(2^3S_1). On peut par exemple utiliser la section efficace classique de Thomson qui donne un bon ordre de grandeur [59] :

$$\sigma = 4n \left(\frac{E_H}{E_i} \right)^2 \frac{E_i}{E} \left(1 - \frac{E_i}{E} \right) \pi a_0^2 \quad (1.11)$$

où n est le nombre d'électrons sur la couche externe de l'atome, E_H est l'énergie d'ionisation de l'atome d'Hydrogène, E_i l'énergie d'ionisation de l'atome considéré, E l'énergie de l'électron incident et a_0 le rayon de Bohr. On trouve alors une section efficace de l'ordre de 10 \AA^2 ce qui correspond à un libre parcours moyen de l'ordre d'un mètre pour les densités maximales atteintes dans un condensat.

La conclusion de cette étude est donc que seul l'atome métastable chaud qui est produit par les recombinaisons à trois corps peut engendrer une nouvelle collision ionisante. Cependant, le temps que met cet atome pour sortir de

l'échantillon compte tenu de sa vitesse d'environ 1 m/s est inférieur à la milliseconde. Or, compte tenu de l'ordre de grandeur de β , le nombre de collisions par atome et par seconde est de l'ordre de $\beta \times n \simeq 10^{-14} \times 10^{13} = 0.1$ /at/s, pour un nuage proche du seuil de condensation ($n \simeq 10^{13}/\text{cm}^3$). La probabilité pour que l'atome d'He* chaud produise une nouvelle ionisation en sortant de l'échantillon est donc négligeable.

1.1.5.2 Collisions non-ionisantes

Etudions maintenant les collisions élastiques entre un atome piégé et les produits des différentes collisions : (1.2), (1.3), (1.4) et (1.9). Ces collisions élastiques engendrent deux types d'effets : des pertes supplémentaires et un chauffage.

Tout d'abord, ces collisions peuvent engendrer de nouvelles pertes. En effet, si, lors de la collision, l'énergie communiquée à l'atome d'He* piégé est supérieure à la profondeur du potentiel, celui-ci va sortir du piège. On peut alors écrire le taux de pertes total comme :

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{dN}{dt} \right)_i (1 + \epsilon) \quad \text{avec :} \quad \epsilon = \langle l \rangle / \lambda_{sec} = n \langle l \rangle Q_{sec} \quad (1.12)$$

avec $\left(\frac{dN}{dt} \right)_i$ le taux de production des produits chauds, c'est à dire le taux de pertes initial, λ_{sec} le libre parcours moyen de ces produits, Q_{sec} la section efficace totale de collisions secondaires élastiques et $\langle l \rangle$ la distance moyenne à parcourir pour sortir de l'échantillon. La référence [72] calcule les sections efficaces des collisions secondaires avec les produits des collisions Penning à deux corps (voir tableau 1.2). Les collisions secondaires prépondérantes semblent venir des collisions avec He₂⁺. Mais l'effet reste faible même pour les densités correspondant à un condensat.

A notre connaissance, il n'existe pas d'études quantitatives des collisions secondaires avec les produits des autres processus de pertes. D'autres réactions sont probablement à prendre en cause.

Les collisions qui communiquent suffisamment peu d'énergie à l'atome d'He* pour qu'il reste piégé sont encore plus gênantes car, même si leur nombre est faible, chaque He* chaud ainsi produit va finir par rethermaliser avec le système et donc communiquer toute son énergie à l'ensemble de l'échantillon. Le chauffage ainsi produit peut être très important et dépend de la densité de l'échantillon et de la profondeur du potentiel de piégeage. La référence [72] calcule le taux de chauffage produit pour différentes profondeurs de piégeage par les produits des collisions Penning à deux corps (voir tableau 1.2). Compte tenu du faible rapport de branchement pour l'ionisation associative, c'est sans doute le chauffage lié aux collisions avec He⁺ qui

| | | | |
|--|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| | He(1S_0) + He* | He ⁺ + He* | He ₂ ⁺ + He* |
| E_C (K) | 500 | 500 | 17 |
| Q_{sec} (Å ²) | 146 | 12.3 10 ³ | 31 10 ³ |
| λ_{sec} (μm) pour $n = 2 \cdot 10^{13}$ at/cm ³ | 34000 | 400 | 160 |
| \dot{T}_{sec} (μK/s) U=10 mK | $2 \cdot 10^{-4} \times \eta_{PI}$ | $1.1 \times \eta_{PI}$ | $2.1 \times \eta_{AI}$ |
| \dot{T}_{sec} (μK/s) U=18 μK | $1 \cdot 10^{-9} \times \eta_{PI}$ | $1 \cdot 10^{-2} \times \eta_{PI}$ | $2 \cdot 10^{-2} \times \eta_{AI}$ |

TAB. 1.2 – Section efficace totale de collision (Q_{sec}) pour les collisions secondaires entre un atome d'He* piégé et un des produits "chaud" des collisions Penning à 2 corps. L'énergie de ces produits est précisée (E_c). Le libre parcours moyen (λ_{sec}) calculé pour la densité d'un condensat ($n \simeq 2 \cdot 10^{13}$ at/cm³) doit être comparé au rayon moyen du nuage piégé, soit environ 20 μm. La deuxième partie du tableau indique les taux de chauffage des He* piégés dus aux collisions secondaires, en fonction de la profondeur de piégeage (U). Ces taux sont calculés pour une densité de $2 \cdot 10^{13}$ at/cm³ et une température critique de 3 μK. η_{PI} et η_{AI} sont respectivement les rapports de branchements pour l'ionisation Penning et l'ionisation associative. Tous ces chiffres sont tirés de la référence [72].

domine. Cependant, en diminuant suffisamment la profondeur de piégeage, on peut diminuer grandement cet effet. La référence [72] étudie aussi le chauffage dû aux collisions avec l'atome d'He(1S_0) issu de la réaction 1.2 et montre qu'il est négligeable comparé aux autres sources de chauffage. Les sources de chauffage non étudiées dans cette référence sont les collisions avec l'électron, les collisions avec les produits des collisions avec le gaz résiduel et les collisions avec les produits chauds créés par les recombinaisons à trois corps. Pour limiter toutes ces sources de chauffage, il faut de toute façon toujours limiter au maximum la profondeur de piégeage.

1.1.6 Signal d'ions et taux de pertes

A partir des différents facteurs de pertes que nous venons d'étudier, nous pouvons donner les équations qui gouvernent la diminution de densité et le taux d'ionisation produit. Ces équations sont tout d'abord données pour un nuage thermique et le cas du condensat est ensuite explicité.

1.1.6.1 Pour un nuage thermique

L'équation qui gouverne l'évolution de la densité locale (n) de l'échantillon peut s'écrire :

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau_i} - \beta n^2 - L n^3 - \frac{n}{\tau_a} - \frac{n}{\tau_v} - \beta_{rs} n^2 - \beta \epsilon n^2 \quad (1.13)$$

La première ligne prend en compte les collisions ionisantes, avec τ_i la durée de vie de l'échantillon due aux collisions ionisantes avec le gaz résiduel, β la constante de collisions des collisions Penning à deux corps et L la constante de collisions des recombinaisons à trois corps. La deuxième ligne prend en compte les collisions non-ionisantes, avec τ_a la durée de vie de l'échantillon due aux collisions non-ionisantes avec le gaz résiduel, τ_v la durée de vie radiative, β_{rs} la constante de collisions pour les collisions à deux corps liées à la relaxation de spin et ϵ la grandeur définie par l'équation 1.12 et liée aux collisions secondaires. Nous appellerons dans toute la suite et par abus de langage τ_i la durée de vie d'ionisation. Nous négligerons habituellement les pertes dues à la durée de vie radiative du niveau atomique, les pertes dues à la relaxation de spin, puisqu'elles sont supposées être 10 fois plus faibles que les collisions Penning à deux corps, et les pertes dues aux collisions secondaires. Nous définirons également la durée de vie totale de l'échantillon τ par $1/\tau = 1/\tau_i + 1/\tau_a$. Le taux de pertes d'atomes peut se calculer en intégrant sur le volume de l'échantillon l'expression précédente et en faisant les approximations décrites :

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} - \beta \langle n \rangle N - L \langle n^2 \rangle N \quad (1.14)$$

Les symboles $\langle \dots \rangle$ désignent la moyenne spatiale, c'est à dire :

$$\langle X(\mathbf{r}) \rangle = \frac{\int X(\mathbf{r})n(\mathbf{r})d\mathbf{r}}{\int n(\mathbf{r})d\mathbf{r}} = \frac{\int X(\mathbf{r})n(\mathbf{r})d\mathbf{r}}{N} \quad (1.15)$$

En intégrant sur le volume de l'échantillon la première ligne de l'expression 1.13, on peut également calculer le flux d'ions (I) produits par ces collisions :

$$I = \frac{N}{\tau_i} + \frac{1}{2}\beta \langle n \rangle N + \frac{1}{3}L \langle n^2 \rangle N \quad (1.16)$$

Cette équation est a priori exacte puisque les approximations faites précédemment ne portaient que sur les collisions non-ionisantes. Les coefficients numériques viennent du fait qu'un seul ion est produit pour 1, 2 ou 3 atomes perdus, selon le type de collisions.

Le nombre d'atomes dans nos expériences est compris entre 10^8 et 10^5 et la durée de vie effective τ_i est de l'ordre de 1000 s. Ainsi le taux d'ions dû aux

collisions avec le gaz résiduel est compris entre 10^5 et 10^2 s^{-1} . Compte tenu des prédictions théoriques sur β et L , les densités qui vont permettre d'obtenir un flux d'ions non dominé par les collisions avec le gaz résiduel se situent vers 10^{12} at/cm^3 pour 10^5 atomes, c'est à dire proche de la condensation de Bose-Einstein. La mesure du taux d'ions lors de la formation du condensat nous apportera donc des informations sur l'augmentation de densité pendant cette formation.

1.1.6.2 Pour un condensat

Les expressions précédentes ne sont valables que pour un nuage thermique. En effet, pour un condensat, il faut rajouter des facteurs de réduction quantique. Ainsi, pour un condensat pur dans l'approximation de champ moyen, le taux d'ions par exemple peut s'écrire :

$$I = \frac{N}{\tau_i} + \frac{1}{2!} \frac{1}{2} \beta \langle n \rangle N + \frac{1}{3!} \frac{1}{3} L \langle n^2 \rangle N \quad (1.17)$$

Ces facteurs ($2!$ pour les collisions à deux corps et $3!$ pour les collisions à trois corps) peuvent être compris de plusieurs façons.

Une explication simple consiste à dire que, dans un condensat, les atomes sont complètement indiscernables puisqu'ils ont tous la même fonction d'onde, par opposition au nuage thermique où les atomes peuvent être repérés par leur énergie. Lorsqu'on regarde l'état de sortie d'une collision à deux corps, deux chemins distincts dans le cas de particules discernables deviennent identiques dans le cas de particules indiscernables. Ainsi, on compte 2 fois moins de collisions lorsque les atomes sont indiscernables. De même, on compte 6 fois moins de collisions pour des collisions à trois corps.

Une autre façon de comprendre ces effets de statistique quantique est de parler de symétrisation de la fonction d'onde, ou bien en seconde quantification d'utiliser le théorème de Wick. C'est cette approche qui sera développée dans le chapitre 6, et qui nous permettra de retrouver ces facteurs. Nous verrons qu'il s'agit en fait de calculer des fonctions de corrélations spatiales à distance nulle.

Comme ces fonctions de corrélations représentent les fluctuations de densité de l'échantillon, on peut également comprendre ces facteurs comme exprimant la différence entre les fluctuations de densité dans un nuage thermique et dans un condensat. Tout comme pour la lumière, les fluctuations d'intensité sont corrélées dans un nuage thermique (on parle d'effet de groupement : "bunching effect" en anglais) et cet effet disparaît dans un condensat. On peut comprendre cela en disant que lorsqu'une fluctuation de densité met un peu plus d'atomes à un endroit, l'amplification bosonique augmente encore la densité à cet endroit. La probabilité de trouver deux atomes au même endroit

est alors augmentée. Les positions des atomes sont donc corrélées. Cet effet disparaît dans un condensat puisqu'il n'y a plus de fluctuations de densité.

Cet effet est bien connu en optique quantique (voir par exemple [74, 75]) et a été démontré expérimentalement par Hanbury Brown et Twiss [45]. En optique atomique quantique, cet effet a été démontré sur un nuage thermique loin du seuil de condensation en mesurant la fonction de corrélation spatiale [44]. Théoriquement, Kagan et Schlyapnikov [76] ont montré dès 1985 que ces corrélations engendraient une différence entre le taux de pertes pour un condensat et pour un nuage thermique. Cette différence a été ensuite démontrée expérimentalement [43].

Lorsque le condensat coexiste avec une partie thermique, les calculs sont plus complexes car il faut prendre en compte les collisions croisées entre la partie thermique et le condensat. D'autres facteurs statistiques (également donnés par la référence [76]) interviennent alors, et il faut également prendre en compte le recouvrement spatial des deux nuages. Une telle analyse est faite dans le chapitre 4.

La référence [76] propose également une analyse au delà du champ moyen. Elle montre ainsi qu'à température nulle il faut prendre en compte l'effet de la déplétion quantique. Cette analyse peut se faire dans une approche de type Bogoliubov et est décrite dans le chapitre 6. On montre alors que les facteurs de réduction quantique doivent être corrigés d'une quantité proportionnelle à $\sqrt{na^3}$ qui reste généralement faible.

1.2 Collisions élastiques entre atomes d'He* polarisés

L'objet de cette partie est de décrire d'un point de vue théorique les collisions élastiques dans un échantillon polarisé. Nous considérons le cas d'atomes dans un piège magnétique, et le potentiel d'interaction est alors celui correspondant à l'état moléculaire $^5\Sigma_g^+$. Pour des bosons dont l'énergie cinétique est inférieure à la hauteur de la première barrière centrifuge $l = 1$, la collision est décrite par un seul paramètre a , la longueur de diffusion [77, 78]. Pour des atomes identiques dans le même état interne, comme c'est le cas pour des atomes d'He* polarisés, la section efficace de collision à température nulle s'exprime en fonction de a par $\sigma_0 = 8\pi a^2$ [77, 78]. Aux températures auxquelles nous avons accès pour nos expériences, il faut tenir compte d'une résonance d'énergie nulle et la section efficace en fonction du vecteur d'onde relatif $k = mv_{\text{rel}}/2\hbar$ devient [78] :

$$\sigma(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2} . \quad (1.18)$$

Il est d'usage de définir la constante de collisions élastiques par $\alpha = \sigma v_{\text{rel}}$. Le taux de collisions élastiques s'exprime alors simplement par $\gamma = \alpha n = n \sigma v_{\text{rel}}$. La constante de collisions moyenne entre atomes dans un nuage à la température T décrit par une distribution des vitesses relatives de Maxwell-Boltzmann est reliée à σ par

$$\alpha(T) = \int_0^\infty \left(\frac{m}{4\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv_{\text{rel}}^2}{4k_B T}} \sigma(v_{\text{rel}}) v_{\text{rel}} 4\pi v_{\text{rel}}^2 dv_{\text{rel}} . \quad (1.19)$$

Cette constante de collisions élastiques moyenne $\alpha(T)$ a été calculée théoriquement [54, 55, 56] pour des atomes d'He* polarisés dans un piège magnétique interagissant selon le potentiel $^5\Sigma_g^+$. La référence [56] rapporte $\alpha = 1.8 \times 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$ à $1 \mu\text{K}$, indépendante du champ magnétique. A cette température, la section efficace de collision est très voisine de σ_0 , si bien que :

$$\alpha = \sigma_0 \langle v_{\text{rel}} \rangle = \sigma_0 \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \sqrt{2}$$

La vitesse relative moyenne à cette température est 10 cm/s ce qui conduit à $\sigma_0 \approx 1.8 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$. Une longueur de diffusion $a \approx 8.4 \text{ nm}$ s'en déduit (la référence [54] la trouve positive). Cette valeur est élevée, par comparaison avec les longueurs de diffusion des alcalins ($\sim 5 \text{ nm}$ pour ^{87}Rb et $\sim 3.5 \text{ nm}$ pour ^{23}Na , par exemple). Les auteurs de [56] étudient également la sensibilité de cette valeur à différentes variations du potentiel utilisé pour le calcul [68].

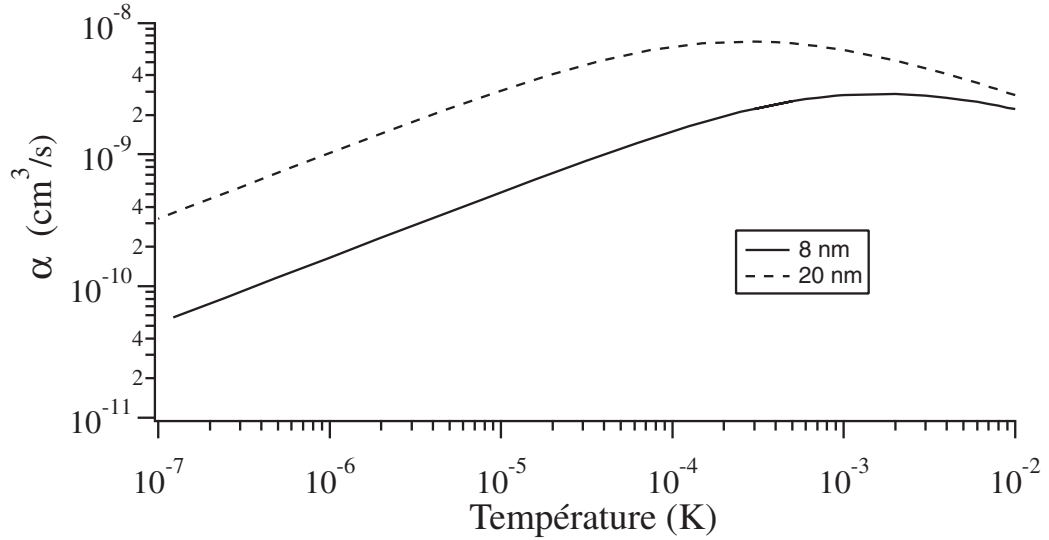


FIG. 1.1 – Constante de collisions élastiques $\alpha(T)$ calculée à partir de (1.19) pour une longueur de diffusion $a = 8$ nm (courbe en trait plein) et 20 nm (courbe en trait pointillé).

Ils trouvent $5.5 \leq a(\text{nm}) \leq 23.3$. Un article récent [79] présente un nouveau calcul du potentiel ${}^5\Sigma_g^+$ et conclut que la longueur de diffusion serait inférieure ou égale à 16 nm.

La figure 1.1 présente l'évolution de la constante de collisions élastiques, calculée selon (1.19), en fonction de la température pour deux longueurs de diffusion $a = 8$ nm et $a = 20$ nm. Pour de faibles températures, on observe bien une pente de 0.5 en échelle Log-Log, preuve que la constante de collision élastique varie comme \sqrt{T} .

1.3 Conclusion

Ainsi, le calcul de la longueur de diffusion reste de précision limitée, tout comme le calcul des constantes de collisions inélastiques. En fait, ces imprécisions ont la même origine, elles viennent des imprécisions sur le potentiel moléculaire ${}^5\Sigma_g^+$. Ce potentiel a été calculé ab initio par Starck et Meyer [68] et ces auteurs estiment la précision de leur calcul à 1%. Mais une erreur de quelques pour-cent sur ce potentiel entraîne une grosse erreur sur les taux de collisions. On peut comprendre cela pour la longueur de diffusion de la façon suivante : on sait [80] que si le potentiel admet un état lié d'énergie très faible :

$$E = -\frac{\hbar^2 K^2}{2m'} = -\frac{\hbar^2}{2m'\xi^2}$$

(avec $m' = m/2$ la masse réduite et $\xi = 1/K$ l'extension de l'état lié), la longueur de diffusion est égale à cette extension ξ . Quand on augmente de façon progressive la profondeur du puits de potentiel, on fait apparaître de nouveaux états liés. Au voisinage des seuils d'apparition de ces nouveaux états liés, la longueur de diffusion est très grande et égale à l'extension de ce dernier niveau lié d'énergie très faible. Elle passe alors de $-\infty$ à $+\infty$. Nous sommes dans ce cas, le potentiel admet 15 états liés et une très petite modification du potentiel change l'énergie du dernier niveau lié. Elle peut même la rendre légèrement positive, l'état n'est alors plus lié et la longueur de diffusion devient négative.

Si la longueur de diffusion des alcalins est beaucoup mieux connue [81], c'est parce qu'il y a eu un gros travail expérimental pour mesurer les énergies des différents états liés (par photo-association par exemple). Connaissant les énergies de beaucoup d'états liés, il est possible de modifier le potentiel moléculaire pour rendre compte de ces énergies et ainsi calculer plus précisément l'énergie du dernier. De telles mesures sur He^* sont actuellement en cours dans le groupe de l'ENS à Paris [82].

Une mesure précise de la longueur de diffusion et des constantes de collisions inélastiques serait donc très intéressante car elle permettrait de tester le calcul du potentiel moléculaire et la manière de calculer ces grandeurs à partir du potentiel. En fait, ces différentes grandeurs ne sont pas indépendantes. Un article récent [83] donne à la fois la longueur de diffusion et la constante β , en fonction des variations imposées au potentiel moléculaire par rapport à sa forme calculée initialement. A chaque valeur de la longueur de diffusion trouvée correspond une seule variation du potentiel moléculaire, et donc une seule valeur de β . A partir des figures 2 et 6 de la référence [83], il est donc possible de tracer la valeur de β trouvée en fonction de celle de a . Les auteurs de la référence [83] nous ont fourni une telle figure (Figure 1.2).

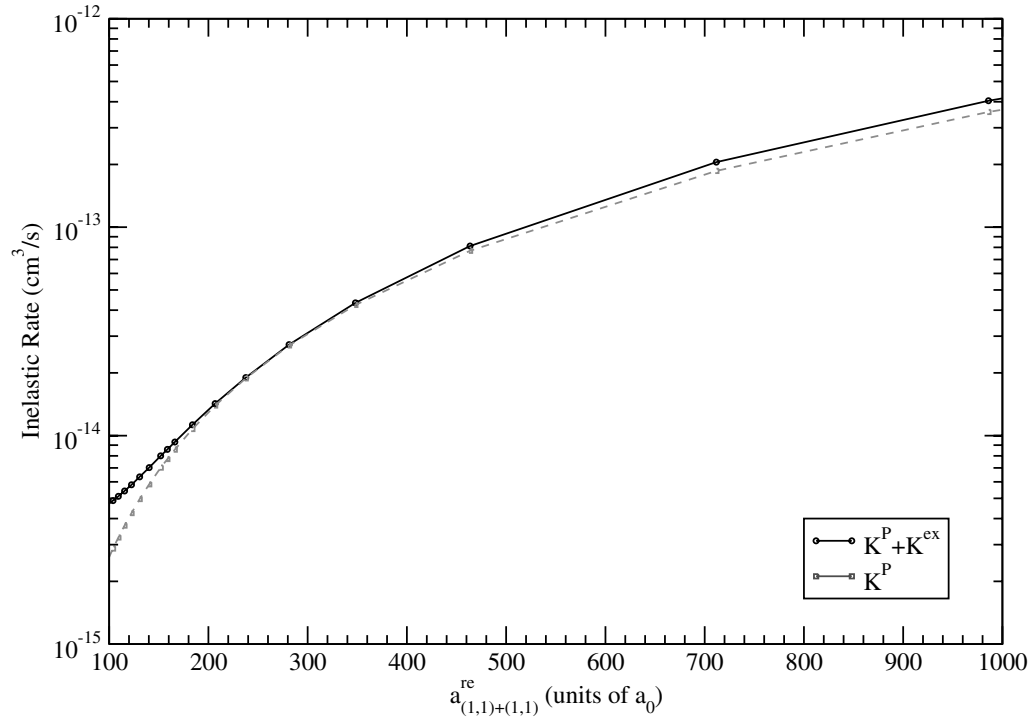


FIG. 1.2 – Taux de collisions inélastiques en fonction de la longueur de diffusion (attention : en unité atomique!). La courbe grise en trait pointillé correspond au processus d'ionisation Penning à deux corps (β). La courbe noire en trait continu correspond à la somme des processus inélastiques à deux corps : ionisation Penning à deux corps et relaxation de spin ($\beta + \beta_{rs}$)

Si nous mesurons à la fois β et a , il sera donc très intéressant de savoir si le point correspondant se situe sur cette courbe.

Un système de détection original : la galette de micro-canaux

L'hélium métastable est à ce jour le seul élément métastable pour lequel la condensation de Bose-Einstein a été obtenue [8, 9]. Des efforts acharnés sont actuellement déployés pour obtenir cet état pour d'autres gaz métastables comme le néon [14, 15]. De tels éléments ont des propriétés intéressantes car ils possèdent une énergie interne importante (20 eV pour He^{*}). Tout d'abord, cette énergie interne rend ces atomes capables d'arracher un électron à une surface lorsqu'ils s'en approchent. De plus, nous avons vu au premier chapitre que cette énergie conduit à une ionisation lors de la collision avec un autre atome (collisions Penning). L'ion produit, une fois accéléré, a suffisamment d'énergie cinétique pour lui aussi arracher un électron à une surface.

On peut obtenir une détection électronique rapide et efficace en multipliant l'électron arraché. L'objet de ce chapitre est de décrire le détecteur qui nous permet à la fois de détecter les atomes métastables et les ions qu'ils produisent : la galette de micro-canaux (MCP). Le détecteur que nous utilisons actuellement ne nous permet pas d'obtenir d'informations sur la position de la particule incidente. Il est l'analogue en optique atomique quantique, du photo-multiplicateur en optique photonique quantique. Il existe des moyens de rendre ce détecteur sensible en position. Dans le but de concevoir un nouveau détecteur de ce type, nous avons commencé une collaboration avec le groupe de physique des matériaux de l'université de Rouen. Leur expérience dans ce domaine nous a été très profitable et nos discussions ont permis de clarifier beaucoup des points exposés dans l'ensemble de ce chapitre.

Pour déterminer le cahier des charges de ce futur détecteur et pour utiliser correctement le détecteur actuel, il est très important de bien connaître ses caractéristiques, notamment en terme de linéarité et de saturation. Au cours de ma thèse, j'ai donc consacré beaucoup de temps à cette étude. Les résultats et les méthodes présentés dans ce chapitre me semblent importants pour les personnes qui auront à développer ou à utiliser ce genre de détecteurs en optique atomique. C'est pourquoi, j'ai décidé de détailler ces études, ce qui rend ce chapitre un peu technique. Un lecteur qui ne souhaiterait pas entrer

dans les détails techniques peut se contenter d'une lecture des deux premiers paragraphes et des conclusions des suivants.

La première partie (2.1) résume les connaissances générales que j'ai pu acquérir dans le domaine des MCPs par la lecture des documentations techniques [84] et des publications sur le sujet [85, 86, 87, 88].

La deuxième partie (2.2) décrit le montage électronique utilisé dans les deux modes de fonctionnement en analogique et en comptage. La chaîne électronique de détection en comptage, spécifiquement mise au point au cours de ma thèse, est notamment détaillée, ainsi que les différents tests effectués.

La détection des ions est ensuite étudiée (2.3). Les méthodes permettant de déterminer la gamme de linéarité du détecteur tant en mode analogique qu'en mode de comptage sont présentées, et les flux limites détectables sans saturation sont déterminés.

La partie 2.4 détaille la détection des atomes d'He*. La linéarité de la détection est étudiée et le choix du mode de détection (comptage ou analogique) discuté. La calibration de l'efficacité de détection est également étudiée.

2.1 La galette de micro-canaux

Il s'agit de multiplier l'électron arraché à la surface jusqu'à obtenir une impulsion de charge détectable. Nous avons choisi d'utiliser comme multiplicateur d'électrons une galette de micro-canaux (MCP) car elle présente l'avantage d'être peu sensible aux champs magnétiques comparée aux autres multiplicateurs d'électrons comme les détecteurs à dynodes discrètes ou les channeltrons. Son utilisation est donc compatible avec l'existence d'un piège magnétique (voir Chapitre 3).

2.1.1 Principe

Une galette de micro-canaux se présente (Figure 2.1) sous la forme d'une fine plaque de verre (0.5 mm) constituée par la juxtaposition de millions de micro-canaux dont le diamètre est de l'ordre de $10\ \mu\text{m}$. Chacun d'eux joue le rôle d'un multiplicateur d'électrons. Dans notre expérience, nous avons utilisé un MCP de 14.5 mm de diamètre et formé de canaux de $12\ \mu\text{m}$ de diamètre. La structure en nid d'abeille donne une surface ouverte d'environ 60% et le nombre de canaux est d'environ 10^6 .

Les parois des micro-canaux sont traitées de manière à ce que le coefficient d'émission d'électrons secondaires devienne supérieur à l'unité et une métallisation des deux faces de la galette est appliquée pour assurer la mise en parallèle électrique des canaux. On applique une tension de l'ordre du

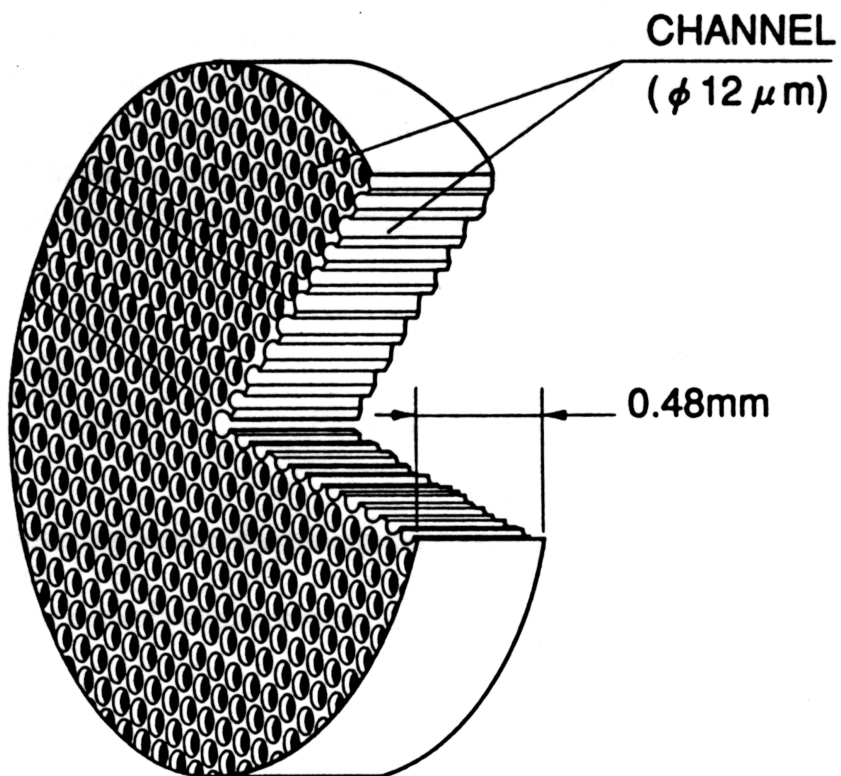


FIG. 2.1 – Galette de micro-canaux à canaux droit

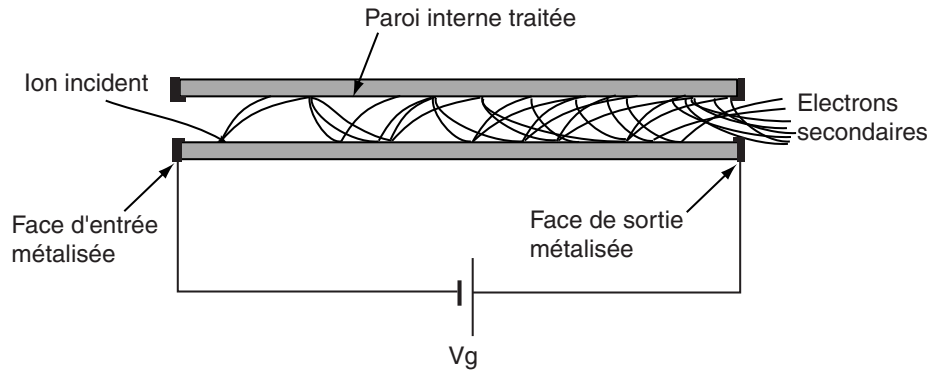


FIG. 2.2 – Principe de la multiplication des électrons secondaires dans un micro-canal.

kilovolt entre les deux faces de la galette et la paroi interne de chaque canal se comporte alors comme une dynode continue, analogue électriquement à la structure de dynodes discrètes d'un photomultiplicateur conventionnel. Son caractère semi-conducteur assure la fonction de diviseur résistif de tension : en permanence, un courant, appelé "strip current", circule entre les deux faces du MCP. Ce courant est proportionnel à la tension appliquée et dépend de la résistance du MCP, typiquement de quelques centaines de $M\Omega$.

Les canaux sont inclinés de quelques degrés par rapport à la surface de la galette pour que les ions incidents viennent frapper la paroi à l'entrée même des canaux et assurer ainsi un gain maximum. Un ion qui pénètre dans un canal par l'extrémité portée au potentiel le plus négatif heurte la paroi de la galette et provoque l'émission d'un ou plusieurs électrons secondaires. Ces électrons sont accélérés longitudinalement par le champ électrique, tandis que la composante transverse de leur impulsion va leur faire heurter la paroi un peu plus loin, en aval de leur point d'émission (Figure 2.2). Ceci va à nouveau provoquer l'émission d'électrons secondaires qui vont déclencher le même processus un peu plus loin dans le micro-canal. Ainsi, chaque ion incident initie un phénomène d'avalanche qui produit en sortie une charge électrique contenant jusqu'à 10^4 électrons.

Avec une galette simple étage, il n'est pas possible d'atteindre des gains suffisants ($\sim 10^7$) pour permettre une détection d'événements uniques. En effet, le gain est limité par des processus d'ionisations secondaires [84]. Au niveau de la sortie de la galette, des atomes sont désorbés par les parois sous l'influence du bombardement électronique. Certains de ces atomes peuvent être ionisés par les électrons de l'avalanche. Ces ions, chargés positivement, remontent le champ électrique vers la face d'entrée de la galette. Ils peuvent

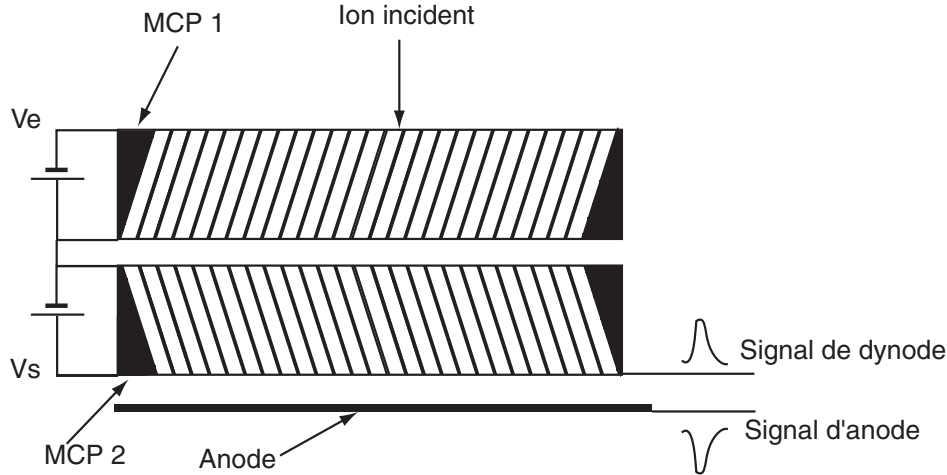


FIG. 2.3 – Montage en chevron. L'angle entre les canaux des deux galettes permet de s'affranchir des retours d'ions issus de la deuxième galette.

frapper les parois et déclencher une nouvelle avalanche. Il apparaît ainsi un train d'impulsions qui va modifier le potentiel de la paroi et réduire le gain. Pour pallier ce problème il faut faire en sorte que les ions de retour frappent la paroi (ou soient perdus) avant qu'ils n'aient acquis l'énergie cinétique suffisante pour éjecter des électrons secondaires et initier une nouvelle avalanche. On utilise pour ce faire, une galette à double étage montée en chevron (Figure 2.3) : deux galettes sont utilisées en cascade et placées de manière telle que l'angle entre les canaux placés en regard bloque toute remontée dans la première galette des ions en provenance de la seconde. On arrête ainsi au niveau de l'interface entre les deux galettes, les ions formés dans le second étage qui représentent la très grosse majorité d'entre eux, car la désorption des parois reste négligeable tant que le nuage d'électrons secondaires est peu intense. Il est alors possible d'augmenter davantage le gain sans créer d'avalanches dues aux ionisations secondaires. De plus, le gain est encore augmenté du fait que les électrons de l'avalanche issue de la première galette peuvent rentrer dans plusieurs canaux de la seconde. Le nombre de canaux ainsi utilisés est mal connu et dépend de la configuration exacte du montage. Avec un tel montage, on peut atteindre un gain d'environ 10^7 à 10^8 .

2.1.2 Gain

2.1.2.1 Deux modes de fonctionnement

On peut distinguer deux régimes correspondant à deux modes de fonctionnement dans la caractéristique du gain en fonction de la haute tension appliquée (Figure 2.4) :

- La région (1) de faible gain dans laquelle le gain croît quasi exponentiellement avec la tension appliquée. Dans ce domaine, chaque canal fonctionne linéairement et indépendamment. Chaque micro-canal peut multiplier, sans perte de gain, plusieurs particules incidentes. En contrepartie, le gain fluctue beaucoup : la nature continue de la couche résistive de chaque canal et la distribution en angle et en énergie de l'émission des électrons secondaires permettent de nombreuses trajectoires électroniques, ce qui introduit une fluctuation sur le nombre d'étages multiplicateurs et donc une fluctuation du gain. La fonction de distribution des hauteurs des impulsions en sortie (son histogramme) est alors exponentiellement décroissante. Nous utiliserons ce mode de fonctionnement pour des mesures en mode analogique.
- La région (2) de gain fort dans laquelle un micro-canal qui reçoit une particule incidente va saturer et même influencer les canaux voisins. Dans ce domaine le gain ne varie plus exponentiellement mais quasi linéairement avec la tension appliquée. La saturation du gain dans un canal s'explique par des processus (voir paragraphe suivant) qui tendent à diminuer l'énergie acquise par les électrons entre deux paliers de multiplication. Quand cette énergie devient inférieure à celle correspondant au maximum du coefficient d'émission secondaire, il y a réduction de l'amplification. Le gain du micro-canal décroît donc progressivement jusqu'au blocage du processus d'amplification. Le gain fluctue alors beaucoup moins et cela se traduit par une plus faible dispersion de l'amplitude des impulsions dont la distribution présente un pic. On utilise un tel régime de fonctionnement pour faire des mesures en comptage : un discriminateur permet d'obtenir une impulsion logique chaque fois que l'amplitude d'une impulsion en sortie du MCP est plus grande qu'un certain seuil. Le réglage de ce seuil est d'autant plus aisé que la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions est piquée et de grande valeur moyenne.

2.1.2.2 Mécanismes de saturation du gain

On distingue deux types de processus amenant à la saturation du gain décrite précédemment : la saturation par charge d'espace et la saturation par la charge des parois.

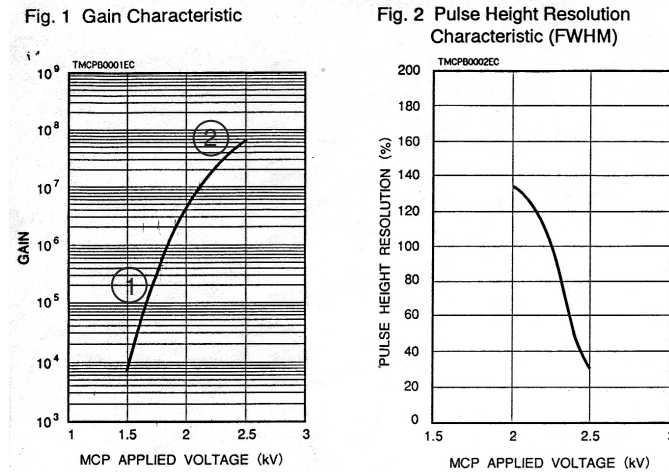


FIG. 2.4 – Courbes issues de la documentation technique du MCP que nous utilisons [84] : gain en fonction de la tension appliquée et largeur de la fonction de distribution des hauteurs d’impulsions en fonction de la tension appliquée. La dernière courbe n’est pas tracée pour $U < 2$ kV car la fonction de distribution est alors exponentielle et ne présente donc pas de pic.

- La saturation par charge d’espace.
Lorsque la charge contenue dans l’avalanche électronique devient importante, elle crée un champ de charge d’espace (répulsion électronique) qui s’oppose au champ de dérive des électrons vers l’anode. Ceci diminue leur énergie et empêche leur multiplication au cours des chocs sur la paroi du canal. On atteint un régime de gain saturé. Ce processus est limité à l’avalanche elle même et n’influence donc pas l’avalanche suivante.
- La saturation par la charge des parois
Les électrons secondaires émis par la paroi laissent sur celle-ci des charges positives. Ces charges créent également un champ électrique qui tend à freiner les électrons et donc à arrêter la production d’électrons secondaires. Il en résulte une diminution du gain. Ce phénomène apparaît lorsque le courant de sortie moyen n’est plus négligeable devant le courant qui circule dans les parois (“strip current”). Ce phénomène influence aussi l’avalanche suivante dans le canal qui aura un gain effectif plus faible pour la détection suivante. Les canaux voisins peuvent aussi être influencés si les charges positives sont importantes et modifient le champ électrique sur une large zone. Le nombre de canaux voisins qui sont influencés est difficile à estimer.

2.1.3 Linéarité du détecteur

Nous avons discuté dans le paragraphe précédent du phénomène de saturation du gain, c'est à dire le fait que le gain n'augmente pas indéfiniment avec la tension appliquée. Ce processus est un inconvénient car il limite la charge disponible en sortie, mais il limite aussi les fluctuations du gain et permet ainsi d'obtenir une dispersion des hauteurs d'impulsions faible. On se placera donc dans ce régime pour faire des mesures en comptage.

Ce phénomène ne doit pas être confondu avec celui de saturation du détecteur. C'est à dire le fait qu'à partir d'un certain flux incident, le flux mesuré ne lui est plus proportionnel. Pour ne pas les confondre, on parlera de linéarité du détecteur. L'origine de la non-linéarité de la réponse du détecteur est aussi la charge des parois (2.1.2.2) qui crée un gain effectif.

Nous distinguerons les problèmes de linéarité lors de mesures de façon analogique et en comptage. En effet, lors de mesures de flux de façon analogique, une diminution du gain effectif se répercute immédiatement sur le flux mesuré. Par opposition, si la mesure est faite en comptage, et si le seuil du discriminateur est suffisamment bas pour que toutes les impulsions soient détectées même avec un gain effectif plus faible, le flux mesuré n'est pas modifié. En comptage, le flux maximal détectable pour rester dans la zone de linéarité va donc aussi dépendre du seuil du discriminateur choisi.

De plus, il faut garder en mémoire que le phénomène de gain effectif est un phénomène local qui concerne un seul canal et donc que si le nombre total d'évènements détectés est faible devant le nombre de canaux utiles, des flux instantanés importants sont mesurables. Il sera donc utile d'introduire le flux par canal.

Tout au long de ce chapitre, nous allons discuter pour chaque cas particulier de la linéarité de la détection. Nous déciderons suivant les cas, s'il vaut mieux faire les mesures de façon analogique, ou en comptage. Pour fixer les idées, quelques ordres de grandeur sont donnés dans les deux paragraphes suivants.

2.1.3.1 Mesures de type analogique

Lors de mesures analogiques, d'un flux continu et homogène (réparti de façon uniforme sur toute la surface utile du MCP), pour savoir s'il y a un risque de diminution du gain, il faut comparer le courant de sortie avec le "strip current". Pour notre MCP dont la résistance vaut $120 \text{ M}\Omega$, et pour une tension de 1.75 kV , le "strip current" vaut $15 \mu\text{A}$. Le courant de sortie doit être typiquement inférieur à 5 % de cette valeur pour que la perte de gain soit négligeable. Le courant de sortie associé à un flux Φ vaut $I = G\Phi e$, avec G le gain du MCP (environ $4 \cdot 10^5$ pour 1.75 kV) et e la charge

de l'électron. On trouve ainsi que le flux maximal détectable pour rester dans la zone de linéarité du MCP vaut $\sim 10^7 \text{ s}^{-1}$. Si on essaye de mesurer un flux plus important, comme le flux mesuré est proportionnel au gain, la diminution de celui-ci a une répercussion immédiate, et le flux mesuré ne sera plus proportionnel au flux incident.

Si le flux n'est pas homogène, il faut alors raisonner en termes de flux par canal et le comparer au "strip current" par canal. Le flux maximal total à ne pas dépasser varie comme le rapport de l'aire utile de détection sur l'aire totale du détecteur.

Si le flux n'est pas continu, mais que l'on ne détecte des évènements que pendant une durée limitée, il n'existe pas forcément de limite sur le flux instantané pour rester dans la zone de linéarité du détecteur. En effet, si le nombre total d'évènements reste faible devant le nombre de canaux utilisés, chaque canal ne fait qu'une seule détection et chaque particule incidente voit donc le gain habituel. En plus du flux par canal, il faut alors également regarder le nombre moyen de détections par canal.

2.1.3.2 Mesures en comptage

Lors de mesures en comptage, il est utile de raisonner en termes de temps de rétablissement du gain. Après une détection, le canal (et certains de ses voisins) a perdu beaucoup d'électrons. S'il reçoit une nouvelle particule incidente, son gain sera plus faible, et il ne pourra peut être pas donner une avalanche d'électrons secondaires saturée. La particule ne sera donc pas forcément détectée. Pour avoir une estimation du temps nécessaire pour retrouver le gain initial, on peut considérer le canal comme un circuit RC. Pour une galette de $\sim 10^6$ canaux et de résistance $120 \text{ M}\Omega$, on a une résistance par canal d'environ $10^{14} \Omega$. En assimilant la galette à un condensateur plan rempli à 40% de verre on trouve une capacité par canal d'environ $5 \cdot 10^{-18} \text{ F}$. Le temps de rétablissement de la tension a donc une durée caractéristique de l'ordre de la milliseconde. Le temps de rétablissement du gain peut quant à lui être plus long car le gain varie exponentiellement avec la tension appliquée. Un ordre de grandeur du flux limite pour rester dans la zone de linéarité est calculé au paragraphe 2.3.4.1. Ce flux est de l'ordre de $10^6/\text{s}$ pour un flux homogène. Ainsi, en comptage, on peut distinguer plusieurs situations :

- Si le nombre moyen de détections par canal est très faible devant l'unité, aucun problème de non-linéarité n'apparaît.
- Si on détecte un flux continu : si le temps entre chaque détection n'est pas grand devant le temps de rétablissement du gain, un régime permanent s'établit et chaque particule arrive en moyenne à un instant où le canal n'a pas fini de se recharger. Elle subit donc un gain effectif plus

faible. De plus, le gain va dépendre du temps entre les deux détections successives et la dispersion du gain va donc être plus grande. Un tel phénomène doit être observable en étudiant la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions en fonction du flux. La linéarité de la détection n'est affectée que si le gain effectif est suffisamment faible pour qu'une partie des impulsions ait une hauteur plus faible que le seuil du discriminateur.

- Enfin, dans une situation intermédiaire où l'on détecte un nombre limité d'événements, la première détection de chaque canal va se faire avec le gain initial. Les détections suivantes vont se faire avec un gain plus faible si elles sont trop rapprochées.

2.1.4 Efficacité de détection

La surface ouverte représente 60% de la surface totale ce qui limite en principe de façon intrinsèque l'efficacité de détection absolue à 60% sauf si le champ électrique qui se développe à l'entrée des canaux permet de collecter des électrons émis par la surface métallique (il est possible de réaliser une telle configuration en rajoutant une grille qui repousse les électrons vers la face d'entrée du MCP [87]). La paroi interne des canaux est traitée pour avoir un fort coefficient d'émission secondaire. Des études [86] ont montré qu'au delà de 2 kV, tous les ions qui rentrent dans un canal arrachent au moins un électron et sont donc détectés. Comme on applique sur la face d'entrée une tension de l'ordre de 2 kV, les ions incidents ont cette énergie et on suppose donc que l'efficacité de détection des ions est de 60%.

Alors que les mesures d'efficacité absolue de détection pour des ions sont relativement nombreuses [89], on ne dispose que de très peu de renseignements pour l'efficacité de détection des He*. L'énergie mise en jeu (20 eV dans notre cas) est beaucoup plus faible, mais il s'agit d'énergie interne et le processus qui permet d'arracher un électron est a priori différent. On trouve dans la littérature des valeurs de l'efficacité totale de détection comprise entre 10% et 60% [90, 66] c'est à dire assez proche de la limite de surface ouverte.

2.1.5 Autres caractéristiques

2.1.5.1 Caractéristiques temporelles

Une galette de micro-canaux permet en principe une détection très rapide. Le temps de réponse est lié au transit du courant dans le canal et il est de l'ordre de 250 ps. Les impulsions de courant ont en sortie une largeur de l'ordre de 500 ps. Cependant les impulsions sont souvent allongées par le câblage entre l'anode et l'amplificateur. Et il faut ensuite avoir une élec-

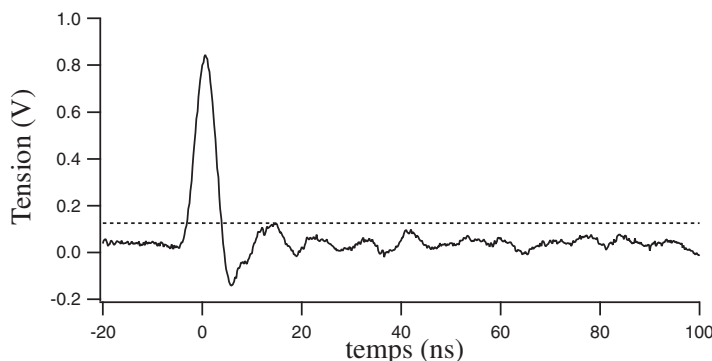


FIG. 2.5 – Impulsion à la sortie de l'ampli rapide avec une haute tension du MCP de 2.1 kV. La largeur de l'impulsion est inférieure à 10 ns. La ligne en trait pointillé représente le seuil du discriminateur choisi (paragraphe 2.2)

tronique suffisamment rapide. Dans notre cas, nous obtenons des impulsions utilisables de quelques nanosecondes (Figure 2.5).

2.1.5.2 Vieillessement d'une galette

La durée de vie d'une galette de micro-canaux est principalement liée à la charge intégrée que ces canaux ont délivrée. A partir d'une certaine valeur de la charge intégrée, le gain va chuter. Les constructeurs [84] donnent une baisse de 20% du gain pour une charge intégrée de 10^{-2} C/cm². Dans notre expérience, on détecte en moyenne (ions plus atomes) 10^6 évènements par réalisation (chaque minute) avec un gain en moyenne de $2 \cdot 10^6$. Soit une charge accumulée d'environ 10^{-5} C/cm²/h. On atteint ainsi une baisse de 20% du gain pour 100 jours de manip. En trois ans de thèse la charge accumulée a pu atteindre 0.1 C/cm² et le gain a donc du baisser d'environ 50%. Cette baisse relative du gain n'est a priori pas très gênante car il suffit de la compenser par l'application d'une haute tension plus importante. Néanmoins cette chute de gain n'est peut être pas homogène car le flux d'ions et d'atomes est souvent concentré sur une petite partie de la surface active du MCP. Cette perte de gain inhomogène pourrait poser des problèmes et un changement de la galette doit donc être envisagé.

2.1.5.3 Sensibilité aux conditions extérieures

Le vide résiduel limite les performances du MCP car des ions secondaires peuvent être produits par l'ionisation du gaz résiduel dans les canaux. Pour rendre ce processus négligeable, le MCP doit être utilisé dans un vide meilleur

que 10^{-5} mbar [84], ce qui est largement le cas dans notre expérience.

Les champs magnétiques peuvent également gêner l'utilisation des multiplicateurs d'électrons. Néanmoins les MCPs font partie des multiplicateurs d'électrons les moins sensibles car entre deux amplifications successives, pour des valeurs de champ de l'ordre de 100 G, le rayon de courbure de la trajectoire des électrons (1 cm pour une énergie de 1 keV) est supérieur au diamètre des canaux. Les constructeurs [84] donnent une variation relative de gain inférieure à 10% pour cette gamme de champs magnétiques.

2.2 Montage électronique

Dans notre expérience, nous avons utilisé un MCP à deux étages montés en chevron HAMAMATSU ref F 4655. Ce type de MCP est étuvable et nous avons donc pu l'incorporer à notre système à vide tout en gardant un vide inférieur à 10^{-10} mbar.

La galette est placée dans l'enceinte à vide environ 5 cm sous le centre de l'enceinte qui est aussi le centre du piège. On a placé deux grilles au dessus du MCP afin de pouvoir attirer ou repousser les ions positifs produits par les collisions (Figure 2.6). Dans le cas où le potentiel V_g de la grille est choisi positif, on détecte seulement les atomes d' He^* . Dans le cas où V_g est négatif, on détecte à la fois les ions positifs et les atomes métastables ; on fera donc en sorte que le flux d'atomes soit négligeable devant le flux d'ions pour les mesures de taux d'ions (voir chapitre 4).

2.2.1 Polarisation du MCP et détection analogique

Pour des raisons de simplicité et de matériel disponible, le montage électrique utilisé est celui décrit figure 2.6. La face d'entrée est soumise à une haute tension d'environ 2 kV, la face de sortie est raccordée à la masse et il suffit donc de trois passages électriques ultra-vide. Les impulsions de charge sont récoltées sur l'anode sur laquelle on doit imposer une légère tension positive pour attirer les électrons. Nous voulons pouvoir utiliser la détection analogique et la détection en comptage de façon successive dans une même expérience. C'est pourquoi, un relais a été incorporé pour pouvoir passer rapidement d'un mode de détection à l'autre. La commande du relais est également reliée à l'alimentation haute tension du MCP et permet de changer la haute tension appliquée suivant le mode de détection. La chaîne électronique permettant d'effectuer des mesures en comptage sera détaillée dans le prochain paragraphe. Pour effectuer des mesures en mode analogique, on utilise simplement un amplificateur de basse bande passante qui permet de moyennner toutes les petites impulsions, et d'obtenir le courant moyen issu de l'anode.

Le montage utilisé présente l'inconvénient de ne fournir qu'un seul signal alors qu'a priori deux sont disponibles. En effet, lors de la multiplication, des électrons sont arrachés au canal et on peut donc mesurer des impulsions de courant sur la face de sortie du MCP. Une telle possibilité nous est apparue lors de nos discussions avec le groupe de B. Deconihout à Rouen. Un montage plus adapté serait celui de la figure 2.7 inspiré de celui utilisé dans ce groupe. Ainsi, on pourrait récupérer ces deux signaux, l'un pouvant être utilisé pour une mesure analogique et l'autre pour une mesure en comptage.

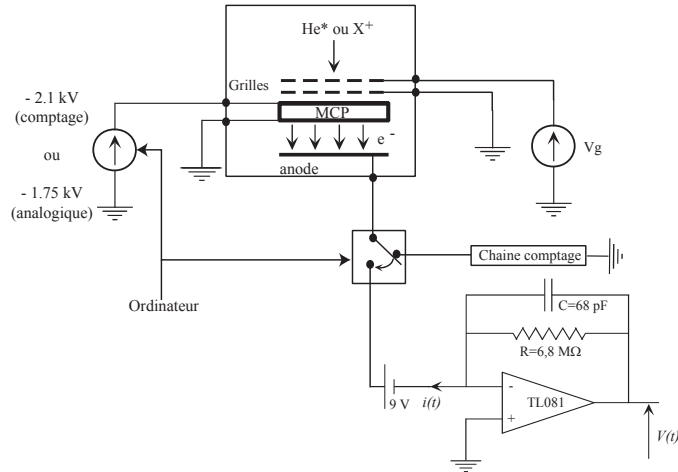


FIG. 2.6 – Montage électrique utilisé. Un relais permet de passer d'un mode de détection à l'autre. Lors de mesures en mode analogique, une tension de 9 V, fournie par une pile, permet de polariser l'anode pour attirer les électrons qui sortent à un potentiel nul de la galette. En sortie, on peut lire la tension $V(t)$ liée au courant par $V(t) = R\langle i(t) \rangle$. Le courant est moyenné par le filtre passe bas qui a une constante de temps $RC = 400 \mu s$.

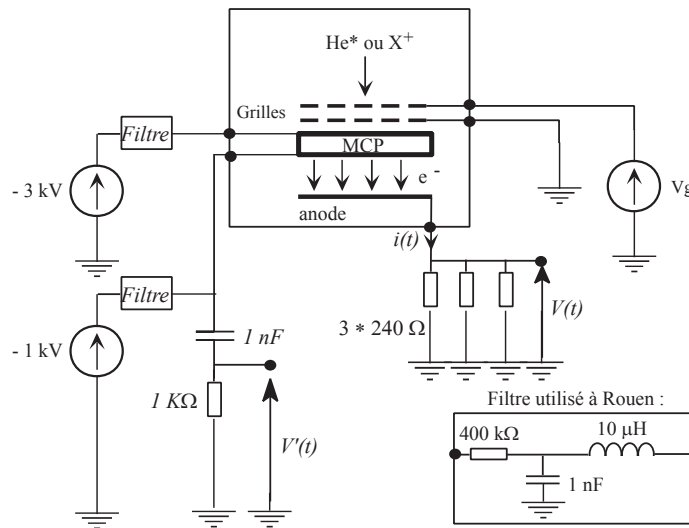


FIG. 2.7 – Montage électrique proposé qui permet l'utilisation du signal d'anode et du signal de dynode.

2.2.2 Comptage

Le but de ce paragraphe est de décrire la chaîne électronique nous permettant de détecter les avalanches d'électrons secondaires et les différents tests que nous avons faits pour nous assurer de son bon fonctionnement.

2.2.2.1 Chaîne électronique de détection

La chaîne électronique (Fig. 2.8) se compose de quatre éléments : une amplification rapide, un discriminateur, une mise en forme de l'impulsion logique et un compteur.

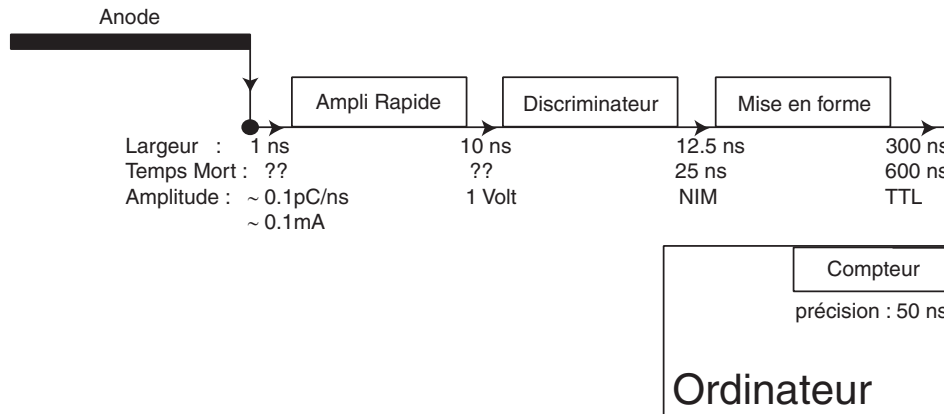


FIG. 2.8 – Chaîne électronique utilisée qui permet de compter le temps entre chaque évènement avec une précision de 50 ns et un temps mort de 600 ns.

L'impulsion qui sort du MCP est une très courte impulsion de charge, la première étape consiste donc à transformer cette impulsion en une impulsion de tension et à l'amplifier tout en conservant une largeur temporelle de l'ordre de la nanoseconde. Ceci est réalisé par le montage décrit figure 2.9. La première partie du montage polarise l'anode à 2.5 V et transforme le courant en une tension par une résistance de 50 Ω . Cette tension est ensuite amplifiée avec deux amplificateurs rapides de tension. On obtient ainsi des impulsions d'environ 1 Volt de hauteur et de 10 ns de large sous 50 Ω d'impédance (Figure 2.5).

On utilise ensuite un discriminateur qui va fournir une impulsion logique (NIM) chaque fois qu'il détecte une impulsion supérieure à un certain seuil réglable. Les impulsions logiques ont une largeur temporelle de 12.5 ns et le discriminateur a un temps mort total fixe de 25 ns. C'est à dire que si l'impulsion suivante arrive pendant cette durée, elle ne sera pas détectée.

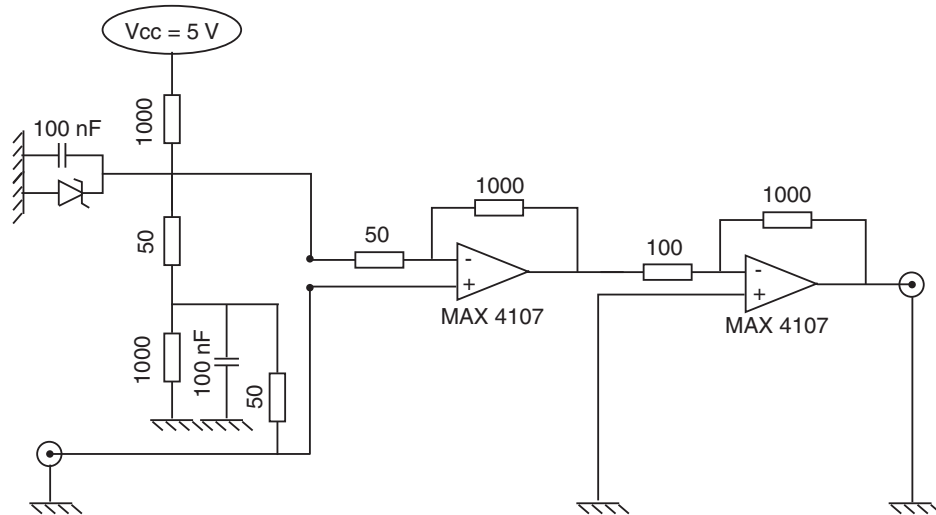


FIG. 2.9 – *Détail de la phase d'amplification. La première partie du montage polarise l'anode à 2.5 V avec une diode Zener et transforme le courant en une tension par une résistance de 50 Ω . Cette tension est ensuite amplifiée avec deux amplificateurs rapides de tension.*

Nous avons ensuite rajouté un module qui met en forme les impulsions logiques pour qu'elles soient acceptées par le compteur utilisé. Il s'agit de bascules logiques qui transforment l'impulsion en une impulsion de durée $T/2$ suivi d'un temps mort de même durée. Le temps mort global imposé est alors T . C'est le temps mort le plus grand qui s'impose devant les autres et le temps mort global de la chaîne électronique est alors T . Cette valeur a été réglée suivant les expériences entre 300 et 600 ns. On transforme ensuite l'impulsion NIM en impulsion TTL. Il faut noter que ces étapes de mise en forme ne sont nécessaires qu'à cause du compteur bas de gamme que nous utilisons actuellement.

Nous utilisons une carte de comptage National Instruments (PCI6602), capable de compter le temps entre deux évènements avec une précision de 50 ns (horloge interne de la carte à 20 MHz). Cette carte est déclenchable de façon externe et pilotée par des routines IGOR. Il s'agit de lui indiquer le nombre total d'évènements à détecter et de lui demander d'attendre un signal de déclenchement. Une fois lancée, la carte attend la première impulsion détectée puis compte le nombre de pulses d'horloge interne jusqu'à la détection d'une nouvelle impulsion. Elle écrit ensuite cette valeur dans la mémoire interne de l'ordinateur. Pendant ce temps d'écriture, la carte continue

de compter mais ne peut pas enregistrer l'arrivée d'un nouvel évènement. Néanmoins, ce temps de transfert (~ 100 ns) ne se comporte pas comme un temps mort variable, car la carte s'arrête immédiatement si un évènement arrive pendant ce transfert, et toutes les données sont alors perdues. C'est pourquoi nous avons rajouté un temps mort fixe et connu avant la carte. Une fois tous les intervalles de temps mesurés, la carte s'arrête de compter et les données sont disponibles. Un programme sous IGOR réalise les opérations suivantes : initialisation de la carte et de son trigger, attente que tous les évènements soient détectés, lecture des données et analyse. Cette analyse consiste notamment à reconstruire à partir du temps entre chaque évènement, le flux instantané en fonction du temps (Figure 2.10). Cette information n'est donc disponible qu'après coup, une fois tous les évènements détectés. Pour avoir une information "en direct" nous avons rajouté un compteur Hamag en parallèle de la carte Nat.Instr. qui nous donne le flux instantané moyenné sur 0.1 s ou 1 s., il s'agit d'une information "visuelle" qui n'est pas enregistrée. Par contre, les données fournies par la carte Nat. Instr. sont enregistrées et on peut donc a posteriori redépouiller les données pour obtenir le flux instantané en fonction du temps avec la taille de canal souhaitée.

2.2.2.2 Non-corrélation des temps d'arrivée

Une crainte que l'on peut avoir lorsque l'on fait du comptage, est que les problèmes d'adaptation d'impédances, ou les problèmes d'ionisations secondaires dans le MCP, ne créent des rebonds, et que l'on compte ainsi deux (ou trois) fois plus d'évènements qu'il n'y en a en réalité. Une façon de vérifier si un tel problème existe est d'étudier la fonction de corrélation des temps d'arrivée des impulsions qui doit être plate. On peut aussi, de façon analogue, tracer la fonction délai, c'est à dire la probabilité pour que deux évènements *consécutifs* soient séparés par une durée t en fonction de t . Cette fonction doit être une exponentielle décroissante avec comme constante de temps le flux moyen. En effet, supposons qu'un évènement soit détecté au temps $t = 0$: quelle est la probabilité pour que le suivant soit détecté au bout d'un temps t ? Si l'on sépare cet intervalle de temps t en N petits intervalles de temps égaux $\Delta t = t/N$, c'est la probabilité pour qu'aucune particule ne soit détectée pendant ces N intervalles. Or, si le temps Δt est suffisamment petit la probabilité de détection pendant le temps Δt d'un flux moyen Φ est $P_i = \Phi \Delta t$. Donc la probabilité recherchée est :

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (1 - P_i)^N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (1 - \Phi \Delta t)^{t/\Delta t} = \exp(-\Phi t) \quad (2.1)$$

Le résultat est donc que la valeur moyenne du temps entre deux évènements successifs est $1/\Phi$ mais que le temps le plus probable est nul.

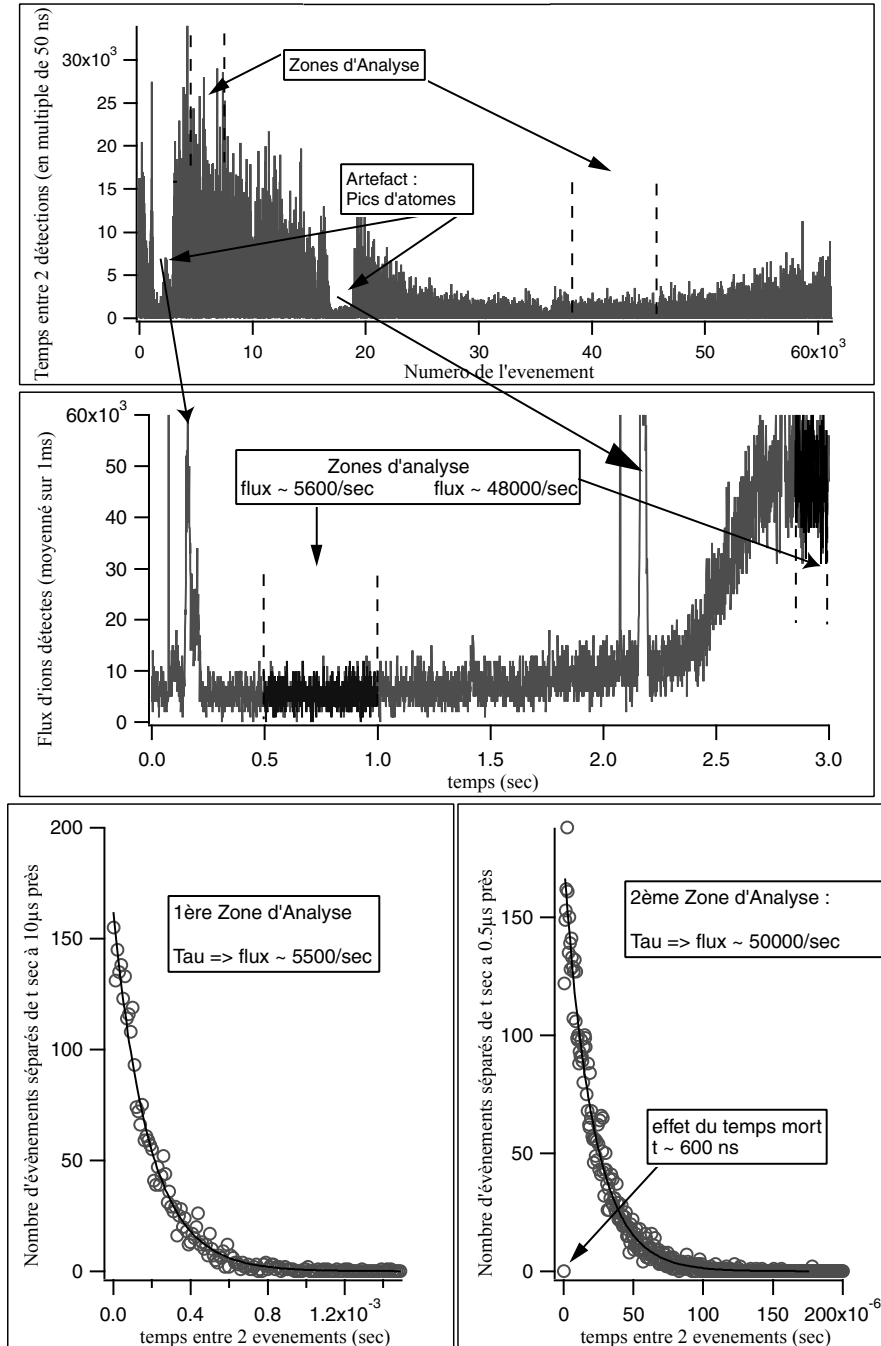


FIG. 2.10 – Analyse des corrélations dans les temps d'arrivée. La première figure montre les données brutes enregistrées lors de la formation du condensat : le temps entre chaque détection d'ions, mesuré par l'horloge interne de la carte à 20 MHz. La deuxième figure montre ces mêmes données analysées en terme de flux instantané (mesuré avec un canal de 1 ms) en fonction du temps. Deux zones, où le flux était à peu près constant, ont été analysées en terme de corrélation dans les temps d'arrivée. Les deux figures du bas montrent la dépendance exponentielle des fonctions "délai", preuve de la non corrélation des temps d'arrivée. On visualise également l'effet du temps mort.

La figure 2.10 montre ce que nous obtenons expérimentalement lorsque nous analysons de cette manière les intervalles de temps. Nous avons tracé la fonction "délai" pour un flux approximativement constant d'ions détectés lors de la formation du condensat. On trouve bien une exponentielle avec une constante de temps égale au flux moyen. Si il y avait eu un phénomène de rebond, nous aurions observé une double structure de la fonction délai, avec un pic correspondant au temps moyen entre une impulsion et son rebond. De plus, la constante de temps de l'exponentielle aurait été inférieure au flux moyen mesuré. Compte tenu de la précision obtenue sur la constante de temps de l'exponentielle, on peut exclure tout phénomène de rebond à 10% près. On visualise également l'effet du temps mort électronique : deux détections successives ne sont jamais séparées de moins de 600 ns. Cette analyse montre donc que les temps d'arrivée sont décorrélés et qu'il n'y a pas de problème de rebonds sur les temps supérieurs au temps mort imposé.

2.2.2.3 Temps mort électronique

Le temps mort que l'on impose dans la chaîne électronique de comptage ($\tau_{mort} \sim 300$ ns) peut être pris en compte. Pour un flux non corrélé (poissonnien) on sait en effet que la relation entre le flux réel (Φ_{reel}) et le flux observé (Φ_{obs}) est :

$$\Phi_{reel} = \frac{\Phi_{obs}}{1 - \Phi_{obs} \tau_{mort}} \quad (2.2)$$

Ainsi la correction devient de l'ordre de 10% pour un flux observé de $3.3 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. Cette expression se démontre facilement. En effet, le flux observé s'obtient en mesurant N évènements pendant un temps Δt : $\Phi_{obs} = N/\Delta t$. S'il n'y a pas de temps mort, le nombre d'évènements détectés est $N = \Phi_{reel} \Delta t$. Mais si il y a un temps mort ce nombre est réduit, car en fait on détecte sur un temps plus court, réduit de la somme des temps morts : $N = \Phi_{reel} \times (\Delta t - N \tau_{mort})$. On trouve ainsi que $\Phi_{obs} = \frac{\Phi_{reel}}{1 + \Phi_{reel} \tau_{mort}}$ et en inversant l'expression, la formule 2.2. Nous avons pu vérifier expérimentalement que cette formule était vérifiée en mesurant le flux avec des compteurs Hameg après et avant le temps mort de 300 ns pour des flux incidents variables (Figure 2.11).

La pente de la fonction donnant le flux incident en fonction du flux observé étant une fonction croissante du flux, une petite erreur sur le flux mesuré a de plus en plus d'incidence sur le flux incident calculé. A titre d'exemples, avec des temps morts de 300 ns et 600 ns, pour un flux observé de $1 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, la pente ($1/(1 - \phi \tau_{mort})^2$) vaut respectivement environ 2 et 6. Ainsi une erreur de 10% sur le flux mesuré devient une erreur de 20 ou 60% respectivement sur le flux réel calculé.

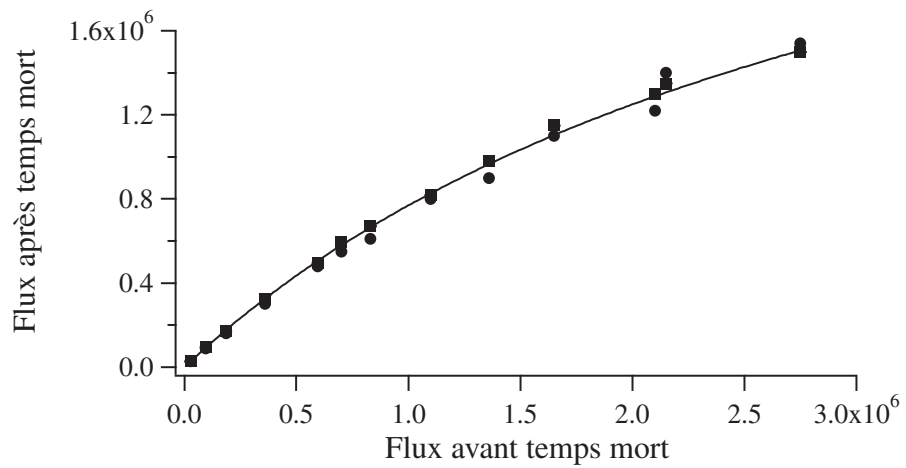


FIG. 2.11 – Flux mesuré après la phase de mise en forme en fonction du flux mesuré avant cette phase. Les cercles correspondent aux mesures faites avec la carte Nat. Insrt. et les carrés correspondent aux mesures faites avec un compteur Hameng en parallèle. La courbe en trait plein est la fonction 2.2 avec $\tau_{mort} = 300$ ns imposé. En laissant le paramètre libre on trouve $\tau_{mort} = 295 \pm 10$ ns

2.2.2.4 Réglage du seuil du discriminateur

Il s'agit de placer le seuil du discriminateur suffisamment bas de façon à détecter le maximum d'impulsions issues de la détection des particules (He^* ou ions), et suffisamment haut pour ne pas être gêné par le bruit électronique. Ce réglage est d'autant plus facile que la fonction de distribution de la hauteur des impulsions est piquée et de grande valeur moyenne. On travaille donc dans le régime de gain saturé du MCP avec une haute tension supérieure à 2 kV.

Nous avons accès expérimentalement à la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions ou du moins à son intégrale. En effet, il suffit de détecter un flux constant et de mesurer le taux de comptage en fonction du seuil du discriminateur. Nous avons réalisé de telles mesures par exemple en utilisant le flux d'ions créé par un piège magnéto-optique (des mesures similaires peuvent être réalisées sur un flux d' He^*). Ces mesures, réalisées pour différentes valeurs de la haute tension appliquée, sont présentées sur la figure 2.12. Le bruit électronique est présent pour des valeurs du seuil inférieures à 100 mV. Pour une haute tension de 2.3 kV, le nombre de coups détectés présente un plateau avant d'atteindre le bruit électronique. On peut donc en plaçant le seuil juste après le bruit électronique, éliminer le bruit tout en détectant "tout" le signal. Pour les hautes tensions appliquées inférieures, le plateau est moins prononcé ou n'existe pas. Dans ce dernier cas, des mesures en comptage sont délicates si l'on veut faire une mesure absolue du flux. En effet, il faut alors calibrer la proportion des impulsions détectées. Nous nous placerons donc toujours dans une zone où l'on détecte une majorité des impulsions. Une haute tension minimale de 2.1 kV doit être appliquée pour pouvoir placer le seuil du discriminateur de façon à détecter toutes les impulsions.

Si l'on dérive ces courbes, cela nous donne accès à la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions. Pour une haute tension de 2.3 kV (Figure 2.13), on trouve que la hauteur la plus probable des impulsions est d'environ 1.6 Volt. En ajustant la courbe par une lorentzienne¹, on trouve la largeur à mi-hauteur de la distribution. On en déduit $\Delta h/h \simeq 45\%$ en accord avec la documentation technique de notre galette (Figure 2.4). Le seuil du discriminateur peut être placé juste après le bruit électronique ($U = 125$ mV), le nombre d'impulsions ayant une hauteur inférieure à ce seuil est très faible. Pour estimer le nombre d'impulsions "ratées", il faut comparer l'aire sous la courbe avant le seuil, à l'aire totale. On trouve moins d'1% d'impulsions ratées.

Une fois le seuil du discriminateur positionné, une autre façon de montrer que 2.1 kV est une tension suffisante pour mesurer toutes les impulsions est de tracer le flux mesuré en fonction de la haute tension appliquée à la galette

¹c'est ici la forme qui ajuste le mieux nos données.

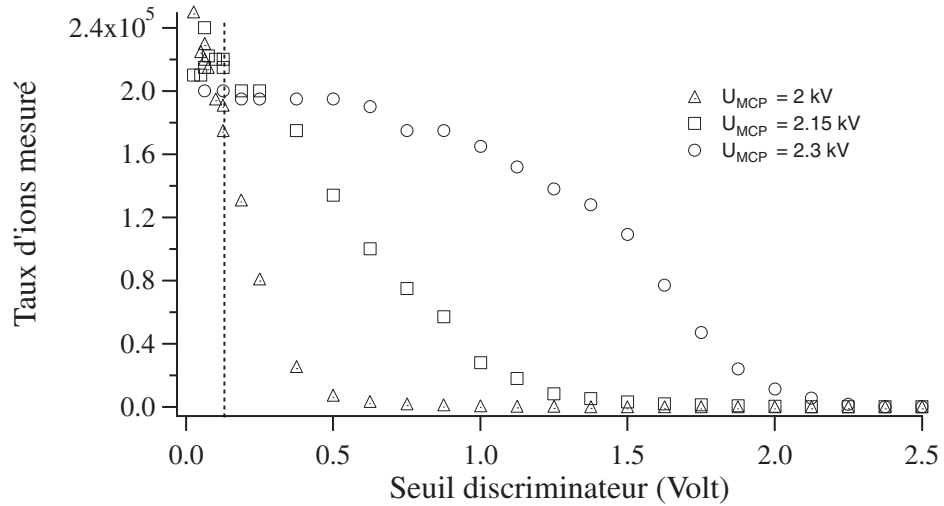


FIG. 2.12 – Flux détecté (avant temps mort) en fonction du seuil du discriminateur pour différentes valeurs de la haute tension appliquée. La droite en trait pointillé indique la position du seuil finalement choisie. Cette expérience a été réalisée en détectant le flux continu d'ions issu du piège magnéto-optique pendant son chargement.

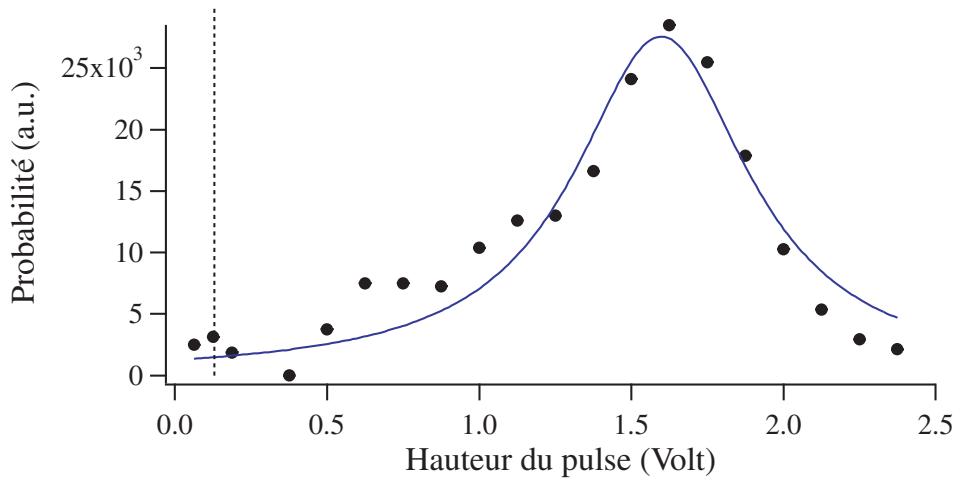


FIG. 2.13 – Dérivée de la courbe précédente pour 2.3 kV . Cette courbe est proportionnelle à la fonction de distribution des hauteurs de pulses. En ajustant la courbe par une lorentzienne (courbe en trait plein), on trouve une hauteur moyenne d'environ 1.6 Volt et une résolution $\Delta G/G \sim 45\%$.

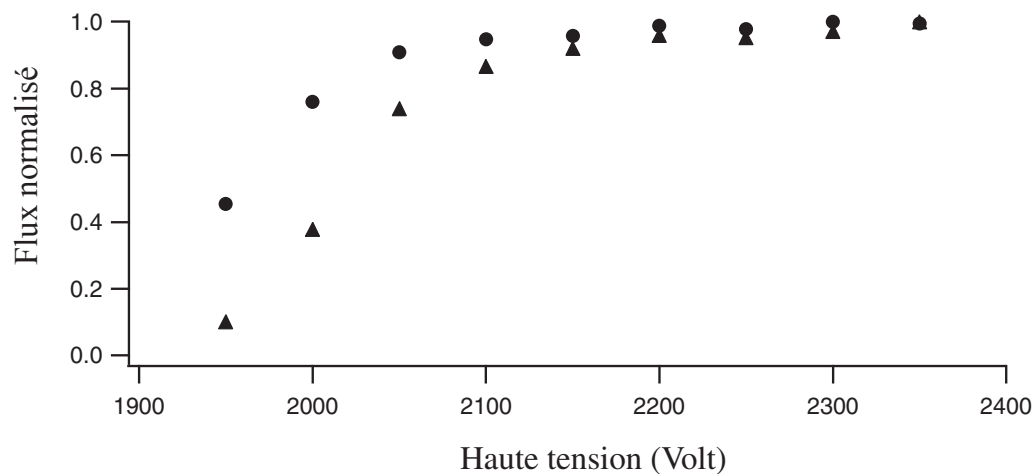


FIG. 2.14 – Flux d'ions détecté (normalisé au flux maximal) en fonction de la haute tension appliquée au MCP. Les cercles correspondent aux mesures faites pour le seuil du discriminateur choisi précédemment (125 mV), les triangles correspondent à un seuil plus élevé (250 mV).

de micro-canaux (Figure 2.14).

2.2.2.5 Rapport signal à bruit

La détection en comptage a un intérêt certain car elle permet d'améliorer notablement le rapport signal à bruit. En effet, elle permet de s'affranchir du bruit électronique et des fluctuations du gain. A titre d'exemple, on pourra comparer les figures 4.2 et 4.3 du chapitre 4 qui reproduisent un même signal, à savoir le flux d'ions observé pendant la durée de vie d'un piège magnétique, observé en mode analogique et en comptage.

En mode analogique, le rapport signal à bruit est limité par le bruit électronique. Celui-ci étant assez important (Figure 4.2), on utilise un filtre de basse bande passante (environ 1 s) pour le limiter.

Lors de mesures en comptage, le bruit est beaucoup plus faible (Figure 4.3). Le bruit est en fait limité par le "shot-noise" (bruit de grenaille) et dépend donc de la taille du canal choisi pour analyser le taux d'ions. Rappelons en effet que la grandeur physique mesurée est le temps entre chaque détection (on compte le nombre de pulses d'horloge entre deux détections). Pour obtenir le flux en fonction du temps, on choisit une taille de canal, le temps est alors divisé en N canaux, et pour chaque canal on regarde combien d'évènements il y a eu pendant cette durée. Plus le nombre d'évènements dans un canal est grand, plus le bruit est faible. Pour illustrer cela, nous avons analysé le bruit d'une courbe similaire à celle de la figure 4.3, mais avec un flux allant de 3000 à 700 coups/s. On trace (Figure 2.15) le bruit calculé sur 100 canaux voisins (déviations standard) en fonction du nombre moyen de détections dans ces canaux. On observe que le bruit varie comme la racine du nombre de coups, c'est la signature du "shot-noise".

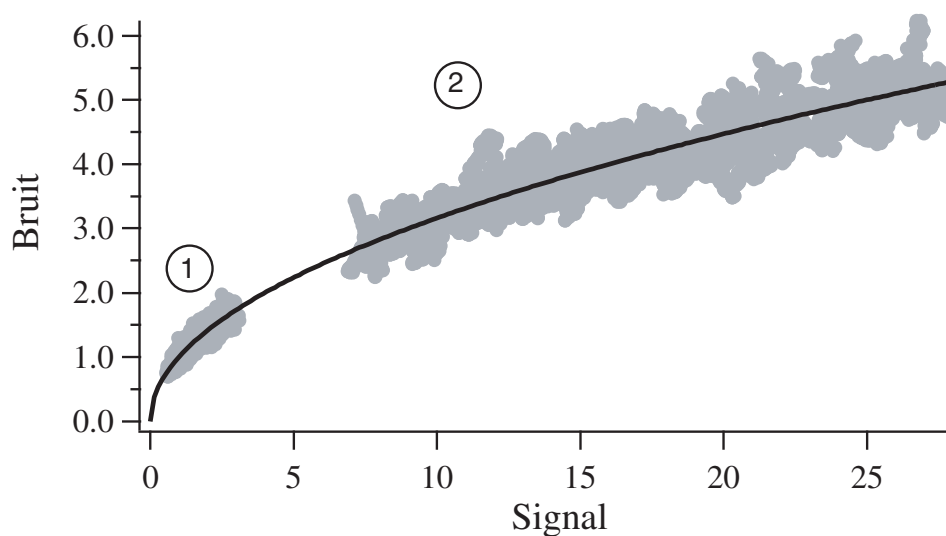


FIG. 2.15 – En gris : déviation standard calculée sur 100 canaux voisins en fonction du nombre moyen de détections dans ces canaux. La courbe analysée est un signal d'ions décroissant exponentiellement à partir de 3000 coups/s avec une constante de temps de 115 s. La taille de canal est d'abord choisie de 1 ms (zone 1), un nombre moyen de détection de 3 correspond donc à 3000 coups/s. La zone 2 correspond aux mêmes données, analysées avec un taille de canal de 10 ms. Le flux peut être considéré comme constant sur les 100 canaux compte tenu de la durée de vie de l'échantillon. On observe que le bruit varie comme la racine du nombre de coups (courbe en noir sans paramètre ajustable), c'est la signature du "shot-noise".

2.3 Détection des ions

Lorsque l'on applique à la grille une tension V_g négative, les ions positifs produits par le nuage d'atomes froids sont attirés vers celle-ci. L'énergie finale de ces ions est de l'ordre de la tension appliquée à la face d'entrée de la grille, environ 2 keV. Les ions qui entrent dans un canal arrachent un premier électron qui produira une avalanche. On peut soit détecter chacune de ces avalanches (comptage), soit mesurer le courant moyen qu'elles produisent sur l'anode (mode analogique). On préfère réaliser les mesures en comptage car le bruit est beaucoup plus faible. Néanmoins, en comptage, il faut utiliser une tension du MCP importante et la zone de linéarité du détecteur est limitée. Le but de cette partie est de déterminer les plages de linéarité en analogique et en comptage, et de définir l'efficacité de détection des ions.

2.3.1 Efficacité de détection en comptage

Pour des mesures en comptage, on parle d'efficacité de détection, c'est à dire la proportion d'ions incidents qui vont donner une avalanche détectée. L'efficacité totale de détection est liée à plusieurs facteurs :

- Un facteur électronique lié à notre faculté de détecter toutes les avalanches même celles issues d'un seul électron primaire.
- Un facteur ϵ'_i , lié à la probabilité pour qu'un ion entrant dans un canal donne au moins un premier électron. Ce facteur dépend de la nature du semi-conducteur recouvrant les canaux et de l'énergie des ions incidents.
- Un facteur géométrique donnant la proportion des ions produits qui entre dans un canal.

Nous avons montré que d'un point de vue électronique, en régime de gain saturé (c'est à dire en utilisant une haute tension appliquée au MCP suffisamment importante), et en réglant soigneusement le seuil du discriminateur, nous étions capables de détecter plus de 99% des avalanches. Compte tenu de l'importance des autres sources d'erreurs, nous considérerons que nous détectons toutes les avalanches. Il se pose néanmoins le problème de la linéarité du MCP qui sera étudiée au paragraphe 2.3.4.

La probabilité pour que l'ion incident arrache au moins un premier électron (ϵ'_i) augmente avec son énergie, mais il est établi qu'elle devient proche de l'unité pour des énergies de l'ordre de 2 keV [86].

Il s'agit ensuite d'estimer la proportion des ions rentrant dans des canaux. Nous savons tout d'abord que la surface ouverte du MCP (η) représente environ 60% de sa surface totale. D'après les références [86, 87], les ions qui ne rentrent pas dans un canal ne conduisent pas à une avalanche. En effet, ils peuvent arracher un électron à la surface métallique mais celui-ci étant repoussé par la face d'entrée du MCP, il n'entre jamais dans un canal et ne

conduit donc pas à une avalanche. Nous avons ensuite rajouté deux grilles dont le facteur de transmission géométrique vaut 0.84, d'où un facteur de transmission global $T_{gr} = 0.71$. Cela nous amène à une efficacité de détection de $0.6 \times 0.71 = 0.42$. On pourrait imaginer que les lignes de champ guident les ions sur les fils ou sur les trous de la grille suivant la configuration des champs, ou bien que des ions soient arrachés à la grille puis accélérés vers le détecteur. Nous n'avons pas trouvé d'observations de tels effets dans la littérature. Néanmoins, pour prendre en compte cette incertitude, nous dirons que l'efficacité totale de détection est 0.42 ± 0.1 .

Il s'agit enfin de savoir si tous les ions atteignent la galette. Nous appellerons ς la proportion d'ions atteignant la zone de détection. En supposant le potentiel électrique nul à l'endroit où sont créés les ions, et un potentiel électrique de 30 Volt, 5 cm plus bas au niveau de la grille, on obtient un champ électrique vertical et un temps caractéristique de parcours jusqu'à la grille de l'ordre de la microseconde. Pendant cette durée, les ions sont également soumis à un champ magnétique dont la configuration géométrique est complexe. En supposant un simple champ uniforme de 100 G, on obtient une dérive des ions perpendiculaire au champ magnétique et au champ électrique. Cette dérive atteint quelques millimètres au niveau de la galette. Il n'est donc pas sûr que l'on détecte tous les ions.

Expérimentalement, lors de la détection des ions issus du piège magnéto-optique ou issus d'un nuage à une température entre $500 \mu\text{K}$ et 1 mK dans un piège magnétique (voir chapitre 3), nous observons que lorsque nous augmentons la tension sur la grille, le signal d'ion augmente très rapidement et atteint un premier plateau pour une tension de l'ordre de 10 V. Puis, si l'on continue à augmenter la tension, le flux d'ions détecté augmente encore très progressivement. Pour une tension de 200 V le taux d'ions détecté a presque doublé. Ceci pourrait être expliqué par le fait qu'à ces températures le nuage atomique est assez gros, sa taille étant de l'ordre de grandeur du rayon du MCP. Les atomes ne voient donc pas tous les mêmes champs magnétiques et il est difficile de tous les détecter.

Par contre, lorsque le nuage atomique est plus froid ($T \leq 500 \mu\text{K}$), le flux d'ion détecté sature à sa valeur atteinte pour 10 V sur la grille. Cela nous laisse donc penser que nous récoltons tous les ions dans cette gamme de température.

Ainsi, nous pouvons écrire la relation entre le flux réel et le flux mesuré en comptage :

$$\Phi_{\text{comptage}} = \Phi_{\text{incident}} \times \varsigma \eta T_{gr} \epsilon'_i = \Phi_{\text{incident}} \times \varsigma \Theta \quad (2.3)$$

avec ς compris entre 0.5 et 1 et tendant vers 1 pour les faibles températures, et $\Theta = 0.42 \pm 0.1$.

2.3.2 Efficacité de détection en mode analogique

Pour des mesures analogiques, on souhaite relier le flux incident à la tension observée. Il apparaît alors, en plus des facteurs précédents, la notion de gain effectif du détecteur (G_i), c'est à dire le nombre moyen d'électrons qui sortent du MCP dans une avalanche lorsqu'une avalanche est produite. Ce nombre dépend du gain du MCP et donc de la haute tension qui lui est appliquée, mais aussi du nombre moyen d'électrons primaires que l'ion incident arrache au canal (ϵ_i). Ce gain effectif peut donc a priori dépendre de la nature de l'ion incident. Enfin, lorsque le flux devient trop important, ce gain effectif dépend aussi du flux incident et la détection n'est alors plus linéaire. Avec cette définition, on peut écrire :

$$V = \Phi_{incident} \times \varsigma \Theta \times G_i eR = \Phi_{comptage} \times G_i eR \quad (2.4)$$

avec e , la charge de l'électron et $R = 6.8 \text{ M}\Omega$, la résistance de l'amplificateur lent utilisé (Figure 2.6).

2.3.3 Linéarité de la détection analogique

Pour étudier la linéarité de la détection analogique, nous avons mesuré un même flux avec différentes hautes tensions appliquées et ce pour des flux variés. Nous avons utilisé les ions issus d'un piège magnéto-optique chargé de façon continue. La taille du piège (environ 3 mm) est comparable à la taille du MCP (14.5 mm) et on peut donc supposer que le flux reçu est approximativement homogène. On mesure un flux continu relativement stable, dont l'amplitude peut être réglée en changeant l'intensité du jet atomique ralenti ou la fréquence et la puissance des lasers. Nous avons mesuré ce flux de manière analogique (voir montage électronique : Figure 2.6) avec un faible gain que nous avons fait varier. Nous traçons alors les signaux obtenus pour les différentes hautes tensions en fonction des signaux pour la haute tension la plus basse. Des exemples sont donnés sur les figures 2.16 et 2.17. Nous trouvons des dépendances linéaires pour les faibles hautes tensions et les faibles flux. Lorsque le flux devient trop important la détection n'est plus linéaire. Un exemple est donné pour la tension appliquée de 2 kV (Figure 2.16) et pour une haute tension de 1.85 kV (Figure 2.17). Sur cette dernière figure, on constate que la dépendance devient non linéaire pour un flux correspondant à 1 V, mesuré avec la haute tension de 1.75 kV, soit 4 V mesuré avec la haute tension de 1.85 kV.

Nous verrons (voir Figure 2.19) que cela correspond à un flux détecté de l'ordre de $1.8 \cdot 10^7$. Le gain à 1.85 kV est de l'ordre de $2 \cdot 10^5$ (voir 2.3.4.4) et le courant moyen est donc d'environ $0.5 \mu\text{A}$, c'est à dire de l'ordre de 4% du "strip current" : cette valeur est donc tout à fait cohérente.

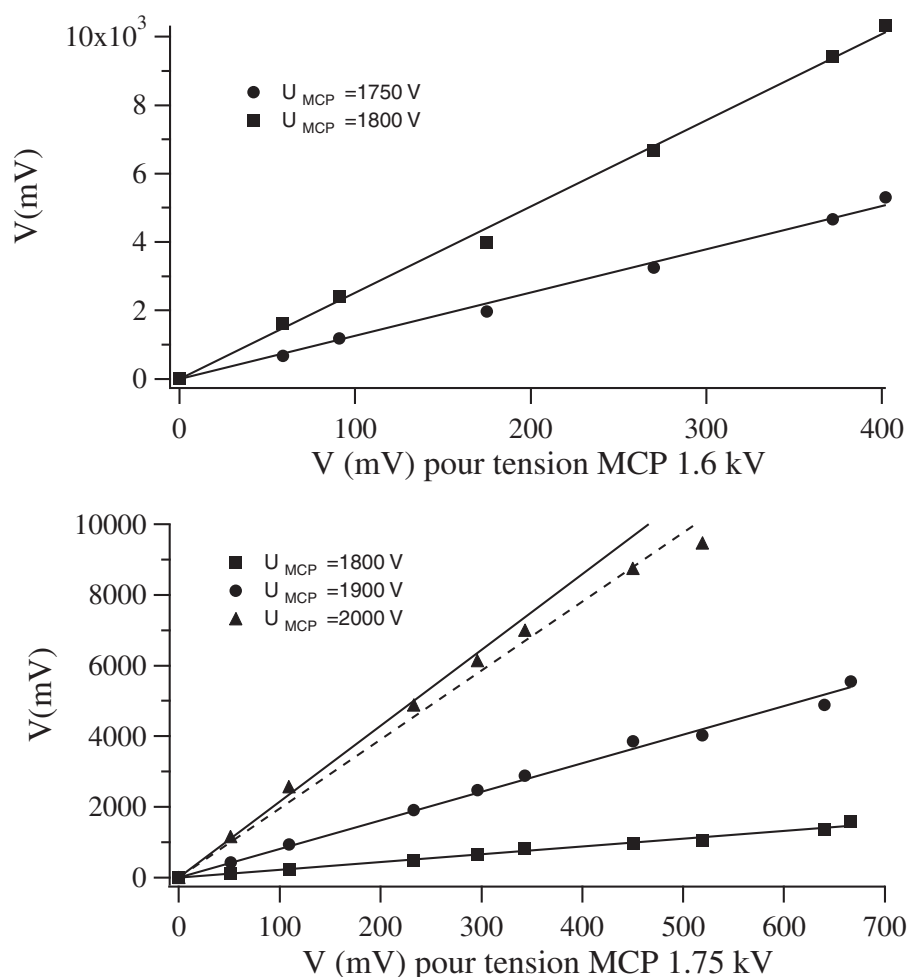


FIG. 2.16 – Flux d'ions mesurés en analogique avec différentes tensions de polarisation du MCP. On trace d'abord le flux mesuré pour 1.75 et 1.8 kV en fonction du flux mesuré pour 1.6 kV. Sur la gamme de flux étudiée aucune non-linéarité n'apparaît. On trace ensuite les flux mesurés à 1.8, 1.9 et 2 kV en fonction du flux mesuré à 1.75 kV. Une non-linéarité intervient pour 2 kV pour des flux correspondant à 100 mV mesuré à la tension de polarisation de 1.75 kV. La droite en trait pointillé correspond à un ajustement linéaire sur tous les points et la droite en trait plein à un ajustement sur les trois premiers points.

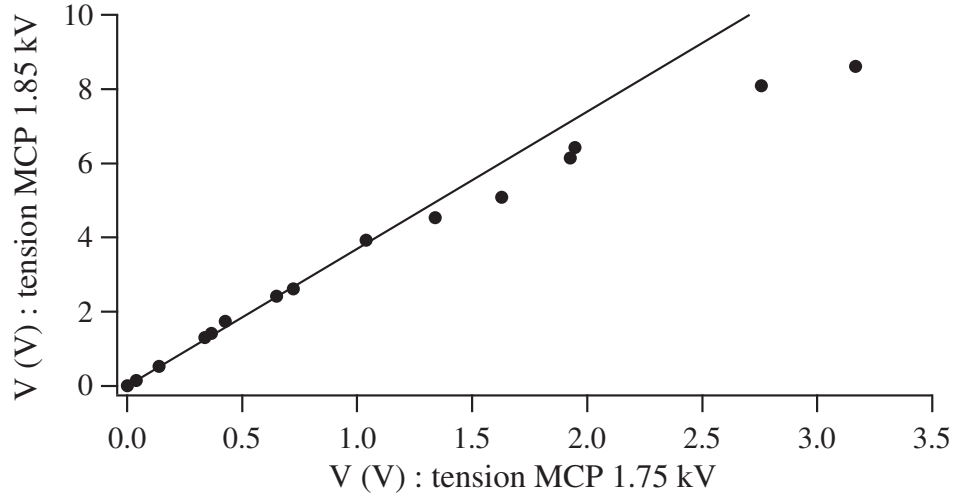


FIG. 2.17 – Flux d'ions mesuré en analogique avec une tension de 1.85 kV en fonction du flux mesuré pour 1.75 kV. La droite en trait plein correspond à un ajustement linéaire sur les premiers points. La non-linéarité de la détection apparaît pour un flux d'environ 4 V mesuré à 1.85 kV.

2.3.4 Linéarité de la détection en comptage

En comptage, une première non linéarité peut intervenir à cause du temps mort de la chaîne électronique. L'effet de ce temps mort a déjà été étudié (2.2.2.3), et nous nous intéresserons ici uniquement à la non-linéarité du MCP. Pour les mesures, nous utiliserons un compteur Hameg juste après le discriminateur, et le temps mort électronique sera négligeable.

Lors de la détection des ions, on mesure en général des flux continus et le problème de linéarité va se poser en terme de réduction du gain effectif et élargissement de la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions.

2.3.4.1 Ordre de grandeur

Avant de tester cette linéarité expérimentalement, essayons de déterminer un ordre de grandeur du flux auquel va commencer à intervenir la non-linéarité du MCP. Si nous supposons un temps de rétablissement du gain dans le canal de 10 ms, pour ne pas voir d'influence, il faut un flux faible devant $10 / \text{s/canal}$ (en prenant un facteur 10 de sécurité). Cela correspond, en prenant en compte le fait que la saturation d'un canal peut influencer les canaux voisins (supposons qu'il en influence 9 en moyenne pour simplifier les calculs), à avoir un flux faible par rapport à 10^6 s^{-1} pour un flux réparti de manière homogène sur l'ensemble de notre galette (10^6 canaux). Ceci ne

constitue qu'un ordre de grandeur. En effet, le temps de rétablissement du gain est très mal connu ainsi que le nombre de canaux voisins influencés. De plus, rappelons que lors de mesures en comptage (par opposition au cas analogique), une réduction du gain effectif n'a pas forcément d'incidence sur le flux mesuré, si le seuil du discriminateur est suffisamment bas pour continuer à détecter "toutes" les impulsions malgré la réduction du gain. Ainsi le facteur 10 de sécurité est peut être un peu large et dépend du seuil du discriminateur choisi. Enfin, expérimentalement, il est difficile d'être sûr que le flux est réparti de façon homogène sur le détecteur.

2.3.4.2 Distribution des hauteurs d'impulsions

Pour tester une telle saturation, nous avons tout d'abord étudié comment variait la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions quand on augmentait le flux. Nous avons réalisé une telle étude (Figure 2.18) avec les ions issus du piège magnéto-optique chargé de façon continue. La taille du piège est comparable à la taille du MCP et on peut donc supposer que le flux reçu est approximativement homogène. On mesure un flux continu relativement stable, dont l'amplitude peut être réglée en changeant l'intensité du jet atomique ralenti ou la fréquence et la puissance des lasers. Nous constatons bien que lorsque le flux augmente le gain effectif diminue et la largeur de la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions s'élargit. Pour un flux incident de $1.5 \cdot 10^6$, le flux détecté en fonction de la hauteur du seuil du discriminateur présente encore un plateau et on ne doit pas "rater" d'évènements. Pour des flux plus importants, la détection n'est plus linéaire : on commence à "rater" une partie des impulsions.

2.3.4.3 Linéarité de la détection

Pour vérifier cela, on peut étudier le flux détecté en comptage en fonction du flux incident. Pour ce faire, il faut tout d'abord disposer d'une mesure relative fiable du flux incident. Nous pouvons mesurer les flux incidents de façon analogique, dans la zone de linéarité de la détection analogique étudiée précédemment, et regarder si le flux que l'on obtient en comptage est bien proportionnel au flux incident (Figure 2.19). On mesure donc différents flux incidents à la fois en comptage et de façon analogique. Pour ce faire, on utilise toujours les ions issus du piège magnéto-optique pendant son chargement et on passe rapidement de la détection en comptage à la détection en analogique (relais et haute tension changée de 2.1 kV à 1.85 kV).

On trouve que la non linéarité du MCP en comptage apparaît pour des flux de l'ordre de $2 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$. Ce flux est compatible avec l'étude de l'évolution de la distribution des hauteurs d'impulsions en fonction du flux, et avec l'ordre de grandeur calculé au début du paragraphe.

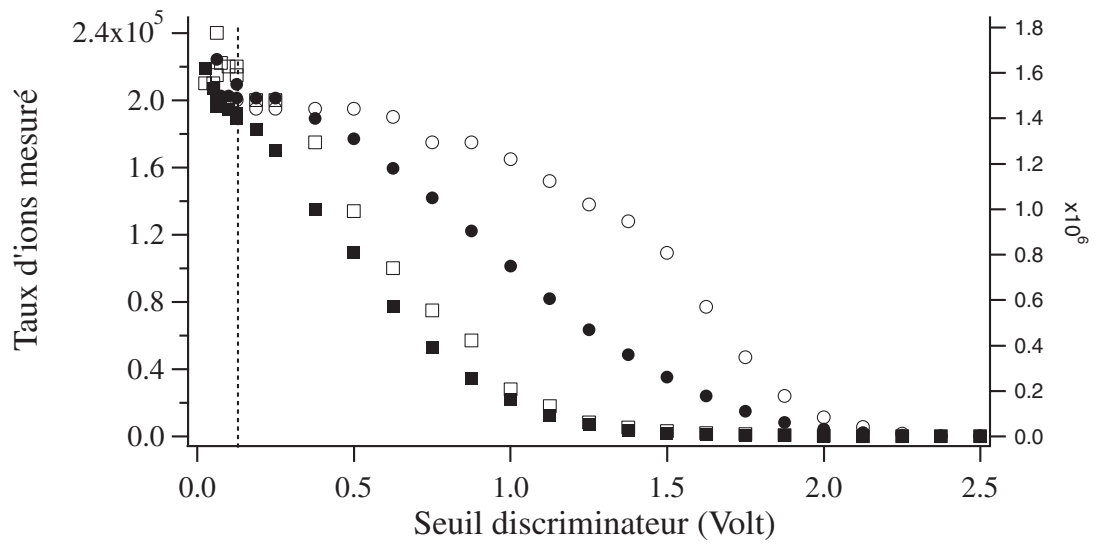


FIG. 2.18 – Flux d'ions détecté en fonction de la valeur du seuil du discriminateur. Les mesures sont réalisées pour deux tensions de polarisation du MCP : 2.15 kV (carrés) et 2.3 kV (cercles) et pour deux flux incidents : $2 \cdot 10^5$ s $^{-1}$ (symboles vides et échelle de gauche) et $1.5 \cdot 10^6$ s $^{-1}$ (symboles pleins et échelle de droite).

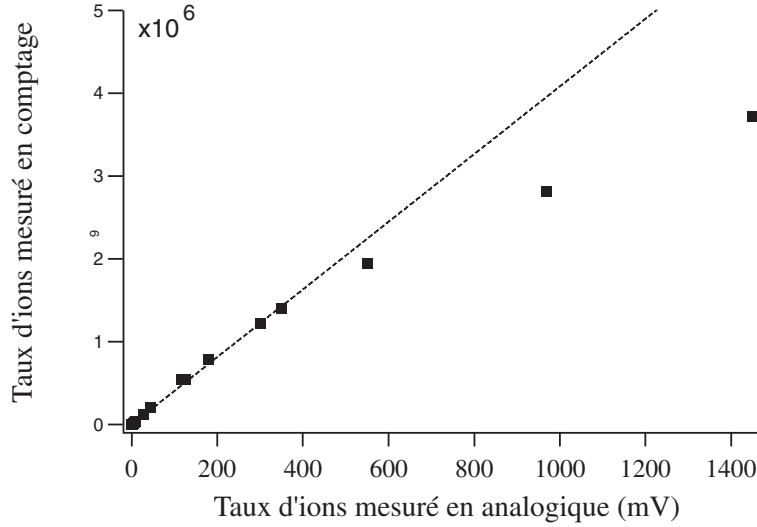


FIG. 2.19 – Flux d'ions détecté en comptage (polarisation du MCP : 2.1 kV) en fonction de la valeur mesurée en analogique pour un même flux (polarisation du MCP : 1.85 kV). On a également représenté un ajustement linéaire calculé sur les 5 premiers points.

2.3.4.4 Gain effectif du MCP

Pour des flux faibles, on trouve une dépendance linéaire du flux détecté en comptage par rapport au flux détecté de façon analogique. La pente de la courbe nous donne accès à la valeur du gain effectif du MCP en utilisant la relation (2.4). On trouve, pour une haute tension appliquée à la galette de 1.85 kV, un gain effectif $G_i \simeq 2 \cdot 10^5$. Et en reproduisant la même expérience avec une tension de 1.75 kV, on trouve $G_i \simeq 5 \cdot 10^4$. Le rapport entre ces gains est compatible avec la courbe donnée par le constructeur (Figure 2.4). La comparaison avec les valeurs absolues données par le constructeur est délicate. En effet, la valeur de G_i dépend a priori de la nature de la particule considérée et de son énergie via le nombre moyen d'électrons primaires arrachés (ϵ_i). Le constructeur ne définit pas clairement ce qu'il appelle le gain, et la comparaison est donc impossible.

Ces expériences ont été réalisées avec les ions issus d'un piège magnéto-optiques. Ces ions proviennent majoritairement de collisions Penning à deux corps assistées par la lumière (voir prochain chapitre), ce sont donc des ions He^+ ou He_2^+ . La valeur de G_i trouvée n'est a priori valable que pour ce type d'ions. Nous avons cependant réalisé le même type d'expériences avec les ions issus d'un piège magnétique chaud, que nous supposons être des ions H_2O^+ ,

et avons trouvé la même valeur du gain effectif. Par contre, nous verrons que la valeur trouvée pour les atomes d'He* est différente.

2.3.5 Résumé-conclusion

Les ions produits par le nuage d'atomes peuvent être détectés en mode analogique ou en comptage. L'avantage du comptage est que le bruit est beaucoup plus faible. Cependant, ce mode de détection impose l'utilisation d'une haute tension importante et la plage de linéarité du détecteur est plus faible. Nous avons étudié ces plages de linéarité pour un flux réparti de façon homogène sur le détecteur. La conclusion est la suivante :

- Pour des flux inférieurs à 10^6 s^{-1} on peut faire des mesures en comptage ($U_{MCP} = 2.1 \text{ kV}$).
- Pour des mesures analogiques avec une tension du MCP de 1.85 kV, la plage de linéarité est étendue jusqu'à des flux détectés d'environ $1.8 \cdot 10^7 / \text{s}$ soit une tension mesurée de 4 V.

Il faut toutefois noter que ces flux limites peuvent être beaucoup plus faibles si les ions ne sont détectés que sur une petite zone spatiale du MCP. Il faudra dans ce cas refaire les tests décrits dans ce paragraphe pour vérifier la linéarité de la détection.

Nous avons défini l'efficacité de détection en mode analogique et en comptage (voir équations 2.4 et 2.3). Dans la zone de linéarité du détecteur nous avons les relations :

$$V_{analog} = \Phi_{incident} \times \varsigma \Theta \times G_i eR = \Phi_{comptage} \times G_i eR \quad (2.5)$$

avec ς compris entre 0.5 et 1 et tendant vers 1 pour les faibles températures, $\Theta = 0.42 \pm 0.1$, e la charge de l'électron, et $R = 6.8 \text{ M}\Omega$ la résistance de l'amplificateur lent utilisé (Figure 2.6). G_i est le gain effectif pour les ions, c'est à dire le nombre moyen d'électrons qui sortent du MCP dans une avalanche lorsqu'une avalanche est produite. Ce nombre dépend du gain du MCP et donc de la haute tension qui lui est appliquée, mais aussi du nombre moyen d'électrons primaires que l'ion incident arrache au canal. Ce gain effectif peut donc a priori dépendre de la nature de l'ion incident. Toutefois, nous avons mesuré la même valeur pour les ions He^+ et pour les ions H_2O^+ : $G_i \simeq 2 \cdot 10^5$ pour une haute tension de 1.85 kV.

2.4 Détection des atomes : Temps de Vol

Le détecteur nous sert également à détecter les atomes d'He*. Le nombre d'atomes et la température du nuage d'atomes piégés sont notamment déterminés à partir du flux (intégré sur la surface du MCP) obtenu, lorsque les atomes sont relâchés du piège. On parle d'un signal de temps de vol. L'annexe C détaille les calculs nous permettant d'obtenir l'allure théorique de ces signaux suivant la température du piège. Pour les différentes étapes nous menant à la condensation de Bose-Einstein, le nombre d'atomes et la température sont très différents. Les flux détectés le sont donc également.

Le problème de non-linéarité de la détection se pose en des termes différents que pour la détection des ions. En effet, ce n'est plus un flux continu qui est détecté mais un nombre limité d'évènements. Pour que des problèmes de non-linéarité interviennent, il faudra donc que le nombre de détections par canal soit supérieur à l'unité. Dans ce chapitre, le choix du mode de détection (comptage ou analogique) est discuté pour ces différentes étapes. L'efficacité de détection est également déterminée.

2.4.1 Nuage thermique chaud

Pour un nuage d'atomes assez chaud, c'est à dire $k_B T \gg mgh$, soit dans notre cas ($h = 5$ cm) : $T \gg 250 \mu\text{K}$, la gravité devient négligeable. L'explosion du nuage atomique se fait de manière isotrope et le nombre d'atomes arrivant sur le MCP vaut $N_0 \frac{\Omega}{4\pi}$ où Ω représente l'angle solide délimité par la galette depuis le centre du piège. Puisque $\Omega \sim 60$ msrad, soit $\frac{\Omega}{4\pi} \sim 0,5$ %, on ne récolte qu'une très faible partie des atomes.

Pour ces températures, le nombre caractéristique d'atomes piégés est de l'ordre de $2 \cdot 10^8$ atomes. Compte tenu de l'angle solide, seuls 10^6 atomes arrivent sur le détecteur, et compte tenu de l'efficacité de détection (voir paragraphe 2.4.1.2), seuls $2,5 \cdot 10^5$ atomes sont détectés pendant un temps caractéristique de 20 ms, soit un flux de l'ordre de 10^7s^{-1} réparti de façon homogène sur le détecteur.

En mode analogique, nous travaillons dans un régime de gain faible et chaque canal travaille indépendamment des autres. Comme le nombre d'évènements est inférieur au nombre de canaux, il ne doit pas y avoir de problème de non-linéarité du MCP. Pour nous en assurer nous avons mesuré des temps de vol de pièges magnétiques de différentes tailles avec deux tensions de polarisation du MCP différentes (Figure 2.20). La différence de gain entre ces deux tensions est constante dans toute la gamme de nombres d'atomes étudiée, et on travaille donc dans la zone de linéarité du MCP.

Le nombre d'atomes détectés étant 4 fois plus faible que le nombre de canaux utiles du MCP, il est envisageable de faire une mesure en comptage.

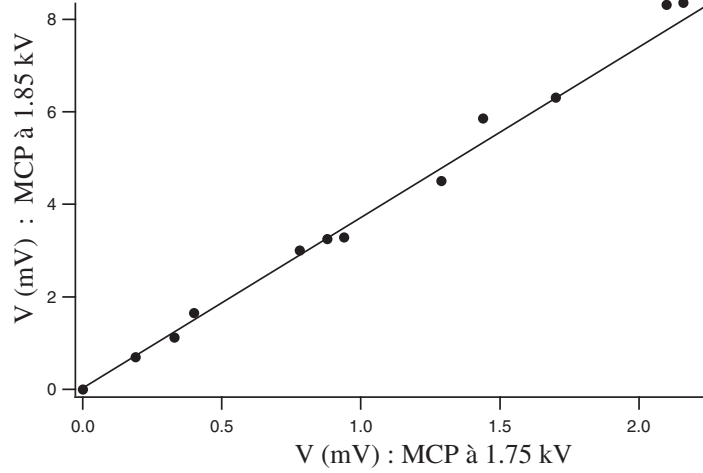


FIG. 2.20 – Hauteur maximale du temps de vol d'un piège magnétique mesuré avec une tension de polarisation de 1.85 kV en fonction de la hauteur maximale du temps de vol mesuré avec une tension de polarisation du MCP de 1.75 kV.

Cependant, en régime de fort gain, l'avalanche dans un canal peut influencer les canaux voisins et il faut un facteur de sécurité pour être sûr de rester dans la zone de linéarité du MCP. De plus, le flux instantané est trop fort pour la chaîne électronique que nous utilisons actuellement : les corrections dues au temps mort (voir paragraphe 2.2.2.3) sont trop importantes et donc imprécises. En changeant notre électronique de comptage, il serait donc possible de faire des mesures en comptage mais il faudrait faire des tests pour vérifier la linéarité de la détection. Avec la chaîne électronique actuelle nous avons fait des mesures en réduisant par 20 le nombre d'atomes initial en vue de calibrer l'efficacité de détection des He^* .

2.4.1.1 Etalonnage de la détection analogique

On peut relier la tension $V(t)$ en sortie de la chaîne de détection analogique et le flux incident d'atomes $\frac{dN}{dt}(t)$ déterminé en (C.2) par :

$$V(t) = T_{\text{gr}} \eta \epsilon'_a G_a e R \frac{dN}{dt}(t) , \quad (2.6)$$

où T_{gr} est la transmission des deux grilles, η la surface ouverte du détecteur, ϵ'_a la probabilité pour qu'un He^* incident arrache au moins un électron au canal, e la charge d'un électron, R la résistance de charge de l'amplificateur lent (Figure 2.6) et G_a le gain effectif du MCP, c'est-à-dire le nombre moyen

d'électrons présents dans une avalanche quand une avalanche est présente. Ce gain effectif dépend de la haute tension appliquée au MCP et du nombre moyen d'électrons que l'He* arrache au canal (ϵ_a).

Si on suppose connues $T_{\text{gr}} = (0,84)^2$, $\eta = 0.6$ et $R = 6.8 \cdot 10^6 \text{ M}\Omega$, une calibration absolue du nombre d'atomes N_0 permet de mesurer $\epsilon'_a G_a$, valeur qui pourra ensuite être utilisée pour d'autres mesures avec le MCP.

Une mesure annexe du nombre d'atomes N_0 est réalisée de manière optique, en mesurant l'absorption d'une sonde par les atomes d'un piège magnéto-optique. La méthode est celle décrite en [48]. La sonde, à résonance sur la transition $2^3S_1 - 2^3P_2$ (voir Annexe A), est envoyée $500 \mu\text{s}$ après la coupure afin de ne pas laisser au nuage le temps de trop exploser. Elle est choisie large devant la taille du piège et très saturante afin de s'affranchir des différents élargissements en fréquence possibles tels que les élargissements par effet Doppler ou Zeeman. La puissance \mathcal{P}_{abs} absorbée par le piège s'écrit donc $\mathcal{P}_{\text{abs}} = h\nu_0 \frac{\Gamma}{2} N_0$. En reportant le nombre d'atomes mesuré par absorption dans (C.2), on remonte à une valeur du produit $\epsilon'_a \times G_a$ (pour les atomes d'He*) qui vaut $5 \cdot 10^4$ pour une tension de polarisation de 1.75 kV et $2 \cdot 10^5$ pour une tension de polarisation de 1.85 kV.

L'incertitude est dominée par celle de la calibration optique du nombre absolu d'atomes. Elle est difficile à estimer. Une valeur prudente, déduite d'estimations sur l'influence des élargissements en fréquence sur le signal d'absorption, sur l'influence d'un décentrage du piège sur le temps de vol et sur les possibles erreurs de calibration de la photodiode utilisée, est un facteur 2 près.

2.4.1.2 Efficacité de détection des atomes d'He*

Une fois la détection analogique calibrée, il est également possible de calibrer la détection en comptage. En effet, nous pouvons réaliser des nuages d'atomes piégés suffisamment petits pour que la chaîne de comptage ne sature pas. Le flux mesuré s'écrit alors :

$$\Phi_{\text{compt}}(t) = T_{\text{gr}} \eta \epsilon'_a \frac{dN}{dt}(t) \quad (2.7)$$

où ϵ'_a est la probabilité qu'un He* arrivant dans un canal arrache au moins un électron. Nous savons [86] que $\epsilon'_i = 1$ pour les ions de 2 keV mais la valeur pour les He* (ϵ'_a) reste mal connue. En utilisant l'expression (2.6), on peut exprimer le flux mesuré comme :

$$\Phi_{\text{compt}}(t) = \frac{V(t)}{G_a e R} \quad (2.8)$$

Nous avons enregistré les temps de vol d'un petit nombre d'atomes issus d'un piège magnéto-optique de façon analogique et en comptage (Figure 2.21). La

comparaison des deux signaux nous donne accès à G_a . Nous trouvons $G_a = 5.2 \cdot 10^5$. En utilisant la calibration optique de $G_a \times \epsilon'_a$ faite au paragraphe précédent nous obtenons la valeur de $\epsilon'_a = 0.4$.

Compte tenu de l'incertitude sur la calibration du nombre absolu d'atomes, on trouve une efficacité quantique de détection des He^* (ϵ'_a) comprise entre 20 et 80%. L'efficacité totale de détection, prenant en compte la surface ouverte du MCP (η) est donc d'environ 25% (entre 10 et 50%).

Un lecteur attentif aura remarqué que la valeur du gain effectif ($G_a = 5.2 \cdot 10^5$) est plus forte que celle trouvée pour les ions ($G_i = 2 \cdot 10^5$) au paragraphe 2.3.4.4, alors que la probabilité d'arracher au moins un électron est plus faible ($\epsilon'_a < \epsilon'_i \simeq 1$). Ceci pourrait paraître surprenant. Toutefois, la loi de probabilité du nombre d'électrons arrachés par l' He^* incident peut être très différente de celle associée à un ion incident, puisque la nature de l'énergie est différente (énergie cinétique contre énergie interne). Le nombre moyen d'électrons arrachés peut ainsi être plus grand pour un He^* incident que pour un ion incident ($\epsilon_a > \epsilon_i$), mais si la loi de probabilité est plus large, la probabilité qu'aucun électron ne soit arraché peut aussi être plus grande ($\epsilon'_a < \epsilon'_i$).

Pour vérifier tout cela, nous pouvons étudier la fonction de répartition des hauteurs d'impulsions pour un flux continu d' He^* , et la comparer à celle trouvée pour les ions pour un flux semblable. Une telle étude est reportée sur la figure 2.22. On constate tout d'abord, la confirmation de l'expérience précédente : la hauteur moyenne des impulsions est plus faible dans le cas de la détection des ions ($\bar{h}_i = 0.5$ V contre $\bar{h}_a = 0.8$ V). Cela correspond à un gain effectif plus faible d'un facteur 0.6. L'expérience précédente donnait un facteur 0.4, cette différence peut s'expliquer par le fait que l'expérience précédente compare les gains effectifs pour une tension appliquée au MCP de 1.85 kV alors que celle-ci les compare pour une haute tension de 2.1 kV. Le nombre moyen d'électrons arrachés pour un He^* incident est indépendant de la tension appliquée, mais ce n'est pas le cas pour les ions dont l'énergie cinétique est proportionnelle à la tension appliquée.

On constate ensuite que la fonction de distribution pour les He^* est plus large ($\left(\frac{\Delta h}{h}\right)_a = 60\%$ contre $\left(\frac{\Delta h}{h}\right)_i = 50\%$). Ceci est en accord avec l'interprétation selon laquelle la loi de probabilité du nombre d'électrons arrachés par l' He^* incident est plus large. Cela pourrait donc expliquer que $\epsilon'_a < \epsilon'_i$ alors que $\epsilon_a > \epsilon_i$.

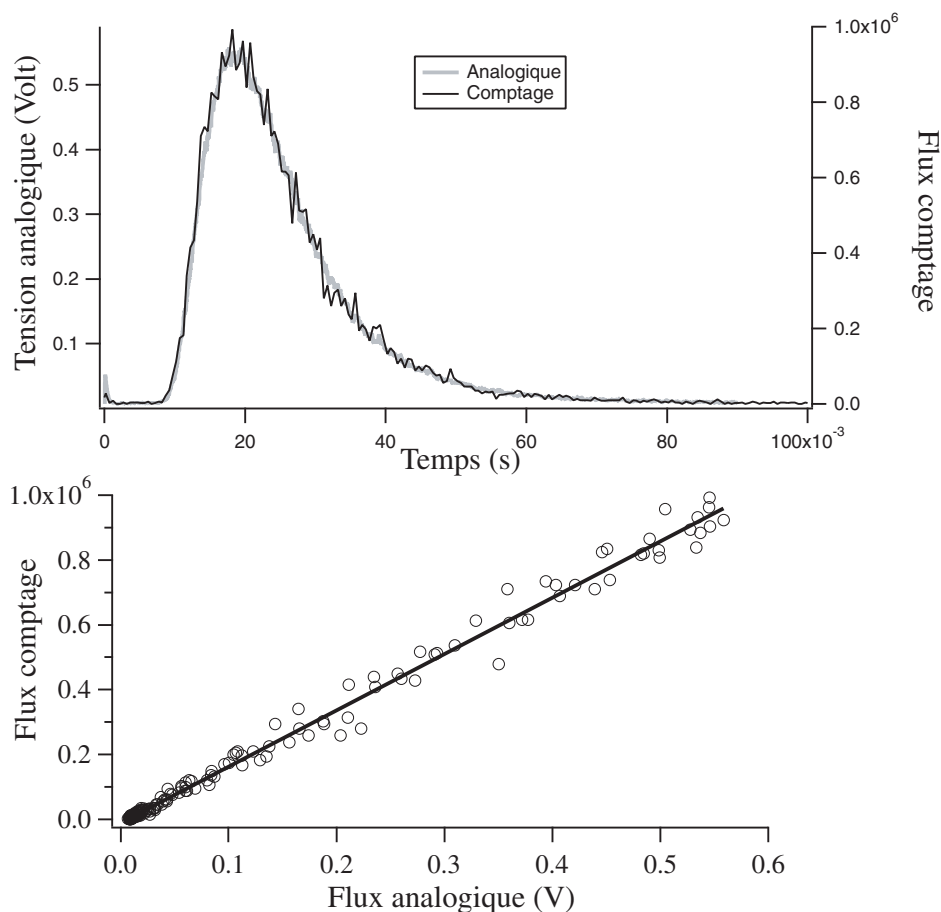


FIG. 2.21 – Temps de vol d'un piège magnéto-optique enregistré en comptage (courbe noire échelle de gauche) avec une haute tension du MCP de 2.1 kV et de façon analogique (courbe grise échelle de droite) avec une tension de 1.85 kV. La courbe en comptage correspond à une seule réalisation et a été corrigée des effets de temps mort électronique (Formule 2.2), si une telle correction n'est pas faite les 2 courbes ne sont plus "superposables". La courbe en analogique a été moyennée sur 20 réalisations différentes. La deuxième figure correspond aux mêmes données : pour chaque instant nous avons le flux en comptage et en analogique, nous avons donc tracé le flux en comptage en fonction du flux en analogique. La pente de cette droite donne accès au gain effectif G_a .

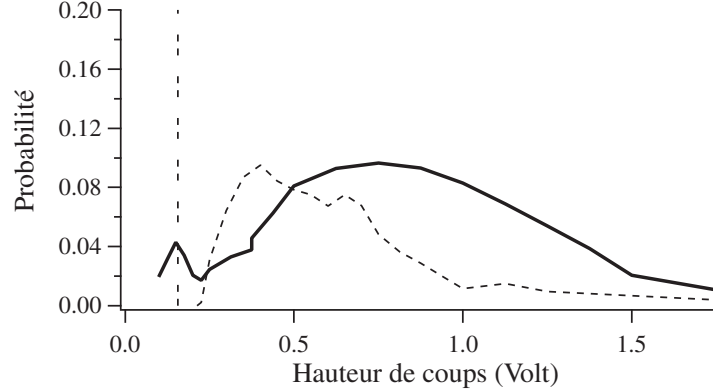


FIG. 2.22 – Distribution des hauteurs d’impulsions pour un flux incident d’atomes d’He* (trait continu) et pour un flux incident d’ions (trait en pointillé). Ces courbes sont obtenues en dérivant les courbes expérimentales du flux détecté en fonction de la valeur du seuil du discriminateur imposée. La haute tension appliquée au MCP est 2.1 kV.

2.4.2 Nuage thermique froid

2.4.2.1 Nombre d’atomes détectés

Pour un nuage d’atomes très froid ($k_B T \ll mgh$), la gravité gouverne la chute des atomes. Le temps d’arrivée t_0 du nuage devient indépendant de la température et vaut $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \simeq 100$ ms. L’annexe C montre que théoriquement plus la température est froide plus la proportion d’atomes qui atteignent le détecteur est importante. A titre d’exemples, cette fraction d’atome n’atteint 1% que pour une température de 250 μ K, vaut respectivement 22%, 45% et 70% pour 5 μ K, 2 μ K, et 1 μ K, et ne dépasse 90% que pour une température de 500 nK. Ainsi, lorsqu’on diminue la température, la détectivité globale théorique des He* lors d’un TOF est approximativement constante jusqu’à 100 μ K puis devient plus de 100 fois meilleure.

Les nombres d’atomes et les flux détectés pourraient donc être beaucoup plus forts lorsqu’on se rapproche de la condensation de Bose-Einstein. Néanmoins, nous verrons au prochain chapitre que la méthode qui nous permet de diminuer la température, le refroidissement évaporatif, nécessite une perte d’atomes. Le nombre d’atomes piégés diminue donc en même temps que la température baisse. Pour des températures proches de la condensation de Bose-Einstein, celui-ci a été divisé environ par 100. Ainsi, le nombre d’atomes détectés et les flux détectés devraient être comparables à ceux d’un nuage thermique chaud.

Expérimentalement on observe des flux encore plus faibles. Nous interpré-

tons cela par une déformation des temps de vol due aux champs magnétiques résiduels. En effet, lorsque la température diminue, les atomes deviennent de plus en plus sensibles aux forces extérieures et notamment aux gradients magnétiques résiduels. Or, nous savons (voir prochain chapitre et [50]) que dans notre expérience des champs subsistent après la coupure du piège à cause de courants de Foucault. Ainsi, pendant toute la durée du temps de vol, les atomes subissent une force liée aux gradients de champs magnétiques résiduels. Un simple calcul de mécanique du point montre qu'un gradient résiduel de 10^{-2} G/cm fait "rater" le MCP aux atomes qui partent sans vitesse initiale. Les gradients résiduels étant supérieurs à une telle valeur, la détectivité devrait rapidement chuter lorsque la température diminue et devenir nulle pour de très faibles températures. Heureusement, pour les faibles températures un autre phénomène se produit à la coupure des champs magnétiques : certains atomes subissent une transition non-adiabatique du sous-niveau Zeeman $m = 1$ vers $m = 0$. Ce dernier sous-niveau étant insensible au champ magnétique, seule cette fraction des atomes sera détectée. Nous verrons qu'environ 10% des atomes subissent la transition vers $m = 0$ et atteignent le détecteur.

Le prochain chapitre reviendra plus en détail sur ces phénomènes mais on peut déjà retenir que la calibration du nombre d'atomes faite pour un nuage chaud ne pourra pas être exploitée pour mesurer le nombre d'atomes des nuages froids à cause de cette détectivité qui change avec la température. Il faudra recalibrer notre détection pour ces températures. On se servira pour ce faire d'une calibration thermodynamique.

2.4.2.2 Choix du mode de détection

Même aux températures les plus faibles, proches de la condensation de Bose-Einstein ($\sim 1 \mu\text{K}$), les flux sont répartis de manière quasi-homogène sur le MCP. Le nombre d'atomes dans cette gamme de température est de l'ordre de 10^6 , ce qui conduit à un nombre d'atomes arrivant sur le détecteur de l'ordre de 10^5 soit un nombre d'atomes détectés de l'ordre de $2 \cdot 10^4$. Ce nombre est faible devant le nombre de canaux du MCP et des mesures en comptage sont donc possibles. Cependant, le flux moyen est de l'ordre de 10^6 s^{-1} ($2 \cdot 10^4$ atomes en 20 ms) et les corrections liées à notre chaîne électronique de détection sont encore trop importantes pour être fiables. On ne fera donc ces mesures qu'en réduisant le nombre d'atomes d'un facteur 2 ou 3. Pour des mesures en analogique, comme chaque canal travaille de façon indépendante et que le nombre d'évènements est faible devant le nombre de canaux utiles, il n'y a pas de problèmes de non-linéarité.

2.4.3 Condensats de Bose-Einstein

L'allure du temps de vol d'un condensat de Bose-Einstein est donné dans l'annexe C et les formules liées à la théorie de la condensation de Bose-Einstein, dont certaines sont utiles dans ce paragraphe, sont rappelées dans l'annexe B.

Avec les paramètres correspondant à notre expérience les tailles typiques du condensat au niveau de la galette sont :

$$r_{\text{bec},x}(t = 0.1) = r_{\text{bec},y}(t = 0.1) \simeq 5.5\text{mm} \text{ et } r_{\text{bec},z}(t = 0.1) \simeq 0.45\text{mm} \quad (2.9)$$

Ainsi, si le centrage du piège au dessus du MCP est réalisé à 1 millimètre près, tous les atomes tombent sur le MCP et le nombre de canaux utilisés est d'environ 5%.

Pour décider quel est le mode de détection approprié, il est intéressant de calculer de façon précise le nombre de détections par canal. Le nombre typique d'atomes présents dans nos condensats est au maximum de l'ordre de $4 \cdot 10^5$. En prenant en compte le fait que nous ne détectons que la fraction des atomes qui passent dans le sous-niveau Zeeman $m = 0$ à la coupure, et l'efficacité de détection des He^* , nous obtenons environ $7 \cdot 10^3$ détections. Pour environ $5 \cdot 10^4$ canaux utiles. Mais le flux étant inhomogène, mieux vaut faire un calcul plus précis.

Dans l'annexe C, à partir de la densité dans le piège (B.22), la densité linéique à l'instant t est calculée. On peut calculer de la même façon la densité surfacique intégrée dans la direction de la gravité. On trouve :

$$\mathcal{N}_{\text{bec}}^*(y, z, t) = \frac{5}{2\pi} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},y}(t) r_{\text{bec},z}(t)} \max \left[\left(1 - \frac{y^2}{r_{\text{bec},y}^2(t)} - \frac{z^2}{r_{\text{bec},z}^2(t)} \right), 0 \right]^{3/2} \quad (2.10)$$

Pour avoir le nombre de détections par canal, il suffit de multiplier cette expression prise à $t = 0.1$ s par l'aire d'un canal et de prendre en compte la transmission des grilles et l'efficacité quantique de détection des He^* (ϵ'_a). Le résultat est donné figure 2.23. Il y a environ 1 détection pour 4 canaux au centre du temps de vol.

Le flux moyen est de l'ordre de 10^6 s^{-1} ($7 \cdot 10^3$ atomes en moins de 10 ms). Pour des mesures en comptage, deux types de problèmes apparaissent. Tout d'abord, les corrections liées à notre temps mort électronique deviennent trop importantes pour être fiables. De plus, même avec une chaîne électronique plus rapide, nous sommes en limite de linéarité du MCP. Le nombre de détection par canal n'est pas très faible, et si le MCP est dans le régime de comptage où une avalanche "vide" plusieurs canaux voisins, alors le temps mort des canaux va réduire le flux observé. Nous n'avons donc pas réalisé de telles mesures en comptage.

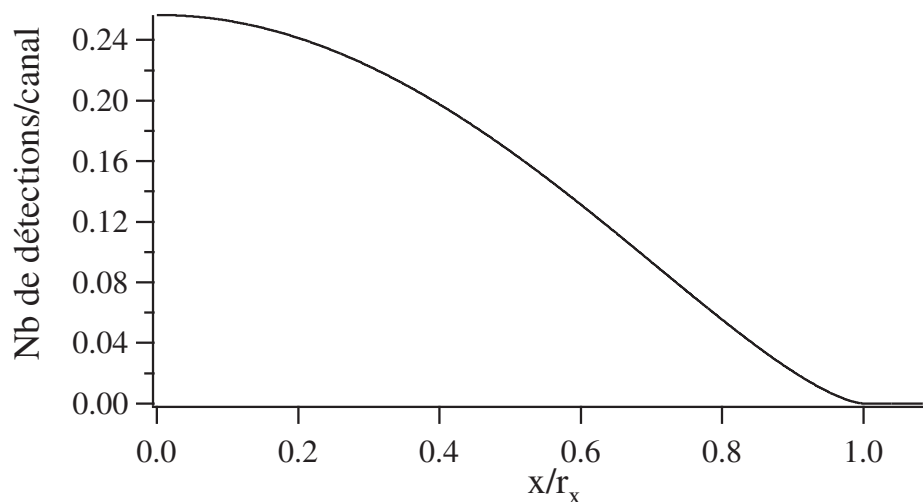


FIG. 2.23 – Nombre de détections par canal pour un condensat de $2 \cdot 10^5$ atomes en fonction de la distance au centre normalisée par la taille du condensat dans cette direction.

En régime de faible gain (mode analogique) par contre, chaque canal n'influence pas ses voisins. Le nombre de canaux qui vont recevoir plus d'un atome est très faible (environ 3% pour une distribution poissonnienne) et il ne doit donc pas y avoir de problème de saturation du MCP. Nous détecterons donc les temps de vol de condensats de façon analogique.

2.4.4 Résumé-conclusion

Lors des différentes étapes menant à la condensation de Bose-Einstein, les nombres d'atomes, les températures et donc les flux sont très différents. Nous avons détaillé les problèmes de détection pour chacune des étapes.

Le nombre d'événements détectés lors d'un temps de vol reste toujours inférieur au nombre de canaux utiles. Des mesures en comptage sont donc envisageables même si nous serions en limite de linéarité et que des tests complémentaires seraient nécessaires. Néanmoins, les flux instantanés détectés sont supérieurs à $10^6/s$ et les corrections dues au temps mort de notre chaîne électronique deviennent trop importantes pour être fiables. On réalise donc les mesures de façon analogique.

Pour ce mode de détection, nous avons vérifié la linéarité du détecteur. Pour calibrer l'efficacité de détection, nous avons utilisé une mesure optique du nombre d'atomes dans un piège magnéto-optique. La tension mesurée à la sortie de la chaîne analogique de détection peut s'écrire :

$$V(t) = T_{\text{gr}} \eta \epsilon'_a G_a e R \frac{dN}{dt}(t) , \quad (2.11)$$

où T_{gr} est la transmission des deux grilles, η la surface ouverte du détecteur, ϵ'_a la probabilité pour qu'un He^* incident arrache au moins un électron au canal, e la charge d'un électron, R la résistance de charge de l'amplificateur lent (Figure 2.6) et G_a le gain effectif du MCP, c'est-à-dire le nombre moyen d'électrons présents dans une avalanche quand une avalanche est présente. Ce gain effectif dépend de la haute tension appliquée au MCP et du nombre moyen d'électrons que l' He^* arrache au canal (ϵ_a). En supposant connues $T_{\text{gr}} = (0,84)^2$, $\eta = 0.6$ et $R = 6.8 \cdot 10^6 \text{ M}\Omega$, la calibration absolue du nombre d'atomes N_0 nous a permis de déterminer $\epsilon'_a G_a$, valeur qui pourra ensuite être utilisée pour d'autres mesures avec le MCP. Nous trouvons $\epsilon'_a G_a = 2 \cdot 10^5$ pour une tension de polarisation de 1.85 kV.

Une fois la détection analogique calibrée, il est également possible de calibrer la détection en comptage. Le flux mesuré en comptage s'écrit :

$$\Phi_{\text{compt}}(t) = T_{\text{gr}} \eta \epsilon'_a \frac{dN}{dt}(t) \quad (2.12)$$

où ϵ'_a est la probabilité qu'un He^* arrivant dans un canal arrache au moins un électron. La comparaison de signaux mesurés de façon analogique et en comptage nous donne accès à G_a . Nous trouvons $G_a = 5.2 \cdot 10^5$. En utilisant la calibration optique de $G_a \times \epsilon'_a$, nous obtenons la valeur de $\epsilon'_a = 0.4$.

Compte tenue de l'incertitude sur la calibration du nombre absolu d'atomes, on trouve une efficacité quantique de détection des He^* (ϵ'_a) comprise entre 20 et 80%. L'efficacité totale de détection, prenant en compte la surface ouverte du MCP (η) est donc d'environ 25% (entre 10 et 50%).

Obtention d'un condensat de Bose-Einstein d'He*

La technique la plus courante adoptée pour atteindre la condensation de Bose-Einstein est d'appliquer une phase de refroidissement évaporatif à un nuage d'atomes piégés magnétiquement. Cependant le piégeage magnétique est un processus non-dissipatif : seuls les atomes qui ont une énergie inférieure à la profondeur du piège restent piégés. Pour le charger, il faut donc au préalable refroidir les atomes de manière à diminuer leur énergie cinétique jusqu'à la rendre inférieure à la profondeur du piège magnétique choisi. Cette étape préliminaire est réalisée en appliquant à l'échantillon atomique une phase de refroidissement laser. Elle consiste à capturer le plus grand nombre possible d'atomes et de les pré-refroidir grâce à un piège magnéto-optique (PMO).

Pour que le processus de refroidissement évaporatif soit efficace, nous verrons qu'il faut que le taux de collisions élastiques entre atomes piégés soit le plus grand possible, ceci afin d'assurer une thermalisation rapide du nuage devant l'échelle de temps caractéristique des pertes. Comme le taux de collisions élastiques est proportionnel à la densité spatiale du nuage, il s'agit de piéger initialement un maximum d'atomes à la température la plus froide possible dans le piège magnétique¹ et de faire en sorte que les pertes soient les plus faibles possible. Il faut donc obtenir un très bon vide dans la zone de piégeage pour diminuer le nombre de collisions avec le gaz résiduel.

Ce chapitre a pour but de décrire ces différentes étapes menant à la condensation de Bose-Einstein et de donner les caractéristiques des condensats produits. Au cours d'une description sommaire du dispositif expérimental, les solutions techniques adoptées pour le refroidissement laser sont rappelées. Ces sujets ont été largement développés et étudiés dans les références [48, 47]. La configuration du piège magnétique utilisé [48, 50] est ensuite rappelée en insistant sur les nouveautés apportées au système en vue de le stabiliser. Enfin, dans les deux dernières parties, les signaux de temps de vol enregistrés pendant la phase de refroidissement évaporatif sont analysés et la

¹Dans la limite des faibles températures nous verrons que le piège est harmonique, la densité est alors proportionnelle à $\frac{N}{T^{3/2}}$. Nous avons vu au chapitre 1 que dans cette limite la constante de collisions élastiques $\alpha \propto \sqrt{T}$. Le taux de collisions élastiques est alors proportionnel à $\frac{N}{T}$.

mise en évidence expérimentale de la condensation de Bose-Einstein décrite. Les problèmes de détection, déjà décrits dans la référence [50], sont analysés en détails à la lumière des nouvelles expériences réalisées, et dans toute la gamme de température concernée.

3.1 Dispositif expérimental et refroidissement laser

La figure 3.1 montre les différents éléments du dispositif expérimental. On peut distinguer quatre zones caractérisées par leur fonction et le vide qui y règne : la partie source, la partie collimation transverse, la zone de ralentissement Zeeman et la zone de piégeage.

3.1.1 La partie source

Cette zone est pompée par une pompe à diffusion d'huile qui assure un pompage rapide (3000 l/s) de l'importante quantité d'hélium injectée dans le système à vide. En l'absence de jet, la pression est d'environ 10^{-7} mbar et atteint quelque 10^{-4} mbar lorsque la source est en fonctionnement.

Sous vide, le gaz d'hélium fondamental sous pression subit une détente. Le jet atomique d'hélium ainsi créé est soumis à une décharge de 1 kV appliquée entre une pointe et un écorceur. Cette décharge permet d'exciter une partie des atomes dans l'état métastable 2^3S_1 (cf Annexe A). L'efficacité de la décharge est de l'ordre de un atome métastable créé pour 10^4 atomes restant dans l'état fondamental. La source est refroidie à l'azote liquide (77 K) afin de diminuer la vitesse longitudinale des atomes. Le jet atomique d'He* produit est caractérisé par un flux de 10^{12} at/s, une vitesse longitudinale de l'ordre de 1200 m/s et une demi-divergence de ~ 40 mrad.

3.1.2 La partie collimation transverse

Cette partie est également pompée par une pompe à diffusion d'huile. La pression est d'environ 10^{-7} mbar même en présence du jet. Le vide différentiel est assuré par l'écorceur.

Le jet issu de la source est très divergent. Or le refroidissement longitudinal nécessite de propager le jet sur 3 mètres environ. Afin d'optimiser le nombre d'atomes du jet capturés dans le PMO, il est nécessaire d'augmenter l'intensité sur l'axe du jet atomique. Ceci est réalisé grâce à une étape de refroidissement transverse du jet à l'aide d'une mélasse à deux dimensions. Dans les deux dimensions (Ox) et (Oz), un faisceau laser saturant et résonnant avec la transition atomique $2^3S_1 - 2^3P_2$ (cf Annexe A) est rétro-réfléchi.

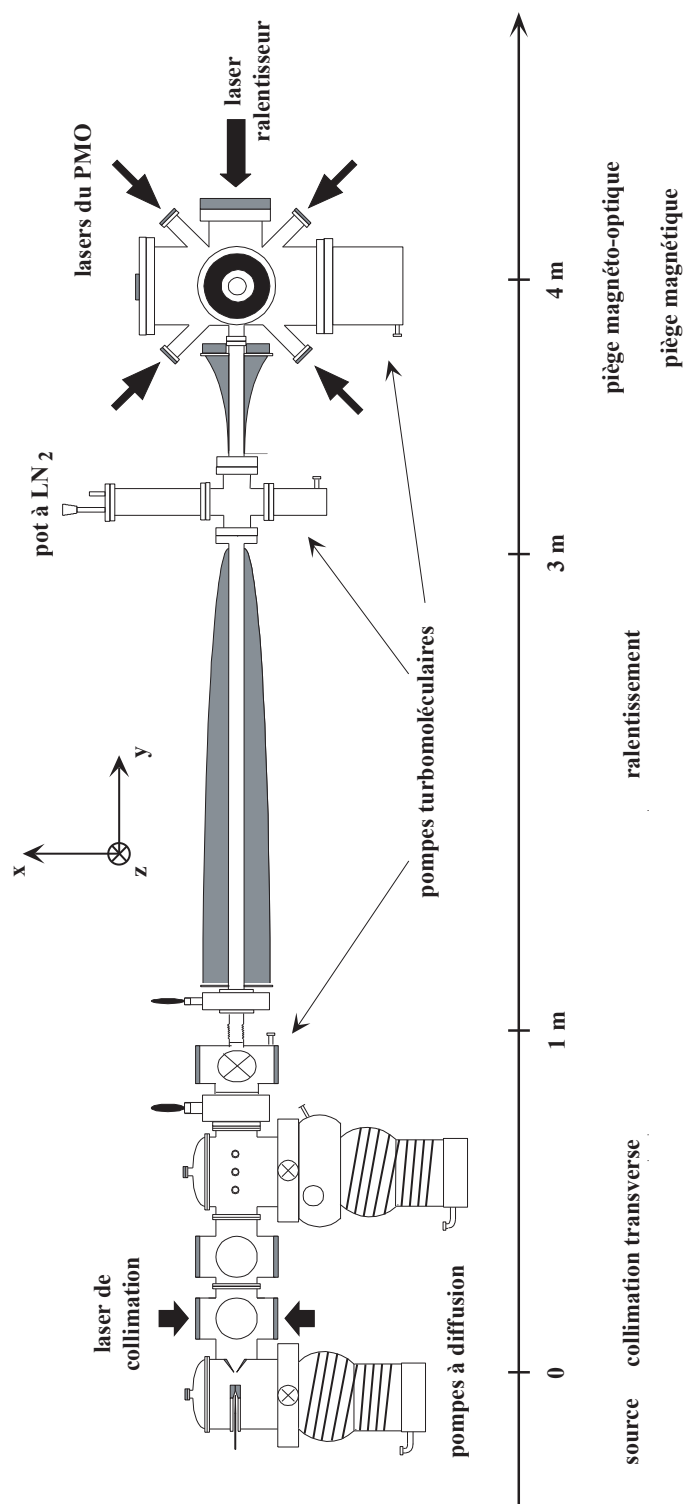


FIG. 3.1 – Schéma général du dispositif expérimental.

Leur front d'onde est courbé afin de garder l'atome à résonance avec le laser tout le long de l'interaction [91, 92, 93]. Après la mélasse transverse, le jet d'He* contient 2×10^{11} at/s avec une divergence de ~ 2 mrad. La mélasse permet ainsi d'augmenter l'intensité sur l'axe au niveau de l'enceinte, après 3 mètres de propagation, d'un facteur 100 environ.

Par ailleurs, pour diminuer le flux, au niveau de l'enceinte, du cône d'atomes restés dans l'état fondamental et donc non collimaté, on dispose des diaphragmes le long de la propagation du jet ayant chacun un diamètre égal à celui du jet collimaté et éliminant ainsi une très grande partie, environ 99,7%, du jet très divergent de fondamentaux. Néanmoins, le jet au niveau de l'enceinte contient encore 150 fois plus de fondamentaux que de métastables. Pour empêcher le jet de fondamentaux de détruire le nuage piégé, un obturateur mécanique sous vide bloque le jet atomique en dehors des périodes de chargement du PMO. D'autres part, ces différents diaphragmes permettent l'établissement d'un vide différentiel entre les différentes parties.

3.1.3 La zone de ralentissement Zeeman

A partir de la vanne située juste après l'enceinte de collimation transverse, le pompage est assuré par des pompes turbo-moléculaires. Un vide différentiel est établi par différents diaphragmes et par la géométrie même du ralentisseur Zeeman qui est un long tube de quelques centimètres de diamètre. Le vide est d'environ 3×10^{-8} mbar juste après la vanne, et est inférieur à 10^{-10} mbar au niveau de la zone de piégeage.

La technique utilisée consiste à décélérer le jet grâce à la pression de radiation exercée sur les atomes par un faisceau laser saturant. Celui-ci est maintenu sur la résonance atomique tout au long de la décélération à l'aide d'un solénoïde produisant un champ magnétique variable. Le champ ainsi créé permet de compenser en permanence, par effet Zeeman, le désaccord Doppler des atomes en train de ralentir. De cette manière, la vitesse des atomes est réduite de 1200 m/s à ~ 100 m/s.

Au cours du ralentissement, à cause de la diffusion transverse provoquée par l'émission spontanée de photons, le diamètre du jet augmente considérablement : il passe de quelques millimètres à 4 cm ! Cette divergence particulièrement importante en sortie du ralentisseur Zeeman impose de propager le jet sur une distance la plus courte possible après le ralentisseur. Il faut donc charger le PMO le plus près possible de la sortie du ralentisseur Zeeman pour obtenir un chargement efficace.

Au final, quelques pour cent de la distribution en vitesse initiale du jet sont ralentis, soit un flux d'He* de l'ordre de 5×10^9 at/s. A cause de l'étalement transverse du jet, 10% sont transférés dans le PMO, soit un taux de chargement du PMO de 5×10^8 at/s.

3.1.4 La zone de piégeage

Nous avons fait le choix d'utiliser comme détecteur une galette de micro-canaux pour tirer au maximum profit de l'originalité de l'hélium métastable. Nous verrons notamment dans le prochain chapitre toutes les possibilités qu'offre la détection du signal d'ions. Ce choix nous a contraints à utiliser une enceinte métallique et non une cellule en verre comme c'est souvent le cas. Une tel type d'enceinte présente des inconvénients. Son caractère conducteur tout d'abord permet l'établissement de courants de Foucault lors de la coupure des champs magnétiques. Nous verrons que les champs qu'ils créent peuvent perturber nos mesures par temps de vol. Une telle enceinte pose également des problèmes d'encombrement. Les contraintes géométriques sont très importantes : il faut faire passer les faisceaux lasers du PMO dans des directions orthogonales, il faut disposer les bobines qui créent le champ magnétique le plus près possible des atomes pour obtenir un confinement le meilleur possible et il faut, enfin, placer le centre du piège le plus près possible de la sortie du ralentisseur Zeeman pour que le flux d'He* ralenti ne diminue pas trop à cause de l'étalement transverse du jet. La géométrie de l'enceinte a été conçue pour optimiser ces différents paramètres [48]. Celle-ci se présente sous la forme d'une croix en acier Inoxydable 304 L de volume approximatif 8 ℓ . Des brides ré-entrantes, comme schématisé sur la figure 3.2, permettent d'approcher de la zone de piégeage des bobines pour produire les champs magnétiques (voir chapitre 3.2), évitant ainsi de les placer sous vide où les risques de dégazage dû à leur chauffage auraient été importants.

Nous verrons qu'un refroidissement évaporatif efficace nécessite de piéger les atomes pendant des durées de l'ordre de la minute. La qualité du vide est donc un élément déterminant de l'expérience. L'enceinte est étuvée pendant 3 ou 4 jours à une température de 250 °C environ. Le pompage de l'enceinte jusque dans la gamme de 10^{-10} mbar est assuré par une pompe turbomoléculaire de 500 ℓ /sec dont le taux de compression pour l'hélium et l'hydrogène est élevé (respectivement 5×10^7 et 5×10^6). Pour atteindre des pressions dans la gamme des 10^{-11} mbar, on utilise un sublimateur de titane (voir [48] pour plus de détails).

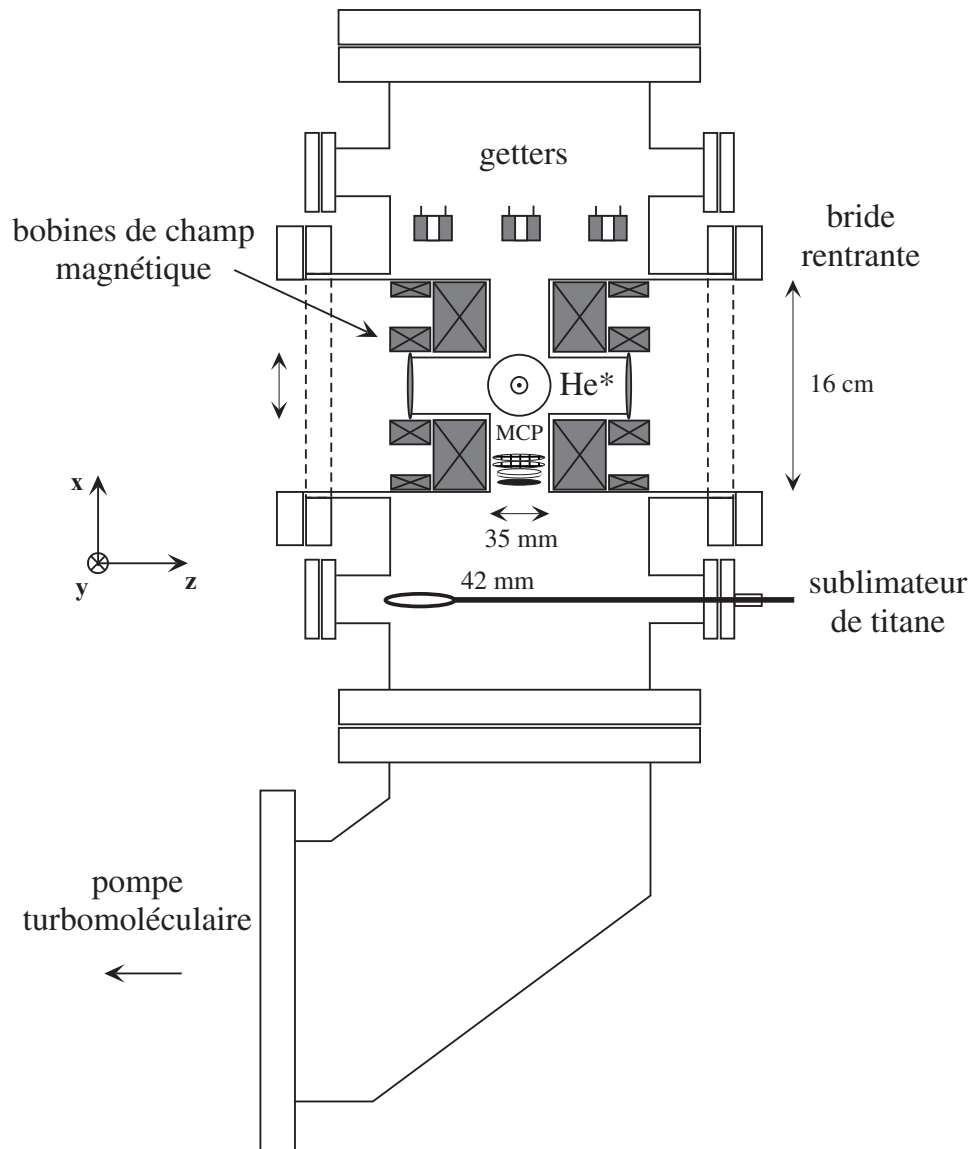


FIG. 3.2 – Schéma de l'enceinte ultra-vide utilisée pour le piégeage des atomes. Les proportions sont approximativement respectées.

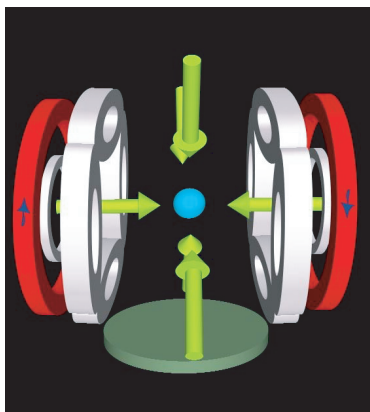


FIG. 3.3 – Configuration du PMO : pendant cette phase, seules les deux grandes bobines (bobines de compensation du piège magnétique), représentées en gris foncé, sont activées et servent à créer le gradient de champ magnétique. Les petites flèches indiquent le sens de parcours du courant dans ces bobines. Les 6 grandes flèches représentent les lasers de piégeage. La galette de micro-canaux (MCP) est représentée entre les bobines sous les atomes.

3.1.5 Piège magnéto-optique (PMO)

Le piégeage est réalisé par 3 faisceaux lasers saturants, rétro-réfléchis, désaccordés vers le rouge et polarisés circulairement. Ceux-ci sont dilatés à la taille maximale permise par nos fenêtres (largeur totale des faisceaux à $1/e^2$ égale à 2 cm) afin de maximiser la plage de capture spatiale du PMO. Le gradient de champ magnétique est produit par les bobines de compensation du piège magnétique de Ioffe-Pritchard (qui sera décrit au chapitre 3.2), parcourues par des courants en sens opposés. La figure 3.3 montre ces différents éléments.

La particularité d'un PMO d' He^* est que le nombre d'atomes est très fortement limité par la présence de collisions inélastiques assistées par la lumière [94, 48]. En effet, le taux de collisions Penning à deux corps à prendre en compte ici est le taux non polarisé qui est déjà très important (voir chapitre 1). De plus, la présence de lumière proche de résonance augmente le taux de collisions. Le mécanisme de cette augmentation a été donné par Gallagher et Pritchard dans le cas du sodium [95]. Il est applicable au cas des atomes métastables [96] et est résumé sur la figure 3.4.

On fait l'hypothèse qu'une collision Penning a lieu avec une probabilité de 100 % dès que deux atomes d' He^* sont séparés de moins de $\sim 0,5$ nm (soit ~ 10 rayons de Bohr) [55]. Deux atomes d' He^* dans l'état 3S_1 interagissent par le potentiel d'interaction effectif (1.5). Comme discuté dans le premier chapitre, ce potentiel présente une barrière pour $l = 1$ de hauteur ≈ 10

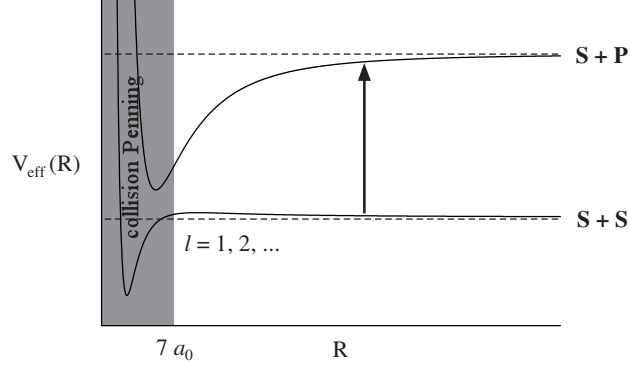


FIG. 3.4 – Principe de l’augmentation des collisions Penning en présence de lumière proche de résonance. l désigne le moment angulaire des premières ondes partielles produisant une barrière centrifuge.

mK, située à ~ 4 nm du centre de force. Des atomes dans un PMO ont une température proche de 1 mK et seule l’onde s ($l = 0$) permet aux atomes d’atteindre la zone dans laquelle la collision Penning a lieu. La constante de collision $\beta_{\text{non pol}}$ pour des atomes non polarisés est dans la gamme de 10^{-10} cm³/s.

En présence de lumière laser proche de la résonance de la transition $2^3S_1 - 2^3P_2$ utilisée pour le piégeage et désaccordée vers le rouge, un des atomes de la collision peut passer dans l’état excité 3P_2 par absorption d’un photon. Il interagit alors avec le deuxième atome par une interaction dipôle-dipôle en C_3/r^3 ($C_3 = 19.25$ u.a.²) pour laquelle environ $l_{\text{max}} \approx 10$ ondes partielles contribuent à la collision. La section efficace de collision variant comme $\sum_0^{l_{\text{max}}} 2l + 1 \sim (l_{\text{max}} + 1)^2$, le taux de collisions Penning en présence de lumière est augmenté de 2 ordres de grandeur environ.

Une façon de réduire l’influence de ces collisions assistées par la lumière est donc de désaccorder les lasers de piégeage, afin de limiter la fraction d’atomes dans l’état excité. Ainsi, le point de fonctionnement optimal du PMO, obtenu en maximisant le nombre d’atomes piégés, conduit à un désaccord des lasers de $\sim 25 \Gamma$, où $\Gamma = 1,6$ MHz. Pour conserver l’effet piégeant, le gradient de champ magnétique doit être élevé. A partir d’un gradient de 50 G/cm (direction forte (Oz)), on montre expérimentalement que le nombre d’atomes sature alors à environ $5 \cdot 10^8$, avec une température d’environ 1 mK. La taille du nuage piégé (demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$) suivant (Oz) vaut environ 2 mm, ce qui donne une densité au centre de $n_0 \sim 4 \cdot 10^9$ at/cm³.

²unités atomiques : 1 Bohr $\simeq 0.53$ Å, et 1 Hartree $\simeq 27.2$ eV

3.1.6 Mélasse optique à 3 dimensions

Comme évoqué au début du chapitre, on souhaite transférer le nuage pré-refroidi dans le piège magnétique avec une température la plus basse possible afin de transférer tous les atomes du PMO dans le piège magnétique (ne pas tronquer la distribution en énergie lors du transfert dans le piège magnétique à cause de sa profondeur finie) et afin d'obtenir un taux de collisions élastiques le plus élevé possible.

Pratiquement, pour refroidir les atomes du PMO en-dessous de 1 mK, on leur applique une phase de mélasse optique à trois dimensions. Cette phase est réalisée en coupant le champ magnétique. En agissant sur la commande du modulateur acousto-optique placé dans les faisceaux de piégeage, on rapproche leur fréquence de résonance jusqu'à quelques Γ et leur intensité est divisée par 10. A l'aide de bobines annexes, on compense les champs magnétiques résiduels. La mélasse est appliquée pendant 5 ms. Cette durée constitue un compromis entre un temps plus court mais moins efficace du point de vue du refroidissement, et un temps plus long entraînant des pertes par collisions Penning. On obtient ainsi un nuage à une température d'environ 300 μK et contenant environ 4×10^8 atomes dans un volume identique à celui du PMO. Ces mesures sont néanmoins très approximatives car elles sont obtenues par l'analyse du temps de vol des atomes sur le MCP alors que la température des atomes est faible. Dans cette gamme de températures, les atomes sont très sensibles aux gradients résiduels pendant leur chute jusqu'au détecteur. De plus, la compensation des champs magnétiques résiduels n'est pas parfaite et les atomes peuvent avoir une vitesse globale non nulle au moment de la coupure. Ainsi, les temps de vol sont déformés et nous n'arrivons pas à les ajuster parfaitement avec la loi théorique C.2.

La température atteinte reste néanmoins très éloignée de la limite Doppler (40 μK pour l' He^*). Ceci pourrait s'expliquer par un déséquilibre en intensité des différents faisceaux de la mélasse. Au lieu d'avoir un seul faisceau partagé en trois bras rétro-réfléchis, l'idéal serait d'avoir 6 faisceaux indépendants. Un autre problème pourrait être le temps de coupure du champ magnétique, non-négligeable devant la durée d'application de la mélasse.

Lors du transfert du nuage du PMO dans la mélasse, le paramètre de dégénérescence $\rho_{\text{deg}} = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3$, avec $\Lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ la longueur d'onde thermique de de Broglie d'un atome, passe de 10^{-7} à environ 5×10^{-7} . Le gain en densité dans l'espace des phases n'est donc pas spectaculaire : il va falloir encore gagner 7 ordres de grandeur pour parvenir à la condensation de Bose-Einstein. Néanmoins cette phase est très importante car elle permet d'obtenir un taux de collisions élastiques suffisant dans le piège magnétique pour amorcer le refroidissement évaporatif.

3.2 Piège magnétique

Pour augmenter ce paramètre de dégénérescence, il faut à la fois augmenter la densité spatiale et diminuer la température. Or, en présence de lumière la densité est limitée par les collisions à deux corps et la température par la limite Doppler³ (même si elle n'est pas atteinte dans notre expérience). C'est pourquoi nous allons transférer les atomes dans un autre type de piège : un piège magnétique. Dans un tel piège, nous allons voir que les atomes sont polarisés, c'est à dire qu'ils sont tous dans le même sous-niveau Zeeman. Ainsi le taux de collisions à deux corps (néfastes) est énormément réduit (voir Chapitre 1) et des densités élevées deviennent réalisables. De plus, il n'existe plus de limite théorique à la température que l'on va pouvoir diminuer par une phase de refroidissement évaporatif.

Le but de cette partie est tout d'abord d'expliquer le principe du piégeage magnétique et de décrire les solutions technologiques choisies pour réaliser un tel piège. Les étapes du transfert des atomes du PMO dans le piège magnétique sont ensuite explicitées. Enfin, les mesures expérimentales des caractéristiques du piège sont décrites.

3.2.1 Principe

Le moment dipolaire magnétique permanent $\boldsymbol{\mu}$ d'un état atomique s'écrit, en fonction de son moment cinétique total \mathbf{J} , comme $\boldsymbol{\mu} = -g_J \frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{J}$ avec g_J le facteur de Landé de l'état considéré. Le piégeage magnétique est réalisé par l'interaction entre le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ de l'atome et le champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{x})$. L'énergie d'interaction s'écrit $U(\mathbf{x}) = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \hbar\omega_L$, ω_L représentant la pulsation de Larmor avec laquelle le moment magnétique précesse autour du champ magnétique. Si celle-ci est grande devant la fréquence d'oscillation du mouvement de l'atome, le moment magnétique suit adiabatiquement le champ et le potentiel d'interaction se simplifie en $U(\mathbf{x}) = g_J \mu_B m_J B(\mathbf{x})$, où m_J est la projection de \mathbf{J} sur la direction du champ magnétique (sous-niveau Zeeman) et $B(\mathbf{x})$ le module du champ $\mathbf{B}(\mathbf{x})$. Si les variations spatiales de $B(\mathbf{x})$ entraînent l'existence d'un minimum pour le potentiel $U(\mathbf{x})$, il est possible de piéger l'atome autour de ce minimum d'énergie. Les équations de Maxwell (théorème de Wing) interdisent l'existence d'un maximum local de $B(\mathbf{x})$ [98, 99]. Pour obtenir un potentiel piégeant, à savoir un minimum de $U(\mathbf{x})$, on doit donc vérifier $g_J m_J > 0$, c'est-à-dire $\boldsymbol{\mu}$ et $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ de sens opposé. Considérons le cas particulier de l'état métastable 2^3S_1 de l'He*. C'est un spin pur ($S = J = 1$) avec $g_J = +2$ et possédant trois sous-niveaux Zeeman (voir figure 3.5). D'après la remarque

³ou sub-Doppler [97]

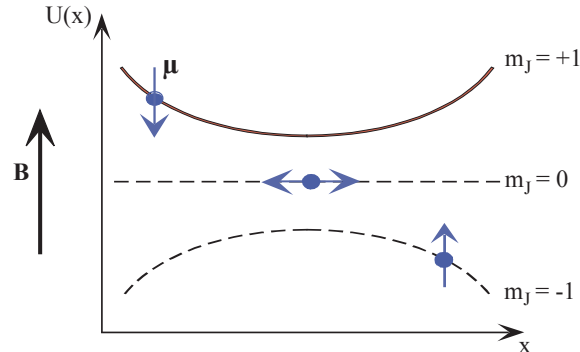


FIG. 3.5 – Sous-niveaux Zeeman de l'état 2^3S_1 de l'atome d' He^* en présence d'un champ magnétique $B(x)\mathbf{e}_x$. Seul le sous-niveau correspondant à $m_J = +1$ présente un minimum d'énergie, et peut donc être piégé.

précédente, seul le sous-niveau correspondant à $m_J = +1$ est piégeant. Le paragraphe suivant présente le champ magnétique choisi pour le piéger.

3.2.2 Champ magnétique de piégeage

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, le fait de piéger les atomes dans une enceinte, et non pas dans une cellule, impose certaines contraintes expérimentales qui limitent le choix de la configuration de piège magnétique à construire. On ne souhaite pas placer de bobines sous-vide afin d'éviter tout phénomène de dégazage. Du fait de la taille de l'enceinte, il est difficile de placer les bobines près des atomes. L'emploi de brides rentrantes permet de les en rapprocher tout en conservant un bon accès optique. La figure 3.2 montre la disposition des éléments par rapport à l'enceinte.

Le type de piège choisi est celui de Ioffe-Pritchard en configuration "feuilles de trèfle" [31]. Douze bobines génèrent le champ magnétique de piégeage, comme représenté sur la figure 3.6. Une paire de 4 bobines elliptiques crée un champ quadrupolaire de gradient B' et piège les atomes dans le plan transverse (Ox , Oy). Le piégeage suivant la direction axiale (Oz) s'effectue grâce à deux bobines parcourues par des courants de même sens et séparées par une distance plus grande que dans la configuration Helmholtz. Elles créent ainsi suivant (Oz) un champ dipolaire harmonique, de courbure B'' , superposé à un champ uniforme. La valeur de la composante du champ magnétique de piégeage suivant (Oz), prise au centre du piège, est appelée biais et notée B_0 . Une paire de bobines supplémentaire est ajoutée en configuration Helmholtz et parcourue par un courant de sens opposé à celui circulant dans les bobines du dipôle. Elle génère donc un champ uniforme suivant (Oz) de sens opposé à

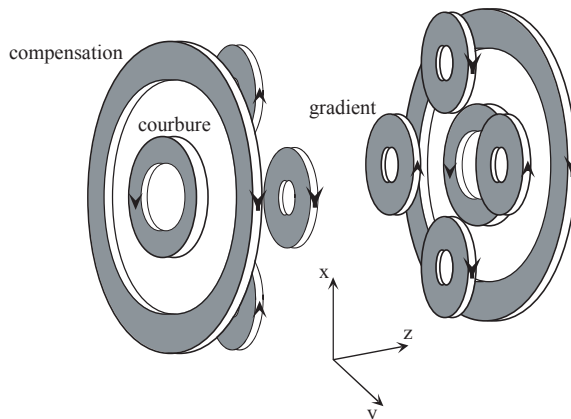


FIG. 3.6 – Ensemble des bobines du piège magnétique en configuration "feuilles de trèfle". Les bobines du gradient créent le champ quadrupolaire, celles de courbure le champ dipolaire. Les bobines de compensation permettent d'ajuster la valeur de la composante suivant (Oz) du champ magnétique de piégeage, appelée biais B_0 . Les flèches indiquent le sens de parcours du courant dans chaque bobine.

celui créé par le dipôle. Elle permet ainsi d'ajuster la valeur du biais, voire de compenser complètement le champ uniforme créé par le dipôle afin d'obtenir un biais total B_0 très faible.

L'ensemble des bobines est constitué de spires fabriquées avec du tube de cuivre à section carrée. Pour générer le champ magnétique de piégeage, les bobines sont parcourues par un courant de ~ 220 A. Il est nécessaire d'utiliser un courant aussi important car, malgré les brides rentrantes, les bobines se trouvent loin de la zone de piégeage, à environ 2 cm des atomes. La puissance électrique consommée dans l'ensemble du piège est de l'ordre de 5 kW et il est nécessaire d'évacuer cette puissance pour éviter tout surchauffage. A cet effet, à l'intérieur du tube circule de l'eau de refroidissement sous pression.

Considérons pour l'instant le champ magnétique créé par les seules bobines du quadrupôle et du dipôle, sans considérer les bobines de compensation. L'expression la plus générale du champ de piégeage $\mathbf{B}(x, y, z)$ généré s'écrit, en fonction des paramètres B_0 , B' , B'' déjà cités plus haut et en se limitant aux termes d'ordre 2 en x , y , et z , [100]

$$\mathbf{B}(x, y, z) \simeq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + B'' \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Le couplage atome-champ fait intervenir le module $B(x, y, z)$ du champ ma-

gnétique qui vaut alors

$$B(x, y, z) \simeq \sqrt{\left(B_0 + B'' \left(z^2 - \frac{x^2 + y^2}{2}\right)\right)^2 + B'^2(x^2 + y^2)}. \quad (3.2)$$

Le piège de Ioffe-Pritchard peut fonctionner dans deux régimes différents suivant la taille, et donc la température, du nuage atomique. Dans le cas où $z \ll \sqrt{\frac{B_0}{B''}}$ et $\sqrt{x^2 + y^2} \ll \frac{B_0}{B'}$, c'est-à-dire $k_B T \ll 2\mu_B B_0$, on peut effectuer un développement à l'ordre 2 de l'expression 3.2 et on obtient

$$B(x, y, z) \simeq B_0 + \left(\frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{2}\right)(x^2 + y^2) + B''z^2. \quad (3.3)$$

Le champ est donc harmonique dans les trois dimensions avec une courbure axiale B'' et une courbure radiale égale à $\left(\frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{2}\right)$. Cette approximation est valable avec des nuages atomiques froids ou avec un biais élevé. Dans le cas contraire, le piège devient semi-linéaire dès que l'on s'éloigne du centre. Les directions radiales sont linéaires de gradient B' et celle axiale est harmonique de courbure B'' .

Expérimentalement, au fil de la séquence effectuée pour obtenir la condensation de Bose-Einstein, le piège fonctionne dans différents régimes. Le nuage atomique issu de la mélasse optique est chargé dans le piège magnétique, sans courant dans les bobines de compensation, avec typiquement $B' \sim 85$ G/cm, $B'' \sim 25$ G/cm² et $B_0 \sim 190$ G. Les atomes voient donc un potentiel harmonique anisotrope ($\frac{k_B T}{2\mu_B B_0} \sim 0,01$), avec une courbure radiale de 7 G/cm² et une courbure axiale de 25 G/cm². Le piège doit ensuite être comprimé afin d'augmenter le taux de collisions élastiques. Pour cela, on ajoute les bobines de compensation. Elles ont pour effet de diminuer le biais B_0 et donc, d'après 3.3, d'augmenter fortement la courbure radiale. La courbure axiale est quant à elle légèrement diminuée car les bobines de compensation ne sont pas parfaitement en Helmholtz. En fin de compression, le biais total vaut 300 mG. Le fond du potentiel est alors harmonique très anisotrope avec une courbure radiale de 12000 G/cm² et axiale d'environ 20 G/cm². Mais le nuage atomique étant encore très chaud (de l'ordre de 1 mK, soit $\frac{k_B T}{2\mu_B B_0} \sim 25$), il ne reste pas au fond du piège et explore une large zone du puits de potentiel. Il voit donc le potentiel semi-linéaire avec un gradient de 85 G/cm et une courbure axiale d'environ 20 G/cm². Puis, grâce au refroidissement évaporatif, la température du nuage est diminuée jusqu'à ~ 1 μ K où la condensation se produit. A partir de températures inférieures à une dizaine de μ K, les atomes restent au fond du potentiel et n'explorent plus que la partie harmonique du potentiel ($\frac{k_B T}{2\mu_B B_0} \sim 0,02$ pour $T = 1$ μ K). Les figures 3.7 et 3.8 montrent l'allure du champ magnétique dans le cas d'un piège non comprimé, c'est-à-dire

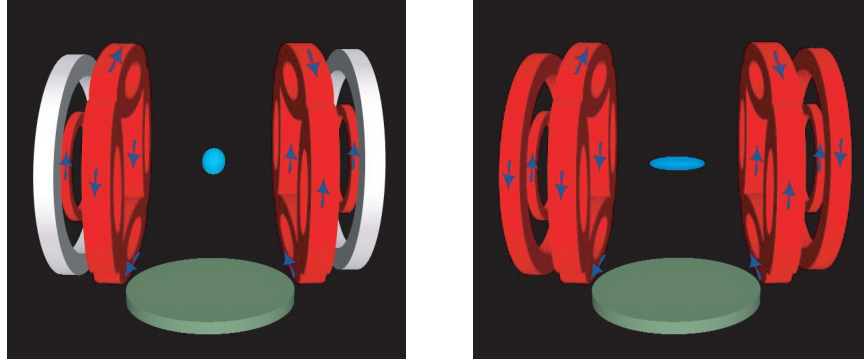


FIG. 3.7 – Vue des bobines du piège magnétique avec le MCP situé au-dessous du nuage atomique. La figure de gauche représente le piège en configuration non comprimée, celle de droite le représente avec les bobines de compensation alimentées, servant à la compression. Les flèches indiquent le sens du courant dans les diverses bobines.

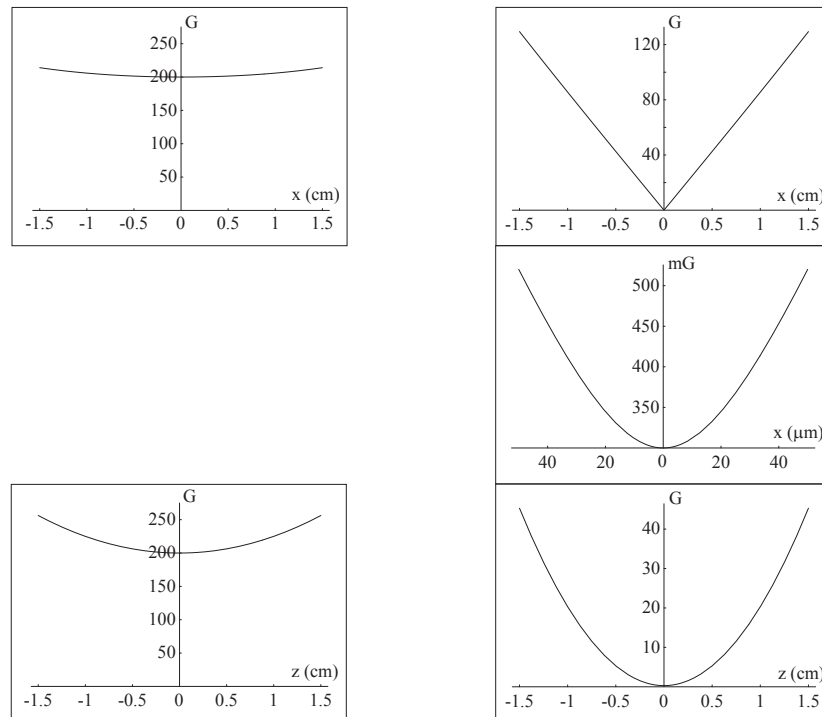


FIG. 3.8 – Profil du module B (3.2) du champ magnétique en fonction des coordonnées radiale x et axiale z . La colonne de gauche correspond à un piège non comprimé ($B_0 \sim 190$ G) et montre que B est harmonique dans les deux directions. La colonne de droite correspond à un piège comprimé jusqu'à $B_0 = 300$ mG. On voit que, dans ce cas, B varie de manière harmonique suivant la direction axiale et linéairement suivant celle radiale. L'encart du milieu montre qu'il existe toutefois dans cette direction une partie harmonique très près de l'origine.

sans courant dans les bobines de compensation, avec un biais de 190 G, et dans celui d'un piège comprimé (bobines de compensation alimentées) avec un biais total de 300 mG.

3.2.3 Transfert du PMO dans le piège magnétique

3.2.3.1 Adaptation à la mélasse

Le nuage atomique après la phase de mélasse peut être modélisé par un nuage gaussien isotrope dont la densité peut s'écrire $n = n(0) e^{-\frac{1}{2}(\frac{r}{r_0})^2}$, avec r_0 la demi largeur à $1/\sqrt{e}$. Afin de ne pas chauffer l'échantillon atomique et conserver le même paramètre de dégénérescence, le nuage doit, en théorie, être chargé dans un piège magnétique de même volume [48, 50]. La densité dans un piège magnétique harmonique isotrope peut s'écrire $n = n(0) e^{-\frac{2\mu_B B'' r^2}{k_B T}}$. Ainsi l'adaptation est réalisée pour :

$$2\mu_B B'' r_0^2 = \frac{1}{2} k_B T \quad (3.4)$$

Compte tenu de la température de la mélasse (300 μ K) et de sa taille ($r_0 \simeq 2$ mm), il faut utiliser une courbure de l'ordre de $B'' \simeq 28$ G/cm². Dans le piège magnétique non comprimé, c'est-à-dire sans courant dans les bobines de compensation, la courbure du piège peut aller de 0 à 7 G/cm² dans la direction radiale et de 0 à 25 G/cm² dans celle axiale en fonction du courant qui circule dans les bobines (la courbure axiale vaut 3,6 fois celle radiale et cette valeur est constante car c'est le même courant qui circule dans l'ensemble des bobines quadripôle-dipôle). Pour s'approcher de la courbure de la mélasse, il faut donc, en théorie, charger le piège magnétique non-comprimé avec les courbures maximales (à savoir 240 A dans l'ensemble dipôle-quadripôle). Nous avons expérimentalement montré que c'était bien le cas [50]. Néanmoins, ce choix n'est pas très critique, car le choix d'un courant deux fois plus faible ne modifie le nombre d'atomes et la température que de 10% environ [50].

On peut se demander si, pour mieux s'adapter à la mélasse il ne faudrait pas charger le piège magnétique déjà légèrement comprimé, de manière à obtenir des courbures radiale et axiale proches de celle de la mélasse. Par exemple, un courant de 240 A dans l'ensemble des bobines quadripôle-dipôle et de 110 A dans les bobines de compensation permet d'obtenir une courbure radiale égale à 28 G/cm² et une courbure axiale égale à 24 G/cm², le biais total du piège valant 90 G. Pour des raisons techniques de gestion des alimentations, il s'avère plus difficile de charger le piège magnétique avec les bobines de compensation déjà alimentées. Nous avons toutefois réalisé de tels tests et nous avons observé une augmentation du nombre d'atomes et une

diminution de la température de 10% environ. Cependant, la phase de pompage optique décrite dans le prochain paragraphe s'avère moins efficace dans ce cas là. Finalement la démarche adoptée pour le transfert de la mélasse dans le piège magnétique consiste donc à charger le piège non comprimé avec les courbures maximales (à savoir 240 A dans l'ensemble dipôle-quadrupôle). On gardera cependant en mémoire qu'il est possible de gagner environ 10 à 20% sur le nombre d'atomes et la température en soignant l'adaptation à la mélasse. Cela pourra être fait si l'on souhaite étudier des condensats ou des nuages froids particulièrement gros.

3.2.3.2 Pompage optique

Le seul sous-niveau Zeeman piégeant de l'atome d'He* est celui correspondant à $m_J = +1$. Le sous-niveau $m_J = 0$ est en effet non-piégeant et celui $m_J = -1$ est anti-piégeant. Or, l'échantillon atomique issu de la mélasse se trouve *a priori* non polarisé, les 3 sous-niveaux étant équiprobables. La phase de pompage optique consiste à peupler le sous-niveau Zeeman piégeant à l'aide d'un faisceau laser, avant le transfert dans le piège magnétique. Le laser de pompage, à résonance sur la transition atomique $2^3S_1 - 2^3P_2$, possède une polarisation $\sigma+$ par rapport au champ uniforme du biais, la direction (Oz) du biais étant choisie comme axe de quantification du système. Ainsi, il suffit de quelques photons échangés avec le laser de pompage pour faire passer les atomes des sous-niveaux $m_J = 0$ et $m_J = -1$ vers le sous-niveau piégeant $m_J = +1$ (voir annexe A). Le pompage optique permet ainsi d'obtenir un transfert dans le piège magnétique plus efficace.

On utilise un faisceau laser rétro-réfléchi, tourné d'un angle de 10° environ par rapport à l'axe (Oz) à cause de l'encombrement géométrique autour de l'enceinte, dû à la présence du faisceau horizontal servant au PMO. Le faisceau est très saturant (paramètre de saturation à résonance $s = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sim 100$) avec une puissance de ~ 15 mW et un diamètre à $\frac{1}{e^2}$ de $\sim 1,5$ cm, éclairant ainsi tout le nuage atomique. La séquence temporelle adoptée est la suivante :

- Les faisceaux de la mélasse optique sont coupés par un modulateur accousto-optique placé sur le faisceau.
- Le champ magnétique de piégeage est branché aussitôt après ($\sim 100 \mu\text{s}$ d'attente entre les deux instructions)
- Puis on attend $30 \mu\text{s}$ que le champ augmente afin d'avoir un champ directeur suivant (Oz)
- On envoie ensuite une impulsion de pompage optique pendant $30 \mu\text{s}$.
- Enfin, on comprime le piège magnétique et on stabilise le biais (voir paragraphe suivant).

Les différents paramètres du pompage optique, tels que la durée ou le

moment d'application, sont choisis en optimisant le taux de transfert de la mélasse vers le piège magnétique. La comparaison des nombres d'atomes détectés montre que le pompage optique permet de transférer environ trois fois plus d'atomes dans le piège magnétique. Ainsi, la majorité des atomes semble être transférée dans le piège magnétique. Le pompage optique modifie peu la température obtenue pour l'échantillon atomique dans le piège magnétique. On observe parfois selon le temps d'application et la fréquence du pulse laser un léger refroidissement (environ 10%), le laser rétro-réfléchi jouant alors le rôle de mélasse Doppler dans le piège magnétique. Cette possibilité n'a pas encore été complètement étudiée et il est possible que l'on puisse encore gagner sur le taux de collisions élastiques en optimisant ce refroidissement.

3.2.3.3 Compression du piège et stabilisation du biais.

La configuration du piège magnétique à choisir pour optimiser son chargement (piège pas ou peu comprimé) n'est pas la même que celle qui optimise le taux de collisions élastiques final (piège comprimé). Le but de ce paragraphe est de décrire la manière dont nous passons de l'une à l'autre, c'est à dire dont nous diminuons le biais et comment nous stabilisons le biais final.

Pour refroidir le nuage nous allons passer par une phase de refroidissement évaporatif. Pour que ce processus soit efficace, il faut un taux de collisions élastiques le plus élevé possible et donc une densité élevée. On souhaite passer de la configuration la mieux adaptée au transfert des atomes dans le piège magnétique, à la configuration qui optimise le taux de collision élastique, de façon adiabatique. En effet, toute non-adiabaticité entraîne une diminution de la densité dans l'espace des phases. A densité dans l'espace des phases constante, la densité la plus élevée est obtenue pour la température la plus grande :

$$n\Lambda_{dB}^3 = Cst \Rightarrow n \propto T^{3/2} \quad (3.5)$$

Il s'agit donc d'augmenter adiabatiquement la température. Pour un piège harmonique, la taille du nuage dans chaque direction est proportionnelle à la fréquence d'oscillation et à la racine carrée de la température. On a donc :

$$n\Lambda_{dB}^3 \propto \frac{\omega^3}{T^3} = Cst \quad (3.6)$$

La température augmente donc au cours de la compression dans le rapport des fréquences d'oscillations $T_f/T_i = \omega_f/\omega_i$ et c'est donc la configuration la plus comprimée qui est la plus favorable. Dans notre cas cependant, quand on diminue le biais, à partir d'une certaine valeur (15 G pour une température de 1 mK), la condition $\frac{k_B T}{2\mu_B B_0} \ll 1$ n'est plus vérifiée et le piège devient semi-linéaire. Les calculs deviennent alors plus complexes mais peuvent être menés analytiquement [48]. On trouve comme attendu que la température

finale ne dépend alors plus de la valeur finale du biais. Il suffit donc de comprimer le piège jusqu'à un biais d'une dizaine de Gauss pour obtenir la densité maximale. Cependant, au cours du refroidissement, on va revenir dans une situation où les atomes voient un piège harmonique, et le taux de collisions sera alors optimum pour le biais le plus faible possible. Ainsi, il est préférable de se placer dès le début avec un biais le plus faible possible.

On veut être à la fois adiabatique au sens du mouvement de chaque atome ($\dot{\omega}/\omega \ll \omega$) et au sens thermodynamique⁴ ($\dot{\omega}/\omega \ll \gamma_{el}$). Cette dernière condition exprimant le fait qu'il faut être suffisamment lent devant le taux de collisions élastiques (γ_{el}) pour que la température revienne à un état d'équilibre à chaque instant. La première condition est réalisée expérimentalement en faisant la compression en un temps supérieur à une centaine de millisecondes. Par contre, notre taux de collisions élastiques étant inférieur à l'unité au départ de la compression [50], la deuxième condition implique un temps de compression de plusieurs dizaines de secondes. Expérimentalement, nous n'avons pas vu d'effet significatif de la durée de compression sur la température [50] pour les durées que nous sommes capables d'imposer sans perdre trop d'atomes (entre 200 ms et 10 s). Nous avons donc choisi de réaliser la compression en 200 ms.

Pour comprimer le piège, le schéma électrique réalisé est celui de la figure 3.9 et la séquence temporelle adoptée est la suivante :

- Les alimentations 1 et 2 sont mises en contrôle tension. L'alim 1 impose une tension de 15.7 V et l'alim 2 une tension de 0 Volt. Les IGBT 1,2 et 3 sont ouverts et aucun courant ne circule.
- Les faisceaux de la mélasse optique sont coupés par un modulateur accousto-optique placé sur le faisceau.
- Les IGBT 1 et 3 sont fermés : l'alimentation 1 débite et fait circuler un courant $I = I_1 \simeq 230$ A dans les bobines du quadrupôle et du dipôle, générant respectivement le gradient et la courbure du piège non comprimé.
- Le pulse de pompage optique est appliqué
- L'IGBT 2 est fermé alors que l'alim 2 est en contrôle tension afin d'éviter des pics soudain de courant et des oscillations.
- On passe alors l'alim 2 en contrôle courant et on rampe son courant de 0 à 220 A. L'alim 1 est commandée en tension de manière à maintenir une tension V_1 constante et donc un courant $I \sim 230$ A constant dans l'ensemble quadrupôle-dipôle. Au fur et à mesure de la compression, le courant I_2 augmente tandis que I_1 décroît de sorte à maintenir I constant. On arrive ainsi à diminuer le biais jusqu'à 300 mG avec un

⁴Cette condition n'est nécessaire que dans le cas d'un piège non-isotrope [48], et permet que la température finale soit $T_i \times \frac{(\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}}{\omega_i}$ au lieu de $T_i \times \frac{\omega_x + \omega_y + \omega_z}{3\omega_i}$

gradient et une courbure axiale conservés.

- Enfin on ferme le relais et le courant débité par l'alim 1, mesuré par une pince ampèremétrique, est asservi en rétro-agissant sur la commande analogique de l'alim 1.

Ainsi, dans la configuration finale, ce sont les courants qui sont fixés et non les tensions. Le biais ne dépend donc pas de la valeur des résistances des bobines. En effet, les variations de température des bobines peuvent engendrer des variations des résistances non-négligeables qui engendreraient des variations du biais. Ces variations sont à moyen terme (chauffage progressif des bobines quand le courant passe de 0 à 220 A) et à très long terme (variation de la température de l'eau de refroidissement des bobines entre l'été et l'hiver). Cette configuration nous permet de nous affranchir de telles variations. Nous verrons qu'il reste néanmoins des fluctuations du biais à court terme de l'ordre de 30 mG.

Ces fluctuations peuvent s'expliquer d'une part par la stabilité des courants. En effet l'alim 1 fournit un courant de 220 A. Le constructeur garantit une stabilité de 0.1% en contrôle tension mais ne donne pas de spécification en contrôle courant. Les bobines de compensation créent un biais de -1 G/A environ alors que les bobines du dipole créent un biais de 0.95 G/A environ. Ainsi une variation du biais de 30 mG serait expliquée par une stabilité en courant de cette alimentation de l'ordre de 0.3%, ce qui est réaliste. La deuxième alimentation fournit un courant de 10 A environ, en fin de compression. Les instabilités de ce courant sont intégralement transmises au biais. Des fluctuations du biais de 30 mG s'expliqueraient donc par une stabilité de notre asservissement de 0.3% ce qui est également réaliste. Le biais peut également fluctuer du fait de la dilatation mécanique des bobines lorsqu'elles chauffent. Un déplacement de $10\ \mu\text{m}$ de chaque bobine de compensation pourrait expliquer des variations du biais de 30 mG. Enfin, une partie de ces fluctuations pourrait être due à des fluctuations des champs magnétiques parasites présents dans la pièce.

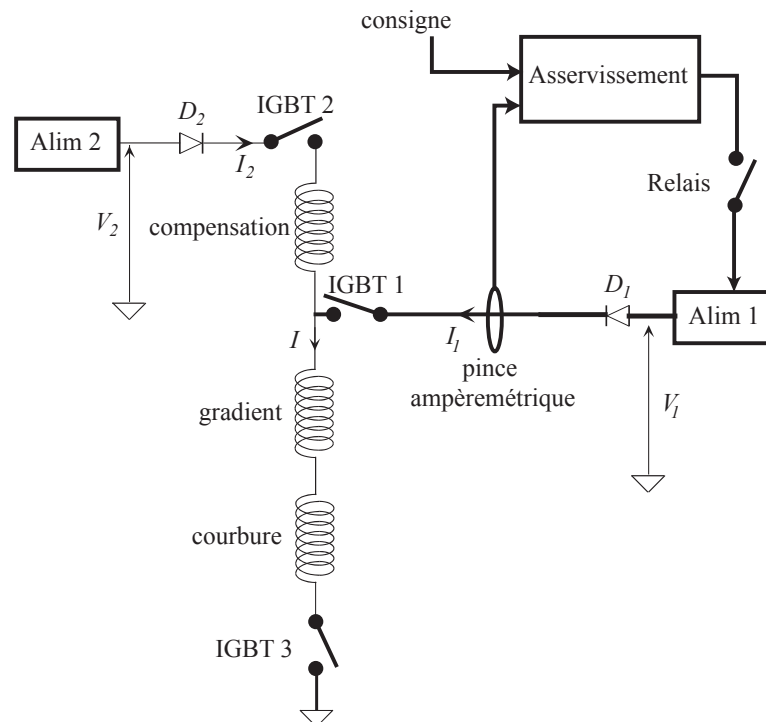


FIG. 3.9 – Schéma simplifié de l'alimentation des bobines du piège magnétique permettant de découpler le courant dans les bobines de compensation de celui circulant dans l'ensemble quadrupôle-dipôle. La partie du circuit permettant d'utiliser les bobines de compensation pour créer le champ magnétique du PMO [48] n'a pas été représentée. Au fur et à mesure de la compression, le courant I_2 augmente tandis que I_1 décroît de sorte à maintenir I constant. En fin de compression, le relais est fermé et le courant I_1 , lu par une pince ampèremétrique, est asservi à sa valeur de consigne.

3.2.4 Mesures des fréquences d'oscillations

Lorsque la température du nuage est assez faible, nous avons vu que les atomes voient un potentiel de piégeage harmonique. Ce potentiel peut se mettre sous la forme :

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2} m\omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m\omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m\omega_z^2 z^2$$

où l'on a introduit les pulsations ω_i correspondant aux fréquences d'oscillations dans chacune des trois directions du piège. Théoriquement, la valeur des fréquences d'oscillation s'exprime en fonction des paramètres du piège magnétique selon :

$$\omega_{x,y} = \sqrt{\frac{4\mu_B}{m} \left(\frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{2} \right)} \sim \sqrt{\frac{4\mu_B}{m} \frac{B'^2}{2B_0}}, \text{ et } \omega_z = \sqrt{\frac{4\mu_B}{m} B''}. \quad (3.7)$$

avec $B' \simeq 85$ G/cm et $B'' \simeq 20$ G/cm². Pour un biais $B_0 = 360$ mG, on obtient les valeurs numériques $\omega_{x,y}/2\pi \simeq 1200$ Hz et $\omega_z/2\pi \simeq 50$ Hz. Cependant, ces valeurs sont approximatives (précision de l'ordre de 20%) car les mesures du gradient et de la courbure ne peuvent pas être réalisées in-situ. Elles ont donc été effectuées avec les bobines sorties des brides rentrantes, dans une configuration la plus proche possible de la configuration utilisée. Or, les valeurs mesurées sont très sensibles à la position relative exacte des différentes bobines.

La méthode habituellement utilisée pour faire la mesure des fréquences d'oscillations est de moduler la fréquence d'oscillation du piège pour provoquer le chauffage d'un nuage d'atomes piégés, initialement suffisamment froid pour être dans le régime harmonique du piège. Pour constater le chauffage, on utilise habituellement une mesure par temps de vol. Nous avons, nous aussi, utilisé de telles techniques dont les résultats sont présentés dans cette partie. Nous avons également utilisé le taux d'ions comme révélateur du chauffage du piège. Ces résultats sont présentés dans le chapitre 4.

Expérimentalement, on utilise une paire de bobines annexes en configuration Helmholtz et d'axe parallèle à la direction (Oz) du biais. Ces bobines sont alimentées par un courant modulé sinusoïdalement à la fréquence ν_{bob} autour de la valeur nulle. Ceci crée une modulation du biais d'une centaine de mG à ν_{bob} autour de la valeur centrale 360 mG, et donc les fréquences d'oscillation suivant (Ox) et (Oy) se trouvent modulées à ν_{bob} également. On étudie la température, déduite de mesures de temps de vol sur le MCP, d'un nuage atomique froid à 4 μ K pour différentes valeurs de la fréquence de modulation ν_{bob} appliquée au piège. La modulation est appliquée pendant quelques centaines de ms. Il apparaît un chauffage de quelques microkelvins autour de la fréquence $\nu_{\text{bob}} = 2224$ Hz, comme représenté sur la figure 3.10.

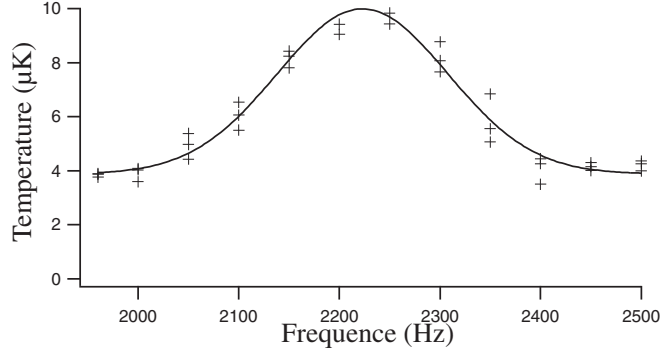


FIG. 3.10 – Température du nuage atomique piégé en fonction de la fréquence de modulation ν_{bob} appliquée au piège. Le nuage, à $4 \mu\text{K}$ normalement, subit un chauffage de quelques microkelvins pour des fréquences de l'ordre de 2200 à 2300 Hz. Ce chauffage traduit une résonance paramétrique due à une agitation des atomes piégés à deux fois leur fréquence d'oscillation normale. Les points expérimentaux de la résonance sont bien ajustés par une gaussienne (courbe grise) maximale pour 2224 Hz et d'une largeur de 100 Hz environ. La fréquence d'oscillation déduite vaut donc $\omega_{x,y}/2\pi = 2224/2 = 1112$ Hz.

Ce chauffage traduit une résonance paramétrique due à une excitation des atomes piégés à deux fois leur fréquence d'oscillation normale [101, 102, 103]. Ainsi, expérimentalement, on mesure $\omega_{x,y}/2\pi = \nu_{\text{bob}}/2 = 1112$ Hz, en bon accord avec la valeur théorique calculée.

Au cours de nos expériences, nous avons été amenés à modifier la fréquence d'oscillation pour explorer des gammes de densités différentes. Pour ce faire, nous avons modifié la valeur du biais B_0 entre 400 et 150 mG. Des mesures semblables à celles présentée sur la figure 3.10 ont permis de mesurer des fréquences d'oscillations entre 1 et 2 kHz. L'ordre de grandeur des fluctuations du biais est de 20 mG, ce qui représente des variations de la fréquence d'oscillation de 50 Hz pour le fort biais et de 250 Hz pour le faible.

La mesure de la fréquence d'oscillation axiale n'est a priori pas possible par cette méthode, car la modulation du biais ne module que la fréquence $\omega_{x,y}$, et les deux directions sont découplées. Cependant, dans un condensat, il existe un couplage entre les directions à cause des interactions. Les références [104, 105] montrent que pour un condensat en forme de cigare comme le notre, une résonance apparaît pour une fréquence de $\sqrt{5/2}\nu_z$. Nous avons donc exploré cette gamme de fréquences (Figure 3.11) et trouvé une résonance à $\nu_{\text{bob}} = 75$ Hz, ce qui correspond à une fréquence $\omega_z/2\pi = 47$ Hz, en accord avec la valeur calculée par la formule théorique.

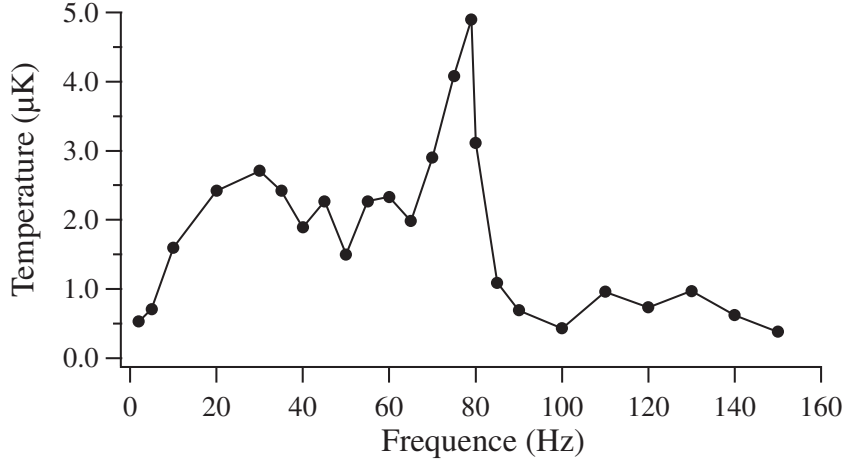


FIG. 3.11 – "Température" du nuage atomique piégé en fonction de la fréquence de modulation ν_{bob} appliquée au piège pendant 1 s. Le nuage, initialement un condensat pur, subit un chauffage pendant l'application de la modulation. Le nuage est alors un composé d'une partie thermique et d'une partie condensée. On ajuste l'ensemble du temps de vol par une simple gaussienne, le résultat de l'ajustement n'est donc pas une véritable température, mais est un bon indicateur du chauffage subi. Pour de très faibles fréquences d'oscillations, l'évolution du piège est adiabatique et aucun chauffage n'est décelé; pour des fréquences d'oscillations plus élevées, la modulation n'est plus adiabatique et on commence à observer un chauffage. On observe une résonance pour $\nu_{bob} = 75$ Hz, ce qui correspond à une fréquence $\omega_z/2\pi = \nu_{bob}/\sqrt{5/2} = 47$ Hz.

A partir des différentes mesures pour les différents biais, il est possible de déduire les valeurs de B' et B'' . Nous trouvons $B'' = 16 \pm 2$ G/cm² et $B' = 87 \pm 5$ G/cm. Ces valeurs sont en bon accord avec les mesures effectuées avec les bobines sorties des brides rentrantes.

Les résonances étudiées précédemment sont liées à une modulation de $\omega_{x,y}$. Lorsque nous modulons le biais, nous réalisons en fait également une modulation du centre du piège dans la direction de la gravité. Les références [102, 103] montrent qu'une telle oscillation conduit à un chauffage linéaire avec le temps d'application à la fréquence ω_x . On doit donc observer une résonance à la fréquence d'oscillation du piège. En effet, par la même méthode, nous observons également un chauffage à la fréquence simple.

3.2.5 Temps de coupure et déformation des temps de vol

Le temps de coupure est une caractéristique très importante du piège magnétique. En effet, nos mesures de temps de vol sont en fait une mesure de la distribution en vitesse des atomes. Il ne faut donc pas que cette distribution soit modifiée par une force extérieure. Toute non-homogénéité du champ magnétique est susceptible de créer une telle force.

3.2.5.1 Cahier des charges

Evaluons l'influence de la coupure du champ sur la vitesse des atomes. Etudions tout d'abord le cas d'un nuage chaud ($T \sim 1$ mK) venant d'être comprimé. Pour évaluer l'influence de la coupure sur la vitesse, supposons qu'un gradient du même ordre de grandeur que celui présent avant la coupure ($B' \simeq 85$ G/cm) persiste pendant la durée t_c . Au cours de la coupure, les atomes subissent une force de l'ordre de $2\mu_B B'$ qui modifie leur vitesse d'une quantité égale à $2\mu_B B' t_c / m$. Or, afin d'effectuer des mesures de temps de vol correctes, on souhaite que cette modification en vitesse soit négligeable devant la vitesse moyenne $\sqrt{k_B T / m}$ des atomes piégés. Cela impose la condition sur le temps de coupure

$$t_c \ll \frac{\sqrt{m k_B T}}{2\mu_B B'} \quad (3.8)$$

ce qui donne numériquement $t_c \ll 600 \mu\text{s}$. On peut également calculer une estimation du gradient qui peut subsister au moment où les atomes atteignent le MCP, pour que la distribution ne soit pas perturbée. S'il persiste un gradient résiduel pendant toute la durée de la chute ($t_0 = H / \sqrt{k_B T / m}$ avec H la hauteur de chute), alors la modification en vitesse est négligeable pour

$$B'_{res} \ll \frac{k_B T}{2\mu_B H} \quad (3.9)$$

ce qui donne numériquement $B'_{res} \ll 1.7$ G/cm.

Dans le cas d'un nuage froid ($T = 1 \mu\text{K}$), après le refroidissement évaporatif, les atomes restent au fond du piège et voient un potentiel harmonique de courbure 12000 G/cm². En remplaçant B' par $B''\sigma$ dans (3.8), σ représentant la demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ du nuage dans la direction radiale, on obtient

$$t_c \ll \sqrt{\frac{m}{\mu_B B''}} \text{ ou encore : } t_c \ll \frac{2}{\omega} \quad (3.10)$$

ce qui donne numériquement $t_c \ll 200 \mu\text{s}$. S'il persiste un gradient résiduel pendant toute la durée de la chute ($t_0 \simeq 100$ ms pour $T \leq 10 \mu\text{K}$), alors la

modification en vitesse est négligeable pour

$$B'_{res} \ll \frac{\sqrt{mk_B T}}{2\mu_B t_0} \quad (3.11)$$

ce qui donne numériquement $B'_{res} \ll 20$ mG/cm pour $T = 1 \mu\text{K}$.

On constate donc que ces conditions sont d'autant plus restrictives que le nuage est froid. Ce qui est normal, puisque le temps d'interaction est plus grand et que la vitesse initiale est faible, donc facilement perturbable.

3.2.5.2 Réalisation expérimentale et résultats

En pratique, afin d'obtenir ces vitesses de variation des champs magnétiques, un montage électrique approprié a été développé, dont le fonctionnement est détaillé dans la référence [48]. Ce montage électronique comprend des interrupteurs constitués chacun d'un IGBT, en parallèle avec une varistance de protection, permettant de couper les courants de plusieurs centaines d'ampères en une centaine de microsecondes.

Cependant, la vitesse de décroissance des champs magnétiques est en réalité beaucoup plus lente que celle des courants. En effet, la décroissance des champs se trouve affectée par la présence de courants de Foucault circulant dans l'enceinte métallique. Nous avons réalisé des mesures in situ de la décroissance des champs magnétiques en envoyant un laser sur les atomes après la coupure du champ magnétique [50]. Lorsque la fréquence du laser est résonante, la pression de radiation est telle que les atomes "ratent" le détecteur. Or, la fréquence qui optimise cette "destruction" du temps de vol observé est décalée de la résonance atomique à cause de l'effet Zeeman. Ainsi, en fonction du moment où l'on applique la sonde après la coupure, la fréquence qui optimise la destruction du temps de vol est différente et nous donne accès au champ magnétique moyen vu par les atomes, c'est à dire au biais (voir [50] pour plus de détails).

Dans un piège non-comprimé, on observe une décroissance du champ magnétique avec une double constante de temps (Figure 3.12). Pendant $200 \mu\text{s}$, le champ décroît rapidement avec une constante de temps de $100 \mu\text{s}$. Puis on observe une décroissance exponentielle beaucoup plus lente, avec une constante de temps d'environ 1 ms , due à la queue des courants de Foucault. Dans le piège non-comprimé, le nuage a une température de $300 \mu\text{K}$ et le piège est harmonique. L'expression (3.10) est alors valable. Les fréquences d'oscillation y sont faibles et l'application numérique de la condition (3.10) devient $t_c \ll 5 \text{ ms}$: la coupure ne doit donc pas influencer les temps de vol. Cependant, la température des atomes est faible et la relation (3.11) implique

un gradient résiduel inférieur à 500 mG/cm ce qui n'est pas forcément vérifié. En effet, l'ajustement du temps de vol par la loi théorique (C.2) ne marche pas très bien (Figure 3.14). La mesure du nombre d'atomes et de la température est donc probablement approximative. De plus, le taux de collisions élastiques étant faible dans cette configuration, il n'est pas certain que le nuage soit à l'équilibre thermodynamique.

Dans un piège comprimé, on observe une évolution très particulière du biais à la coupure (Figure 3.13). Pendant $100 \mu s$, le champ décroît rapidement et s'inverse pour atteindre un biais négatif important. Puis, on observe une décroissance beaucoup plus lente, de l'ordre de la milliseconde, vers un biais nul. Cette décroissance peut s'expliquer par la façon dont nous coupons le courant dans les bobines. Pour obtenir une coupure la plus rapide possible, les trois IGBTs du montage électrique de la figure 3.9 sont ouverts, même si a priori seule l'ouverture de l'IGBT 3 est nécessaire. Mais il n'est pas possible de les ouvrir de façon parfaitement simultanée et il existe un temps de l'ordre de $100 \mu s$ entre chacune des ouvertures. Suivant l'ordre d'ouverture de ces interrupteurs, le courant baisse d'abord dans les bobines de compensation ou dans les bobines du gradient et de la courbure. Dans la configuration choisie, le courant persiste plus longtemps dans les bobines de compensation ce qui peut expliquer l'allure de la courbe. Pour compléter cette explication, il faudrait prendre en compte les courants de Foucault générés à la coupure de chaque paire de bobines, et qui peuvent être très différents, la géométrie des bobines et leur place par rapport à l'enceinte métallique étant très différentes.

Ainsi, à la vue de la courbe de la figure 3.13, il n'est pas sûr que la relation (3.8) soit vérifiée. Cependant les temps de vol enregistrés (Figure 3.15) sont très bien ajustés par la loi théorique (C.2). De plus, la relation (3.9) est peu contraignante pour des températures de l'ordre du mK. Nous avons donc relativement confiance dans notre mesure du nombre d'atomes et de la température pour les températures de l'ordre du mK.

Lorsque la température devient plus faible, lors du refroidissement évaporatif, les atomes deviennent de plus en plus sensibles aux gradients résiduels et on observe des temps de vol déformés. Nous verrons dans la suite du chapitre que nous avons même la preuve expérimentale que les atomes très froids ($T \sim 1 \mu K$) "ratent" tous le détecteur à cause des gradients résiduels. Heureusement, la forme particulière de la coupure des champs (qui s'inverse) va permettre la détection d'une partie des atomes (voir partie 3.4).

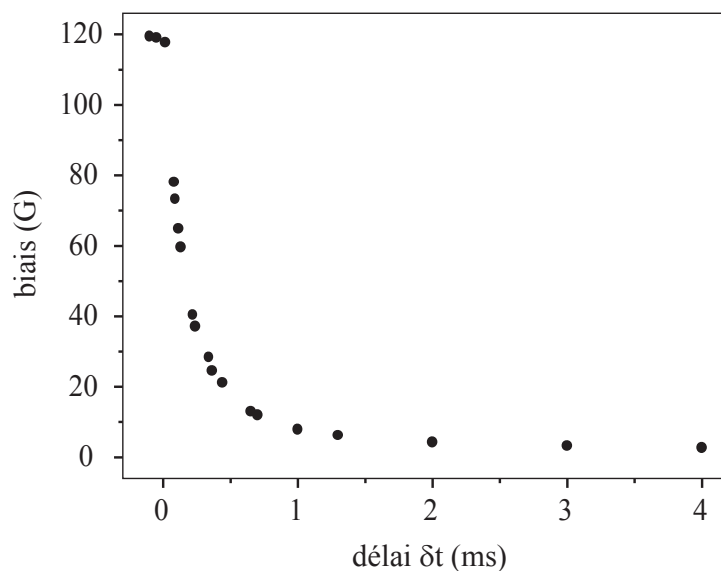


FIG. 3.12 – Allure de la décroissance du biais en fonction du délai δt attendu après la coupure du piège magnétique non-comprimé avec un biais de 120 G. Ces mesures sont effectuées à l'aide d'un laser sonde dont la fréquence doit être accordée au décalage Zeeman vu par les atomes. Le comportement observé peut se décomposer en une décroissance linéaire rapide due à la coupure du courant par l'interrupteur, suivie d'une queue exponentielle causée par les courants de Foucault créés dans l'enceinte.

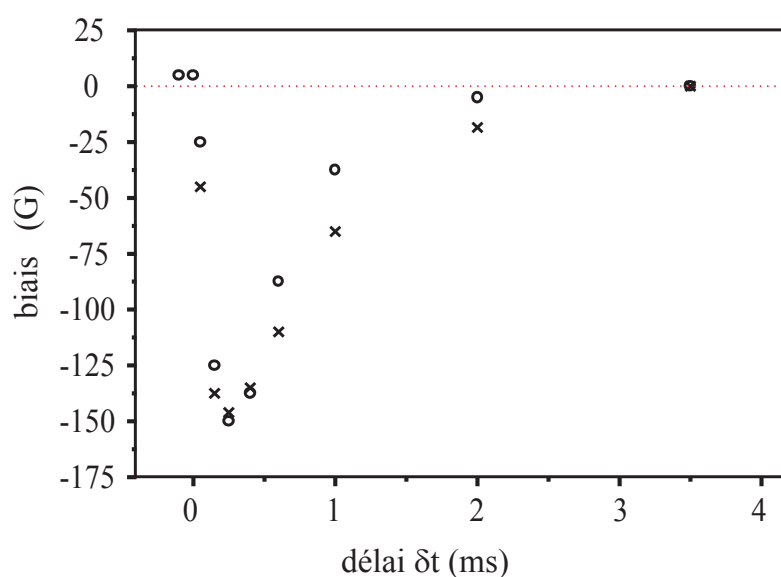


FIG. 3.13 – Allure de l'évolution du biais en fonction du délai δt attendu après la coupure d'un piège comprimé avec un biais de 4 G. Les cercles représentent les résultats obtenus en cherchant la résonance correspondant à la transition $\sigma+$, les croix ceux correspondant à la transition π .

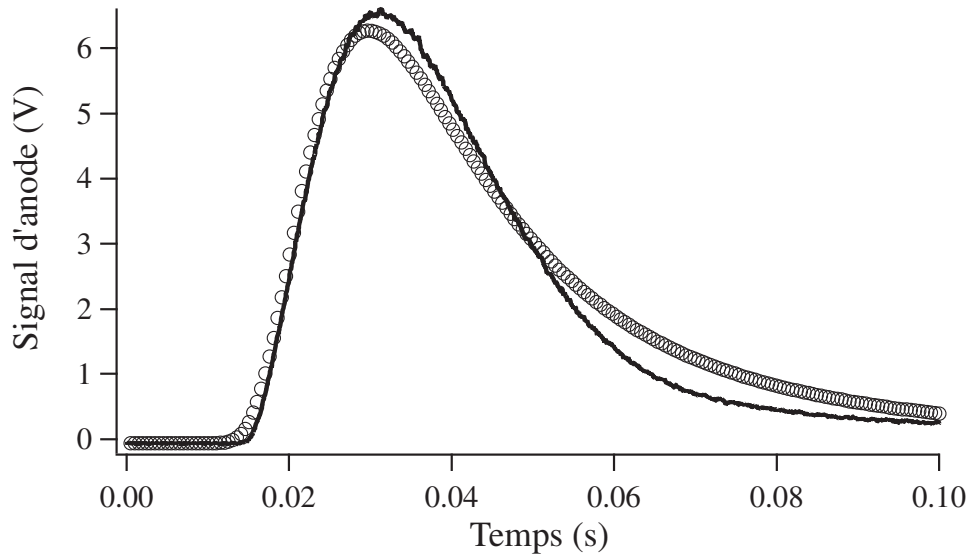


FIG. 3.14 – Temps de vol d'un piège magnétique non-comprimé. L'ajustement par la loi théorique C.2 est mauvais (cercles) et donne une température de $370 \mu K$ pour $3 \cdot 10^8$ atomes

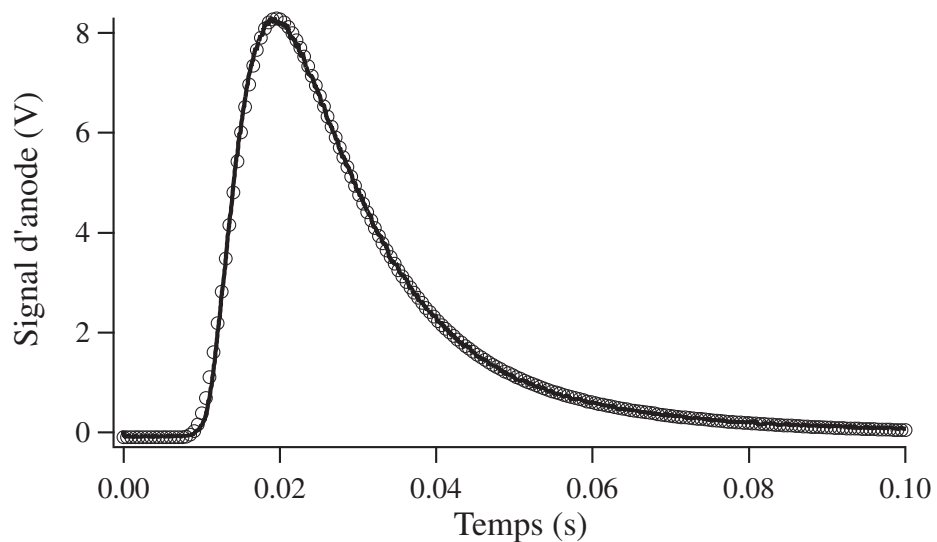


FIG. 3.15 – Temps de vol d'un piège magnétique comprimé avec un biais de 300 mG. L'ajustement par la loi théorique C.2 (cercles) est bon et donne une température de $900 \mu K$ et un nombre d'atomes de $4 \cdot 10^8$

3.3 Refroidissement évaporatif

Finalement, nous obtenons un piège comprimé avec un biais de l'ordre de 300 mG, contenant environ 4×10^8 atomes à une température d'environ 1 mK. A partir de ces données mesurées par temps de vol du nuage, on peut calculer la densité au centre du nuage qui vaut alors environ 5×10^9 at/cm³. On peut également calculer le paramètre de dégénérescence qui vaut alors $\rho_{\text{deg}} = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \simeq 10^{-7}$. La diminution de ce paramètre entre la phase de mélasse et le piège magnétique peut s'expliquer par une perte d'atomes et un gonflement du nuage lié à la mauvaise adaptation de la courbure du piège ainsi qu'à la non-adiabaticité de la compression. Rappelons cependant que l'incertitude de la mesure du nombre d'atomes et de la température de la mélasse est importante et que cette diminution n'est peut-être pas réelle.

Il faut donc encore gagner 7 ordres de grandeur sur le paramètre de dégénérescence pour atteindre la condensation de Bose-Einstein. Cela va être réalisé par une phase de refroidissement évaporatif. Le but de cette partie est de décrire le principe de cette évaporation et sa mise en oeuvre expérimentale. Pour mettre en évidence ce refroidissement, nous réalisons des temps de vol. Le problème de leur déformation due aux champs magnétiques résiduels est décrit puis pris en compte. Les résultats obtenus sont alors donnés.

3.3.1 Principe

L'évaporation consiste en une élimination sélective d'atomes ayant une énergie totale supérieure à l'énergie moyenne d'un atome dans le piège. Ainsi, les atomes restants voient leur énergie diminuer, et après rethermalisation, la température du système a diminué. L'évaporation s'effectue en tronquant le piège magnétique par un couteau radio-fréquence (RF). Nous verrons, au prochain paragraphe, comment une onde RF de fréquence ν_{RF} limite la profondeur du potentiel de piégeage, et réalise ainsi une troncature de la distribution en énergie dans le piège, à l'énergie $\eta k_B T = h\nu_{\text{RF}} - 2\mu_B B_0$. Lorsque la troncature en énergie est permanente, on peut comprendre le principe du refroidissement évaporatif d'un point de vue microscopique. Ce sont les collisions élastiques entre atomes restant piégés qui assurent la thermalisation du système. Au cours d'une telle collision entre deux particules piégées, l'une d'entre elles peut gagner assez d'énergie pour passer au-dessus du couteau RF, et ainsi être éjectée du piège. L'énergie totale des deux particules restant constante, l'autre au contraire perd de l'énergie.

Le refroidissement évaporatif permet donc d'abaisser la température du nuage atomique piégé, au prix d'une perte d'atomes. Théoriquement, le processus de refroidissement évaporatif se révèle d'autant plus efficace que le couteau RF est placé haut, c'est-à-dire que le paramètre de troncature η est

choisi grand. En effet, dans ce cas, on atteint la condensation de Bose-Einstein en perdant peu d'atomes, tout en refroidissant efficacement l'échantillon atomique. Cependant, l'évaporation se déroule alors très lentement, nécessitant une longue durée d'application. En pratique, il faut tenir compte des divers processus de pertes présents dans le système et non-sélectifs en énergie, comme les collisions avec le gaz résiduel, et qui limitent le temps disponible pour effectuer l'évaporation. On choisit en général $5 < \eta < 7$, ce qui constitue un bon compromis entre vitesse et efficacité du refroidissement [99].

Au fur et à mesure du déroulement du refroidissement, à fréquence du couteau RF fixée, le paramètre η augmente, ralentissant l'évaporation. Pour éviter cela, on force l'évaporation en baissant progressivement la fréquence de troncature, de façon à conserver η entre 5 et 7. Si le taux de collisions élastiques initial est suffisamment important, cette évaporation forcée entraîne une augmentation de la densité dans l'espace des phases mais aussi de la densité spatiale. La vitesse de thermalisation augmente alors au fil du refroidissement et le refroidissement évaporatif devient de plus en plus efficace. On parle d'un régime d'emballlement. Dans ce régime, lorsque la température diminue, la concentration des atomes au centre du piège compense largement la perte d'atomes. Au fil de l'évaporation, le paramètre de dégénérescence et le taux de collisions élastiques augmentent jusqu'à la condensation de Bose-Einstein recherchée.

3.3.2 Réalisation expérimentale

3.3.2.1 Couteau RF

Une onde radio-fréquence, de fréquence ν_{RF} est envoyée sur les atomes du piège. Le champ magnétique de piégeage étant dominé par le champ de biais B_0 , le champ RF est choisi perpendiculaire à celui du biais de manière à pouvoir induire des transitions dipolaires magnétiques entre sous-niveaux Zeeman. Lorsque l'énergie $h\nu_{\text{RF}}$ correspond à l'énergie magnétique du sous-niveau Zeeman $m_J = +1$ d'un atome piégé, celui-ci peut effectuer une transition entre sous-niveaux Zeeman et être transféré dans le sous-niveau non piégeant $m_J = 0$ [106], comme illustré sur la figure 3.16. Ainsi, l'onde RF agit spatialement en expulsant du piège les atomes dont l'énergie magnétique vérifie $U(x) = h\nu_{\text{RF}}$. Cependant, moyennant les hypothèses que la durée d'application de l'onde RF est suffisamment longue devant la période d'oscillation des atomes dans le piège, et que le mouvement des atomes dans le piège est ergodique, la troncature devient une troncature en énergie. En effet, un atome d'énergie totale E passe par tous les points du piège magnétique correspondant à une énergie inférieure à E . Si $E > h\nu_{\text{RF}}$, il existe des trajectoires de l'atome rencontrant la RF, et celui-ci finit par être chassé du piège. Le rôle

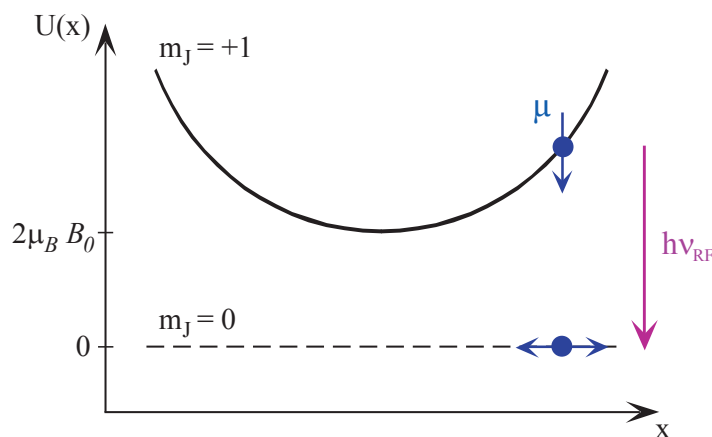


FIG. 3.16 – Effet d'une onde RF de fréquence ν_{RF} sur un atome du piège magnétique. Lorsque l'énergie $h\nu_{\text{RF}}$ de la RF correspond à l'énergie $U(x)$ du sous-niveau Zeeman $m_J = +1$, l'atome peut être transféré vers le sous-niveau $m_J = 0$ et sortir du piège.

de l'onde RF consiste donc à expulser du piège magnétique les atomes possédant une énergie totale supérieure à $h\nu_{\text{RF}}$. Elle assure une troncature de la distribution en énergie dans le piège, en limitant la profondeur du potentiel de piégeage à $h\nu_{\text{RF}}$.

Expérimentalement, l'onde RF est produite par deux spires placées sous vide suivant l'axe (Oy), en configuration Helmholtz. Le champ RF généré est bien perpendiculaire à celui du biais pour induire des transitions entre sous-niveaux Zeeman. Les bobines sont alimentées par un synthétiseur (ANRITSU ref. MG 3641 A) suivi d'un amplificateur de 30 dB. Nous constatons [50] que suivant la puissance appliquée, les atomes subissent préférentiellement une transition vers le sous-niveau Zeeman $m = 0$ (pour les faibles puissances) ou continuent vers le sous-niveau Zeeman $m = -1$. Dans les deux cas, les atomes sont éjectés mais le flux d'atomes éjectés détecté sera différent.

3.3.2.2 Optimisation des différents paramètres

Pour initier le refroidissement évaporatif, il faut tout d'abord que le taux de collisions élastiques soit grand devant les pertes. A ce stade, la densité du nuage est suffisamment faible pour que ce soit le vide résiduel qui soit la principale cause de pertes. On mesure (voir prochain chapitre) une durée de vie de l'ordre de 100 s. Il faut donc que le temps de thermalisation soit court devant cette durée. Théoriquement, la connaissance du nombre d'atomes et de la température peut nous permettre de calculer le taux de collisions élas-

tiques et donc le temps de thermalisation. Cependant, ce calcul nécessite la connaissance de la longueur de diffusion (voir chapitre 1) qui reste encore connue avec trop d'incertitude. De plus, nous savons que le nombre absolu d'atomes est connu avec un facteur 2 d'incertitude. Nous avons donc réalisé des expériences pour mesurer ce temps de thermalisation [50, 52]. Nous l'avons trouvé être de quelques secondes, c'est à dire suffisamment petit pour envisager de faire du refroidissement évaporatif.

On découpe l'ensemble de la rampe RF en quatre rampes linéaires. L'optimisation de la constante de temps de chaque rampe se fait en cherchant à obtenir un maximum d'atomes pour une fréquence finale de la rampe donnée. De plus, on essaye de conserver le paramètre de troncature η constant. Néanmoins, ces optimisations ne sont pas faciles car quand la température diminue, les temps de vols sont de plus en plus déformés par les gradients résiduels, et les mesures de température et de nombre d'atomes sont de plus en plus approximatives (voir prochain paragraphe). Une fois la condensation obtenue, les rampes ont été ré-optimisées pour augmenter le nombre d'atomes dans le condensat.

Une fois que la température est assez basse pour que le piège devienne harmonique, on souhaite que le biais soit à une valeur la plus faible possible pour améliorer le taux de collisions élastiques, et atteindre le régime d'emballement. Il ne faut cependant pas avoir un biais trop faible, car dans ce cas, les pertes, dites de Majorana [107], vont intervenir. En effet, si le champ s'annule ou est très faible, le critère de suivi adiabatique du champ par le spin n'est plus vérifié, et les atomes vont pouvoir changer de sous-niveau Zeeman et donc sortir du piège. Pour régler le biais, on change la consigne de l'asservissement du courant débité par l'alim 1 (voir Figure 3.9). Si le courant est trop faible, le piège est alors sur-compensé, c'est à dire que le biais prend une valeur négative et que le module du biais s'annule alors sur une sphère. Dans cette configuration, les atomes subissent des pertes de Majorana et la durée de vie est grandement diminuée (elle passe de 100 s à 30 s environ). On augmente donc la valeur du courant de consigne jusqu'à ce que la durée de vie reprenne sa valeur habituelle. Dans cette situation, le biais est légèrement positif et de l'ordre de 50 mG. Un tel biais permet l'obtention de condensats. Toutefois, pour des raisons de stabilité, on se placera généralement avec un biais plus élevé de l'ordre de 300 mG.

On s'assure à la fin de chacune des rampes linéaires que la durée de vie reste constante. En effet, quand la température diminue, les atomes restent de plus en plus longtemps au fond du puits de potentiel et sont donc plus sensibles aux pertes de Majorana. Ils sont également plus sensibles à la lumière parasite à résonance avec la transition atomique. En effet, c'est au centre du piège qu'ils sont le plus proches de cette fréquence. Nous avons donc éliminé les photons parasites avec des caches, jusqu'à ce que la durée de vie reste

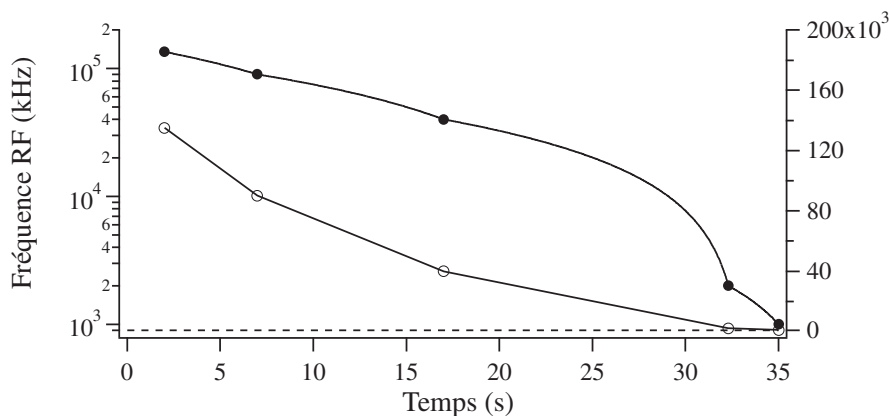


FIG. 3.17 – Décroissance de la fréquence du couteau RF servant à forcer l'évaporation en fonction du temps (en échelle linéaire (cercles vides) et en échelle logarithmique (cercles pleins)). L'origine des temps est fixée au moment du chargement du MOT dans le piège magnétique : la rampe commence après 2 secondes d'attente. Elle se décompose en 4 segments linéaires. La pente de chaque segment est fixée expérimentalement de sorte à maintenir, dans la mesure du possible, le paramètre de troncature η à peu près constant. Les deux premiers segments approximent bien une décroissance exponentielle de constante de temps 10 secondes. La ligne en traits tiretés correspond à la fréquence associée au fond du puits du potentiel de piégeage.

d'environ 100 s, même pour des nuages à des températures aussi basses que $50 \mu\text{K}$. Pour des températures plus faibles, la densité devient importante et la durée de vie commence à diminuer à cause des collisions à deux corps.

Enfin, la connaissance exacte de la valeur du biais, c'est à dire de la valeur de la fréquence RF qui correspond au fond du puits de potentiel, est importante pour savoir où arrêter la rampe RF. Nous verrons, dans le prochain chapitre, que le signal d'ions nous apporte des informations "en direct", qui peuvent nous aider à régler finement cette valeur.

3.3.3 Evolution des temps de vol

Finalement, après optimisation, on choisit d'appliquer une rampe RF dont la fréquence décroît comme indiqué sur la figure 3.17. En coupant le piège magnétique à différents moments du processus de refroidissement évaporatif, les signaux de temps de vol détectés sur le MCP permettent d'étudier l'évolution de la température et du nombre d'atomes dans le piège (voir annexe C). L'allure des signaux observés sur le MCP avant et après les deux premiers

segments de décroissance de la fréquence sont tracés sur la figure 3.18.

Sous l'effet de l'évaporation, les temps de vol observés reflètent un nuage atomique de plus en plus froid, et contenant de moins en moins d'atomes. Rappelons (voir annexe C) que, pour des températures du nuage piégé entre 1 mK et 300 μ K, l'effet de la gravité s'avère quasi-négligeable : à la coupure du piège, le nuage explose, les atomes se propageant de manière quasi-isotrope dans l'espace du fait de leur température initiale. La fraction d'atomes récoltée sur le MCP ne représente alors qu'environ 0,5 % du nombre d'atomes initialement piégés et dépend peu de la température. Plus les atomes sont froids, plus ils arrivent en retard par rapport à l'instant de coupure du piège, et plus le spectre du temps de vol se trouve élargi temporellement. On observe bien, sur la figure 3.18, la signature du refroidissement par le décalage du temps d'arrivée des atomes, de plus en plus grand, et par l'élargissement des signaux. On remarque aussi qu'à cause de la perte d'atomes au fur et à mesure de l'évaporation, l'amplitude des signaux détectés diminue. Sur la figure 3.18, les ajustements par la loi théorique (C.2) sont également représentés. Les deux premiers temps de vol sont bien ajustés mais on constate que le temps de vol correspondant à la fin de la deuxième rampe est mal ajusté, ce que nous attribuons à une déformation du temps de vol par les champs magnétiques résiduels. La figure 3.19 permet de mieux distinguer la différence entre ce temps de vol expérimental et son meilleur ajustement par la loi théorique.

Le temps de vol enregistré à la fin de la troisième rampe RF et son ajustement sont également tracés sur la figure 3.19. On constate que le temps de vol est toujours très déformé. La température du nuage est beaucoup plus basse et nous sommes passés dans un régime où la gravité domine (voir annexe C). Le temps moyen d'arrivée des atomes est fixe (environ 100 ms) et correspond au temps de chute des atomes, partis avec une vitesse initiale nulle du piège et tombant environ 5 cm plus bas sur le détecteur. La largeur de la distribution est alors proportionnelle à la racine carrée de la température. Nous avons vu que dans ce régime la détectivité devient bien meilleure. Par exemple pour une température de 8 μ K, environ 15% des atomes tombent sur le détecteur contre 0.5% à 1 mK. Malgré cela, le signal détecté est très faible (il a dû être multiplié par 5 sur la figure pour rester visible). Ceci pourrait être interprété par une grande perte d'atomes au cours de l'évaporation. Les résultats des ajustements en terme de nombre d'atomes et de température pour les différents temps de vol sont consignés dans le tableau 3.1. Nous constatons que la perte d'atomes entre le début de l'évaporation et la fin de la troisième rampe est de 3 ordres de grandeur si les mesures par temps de vol sont correctes.

Pour vérifier cette hypothèse, nous pouvons tout d'abord utiliser le signal d'ions pour mesurer la variation relative du nombre d'atomes. En effet,

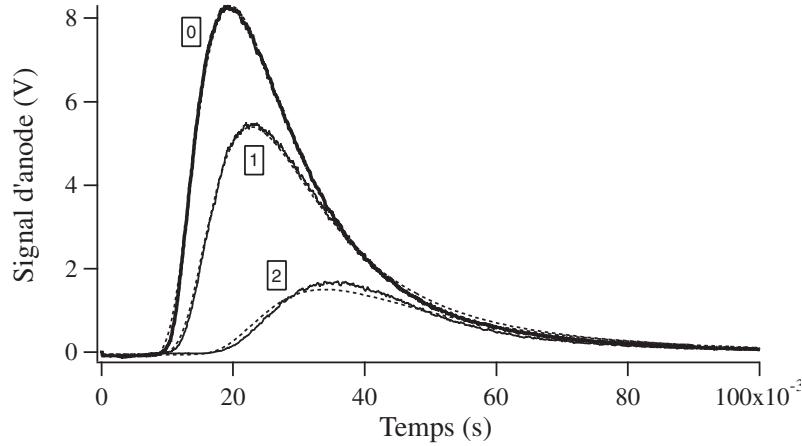


FIG. 3.18 – Temps de vol du piège enregistrés sur le MCP, en fonction du temps après la coupure du piège magnétique, et à différents stades du refroidissement évaporatif. Le temps de vol 0 correspond à un temps de vol effectué avant la rampe RF, les temps de vol 1 et 2 correspondent à des temps de vol enregistrés après la première et deuxième rampe linéaire respectivement. Les courbes correspondant aux ajustements par la loi théorique C.2 sont tracées en traits pointillés. Ces courbes ne sont nettement visibles que pour le temps de vol 2 car les deux autres temps de vol ne sont pas déformés et les courbes en traits pointillés sont alors superposées aux temps de vol expérimentaux.

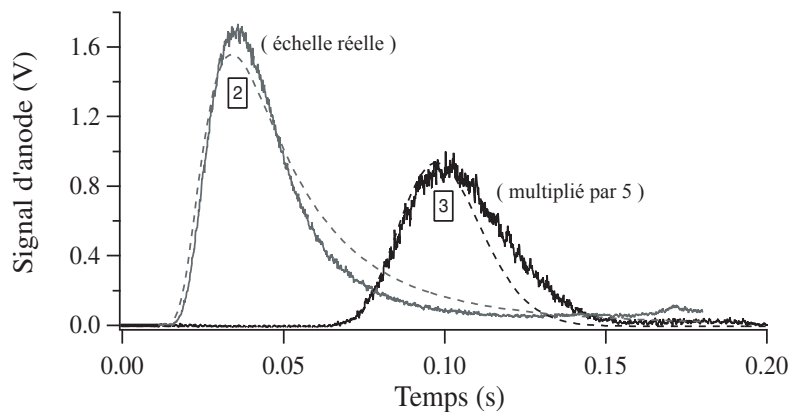


FIG. 3.19 – Temps de vol du piège enregistrés sur le MCP, en fonction du temps après la coupure du piège magnétique, et à différents stades du refroidissement évaporatif. Les temps de vol 2 et 3 correspondent à des temps de vol enregistrés après la deuxième et troisième rampe linéaire respectivement. Le temps de vol 3 a été multiplié par un facteur 5 pour être plus visible. Les courbes correspondant aux ajustements par la loi théorique C.2 sont tracées en traits pointillés.

| | N | T (μK) | η | n (cm^{-3}) | $n\lambda_{dB}^3$ | $(N/N_0)_t$ | $(N/N_0)_i$ |
|---|-------------------|---------------------|--------|--------------------------|----------------------|-------------|-------------|
| 0 | 4.5×10^8 | 900 | 6.8 | 6.8×10^9 | 1.7×10^{-7} | 1 | 1 |
| 1 | 2.5×10^8 | 630 | 6.9 | 9.1×10^9 | 3.8×10^{-7} | 0.56 | 0.56 |
| 2 | 8×10^7 | 290 | 6.5 | 1.9×10^{10} | 2.6×10^{-6} | 0.18 | 0.17 |
| 3 | 4.5×10^5 | 8.5 | 6.2 | 1.8×10^{11} | 4.7×10^{-3} | 0.0012 | 0.014 |

TAB. 3.1 – Nombre d'atomes et température mesurés par temps de vol au cours du refroidissement évaporatif. Les quatre lignes correspondent respectivement à avant le début de la rampe RF, et à la fin de la première, deuxième et troisième rampe linéaire. Le paramètre de troncature du potentiel (η) est calculé à partir de la température et de la fréquence RF appliquée. La densité pic (n) et la densité dans l'espace des phases ($n\lambda_{dB}^3$), sont calculées à partir du nombre d'atomes et de la température mesurés par temps de vol, et des paramètres du piège en tenant compte du fait que celui-ci est semi-linéaire [48]. Les deux dernières colonnes comparent l'évolution relative du nombre d'atomes obtenue à partir de mesures par temps de vol $(N/N_0)_t$ et grâce au signal d'ion $(N/N_0)_i$: voir chapitre 4.

nous avons vu dans le premier chapitre que les collisions avec le gaz résiduel donnaient un flux d'ions proportionnel au nombre d'atomes. Cette étude est détaillée au chapitre 4, et le tableau 3.1 indique les résultats de ces mesures du signal d'ions en terme de variation relative du nombre d'atomes. Nous constatons que la variation relative du nombre d'atomes mesurée par le signal d'ion est en accord avec celle mesurée par temps de vol pour les deux premiers temps de vol, mais que le nombre d'atomes mesuré à la fin de la troisième rampe RF par temps de vol est sous-estimé d'un ordre de grandeur.

Pour confirmer cette hypothèse, nous avons réalisé un autre type d'expérience, décrit en détail dans la référence [50] : au lieu de couper le potentiel de piégeage pour observer le temps de vol, nous avons vidé le piège en appliquant une rampe RF jusqu'au fond du puits de potentiel. En optimisant la puissance RF appliquée et la vitesse de décroissance de la fréquence, on peut transférer la majorité des atomes dans le sous-niveau Zeeman $m = 0$ qui est insensible au champ magnétique en un temps de l'ordre de 100 ms. Les atomes étant transférés dans un sous-niveau insensible au champ magnétique, leur temps de vol n'est pas altéré par les champs magnétiques parasites. Cependant, le transfert est lent et sélectif en énergie : les atomes les plus chauds sont éjectés avant ceux plus froids qui sont au fond du puits de potentiel. On réalise donc plutôt une sorte de spectroscopie RF du nuage. Le nuage subissant un refroidissement évaporatif pendant ce même temps, nous n'avons pas essayé de tirer d'information sur la température du nuage, mais l'aire du signal observé nous donne une borne inférieure du nombre d'atomes présents

dans le nuage (borne inférieure car des atomes peuvent être transférés dans $m = -1$). Le nombre d'atomes déduit de telles analyses est lui aussi 1 ordre de grandeur plus important que le nombre déduit des mesures par temps de vol.

3.4 Mise en évidence expérimentale du condensat et caractérisation

Comme nous l'avons vu, lorsque la température du nuage diminue, les temps de vol deviennent inexploitablement car trop déformés par les champs magnétiques parasites. L'objet de ce paragraphe est tout d'abord d'expliquer comment obtenir des temps de vol non-déformés dans la gamme de température proche de la condensation de Bose-Einstein. L'évolution des temps de vol pendant la dernière rampe RF est ensuite décrite, et la signature de la condensation sur les temps de vol explicitée. Enfin, l'étude de la taille du condensat en fonction du nombre d'atomes est décrite et une estimation de la longueur de diffusion déduite.

3.4.1 Obtention de temps de vol non déformés

La première étape pour étudier l'évolution des temps de vol au cours de la dernière rampe d'évaporation est d'obtenir des temps de vol non-déformés.

3.4.1.1 Temps de vol à très faibles températures

En fait, quand la température critique est suffisamment basse, nous avons constaté que les temps de vol proches du seuil et après condensation sont, de nouveau, bien ajustés par la loi théorique et donc non déformés. Cependant, le nombre d'atomes détectés reste environ 1 ordre de grandeur plus faible que celui obtenu par la mesure du taux d'ions, ou en vidant le piège par une rampe RF. De plus, au moment de la condensation de Bose-Einstein nous savons que le nombre d'atomes et la température sont liés par la relation (voir annexe B)⁵ :

$$N_c = 1,202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 \quad (3.12)$$

où nous avons défini, pour notre potentiel de piégeage anisotrope ($U(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2$), la moyenne géométrique des trois fréquences d'oscillation $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$. Nous avons mesuré précisément les fréquences d'oscillations de notre piège (voir paragraphe 3.2.4), et cette relation nous donne donc accès au nombre d'atomes. Le nombre d'atomes au seuil, déduit de cette relation, est lui aussi 1 ordre de grandeur plus grand que le nombre d'atomes déduit de la mesure du temps de vol. Tout se passe donc comme si une partie seulement des atomes était détectée, mais que le temps de vol

⁵Cette relation est obtenue en négligeant l'énergie de point zéro et les interactions. Une analyse plus précise est possible (voir chapitre 5), mais les conclusions présentées ici restent inchangées.

de cette fraction d'atomes n'était pas déformé par les champs magnétiques résiduels.

3.4.1.2 Hypothèse et vérification expérimentale

A la vue de la forme de la décroissance du champ magnétique à la coupure (voir figure 3.13), nous pouvons exprimer l'hypothèse suivante pour expliquer un tel phénomène. Le champ magnétique changeant très rapidement de signe quelques μs après la coupure, le critère de suivi-adiabatique du spin n'est peut-être pas vérifié et certains atomes peuvent subir une transition non-adiabatique vers le sous-niveau Zeeman $m = 0$. Dans ce cas, ces atomes sont transférés très rapidement (le champ se retourne en moins de $10 \mu\text{s}$, ce qui est rapide devant les fréquences d'oscillations du piège) dans un niveau insensible au champ magnétique, et leur temps de vol n'est donc pas déformé. Quant aux atomes qui n'ont pas subi cette transition, selon leur température et les champs magnétiques résiduels, ils peuvent soit rater le détecteur, soit l'atteindre et déformer le temps de vol des atomes dans $m = 0$. Pour des températures suffisamment faibles, ils doivent rater le détecteur.

Pour vérifier une telle hypothèse, nous avons nous-même rajouté un gradient vertical après la coupure, en faisant circuler un courant dans une bobine externe, située au dessus du piège magnétique. Un tel gradient nous permet de pousser les atomes dans $m = +1$ vers le détecteur (puisque ce sont les "low field seekers"). Pour des températures suffisamment froides (voir figure 3.20 et l'étude détaillée dans la référence [50]), nous constatons que le temps de vol observé n'est pas modifié, ce qui est la preuve que les atomes détectés sont dans un niveau insensible au champ magnétique donc $m = 0$. De plus, nous constatons l'apparition d'un deuxième temps de vol arrivant avant celui visible sans gradient appliqué. Le temps d'arrivée de ce deuxième pic dépend de l'amplitude du gradient appliqué, et coïncide au temps d'arrivée calculé en prenant en compte la force appliquée aux atomes par ce gradient. L'aire de ce deuxième pic correspondant à $m = +1$ est 7 fois supérieure à l'aire du temps de vol des atomes dans $m = 0$. L'ajout d'un gradient par une bobine située en dessous du piège magnétique permet d'attirer les atomes dans $m = -1$ vers le détecteur. Dans cette configuration subsiste le temps de vol correspondant aux atomes dans $m = 0$, et apparaît en plus un premier pic beaucoup plus faible. Ainsi, nous avons la preuve expérimentale que la majorité des atomes restent dans le sous-niveau Zeeman $m = +1$ et ne sont pas détectés à faibles températures. Les atomes détectés correspondent à des atomes passés dans le niveau $m = 0$ à la coupure. Ces expériences confirment donc l'hypothèse proposée.

On pourrait penser utiliser les méthodes décrites précédemment pour calibrer la détectivité des temps de vol. Cependant, ces expériences sont délicates

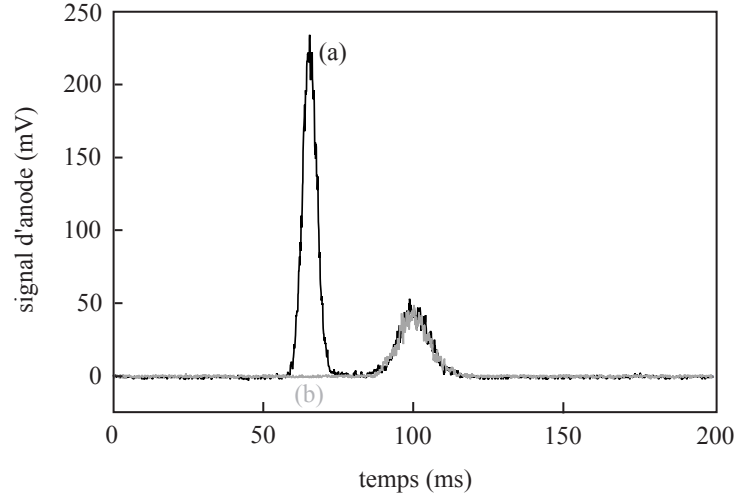


FIG. 3.20 – Allure du signal de temps de vol d'un nuage à $1 \mu\text{K}$, observé sur le MCP habituellement (courbe grise (b)), et en présence d'un gradient de champ magnétique vertical (courbe noire (a)). Le pic habituel, arrivant 100 ms après la coupure du piège, n'est pas modifié par l'ajout du gradient de champ magnétique et correspond aux atomes dans le sous-niveau Zeeman $m_J = 0$. Le pic supplémentaire, apparaissant en présence du gradient, représente les atomes dans le sous-niveau $m_J = +1$ accélérés vers le MCP.

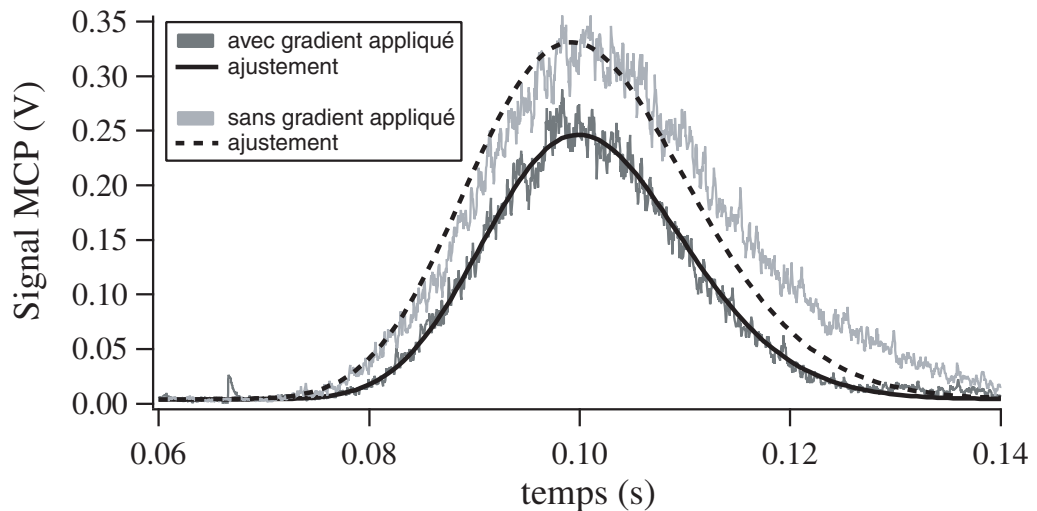


FIG. 3.21 – Allure du signal de temps de vol d'un nuage à $4 \mu\text{K}$, observé sur le MCP habituellement (courbe en gris clair), et en présence d'un gradient de champ magnétique horizontal (courbe gris foncé). Le temps de vol "habituel" est mal ajusté par la loi théorique C.2 par opposition au temps de vol "nettoyé" (courbe en trait plein).

et ne permettent que de donner une borne inférieure du nombre d'atomes restés dans $m = +1$. En effet, même en accélérant les atomes vers le détecteur, il est difficile de savoir si tous les atomes l'ont atteint. De plus, le nombre d'évènements et le flux étant très important (6 fois plus important que dans le temps de vol des atomes dans $m = 0$), le détecteur peut devenir non-linéaire. Ainsi, la calibration absolue du nombre d'atomes ne peut être faite à partir de telles études. Nous calibrerons donc le nombre d'atomes à partir de la mesure de la température au seuil de condensation et en utilisant la relation (3.12).

3.4.1.3 "Nettoyage" des temps de vol de nuages plus chauds

Lorsque l'on applique des gradients magnétiques après la coupure du piège pour des nuages un peu plus chauds (entre $1.5 \mu\text{K}$ et $10 \mu\text{K}$), on constate qu'en plus de l'apparition d'un deuxième temps de vol, le premier temps de vol correspondant à celui visible sans gradient appliqué est modifié (voir Figure 3.21). Alors que ce temps de vol était mal ajusté par la loi théorique sans gradient appliqué, il devient bien ajusté lorsque l'on applique le gradient. En effet, les atomes dans $m = +1$ qui atteignaient le détecteur et perturbaient le temps de vol arrivent maintenant plus tôt, dans le nouveau pic. En rajoutant des gradients horizontaux, on peut ainsi trouver une configuration de gradients qui permet de faire "rater" le détecteur aux atomes dans $m = +1$. Le temps de vol restant est alors "nettoyé" et permet une mesure propre de la température. Toutefois, nous ne sommes capables de faire "rater" le détecteur aux atomes dans $m = +1$ que pour des températures assez basses et cette procédure de "nettoyage" n'est efficace que pour des températures inférieures à $5 \mu\text{K}$.

3.4.2 Evolution des temps de vol

Maintenant que les temps de vol observés ne sont plus déformés, on peut étudier leur évolution au cours de la dernière rampe RF. On ajuste la fréquence finale de la dernière rampe à une valeur proche de la valeur correspondant au fond du piège. La figure 3.22 représente l'allure des signaux observés sur le MCP pour des fréquences de plus en plus proches de 950 kHz correspondant au fond du piège. Dans le cas d'une fréquence élevée en fin d'évaporation, l'allure gaussienne des signaux détectés traduit la présence d'un simple nuage thermique dans le piège. Puis, lorsque la fréquence finale est abaissée, la température du nuage atomique diminue et les signaux observés présentent un pic étroit, dû aux atomes de la partie condensée, au centre d'une distribution plus large, bien approximée par une gaussienne et due aux atomes du nuage thermique. Cette double structure est la signature

typique de la condensation de Bose-Einstein. En continuant d'abaisser la fréquence finale d'évaporation, la fraction d'atomes dans le condensat augmente tandis que celle du nuage thermique diminue. Pour une fréquence très légèrement supérieure au biais, le condensat formé est presque pur, c'est-à-dire non accompagné d'un nuage thermique. Enfin, pour une fréquence égale à 950 kHz, le signal disparaît puisqu'on vide entièrement le piège. A partir de cette étude, on déduit la valeur de la température correspondant au seuil de condensation, soit ici environ $2 \mu\text{K}$.

3.4.3 Caractéristiques du nuage thermique au seuil.

3.4.3.1 Température

Nous venons de voir que l'étude de l'évolution des temps de vol au cours du refroidissement évaporatif pouvait nous permettre de déterminer le seuil de condensation (nous verrons dans le chapitre 4 comment le signal d'ions peut aussi nous y aider). L'ajustement du temps de vol au seuil, par une fonction théorique adaptée, nous donne accès à la température au seuil de condensation, dite température critique. Proche du seuil de condensation, la distribution en vitesse du nuage n'est plus une distribution de Maxwell-Boltzmann mais une distribution de Bose (voir annexe B). La loi théorique (C.2) doit donc être modifiée. Cette loi est déterminée dans l'annexe C :

$$\frac{dN}{dt}(t) = g \frac{t_0^2 + t^2}{2t^2} \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \frac{N_0}{1,202} \left(g_{5/2} \left[z \exp \left(-\frac{m}{2k_B T} \left(\frac{g}{2t} (t_0^2 - t^2) \right)^2 \right) \right] - g_{5/2} \left[z \exp \left(-\frac{m}{2k_B T} \left(\frac{g}{2t} (t_0^2 - t^2) \right)^2 \right) \times \exp \left(-\frac{m}{2k_B T} \frac{R_g^2}{t^2} \right) \right] \right) \quad (3.13)$$

avec $z = 1$ au seuil de condensation.

Nous avons utilisé cette dernière fonction pour ajuster nos temps de vol au seuil de condensation (les paramètres ajustables sont la température et le nombre d'atomes). La température critique dépend du nombre d'atomes présents. En optimisant plus ou moins la rampe d'évaporation et le nombre d'atomes avant la rampe, nous avons pu faire varier le nombre d'atomes à la fin de la rampe RF et ainsi la température critique. Nous obtenons des températures critiques entre 0.9 et $3 \mu\text{K}$. Cette étude est détaillée au chapitre 5.

3.4.3.2 Nombre d'atomes

Au seuil de condensation, la température et le nombre d'atomes sont liés par une relation thermodynamique. Si l'on néglige les interactions dans le

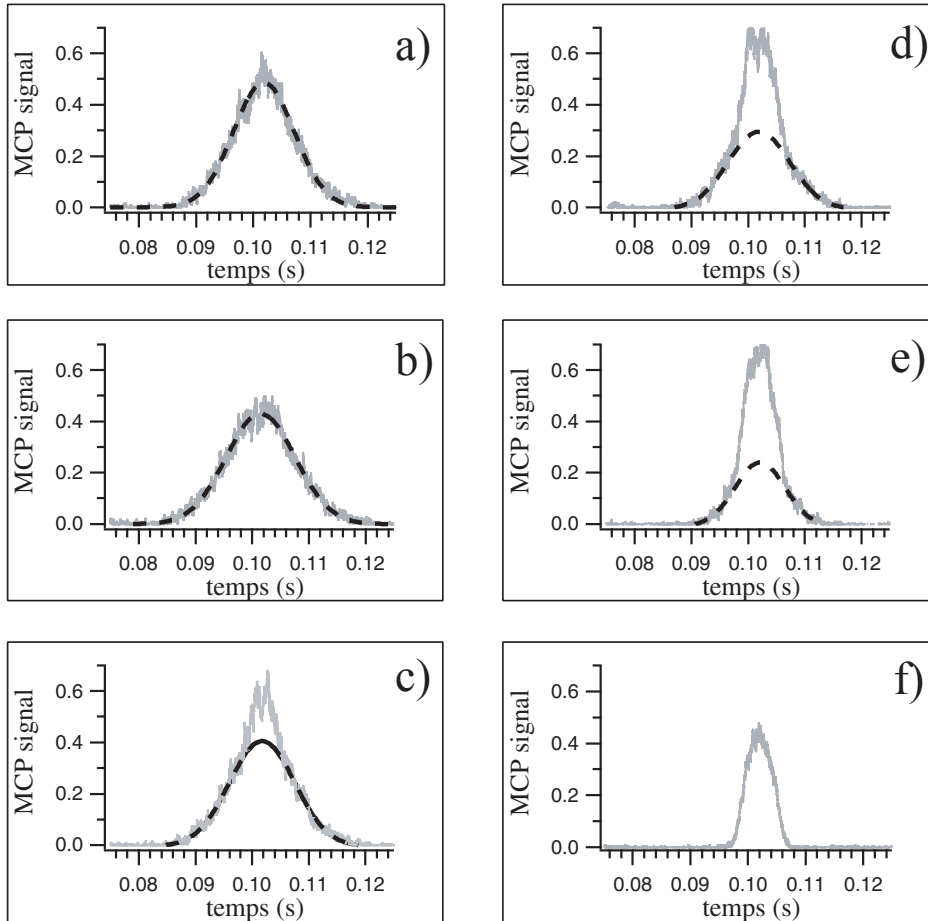


FIG. 3.22 – Allure des signaux de temps de vol observés sur le MCP pour différentes fréquences du couteau RF en fin d'évaporation choisies proches de la valeur de 950 kHz correspondant au biais. Les courbes en traits pointillés correspondent à un ajustement des ailes par une gaussienne. A 1400 et 1300 kHz (courbes a et b), le signal observé a une allure gaussienne traduisant la présence d'un simple nuage thermique dans le piège. Puis, à partir de 1250 kHz (courbe c), les signaux observés présentent alors un pic étroit, dû aux atomes de la partie condensée, au centre d'une distribution plus large ajustable par une gaussienne et due aux atomes du nuage thermique. Cette double structure est la signature typique de la condensation de Bose-Einstein. En continuant d'abaisser la fréquence finale d'évaporation à des valeurs de 1200 et 1100 kHz (courbes d et e respectivement), la fraction d'atomes dans le condensat augmente tandis que celle du nuage thermique diminue. Pour une fréquence finale de 1000 kHz (courbe f) le condensat est quasi-pur.

nuage thermique et l'énergie de point zéro, cette relation s'écrit alors :

$$N_c = 1,202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 . \quad (3.14)$$

Une telle relation nous permet de déterminer le nombre d'atomes au seuil de condensation et ainsi de calibrer notre détection. Des températures critiques de 0.9 et 3 μK correspondent à des nombres d'atomes entre 10^5 et $3.5 \cdot 10^6$ pour les pulsations moyennes d'oscillations utilisées ($\bar{\omega} = 407$ rad/s ou $\bar{\omega} = 534$ rad/s selon les expériences). Une étude plus précise est détaillée au chapitre 5, nous verrons notamment que l'on peut prendre en compte l'effet des interactions dans le nuage thermique, dans une théorie de champ moyen, et que cela conduit à des corrections de l'ordre de 30% sur le nombre d'atomes.

Une telle étude nous permet également de calibrer notre détection. L'ajustement du temps de vol au seuil de condensation par la loi théorique nous donne accès au nombre d'atomes détectés (N_{cd}). On peut alors déterminer le facteur correctif (\mathcal{F}_{cor}) qui nous permet d'obtenir le nombre d'atomes réel : $N_c = N_{cd} \times \mathcal{F}_{cor}$. Nous avons tout d'abord constaté que ce facteur correctif variait avec le biais. En effet, pour modifier les caractéristiques du nuage nous avons souhaité changer les fréquences d'oscillations du piège. Pour ce faire, nous avons modifié la valeur du biais (seule la fréquence d'oscillation suivant l'axe lent est indépendante du biais $\omega_z = 2\pi \times 47$ Hz). Nous avons notamment travaillé avec un biais d'environ 350 mG correspondant à une fréquence d'oscillation $\omega_{x,y}/2\pi = 1250$ Hz et avec un biais d'environ 160 mG correspondant à une fréquence d'oscillation $\omega_{x,y}/2\pi = 1800$ Hz. Dans les deux cas, la coupure du champ magnétique ne doit pas être tout à fait identique et nous observons un facteur correctif différent (voir chapitre 5 : figure 5.18). Nous avons également observé une dépendance de ce facteur correctif avec la température (voir chapitre 5 : figure 5.18). Cet effet systématique pourrait s'expliquer par le fait que l'extension spatiale du nuage dépend de la température et que le passage non-adiabatique vers le sous-niveau Zeeman $m = 0$ est un processus local qui dépend de la vitesse locale de variation du champ magnétique. Une autre hypothèse est que nous faisons une erreur systématique avec notre ajustement des temps de vol. Nous ne prenons par exemple pas en compte le fait que nous sommes en limite du régime hydrodynamique (voir paragraphe 3.4.3.4 et chapitre 5).

3.4.3.3 Densité et taille

La forme du nuage thermique suit une répartition proche d'une gaussienne (nous verrons au chapitre 5 que nous arrivons expérimentalement à montrer qu'il s'agit plutôt d'une fonction de Bose). Les tailles caractéristiques dans le

| | $\sigma_{x,y}(t=0)$ | $\sigma_z(t=0)$ | $n(\vec{0})$ | $\sigma_{x,y}(t=0.1s)$ | $\sigma_z(t=0.1s)$ |
|-----------------------|---------------------|-----------------|-------------------|------------------------|--------------------|
| $T_1 = 1 \mu\text{K}$ | 5.8 | 150 | $4 \cdot 10^{12}$ | 4500 | 4500 |
| $T_2 = 3 \mu\text{K}$ | 10 | 260 | $2 \cdot 10^{13}$ | 7800 | 7800 |

TAB. 3.2 – Tailles caractéristiques (demi-largeur à $1/\sqrt{e}$) et densité au centre, pour un nuage thermique au seuil de condensation, pour deux températures critiques différentes, et pour un biais correspondant à $\omega_{x,y} = 2\pi \times 1250$ Hz. Les tailles sont en μm et données pour $t = 0$, c'est à dire dans le piège et pour $t = 0.1$ c'est à dire au niveau du détecteur. La densité est donnée dans le piège et est en cm^{-3} .

piège et au niveau du détecteur dépendent de la température (voir annexes B et C). Le tableau 3.2 résume leurs valeurs typiques. La densité au centre du nuage au seuil de condensation est entièrement fixée par la température (voir annexe B) :

$$n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3 \simeq g_{3/2}(1) \simeq 2,612 . \quad (3.15)$$

Sa valeur typique est également reportée dans le tableau 3.2. Enfin, le tableau indique la taille du nuage au niveau du détecteur. On remarque que le nuage devient sphérique et que la taille du nuage n'est pas négligeable devant les dimensions du détecteur ($R_g = 7.25$ mm).

3.4.3.4 Régime hydrodynamique

Par ailleurs, il est intéressant de savoir si lors de la formation du condensat, le nuage thermique se trouve dans un régime collisionnellement épais, ou régime hydrodynamique. Un tel régime est atteint lorsque le taux de collisions élastiques devient très grand devant les fréquences d'oscillation des atomes dans le piège, c'est à dire $\omega_{x,y} \simeq 1250 \times 2\pi \text{ s}^{-1}$ et $\omega_z \simeq 47 \times 2\pi \text{ s}^{-1}$.

Pour une température critique de l'ordre de $1 \mu\text{K}$, la densité critique vaut, d'après (3.15), $n_0 \sim 4 \times 10^{12} \text{ at/cm}^3$. La vitesse relative moyenne à cette température est de l'ordre de $\bar{v} \sim 10 \text{ cm/s}$. On en déduit le taux de collisions élastiques correspondant $\gamma = n_0 8\pi a^2 \bar{v} \sim 2600 \text{ s}^{-1}$ pour $a = 16 \text{ nm}$. Le régime hydrodynamique est largement atteint dans la direction faible (Oz) puisque $\gamma \gg \omega_z$, mais pas dans les directions fortes (Ox) et (Oy) car $\gamma \leq \omega_{x,y}$. Cependant, le taux de collisions varie comme a^2 et l'estimation théorique de la longueur de diffusion est imprécise (voir premier chapitre). Nous verrons dans le prochain paragraphe que l'estimation expérimentale reste elle aussi imprécise, et le taux de collisions élastiques au seuil est donc mal connu. Le tableau 3.3 résume les différentes valeurs qu'il peut prendre en fonction de la longueur de diffusion et en fonction de la température (il varie également comme T^2).

| | $T_C = 1 \mu\text{K}$ $a = 8 \text{ nm}$ | $T_C = 1 \mu\text{K}$ $a = 16 \text{ nm}$ | $T_C = 3 \mu\text{K}$ $a = 8 \text{ nm}$ | $T_C = 3 \mu\text{K}$ $a = 16 \text{ nm}$ |
|--------------------------------------|---|--|---|--|
| \bar{v} (cm/s) | 10.15 | 10.15 | 17.6 | 17.6 |
| α (cm ³ /at/s) | $1.6 \cdot 10^{-10}$ | $6.4 \cdot 10^{-10}$ | $2.8 \cdot 10^{-10}$ | $11.2 \cdot 10^{-10}$ |
| $n_c(\vec{0})$ (at/cm ³) | $4 \cdot 10^{12}$ | $4 \cdot 10^{12}$ | $2 \cdot 10^{13}$ | $2 \cdot 10^{13}$ |
| γ (s ⁻¹) | 640 | 2560 | 5600 | 22400 |

TAB. 3.3 – Vitesse relative moyenne (\bar{v}), constante de collision élastique (α), densité au centre ($n_c(\vec{0})$), et taux de collisions élastiques (γ), calculés pour un nuage thermique au seuil de condensation, pour deux températures critiques et pour deux hypothèses concernant la longueur de diffusion (a)

Ainsi, nos chiffres laissent penser que le nuage thermique se trouve dans le régime hydrodynamique (ou proche de ce régime) lorsque la condensation se produit, ce que le groupe de l'ENS annonce également [9], même si leurs études ultérieures semblent indiquer que ce régime n'est pas atteint très profondément [108]. Cela constituerait une des premières réalisations expérimentales du régime hydrodynamique pour un nuage d'atomes froids⁶. En effet, la recherche de ce régime implique d'avoir un taux de collisions élastiques élevé et donc de réaliser un échantillon atomique particulièrement dense. Généralement, les collisions inélastiques entre atomes piégés détruisent le nuage avant de pouvoir atteindre ces densités [73]. Le fait d'entrer dans le régime hydrodynamique se révèle particulièrement intéressant, car celui-ci se caractérise par des propriétés de superfluidité particulières [109, 110, 111].

Une propriété particulière de tels nuages est leur expansion après la coupure du piège magnétique. On connaît par exemple les lois d'expansion d'un gaz restant dans le régime hydrodynamique durant son expansion [112] qui sont proches de celles d'un condensat. Nous ne sommes pas dans ce cas, car la densité chute très rapidement dans les premières millisecondes d'expansion (elle est divisée par 100 en 1 ms environ). Néanmoins, le début de l'expansion est dans ce régime et il doit donc y avoir une légère modification de l'expansion. L'étude de cette expansion pourrait être très intéressante. Cependant, avec notre système de détection, nous avons une "image" du nuage prise toujours au même instant, à savoir 100 ms après la coupure. Nous n'avons donc pas pu faire une telle étude et déterminer si l'expansion du nuage était différente de celle d'un nuage thermique collisionnellement peu dense. En l'absence de modèle théorique pour décrire ces effets et n'ayant pas de preuve expérimentale de la modification de l'expansion, nous avons décidé de faire, dans un premier temps, toutes nos études en supposant que l'expansion

⁶Une expérience récente a permis de rentrer profondément dans ce régime [22]

sion était inchangée. Nous utilisons donc la loi (C.11) pour ajuster les temps de vol et remonter à la température. Mais il faut garder en mémoire qu'une erreur systématique reste sûrement présente dans cette analyse. Les études décrites au chapitre 5 vont permettre d'aboutir à une meilleure estimation de la longueur de diffusion et la discussion sur la modification de l'expansion des nuages sera faite a posteriori (voir chapitre 5).

3.4.4 Caractéristiques des condensats formés

3.4.4.1 Potentiel chimique et tailles

Le plus gros condensat observé possède un potentiel chimique égal à $\mu_{\text{bec}} \sim 0.8 \mu\text{K}$, ou encore $\mu_{\text{bec}} \sim 16 \text{ kHz}$. L'annexe C.3 montre que le temps de vol nous donne une mesure directe du potentiel chimique qui est directement relié à la largeur du temps de vol :

$$\frac{dN_{\text{bec}}}{dt}(t) = \frac{15}{16} g N_{\text{bec}} \sqrt{\frac{m}{2\mu_{\text{bec}}}} \max \left[\left(1 - \left(\frac{g}{2t} \sqrt{\frac{m}{2\mu_{\text{bec}}}} (t_0^2 - t^2) \right)^2 \right), 0 \right]^2. \quad (3.16)$$

Cette valeur est donc indépendante de toute calibration de détectivité ou de mesure des fréquences d'oscillations.

Connaissant les fréquences d'oscillations ($\omega_{x,y}/2\pi \simeq 1800 \text{ Hz}$ et $\omega_z/2\pi \simeq 47 \text{ Hz}$), il est possible de remonter aux dimensions de ce condensat. Il prend la forme, dans chaque direction de l'espace, d'une parabole inversée, délimitée par un rayon $r_{\text{bec},x,y}(0) \sim 5 \mu\text{m}$ dans les directions (Ox) et (Oy) et $r_{\text{bec},z}(0) \sim 200 \mu\text{m}$ suivant (Oz).

Nous avons réalisé des condensats les plus purs possibles, avec des nombres d'atomes variés. Pour ce faire, nous choisissons la fréquence finale de la rampe RF de manière à former un condensat le plus pur possible, quitte à perdre un peu trop d'atomes. Puis nous laissons le couteau RF à la fréquence correspondant à la fin de la rampe pendant un certain temps d'attente, avant de couper le piège. De cette manière, le nombre d'atomes dans le condensat diminue avec le temps d'attente, mais le condensat reste pur. Compte tenu du fait que nous ne détectons pas tous les atomes mais environ 10%, les condensats les plus petits que nous sommes capables d'observer ont un potentiel chimique d'environ $0.2 \mu\text{K}$. La taille du condensat dans le piège est alors : $r_{\text{bec},x,y}(0) \sim 2.5 \mu\text{m}$ dans les directions (Ox) et (Oy) et $r_{\text{bec},z}(0) \sim 100 \mu\text{m}$ suivant (Oz).

Tous les calculs concernant le condensat ont été effectués dans le cadre de l'approximation de Thomas-Fermi. L'annexe B rappelle que cette approximation est justifiée dans le cas où $\left(\frac{\sigma_{\text{oh},i}}{r_{\text{bec},i}} \right)^4 \ll 1$, avec $r_{\text{bec},i}$ la taille du condensat

dans la direction i et $\sigma_{\text{oh},i}$ celle de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique suivant cette même direction. Dans notre cas, les tailles moyennes de l'oscillateur harmonique valent $\sigma_{\text{oh},x,y} \sim 1 \mu\text{m}$ et $\sigma_{\text{oh},z} \sim 7 \mu\text{m}$. Nous pouvons donc affirmer, *a posteriori*, que l'approximation de Thomas-Fermi se trouve complètement validée dans notre cas même pour les condensats les plus petits.

3.4.4.2 Nombre d'atomes et densité

Tous ces calculs ne reposaient que sur l'analyse de la forme du temps de vol et sur la mesure des fréquences d'oscillations. Pour aller plus loin et donner par exemple la densité du nuage, une donnée supplémentaire est nécessaire. Lorsque la longueur de diffusion est connue suffisamment précisément, comme pour les alcalins, celle-ci peut constituer cette donnée supplémentaire. En effet, alors que la température du nuage thermique est indépendante du nombre d'atomes, la taille du condensat et donc son potentiel chimique dépendent du nombre d'atomes car ils sont dus aux interactions. Dans le régime de Thomas-Fermi, nous avons notamment les relations (voir annexe B) :

$$\mu_{\text{bec}} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(15 \frac{aN_{\text{bec}}}{\sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}} \right)^{2/5} \quad \text{et} \quad r_{\text{bec},i} = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{bec}}}{m\omega_i^2}}, \quad \text{avec } i = x, y, z . \quad (3.17)$$

et donc :

$$n_{\text{bec}}(\vec{0}) = \frac{m\mu_{\text{bec}}}{4\pi\hbar^2 a} \quad (3.18)$$

La connaissance de la longueur de diffusion suffit donc pour déterminer entièrement les dernières caractéristiques du condensat (nombre d'atomes et densité). Cependant, nous avons vu dans le premier chapitre que les prédictions théoriques pour He* étaient trop imprécises. Il nous faut donc prendre le problème dans l'autre sens, et mesurer de façon absolue le nombre d'atomes pour déterminer la longueur de diffusion.

L'ajustement du temps de vol par la loi théorique (3.16) et la calibration de la détection électronique faite au chapitre 2 nous donnent en principe également accès à la mesure du nombre d'atomes. Cependant comme nous ne détectons pas tous les atomes, il faut corriger ce nombre d'atomes par le facteur correctif (\mathcal{F}_{cor}) qui dépend de la proportion d'atomes qui sont passés dans le sous-niveau Zeeman $m = 0$.

La première étape consiste à vérifier que le potentiel chimique varie bien comme attendu en fonction du nombre d'atomes détectés. La variation du potentiel chimique en fonction du nombre d'atomes détectés est représentée sur la figure 3.23 sous différentes formes. La conclusion de cette analyse est que, comme attendu, le potentiel chimique suit la loi 3.17. Mais comme cette

loi est déjà bien établie, cela nous permet surtout de tester la linéarité de notre détection. En effet, nous avons vu au chapitre 2 que nous étions en limite de linéarité du MCP, et il est donc rassurant de vérifier avec cette expérience que notre détecteur est bien linéaire sur cette gamme de flux et de nombre d'atomes détectés. De plus, le facteur correctif (\mathcal{F}_{cor}) pourrait varier avec la taille du condensat, cela semble ne pas être le cas.

L'ajustement de ces courbes avec la loi théorique 3.17 nous donne accès à une mesure précise de $a \times \mathcal{F}_{\text{cor}}$. En effet, les seuls autres paramètres sont les fréquences d'oscillations que nous avons mesurées précisément (voir paragraphe 3.2.4). Pour obtenir une mesure de la longueur de diffusion, il reste donc à obtenir une bonne estimation du facteur correctif. Comme nous l'avons déjà dit, la manière la plus précise que nous avons de déterminer ce facteur est d'utiliser la relation thermodynamique 3.12 pour mesurer le nombre absolu d'atomes et de le comparer au nombre d'atomes détectés. Cependant, nous verrons que ce facteur dépend de la température (Figure 5.18), et sa détermination est donc imprécise. De plus, l'extension spatiale du condensat étant différente de celle d'un nuage thermique, son facteur correctif peut être différent.

Dans une première analyse [50], nous avons simplement supposé que ce facteur correctif était le même que celui du nuage thermique au seuil avec une température de $1 \mu\text{K}$. Nous avons alors trouvé une longueur de diffusion $a = 16 \pm 6 \text{ nm}$ compatible avec celle trouvée par le groupe de l'ENS à Paris avec la même méthode [9]. Cependant cette analyse était entachée de deux types d'erreurs systématiques. Tout d'abord, nous avons maintenant des preuves expérimentales (voir chapitre 4) que davantage d'atomes subissent la transition vers $m = 0$ pour un nuage thermique que pour un condensat. La longueur de diffusion est donc plus faible que celle précédemment déterminée. De plus, une autre erreur systématique avait été introduite dans l'analyse. En effet, c'est la relation (3.17) qui avait été utilisée pour mesurer le facteur correctif. Or, elle n'est vraie qu'au premier ordre en négligeant les interactions pour la partie thermique. Nous verrons au chapitre 5 que la prise en compte des interactions pour cette température entraîne une modification du nombre d'atomes de 20% environ. Ainsi, cette erreur entraîne une surestimation de la longueur de diffusion de 3 nm environ.

Un encadrement de la longueur de diffusion peut être obtenu en encadrant le nombre absolu d'atomes. On peut en effet affirmer, que le nombre d'atomes dans le condensat est plus faible que dans le nuage thermique au seuil et qu'il est plus élevé que le nombre obtenu en utilisant le facteur correctif du nuage thermique et le nombre d'atomes détectés dans le condensat. Une telle analyse est détaillée dans le chapitre 4 et donne comme résultat $6 \text{ nm} < a < 16 \text{ nm}$.

Pour donner des ordres de grandeur, le nombre d'atomes et la densité du plus gros condensat observé sont donnés dans le tableau 3.4 pour deux

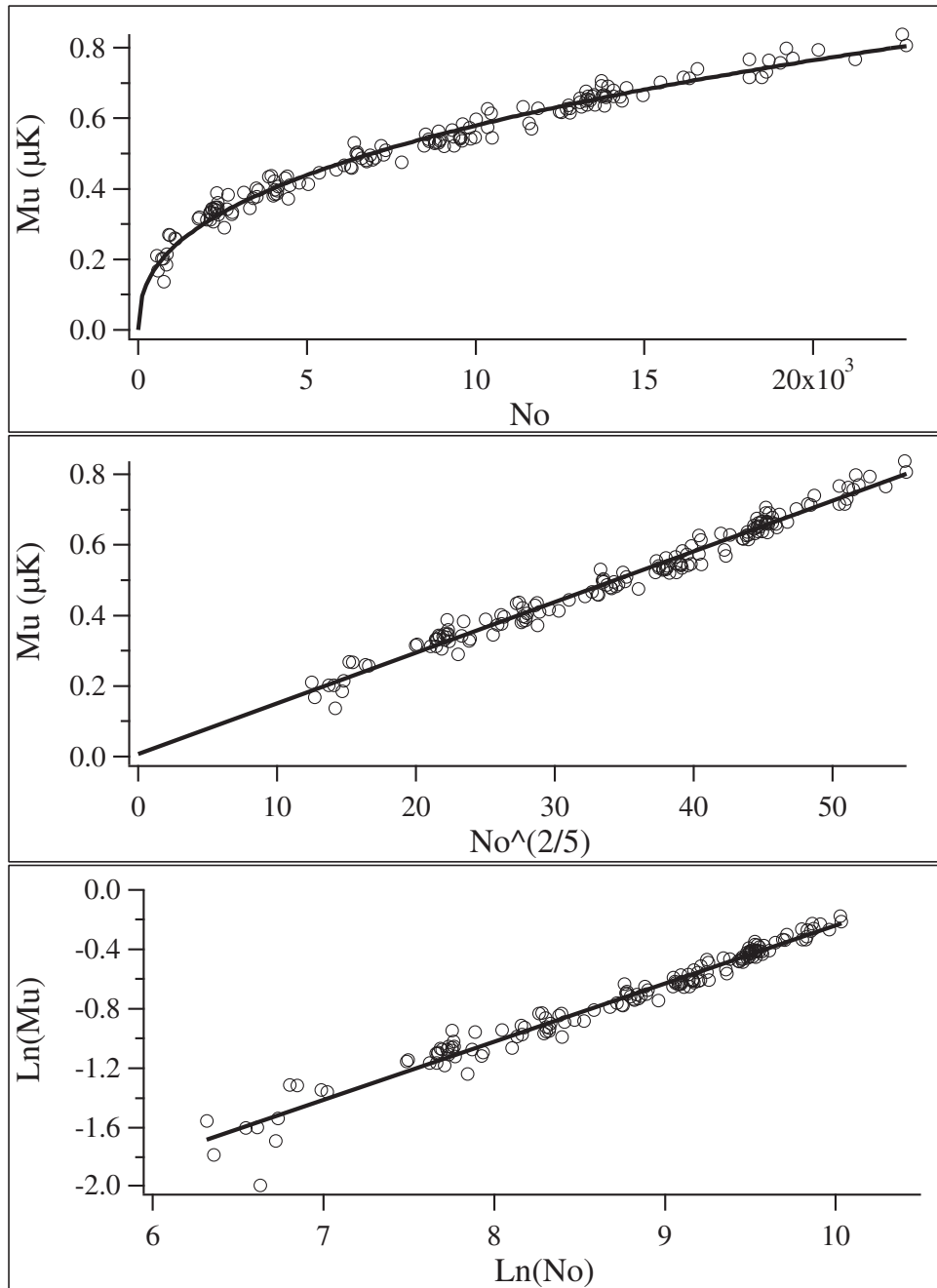


FIG. 3.23 – Figure du haut : potentiel chimique mesuré en fonction du nombre d'atomes détectés, la courbe en trait plein correspond à un ajustement par une fonction $A \times N^{2/5}$. La figure suivante représente le potentiel chimique en fonction du nombre d'atomes à la puissance $2/5$. La dernière figure est tracée en échelle Log-Log et le fit par une fonction linéaire donne une pente de 0.39 ± 0.01

| | N_{bec} | $n_{\text{bec}}(\vec{0})$ (at/cm ³) |
|-------------|-------------------|---|
| $a = 8$ nm | $5.5 \cdot 10^5$ | $6.5 \cdot 10^{13}$ |
| $a = 16$ nm | $2.75 \cdot 10^5$ | $3.25 \cdot 10^{13}$ |

TAB. 3.4 – Nombre d’atomes et densité dans le condensat le plus gros observé, pour deux longueurs de diffusion

longueurs de diffusion différentes. D’après les relations (3.17) et (3.18), la densité et le nombre d’atomes sont inversement proportionnels à la longueur de diffusion.

Ainsi, la mesure de la longueur de diffusion par cette méthode ne peut être qu’approximative. Pour pouvoir faire une mesure précise, il faudrait obtenir une détection bien calibrée des atomes du nuage thermique et du condensat (le plus simple étant d’avoir la même détection pour les deux nuages). Nous espérons pouvoir obtenir une telle détection en employant des faisceaux Raman pour faire basculer rapidement tous les atomes dans le sous-niveau Zeeman $m = 0$. Nous verrons également aux chapitres 4 et 5 que d’autres méthodes peuvent nous permettre d’améliorer notre estimation de la longueur de diffusion.

3.4.5 Une nouvelle signature de la condensation

Nous avons utilisé comme signature de la condensation de Bose-Einstein la double structure des temps de vol et la variation de la taille du condensat avec le nombre d’atomes. D’autres signatures existent, comme les propriétés de cohérence d’un condensat ou l’inversion d’ellipticité du nuage pendant son expansion. Cependant, dans le cas d’un atome métastable, nous avons une signature originale, qui est l’évolution du taux d’ions produits par l’échantillon au moment de la condensation. L’objet du prochain chapitre est d’étudier cette évolution ainsi que les autres possibilités qu’apporte ce signal d’ions.

Un outil particulier aux atomes métastables : le signal d'ions

L'obtention même du condensat de Bose-Einstein d'hélium métastable [9, 8], étudiée au chapitre précédent, a démontré que le taux de collisions inélastiques était particulièrement réduit dans un échantillon polarisé. En effet, un fort taux de collisions inélastiques (voir chapitre 1) aurait bloqué le refroidissement évaporatif avant d'atteindre la condensation, le taux de pertes devenant plus important que le taux de collisions élastiques pour des densités faibles. Le taux de collisions inélastiques n'est cependant pas totalement supprimé dans un échantillon polarisé (le chapitre 5 détaille les mesures des constantes de collision), et vers la fin du refroidissement évaporatif, quand la densité devient suffisamment importante, le nuage atomique produit un taux d'ions non négligeable que nous sommes capables de détecter. L'analyse de ce signal d'ions (paragraphe 4.3) permet de montrer qu'il constitue une signature originale de la condensation de Bose-Einstein.

Ceci constitue l'intérêt essentiel de l'observation du signal d'ions mais ce n'est pas le seul. Le but de ce chapitre est de détailler un certain nombre des possibilités qu'offre ce signal d'ions. Dans une première partie (4.1), nous montrerons qu'il simplifie la tâche de l'expérimentateur, en rendant simples, rapides et précises des expériences qui, dans le cas des alcalins, sont longues et fastidieuses. C'est par exemple le cas pour mesurer la durée de vie ou les fréquences d'oscillations.

Dans une deuxième partie (4.2), les possibilités originales qu'apporte le taux d'ions sont abordées. Nous montrerons comment l'observation du taux d'ions pendant les différentes phases menant à la condensation (Figure 4.1), est un véritable "monitoring" du nuage qui permet de suivre son évolution et de déceler des problèmes éventuels. Nous détaillerons notamment comment le signal de la figure 4.1 est obtenu et les informations qu'il apporte.

Enfin, le dernier paragraphe (4.3) se concentre sur l'étude du taux d'ions pendant les dernières secondes de l'évaporation et après la formation du condensat. Une étude expérimentale permet de montrer que le taux d'ions est non seulement une signature de la condensation mais aussi un indicateur précis du moment où elle survient. Enfin, le signal d'ions obtenu pendant la

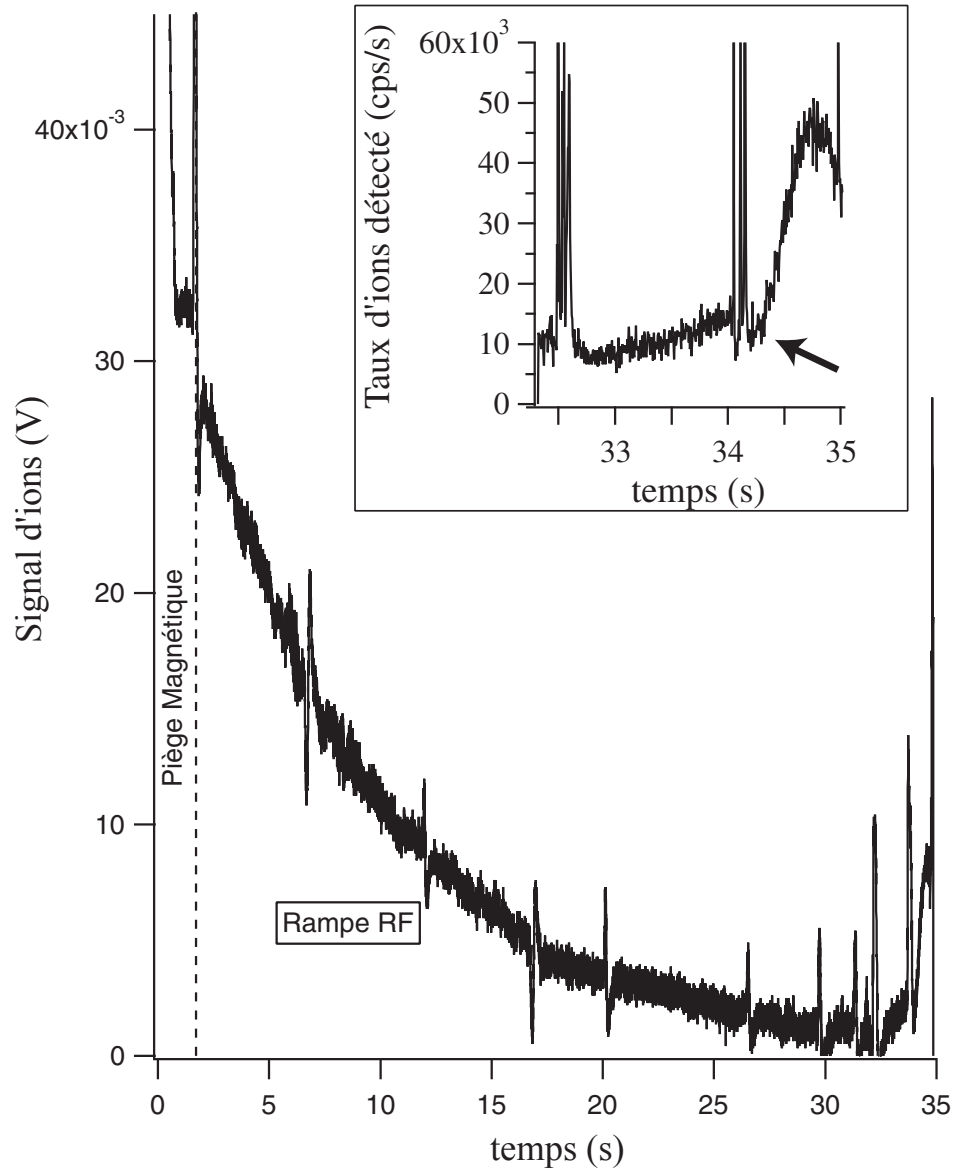


FIG. 4.1 – Signal d'ions enregistré de façon analogique pendant les différentes phases du refroidissement évaporatif. Ce signal est obtenu en soustrayant le signal obtenu en repoussant les ions (grilles portées à un potentiel positif) du signal obtenu en attirant les ions (voir paragraphe 4.2). Un filtre ($RC \simeq 1$ s) est utilisé pour diminuer le bruit. Les discontinuités du taux d'ions proviennent d'une mauvaise soustraction des deux signaux. Les atomes sont chargés dans le piège magnétique à $t = 0$ puis, après un temps d'attente, on commence à appliquer la rampe RF de refroidissement évaporatif (à partir du trait en pointillé). Pendant toute la première partie du refroidissement, le signal est dû aux collisions avec le gaz résiduel et est donc proportionnel au nombre d'atomes. Vers la fin de l'évaporation, le signal d'ions augmente, preuve qu'il commence à dépendre de la densité. L'encart présente une mesure du taux d'ions en comptage pendant les dernières secondes de l'évaporation. La brusque rupture de pente est la signature de la brusque augmentation de densité à la formation du condensat.

formation du condensat est comparé à une étude théorique dans l'approximation de champ moyen.

4.1 Un outil qui simplifie la tâche de l'expérimentateur

Nous avons vu, dans le premier chapitre, que la nature des ions produits dépend de la densité de l'échantillon. D'après les estimations théoriques, tant que la densité reste inférieure à 10^{12} at/cm³, les collisions avec le gaz résiduel (réactions 1.3) dominent. Le taux d'ions est alors proportionnel au nombre d'atomes. Pour des densités plus élevées, les collisions Penning à deux corps (réactions 1.4) et les recombinaisons à trois corps (réactions 1.9) interviennent. Le taux d'ions n'est plus alors seulement dépendant du nombre d'atomes mais aussi de la densité de l'échantillon. Nous allons dans ce paragraphe décrire une utilisation du signal d'ion dans chacun de ces domaines de densité. Lorsque le signal d'ions est proportionnel au nombre d'atomes, il peut nous servir à mesurer la durée de vie de l'échantillon. Lorsqu'il dépend de la densité, il peut nous permettre de constater un chauffage du nuage.

4.1.1 Durée de vie d'un nuage "chaud"

Nous avons vu au chapitre 3 que les mesures de durées de vie étaient incontournables sur la route de l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein. En effet, il faut s'assurer que le taux de pertes est le plus faible possible pour pouvoir réaliser un refroidissement évaporatif efficace. Quelques photons par atome pendant la durée du refroidissement suffisent pour détruire l'échantillon. Pour éliminer cette lumière parasite, de nombreuses mesures de durée de vie sont souvent nécessaires en vue de déterminer le laser fautif.

La méthode habituellement utilisée consiste à relâcher les atomes du piège après différents temps d'attente, en vue de déterminer l'évolution du nombre d'atomes au cours du temps. Une telle méthode suppose une bonne stabilité du dispositif expérimental pour reproduire à chaque réalisation un échantillon initial de même nombre d'atomes. De plus, ces expériences sont longues et fastidieuses puisqu'il faut réaliser autant d'expériences que de points souhaités sur la courbe du nombre d'atomes en fonction du temps. Nous allons voir comment l'utilisation du signal d'ion nous permet d'obtenir cette courbe en une seule réalisation. La mesure est ainsi bien plus facile et n'est pas sujette aux fluctuations du nombre d'atomes initial.

4.1.1.1 Equations cinétiques

Lorsque la densité est suffisamment faible, le taux d'ions est uniquement dû aux collisions avec le gaz résiduel. Dans ce cas, l'équation (1.14) décrivant l'évolution du nombre d'atomes devient :

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} \quad (4.1)$$

avec τ la durée de vie de l'échantillon. L'équation 1.16 permettant de calculer le taux d'ions devient quant à elle :

$$I = \frac{N}{\tau_i} \quad (4.2)$$

avec τ_i la durée de vie liée aux seules collisions *ionisantes*. Dans toute la suite et par abus de langage nous appellerons cette constante durée de vie d'ionisation. Cette durée de vie d'ionisation est à priori différente de τ car nous avons vu dans le premier chapitre que les collisions élastiques pouvaient également être responsables de pertes en communiquant suffisamment d'énergie à l'atome d'He* piégé pour qu'il sorte du piège. En combinant ces deux équations, on trouve de façon triviale :

$$I(t) = I(t_0) \exp\left(\frac{t_0 - t}{\tau}\right) \text{ avec } I(t_0) = \frac{N(t_0)}{\tau_i} \quad (4.3)$$

Ainsi l'évolution exponentielle du signal d'ion nous donne accès à la mesure de la durée de vie et la valeur absolue du taux d'ions nous donne accès à la durée de vie d'ionisation si l'on connaît le nombre d'atomes. Il nous permet donc de déceler la présence de pertes non-ionisantes.

4.1.1.2 Mesures de la durée de vie

Étudions tout d'abord l'évolution du taux d'ions avec le temps. Nous avons montré au chapitre 2 que nous pouvions réaliser ces mesures en comptage pour des flux inférieurs à 10^6 s^{-1} . Nos taux d'ions étant toujours inférieurs à cette limite, des mesures sont possibles tant en mode analogique qu'en comptage.

En mode analogique, le rapport signal à bruit est limité par le bruit électronique. Celui-ci étant assez important (Figure 4.2), on utilise un filtre de basse bande passante (constante de temps d'environ 1 s) pour le limiter. Nous observons bien une décroissance exponentielle. La durée de vie trouvée par l'ajustement du signal d'ion par une exponentielle décroissante est de 115 s. Le vide résiduel se dégrade avec le temps ce qui réduit lentement la valeur de la durée de vie, et il faut régulièrement (tous les 3 ou 4 mois),

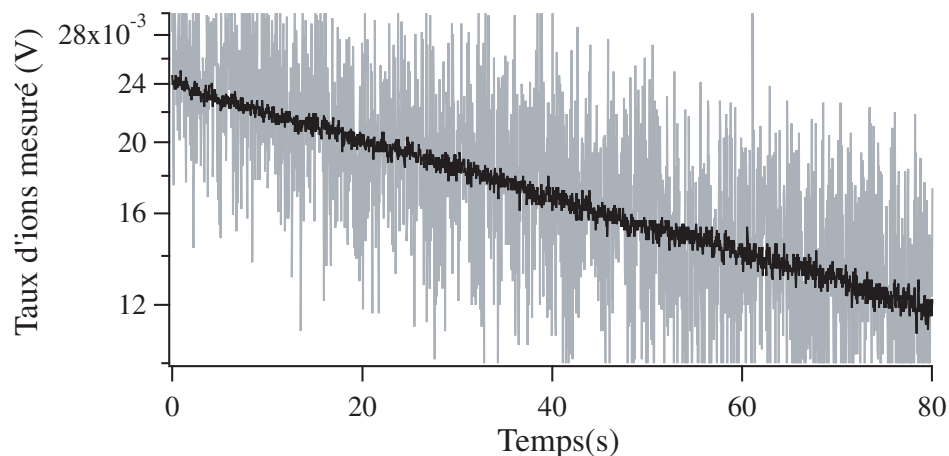


FIG. 4.2 – Evolution du signal d'ions mesuré de façon analogique au cours du temps (le signal d'ions est donné en échelle logarithmique). La courbe grisée correspond au signal à la sortie de l'ampli lent. La courbe noire est obtenue en rajoutant un filtre de constante de temps environ 1 s.

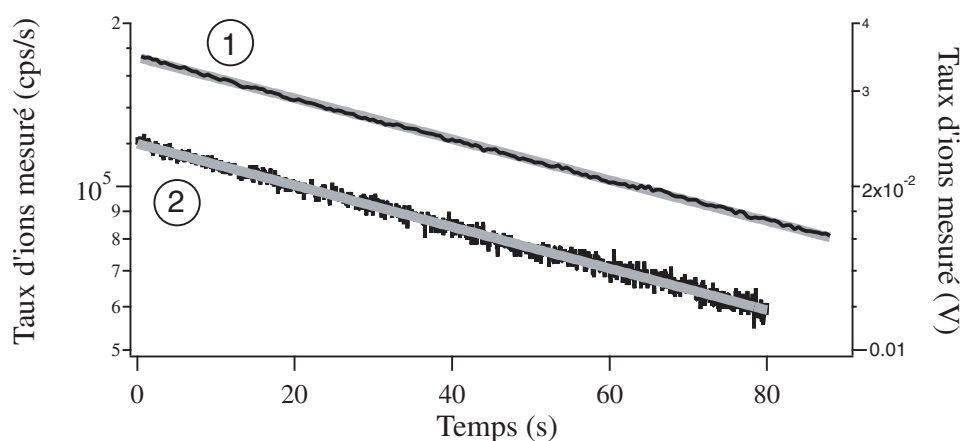


FIG. 4.3 – La courbe noire n° 1 représente l'évolution du signal d'ions mesuré en comptage (canal de 0.5 s) au cours du temps (échelle logarithmique de gauche). La courbe de la figure précédente est également reportée (courbe noire n° 2 : échelle de droite). Les courbes grisées correspondent aux ajustements par une fonction exponentielle qui donnent accès à la durée de vie. On trouve $\tau \simeq 115$ s pour les deux ajustements. Les deux courbes grisées ont la même épaisseur pour permettre de comparer les rapports signal à bruit.

activer les filaments du sublimateur de titane pour garder une durée de vie de cet ordre de grandeur.

Lors de mesures en comptage, le bruit est beaucoup plus faible (voir Figure 4.3). Le bruit est en effet limité par le bruit de grenaille, et dépend donc de la taille du canal choisi pour analyser le taux d'ions (voir chapitre 2). Dans l'exemple de la figure 4.3, le rapport signal à bruit est tel que l'on commence à voir de légères déviations par rapport à une décroissance exponentielle. Ces déviations étaient dues à la présence de lumière parasite dont la fréquence et l'intensité fluctuaient au cours du temps. En chassant ces derniers photons parasites on obtient une meilleure décroissance exponentielle avec une durée de vie de 128.5 s (Figure 4.4). L'erreur statistique sur cette valeur est d'environ 0.5%.

La mesure de durée de vie est indépendante de toute calibration de l'efficacité de détection des ions ou des atomes puisqu'elle ne dépend que de la forme de la courbe. Par contre elle suppose la linéarité de la détection et l'absence de collisions à deux ou trois corps. De tels effets se manifesteraient par un mauvais ajustement de la courbe par une fonction exponentielle. Nous avons déjà discuté le problème de linéarité de la détection au chapitre 2. Il reste à vérifier que ce sont les collisions avec le gaz résiduel qui dominent le signal d'ions. Pour obtenir une borne supérieure pour la constante de collisions Penning à deux corps β , on peut ajuster la décroissance du taux d'ions de la figure 4.4, par la loi théorique prenant en compte les collisions Penning à deux corps. Au premier ordre, le taux d'ions reste proportionnel au nombre d'atomes dont la décroissance peut s'écrire [94, 51] :

$$N(t) = \frac{N(0)}{(1 + \beta \langle n \rangle \tau) \exp^{t/\tau} - \beta \langle n \rangle \tau} \quad (4.4)$$

L'ajustement par cette loi (en laissant τ et $\beta \times \langle n \rangle$ en paramètres libres) permet d'affirmer que le produit $\beta \times \langle n \rangle$ est inférieur à $2 \cdot 10^{-3}$. Un temps de vol permet de mesurer le nombre d'atomes et la température du nuage à $t = 0$, soit $N(0) \simeq 10^8$ et $T \simeq 800 \mu\text{K}$. La densité moyenne associée est $4.5 \cdot 10^8 \text{ at/cm}^3$. On trouve donc $\beta < 5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}$. Cette borne supérieure est un ordre de grandeur plus basse que celle trouvée en analysant directement la décroissance du nombre d'atomes [51]. Cette amélioration est rendue possible par le bon rapport signal à bruit en comptage et par l'élimination des fluctuations statistiques du nombre initial d'atomes. Cependant, elle est encore loin de la prédiction théorique et de la valeur que nous trouvons expérimentalement en analysant le flux d'ions issu du condensat (chapitre 5). Cela vient du fait que l'effet des collisions à deux corps est très faible pour ces densités. D'autres effets peuvent modifier la décroissance du nombre d'atomes comme un possible refroidissement évaporatif dû à la profondeur finie du potentiel de piégeage, ou la persistance de lumière parasite, ou encore une durée de

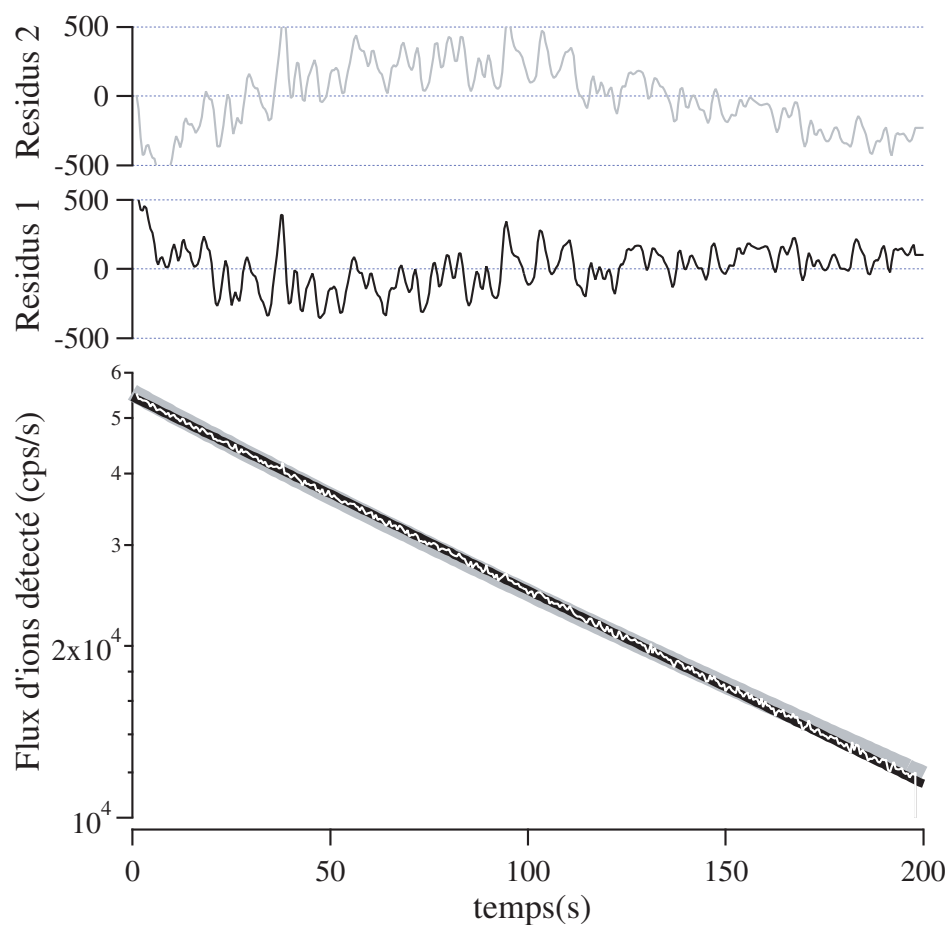


FIG. 4.4 – Taux d'ions détecté en échelle logarithmique en fonction du temps d'attente dans le piège magnétique (courbe blanche). Cette courbe est ajustée par une exponentielle décroissante (courbe noire) et les résidus (données expérimentales moins valeurs de l'ajustement) sont tracés (résidus 1). Elle est ensuite ajustée par la loi 4.4, prenant en compte les collisions Penning à deux corps (courbe grise). La valeur $\beta \langle n \rangle = 2 \cdot 10^{-3}$ est imposée et les résidus sont tracés (résidus 2). Cette valeur donne un mauvais ajustement nous avons donc $\beta \langle n \rangle < 2 \cdot 10^{-3}$.

vie qui évolue au cours du temps à cause d'un dégazage des parois qui changerait à cause d'effets thermiques par exemple. Nous pensons que ce sont principalement ces types d'effets qui expliquent le caractère non parfaitement exponentiel de la décroissance du taux d'ions et nous n'avons donc pas essayé d'analyser plus en détail ces données pour améliorer notre estimation de β par cette méthode.

Un autre moyen de vérifier que ce sont bien les collisions avec le gaz résiduel qui dominant le taux d'ions est d'observer l'évolution du signal d'ions au moment de la coupure du champ magnétique. En effet, 1 ms après la coupure la densité de l'échantillon est divisée par 100^1 , mais le nombre d'atomes présent est inchangé. Par conséquent, il suffit de regarder si le signal d'ions diminue juste après la coupure, ou s'il reste constant, pour savoir si les collisions avec le gaz résiduel dominant le taux d'ions à peu près jusqu'au milieu de la troisième rampe d'évaporation.

Des mesures de durée de vie ont été réalisées à différents stades du refroidissement évaporatif pour s'assurer qu'elle restait constante. En effet, plus les atomes sont froids plus ils sont sensibles à la lumière parasite à résonance par exemple. Une fois toute la lumière parasite chassée sur toute la gamme de température où les collisions avec le gaz résiduel dominant le taux d'ions, nous avons réussi à maintenir une durée de vie constante.

4.1.1.3 Mesures de la durée de vie d'ionisation

Une fois la durée de vie mesurée, il est intéressant de la comparer à la durée de vie d'ionisation. Le taux d'ions initial de la courbe 4.3, soit $1.7 \cdot 10^5$ coups/s, correspond à un nuage de $4.5 \cdot 10^8$ atomes à $830 \mu\text{K}$ (mesurés par temps de vol). Ainsi, en prenant en compte une efficacité de détection des ions de 0.42 (voir chapitre 2), on trouve $\tau_i \simeq 1150$ s. L'incertitude sur cette valeur est liée à l'incertitude sur le nombre d'atomes (un facteur 2) et sur l'efficacité de détection des ions (l'efficacité de détection est en fait $0.42 \times \varsigma$ avec ς qui exprime le fait qu'à cette température, on n'est pas sûr que tous les ions atteignent le détecteur ; on estime ς compris entre 0.5 et 1 et tendant vers 1 aux faibles températures : voir chapitre 2). Avec cette expérience, nous estimons donc que τ_i est compris entre 300 et 2300 s. C'est à dire que le nombre de collisions ionisantes est entre 3 et 20 fois plus faible que le nombre total de collisions avec le gaz résiduel entraînant des pertes.

L'autre partie des collisions est non-ionisante. Il est possible de mesurer le flux d'atomes d' He^* éjectés du piège. En effet, lorsque l'on applique une tension positive sur les grilles pour repousser les ions, il subsiste un signal

¹Cette valeur numérique a été calculée à partir des lois d'expansion balistique ($\sigma_i(t) = \sqrt{\sigma_i(0) + \frac{k_B T}{m} t^2}$) et avec les paramètres typiques de notre piège.

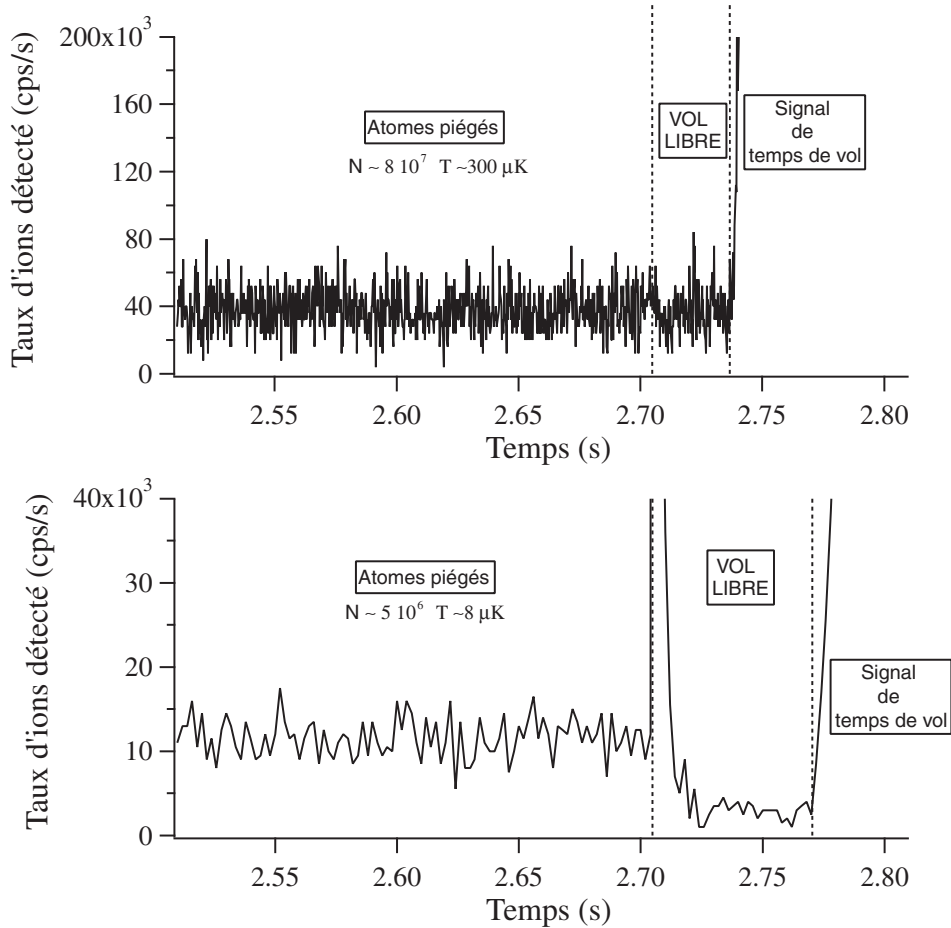


FIG. 4.5 – Signal d’ions détecté en comptage au moment de la coupure du piège magnétique. La courbe du haut a été enregistrée après les deux premières rampes RF d’évaporation. La courbe du bas a été enregistrée après la troisième rampe d’évaporation. La coupure du piège magnétique correspond à $t = 2.71$ s et est indiquée par le premier trait pointillé. Lorsque la température est faible, comme sur la figure du bas, nous observons juste après la coupure un flux d’ions très court et très intense que nous attribuons à des collisions entre les atomes passés dans $m = 0$ et ceux restant dans $m = 1$. Nous n’avons pour l’instant pas réalisé d’étude quantitative de ce signal. 1 ms après la coupure, la densité a été divisée par 100, et seule la contribution des collisions avec le gaz résiduel subsiste. Après le deuxième trait pointillé, le signal de temps de vol dû aux atomes d’He* atteignant le détecteur commence à arriver et se superpose au taux d’ions, la mesure n’est plus possible. Ainsi, après la deuxième rampe d’évaporation, ce sont les collisions avec le gaz résiduel qui constituent l’essentiel du taux d’ions et une mesure de durée de vie est possible. Après la troisième rampe, les collisions avec le gaz résiduel ne représentent que 25% du signal d’ions total, les collisions Penning à deux corps deviennent prépondérantes et le taux d’ions dépend alors de la densité de l’échantillon.

(voir figure 4.6). Ce signal est dû à des atomes d'He* éjectés. L'efficacité de collection est très faible. En effet, puisque les atomes éjectés ont une énergie supérieure à la profondeur du puits de potentiel (environ 10 mK), seule la proportion d'atomes correspondant à l'angle solide du détecteur est détectée, soit environ 0.5%. Ainsi, un flux de $2.8 \cdot 10^3$ coups détectés par seconde correspond à un flux éjecté réel $\Phi_a = 3.2 \cdot 10^6$ atomes/s, en tenant compte de l'efficacité de détection ($T_{gr} \eta \epsilon'_a$) des atomes (voir chapitre 2). La durée de vie associée à ces pertes vaut $\tau_a = \frac{N}{\Phi_a} \simeq 130$ s. On peut alors calculer τ_i en utilisant la relation $1/\tau = 1/\tau_i + 1/\tau_a$. On trouve $\tau_i = 1000$ s. Cette mesure est en très bon accord avec la valeur précédemment calculée.

Regardons maintenant quelle est l'incertitude sur τ_a . Sa valeur a été calculée en faisant le rapport du nombre d'atomes sur le flux d'atomes. L'incertitude sur la calibration absolue du nombre d'atomes et sur l'efficacité de détection des He* est grande (un facteur 2) mais ces calibrations viennent en fait de la même mesure optique du nombre d'atomes (voir chapitre 2), et la valeur de τ_a est donc indépendante de cette calibration. Une autre source d'incertitude vient du fait que, de forts champs magnétiques étant présents, la proportion d'atomes frappant le détecteur est peut être différente de l'angle solide. Cependant la vitesse des He* éjectés étant grande, cet effet doit être faible. Ainsi, les incertitudes sur τ_a sont a priori très faibles et liées par exemple à un mauvais ajustement du temps de vol par la fonction théorique. Ces erreurs sont de l'ordre de 20%. La valeur de τ_i ainsi calculée varie vite avec la valeur de τ_a et on estime donc τ_i compris entre 500 s et une valeur infiniment grande. Cette méthode permet donc de trouver une meilleure borne inférieure pour τ_i : $\tau_i > 500$ s.

On peut s'interroger sur l'origine des collisions ionisantes et des collisions non-ionisantes. Nous avons vu dans le premier chapitre que la référence [60] indiquait que les collisions ionisantes étaient essentiellement dues à la pression résiduelle en molécules d'eau. Nous n'avons aucune indication à ce sujet, puisque nous ne différencions pas les ions formés. Il faudrait utiliser un spectromètre de masse. La seule indication que nous ayons est que les collisions élastiques sont pour environ 25% dues au jet atomique résiduel car lorsque nous fermons la vanne pendant le temps d'attente, le flux d'atomes diminue brusquement d'environ 25% (il revient à la même valeur si la vanne est alors ouverte).

4.1.1.4 Résumé-conclusion

Résumons brièvement cette étude sur la durée de vie d'un nuage chaud. Nous avons vu que lorsque le nuage est peu dense, les pertes sont dominées par les collisions avec le gaz résiduel. Une partie de ces collisions est ionisante,

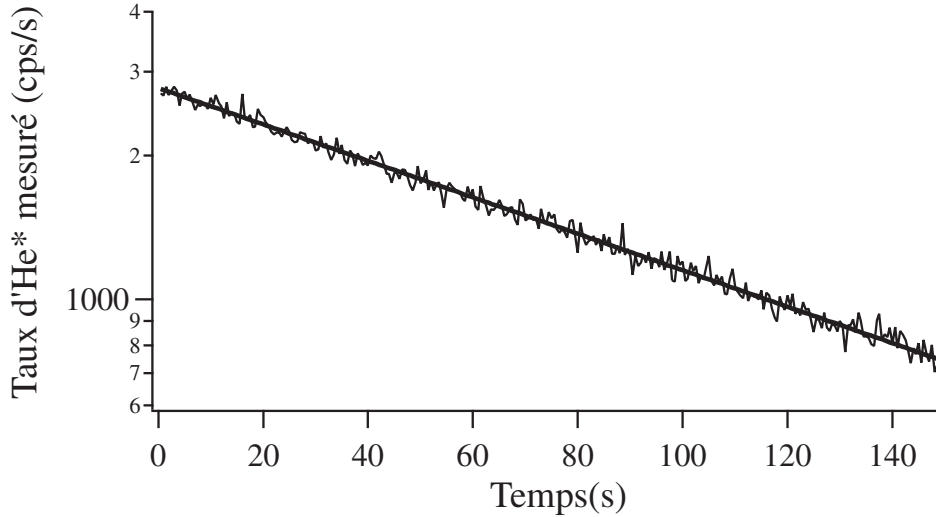


FIG. 4.6 – Evolution du flux d'He* détecté en comptage au cours du temps. La courbe est ajustée par une exponentielle décroissante et donne une durée de vie de 115 s.

l'autre est non-ionisante.

Le flux d'ions produits est détecté en mode analogique ou en comptage, la détection en comptage permettant d'obtenir un bien meilleur rapport signal à bruit. Ce flux est proportionnel au nombre d'atomes piégés ($I = N/\tau_i$), et décroît exponentiellement avec le temps d'attente. La constante de temps de cette décroissance est la durée de vie totale de l'échantillon τ due aux collisions ionisantes mais aussi aux collisions non-ionisantes. On mesure $\tau \simeq 120$ s et $\tau_i \simeq 1000$ s.

Les collisions non-ionisantes font s'échapper du piège des atomes chauds d'He*. Le flux d'atomes créé est aussi proportionnel au nombre d'atomes piégés ($\Phi_a = N/\tau_a$) et décroît exponentiellement avec la même constante de temps τ . Comme seule la partie du flux correspondant à l'angle solide du détecteur est détectée, les flux détectés sont très faibles et doivent être détectés en comptage. En prenant en compte cet angle solide, on trouve $\tau \simeq 120$ s et $\tau_a \simeq 130$ s. Les différentes durées de vie doivent être reliées par la relation $1/\tau = 1/\tau_i + 1/\tau_a$.

Nous appellerons dans toute la suite et par abus de langage τ_i la durée de vie d'ionisation.

4.1.2 Mesures des fréquences d'oscillations

Nous venons de voir des mesures faites à faible densité, et utilisant la proportionnalité entre le nombre d'atomes et le taux d'ions. A forte densité, cette proportionnalité n'est plus réalisée, car les collisions Penning à deux corps et les recombinaisons à trois corps deviennent importantes. Le signal d'ions devient dépendant de la densité de l'échantillon. On peut alors se servir du taux d'ions pour déceler un changement de cette densité.

Un exemple d'une telle application est la mesure des fréquences d'oscillations. En effet, la méthode habituellement utilisée pour faire cette mesure est de moduler la fréquence d'oscillation du piège pour provoquer un chauffage du nuage d'atomes piégés. Pour constater ce chauffage, à la place de faire des mesures par temps de vol, comme celles présentées dans le chapitre 3, on peut utiliser le taux d'ions comme révélateur du chauffage du piège. Nous allons maintenant présenter ce type d'expériences.

On utilise, comme expliqué dans le chapitre 3, une paire de bobines annexes en configuration Helmholtz et d'axe parallèle à la direction (Oz) du biais. Ces bobines sont alimentées par un courant modulé sinusoïdalement à la fréquence ν_{bob} autour de la valeur nulle. Ceci crée une modulation du biais d'une centaine de mG à ν_{bob} autour de sa valeur centrale, et donc les fréquences d'oscillation suivant (Ox) et (Oy) se trouvent modulées à ν_{bob} également. La position du minimum du potentiel de piégeage se trouve elle aussi modulée à cette même fréquence à cause du couplage dû à la gravité [103] ou même parce que les bobines externes ne sont pas parfaitement centrées sur les bobines du piège.

Au lieu de mesurer la température par le temps de vol, il est possible de constater le chauffage en regardant simplement l'allure du taux d'ions. Pour un condensat par exemple, le signal d'ions est dominé par les collisions Penning à deux corps et les recombinaisons à trois corps. Comme la densité dans le condensat est très supérieure à la densité d'un nuage thermique de même nombre d'atomes, un chauffage entraîne une décroissance très importante du taux d'ions (Figure 4.7).

Le signal d'ions est alors intéressant car il répercute le chauffage de manière non-linéaire, ce qui permet d'obtenir la fréquence de résonance de façon très précise. Les données présentées sur la figure 4.7 ont été enregistrées avec un biais de 300 mG et en cherchant la fréquence ω_x . C'est à dire en utilisant le chauffage lié à une oscillation du centre du piège (voir chapitre 3). La largeur de la résonance (figure 4.7) est de l'ordre de 10 Hz, elle est donc un ordre de grandeur plus faible que lorsqu'on observe le chauffage avec les temps de vol (voir chapitre 3). Nous avons vérifié que les fréquences d'oscillations obtenues

par les deux méthodes donnent des fréquences d'oscillations compatibles.

La sensibilité de la méthode est ici généralement plus grande que les fluctuations de la fréquence d'oscillation, qui sont de l'ordre de 50 Hz. En pratique, des données comme celles présentées sur la figure 4.7 sont rarement obtenues car la fréquence d'oscillation varie trop. Sur ce jeu de données, le biais avait été particulièrement stable pendant la durée des mesures. En général, dans notre cas, cette méthode ne permet pas d'obtenir les fréquences d'oscillations de façon plus précise.

Même si l'utilisation du signal d'ions ne permet pas d'améliorer la précision de la mesure à cause des fluctuations du biais, il rend ces mesures plus faciles. Pour vérifier que l'on est toujours à la fréquence de résonance, il suffit par exemple de vérifier que le taux d'ions diminue de façon aussi rapide que sur la figure 4.7. Si ce n'est pas le cas, il est sans doute possible d'obtenir la valeur de la fréquence de résonance en une seule réalisation en wobulant la fréquence d'excitation autour de la fréquence attendue. Le moment où le taux d'ions s'écroule indiquerait, dans ce cas, la fréquence de modulation pour laquelle on est à résonance. Nous n'avons pour l'instant pas réalisé ce type d'expériences.

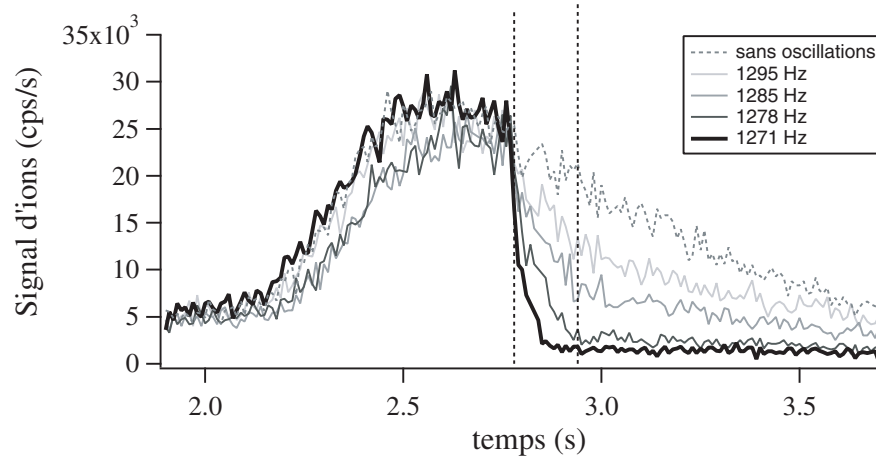


FIG. 4.7 – Evolution du taux d'ions détecté en fonction du temps. La rampe d'évaporation est appliquée jusqu'au premier trait pointillé ($t = 2.75$ s), et un condensat pur est alors formé. Puis, pendant 200 ms (entre les deux traits pointillés), on applique la modulation du biais. Après le deuxième trait pointillé, les atomes sont maintenus dans le piège non modulé. La figure présente cinq réalisations différentes de l'expérience avec des fréquences de modulation différentes. Plus la couleur de la courbe est claire, plus la fréquence est importante. La courbe en trait pointillé correspond à une réalisation où l'on n'a pas modulé le biais. La courbe noire correspond à la résonance pour 1270 Hz. Des courbes similaires sont obtenues pour des fréquences de modulation symétriques par rapport à la résonance mais n'ont pas été représentées pour plus de clarté. La largeur de la résonance est de 10 Hz environ.

4.2 Un suivi permanent et en temps réel du nuage d'atomes piégé.

Nous venons de voir deux exemples d'utilisation du signal d'ions pour faciliter la réalisation d'expériences courantes : la mesure de la durée de vie et la mesure des fréquences d'oscillation. Mais le signal d'ions apporte aussi des possibilités originales. Son grand avantage réside dans le fait qu'il constitue un suivi permanent et non perturbatif² du nuage d'atomes piégé. C'est à dire que, sans perturber le système, nous avons constamment accès à des informations sur le nuage d'atomes piégés. Quand la densité est suffisamment faible, le signal d'ions nous renseigne sur l'évolution du nombre d'atomes, et quand la densité devient importante, il nous renseigne sur la densité de l'échantillon. D'une façon générale, nous possédons en permanence un signal que nous pouvons comparer au signal "habituel", et nous pouvons ainsi déceler des instabilités (du biais ou des conditions initiales) ou déterminer les raisons qui font que la condensation n'est pas atteinte par exemple.

En effet, dans une expérience classique (sur un alcalin par exemple), lorsqu'à la fin de la rampe d'évaporation le piège ne contient plus aucun atome, il est difficile de savoir quelle en est la raison. Par ordre chronologique, cela peut venir d'un piège magnéto-optique contenant trop peu d'atomes (problèmes dans l'asservissement en fréquence des lasers, jet atomique faible,...), d'un mauvais transfert dans le piège magnétique (mélasse, pompage optique,...), d'une mauvaise durée de vie (présence de lumière parasite,...), ou encore, tout simplement, d'un biais tel que la fin de la rampe d'évaporation vide complètement le piège car elle le dépasse. Habituellement, il faut faire un certain nombre de tests systématiques pour trouver le problème, et si celui-ci se produit de manière non régulière, cela devient très difficile. Dans notre cas, il nous suffit d'observer le signal d'ions et de constater à partir de quelle étape il diffère du signal d'ions habituel.

Pour ce faire, on attire les ions en imposant une tension négative sur les grilles devant le MCP, et on mesure la tension à la sortie de la chaîne analogique de détection (voir chapitre 2). La figure 4.8 montre les signaux obtenus. En fait, lorsque l'on attire les ions, le signal obtenu est dû pour une part au flux d'ions mais aussi pour une part au flux d'He* puisque celui-ci n'est pas influencé par le potentiel des grilles. Ainsi, pour obtenir le signal d'ions de la figure 4.1, il faut soustraire les deux signaux de la figure 4.8. L'analyse du taux d'ions obtenu par cette soustraction donne des informations quantita-

²Ce mot est ici employé dans le sens où le fait de détecter ou de ne pas détecter les ions produits ne change rien au système. Le fait qu'il y ait une production d'ions modifie bien sûr intrinsèquement le système.

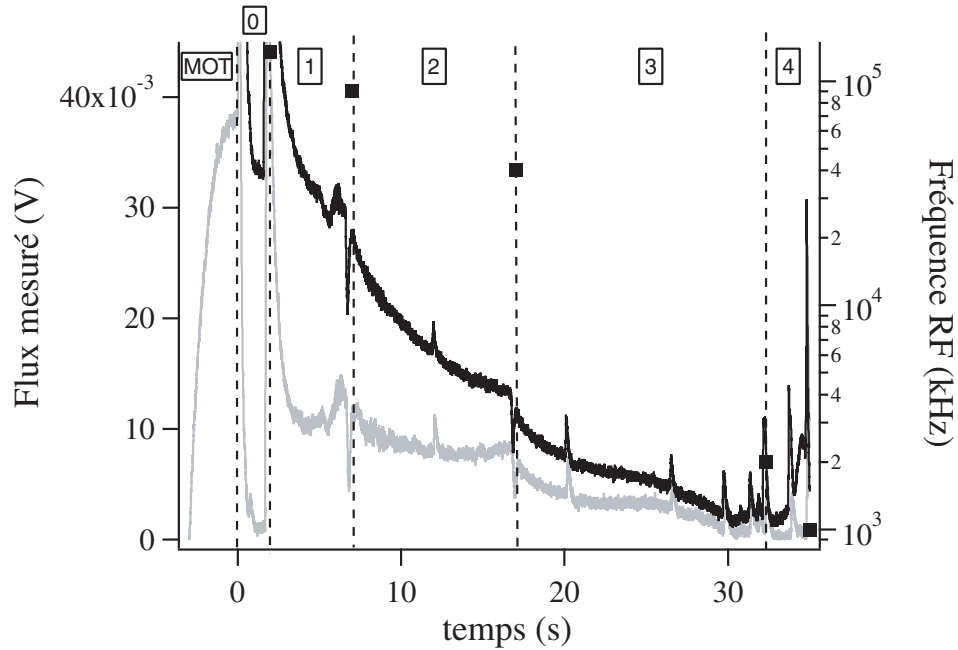


FIG. 4.8 – Signaux enregistrés de façon analogique pendant les différentes phases menant à la condensation. Un filtre avec une constante de temps d'environ 1 s est utilisé pour diminuer le bruit. La courbe en noir correspond au signal obtenu en attirant les ions (grilles portées à un potentiel négatif de 30 V), la courbe grise correspond à celui obtenu en repoussant ces ions et correspond donc au flux d'He* détecté. Les temps négatifs correspondent au chargement du piège magnéto-optique, le flux d'ions y est très important et sort de la figure avec l'échelle utilisée. La zone 0 correspond à un temps d'attente où les atomes sont maintenus dans le piège magnétique comprimé. Les zones 1, 2, 3 et 4 correspondent aux quatre rampes linéaires de refroidissement évaporatif. Les carrés indiquent la valeur de la fréquence de la rampe RF au début et à la fin de chaque rampe. Le pic dans la zone 2 et les 4 pics de la zone 3 sont dus à des bouffées d'atomes qui tombent sur le détecteur au moment où le synthétiseur RF change de calibre. La bouffée d'atomes tombe pendant un temps très court (élargi ici par le filtre). La perte d'atomes est très faible puisque le flux d'ions qui est proportionnel au nombre d'atomes reste inchangé entre avant et après chaque pic. Il est possible d'éliminer ces bouffées d'atomes en coupant la RF avec un "switch" externe au moment où le synthétiseur change de calibre. On remarque aussi que les flux diminuent pendant un temps très court à chaque changement de rampe. Ceci est dû au fait que entre chaque rampe aucun couteau RF n'est appliqué pendant 100 ms environ.

tives sur l'évolution du nombre d'atomes comme nous le montrerons dans le paragraphe 4.2.1. Cependant, les signaux directement observables de la figure 4.8 fournissent déjà des renseignements qualitatifs et suffisent par exemple pour repérer à partir de quelle étape les caractéristiques du nuage d'atomes diffèrent de d'habitude. Ils permettent également de savoir si la rampe d'évaporation vide le piège parce qu'elle dépasse le biais. Dans ce cas, les signaux s'annulent brutalement avant la fin de la rampe. Ce cas est étudié dans le paragraphe 4.2.2. Enfin, si des fluctuations demeurent présentes, ces signaux peuvent permettre de sélectionner des données correspondant à une même situation initiale. Nous utiliserons une telle sélection dans le paragraphe 4.3.

Avant d'analyser plus en détail le signal d'ions, remarquons que le signal d'atomes est lui aussi intéressant (courbe grise de la figure 4.8). Lui aussi permet de déterminer si tout se passe bien "comme d'habitude", mais il peut également nous permettre de régler la rampe d'évaporation puisqu'il nous donne le flux d'atomes éjecté par la RF. Cependant, son analyse est plus complexe. En effet, selon la fréquence, la puissance RF reçue par les atomes change, et la proportion des atomes allant dans $m = 0$ ou $m = -1$ change donc également. Or, le piège magnétique étant allumé, de forts champs magnétiques sont présents et la proportion d'atomes atteignant le détecteur doit changer selon le sous-niveau Zeeman des atomes, et selon la température. Nous n'avons donc pas essayé d'analyser davantage ce signal. Remarquons simplement qu'il est très sensible puisqu'il nous permet de détecter l'arrivée de bouffées d'atomes lorsque le synthétiseur RF change de calibre alors que le nombre d'atomes éjecté est faible (le nombre d'atomes total est très peu modifié puisque le taux d'ions n'est pas modifié).

Enfin, il faut signaler que le flux d'atomes détecté devient négligeable devant celui des ions lors de la dernière rampe d'évaporation. Pour étudier le signal d'ions au moment de la formation du condensat, il ne sera donc pas nécessaire de faire de soustraction. De plus, un petit temps d'attente entre chaque rampe linéaire permet d'avoir accès au taux d'ions sans passer par une soustraction puisque, quand la RF est coupée, le flux d'He* détecté est négligeable devant le flux d'ions (voir figure 4.9). On peut avoir ainsi accès au taux d'ions entre chaque début de rampe en s'affranchissant des fluctuations du nombre d'atomes d'une réalisation à l'autre.

4.2.1 Mesure de l'évolution relative du nombre d'atomes

La soustraction du signal dû au flux d'He* au signal obtenu en attirant les ions, nous donne accès au flux d'ions. Dans la première partie de l'évaporation, la densité est faible et le taux d'ions est donc en théorie proportionnel au nombre d'atomes via la durée de vie d'ionisation τ_i . L'évolution du taux d'ions nous donne donc accès à l'évolution du nombre d'atomes.

La première chose à vérifier est que la présence de la rampe RF ne modifie pas le taux d'ions. Pour ce faire, nous avons coupé la RF pendant 2 s à chaque changement de rampe linéaire. Le résultat de ces mesures est présenté sur la figure 4.9. Le taux d'ions pendant la durée sans RF est identique au taux d'ions à la fin de la rampe RF précédente, et à celui au début de la rampe suivante. On en conclut donc que la RF ne perturbe pas la mesure du taux d'ions.

Il faut ensuite vérifier que le taux d'ions mesuré est bien dû aux collisions avec le gaz résiduel et non aux collisions entre atomes d' He^* (collisions Penning à deux corps ou recombinaisons à trois corps). Pour ce faire, comme expliqué dans le paragraphe 4.1.1, il faut vérifier que le taux d'ions n'est pas modifié à la coupure du champ magnétique. En effet, en 1 ms la densité de l'échantillon est divisée par 100 et il ne reste alors plus que les collisions avec le gaz résiduel (Figures 4.5). Nous constatons que les collisions entre atomes d' He^* ne sont plus négligeables à partir du milieu de la troisième rampe RF. A partir de cette gamme de température, il faut couper le piège et mesurer le taux d'ions 1 ms après la coupure pour obtenir le signal d'ions uniquement dû aux collisions avec le gaz résiduel et donc proportionnel au nombre d'atomes.

Pour des températures plus élevées, le signal d'ions est proportionnel au nombre d'atomes, à la linéarité près de la détection. Nous avons vu au chapitre 2 que pour les flux inférieurs à $2 \cdot 10^7$ détections par seconde, répartis de manière homogène sur le détecteur, le MCP était linéaire. Pour les flux détectés ici, il n'y a pas de problème de linéarité du MCP si le flux reste distribué de manière homogène sur le MCP. Ce n'est peut être pas le cas, car la taille du nuage varie comme la racine de la température et diminue donc beaucoup au cours du refroidissement. Nous avons vérifié, pour le signal d'ions des nuages les plus froids, que la distribution des hauteurs d'impulsions en comptage n'était pas modifiée. Comme les problèmes de non linéarité interviennent pour des flux plus forts en analogique, on peut penser que le MCP est linéaire sur la gamme des flux détectés ici (ce point sera discuté plus en détail dans le chapitre 5). Une autre non-linéarité peut intervenir si la fraction d'ions qui atteignent le détecteur (notée ζ dans le chapitre 2) change avec la température. Dans le chapitre 2, nous avons estimé à partir de l'étude du flux en fonction de la tension appliquée à la grille que ζ est supérieur à 0.5 pour les températures les plus hautes, au début de la rampe d'évaporation, et atteint une valeur proche de 1 après la deuxième rampe d'évaporation. Ceci constitue donc une non linéarité de la détection.

Ainsi, à un facteur 2 près, la courbe de la figure 4.1, redonnée en échelle logarithmique sur la figure 4.10 donne l'évolution du nombre d'atomes jusqu'au milieu de la troisième rampe d'évaporation. Pour des températures plus basses, on coupe le piège pour mesurer le flux d'ions uniquement dû aux collisions avec le gaz résiduel. C'est une telle étude qui nous a permis

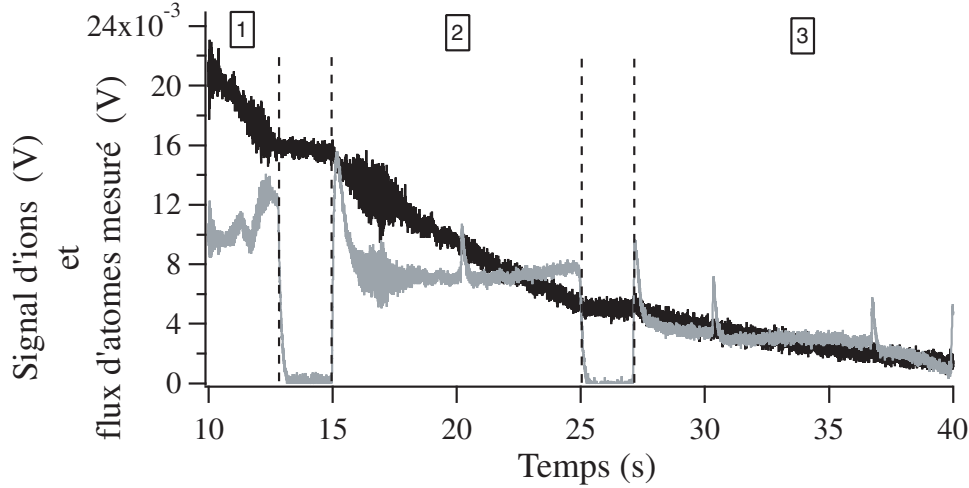


FIG. 4.9 – Signaux enregistrés de façon analogique pendant les trois premières rampes linéaires. Un filtre avec une constante de temps d'environ 1 s est utilisé pour diminuer le bruit. La courbe en gris correspond au signal obtenu en repoussant les ions (grilles portées à un potentiel positif de 5 V) et correspond donc au flux d' He^* détecté. La courbe noire est obtenue en soustrayant le signal obtenu en attirant les ions au signal précédent ; il correspond donc au signal d'ions seul. Les zones 1, 2, et 3 correspondent aux trois premières rampes linéaires du refroidissement évaporatif. La RF est coupée pendant 2 s entre chacune des rampes.

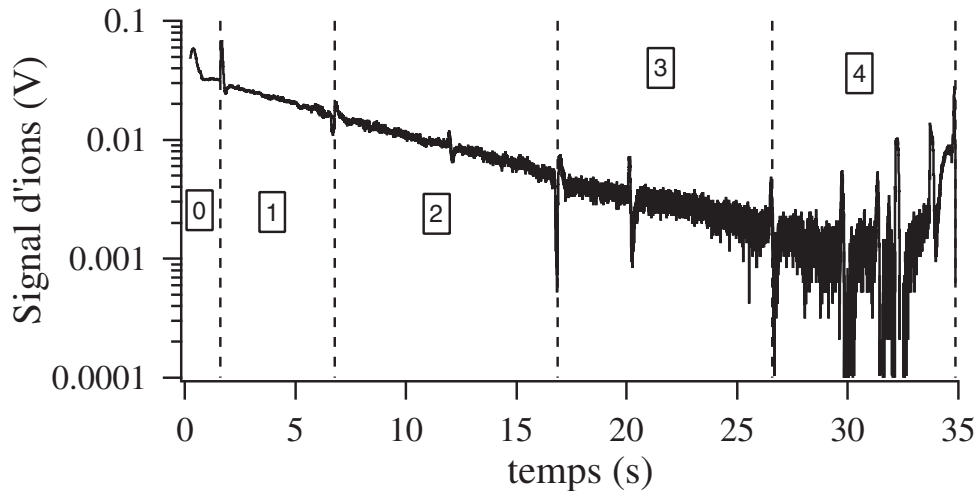


FIG. 4.10 – Signal obtenu en soustrayant la contribution du flux d' He^* au signal obtenu en attirant les ions, en échelle logarithmique. Les zones 1, 2, 3 et 4 correspondent aux rampes linéaires du refroidissement évaporatif.

de déterminer les résultats donnés dans le chapitre 3 sur l'évolution relative du nombre d'atomes pendant l'évaporation. Ainsi, le nombre d'atomes à la fin de la troisième rampe représente 1.5% du nombre d'atomes initial à un facteur 2 près.

4.2.2 Fluctuations et mesure du biais

Il est également possible d'obtenir des informations quantitatives à partir de l'évolution du taux d'ions pendant les dernières secondes du refroidissement évaporatif, alors qu'il dépend à la fois du nombre d'atomes et de la densité de l'échantillon. Nous verrons que le taux d'ions est non seulement un précieux révélateur de la présence du condensat, mais aussi qu'il peut permettre de déterminer le moment où la condensation se produit. Cette étude est détaillée dans le prochain paragraphe, et nous nous intéressons pour l'instant seulement aux derniers instants du refroidissement évaporatif pour montrer comment le signal d'ions permet de déceler les fluctuations du biais et de les mesurer.

Vers la fin du refroidissement évaporatif, le taux d'ions est faible et on le mesure en comptage. La figure 4.11 présente un tel enregistrement. La rampe de refroidissement évaporatif est appliquée jusqu'à une fréquence de 1000 kHz, puis (à partir du trait en pointillé), le couteau RF est laissé fixe à cette fréquence pendant 2 s. Le biais correspond à une fréquence d'environ 950 kHz. Une telle séquence aboutit généralement à l'obtention d'un condensat quasi-pur dont le nombre d'atomes diminue avec le temps d'application du couteau fixe. La fréquence finale de 1000 kHz est en effet déterminée de façon à ce que le temps de vol ne présente plus de partie thermique mesurable. Le couteau est alors très proche du fond du puits de potentiel, et des fluctuations du biais peuvent vider le piège de ses atomes. C'est ce que nous observons sur la figure 4.11 : lors d'une autre réalisation de la même expérience, le piège est complètement vidé par la fin de la rampe d'évaporation. L'observation du taux d'ions nous permet donc de diagnostiquer immédiatement que c'est une fluctuation du biais qui a entraîné l'absence d'atomes en fin d'évaporation. A partir de la vitesse de décroissance de la rampe RF et de la mesure du temps auquel se produit la diminution brutale du nombre d'atomes dans le piège, il est possible de remonter à la valeur du biais. L'étude statistique des instants où le piège est vidé permet de déterminer les fluctuations du biais. On trouve un biais moyen d'environ 950 kHz et des fluctuations d'environ 25 kHz (il s'agit des valeurs extrêmes des fluctuations sur 10 réalisations successives, il peut y avoir en plus une dérive lente du biais).

Pour donner des ordres de grandeur, rappelons que le potentiel chimique du condensat vaut environ 15 kHz et la température critique environ 2 μ K. Ainsi, si la fréquence finale est 50 kHz au dessus du biais, le couteau RF ne

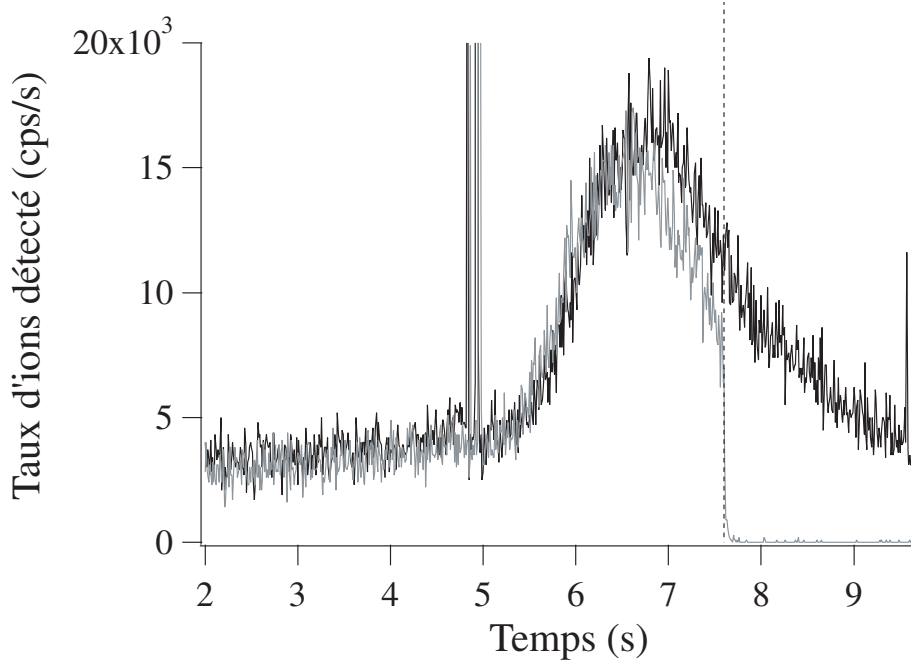


FIG. 4.11 – Taux d'ions détecté en comptage en fonction du temps. La rampe RF d'évaporation décroît de 2000 kHz à $t = 0$ jusqu'à 1000 kHz à $t = 7.6$ s (trait en pointillé). Le couteau RF est ensuite laissé fixe à 1000 kHz pendant 2 s puis le piège magnétique est coupé. Lors d'une première réalisation (courbe noire), le temps de vol réalisé après la coupure du piège montre un condensat quasi-pur. Lors d'une autre réalisation (courbe grise), le taux d'ions chute brutalement vers la fin de la rampe RF, et le temps de vol indique que le piège magnétique était vide. Ceci peut être expliqué par une fluctuation du biais.

vide pas les atomes du condensat. Pour évaluer la température du nuage thermique, supposons que le paramètre de troncature vaille $\eta \simeq 5$ (c'est une borne inférieure : au moment du seuil de condensation on mesure plutôt η entre 7 et 12), alors la température vaut environ 500 nK. Ce calcul indique qu'il est possible d'obtenir des fractions condensées importantes ($\frac{N_{bec}}{N_{tot}} \simeq 1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^3 \simeq 0.98$ dans cet exemple) sans que le couteau ne vide les atomes du condensat. Néanmoins, les fluctuations du biais entraînent des fluctuations de la fraction condensée et peuvent parfois aller jusqu'à vider le piège.

Une autre façon de mesurer le biais est d'observer le flux d'atomes éjecté par la rampe RF. Après avoir formé un nuage thermique proche du seuil

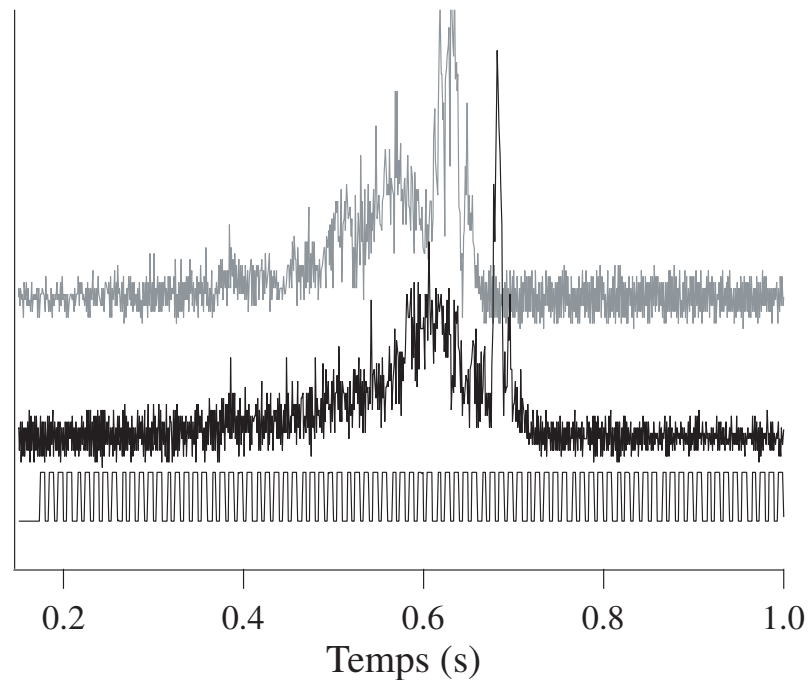


FIG. 4.12 – Flux d'atomes He^* détecté par le MCP de façon analogique et rampe RF (échelles arbitraires) en fonction du temps. Les créneaux du bas correspondent aux différents pas de la rampe RF appliquée. La fréquence diminue à partir de 1050 kHz avec des pas de 5 kHz et de 10 ms de durée. Les flux d'atomes correspondant à deux réalisations différentes sont présentés (courbe noire et courbe grise). La RF éjecte d'abord les atomes du nuage thermique puis ceux du condensat (pics fins). Les temps d'arrivée différents pour les deux réalisations correspondent à une fluctuation du biais de 30 kHz.

de condensation, on applique une rampe RF de faible puissance (environ -20 dBm) pour qu'une majorité des atomes subisse une transition vers $m = 0$ et non $m = -1$ [50], et de fréquence finale telle que la rampe croise le biais. On observe alors sur le détecteur des signaux similaires à ceux de la figure 4.12. Le flux d'atomes détecté provient d'atomes ayant subi une transition vers $m = 0$, 100 ms plus tôt (temps de chute). La RF éjecte tout d'abord les atomes du nuage thermique puis un pic fin signale la présence d'un petit condensat. Ces signaux représentent donc une sorte de spectroscopie RF du nuage. Néanmoins, la rampe RF n'est pas suffisamment perturbative et elle refroidit le nuage en même temps qu'elle mesure sa distribution en énergie. C'est ce qui explique qu'un condensat se soit formé alors que l'on est parti d'un nuage thermique. Il est peut être possible de faire en sorte que la rampe introduise une perturbation plus faible en diminuant sa puissance et en observant ces signaux en comptage, nous n'avons pas réalisé de tels types d'études pour l'instant. Nous avons seulement exploité ces signaux pour déterminer le biais.

En effet, une fois le condensat éjecté, le flux d'atomes devient nul car la rampe a dépassé le biais. En repérant la fréquence de la rampe qui correspond à cet instant (décalé de 100 ms), on obtient la valeur du biais. Nous avons mesuré par cette méthode le biais et ses fluctuations pour différentes valeurs de sa consigne. Rappelons en effet (voir chapitre 3) que nous pouvons régler le biais en choisissant la valeur de consigne dans l'asservissement du courant I_1 (Figure 3.9). Les résultats de cette étude sont donnés sur la figure 4.13. Le biais varie bien linéairement avec le courant de consigne, la pente est d'environ 0.9 G/A. les fluctuations pour chaque valeur du biais sont déterminées en faisant 10 réalisations différentes. Les valeurs extrêmes nous donnent une indication de ces fluctuations, on les trouve de l'ordre de ± 25 kHz. On observe aussi parfois une dérive lente de la valeur moyenne du biais. L'allure des courbes de la figure 4.12, semble également indiquer qu'il y a aussi des fluctuations à très court terme car le condensat est éjecté sur une gamme de fréquence qui varie selon les réalisations.

4.2.3 Résumé-conclusion

Nous avons vu dans cette partie que le signal d'ions constituait un véritable suivi en direct du nuage d'atomes piégés. Il apporte des informations tant qualitatives que quantitatives.

D'un point de vue qualitatif, le signal mesuré en repoussant les ions (flux d'He*) et celui mesuré en les attirant (flux d'ions plus flux d'He*) nous permettent de déterminer si tout se passe "comme d'habitude" ou à partir de quelle étape un problème se produit. On peut ainsi, par exemple, se rendre

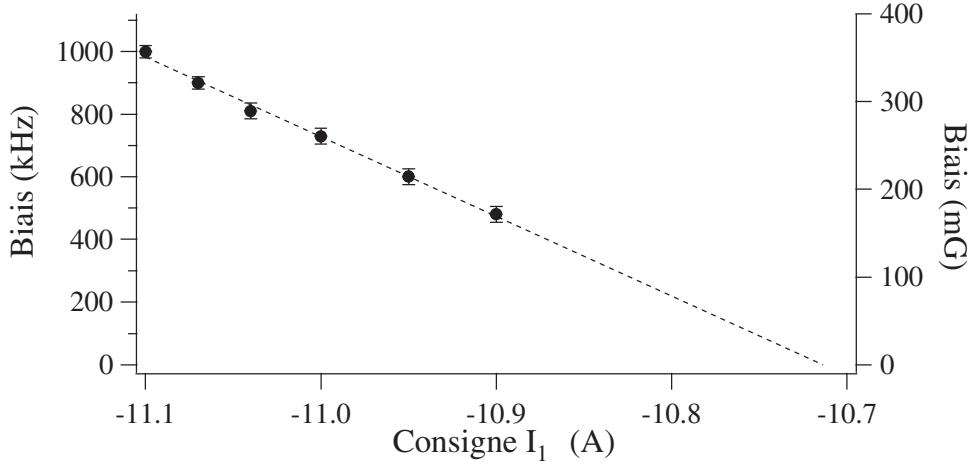


FIG. 4.13 – Biais mesuré en fonction de la valeur de consigne pour l’asservissement du courant I_1 (voir figure 3.9). Le biais varie bien linéairement avec le courant de consigne avec une pente de 0.9 G/A , les fluctuations sont de l’ordre de $\pm 25 \text{ kHz}$.

compte si les instabilités du nombre d’atomes dans le condensat en fin d’évaporation sont dues à des fluctuations des conditions initiales ou à des instabilités du biais. Nous verrons dans le prochain paragraphe qu’ils peuvent aussi nous permettre de sélectionner les réalisations a posteriori.

D’un point de vue quantitatif, nous avons vu que nous pouvions utiliser ces signaux en fin d’évaporation pour mesurer la valeur du biais. D’autre part, en début d’évaporation, la densité de l’échantillon est faible, et le signal d’ions est proportionnel au nombre d’atomes piégés. On a alors une mesure quantitative de l’évolution relative du nombre d’atomes au cours de l’évaporation. Le signal d’ions peut être obtenu en soustrayant les signaux mesurés en attirant les ions et en les repoussant. Il faut alors faire deux réalisations successives de la même expérience. Pour obtenir l’évolution relative du nombre d’atomes au cours d’une même réalisation, il suffit d’arrêter la rampe d’évaporation quelques centaines de millisecondes pour chacune des étapes où l’on souhaite connaître le nombre relatif d’atomes. Lorsque la RF est arrêtée, le flux d’He* détecté devient en effet négligeable devant le flux d’ions.

Vers la fin de l’évaporation, la densité de l’échantillon augmente et le signal d’ions est alors en partie dû à des collisions entre atomes piégés. Il n’est alors plus seulement proportionnel au nombre d’atome piégés mais dépend aussi de la densité de l’échantillon. Nous allons voir dans le prochain

paragraphe que cette dépendance est très intéressante car elle fait du signal d'ions un indicateur précis du moment où se produit la condensation. De plus, nous avons vu que des informations quantitatives sur l'évolution relative du nombre d'atomes restent toujours disponibles. Il faut alors relâcher les atomes du piège et mesurer le taux d'ions quelques millisecondes après la coupure. A cet instant, la densité a suffisamment diminué pour que le taux d'ions redevienne uniquement proportionnel au nombre d'atomes.

Enfin, nous avons fait remarquer qu'au cours de la dernière rampe d'évaporation, le flux d'atomes détecté devient négligeable devant le flux d'ions. Ainsi, dans toutes les études qui suivent, le signal d'ions peut être obtenu directement, sans avoir à soustraire le flux d'atomes d'He*.

4.3 Un moyen d'analyse de l'évolution de l'échantillon : naissance et mort d'un condensat

Nous venons de voir que le signal d'ions constituait un suivi permanent et non perturbatif du nuage d'atomes piégés. Ce "monitoring" devient particulièrement intéressant au moment de la formation du condensat. En effet, la brusque augmentation de densité au seuil de condensation se répercute sur le taux d'ions qui constitue alors une nouvelle signature de la condensation de Bose-Einstein. De plus, l'évolution temporelle du taux d'ions peut nous renseigner sur la cinétique de formation du condensat. Cette question a encore été peu étudiée expérimentalement [20, 21, 22] du fait de la difficulté d'obtenir une bonne reproductibilité des conditions initiales, alors qu'elle a fait l'objet d'un grand nombre d'articles théoriques [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] qui ont souligné la grande richesse des phénomènes physiques mis en jeu : amplification bosonique, quasi-condensats,... Le signal d'ions constitue donc un nouvel outil pour cette étude. Son grand avantage réside dans le fait que toute l'information est obtenue en une seule réalisation, ce qui permet de s'affranchir des fluctuations des conditions initiales. De plus, l'information est obtenue avec une excellente résolution temporelle. Par contre, l'analyse est plus complexe car le taux d'ions provient de plusieurs processus (voir chapitre 1) et la relation entre le signal d'ions et les paramètres du nuage (densité et nombre d'atomes) est non triviale.

Le but de cette partie est tout d'abord de montrer en quoi le signal d'ions est une nouvelle signature de la condensation. Pour ce faire, l'évolution du signal d'ions pendant les dernières secondes de la rampe d'évaporation est comparée à celle des temps de vol. Pour limiter l'influence des fluctuations des conditions initiales sur l'étude des temps de vol, le signal d'ions est utilisé pour sélectionner les échantillons. Puis, dans le deuxième paragraphe, les mêmes méthodes sont utilisées pour analyser la mort du condensat. Enfin, les prédictions théoriques du signal d'ions dans une théorie de champ moyen sont données et les informations nécessaires pour étudier quantitativement la formation du condensat sont déterminées.

4.3.1 Etude expérimentale de la naissance du condensat

Le but de ce paragraphe n'est pas de faire une étude de la cinétique de formation du condensat qui nécessite en général une mise hors équilibre du nuage, et l'observation de son retour à un nouvel état d'équilibre, où un condensat est présent. Il s'agit simplement de mettre en relation l'évolution

du taux d'ions et celle des temps de vol, pendant les dernières secondes de notre rampe d'évaporation.

4.3.1.1 Sélection des échantillons

Cependant, les mêmes problèmes de stabilité des conditions initiales existent dans les deux types d'expériences puisqu'il faut relâcher les atomes du piège magnétique à différents instants pour obtenir l'évolution des temps de vol. Pour étudier cette évolution, il faut donc éliminer un maximum les fluctuations en soignant énormément le dispositif expérimental. Ceci a pu être réalisé dans le groupe de Hänsch en Allemagne [21] où les fluctuations du nombre d'atomes initial et de la température initiale sont estimées inférieures à 5%. Une telle stabilité est rarement atteinte, c'est pourquoi d'autres méthodes sont parfois utilisées comme l'imagerie par contraste de phase [20]. Il s'agit de mesures non-destructives du nombre d'atomes et de la température qui permettent d'obtenir l'évolution de ces paramètres pour un même échantillon. Toutefois, il est expérimentalement assez difficile avec de telles techniques d'obtenir des mesures quantitatives précises avec une bonne résolution temporelle.

Dans notre cas, l'utilisation du signal d'ions va nous permettre de limiter l'influence des fluctuations en nous permettant de sélectionner les échantillons a posteriori. En effet, lors d'une réalisation, d'un condensat pur par exemple, on obtient la courbe de l'évolution du taux d'ions et le temps de vol associé à l'instant où l'on a relâché le piège. Pour avoir l'évolution temporelle des temps de vol correspondant à l'évolution temporelle du signal d'ions, il faut faire de nouvelles réalisations, en relâchant les atomes pour différentes fréquences finales de la rampe RF. Si les conditions initiales fluctuent, les temps de vol obtenus ne correspondront pas à l'évolution du taux d'ions initialement mesurée. Cependant, dans notre cas, nous pouvons sélectionner les échantillons puisque pour chaque réalisation nous mesurons le taux d'ions. Nous pouvons sélectionner les réalisations pour lesquelles le signal d'ions est identique jusqu'au moment où l'on coupe le piège.

Un exemple est donné sur la figure 4.14. Un certain nombre de réalisations de condensats purs sont d'abord obtenues et à chaque fois l'évolution temporelle du taux d'ions est enregistrée (courbes grises de la figure du haut), ainsi que le temps de vol du condensat pur. La valeur finale de la fréquence RF de 1000 kHz a été déterminée de façon à obtenir un condensat pur et la rampe RF est à chaque fois identique. Du fait des fluctuations des conditions initiales, l'évolution temporelle du taux d'ions est à chaque fois légèrement différente et le condensat pur obtenu également. Pour obtenir l'évolution temporelle des temps de vol, il faut relâcher les atomes à des instants différents pendant la rampe RF. Par exemple la courbe en trait épais noir de la figure

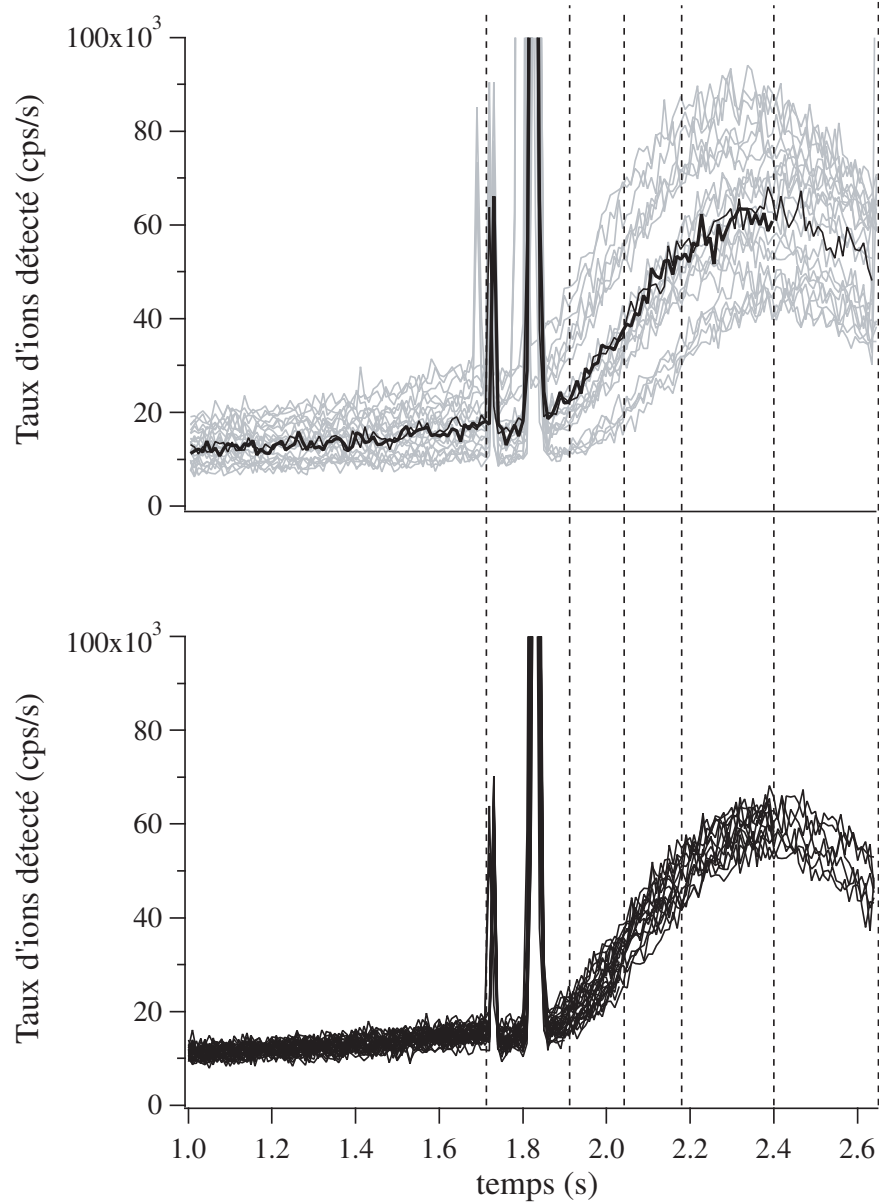


FIG. 4.14 – Taux d'ions détecté en fonction du temps au cours de la dernière rampe d'évaporation. La fréquence de la rampe diminue linéairement de 400 kHz par seconde. Au passage par les différents traits pointillés la fréquence vaut 1400, 1300, 1250, 1200, 1100 et 1000 kHz. A $t = 1.72$ s environ, le synthétiseur RF change de calibre et sa fréquence est alors mal définie. Une bouffée d'atomes est alors éjectée du piège, et arrive 100 ms plus tard sur le détecteur. Cependant, la perte d'atomes est faible puisque le taux d'ions est très peu modifié. Le reste de la figure est commenté dans le texte.

du haut correspond au signal d'ions enregistré avant de relâcher les atomes pour une fréquence finale de 1100 kHz. On peut sélectionner les échantillons en choisissant de comparer des échantillons qui ont la même évolution du taux d'ions. Ici, la courbe noire en trait fin correspond à l'obtention d'un condensat pur pour lequel l'évolution du taux d'ions est très proche de celle de la réalisation considérée. Par cette méthode, nous avons sélectionné différentes réalisations ayant des évolutions de taux d'ions semblables, et où les atomes sont relâchés à différents instants. Sur la figure du bas sont ainsi tracés les taux d'ions correspondant à respectivement 5, 4, 8, 3, 6 et 7 réalisations différentes où les atomes sont relâchés pour des fréquences finales de 1400, 1300, 1250, 1200, 1100 et 1000 kHz. Les fluctuations sont réduites par cette sélection a posteriori.

4.3.1.2 Signature de la condensation

On remarque sur la figure 4.14 que plus le taux d'ions initial est élevé plus la rupture de pente se produit tôt. Si la rupture de pente correspond à la condensation, nous comprenons bien cette observation : plus le taux d'ions initial est important, plus la densité initiale est importante, et donc plus la température critique est élevée. La condensation se produit donc plus tôt pendant le refroidissement évaporatif. Maintenant que nous avons sélectionné nos temps de vol, il est possible d'analyser leur évolution temporelle pour savoir si la rupture de pente dans le taux d'ions est bien une signature de la condensation. Nous allons donc nous concentrer tout d'abord sur l'étude des temps de vol des atomes relâchés pour des fréquences de 1400, 1300 et 1250 kHz.

Si le temps de vol contient une partie condensée, celle-ci est située en son centre. Nous allons donc réaliser un ajustement du temps de vol par la loi théorique correspondant à un nuage thermique en excluant la partie centrale du temps de vol. Les lois théoriques adaptées ont été calculées dans l'annexe C. Pour un nuage thermique loin du seuil de condensation, la loi théorique adaptée est la loi de Maxwell-Boltzmann (C.2) :

$$\frac{dN}{dt}(t) = gt \frac{N_0}{\sqrt{2\pi} \sigma_x(t)} \times \frac{1}{2} \frac{t_0^2 + t^2}{t^2} \times \exp\left(-\frac{x_0^2(t)}{2\sigma_x^2(t)}\right) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{R_g^2}{2\sigma_x^2(t)}\right)\right) \quad (4.5)$$

où les paramètres t_0 , $\sigma_x(t)$ et $x_0(t)$ sont définis par :

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad \sigma_x(t) \simeq \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad \text{et} \quad x_0(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.6)$$

Alors qu'au seuil de condensation, il faut utiliser la loi Bose au seuil de

condensation (C.11) :

$$\frac{dN}{dt}(t) = g t \frac{t_0^2 + t^2}{2t^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)} \frac{N_0}{g_3(1)} \left(g_{5/2} \left[e^{-\frac{x_0^2(t)}{2\sigma_x^2(t)}} \right] - g_{5/2} \left[e^{-\frac{x_0^2(t) + R_g^2}{2\sigma_x^2(t)}} \right] \right) \quad (4.7)$$

Dans une situation intermédiaire, il faut introduire le potentiel chimique du nuage thermique qui est alors non nul. Cependant, l'introduction d'un nouveau paramètre libre dans l'ajustement rend celui-ci moins fiable. C'est pourquoi, nous avons simplement utilisé les deux lois (4.5) et (4.7), et déterminé laquelle est la mieux adaptée. Une telle analyse est présentée sur les figures 4.15 et 4.16. On ajuste tout d'abord le temps de vol par une gaussienne dont la largeur à mi-hauteur nous donne la largeur temporelle caractéristique du temps de vol. Puis on exclut les points au centre du temps de vol dans une zone correspondant à 66% de cette largeur à mi-hauteur. Les points restants du temps de vol sont ajustés par les lois (4.5) et (4.7), et les courbes correspondant à ces ajustement sont tracés pour l'ensemble du temps de vol. La partie du temps de vol pour laquelle l'ajustement a été réalisé est toujours bien ajustée. Par contre la partie centrale ne l'est pas forcément.

Lorsque les atomes sont relâchés pour une fréquence finale de la RF de 1400 kHz, les temps de vol sont assez mal ajustés au centre par l'une comme par l'autre des lois théoriques. L'une est trop piquée au centre tandis que l'autre ne l'est pas assez. Ceci vient du fait qu'il faudrait introduire le potentiel chimique du nuage thermique car on est proche du seuil de condensation mais pas exactement à ce seuil.

Lorsque les atomes sont relâchés pour une fréquence finale de la RF de 1300 kHz, les temps de vol sont mal ajustés au centre par la loi théorique de Maxwell-Boltzmann (4.5) mais correctement par la loi de Bose au seuil (4.7). On en conclut donc que l'on est suffisamment proche du seuil de condensation pour que l'approximation du potentiel chimique nul soit valide.

Lorsque les atomes sont relâchés pour une fréquence finale de la RF de 1250 kHz, les temps de vol sont mal ajustés au centre par les deux lois théoriques. Aucune de ces fonctions ne rend compte du pic central de la distribution. On en conclut donc que celui-ci est dû à la partie condensée du temps de vol.

Une autre façon d'analyser les temps de vol est de tracer l'évolution de la température et des résidus (aire de la fonction théorique moins aire du temps de vol expérimental) en fonction de la largeur de la zone exclue de l'ajustement. La figure 4.16 présente cette analyse. Les résultats des ajustements pour les différents temps de vol sélectionnés dans la figure 4.14 ont été moyennés.

Lorsque les atomes sont relâchés pour une fréquence finale de la RF de

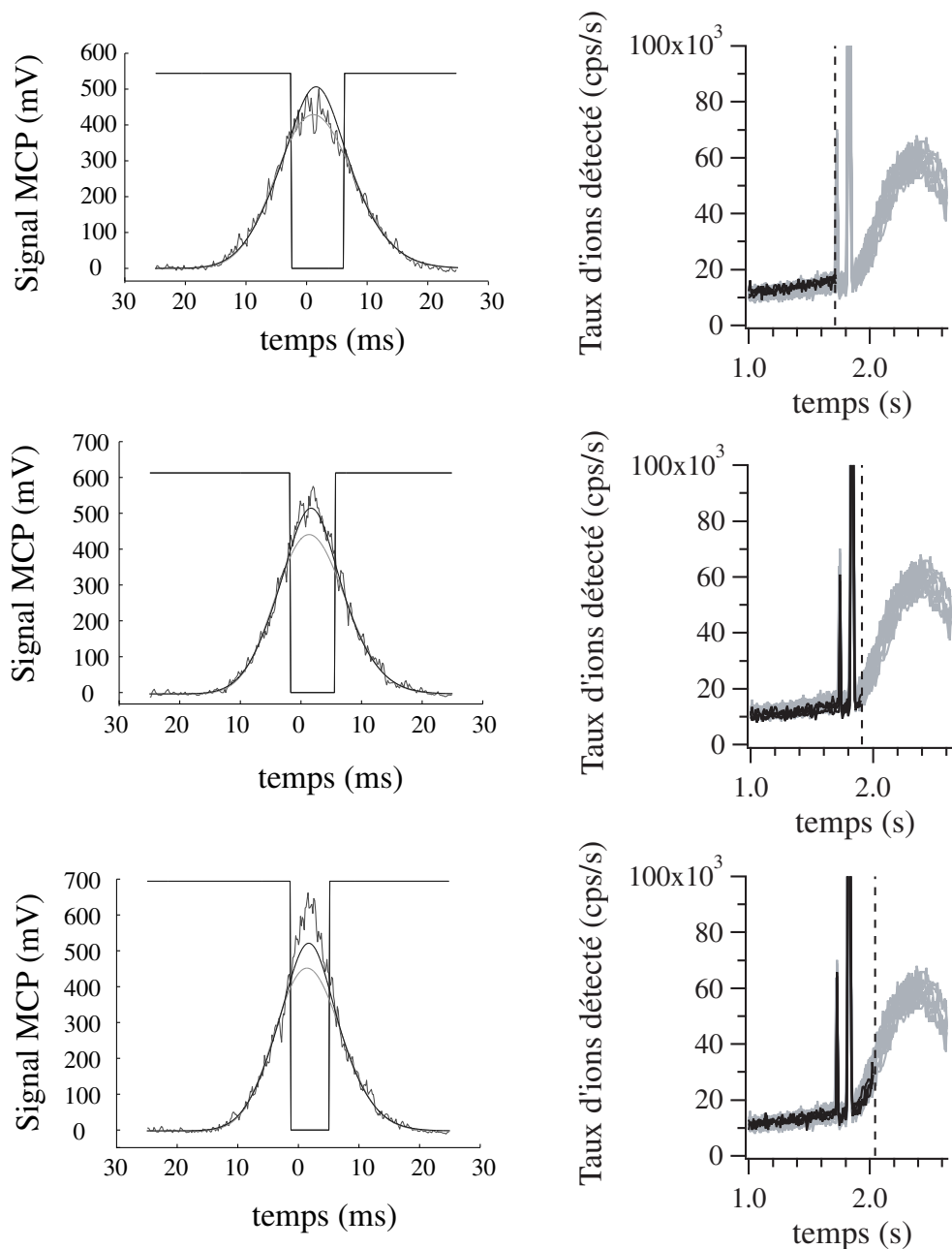


FIG. 4.15 – De haut en bas, la fréquence finale de la rampe est 1400, 1300 et 1250 kHz. Sur la partie de gauche : temps de vol expérimentaux et leurs ajustements par les lois de Maxwell-Boltzmann (4.5) (en gris) et de Bose au seuil (4.7) (en noir). Les ajustements sont réalisés sans prendre en compte la partie centrale du temps de vol délimitée par les deux traits verticaux. Cette zone correspond à 66% de la largeur à mi-hauteur du temps de vol (σ_0). Sur la partie de droite, on a représenté le signal d'ions correspondant (en noir) et les signaux d'ions des autres réalisations sélectionnées mais pour lesquelles la rampe a été arrêtée à un temps différent.

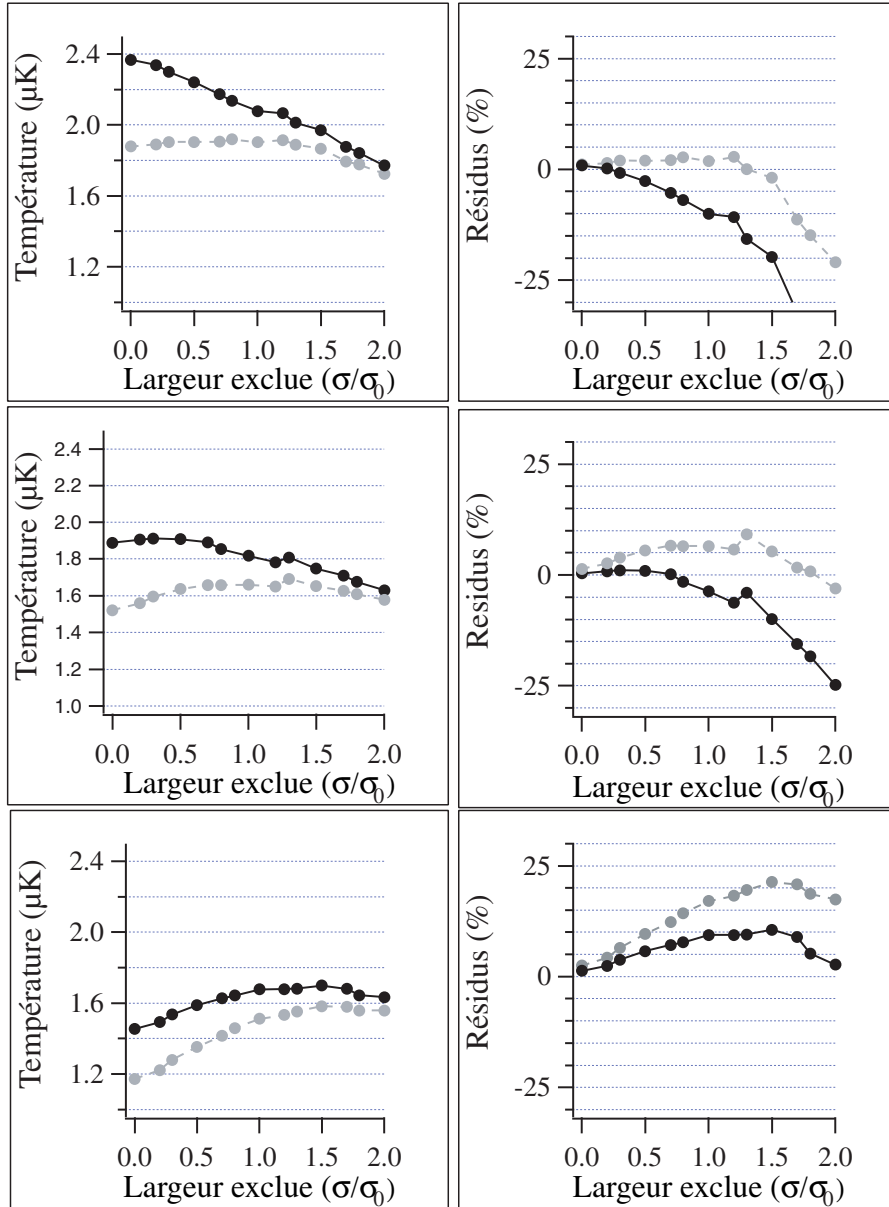


FIG. 4.16 – Analyse détaillée des signaux de temps de vol de la page précédente. De haut en bas, la fréquence finale de la rampe est 1400, 1300 et 1250 kHz. Pour chaque temps de vol, on exclut de l’ajustement la partie centrale du signal avec une taille variable, normalisée par rapport à la largeur à mi-hauteur de l’ajustement total (σ_0). On a tracé la température et les résidus (aire de la fonction théorique moins aire du temps de vol expérimental) obtenus pour les deux ajustements (courbe en trait gris pointillé : par la loi de Maxwell-Boltzmann (4.5), courbe en trait noir continu par la loi de Bose au seuil (4.7)), en fonction de la taille de la zone exclue. Les données correspondent à la moyenne des résultats des ajustements pour les différents temps de vol sélectionnés dans la figure 4.14.

1400 kHz, l'ajustement par la loi de Maxwell-Boltzmann (4.5) est globalement meilleur car la température trouvée par l'ajustement est peu dépendante de la taille de la zone exclue, ce qui n'est pas le cas pour l'ajustement par la loi de Bose au seuil (4.7). De plus, les résidus sont plus stables et plus faibles pour l'ajustement par la loi de Maxwell-Boltzmann (4.5).

Lorsque les atomes sont relâchés pour une fréquence finale de la RF de 1300 kHz, les temps de vol sont mieux ajustés par la loi de Bose au seuil (4.7) puisque la température est globalement plus stable et les résidus plus faibles.

Lorsque les atomes sont relâchés pour une fréquence finale de la RF de 1250 kHz, les temps de vol sont mal ajustés au centre par les deux lois théoriques. Les résidus sont toujours positifs, on en conclut donc que ceux-ci correspondent à la partie condensée du temps de vol qui est donc inférieure à 10%.

Ainsi, nous avons montré expérimentalement que la rupture de pente du signal d'ions est un précieux indicateur du seuil de condensation, puisque la double structure des temps de vol n'est visible que juste après cette brusque augmentation, et puisque le temps de vol au moment de la rupture de pente est bien ajusté par la loi de Bose au seuil (4.7) qui n'est valable qu'au seuil de condensation.

4.3.1.3 Evolution des paramètres du nuage

En excluant de l'ajustement la partie centrale du temps de vol, il est possible d'obtenir l'évolution de la température pour les fréquences finales de la RF plus basses. Nous utilisons la loi de Bose au seuil (4.7) pour réaliser ces ajustements puisque le seuil de condensation est dépassé. Toutefois cette loi ne tient pas compte de l'interaction entre le condensat et le nuage thermique et il peut donc y avoir une erreur systématique. La température et le nombre d'atomes de la partie thermique obtenus par ces ajustements sont consignés sur la figure 4.17. A partir de ces données, il est également possible de calculer l'évolution du paramètre de troncature du piège η . Nous trouvons que η reste quasiment constant au cours du refroidissement. Sa valeur absolue dépend de la valeur exacte du biais, nous estimons η compris entre 7 et 12.

Il est également possible de mesurer le nombre d'atomes et le potentiel chimique de la partie condensée en ajustant l'ensemble du signal de temps de vol par une loi constituée de la somme de la fonction (4.7) et de la fonction correspondant à un condensat (C.24) :

$$\frac{dN_{\text{bec}}}{dt}(t) = \frac{15}{16} g N_{\text{bec}} \sqrt{\frac{m}{2\mu_{\text{bec}}}} \max \left[\left(1 - \left(\frac{g}{2t} \sqrt{\frac{m}{2\mu_{\text{bec}}}} (t_0^2 - t^2) \right)^2 \right), 0 \right]^2 \times \left(\frac{t^2 + t_0^2}{2t^2} \right) \quad (4.8)$$

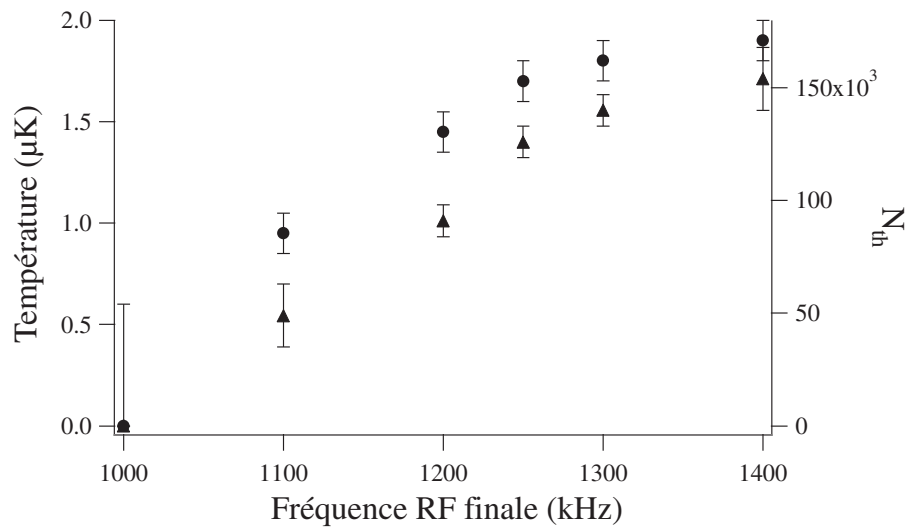


FIG. 4.17 – Evolution de la température (cercles) et du nombre d'atomes (triangles) de la partie thermique en fonction de la fréquence finale de la rampe RF.

On peut ainsi obtenir l'évolution de l'ensemble des paramètres et notamment de la fraction condensée. Cependant, nous allons voir dans le prochain paragraphe que le nuage thermique et le condensat ne sont pas détectés avec la même efficacité et une étude détaillée a donc peu d'intérêt. Nous retiendrons simplement les valeurs correspondant au seuil de condensation et au condensat pur. Pour les données sélectionnées sur la figure 4.14, au seuil de condensation, la température est de $1.8 \pm 0.1 \mu\text{K}$ et le nombre d'atomes déduit de l'ajustement vaut $140 \pm 7 \cdot 10^3$. Pour une fréquence finale de 1000 kHz le condensat est quasi pur, c'est à dire qu'on ne distingue pas d'ailes dans le temps de vol et l'ajustement par la loi (4.8) donne un potentiel chimique de $0.7 \pm 0.05 \mu\text{K}$ et un nombre d'atomes de $33.5 \pm 7.0 \cdot 10^3$. Toutes les barres d'incertitudes données ici correspondent aux fluctuations observées sur les résultats pour les différents fichiers sélectionnés. Elles ne prennent pas en compte les erreurs systématiques possibles ou les incertitudes sur la calibration absolue de l'efficacité de détection des atomes.

4.3.2 Etude expérimentale de la mort du condensat

Une fois le condensat formé, il est intéressant de savoir combien de temps on peut le maintenir piégé. En effet, deux mécanismes peuvent détruire le condensat : les pertes qui diminuent le nombre d'atomes, et le chauffage qui re-transforme le condensat en un nuage thermique. L'étude du signal d'ions peut déjà nous donner une indication sur le mécanisme dominant.

4.3.2.1 Observation du signal d'ions

Après avoir formé un condensat quasi pur, si nous maintenons sans autre précaution le nuage d'atomes piégé, nous observons une décroissance rapide du taux d'ions (Figure 4.18). Cette diminution est liée à une forte diminution de la densité de l'échantillon. Pour déterminer si la densité chute à cause des pertes ou à cause d'un chauffage, nous pouvons appliquer pendant le temps d'attente un couteau RF fixe. Ce couteau peut entraîner des pertes supplémentaires, mais il peut aussi réduire le chauffage puisqu'il éjecte les atomes chauds formés, avant qu'ils ne puissent redistribuer leur énergie à l'ensemble de l'échantillon. La figure 4.18 présente l'évolution du taux d'ions obtenue lorsqu'un couteau RF fixe est maintenu pendant le temps d'attente, avec une fréquence égale à la fréquence finale de la rampe RF, soit 1000 kHz. Le taux d'ions diminue beaucoup plus lentement. Le couteau RF ne pouvant qu'augmenter les pertes et non les diminuer, cette expérience apporte la preuve qu'en l'absence de couteau RF ce ne sont pas les pertes qui gouvernent la diminution de densité de l'échantillon. Il doit donc s'agir d'un chauffage.

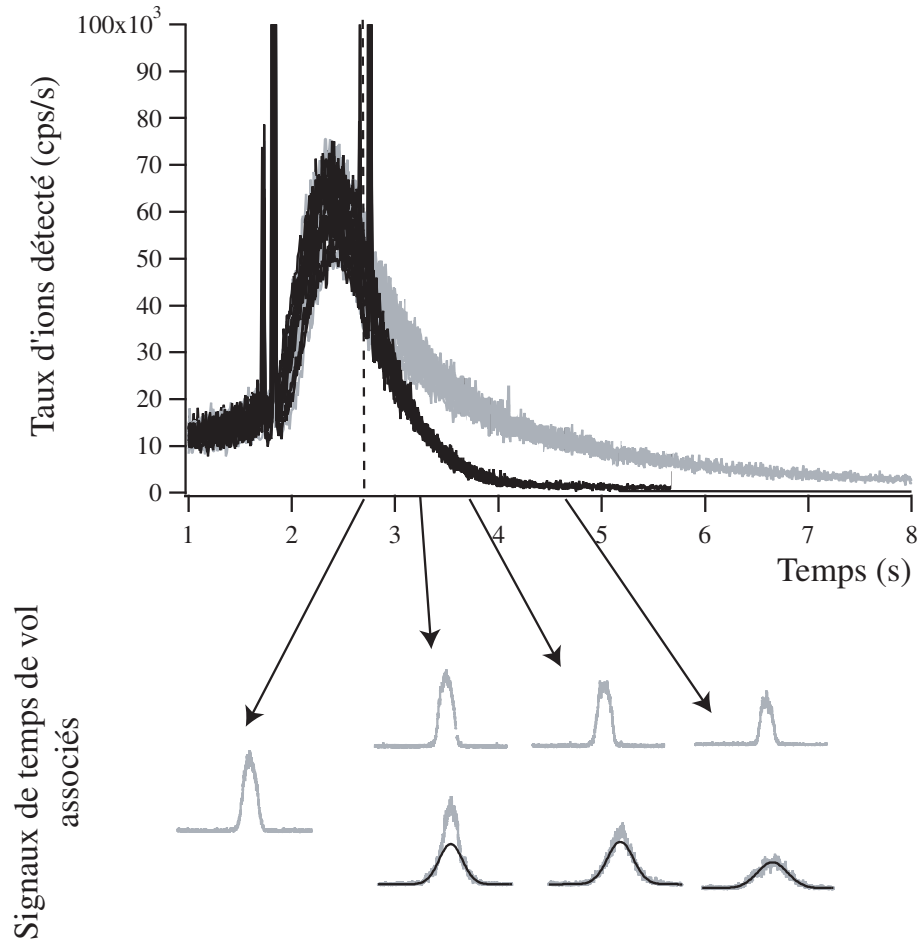


FIG. 4.18 – Evolution du taux d'ions détecté en fonction du temps. La rampe d'évaporation est appliquée jusqu'au trait pointillé, la valeur finale de la fréquence est 1000 kHz et un condensat pur est alors formé (toutes les réalisations ont été sélectionnées de façon à ce que les taux d'ions avant la fin de la rampe RF soient semblables à ceux de la figure 4.14). On garde ensuite les atomes piégés pendant quelques secondes et on enregistre l'évolution du taux d'ions. Les courbes noires correspondent à 16 réalisations où les atomes sont maintenus piégés sans précautions particulières et où les atomes ont été maintenus dans le piège avec différents temps d'attente. Les courbes grises correspondent à 24 réalisations où un couteau RF fixe est maintenu à une fréquence de 1000 kHz pendant tout le temps d'attente. Pour trois temps d'attente particuliers, un exemple des signaux de temps de vol obtenus sont représentés, lorsqu'un couteau est appliqué (temps de vol du haut) et sans couteau appliqué (temps de vol du bas).

4.3.2.2 Evolution des temps de vol

Pour nous en assurer, nous pouvons étudier l'évolution des temps de vol en relâchant les atomes après différents temps d'attente. Pour diminuer les fluctuations des conditions initiales, nous pouvons utiliser le taux d'ions pour sélectionner les échantillons, comme expliqué dans le paragraphe précédent.

Etudions tout d'abord l'évolution des temps de vol lorsque le couteau RF fixe est appliqué. Nous observons que le condensat reste pur mais que le nombre d'atomes diminue avec le temps d'attente (Figure 4.19). Les pertes sont dues pour une part aux collisions, et pour une part à la présence du couteau. L'analyse de cette décroissance est donc difficile, nous y reviendrons au chapitre 5. Pour vérifier que les condensats obtenus sont bien purs nous avons étudié la dépendance du potentiel chimique avec le nombre d'atomes détectés. En effet, celui-ci doit varier comme $N^{2/5}$ (voir Annexe B). Comme nous ajustons l'ensemble du temps de vol par la loi C.24, le potentiel chimique obtenu a la bonne dépendance uniquement si le condensat est suffisamment pur. C'est bien le cas pour les temps de vols étudiés (Figure 4.19).

Lorsqu'aucun couteau RF n'est appliqué, nous observons que la fraction condensée diminue très rapidement. Après 1.2 s d'attente, le temps de vol est purement thermique. La figure 4.20 présente l'évolution de la température en fonction du temps d'attente. Nous observons bien un chauffage. Une fois le condensat disparu celui-ci est d'environ $300 \mu\text{K/s}$, mais il est sans doute plus important en présence du condensat. Un tel chauffage peut être dû aux collisions secondaires (voir premier chapitre), ou être d'origine technique. Une étude du chauffage en fonction de la densité de l'échantillon serait donc très intéressante. Une telle étude n'a à ce jour pas encore été réalisée.

La figure 4.20 présente également l'évolution du nombre d'atomes au cours du temps. Nous observons ici une incohérence manifeste. En effet, nous trouvons presque deux fois moins d'atomes dans le condensat pur que dans le nuage thermique obtenu après 1.2 s d'attente. Nous en concluons donc que l'efficacité de détection est différente pour un nuage thermique et pour un condensat. Deux types d'hypothèses peuvent être avancés pour expliquer ce phénomène.

Tout d'abord cela peut venir de la forme du temps de vol. En effet, nous n'avons pas d'informations expérimentales sur la distribution transverse du temps de vol au niveau du détecteur, et nous sommes donc obligés de supposer qu'elles obéissent aux lois théoriques (4.7) et (C.24). Ces lois peuvent s'avérer inexactes si le centre du piège est décentré par rapport au détecteur ou si le nuage subit une impulsion magnétique au moment de la coupure. Toutefois, les temps de vol semblent bien ajustés par ces lois théoriques et l'effet d'un décentrage sur le nombre d'atomes reste faible. De tels effets ne peuvent donc pas expliquer la différence d'efficacité de détection mise en évidence

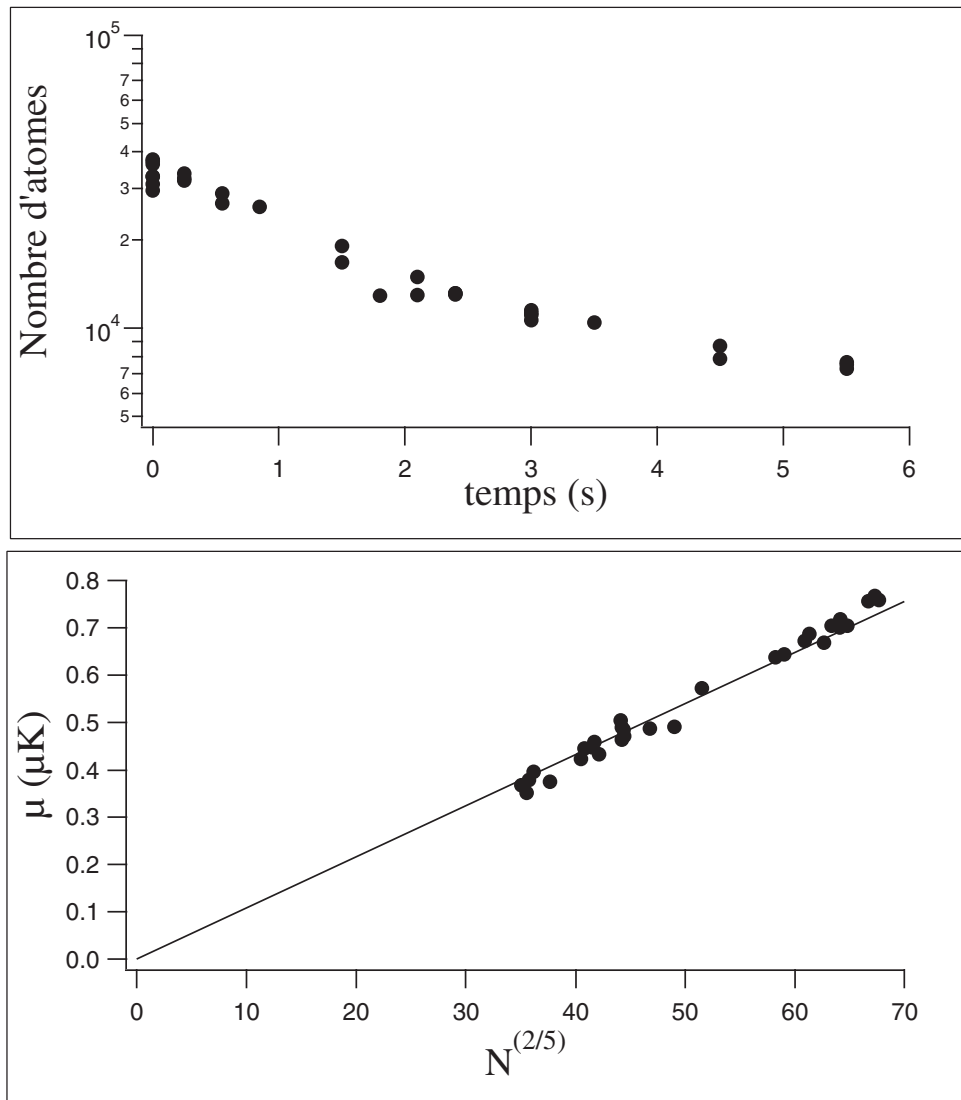


FIG. 4.19 – Figure du haut : décroissance du nombre d'atomes en fonction du temps, en présence d'un couteau RF fixe de fréquence 1000 kHz. Le condensat reste pur et les temps de vol sont tous ajustés par la loi théorique (C.24). Figure du bas : pour chacun de ces temps de vol, on a tracé le potentiel chimique trouvé par l'ajustement en fonction du nombre d'atomes trouvé par l'ajustement à la puissance 2/5. La dépendance linéaire indique que la loi (B.24) est bien vérifiée.

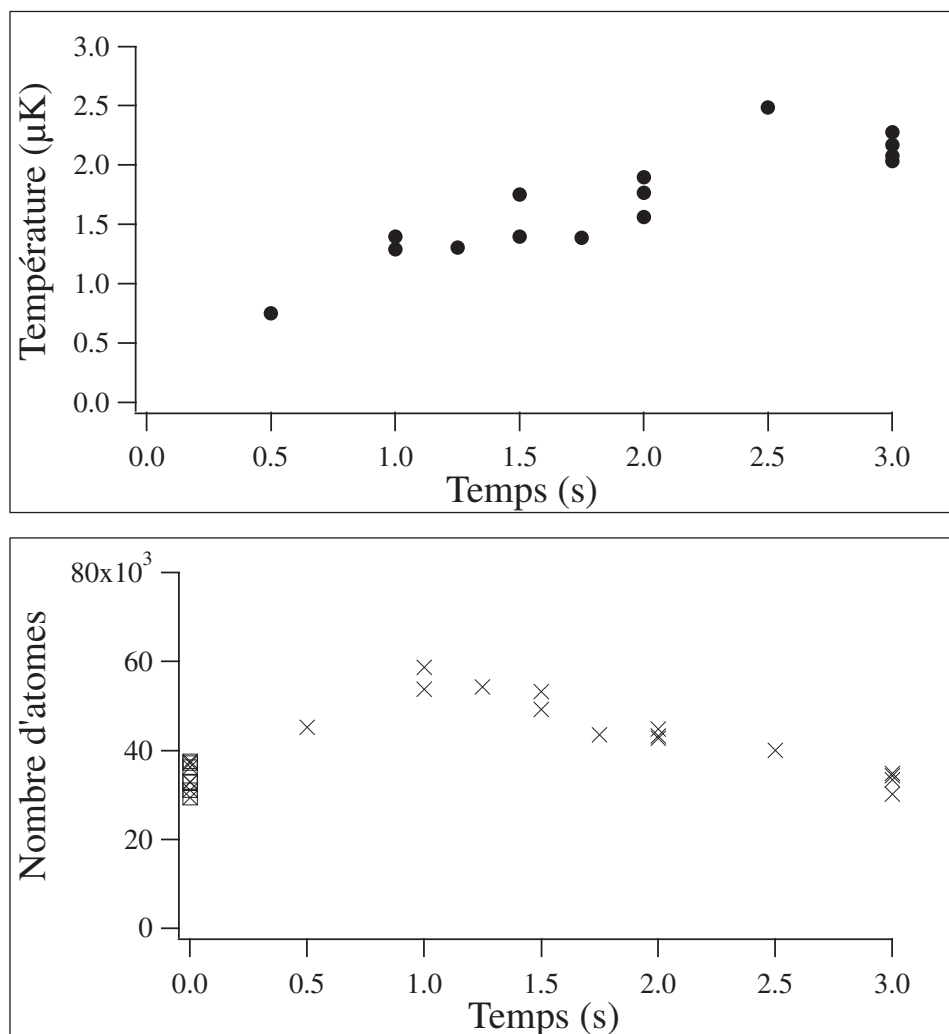


FIG. 4.20 – Figure du haut : évolution de la température en fonction du temps d'attente dans le piège sans couteau RF. A $t = 0$ le nuage est un condensat pur, et après $t = 1.2$ s c'est un nuage thermique pur. Figure du bas : à partir des mêmes données, l'évolution du nombre d'atomes dans la partie thermique du nuage (croix) en fonction du temps d'attente est tracée. On a également reporté, le nombre d'atomes dans le condensat pur à $t = 0$.

sur la figure 4.20. Un autre effet non pris en compte dans la loi théorique (4.7), est que le nuage est probablement dans le régime hydrodynamique, au moins dans la direction peu confinante (voir chapitre 3). L'expansion du nuage dans cette direction pourrait donc être plus faible que supposée par la loi (4.7). Un tel effet est difficile à prendre en compte dans l'état actuel de nos connaissances puisque ni la longueur de diffusion, ni le nombre d'atomes ne sont précisément connus. De plus, aucun calcul théorique n'existe pour prendre en compte une expansion qui débute dans le régime hydrodynamique puis en sort.

Enfin, cette différence d'efficacité de détection pourrait avoir une origine complètement différente, liée à notre façon de détecter le temps de vol. Rappelons en effet que seule une faible partie des atomes sont détectés, il s'agit de ceux qui sont transférés dans $m = 0$ à la coupure du champ magnétique. Puisque c'est l'évolution temporelle du champ magnétique qui est responsable de ce transfert et puisque ce champ magnétique est non-uniforme, l'efficacité de transfert dans $m = 0$ pourrait dépendre de la taille et de la position du nuage piégé. Elle pourrait donc être différente pour un nuage thermique et pour un condensat.

A l'heure actuelle nous n'avons pas pu trancher entre ces différentes hypothèses. Nous verrons au chapitre 5 que le facteur correctif varie aussi en fonction de la température du nuage thermique (voir figure 5.18). Ce phénomène peut être expliqué par les mêmes deux hypothèses. Nous sommes actuellement en train de développer des simulations pour savoir si le début de l'expansion dans le régime hydrodynamique peut expliquer cette dépendance. Une autre façon de trancher entre ces deux hypothèses serait de transférer les atomes dans $m = 0$ par une autre méthode par exemple avec une transition Raman. De telles études sont en cours.

4.3.3 Estimation de la longueur de diffusion

Une fois ce problème mis en lumière, on comprend la difficulté de donner une estimation de la longueur de diffusion. En effet, la dépendance du potentiel chimique en fonction du nombre d'atomes ne nous donne accès à la longueur de diffusion que si le nombre d'atomes dans le condensat est connu de façon absolue.

Connaissant les fréquences d'oscillations ($\omega_z/2\pi = 47 \pm 3$ Hz et $\omega_{x,y}/2\pi = 1250 \pm 50$ Hz), l'ajustement linéaire de la figure 4.19 nous donne une bonne estimation du produit $a \times \mathcal{F}_{\text{cor}}$, où \mathcal{F}_{cor} est le facteur par lequel il faut multiplier le nombre d'atomes trouvé par l'ajustement pour prendre en compte le fait que tous les atomes ne sont pas transférés dans $m = 0$. Nous trouvons $a \times \mathcal{F}_{\text{cor}} = 195$ nm. Avec une incertitude d'environ 15% due aux erreurs sur les fréquences d'oscillations et une incertitude d'environ 15% due à l'erreur sur

l'ajustement linéaire de la figure 4.19. Ainsi l'incertitude totale est d'environ 20%.

Pour évaluer la longueur de diffusion de façon absolue, il faut évaluer le facteur correctif \mathcal{F}_{cor} . Dans une première analyse [50, 8], nous avons simplement supposé que ce facteur correctif était le même que celui du nuage thermique au seuil avec une température de $1 \mu\text{K}$. Nous avons alors trouvé une longueur de diffusion $a = 16 \pm 6 \text{ nm}$ compatible avec celle trouvée par le groupe de l'ENS à Paris avec la même méthode [9] ($a = 16 \pm 8 \text{ nm}$). Cependant cette analyse était entachée de deux types d'erreurs systématiques. Tout d'abord, nous savons maintenant que davantage d'atomes subissent la transition vers $m = 0$ pour un nuage thermique que pour un condensat. La longueur de diffusion est donc plus faible que celle précédemment déterminée. De plus, une autre erreur systématique avait été introduite dans l'analyse des références [8] et [9]. En effet, c'est la relation (3.17) qui avait été utilisée pour mesurer le facteur correctif. Or, elle n'est vraie qu'au premier ordre en négligeant les interactions pour la partie thermique.

Reprenons ici ce type d'analyse avec nos nouvelles données. Une première estimation consiste à dire que le facteur correctif est le même que pour le nuage thermique au seuil de condensation, même si l'on sait que cette hypothèse est fautive puisqu'elle conduit à une incohérence sur l'évolution du nombre d'atomes. Au seuil de condensation, nous avons une calibration absolue du nombre d'atomes en utilisant la relation thermodynamique qui fixe ce seuil. En négligeant les interactions dans le nuage thermique, cette relation est la formule (B.15). Pour une température critique de $1.8 \pm 0.1 \mu\text{K}$, on obtient un nombre d'atomes de $8.6 \cdot 10^5$, avec une incertitude de 20% environ. Comme le nombre d'atomes déduit de l'ajustement était $1.4 \cdot 10^5$, le facteur correctif vaut environ 6. On en déduirait donc une longueur de diffusion de 32 nm.

Cependant, nous savons que cette valeur n'est qu'une première approximation puisqu'elle conduit à une incohérence sur l'évolution du nombre d'atomes. Nous pouvons obtenir un bon encadrement de la longueur de diffusion en tenant le raisonnement suivant : puisque le nombre d'atomes dans le piège ne peut que diminuer au cours du temps, nous savons que le nombre d'atomes dans le condensat est inférieur au nombre d'atomes dans le nuage thermique au seuil de condensation, et qu'il est supérieur au nombre d'atomes dans le nuage thermique après chauffage du condensat pur. Au nombre d'atomes dans le condensat pur, obtenu par l'ajustement du temps de vol, de $3.35 \cdot 10^4$ correspond donc un nombre d'atomes réel d'au plus $8.6 \cdot 10^5$ et d'au moins $5.6 \cdot 10^4 \times 6$. Le facteur correctif pour le condensat est donc compris entre 26 et 10, ce qui donne pour encadrement de la longueur de diffusion $7.5 < a < 20 \text{ nm}$, avec une incertitude de 30% sur chacune de ces bornes.

Cet encadrement a été obtenu en utilisant la loi (B.15) qui n'est valable

qu'en l'absence d'interactions dans le nuage thermique. Nous verrons dans le chapitre 5 qu'il est possible de prendre en compte les interactions au premier ordre. Ces calculs aboutissent à un encadrement légèrement plus faible de la longueur de diffusion : $6 < a < 16$ nm, avec une incertitude de 30% sur chacune de ces bornes. Il faut toutefois noter que ces incertitudes ne prennent pas en compte une possible erreur systématique sur la température critique due à l'expansion dans le régime hydrodynamique.

Pour terminer, il faut préciser que cet encadrement est large et qu'il est sans doute possible de le diminuer en estimant la perte d'atomes entre le nuage au seuil de condensation et le condensat pur. Pour ce faire, il est possible d'utiliser la mesure du signal d'ions après la coupure du piège magnétique qui est proportionnel au nombre d'atomes (voir figure 4.5). Toutefois, ce signal est très faible et il faut moyenner sur un nombre de réalisations suffisant pour obtenir un rapport signal à bruit correct. Pour donner un ordre de grandeur, on s'attend à un flux de l'ordre de quelques centaines par seconde, à détecter pendant environ 50 ms, soit une dizaine d'évènements. Il faut donc moyenner une dizaine de fichiers pour obtenir un rapport signal à bruit de 10%. Cette expérience n'a pas encore été réalisée.

4.3.4 Prédictions théoriques du signal d'ions dans une théorie de champ moyen

Le but de cette partie est de voir si l'on peut comprendre par une analyse théorique l'allure du signal d'ions. Les caractéristiques essentielles que nous aimerions comprendre sont :

- La brusque augmentation du taux d'ions à la formation du condensat qui constitue une nouvelle signature de la condensation.
- Le fait que le taux d'ions pour le condensat pur est plus grand qu'au seuil de condensation, mais qu'il ne correspond pas au maximum du taux d'ions.

L'étude de la première caractéristique, la rupture de pente du taux d'ions, est assez difficile, car il faut calculer le taux d'ions dans des situations intermédiaires où le condensat coexiste avec sa partie thermique. Ce calcul est l'objet de la suite du paragraphe. Il est par contre possible de donner une interprétation simple de la deuxième caractéristique. Et nous commencerons donc par celle-ci.

L'ensemble des calculs présentés dans ce paragraphe sont faits en négligeant les interactions dans la partie thermique et l'énergie de point zéro. Leur prise en compte pourrait amener des modifications sensibles des résultats. L'étude est également réalisée dans une théorie de champ moyen et des effets comme ceux de la déplétion quantique sont négligés. Le traitement n'est donc en théorie plus valable pour les fortes fractions condensées.

4.3.4.1 Augmentation relative du taux d'ions

Nous avons vu dans le premier chapitre (équations (1.16) et (1.17)) que le taux d'ions pouvait s'écrire comme la somme de trois contributions :

$$I_{th} = \frac{N}{\tau_i} + \frac{1}{2}\beta\langle n \rangle N + \frac{1}{3}L\langle n^2 \rangle N \quad (4.9)$$

où les symboles $\langle \dots \rangle$ désignent la moyenne spatiale, c'est à dire :

$$\langle X(\mathbf{r}) \rangle = \frac{\int X(\mathbf{r})n(\mathbf{r})d\mathbf{r}}{\int n(\mathbf{r})d\mathbf{r}} = \frac{\int X(\mathbf{r})n(\mathbf{r})d\mathbf{r}}{N} \quad (4.10)$$

Nous avons également vu que pour un condensat pur dans l'approximation de champ moyen, les taux d'ionisation à deux corps et à trois corps étaient respectivement réduits d'un facteur 2! et 3!.

Ainsi, l'augmentation relative du taux d'ions entre le seuil de condensation et le condensat pur est due à une forte augmentation de densité qui doit compenser ces facteurs de réduction quantique. Nous pouvons exprimer l'augmentation relative du taux d'ions à deux corps et à trois corps en fonction de l'augmentation de densité et de la diminution du nombre d'atomes. Appelons η le rapport entre le nombre d'atomes dans le condensat et celui dans le nuage thermique ($\eta < 1$). Les augmentations relatives pour les collisions à deux corps et à trois corps peuvent alors respectivement s'écrire :

$$R^{2 \text{ corps}} = \frac{I_{bec}^{2 \text{ corps}}}{I_{th}^{2 \text{ corps}}} = \frac{1}{2!} \times \eta \times \frac{\langle n_{bec} \rangle}{\langle n_{th} \rangle} = \frac{1}{2!} \times \eta \times C_2 \times \frac{n_{bec}(0)}{n_{th}(0)} \quad (4.11)$$

$$R^{3 \text{ corps}} = \frac{I_{bec}^{3 \text{ corps}}}{I_{th}^{3 \text{ corps}}} = \frac{1}{3!} \times \eta \times \frac{\langle n_{bec}^2 \rangle}{\langle n_{th}^2 \rangle} = \frac{1}{3!} \times \eta \times C_3 \times \frac{n_{bec}^2(0)}{n_{th}^2(0)} \quad (4.12)$$

Comme ce sont les densités au centre qui sont généralement utilisées, nous avons introduit C_2 et C_3 qui sont des facteurs numériques qui dépendent uniquement de la forme des distributions spatiales. Pour un condensat dans le régime de Thomas-Fermi, la forme de la distribution est une parabole inversée et nous avons $\frac{n_{bec}(0)}{\langle n_{bec} \rangle} = 7/4$. Si on approxime la forme du nuage thermique par une gaussienne, on a $\frac{n_{th}(0)}{\langle n_{th} \rangle} = 2\sqrt{2}$. On trouve alors $C_2 \simeq 1.6$ et $C_3 \simeq 2$. Le calcul peut également se faire en utilisant l'expression de la densité spatiale au seuil de condensation (B.12 avec $z = 1$). Cette expression est valable si l'on néglige les interactions dans le nuage thermique. Nous trouvons alors $\frac{n_{th}(0)}{\langle n_{th} \rangle} \simeq 4.72$, $\frac{n_{th}^2(0)}{\langle n_{th}^2 \rangle} \simeq 12.7$ et pour les facteurs C_i : $C_2 \simeq 2.70$ et $C_3 \simeq 4.84$.

Il reste à exprimer le rapport des densités pics. Ceci peut être fait simplement en utilisant les relations :

$$n_{bec}(0) = \frac{7}{52\pi} 15^{2/5} N_{bec}^{2/5} \left(\frac{1}{a\bar{\sigma}^4} \right)^{3/5} \quad (4.13)$$

et

$$n_{th}(0) = 2.612 \times \lambda_{dB}^3(T_C) \text{ avec } N_{th} = 1.202 \left(\frac{k_B T_C}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 \quad (4.14)$$

Ces équations (voir annexe B) sont obtenues en négligeant les interactions dans le nuage thermique et en supposant le condensat dans le régime de Thomas-Fermi. On obtient alors :

$$\left(\frac{n_{bec}(0)}{n_{th}(0)} \right) = C_0 \times \eta^{2/5} \times N_{th}^{-1/10} \left(\frac{\bar{\sigma}}{a} \right)^{3/5} \quad (4.15)$$

avec $C_0 \simeq 0.78$. Les augmentations relatives du taux d'ions peuvent alors se mettre sous la forme :

$$R^{1 \text{ corps}} = \eta \quad (4.16)$$

$$R^{2 \text{ corps}} = A_2 \times \eta^{7/5} \times N_{th}^{-1/10} \left(\frac{\bar{\sigma}}{a} \right)^{3/5} \quad (4.17)$$

$$R^{3 \text{ corps}} = A_3 \times \eta^{9/5} \times N_{th}^{-2/10} \left(\frac{\bar{\sigma}}{a} \right)^{6/5} \quad (4.18)$$

avec $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\bar{\omega}}}$ la taille moyenne de l'oscillateur harmonique et a la longueur de diffusion. Les facteurs numériques $A_2 \simeq 1.05$ et $A_3 \simeq 0.49$ sont indépendants de l'atome considéré et supposent seulement que les atomes sont piégés dans un potentiel harmonique 3D avec le condensat dans le régime de Thomas-Fermi et des interactions négligeables dans le nuage thermique au seuil de condensation.

On remarque dans ces expressions que l'augmentation relative est très peu dépendante du nombre d'atomes au seuil de condensation et des fréquences d'oscillations. Les paramètres pertinents sont la longueur de diffusion et surtout la diminution du nombre d'atomes au cours de la formation du condensat.

Les augmentations relatives maximales sont bien sûr obtenues dans le cas où le nombre d'atomes reste constant ($\eta = 1$). En utilisant les valeurs typiques pour notre expérience ($a \simeq 15$ nm, $N_{th} \simeq 9. \times 10^5$, et $\bar{\omega} \simeq 2\pi \times 420$ Hz), nous trouvons $\left(\frac{n_0}{n_{th}} \right)_{max} \simeq 4.2$, $(R^{2 \text{ corps}})_{max} \simeq 5.7$ et $(R^{3 \text{ corps}})_{max} \simeq 14.3$. Mais ces augmentations chutent très rapidement avec η . Ainsi, si le nombre d'atomes est divisé par 4 au cours de la formation (comme attendu dans l'expérience précédente si le facteur correctif était le même pour le nuage thermique et pour le condensat : voir figure 4.20), les rapports deviennent : $R^{1 \text{ corps}} = 1/4$, $R^{2 \text{ corps}} = 0.82$ et $R^{3 \text{ corps}} = 1.2$. Selon les importances relatives des différentes contributions, le taux d'ions dans le condensat serait ainsi sensiblement le même ou inférieur à celui au seuil de condensation. C'est donc une nouvelle

preuve de la différence d'efficacité de détection entre le condensat et le nuage thermique.

Ainsi, l'augmentation relative du taux d'ions observée dépend de la part respective des différentes contributions du taux d'ions et de la perte d'atomes. On comprend bien également que le maximum du taux d'ions ne correspond pas forcément au condensat pur. En effet, s'il y a des pertes, la densité maximale ne correspond pas forcément au condensat pur. Pour aller plus loin dans cette analyse, il nous faut pouvoir calculer le taux d'ions dans les situations intermédiaires où le condensat coexiste avec sa partie thermique, c'est l'objet du paragraphe suivant.

4.3.4.2 Expression du taux d'ions en présence d'un condensat et d'une partie thermique

Pour cela, il faut déterminer les facteurs de symétrisation pour les différents types de collisions croisées. Dans une approximation de champ moyen, ces facteurs peuvent par exemple être calculés en utilisant le théorème de Wick. Nous détaillerons ce calcul dans le chapitre 6. La référence [76] donne le principe du calcul de ces facteurs de symétrisation pour les collisions à trois corps et indique même comment prendre en compte la déplétion quantique lorsque le condensat devient très pur (le chapitre 6 détaillera la façon dont nous pouvons la prendre en compte). Nous négligerons pour l'instant ces effets et resterons dans une théorie de champ moyen, les calculs étant alors très similaires à ceux réalisés par les auteurs de la référence [113] pour analyser la décroissance d'un condensat de Rubidium. On montre alors que les taux de collisions à deux et à trois corps ($I^2 \text{ corps}$ et $I^3 \text{ corps}$, respectivement) dans un échantillon contenant une partie condensée et une partie thermique peuvent s'écrire :

$$I^2 \text{ corps} = \frac{\beta}{2!} \int d\mathbf{r} [n_{bec}^2(\mathbf{r}) + 4n_{bec}(\mathbf{r})n_{th}(\mathbf{r}) + 2n_{th}^2(\mathbf{r})] \quad (4.19)$$

$$I^3 \text{ corps} = \frac{L}{3!} \int d\mathbf{r} [n_{bec}^3(\mathbf{r}) + 9n_{bec}^2(\mathbf{r})n_{th}(\mathbf{r}) + 18n_{bec}(\mathbf{r})n_{th}^2(\mathbf{r}) + 6n_{th}^3(\mathbf{r})] \quad (4.20)$$

où $n_{bec}(\mathbf{r})$ est la densité locale du condensat et $n_{th}(\mathbf{r})$ la densité locale de la partie thermique. Nous avons pris en compte les facteurs de symétrisation et négligé les effets de la déplétion quantique (voir chapitre 6) qui apparaissent pour les condensats purs.

A priori, quatre paramètres sont nécessaires pour définir la densité des nuages : N_{bec} , μ_{bec} , N_{th} et T_{th} . Néanmoins, dans l'approximation de Thomas-Fermi, la densité du condensat ne dépend que d'un seul paramètre μ_{bec} :

$$n_{bec}(\mathbf{r}) = \max \left[0, \frac{\mu_{bec} - U(\mathbf{r})}{g} \right] \quad (4.21)$$

avec $U(\mathbf{r})$ le potentiel harmonique de piégeage et $g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$ la force d'interaction.

La densité du nuage thermique dépend de deux paramètres. Mais, si l'équilibre thermodynamique est atteint à chaque instant, le potentiel chimique de la partie thermique est égal à celui du condensat. On peut alors écrire la densité comme :

$$n_{th}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2} \left(\exp^{-\frac{1}{k_B T_{th}}(U(\mathbf{r}) + 2g n_{bec}(\mathbf{r}) - \mu_{bec})} \right) \quad (4.22)$$

où λ_{dB} est la longueur d'onde thermique de de Broglie et $g_{3/2}(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^{3/2}}$. Dans cette expression, nous avons pris en compte les interactions entre le nuage thermique et le condensat mais négligé les interactions dans le nuage thermique seul.

Ainsi le taux d'ions total ne dépend que de deux paramètres, par exemple μ_{bec} et T_{th} si l'on utilise les expressions précédentes. Si l'on effectue un calcul numérique, il est possible de paramétrer le taux d'ions par N_{tot} et T_{th} , ce que nous ferons par la suite.

Il est également intéressant de déterminer l'expression de la densité du nuage thermique avant le seuil de condensation pour déterminer si le signal d'ions présente une rupture de pente au moment de la condensation. On peut écrire la densité comme :

$$n_{th}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2} \left(\exp^{-\frac{1}{k_B T_{th}}(U(\mathbf{r}) - \mu_{th})} \right) \quad (4.23)$$

Le taux d'ions total ne dépend encore que de deux paramètres, par exemple μ_{th} et T_{th} , ou encore N_{tot} et T_{th} .

On comprend donc tout l'intérêt d'expériences à nombre d'atomes constant ou du moins parfaitement contrôlé, de façon à ce que l'évolution du taux d'ions ne dépende plus que de la température. Ainsi, à partir de la mesure du taux d'ions, on peut remonter à tous les paramètres du nuage.

4.3.4.3 Analyse à nombre d'atomes constant

Dans une première analyse, nous pouvons calculer l'évolution du taux d'ions à nombre d'atomes constant, sans prendre en compte les divers processus de pertes. Dans ce cas, les différentes contributions du taux d'ions

ne dépendent que de la température. Nous avons tracé ces contributions sur la figure 4.21, en les normalisant par rapport au taux d'ions à $T = T_C$. Les fréquences d'oscillations ont été imposées à celles mesurées dans notre expérience et le nombre d'atomes total a été imposé de façon à ce que la température critique soit de $1.8 \mu\text{K}$. La longueur de diffusion a été imposée à $a = 15 \text{ nm}$. Les taux d'ions ont été calculés jusqu'à une température de $0.3 \mu\text{K}$, pour laquelle la fraction condensée est supérieure à 99%.

On remarque tout d'abord que nous retrouvons les augmentations relatives du taux d'ions entre le seuil de condensation et le condensat pur trouvées au paragraphe précédent. Ceci est normal puisque les hypothèses sont les mêmes.

On constate ensuite qu'il existe bien une rupture de pente au moment de la condensation (ceci peut être vérifié en dérivant deux fois les courbes tracées) pour la contribution des collisions à deux corps comme pour celle des collisions à trois corps. Toutefois, cette rupture de pente est plus nette pour les collisions à trois corps. Ainsi le taux d'ions constitue bien une nouvelle signature de la condensation et est un précieux indicateur de l'instant de sa formation.

Enfin, on comprend bien que l'allure du taux d'ions observée expérimentalement va dépendre de façon cruciale des contributions relatives des différents processus d'ionisation. Pour utiliser le signal d'ions de façon quantitative, il va donc falloir mesurer les différentes constantes de collisions. C'est l'objet du chapitre 5. Sur la figure 4.22, nous avons tracé les différentes contributions du signal d'ions et le signal total obtenu pour des valeurs réalistes de ces constantes déduites des études explicitées dans le chapitre 5. Comme pour les courbes précédentes, les fréquences d'oscillations ont été imposées à celles mesurées dans notre expérience et le nombre d'atomes total a été imposé de façon à ce que la température critique soit de $1.8 \mu\text{K}$. La longueur de diffusion a été imposée à $a = 15 \text{ nm}$. Les constantes de collisions utilisées sont : $\tau_i = 1000 \text{ s}$, $\beta = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$ et $L = 5.3 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6/\text{s}$.

Avec ces valeurs, le signal d'ions calculé semble reproduire assez fidèlement la montée de notre courbe expérimentale si l'on suppose une évolution temporelle de la température linéaire. Cependant, avec nos hypothèses, ce calcul indique que le condensat pur devrait correspondre au maximum du taux d'ions, ce qui n'est pas le cas expérimentalement.

4.3.4.4 Prise en compte des pertes ionisantes

Ceci peut être expliqué par la présence des pertes au cours du refroidissement. Dans notre expérience, les pertes sont à la fois dues aux collisions ionisantes et à la présence du couteau RF qui tronque la distribution. Pour analyser quantitativement notre courbe expérimentale, il faut donc modéli-

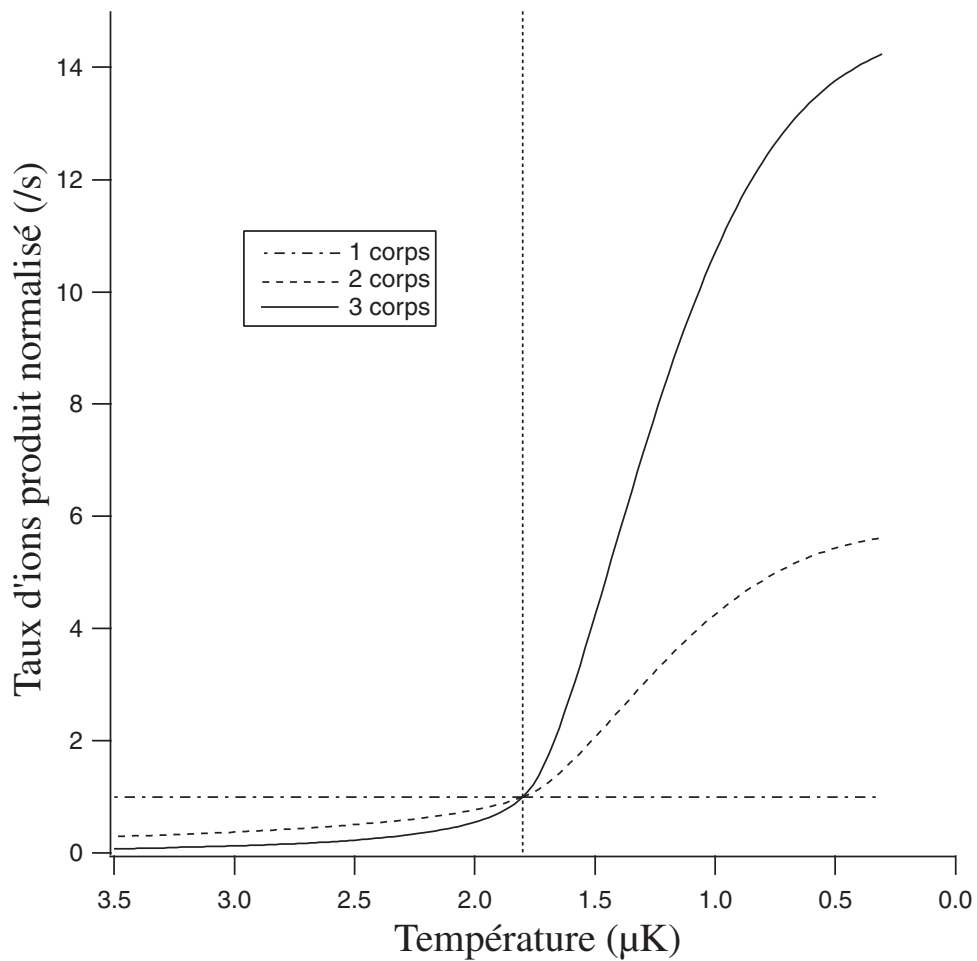


FIG. 4.21 – Evolution des différentes contributions du taux d'ions (normalisées par rapport au flux pour $T = T_C$) en fonction de la température. Les fréquences d'oscillations ont été imposées à celles mesurées dans notre expérience et le nombre d'atomes total a été imposé constant et de façon à ce que la température critique soit de $1.8 \mu\text{K}$. La longueur de diffusion a été imposée à $a = 15 \text{ nm}$.

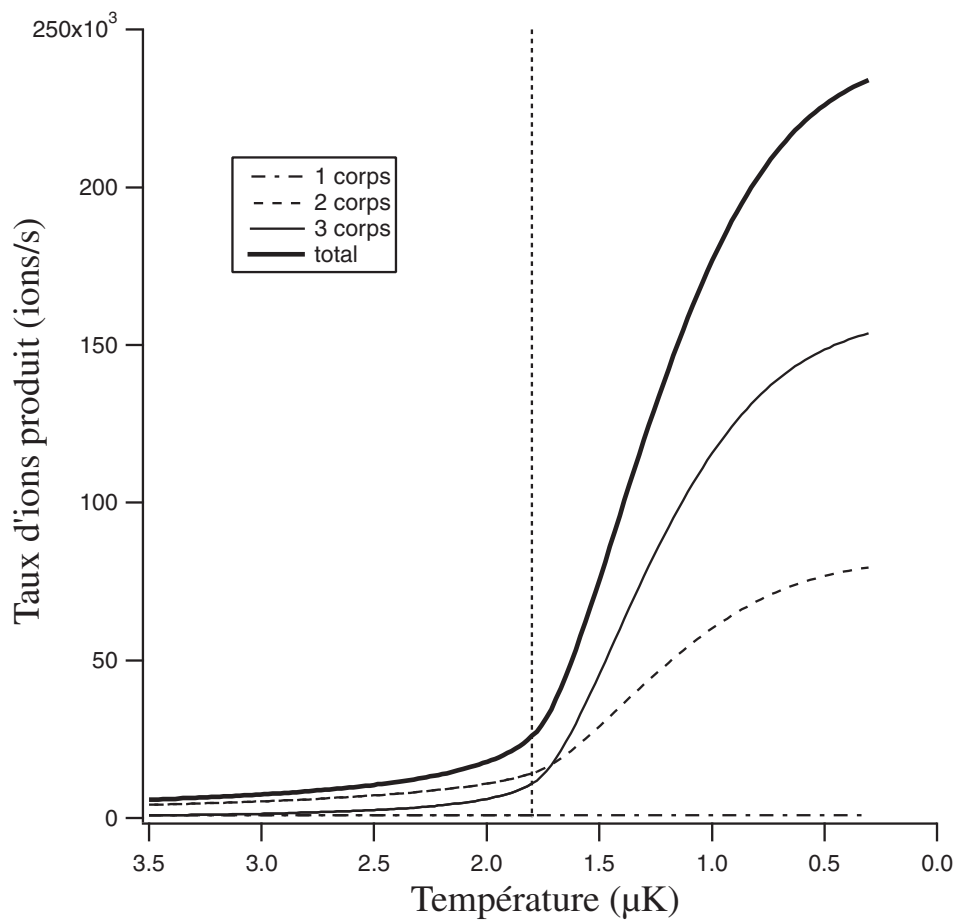


FIG. 4.22 – Evolution des différentes contributions du taux d'ions en fonction de la température. Les conditions sont les mêmes que pour les courbes précédentes, le nombre d'atomes est fixé constant et de façon à ce que la température critique soit $1.8 \mu\text{K}$ (repérée par le trait pointillé vertical). Les constantes de collisions utilisées sont : $\tau_i = 1000 \text{ s}$, $\beta = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$ et $L = 5.3 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6/\text{s}$.

ser les pertes dues à ce couteau. Pour l'instant, nous n'avons pas fait une telle modélisation et nous sommes donc uniquement capables de prendre en compte les pertes dues aux collisions.

Sur la figure 4.23, nous avons tracé les différentes contributions du signal d'ions et le signal total obtenu pour les mêmes valeurs des constantes de collisions que précédemment mais en tenant compte des pertes dues à ces collisions. On a imposé une décroissance linéaire de la température à $2 \mu\text{K/s}$ et le nombre d'atomes total initial de façon à ce que la température critique soit de $1.8 \mu\text{K}$. Nous constatons que cette fois-ci le maximum du signal d'ions ne correspond plus au condensat pur.

4.3.4.5 Vers une étude quantitative ?

Ainsi, nous avons montré que nous étions capables de comprendre théoriquement l'allure du signal d'ions observé. Pour aller plus loin et utiliser le signal d'ions pour étudier la cinétique de formation du condensat plusieurs éléments sont requis.

- Tout d'abord, il faut connaître les contributions relatives des différents processus d'ionisation, c'est l'objet du prochain chapitre.
- Ensuite, il faut faire une expérience où l'on observe vraiment la cinétique propre de la formation du condensat et non celle associée à sa formation au cours d'une rampe d'évaporation. Pour cela, il faut se placer juste avant le seuil de condensation et tronquer brutalement la distribution en énergie. La formation du condensat se fait lors du retour dans le nouvel état d'équilibre et l'observation du taux d'ions doit permettre de suivre cette formation. Durant cette phase, nous connaissons les différents processus de pertes, et une simple mesure du nombre d'atomes final doit permettre de connaître le nombre d'atomes total durant toute la formation.
- Enfin, il faut utiliser des modèles de formation du condensat pour analyser le signal d'ions. En effet, le calcul présenté ici suppose l'équilibre thermodynamique atteint à chaque instant. Cette hypothèse n'est pas vérifiée dans l'expérience proposée. Le modèle à utiliser doit également prendre en compte d'autres éléments comme le fait que les interactions ne sont pas négligeables dans le nuage thermique (voir chapitre 5), et comme le fait que l'approximation de champ moyen devient erronée pour de très faibles températures. Il faut alors prendre en compte des effets comme celui de la déplétion quantique (voir chapitre 6).

Cependant, avant de collaborer avec des théoriciens pour développer un tel modèle, il nous faut mesurer les constantes de collisions et avoir une meilleure estimation de la longueur de diffusion.

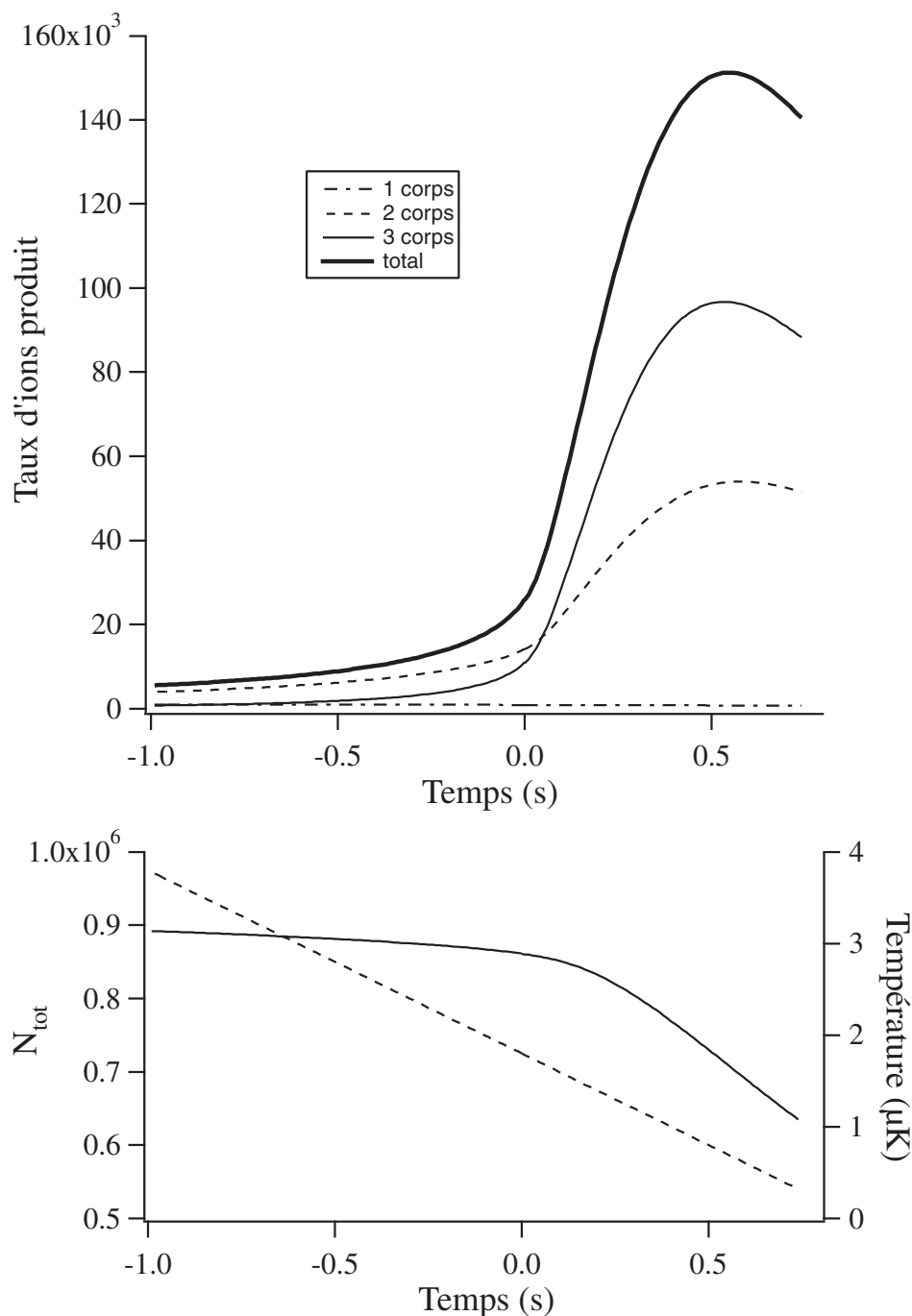


FIG. 4.23 – Figure du haut : évolution des différentes contributions du taux d'ions en fonction du temps (mêmes conventions que précédemment). On a imposé une décroissance linéaire de la température de $2 \mu\text{K/s}$. Les conditions sont les mêmes que pour les courbes précédentes, le nombre d'atomes initial est fixé de façon à ce que la température critique soit $1.8 \mu\text{K}$ (à $t = 0$). Les pertes dues aux collisions sont prises en compte. Les constantes de collisions utilisées sont : $\tau = 100 \text{ s}$, $\tau_i = 1000 \text{ s}$, $\beta = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$ et $L = 5.3 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6/\text{s}$. L'évolution temporelle du nombre d'atomes (trait plein) et de la température (trait pointillé) sont données sur la figure du bas.

4.3.5 Résumé-conclusion

Dans cette partie, nous avons tout d'abord étudié le signal d'ions mesuré au cours de la dernière rampe RF de refroidissement évaporatif. Nous avons montré expérimentalement que la rupture de pente du signal d'ions est un précieux indicateur du seuil de condensation. En effet, la comparaison de l'évolution des temps de vol avec celle du signal d'ions montre que la double structure des temps de vol n'est visible que juste après la brusque augmentation du signal d'ions. De plus, seul le signal de temps de vol correspondant au moment de la rupture de pente est bien ajusté par la loi de Bose au seuil (4.7), qui n'est valable qu'au seuil de condensation. L'étude théorique exposée dans les derniers paragraphes a montré que nous comprenions bien l'allure du signal d'ions : son augmentation relative entre le seuil de condensation et le condensat pur, le fait que le condensat pur ne correspond pas au maximum du signal d'ions, et la rupture de pente au moment de la condensation.

Nous avons également étudié qualitativement la "mort" du condensat. Le signal d'ions et les différents temps de vol réalisés après différents temps d'attente montrent que généralement, après avoir été formé, le condensat se re-transforme rapidement en nuage thermique, à cause d'un fort chauffage. Ce chauffage n'a pas encore été étudié. Si on applique pendant le temps d'attente un couteau RF fixe, à une fréquence égale à la fréquence finale de la rampe de refroidissement, on supprime l'effet du chauffage, et le condensat reste quasi-pur.

Enfin, nous avons montré comment le signal d'ions pouvait nous permettre de sélectionner les réalisations a posteriori. Nous avons notamment utilisé cette technique pour déterminer une estimation de la longueur de diffusion. Une fois des réalisations correspondant à de mêmes conditions initiales sélectionnées, nous avons estimé le nombre d'atomes contenu dans le condensat pur sélectionné en disant qu'il était inférieur au nombre d'atomes dans le nuage thermique au seuil de condensation avant sa formation, et qu'il était supérieur au nombre d'atomes dans le nuage thermique obtenu après son chauffage. L'encadrement du nombre d'atomes dans le condensat et la mesure de son potentiel chimique permettent de déduire un encadrement de la longueur de diffusion.

La calibration absolue du nombre d'atomes au seuil de condensation est réalisée par les relations thermodynamiques qui sont valables en ce point (voir annexes B et D). Nous avons montré que cette calibration n'est pas utilisable pour les condensats purs, car elle entraîne une incohérence quand on étudie l'évolution du nombre d'atomes total au cours de la formation du condensat et de son chauffage après un temps d'attente. C'est pourquoi nous avons

utilisé l'encadrement du nombre d'atomes précédemment cité. L'estimation de la longueur de diffusion suppose, par contre, que la calibration absolue faite avec le nuage thermique au seuil de condensation est valable pour le nuage thermique obtenu après le chauffage du condensat.

Mesure des constantes de collisions

Nous venons de voir, dans le chapitre précédent, que le signal d'ions était un nouvel outil pour suivre l'évolution du nuage d'atomes piégé sans le perturber. Nous avons notamment montré que ce signal pouvait permettre d'étudier la cinétique de formation du condensat, si l'on connaissait les contributions respectives des différents processus d'ionisation. L'objet de ce chapitre est de mesurer ces contributions en déterminant expérimentalement les constantes de collisions définies dans le premier chapitre.

Cette étude a un fort intérêt pour la suite de nos expériences puisqu'elle est le chemin obligé pour pouvoir analyser la cinétique de formation du condensat. Elle a également un intérêt en physique atomique et moléculaire. En effet, la comparaison des mesures expérimentales avec les estimations théoriques [54, 55, 56, 83, 70] peut permettre de tester les calculs *ab initio* des potentiels moléculaires [68, 79] nécessaires à ces estimations ainsi que les calculs de ces estimations eux-mêmes (voir premier chapitre). Enfin, nous allons voir que pour mesurer ces constantes de façon précise, nous nous sommes heurtés à des problèmes physiques intéressants comme la déplétion quantique ou le décalage de la température critique dû aux interactions. Nous verrons que le signal d'ions pourrait permettre d'étudier ces phénomènes.

Pour déterminer ces constantes de collisions, la méthode habituellement utilisée est d'étudier la décroissance temporelle du nombre d'atomes. C'est notamment cette méthode qui a permis de déterminer, dès l'obtention des premiers condensats d'He*, les bornes supérieures qui étaient les meilleures estimations de ces constantes avant le début de cette thèse [8, 9]. Avec les définitions des constantes de collisions données au premier chapitre, ces estimations sont¹ : $\beta < 8.4 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ et $L < 17 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$.

Cependant, cette méthode a plusieurs inconvénients. Tout d'abord, puisque les pertes dépendent de la *densité* de l'échantillon et que l'on mesure la dé-

¹Attention, dans la référence [9], les auteurs donnent des bornes supérieures pour les valeurs des constantes définies pour un condensat pur et non pour un nuage thermique : $\beta' = \beta/2!$ et $L' = L/3!$.

croissance du *nombre d'atomes*, il faut que ce soient uniquement les pertes qui déterminent la diminution de densité. Il faut donc que l'expérience soit réalisée à température constante. Ceci est en général difficile à réaliser expérimentalement car un chauffage est souvent présent. L'interprétation théorique devient alors difficile. Un moyen de maintenir la température constante est de rajouter un couteau RF fixe, mais celui-ci rajoute des pertes dont il faut tenir compte. L'analyse demande alors un modèle théorique pour décrire les pertes dues à la présence du couteau.

De plus, pour analyser la décroissance du nombre d'atomes, il faut connaître les différents types de pertes. Or, nous avons vu au premier chapitre que lorsque la densité devient importante, des processus complexes de collisions secondaires et d'avalanches pouvaient intervenir.

Enfin, dans notre cas spécifique, nous nous intéressons particulièrement aux constantes de collisions *ionisantes*, puisque nous voulons connaître les contributions relatives des différents processus d'ionisation. Ainsi, pour qu'une étude de la décroissance du nombre d'atomes nous permette de mesurer ces constantes, il faudrait que les pertes soient majoritairement dues à des collisions ionisantes. Nous avons des indications théoriques que c'est effectivement le cas pour les fortes densités, tant que les collisions secondaires n'interviennent pas (voir premier chapitre). Cependant, cela fait appel à des hypothèses supplémentaires qu'il nous faudrait tester expérimentalement.

Nous allons donc utiliser une méthode originale qui exploite les capacités de notre dispositif expérimental. Pour mesurer les constantes de collisions, nous allons mesurer pour une même réalisation le taux d'ions produit à un instant donné, et les caractéristiques du nuage d'atomes qui l'a produit. Ces caractéristiques obtenues par temps de vol vont nous permettre de déterminer la densité de l'échantillon et son nombre d'atomes. Ces mesures sont effectuées pour différentes réalisations, dans des conditions variées, et sans exigence particulière de reproductibilité. L'étude du taux d'ions produit en fonction du nombre d'atomes et de la densité de l'échantillon va nous permettre de déterminer les constantes de collisions ionisantes.

Pour obtenir une bonne estimation de ces constantes de collisions, il faut réaliser cette étude sur une gamme de densité la plus étendue possible. On va donc vouloir étudier le taux d'ions produit par des condensats et par des nuages thermiques. D'un autre côté, nous avons vu dans le chapitre 4 que l'expression du taux d'ions était complexe lorsqu'une partie condensée coexistait avec une partie thermique, du fait des collisions croisées entre ces deux parties. Nous ne réaliserons donc des études que sur des condensats purs ou sur des nuages thermiques purs.

Enfin, pour obtenir les constantes de collisions de façon absolue, il faut

mesurer le nombre d'atomes et la densité des échantillons de façon absolue. Comme nous connaissons mal notre efficacité de détection (voir chapitre précédent), nous allons utiliser des astuces pour calibrer le nombre d'atomes : pour les expériences sur les condensats purs, nous allons exprimer les constantes de collisions en fonction de la longueur de diffusion, et pour les nuages thermiques nous allons nous placer au seuil de condensation pour que la mesure de la température nous donne accès au nombre absolu d'atomes.

La première partie de ce chapitre décrit les mesures effectuées sur les condensats purs. Ces résultats ont été publiés dans la référence [114]. Les constantes de collisions sont mesurées et exprimées en fonction de la longueur de diffusion, car c'est elle qui nous permet d'obtenir le nombre d'atomes et la densité de l'échantillon à partir de la mesure de son potentiel chimique. L'effet de la déplétion quantique et de la fraction thermique restante est estimé théoriquement (les calculs sont détaillés dans le chapitre 6) et pris en compte.

La deuxième partie de ce chapitre présente les mesures effectuées sur des nuages thermiques au seuil de condensation. Le nombre d'atomes et la densité sont déduits à partir de la mesure de la température au seuil. L'effet des interactions et de l'énergie de point zéro est estimé théoriquement et pris en compte. Ces résultats n'ont pas encore été publiés car des erreurs systématiques restent à évaluer.

La comparaison des deux types de mesures est a priori très intéressante car elle pourrait mettre en évidence les facteurs de réduction quantique $1/2!$ et $1/3!$ (voir chapitres 1 et 6) et elle pourrait permettre de tester les différentes estimations théoriques utilisées dans ces études (effet de la déplétion quantique, des interactions sur le seuil de condensation,..). Toutefois, comme les résultats de nos mesures sur les condensats purs dépendent de la longueur de diffusion et que celle-ci reste mal connue, la comparaison des deux types d'expériences nous permet seulement à l'heure actuelle de déterminer quelle longueur de diffusion rend nos différentes mesures compatibles. Une mesure indépendante de la longueur de diffusion pourrait valider a posteriori nos hypothèses théoriques.

5.1 Mesures pour un condensat pur

Etudions tout d'abord le taux d'ionisation dans un condensat pur [114]. Nous avons vu au premier chapitre que les collisions secondaires n'engendraient pas de nouvelles ionisations et que le taux d'ions avait donc uniquement trois origines : les collisions avec le gaz résiduel, les collisions Penning à deux corps et les recombinaisons à trois corps. Il peut donc s'écrire :

$$I = \frac{N}{\tau_i} + \frac{1}{2} \kappa_2 \beta \langle n \rangle N + \frac{1}{3} \kappa_3 L \langle n^2 \rangle N \quad (5.1)$$

Rappelons que les facteurs $1/2$ et $1/3$ traduisent le fait que 2 (respectivement 3) atomes disparaissent quand 1 ion est formé. Pour un condensat pur dans l'approximation de champ moyen, c'est à dire en négligeant le phénomène de déplétion quantique, les facteurs de réduction quantique κ_2 et κ_3 valent respectivement $\frac{1}{2!}$ et $\frac{1}{3!}$ (voir formule 1.17 et chapitre 6).

Nous utiliserons par la suite le taux d'ions normalisé par le nombre d'atomes ($\Gamma = \frac{I}{N}$). Dans l'approximation de Thomas-Fermi, la densité spatiale du condensat a la forme d'une parabole inversée dans les trois directions de l'espace, et on peut alors exprimer le taux d'ions normalisé en fonction de la densité pic du condensat (n_0) :

$$\Gamma = \frac{I}{N} = \frac{1}{\tau_i} + \frac{2}{7} \kappa_2 \beta n_0 + \frac{8}{63} \kappa_3 L n_0^2 \quad (5.2)$$

Pour mesurer les constantes de collisions ionisantes, nous allons étudier la variation du taux d'ions normalisé en fonction de la densité de l'échantillon. Pour ce faire, lors d'une même réalisation, nous allons mesurer le taux d'ions à un instant donné et la densité et le nombre d'atomes de l'échantillon qui l'a produit, par un temps de vol. Nous allons faire de telles mesures pour des échantillons de densités variées et étudier la variation du taux d'ions normalisé en fonction de la densité de l'échantillon. Une variation linéaire signifierait une prépondérance des collisions Penning à deux corps tandis qu'une variation parabolique indiquerait une prépondérance des recombinaisons à trois corps.

5.1.1 Réalisation expérimentale

5.1.1.1 Principe

Il faut tout d'abord créer un condensat pur. La fréquence finale de la dernière rampe RF est ajustée dans ce but. Elle est choisie suffisamment basse pour qu'on ne distingue plus d'ailes dans le temps de vol, on parlera alors de condensat quasi-pur. Une fois ce condensat produit, on veut pouvoir

obtenir des condensats de densités variées. Pour cela, on rajoute un temps d'attente avec un couteau RF fixe de fréquence égale à la fréquence finale de la rampe RF. Dans ces conditions, nous avons vu dans le précédent chapitre que le condensat reste quasi-pur, mais que son nombre d'atomes diminue avec le temps d'attente. Ainsi, suivant le temps d'attente imposé, nous obtenons des condensats quasi-purs de densités variées. Il suffit alors de mesurer le taux d'ions puis de couper le piège magnétique pour observer le temps de vol. Le temps de vol nous donne accès au potentiel chimique et au nombre d'atomes détectés; le taux d'ions mesuré juste avant de couper le piège est celui qui a été produit par le nuage dont le temps de vol nous donne les caractéristiques.

Nous allons nous intéresser à la dépendance du taux d'ions normalisé en fonction de la densité. Pour ne pas introduire d'erreurs systématiques, il faut donc vérifier la linéarité de notre détection du taux d'ions et du temps de vol. De plus, pour obtenir les constantes de collisions de façon absolue, nous avons besoin de calibrer de façon absolue notre mesure du taux d'ions et du nombre d'atomes. Nous allons dans les deux prochains paragraphes détailler les tests que nous avons faits pour vérifier la linéarité de la détection ainsi que les méthodes utilisées pour réaliser les calibrations absolues.

5.1.1.2 Mesure du taux d'ions

Les taux d'ions produits par les condensats quasi-purs que nous sommes capables de réaliser sont relativement faibles (inférieurs à $5 \cdot 10^4$ ions/s), nous effectuons donc les mesures en comptage.

Dans ce mode de détection, les non-linéarités peuvent intervenir à deux niveaux : celui du détecteur et celui de la chaîne électronique. Toutefois, pour des flux détectés inférieurs à $5 \cdot 10^4$ ions/s, l'influence du temps mort de la chaîne électronique est négligeable (inférieure à 3% : voir chapitre 2). Il reste donc à vérifier la linéarité du détecteur lui même.

Dans le chapitre 2, nous avons vu que si le flux par canal du MCP devenait trop important, le canal en question voyait un gain effectif plus faible, se traduisant par une non-linéarité de la réponse du détecteur. Nous avons montré que nous pouvions déceler ce problème en étudiant la fonction de distribution des hauteurs d'impulsions. En réalisant cette étude sur le flux d'ions produit lors du chargement du PMO, nous avons montré que la détection restait linéaire pour des flux inférieurs à 10^6 /s. Toutefois, cette étude avait été réalisée pour un flux supposé réparti de manière homogène sur le détecteur. Pour un flux concentré sur une petite zone du MCP, ce flux limite peut être beaucoup plus faible. C'est pourquoi nous avons réalisé le même type d'étude pour des flux les plus semblables possibles à ceux détectés dans ce type d'expériences.

La difficulté de cette étude réside dans le fait qu'il est nécessaire d'avoir

un flux constant pendant quelques secondes pour étudier comment le flux détecté varie avec le seuil du discriminateur. Or, les flux que l'on désire étudier diminuent en général très rapidement au cours du temps. Pour limiter ce problème, nous avons réalisé l'étude sur un nuage thermique proche du seuil de condensation et non sur condensat. Après avoir refroidi l'échantillon pour être proche de la condensation (de façon à ce que la taille du nuage thermique soit proche de la taille des condensats que nous allons étudier), nous maintenons les atomes piégés en présence d'un couteau RF pour limiter le chauffage. Pendant ce temps d'attente, la valeur du seuil du discriminateur est modifiée pour mesurer un même taux d'ions avec différentes valeurs de ce seuil (Figure 5.1).

Nous avons réalisé ce type de mesures pour des flux détectés moyens de $5 \cdot 10^4$ ions/s et $5 \cdot 10^3$ ions/s, nous trouvons une distribution des hauteurs d'impulsions semblable dans les deux cas (Figure 5.2) et semblable à celle trouvée dans l'étude du flux homogène dans le chapitre 2. Nous en concluons donc que la détection est linéaire sur la gamme de flux étudiée.

Une autre façon de vérifier la linéarité de la détection est de vérifier que le flux détecté en comptage est bien proportionnel à celui détecté en mode analogique. Pour cela, nous passons rapidement d'un mode de détection à l'autre (changement du gain du MCP de 2.1 kV à 1.8 kV, et sortie du MCP reliée à l'amplificateur lent : voir chapitre 2) pour mesurer des flux d'ions semblables à ceux de la figure 5.1. Le résultat de cette étude est présenté sur la figure 5.3. On constate une non-linéarité de la détection pour des flux détectés de l'ordre de $8 \cdot 10^4$ ions/s, ce qui est plus élevé que les taux d'ions que nous détectons pour des condensats purs. Cette expérience confirme donc que la détection est linéaire sur la gamme de flux utilisée.

Ce seuil de non-linéarité est plus faible que dans le cas de la détection d'un flux homogène ($2 \cdot 10^6$ ions/s : voir chapitre 2). Nous en concluons que le flux tombe sur une partie limitée du détecteur (une aire 25 fois plus faible, soit une taille 5 fois plus petite). Il est donc probable que la majorité des ions produits atteignent le détecteur. Cette conclusion est en accord avec le fait que lorsque la tension appliquée sur la grille est augmentée, le flux détecté reste inchangé, contrairement à ce que l'on observe lors de la détection des ions produits lors du chargement du PMO (voir chapitre 2).

Une fois la linéarité vérifiée, il reste à déterminer l'efficacité totale de détection. Dans le chapitre 2, nous avons détaillé cette question et vu que le flux détecté en comptage pouvait s'exprimer comme :

$$\Phi_{\text{comptage}} = \Phi_{\text{incident}} \times \varsigma \eta T_{gr} \epsilon'_i \quad (5.3)$$

avec ς exprimant le fait que tous les ions n'atteignent pas forcément le détecteur (ς compris entre 0.5 et 1 et tendant vers 1 pour les faibles températures), $\eta \simeq 0.6$ la surface ouverte du détecteur, $T_{gr} \simeq 0.7$ la transmission géomé-

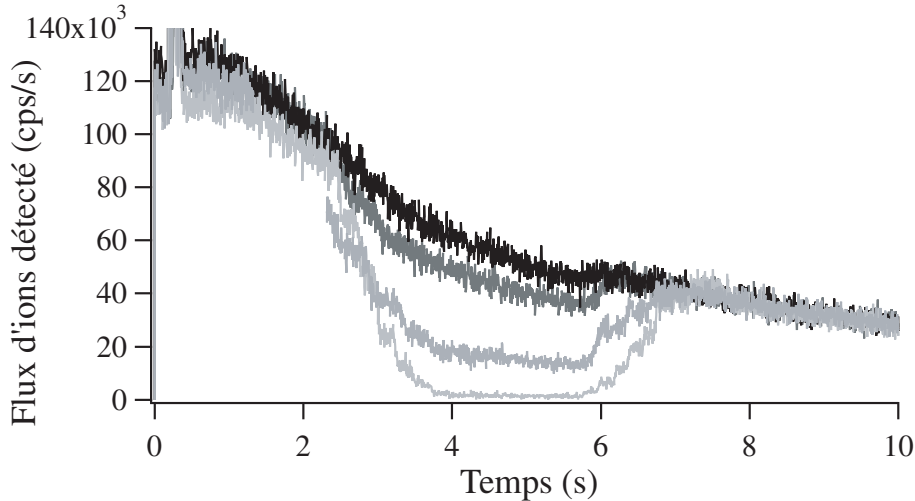


FIG. 5.1 – Taux d'ions détecté en fonction du temps. La rampe d'évaporation est appliquée jusqu'au temps $t = 1$ s, et un nuage thermique proche du seuil de condensation est alors formé. On maintient ensuite les atomes dans le piège en présence d'un couteau RF fixe pour limiter le chauffage. A partir de $t = 2.5$ s, on augmente le seuil du discriminateur depuis sa valeur habituelle, jusqu'à une certaine valeur. La valeur finale est atteinte 1.5 s plus tard. Le seuil est maintenu à cette valeur pendant 2 s puis est redescendu à la valeur initiale en 1.5 s environ. On compare le flux obtenu à 5 s à celui obtenu à ce même instant lorsque le seuil n'est pas modifié. Pour cela il faut extrapoler le début et la fin de la courbe du taux d'ions, ou comparer le signal obtenu avec un autre similaire et pour lequel le seuil n'a pas été modifié. Les différentes courbes ont été obtenues pour différentes valeurs du seuil du discriminateur : plus la courbe est claire plus le seuil imposé est élevé, plus la courbe est foncée plus le seuil imposé est proche de sa valeur habituelle. Cette étude nous permet de tracer le flux normalisé en fonction du seuil du discriminateur (Figure suivante 5.2).

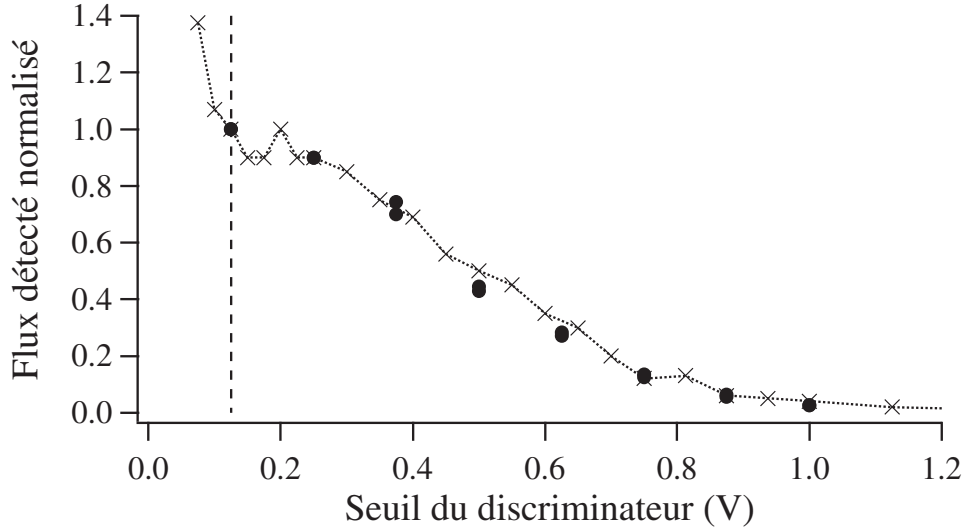


FIG. 5.2 – Flux détecté en fonction de la valeur du seuil du discriminateur imposée. Ce flux est normalisé par rapport à sa valeur pour la valeur du seuil choisie habituellement (trait pointillé). Les croix jointes par des traits pointillés correspondent aux valeurs obtenues avec un flux moyen détecté de 5000 ions/s. Les cercles noirs correspondent aux valeurs obtenues avec un flux moyen détecté de 50000 ions/s.

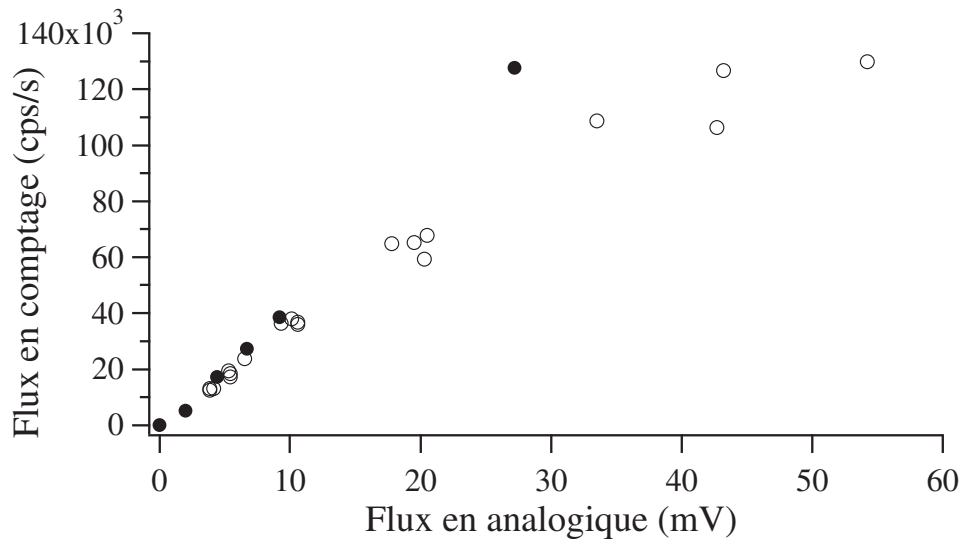


FIG. 5.3 – Flux détecté en comptage (tension MCP : 2.1 kV) en fonction du flux détecté en analogique (tension MCP : 1.8 kV). Les données (cercles vides) ont été prises en passant rapidement d'un mode de détection à l'autre tout en mesurant des taux d'ions semblables à ceux de la figure 5.1. Les cercles noirs correspondent aux données obtenues pour un flux homogène (flux d'ions détecté pendant le chargement du PMO).

trique des grilles, et $\epsilon'_i \simeq 1$ la probabilité pour qu'au moins un électron soit arraché lors de l'impact d'un ion dans un canal. Nous venons de voir que nous pouvions ici considérer que tous les ions atteignent le détecteur. Nous considérerons donc que 0.42 ± 0.1 est une bonne estimation de notre efficacité totale de détection. L'incertitude sur cette valeur provient du fait que la transmission des grilles pourrait être différente de leur transmission géométrique.

Pour finir, rappelons que nous avons vérifié que la présence de la RF ne modifiait pas le taux d'ions produit (voir chapitre précédent). Pour plus de sécurité, nous avons néanmoins mesuré le taux d'ions pendant un court temps d'attente (100 ms), imposé sans RF, juste avant la coupure du piège. Ce temps d'attente doit rester court pour obtenir un condensat quasi-pur.

5.1.1.3 Mesure de la densité et du nombre d'atomes

Pour mesurer la densité et le nombre d'atomes du nuage qui produit un certain taux d'ions, nous coupons soudainement le piège magnétique et observons le temps de vol 100 ms plus tard sur le MCP. Le temps de vol nous donne accès au potentiel chimique et au nombre d'atomes détectés.

Comme nous l'avons déjà vu, la mesure du potentiel chimique est indépendante de toute calibration et ne dépend que de la forme du temps de vol. Il s'agit donc de vérifier que la détection est linéaire sur l'ensemble du temps de vol, et que nous sommes capables de produire des condensats suffisamment purs pour que la loi théorique que nous utilisons pour ajuster les temps de vol soit bien celle associée à un condensat pur (formule C.24).

Le problème de la linéarité de la détection a déjà été discuté au chapitre 2. Le nombre de détections par canal étant inférieur à 1, il n'y a pas de problème de non-linéarité du détecteur si chaque canal travaille indépendamment. Pour garantir la linéarité de la détection, on préfère donc travailler en mode analogique avec un faible gain du MCP pour lequel chaque canal travaille indépendamment.

La fréquence finale de la dernière rampe RF et du couteau fixe est ajustée de façon à ce que l'on ne distingue plus d'ailes dans le temps de vol. La figure 5.4 donne un exemple d'un tel temps de vol. Lorsqu'une partie thermique devient distinguishable, on élimine cette réalisation de l'analyse. La figure 5.4 donne également un exemple d'une telle réalisation. La fraction non-condensée est alors d'environ 25%. Toutefois cette valeur est sans doute surestimée car l'ajustement a été réalisé sans prendre en compte la répulsion qu'exerce le condensat sur le nuage thermique. De plus, nous savons que le condensat est moins bien détecté que la partie thermique (voir chapitre précédent). C'est pourquoi nous estimons que les condensats pour lesquels on

ne distingue aucune aile dans le temps de vol ont une fraction non-condensée inférieure à 15%. L'erreur systématique faite sur le potentiel chimique lorsque des ailes sont présentes (comme sur l'exemple de la figure 5.4), est de l'ordre de 9% lorsque l'ensemble du temps de vol est ajusté par la loi C.24. On estime donc que lorsqu'aucune aile n'est visible, l'erreur est inférieure à 5%. Cette valeur est de l'ordre de l'erreur statistique due à l'ajustement du temps de vol par la loi théorique.

Une façon de tester à la fois la linéarité de la détection et notre capacité à sélectionner des condensats purs est de tracer le potentiel chimique trouvé par l'ajustement en fonction du nombre d'atomes détectés à la puissance $2/5$. En effet, nous savons que le potentiel chimique doit suivre cette loi pour un condensat dans le régime de Thomas-Fermi (voir annexe B). Cette étude est représentée sur la figure 5.5. Le fait que la loi théorique est bien suivie indique que le nombre d'atomes détecté reste proportionnel au nombre d'atomes dans le condensat sur toute la gamme de nombre d'atomes étudiés. La détection est donc linéaire. De plus, la dispersion des points expérimentaux autour de la loi théorique est faible, et compatible avec une erreur statistique inférieure à 5% sur le potentiel chimique mesuré. Pour les condensats les plus petits, cette dispersion devient un peu plus grande du fait du moins bon rapport signal à bruit des temps de vol expérimentaux.

Pour déterminer les constantes de collisions, il faut une calibration absolue du nombre d'atomes et de la densité des nuages atomiques. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, nous n'arrivons pas à calibrer avec précision le nombre absolu d'atomes dans le condensat du fait de la différence d'efficacité totale de détection pour un condensat et pour un nuage thermique. C'est pourquoi il est intéressant de s'affranchir de la calibration du nombre d'atomes en exprimant toutes les grandeurs en fonction de la longueur de diffusion. La densité est par exemple obtenue directement à partir du potentiel chimique et de la longueur de diffusion (voir annexe B) :

$$n_0 = \frac{m}{4\pi\hbar^2} \times \frac{\mu}{a} \quad (5.4)$$

Quant au nombre d'atomes, il peut également être obtenu en utilisant en plus les valeurs des fréquences d'oscillations que nous avons mesurées (voir annexe B) :

$$N = \frac{1}{15} \left(\frac{\hbar}{m\omega} \right)^{1/2} \left(\frac{2}{\hbar\omega} \right)^{5/2} \times \frac{\mu^{5/2}}{a} \quad (5.5)$$

Bien sûr, nous n'avons pas pour l'instant de bonne mesure de la longueur de diffusion, pour la même raison de calibration absolue du nombre d'atomes. Et nous ne faisons donc, par ce paramétrage, que déplacer le problème. Toutefois, on peut espérer qu'une meilleure estimation de la longueur

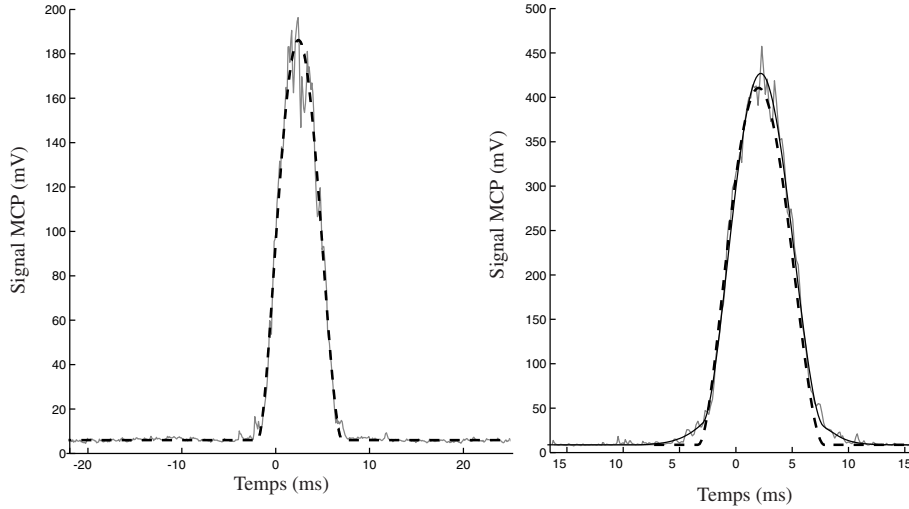


FIG. 5.4 – Temps de vol de deux condensats, mesurés par le MCP en mode analogique. L'échelle des temps a été décalée de 100 ms par rapport à la coupure du piège. Sur le temps de vol de gauche on ne distingue pas suffisamment d'ailes pour pouvoir ajuster la partie thermique, on le considérera comme quasi-pur et on ajustera le temps de vol par la loi C.24 (courbe en trait pointillé). Sur le temps de vol de droite, on distingue des ailes qui ne sont pas bien ajustées lorsqu'on utilise la loi C.24 (courbe en trait pointillé). Un tel temps de vol sera exclu des données à analyser. Pour déterminer la fraction thermique minimale que nous sommes capables de détecter, on ajuste ce temps de vol par une loi théorique somme des fonctions C.24 et C.11 (courbe en trait continu). Le résultat de cet ajustement donne une fraction condensée de 75%. Le potentiel chimique trouvé pour la partie condensée est 9% plus faible qu'en utilisant simplement la loi C.24. Le nombre d'atomes total trouvé est sensiblement le même que le nombre d'atomes trouvé dans le condensat pur en utilisant la loi C.24. Enfin, avec la température et le potentiel chimique trouvés ($0.55 \mu\text{K}$ et $0.67 \mu\text{K}$ respectivement), on obtient un rapport $\frac{\mu}{k_B T} \simeq 1.2$. Toutefois, toutes ces valeurs ne sont qu'indicatives puisque la loi théorique utilisée ne prend pas en compte la répulsion de la partie thermique par la partie condensée, et nous savons qu'en plus la partie condensée est moins bien détectée que la partie thermique.

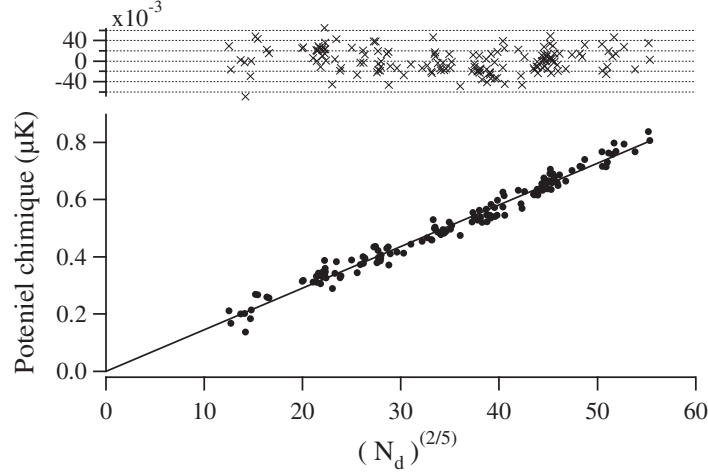


FIG. 5.5 – *Potentiel chimique de condensats quasi-purs en fonction du nombre d’atomes détectés à la puissance 2/5. Ces deux grandeurs sont obtenues en ajustant les temps de vol expérimentaux par la loi C.24. Le nombre d’atomes dans le condensat quasi-pur est diminué en laissant un couteau RF fixe à la fin de la rampe. Les données sont ajustées par une loi linéaire et les résidus sont tracés au dessus de la courbe.*

de diffusion sera rapidement obtenue par des méthodes différentes, de photo-association par exemple (de telles études sont actuellement en cours dans l’équipe de l’ENS à Paris [82]). Ainsi, en exprimant nos résultats en fonction de la longueur de diffusion, toute amélioration future de l’estimation de celle-ci permettra de déduire des constantes de collisions plus précises.

5.1.2 Résultats

Ainsi, pour chaque réalisation, nous mesurons le taux d’ions produit juste avant la coupure du piège, et le temps de vol détecté 100 ms après la coupure. Le temps de vol nous donne accès au potentiel chimique, et nous calculons, à partir de sa valeur, le nombre d’atomes et la densité du condensat qui a produit le taux d’ions mesuré. Nous avons tracé, sur la figure 5.6, le taux d’ions normalisé obtenu en fonction de la densité pic du condensat, pour 350 condensats de densités variées. Le taux d’ions tracé prend en compte une efficacité de détection de 0.42. Le nombre d’atomes et la densité ont été calculés en supposant une longueur de diffusion de 15 nm et en utilisant les équations (5.4) et (5.5). Le plus gros condensat exploité correspond alors à $2.7 \cdot 10^5$ atomes et une densité pic $n_0 = 3.3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

D’après les équations (5.4) et (5.5), utiliser une longueur de diffusion

différente revient à appliquer une loi d'échelle à la courbe puisque l'abscisse et l'ordonnée sont alors multipliées par une constante. La courbe subit alors un simple changement homothétique, et sa forme n'est pas modifiée.

Les données exploitées sur cette figure ont été acquises avec deux conditions expérimentales différentes :

- Les points noirs correspondent à un biais de 1020 kHz environ, la fréquence finale de la rampe RF était 1080 kHz et nous avons mesuré les fréquences d'oscillations suivantes : $\omega_{x,y}/2\pi = 1200 \pm 50$ Hz et $\omega_z/2\pi = 47 \pm 3$ Hz.
- Les croix grises correspondent à un biais de 450 kHz environ, la fréquence finale de la rampe RF était 500 kHz et nous avons mesuré les fréquences d'oscillations suivantes : $\omega_{x,y}/2\pi = 1800 \pm 50$ Hz et $\omega_z/2\pi = 47 \pm 3$ Hz.

L'incertitude sur ω_z est une incertitude de mesure, tandis que les incertitudes sur $\omega_{x,y}$ sont liées aux fluctuations du biais.

Nous constatons que les points sont assez dispersés mais que les données des deux conditions expérimentales sont compatibles. La dispersion des points peut s'expliquer par l'incertitude sur le potentiel chimique. En effet, si celui-ci est mesuré à 5% près, le nombre d'atomes et Γ sont connus à 12.5% près (voir formule 5.5).

5.1.2.1 Première analyse

Dans un premier temps, il est possible d'analyser nos données en les ajustant par la loi (5.2), c'est à dire en considérant les condensats vraiment purs et en négligeant l'effet de la déplétion quantique.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la durée de vie d'ionisation τ_i était supérieure à 500 s. L'ordonnée à l'origine est donc très faible à l'échelle de la figure. Nous avons vérifié que l'on pouvait imposer τ_i infini sans modifier les valeurs des constantes de collisions β et L trouvées de plus de 5%. Nous imposerons donc l'ordonnée à l'origine nulle dans tous les ajustements.

La figure 5.6 montre les résultats des ajustements obtenus en imposant qu'une des deux constantes de collisions (β ou L) soit nulle. On constate qu'aucune de ces deux fonctions n'ajuste correctement les points expérimentaux. Nous sommes donc dans une gamme de densité où il faut prendre en compte à la fois les collisions Penning à deux corps et les recombinaisons à trois corps. Lorsqu'une constante est imposée nulle dans un ajustement, la valeur trouvée pour la constante laissée libre représente alors une borne supérieure pour celle-ci. On trouve $\beta < 4.2 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ et $L < 12 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$. L'erreur statistique sur ces bornes supérieures est d'environ 10%. Les erreurs systématiques sont quant à elles dominées par la calibration absolue du taux d'ions (environ 25%). Ces valeurs ne sont bien entendu valables que si la lon-

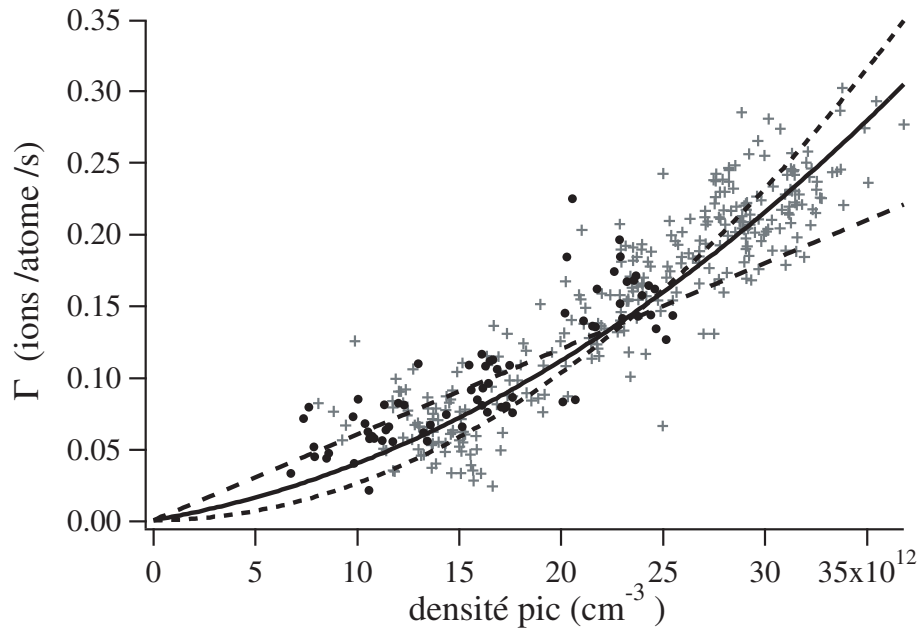


FIG. 5.6 – Taux d’ions produit normalisé par le nombre d’atomes ($\Gamma = I/N$) en fonction de la densité pic. Ces données correspondent à 350 condensats quasi-purs. Les cercles noirs et les croix grises correspondent à des fréquences d’oscillations différentes (voir texte). Le nombre d’atomes et la densité sont calculés à partir du potentiel chimique mesuré et de la longueur de diffusion. Nous avons supposé ici $a = 15 \text{ nm}$. Le choix d’une longueur de diffusion différente impose simplement une homothétie de la courbe. Les données sont ajustées par la loi 5.2 avec $\tau_i \gg 1$. La courbe en trait continu correspond à un ajustement en laissant β et L libres. Les courbes en traits pointillés courts et longs correspondent respectivement à des ajustements en imposant $\beta = 0$ et $L = 0$.

gueur de diffusion vaut 15 nm. Compte tenu du fait que changer la longueur de diffusion constitue une simple loi d'échelle, il est facile d'obtenir ces bornes supérieures pour toute longueur de diffusion :

$$\beta_a = \beta_{15} \times \left(\frac{a}{15}\right)^2 \quad (5.6)$$

$$L_a = L_{15} \times \left(\frac{a}{15}\right)^3 \quad (5.7)$$

avec a exprimée en nm, et l'indice des constantes de collisions se référant à la longueur de diffusion pour laquelle elles sont calculées.

Lorsque nous ajustons les points expérimentaux par la loi (5.2) en laissant β et L comme paramètres libres, nous trouvons les valeurs : $\beta_{15} = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ et $L_{15} = 7.6 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$. Pour déterminer les barres d'incertitudes sur ces valeurs qui correspondent au χ^2 minimum, nous avons décidé de fixer l'une des valeurs en laissant l'autre en paramètre ajustable. L'erreur sur celle-ci est alors d'environ 10%. Les deux valeurs trouvées sont très corrélées. Si une constante est diminuée, l'autre doit être augmentée, et inversement. Les résultats obtenus par cette analyse sont donnés sur la figure 5.7. On retrouve bien les bornes supérieures données précédemment. Pour aller plus loin et donner un encadrement des deux constantes de collisions, il faut étudier le χ^2 de l'ajustement. Si toutes les fluctuations étaient purement statistiques, nous pourrions utiliser les barres d'erreurs trouvées par le programme d'ajustement (correspondant à 1 écart type) en laissant les deux constantes en paramètre libre. Nous trouvons alors $\beta_{15} = 1.6 \pm 0.2 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ et $L_{15} = 7.6 \pm 0.6 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$. Cependant, ces barres d'erreurs nous semblent sous-estimées compte tenu du fait que les fluctuations entre chaque point pourraient avoir des origines systématiques. C'est pourquoi nous préférons estimer "à l'oeil" quand la courbe théorique ne nous paraît plus acceptable. Sur plusieurs essais, cette situation correspondait à un χ^2 par point de 1.2. Nous avons gardé par la suite cette limite pour établir nos barres d'erreurs (pour comparaison, le χ^2 par point trouvé lorsque β et L sont laissées libres est 0.8). Ainsi, les barres d'erreurs trouvées sont : $\beta_{15} = 1.6 \pm 1.5 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ et $L_{15} = 7.6 \pm 4.4 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$, auxquelles il faut rajouter les erreurs systématiques sur la calibration du taux d'ions de 25%. On peut donc dire que nous avons encore une forte incertitude sur les contributions relatives de ces deux types de processus d'ionisation.

5.1.2.2 Prise en compte de la déplétion quantique et de la fraction non-condensée

L'étude précédente a été faite dans l'approximation de champ moyen, c'est à dire en considérant que chaque atome voit le potentiel moyen créé par les

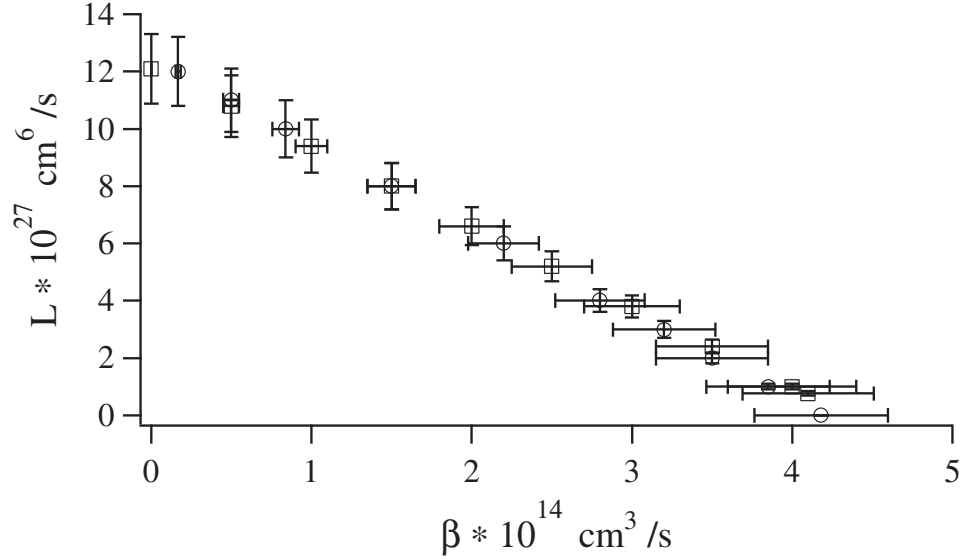


FIG. 5.7 – Valeur de L trouvée par l’ajustement en fonction de la valeur imposée pour β (carrés). Les cercles sont obtenus en inversant les rôles de β et L (L imposée). Les barres d’erreurs correspondent à 10% de chacune des valeurs.

$N-1$ autres atomes. Dans ce cas, les atomes ont tous la même fonction d’onde qui est solution de l’équation de Gross-Pitaevskii. Cette approximation est valable lorsque le paramètre $\Upsilon = n_0 a^3$ est très faible. Or, notre estimation de la longueur de diffusion semble indiquer que celle-ci est assez grande, ce qui donnerait un paramètre plus élevé que dans le cas des alcalins ($\Upsilon \simeq 10^{-4}$ contre plutôt $\Upsilon \simeq 10^{-5}$ pour les alcalins). Pour prendre en compte ces effets, nous avons utilisé l’approche de Bogoliubov. Les calculs permettant d’obtenir les résultats donnés dans ce paragraphe seront détaillés dans le chapitre 6.

La première information que nous donne cette approche est qu’à température nulle, l’état fondamental du système est différent de celui trouvé dans l’approximation de champ moyen. Si l’on projette ce nouvel état fondamental sur la base des états trouvés dans l’approximation de champ moyen, on peut calculer le nombre d’atomes qui ne sont pas dans l’état fondamental de l’approximation de champ moyen. Cette fraction d’atomes est appelée déplétion quantique. On montre que dans un piège harmonique, dans l’approximation de densité locale, son expression est [12] :

$$\frac{N_d}{N} = \frac{5\sqrt{\pi}}{8} \sqrt{n_0 a^3} \quad (5.8)$$

Pour les condensats les plus gros ($a = 15 \text{ nm}$, $\rho_{pic} = 3.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), on obtient

à $T = 0$: $N_d/N = 1.2\%$.

Ce nombre reste très faible, néanmoins l'effet sur le taux de recombinaisons à trois corps peut être très important à cause des facteurs numériques qui apparaissent lorsqu'on calcule les fonctions de corrélations. Ainsi, pour un gaz homogène de densité n , le taux d'ionisation dû aux recombinaisons à trois corps peut s'écrire [76] :

$$I \simeq 1/3 \kappa_3 L (n^3 + \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{na^3} n^3) \quad (5.9)$$

au premier ordre en (na^3) . Une correction similaire existe pour les collisions à deux corps mais trois fois plus faible. Ainsi, on peut garder les expressions précédentes en utilisant des facteurs de réduction quantique modifiés :

$$\kappa'_3 = \kappa_3 \times (1 + \epsilon_3) \quad \text{et} \quad \kappa'_2 = \kappa_2 \times (1 + \epsilon_2) \quad (5.10)$$

Le calcul dans le cas d'un nuage piégé dans un potentiel harmonique est plus complexe, mais une expression peut être obtenue en faisant une approximation de densité locale. Ce calcul est détaillé dans le chapitre 6. On montre que le taux d'ions normalisé peut se mettre sous la forme :

$$\Gamma = \frac{I}{N} = \frac{1}{\tau_i} + \frac{2}{7} \kappa'_2 \beta n_0 + \frac{8}{63} \kappa'_3 L n_0^2 \quad (5.11)$$

avec :

$$\epsilon_3 \simeq 0.644 \times \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{n_0 a^3} \quad \text{et} \quad \epsilon_2 \simeq \frac{1}{3} \times 0.515 \times \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{n_0 a^3} \quad (5.12)$$

Le facteur multiplicatif rajouté ne dépend que de la forme spatiale du condensat, c'est à dire une parabole inversée dans l'approximation de Thomas-Fermi. Pour nos condensats les plus gros ($a = 15$ nm, $n_0 = 3.5 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$), on obtient $\epsilon_3 \simeq 25\%$. Cette valeur n'est pas négligeable et doit donc être prise en compte. L'effet pour les collisions Penning à deux corps est par contre plus faible.

Une autre approximation que nous avons faite dans l'analyse précédente est l'hypothèse de température nulle. Nous avons vu que nous estimions la fraction thermique inférieure ou de l'ordre de 15%. Il faut donc prendre en compte les collisions entre la partie thermique et la partie condensée. Pour de si faibles fractions thermiques, nous sommes dans une situation où $k_B T \lesssim \mu$. Il n'est alors pas possible de traiter le nuage thermique dans une théorie de champ moyen comme nous l'avons fait au chapitre précédent. Il faut considérer le spectre d'énergie de Bogoliubov du nuage thermique. Les calculs sont très similaires à ceux faits pour l'effet de la déplétion quantique et

sont détaillés dans le chapitre 6. L'effet prépondérant apparaît encore pour les collisions à trois corps et peut également se mettre sous la forme d'une correction au facteur de réduction quantique :

$$\epsilon_3 = \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{n_0 a^3} \times (0.644 + A_{3th}) \quad (5.13)$$

avec A_{3th} un facteur numérique qui dépend du rapport $\frac{\mu}{k_B T}$. Pour une fraction non-condensée de 10% nous estimons ce rapport à $\frac{\mu}{k_B T} \simeq 1.5$ et le facteur A_{3th} vaut alors environ 0.21. L'effet est donc environ 3 fois plus faible que celui de la déplétion quantique. L'effet pour les collisions Penning à deux corps est encore plus faible.

5.1.2.3 Résultats finaux

Nous ajustons donc les données expérimentales avec la fonction (5.11). Compte tenu du fait que les corrections restent faibles, et que la dépendance en densité des coefficients κ'_i n'est qu'en $\sqrt{n_0}$, la prise en compte de ces corrections influence très peu la forme de la courbe théorique. Ces effets ne suffisent par exemple pas pour interpréter uniquement la courbure des points expérimentaux par des collisions à deux corps comme illustré sur la figure 5.8. Il faut prendre en compte à la fois les collisions Penning à deux corps et les recombinaisons à trois corps.

Même si la forme de la courbe est très peu changée, pour obtenir une courbe similaire, la valeur des constantes de collisions doit être modifiée. Nous réalisons alors le même genre d'analyse que celle explicitée au paragraphe 5.1.2.1. Nous trouvons encore que les constantes de collisions trouvées sont très corrélées et le seul effet des corrections réalisées est de modifier les constantes trouvées par l'ajustement. La valeur de β est modifiée de moins de 10% tandis que L est diminuée de 30% environ. Nous trouvons finalement : $\beta_{15} = 1.8 \pm 1.3 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ et $L_{15} = 5.2 \pm 3 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$. Les barres d'erreurs viennent du fait que nous déterminons mal les contributions respectives de ces deux processus d'ionisation. Compte tenu du fait que les valeurs trouvées pour les deux constantes sont très corrélées, l'incertitude sur une constante connaissant (ou fixant) l'autre est beaucoup plus faible (environ 10%). A ces barres d'erreurs il faut rajouter les erreurs systématiques sur la calibration du taux d'ions de 25%. Il faudrait également envisager d'éventuelles erreurs systématiques dans les calculs théoriques utilisés.

Puisque les corrections dépendent de la longueur de diffusion, on ne peut a priori plus calculer simplement les constantes avec les relations (5.6) et (5.7). Nous avons calculé le taux d'ions normalisé et la densité pour plusieurs longueurs de diffusion, et nous avons réalisé les ajustements par la loi (5.11) pour chaque jeu de données. Le résultat de cette étude est présenté sur la

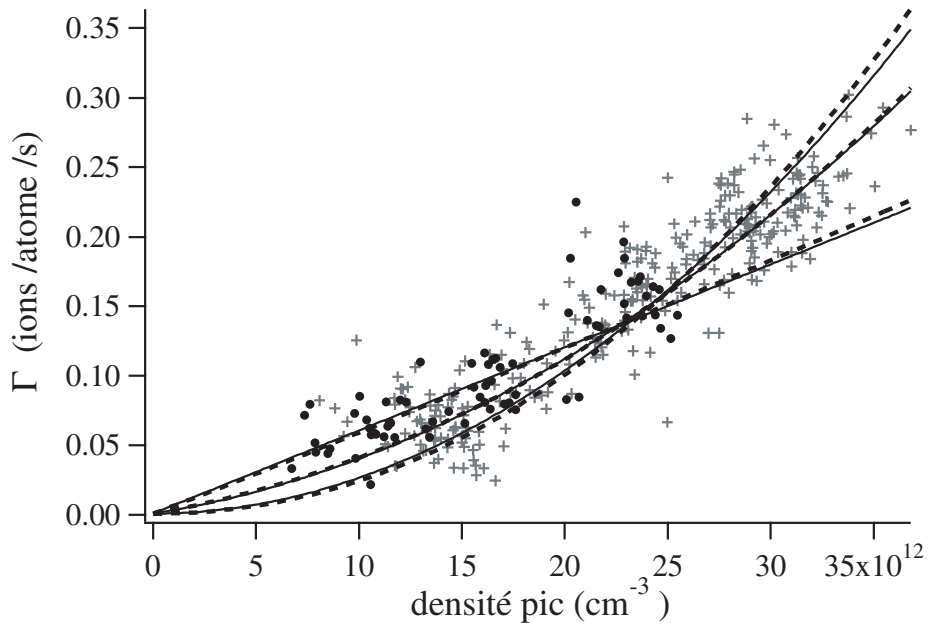


FIG. 5.8 – Taux d’ions normalisé par le nombre d’atomes en fonction de la densité pic. Les données sont les mêmes que sur la figure 5.6 et les courbes en traits continus correspondent aux trois ajustements de cette figure. Il a simplement été superposé les mêmes ajustements obtenus en utilisant la loi (5.11), prenant en compte l’effet de la déplétion quantique et de la fraction thermique. Les valeurs trouvées pour les constantes de collisions sont alors différentes (de 30% pour L), mais on constate que la forme de la forme est très peu modifiée. Ceci vient du fait que les corrections restent faibles, et que la dépendance en densité des coefficients κ'_i n’est qu’en $\sqrt{n_0}$.

| |
|--|
| $\beta_{15} = 1.8 \pm 1.3 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ $L_{15} = 5.2 \pm 3 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$ |
| $\beta_a \simeq \beta_{15} \times \left(\frac{a}{15}\right)^2$ $L_a \simeq L_{15} \times \left(\frac{a}{15}\right)^3 \times \left(1 - 0.13\frac{a-15}{15}\right)$ |

TAB. 5.1 – Résultats finaux des mesures sur les condensats purs avec a exprimée en nm, et l'indice des constantes de collisions se référant à la longueur de diffusion pour laquelle elles sont calculées. Les barres d'erreurs sur β_{15} et L_{15} sont les incertitudes liées à l'ajustement des résultats par la loi théorique. Ils traduisent le fait que nous déterminons mal les contributions respectives de ces deux processus d'ionisation. Compte tenu du fait que les valeurs trouvées pour les deux constantes sont très corrélées, l'incertitude sur une constante connaissant (ou fixant) l'autre est beaucoup plus faible (environ 10%). A ces barres d'erreurs il faut rajouter les erreurs systématiques sur la calibration du taux d'ions de 25%. Il faudrait également envisager d'éventuelles erreurs systématiques dans les calculs théoriques utilisés.

figure 5.9. Afin de donner une expression des constantes de collisions en fonction de la longueur de diffusion, nous avons ajusté les résultats trouvés. Les corrections étant très faibles pour les collisions Penning à deux corps, les valeurs trouvées de β sont bien ajustées par la loi en a^2 qui correspond à notre paramétrisation. Les valeurs de L trouvées sont par contre mal ajustées par la loi en a^3 qui correspond à notre paramétrisation, et nous avons donc utilisé une loi avec un terme polynomial supplémentaire dont le coefficient a été trouvé par l'ajustement. Nous trouvons finalement :

$$\beta_a \simeq \beta_{15} \times \left(\frac{a}{15}\right)^2 \quad (5.14)$$

$$L_a \simeq L_{15} \times \left(\frac{a}{15}\right)^3 \times \left(1 - 0.13\frac{a-15}{15}\right) \quad (5.15)$$

avec a exprimée en nm, et l'indice des constantes de collisions se référant à la longueur de diffusion pour laquelle elles sont calculées. Les résultats finaux de cette étude sont résumés dans le tableau 5.1

5.1.3 Comparaison avec les estimations théoriques et expérimentales

Il faut tout d'abord comparer nos résultats avec les bornes supérieures déjà établies expérimentalement pour ces constantes [8, 9] : $\beta < 8.4 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$

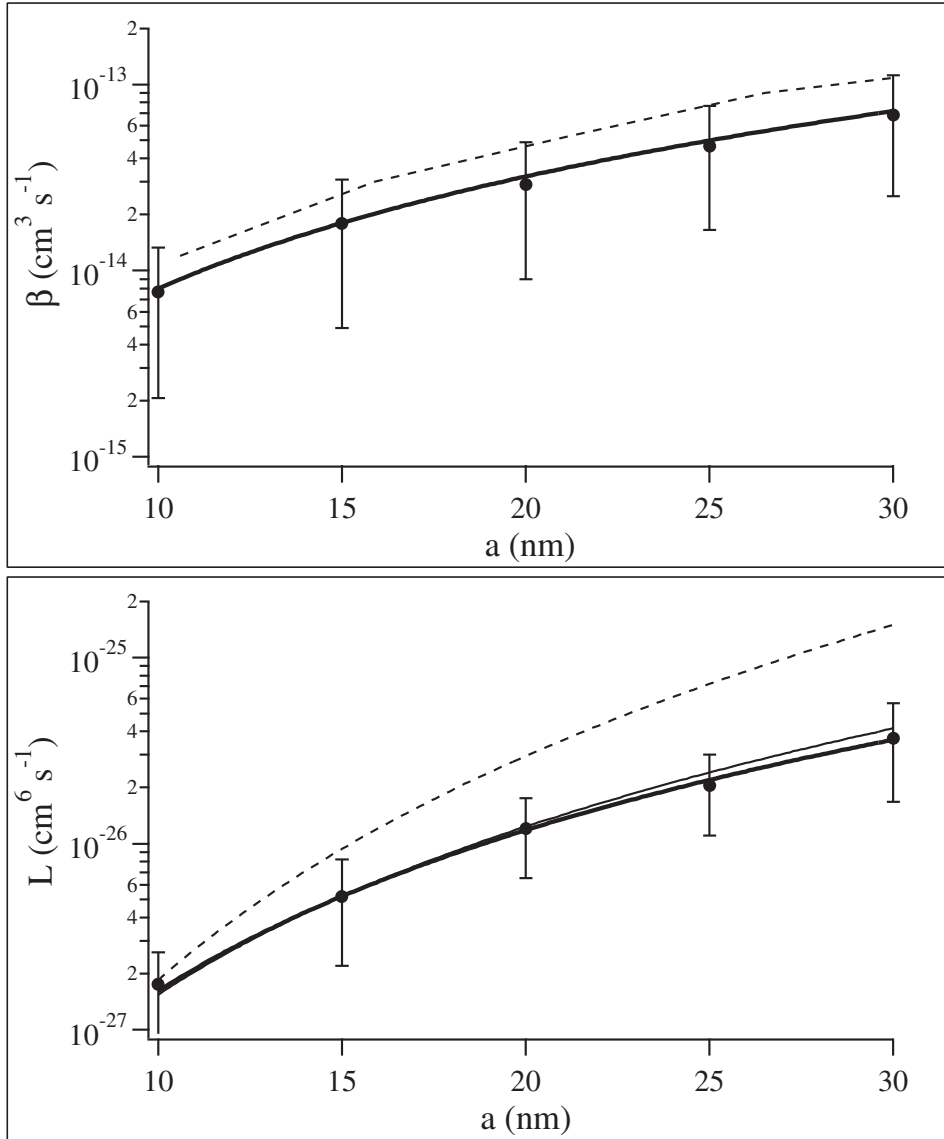


FIG. 5.9 – Constantes de collisions obtenues par les ajustements en fonction de la longueur de diffusion choisie pour calculer le nombre d'atomes et la densité pic. Les barres d'erreurs ne prennent pas en compte les erreurs systématiques. Sur la figure du haut, la courbe en trait continu correspond à la fonction 5.14. La courbe en trait pointillé correspond aux estimations théoriques tirées de la référence [83]. Sur la figure du bas, la courbe en trait continu épais correspond à la fonction 5.15 et celle en trait fin à la fonction 5.7. La courbe en trait pointillé correspond aux estimations théoriques tirées de la référence [70] : $L \simeq 11.7 \hbar a^4 / m$.

et $L < 17 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$. Nos résultats ne sont pas en contradiction avec ces bornes supérieures.

Il est également intéressant de comparer nos résultats avec les estimations théoriques des constantes de collisions. Nous avons vu au premier chapitre que la valeur théorique de β était assez imprécise à cause de la forte dépendance de cette constante avec la forme exacte du potentiel moléculaire. Néanmoins, comme la valeur de a dépend de ce même potentiel moléculaire, les deux valeurs ne sont pas indépendantes. Les auteurs de la référence [83] nous ont fourni une figure qui donne les valeurs de β et de a associés au même potentiel moléculaire (Figure 1.2). On peut donc comparer nos valeurs expérimentales de β à ces estimations. Ceci est réalisé sur la figure 5.9. L'accord est bon, compte tenu de nos barres d'erreurs. De manière tout à fait fortuite, la dépendance de β avec a est similaire pour les données expérimentales et pour les prédictions théoriques. La dépendance en a^2 des données expérimentales est uniquement due à la façon dont nous calculons la densité et le nombre d'atomes. C'est parce que nous calculons ces grandeurs à partir de μ et a que les valeurs de β trouvées varient en a^2 .

De la même façon, la dépendance de la valeur de L trouvée expérimentalement avec la longueur de diffusion (proche de a^3) n'est liée qu'à notre paramétrisation du nombre d'atomes et de la densité. Pour des longueurs de diffusion grandes et positives, la référence [70] donne une expression théorique de la constante de recombinaisons à trois corps : $L \simeq 11.7 \hbar a^4 / m^2$. Les hypothèses faites dans cet article semblent bien satisfaites dans notre cas. Toutefois, les auteurs de la référence [71] indiquent que des effets d'interférences quantiques et de résonance peuvent intervenir et que l'expression de L en fonction de a est plus complexe. Nous avons néanmoins utilisé l'expression de la référence [70]. Cette estimation est superposée à nos résultats expérimentaux sur la figure 5.9. L'accord est bon surtout pour les faibles longueurs de diffusion.

5.1.4 Comparaison avec la décroissance du nombre d'atomes

Il est également intéressant de tester la cohérence de nos résultats en étudiant la décroissance du nombre d'atomes au cours du temps. Contrairement aux expériences précédentes, ce genre d'étude suppose une bonne stabilité des conditions initiales. En effet, elle repose sur la comparaison des temps de vol obtenus lors de réalisations différentes, pour lesquelles les atomes ont été relâchés après différents temps d'attente. Toutefois, nous avons vu au chapitre précédent que nous pouvions utiliser le signal d'ions enregistré pour

²Attention, la valeur donnée dans l'article ($L \simeq 3.9 \hbar a^4 / m$) est celle de la constante de réaction. La constante de collision a été définie au chapitre 1 par le flux de pertes en atomes, il faut donc multiplier cette valeur par 3.

chaque réalisation, pour sélectionner a posteriori les échantillons que nous comparons. Les fluctuations sont ainsi fortement réduites.

La méthode employée est la même que précédemment. Nous ajustons la fréquence finale de la rampe RF pour former un condensat pur, puis nous laissons un temps d'attente avec un couteau RF fixe à cette même fréquence pour que le condensat reste pur. Le nombre d'atomes mesuré par temps de vol diminue avec le temps d'attente. Les différentes réalisations sont sélectionnées en utilisant le signal d'ions mesuré. L'évolution temporelle du nombre d'atomes que nous obtenons est représentée sur la figure 5.10. Le nombre d'atomes est divisé par 30 environ en 15 s, mais les condensats restent quasi-purs.

L'analyse théorique de cette décroissance est beaucoup plus complexe que celle du taux d'ions à cause de la présence du couteau RF. De plus, d'autres processus de pertes non-ionisantes peuvent être présents, comme la relaxation de spin et les collisions secondaires (voir premier chapitre). L'idée première est de déterminer si les pertes ionisantes et les collisions avec le gaz résiduel peuvent suffire à expliquer la décroissance du nombre d'atomes observée. Le flux de pertes peut alors s'écrire, en négligeant l'effet de la déplétion quantique et de la fraction thermique :

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} - \frac{4}{7} \beta \kappa_2 n_0(t) N(t) - \frac{8}{21} L \kappa_3 n_0^2(t) N(t) \quad (5.16)$$

Comme la densité dans le condensat est proportionnelle au nombre d'atomes à la puissance $2/5$, cette expression peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} - \frac{4}{7} \beta \kappa_2 \frac{n_0(0)}{N^{2/5}(0)} \times N^{7/5}(t) - \frac{8}{21} L \kappa_3 \frac{n_0^2(0)}{N^{4/5}(0)} \times N^{9/5}(t) \quad (5.17)$$

Cette équation peut être intégrée numériquement, en utilisant les valeurs de β et L trouvées précédemment, pour obtenir l'évolution temporelle du nombre d'atomes. Pour prendre en compte le flux de pertes dû à l'effet de la déplétion quantique et de la fraction thermique, nous avons vérifié que les deux approches suivantes étaient équivalentes : on peut soit utiliser l'équation précédente avec les valeurs de β et L trouvées dans le paragraphe 5.1.2.1, soit modifier cette équation en prenant en compte la dépendance des κ_i avec la densité, et en utilisant les valeurs de β et L trouvées dans l'analyse finale.

Les résultats de l'intégration numérique sont représentés sur la figure 5.10. La densité pic initiale a été calculée à partir du potentiel chimique du condensat à $t = 0$ et en prenant $a = 15$ nm. Nous avons également utilisé les valeurs de β et L trouvées pour cette longueur de diffusion. L'intégration a été effectuée pour différents couples de valeurs de β et L prises dans leurs

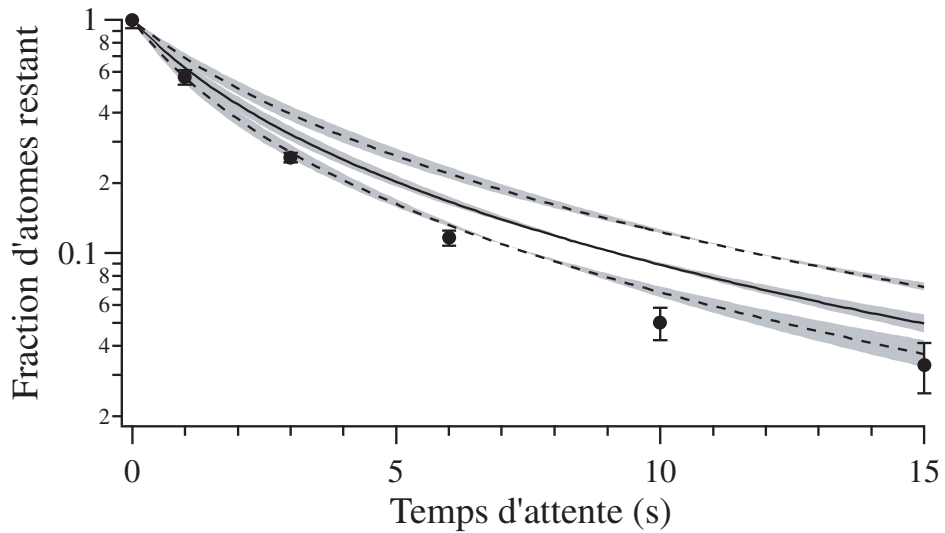


FIG. 5.10 – Fraction d'atomes restant piégés en fonction du temps d'attente imposé. Un couteau RF est présent pendant tout le temps d'attente, et permet aux condensats de rester quasi-purs. Les points correspondent aux données expérimentales avec leurs barres d'erreurs. Les courbes correspondent à la décroissance calculée en ne prenant en compte que les collisions ionisantes et les collisions avec le gaz résiduel (intégration de l'équation 5.17), et en supposant $a = 15$ nm. Pour la courbe en trait continu centrale, on a utilisé les valeurs des constantes β et L trouvées dans l'analyse précédente pour cette longueur de diffusion. La zone grisée autour de cette courbe correspond à la décroissance trouvée en prenant des valeurs de β et L dans leurs barres d'erreurs respectives et respectant leur caractère corrélé. L'effet sur la décroissance du nombre d'atomes de notre mauvaise estimation des contributions relatives des deux types de processus d'ionisation est donc négligeable. Les courbes en traits pointillés correspondent à la décroissance trouvée en supposant une efficacité de détection des ions 25% supérieure et 25% inférieure. Les trois courbes représentent donc l'effet sur la décroissance du nombre d'atomes de l'erreur systématique sur β et L : c'est l'effet prépondérant. Les trois courbes correspondent à une décroissance plus lente que la décroissance observée expérimentalement, les résultats sont donc compatibles.

barres d'erreurs tant systématiques que statistiques et en tenant compte du caractère corrélé de ces deux valeurs. On constate que l'incertitude sur la contribution relative des collisions à deux corps et à trois corps n'entraîne qu'une faible dispersion des courbes, de l'ordre de l'incertitude sur les points expérimentaux. L'effet prépondérant est dû à l'incertitude sur la calibration du taux d'ions (environ 25%).

Compte tenu de ces incertitudes, on peut dire que pour cette longueur de diffusion, les pertes ionisantes constituent entre la moitié et la totalité des pertes. Nous avons tracé sur la figure 5.11 les résultats des intégrations numériques faites avec d'autres hypothèses pour la longueur de diffusion. Plus la longueur de diffusion est supposée grande, plus la décroissance trouvée pour le nombre d'atomes est rapide. Puisque les pertes totales ne peuvent être que supérieures aux pertes par collisions ionisantes, la décroissance observée expérimentalement doit être plus rapide que la décroissance calculée. Ainsi, compte tenu de notre incertitude sur l'efficacité de détection des ions, la plus grande longueur de diffusion possible est environ $a = 30 \text{ nm}$. Au delà, les résultats ne sont plus cohérents. Si la longueur de diffusion est plus faible que 10 nm, notre étude indique qu'une majorité des pertes est alors non-ionisante. Mais nos résultats restent cohérents.

Ces pertes non-ionisantes peuvent être de plusieurs types. Tout d'abord, nous avons vu au premier chapitre qu'il existait un processus à deux corps non-ionisant : la relaxation de spin. Toutefois, les études théoriques indiquent que ce processus est négligeable devant les collisions Penning à deux corps. Expérimentalement, nous avons également des indications que ce processus ne serait pas prépondérant. En effet, le flux d'He* détecté sur le MCP est quasi-nul lorsque le couteau RF n'est pas appliqué. Une étude quantitative donnant une borne supérieure pour β_{rs} est d'ailleurs sans doute possible mais n'a pas encore été réalisée.

D'autres pertes peuvent être dues aux collisions secondaires entre les produits des collisions ionisantes et le nuage d'atomes restant piégés. Nous avons vu au premier chapitre que la référence [72] donne les sections efficaces de collisions pour les produits des collisions Penning à deux corps. Les libres parcours moyens associés aux produits de ces collisions et calculés pour la densité typique d'un condensat sont supérieurs à la taille de celui-ci d'un ordre de grandeur environ (voir tableau 1.2). Toutefois ces chiffres n'ont jamais été vérifiés expérimentalement. De plus, nous ne connaissons pas les libres parcours moyen associés aux produits des autres processus (collisions avec le gaz résiduel et recombinaisons à trois corps).

Enfin, la présence du couteau RF doit elle aussi conduire à des pertes. Pour garder un condensat quasi-pur, nous constatons qu'il est nécessaire d'utiliser une fréquence très proche du fond du puits de potentiel. Il est

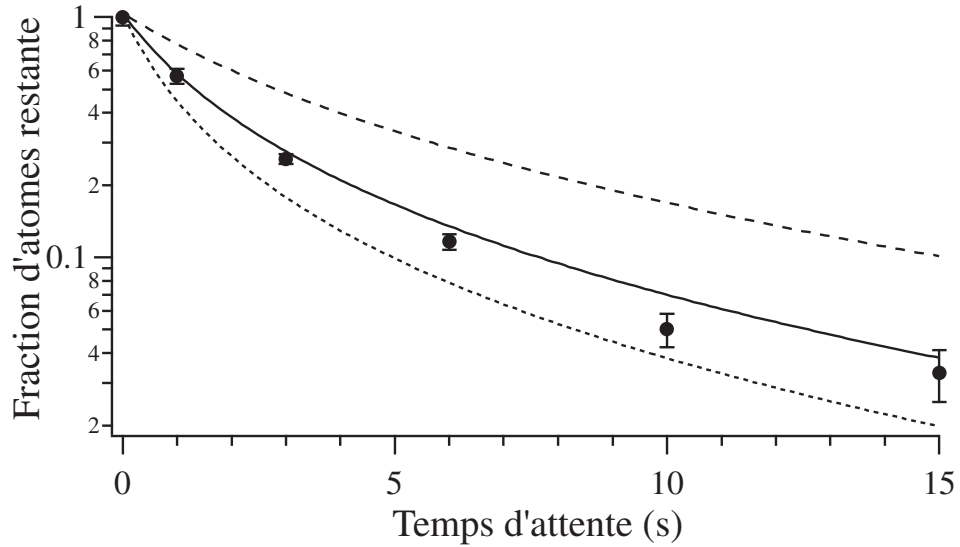


FIG. 5.11 – Même courbe que précédemment, mais les décroissances dues aux collisions ionisantes et aux collisions avec le gaz résiduel sont calculées pour trois hypothèses différentes sur la longueur de diffusion ($a = 10$ nm en trait tireté, $a = 20$ nm en trait continu et $a = 30$ nm en trait pointillé). Puisque les pertes totales ne peuvent être que supérieures aux pertes par collisions ionisantes, la décroissance observée expérimentalement doit être plus rapide que la décroissance calculée : la valeur de $a = 30$ nm est donc exclue.

donc probable que le couteau n'élimine pas toutes les causes du chauffage et serve donc aussi à maintenir un fort refroidissement évaporatif. En effet, si ce chauffage était uniquement dû aux collisions élastiques avec l'He* chaud produit par les recombinaisons à trois corps, le couteau permettrait d'éliminer le chauffage sans causer de pertes supplémentaires. Il suffirait alors d'utiliser une fréquence de la RF inférieure à l'énergie de ces atomes et il ne serait donc pas nécessaire de mettre le couteau si proche du biais. Le chauffage a donc sûrement d'autres origines comme les collisions rasantes avec les produits des collisions Penning à deux corps ou avec les produits des collisions avec le gaz résiduel. Un chauffage à cause d'un bruit technique est également envisageable. Les causes de ce chauffage étant mal connues, il est très difficile d'estimer les pertes dues à la présence du couteau. De plus, celui-ci pourrait directement affecter des atomes du condensat si le biais fluctue pendant le temps d'attente.

5.1.5 Conclusion

Nous avons donc mesuré pour la première fois la constante de collisions Penning à deux corps β et celle de recombinaisons à trois corps L . Les résultats sont résumés dans le tableau 5.1, ils sont en bon accord avec les prédictions théoriques et avec l'étude de la décroissance du nombre d'atomes. Toutefois, l'incertitude sur les contributions relatives des deux processus reste importante et l'estimation absolue des constantes est limitée par notre mauvaise connaissance de la longueur de diffusion. Il serait donc intéressant de faire d'autres mesures, indépendantes de la longueur de diffusion, et dans une autre gamme de densité. C'est le but des expériences décrites dans le prochain paragraphe.

5.2 Mesures pour un nuage thermique au seuil de condensation

Nous venons de voir une mesure des constantes de collisions ionisantes à partir de l'étude du taux d'ions produit par des condensats purs. Une étude similaire peut être réalisée pour des nuages thermiques purs. Elle est a priori intéressante à plusieurs titres.

Tout d'abord, nous savons que pour étudier la formation du condensat par l'analyse du signal d'ions, une bonne estimation des contributions relatives des divers processus d'ionisation est nécessaire. L'expérience précédente ne nous a pas permis de les mesurer précisément. Une étude sur des nuages thermiques pourrait contraindre énormément les contributions relatives possibles, si les densités considérées sont beaucoup plus faibles.

D'un point de vue théorique ensuite, la comparaison des mesures faites pour un condensat pur et pour un nuage thermique doit pouvoir mettre en évidence les facteurs de réduction quantique, voire l'effet de la déplétion quantique si les mesures sont suffisamment précises. Il faut noter que lors de la comparaison des mesures faites pour un condensat pur et pour un nuage thermique, l'efficacité de détection des ions n'intervient pas puisqu'elle est la même dans les deux expériences.

Toutefois, ces deux objectifs basés sur la comparaison des deux types d'expériences ne sont en fait pas réalisables à l'heure actuelle à cause de notre incertitude sur la longueur de diffusion. Une mesure sur un nuage thermique, indépendante (ou presque) de la longueur de diffusion ne va pour l'instant que nous permettre de déterminer pour quelle longueur de diffusion les deux types d'expériences sont compatibles. Néanmoins, cette valeur est déjà très intéressante et il s'agit de la déterminer.

Tout comme pour nos mesures sur les condensats purs, une calibration absolue du nombre d'atomes est nécessaire. Or, nous avons vu que nous connaissons mal notre efficacité totale de détection des atomes lors des temps de vol (voir chapitre précédent). Nous allons donc nous placer dans une situation où une mesure du nombre d'atomes détectés n'est pas nécessaire : au seuil de condensation. En effet, à ce moment précis, la densité et le nombre d'atomes ne dépendent plus que d'un seul paramètre³ : la température critique. Nous allons donc mesurer pour une même réalisation le taux d'ions au seuil de condensation et la température. A partir de ces deux mesures et des fréquences d'oscillations, le taux d'ions normalisé par le nombre d'atomes et la densité seront calculés et leur dépendance relative étudiée.

³Dans le cas du gaz parfait

5.2.1 Réalisation expérimentale

5.2.1.1 Principe

Nous avons vu au chapitre précédent que la rupture de pente dans le signal d'ions correspondait au seuil de condensation. Il s'agit donc, pour chaque réalisation, de relâcher les atomes du piège juste au moment de la rupture de pente et de mesurer la température de l'échantillon grâce à un temps de vol. A partir du taux d'ions mesuré juste avant de relâcher les atomes, et de la température qui est alors la température critique, on peut calculer le taux d'ions normalisé par le nombre d'atomes et la densité. On sait en effet qu'au seuil de condensation la densité pic (n_s) vérifie la relation (voir annexe B) :

$$n_s = \frac{1}{\lambda^3(T_C)} g_{3/2}(1) \quad (5.18)$$

où λ est la longueur d'onde de De Broglie thermique et $g_\alpha(x) = \sum_1^\infty \frac{x^l}{l^\alpha}$. De plus, si on néglige les interactions dans le nuage thermique et l'énergie de point zéro, le nombre d'atomes au seuil de condensation (N_s) s'exprime comme :

$$N_s = \left(\frac{k_B T_C}{\hbar \omega} \right)^3 g_3(1) \quad (5.19)$$

Le principe de l'expérience est donc tout à fait similaire à celui de l'expérience sur les condensats purs et la paramétrisation utilisée est très semblable. Cette fois-ci encore, on ne mesure pas le nombre d'atomes détectés mais la largeur du temps de vol. Ici, c'est la température que l'on mesure à la place du potentiel chimique.

Du point de vue de la paramétrisation, on peut comparer les équations (5.18) et (5.4) pour le calcul de la densité, et les équations (5.19) et (5.5) pour le calcul du nombre d'atomes. Ici encore, la mesure des fréquences d'oscillations est nécessaire pour obtenir le nombre d'atomes. La grande différence est que cette fois-ci la longueur de diffusion n'intervient dans aucune des deux équations. Cette expérience va donc nous permettre de trouver les constantes de collisions indépendamment de a et donc de déterminer pour quelle longueur de diffusion les deux expériences donnent des constantes de collisions compatibles.

D'un point de vue expérimental, le mode opératoire est très similaire. On mesure le taux d'ions en comptage ; au seuil de condensation, on relâche les atomes du piège ; on passe au mode de détection analogique ; et on enregistre

le temps de vol⁴. Toutefois, les mesures sont ici beaucoup plus difficiles. En effet, pour bien mesurer μ , il suffisait de s'assurer que le condensat était bien pur. Ici, on souhaite être exactement au seuil de condensation. Nous avons vu que le signal d'ions était un précieux indicateur de ce moment. Cependant, pour déceler la rupture de pente, il faut avoir dépassé le seuil, et il est donc difficile de s'arrêter juste au seuil de condensation. Pour pallier ce problème nous réalisons un grand nombre d'expériences où nous relâchons les atomes proche du seuil de condensation, puis nous sélectionnons les échantillons qui correspondent le plus précisément possible au seuil de condensation.

5.2.1.2 Sélection des échantillons et mesure de la température

Pour cela, nous comparons l'ensemble du signal d'ions, enregistré pour une réalisation où l'on a relâché les atomes proche du seuil de condensation, à ceux enregistrés lors de la réalisation de condensats de grande fraction condensée (voir figure 5.12).

Une fois ces réalisations sélectionnées, nous vérifions que les temps de vol correspondants sont bien ajustés par la loi théorique C.11 qui n'est valable qu'au seuil de condensation. Pour cela, comme au paragraphe 4.3.1.2, nous étudions comment varie la température trouvée par l'ajustement, en fonction de la zone, au centre du temps de vol, que nous excluons de l'ajustement. Nous excluons une zone comprise entre 0 et 2 fois la largeur à mi-hauteur de la distribution totale (σ_0). Les réalisations pour lesquelles la température est indépendante de la zone exclue sont conservées. La majorité des réalisations sélectionnées sont dans ce cas. Nous prenons alors pour température la température moyenne sur les différentes tailles de zone exclue, et comme erreur sur cette température, l'écart quadratique moyen entre les différentes valeurs.

Enfin nous vérifions que les résidus de l'ajustement restent faibles (<5%).

Ces différents tests sont représentés pour une réalisation sélectionnée sur la figure 5.12.

5.2.1.3 Mesure du taux d'ions

Une fois les échantillons sélectionnés et leur température (qui est la température critique) déterminée, il suffit de lui faire correspondre le taux d'ions enregistré juste avant de couper le piège. Cette mesure obéit aux mêmes conditions de linéarité que celles avec le condensat pur. On exclura donc

⁴Rappelons que nous appliquons un gradient magnétique pour le "nettoyer" : voir chapitre 3.

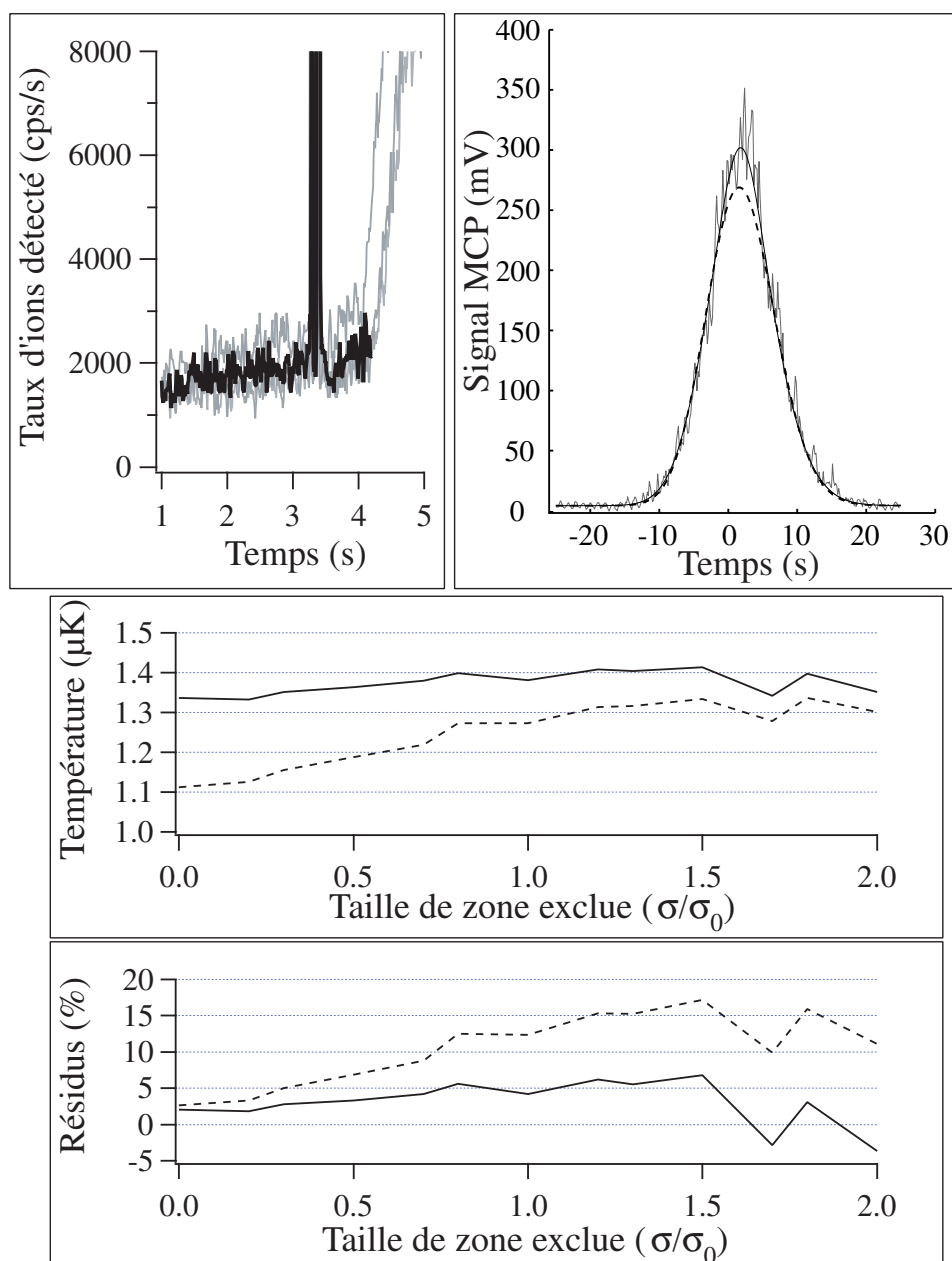


FIG. 5.12 – Sur la figure en haut à gauche, la courbe en trait épais noir correspond au signal d'ions de la réalisation sélectionnée. Les courbes en gris correspondent aux signaux d'ions obtenus lors de réalisations de condensats. Sur la figure en haut à droite, le temps de vol de cette même réalisation est ajusté par une fonction de Bose (loi théorique C.11 : trait continu) et par une distribution purement thermique (loi théorique C.2 : traits pointillés). Les ajustements sont réalisés en excluant la partie centrale ($\sigma = \sigma_0$) du temps de vol. Les deux figures suivantes montrent l'évolution de la température et des résidus trouvés pour chacun des deux ajustements, en fonction de la taille de la zone exclue (loi théorique C.11 en trait continu et loi théorique C.2 en traits pointillés).

les points pour lesquels le taux d'ions détecté au seuil de condensation est supérieur à 80×10^3 ions/s.

Comme l'efficacité de détection des ions est la même dans l'expérience avec les condensats purs et dans cette expérience, elle n'interviendra pas dans notre comparaison des deux types d'expériences. Elle reste néanmoins importante pour donner des valeurs des constantes de collisions de façon absolue. Nous prendrons 0.42 ± 0.1 .

5.2.1.4 Résultats

A partir du taux d'ions et de la température mesurés pour chacun des échantillons sélectionnés, on calcule le taux d'ions normalisé (Γ) et la densité pic (n_s) en utilisant les équations (5.19) et (5.18). Les fréquences d'oscillations du piège ont été mesurées et valent $\omega_{x,y}/2\pi = 1250 \pm 50$ Hz et $\omega_z/2\pi = 47 \pm 3$ Hz, pour le biais d'environ 950 kHz utilisé. Pour obtenir des températures critiques variées, nous optimisons plus ou moins le nombre d'atomes initial dans le piège magnétique avant évaporation, et nous réalisons les trois premières rampes linéaires d'évaporation avec des vitesses variées.

Les résultats de cette étude sont représentés sur la figure 5.13. Les barres d'erreurs correspondent aux erreurs statistiques. Ces erreurs sont de l'ordre de 10% sur le taux d'ions, 5% sur la température critique et 5% sur les fréquences d'oscillation. Comme le nombre d'atomes dépend du cube de la fréquence d'oscillation moyenne et du cube de la température, les sources des erreurs sur Γ sont d'environ 10%, 15% et 15%. Nous avons pris une erreur totale de $\sqrt{0.1^2 + 0.15^2 + 0.15^2} \simeq 25\%$. Les erreurs systématiques peuvent venir de la mesure de la température (voir la discussion sur le régime hydrodynamique au paragraphe 5.2.6), et de la dérive du biais et donc des fréquences d'oscillations avec le temps. Cette erreur sur la fréquence d'oscillation radiale est estimée inférieure à 10%, soit 20% sur Γ .

Les données ont été acquises 3 jours différents correspondant aux 3 nuages de points. Il semble y avoir une erreur systématique entre ces différents jours. Une nouvelle série de mesures est actuellement en cours pour obtenir plus de points. Nous pouvons néanmoins commencer à analyser ces données.

5.2.2 Première analyse

Pour analyser ces résultats, il faut déterminer l'expression théorique du taux d'ions normalisé. Nous avons vu au premier chapitre que le taux d'ions pour un nuage thermique pouvait s'écrire (1.16) :

$$I = \frac{N}{\tau_i} + \frac{1}{2}\beta\langle n \rangle N + \frac{1}{3}L\langle n^2 \rangle N \quad (5.20)$$

Le taux d'ions normalisé s'écrit alors :

$$\Gamma = \frac{I}{N} = \frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{2} \beta A_2 n_s + \frac{1}{3} L A_3 n_s^2 \quad (5.21)$$

avec :

$$A_2 = \frac{\langle n \rangle}{n_s} \quad \text{et} \quad A_3 = \frac{\langle n^2 \rangle}{n_s^2} \quad (5.22)$$

Ces coefficients numériques qui valent respectivement $1/2\sqrt{2}$ et $1/3\sqrt{3}$ pour une gaussienne, peuvent se calculer dans le cas d'une fonction de Bose (la densité spatiale est donnée par l'expression B.12, en prenant $z = 1$). On trouve :

$$A_2 \simeq 0.211678 \quad \text{et} \quad A_3 \simeq 0.0787761 \quad (5.23)$$

On utilise donc la fonction 5.21 pour ajuster nos résultats expérimentaux (voir figure 5.13). Nous trouvons, $\beta = 1.5 \pm 0.2 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ et $L = 3.2 \pm 0.3 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$. Les barres d'erreurs indiquent les variations de ces constantes lorsque τ_i est variée entre 500 et 10000 s, la valeur centrale étant prise pour $\tau_i = 1000$ s. Pour déterminer des barres d'erreurs analogues à celles calculées dans les expériences sur les condensats purs, une des deux constantes est imposée et variée de façon à ce que l'ajustement donne un χ^2 par nombre de degrés de liberté supérieur à 0.2. Nous trouvons alors : $\beta = 1.5 \pm 0.6 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ et $L = 3.2 \pm 1.9 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$.

Nous pouvons comparer ces valeurs avec celles trouvées dans l'expérience sur les condensats purs. La figure 5.14 résume cette comparaison. Nous trouvons que les deux séries d'expériences sont en accord si la longueur de diffusion est 14 ± 3 nm.

5.2.3 Fonction d'ajustement prenant en compte l'effet des interactions et de l'énergie de point zéro

5.2.3.1 Expression de la densité au seuil de condensation dans l'approximation de champ moyen

L'analyse précédente a été faite en négligeant l'énergie de point zéro et l'effet des interactions. C'est à dire que nous avons supposé que la densité du nuage thermique pouvait s'écrire :

$$n_{(0)}(\vec{r}, T, \mu_{th}) = \frac{1}{\Lambda^3(T)} g_{3/2} \left[e^{-\frac{U(\vec{r}) - \mu_{th(0)}}{k_B T}} \right], \quad (5.24)$$

avec $\mu_{th(0)} = \mu_{s(0)} = 0$ au seuil de condensation et $U(\vec{r}) = 1/2m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$.

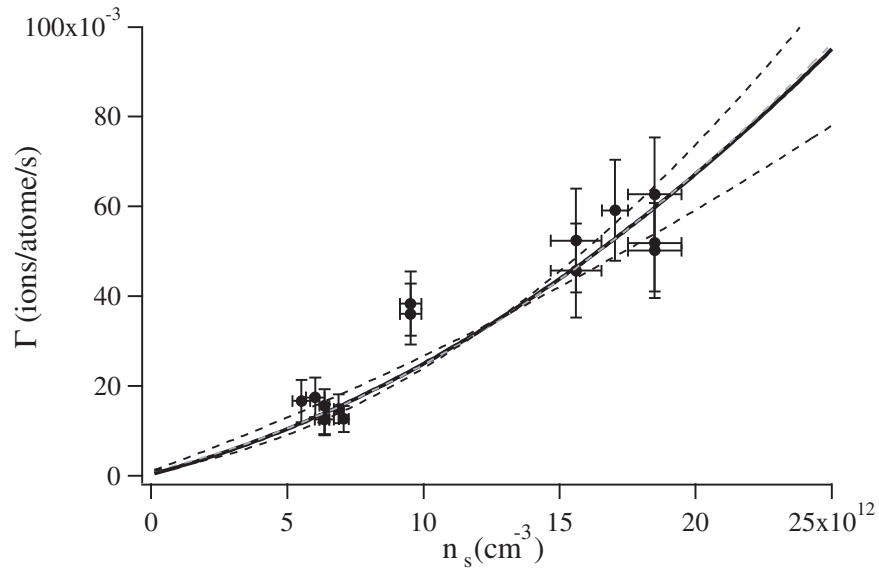


FIG. 5.13 – Taux d'ions normalisé par le nombre d'atomes en fonction de la densité pic, pour des nuages au seuil de condensation. Le nombre d'atomes et la densité sont calculés à partir de la température et des fréquences d'oscillations mesurées. La courbe en trait épais représente l'ajustement par la fonction (5.21), correspondant à la première analyse en négligeant l'effet des interactions et de l'énergie de point zéro, en laissant β et L en paramètres libres. Les courbes en traits pointillés sont obtenues en fixant une des deux constantes de manière à ce que l'ajustement donne un χ^2 par nombre de degré de liberté égal à 0.2. La courbe en trait pointillé grise, pratiquement superposée à la courbe en trait épais, représente l'ajustement par la fonction (5.32), correspondant à l'analyse plus poussée prenant en compte l'effet des interactions et de l'énergie de point zéro, en laissant β et L en paramètres libres. Ces ajustements sont tous réalisés en imposant $\tau_i = 1000$ s.

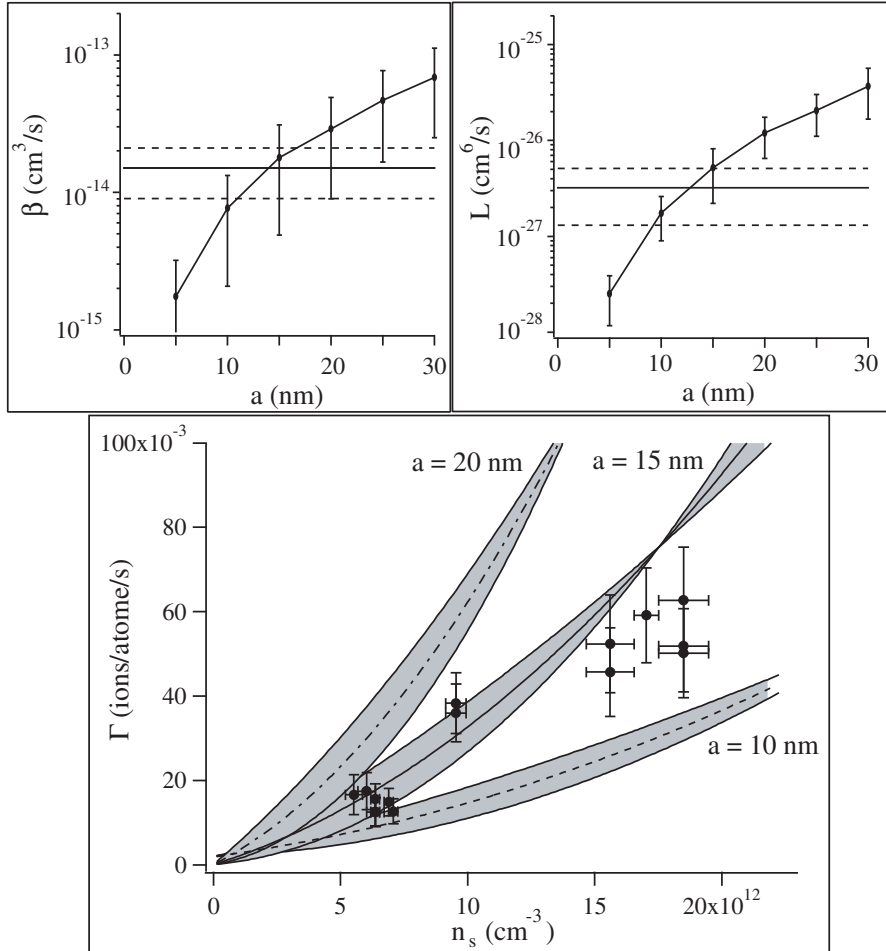


FIG. 5.14 – Comparaisons des résultats obtenus sur les condensats purs et de ceux obtenus dans cette expérience sur des nuages thermiques au seuil de condensation. Les deux figures du haut rappellent les valeurs de β et L trouvées au paragraphe 5.1.2 en fonction de la longueur de diffusion supposée (points avec barres d'erreurs). Les traits continus horizontaux indiquent les résultats trouvés ici, et les traits pointillés autour indiquent la barre d'erreur. Pour que les résultats soient compatibles, il faut $a = 14 \pm 6$ nm (c'est la courbe sur L qui est la plus restrictive). Mais cette comparaison ne tient pas compte du fait que les valeurs de β et L trouvées sont corrélées (c'est le cas dans les deux séries d'expériences). Nous avons donc aussi tracé sur la figure du dessous les points expérimentaux de la figure 5.13, et les courbes correspondant aux couples de valeurs β et L trouvées dans le paragraphe 5.1.2 pour 3 longueurs de diffusion (10, 15 et 20 nm). Nous constatons que pour que les résultats soient compatibles, il faut $a = 14 \pm 3$ nm.

Nous savons que cette expression n'est pas rigoureusement exacte (voir annexe B). Il faut tout d'abord tenir compte de l'énergie de point zéro, c'est à dire du fait que l'énergie potentielle de piègeage doit s'écrire $U'(\vec{r}) = U(\vec{r}) + U_0 = U(\vec{r}) + 1/2\hbar(\omega_x + \omega_y + \omega_z) = U(\vec{r}) + 3/2\hbar\tilde{\omega}$.

L'énergie d'interaction doit également être prise en compte. La méthode habituelle consiste à faire une approximation de champ moyen [12]. L'expression de la densité devient alors (voir (B.4)) :

$$n(\vec{r}, T, \mu_{th}) = \frac{1}{\Lambda^3(T)} g_{3/2} \left[e^{-\frac{U_0 + U(\vec{r}) + 2g n(\vec{r}) - \mu_{th}}{k_B T}} \right], \quad (5.25)$$

où $g = 4\pi\hbar^2 a/m$.

Le seuil de condensation reste défini (voir annexe B) par $n(\vec{0}, T_C, \mu_s) = n_s = \frac{1}{\lambda^3(T_C)} g_{3/2}(1)$, on en déduit que le potentiel chimique au seuil vaut alors :

$$\mu_s = \frac{3}{2} \hbar\tilde{\omega} + 2g n(\vec{0}, T_C, \mu_s) \quad (5.26)$$

Ainsi l'expression de la densité au seuil de condensation qui s'écrivait :

$$n_{s(0)}(\vec{r}, T_{C(0)}, 0) = \frac{1}{\Lambda^3(T_{C(0)})} g_{3/2} \left[e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T_{C(0)}}} \right], \quad (5.27)$$

doit s'écrire dans l'approximation de champ moyen :

$$n_s(\vec{r}, T_C, \mu_s) = \frac{1}{\Lambda^3(T_C)} g_{3/2} \left[e^{-\frac{U_0 + U(\vec{r}) + 2g n_s(\vec{r}) - \mu_s}{k_B T_C}} \right] \quad (5.28)$$

5.2.3.2 Décalage du nombre d'atomes au seuil de condensation

C'est cette méthode qui est habituellement utilisée pour calculer le décalage de la température critique due aux interactions [115]. On impose que les intégrales des expressions (5.27) et (5.28) soient les mêmes, c'est à dire correspondent à un même nombre d'atomes au seuil de condensation. Comme ces corrections sont faibles, on fait un développement limité au premier ordre de la densité au seuil de condensation autour de $T_C = T_{C(0)}$ et $\mu_s = 0$.

Dans notre cas, comme nous mesurons la température critique, ce qui nous intéresse c'est le décalage du nombre d'atomes au seuil de condensation. Nous différencions alors simplement l'expression (5.28) et nous obtenons :

$$n_s(\vec{r}) \simeq n_{(0)}(\vec{r}, T_C, 0) + \frac{1}{\Lambda^3(T_C)} g_{1/2} [\zeta] \left(\frac{3}{2} \frac{\hbar\tilde{\omega}}{k_B T_C} + \frac{2g}{k_B T_C} (n_{(0)}(\vec{0}, T_C, 0) - n_{(0)}(\vec{r}, T_C, 0)) \right) \quad (5.29)$$

en notant $\zeta = e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T_C}}$. On peut alors réécrire cette expression comme :

$$n_s(\vec{r}) \simeq n_{(0)}(\vec{r}, T_C, 0) + \frac{1}{\Lambda^3(T_C)} g_{1/2} [\zeta] \left(\frac{3}{2} \frac{\hbar\tilde{\omega}}{k_B T_C} + 4 \frac{a}{\Lambda(T_C)} (g_{3/2}(1) - g_{3/2}[\zeta]) \right) \quad (5.30)$$

En intégrant cette équation, on obtient le nombre d'atomes au seuil de condensation :

$$N_s = N_{s(0)}(1 + \epsilon_1) = N_{s(0)} \left(1 + Z_1 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_1 (n_s a^3)^{1/3} \right) \quad (5.31)$$

avec $N_{s(0)} = \left(\frac{k_B T_C}{\hbar \omega} \right)^3 g_3(1)$, le nombre d'atomes à l'ordre 0 de perturbation, c'est à dire calculé comme dans l'analyse précédente, et avec $\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$. Les coefficients $Z_1 \simeq 3.8935$ et $T_1 \simeq 7.4629$ sont des coefficients numériques provenant de l'intégration des fonctions g_α . Leurs expressions analytiques sont données dans l'annexe D.

Nous trouvons que le nombre d'atomes au seuil de condensation est plus grand quand nous prenons en compte les interactions. Nous pouvons comprendre qualitativement cela. En effet, les interactions prennent en compte le fait que les atomes se repoussent. A nombre d'atomes et température donnés, la distribution spatiale de la densité est donc plus large lorsqu'on prend en compte les interactions. Pour obtenir une même densité pic, il faut ainsi un nombre d'atomes plus grand ou une température plus faible.

5.2.3.3 Nouvelle fonction d'ajustement

Tout comme nous avons intégré l'expression de la densité pour obtenir le nouveau nombre d'atomes au seuil de condensation, il est possible de calculer l'intégrale de $n_s^2(\vec{r})$ et de $n_s^3(\vec{r})$ pour calculer le taux d'ions théorique. Ces calculs sont détaillés dans l'annexe D. On montre que le taux d'ionisation normalisé par le nombre d'atomes calculé à l'ordre zéro d'approximation peut se mettre sous la forme :

$$\Gamma = \frac{I}{N_{s(0)}} = \frac{1}{\tau_i} (1 + \epsilon_1) + \frac{\beta}{2} A_2 n_s (1 + \epsilon_2) + \frac{L}{3} A_3 n_s (1 + \epsilon_3) \quad (5.32)$$

avec A_2 et A_3 les coefficients déjà introduits (équations 5.22) et pour expression des corrections :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &\simeq 3.8935 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + 7.4629 (n_s a^3)^{1/3} \\ \epsilon_2 &\simeq 10.345 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + 14.735 (n_s a^3)^{1/3} \\ \epsilon_3 &\simeq 19.426 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + 21.909 (n_s a^3)^{1/3} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Ainsi, nous pouvons analyser les mêmes données qu'au paragraphe 5.2.2, c'est à dire en calculant le nombre d'atomes par l'expression (5.19), mais en utilisant comme loi théorique la loi (5.32). Cette méthode d'analyse est tout à fait semblable à celle faite pour la déplétion quantique pour les expériences sur les condensats purs.

Nous pouvons calculer un ordre de grandeur de ces corrections. Pour une densité pic de 10^{13} cm^{-3} , une longueur de diffusion 15 nm et nos fréquences d'oscillations, nous obtenons : $(n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} \simeq 1.15\%$ et $(n_s a^3)^{1/3} \simeq 3.23\%$. Les valeurs des corrections sont alors :

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &\simeq 0.05 + 0.24 \\ \epsilon_2 &\simeq 0.12 + 0.48 \\ \epsilon_3 &\simeq 0.29 + 0.71\end{aligned}\tag{5.34}$$

L'effet des interactions est l'effet dominant. On constate que même si l'effet sur le nombre d'atomes reste assez faible (24% tout de même), l'effet sur les collisions à deux corps et à trois corps est très important. L'ajustement par cette nouvelle fonction va donc considérablement changer les valeurs de β et L que nous trouvons.

5.2.3.4 Intérêt théorique et validité des approximations.

Le décalage de la température critique dû aux interactions dans un gaz piégé est un résultat théorique bien connu [115, 12]. Ce résultat est obtenu dans l'approximation de champ moyen que nous venons de décrire. Dans le cas d'un gaz homogène, cet effet n'existe pas puisque la distribution spatiale de la densité est plate : les interactions ne peuvent donc pas l'élargir. Dans ce cas, il est maintenant bien établi théoriquement [116, 117, 118, 119] que les effets calculés au delà du champ moyen provoquent un décalage de la température critique, avec la même dépendance en $n_s a^3$, mais de signe opposé. Il reste néanmoins des différences entre les différentes prédictions théoriques sur l'amplitude de cet effet. L'amplitude de ce décalage est du même ordre de grandeur que celui calculé pour un piège harmonique mais de sens opposé !

Un article récent [120], calculant les effets au delà du champ moyen dans un piège harmonique, montre toutefois qu'au premier ordre de perturbation le décalage sur la température critique est bien celui calculé dans l'approximation de champ moyen [115]. Il donne également les expressions des effets à l'ordre suivant. Toutefois, ces résultats ne sont valables que dans l'approximation des très grands nombres d'atomes et la majorité des expériences ne remplissent pas complètement ces conditions.

Il est donc très intéressant de tester expérimentalement ces effets. Néanmoins, une seule mesure expérimentale dans les gaz dilués a à ce jour été publiée [121]. Les auteurs de cette référence semblent voir un décalage de la température critique dans le sens attendu, mais leurs barres d'erreurs rendent leurs mesures compatibles avec aucun décalage. Des mesures sont actuellement en cours dans notre groupe sur l'atome de ^{87}Rb [122]. Les résultats préliminaires confirment le décalage en température attendu dans l'approximation

mation de champ moyen. Leurs barres d'erreurs permettent d'exclure l'approximation du gaz parfait sans pouvoir discerner entre l'approximation de champ moyen et les effets au delà de cette approximation.

Le faible nombre d'études expérimentales peut être expliqué par le fait que ces effets sont en général très faibles et que les études nécessitent alors une excellente calibration absolue du nombre d'atomes. On comprend alors tout l'intérêt de nos mesures du taux d'ions au seuil de condensation. Tout d'abord, comme la longueur de diffusion est relativement grande dans notre cas, les effets sont plus forts que pour les alcalins. Ensuite, nous ne mesurons pas des nombres d'atomes mais un taux d'ionisation. Les expressions (5.33) montrent que l'effet des interactions sur le taux d'ions produit par les collisions à deux corps et à trois corps au seuil de condensation est beaucoup plus important que sur le nombre d'atomes. Comme la mesure du taux d'ions est limitée par le shot-noise, des mesures très précises sont possibles.

Toutefois, tant que la longueur de diffusion n'a pas été déterminée indépendamment par des mesures de photo-association par exemple, une telle étude n'est pas possible. Ce que nous pouvons faire à l'heure actuelle, c'est déterminer quelles longueurs de diffusion rendent compatibles nos mesures sur le condensat pur et sur le nuage thermique au seuil de condensation, en utilisant cette théorie de champ moyen.

5.2.4 Analyse finale

Nous utilisons donc la loi (5.32) pour ajuster nos données. Nous fixons cette fois encore $\tau_i = 1000$ s. Les valeurs de β et L sont dans un premier temps laissées en paramètres libres. La valeur de a est imposée : nous réalisons différents ajustements pour des valeurs de a comprises entre 0 et 20 nm. Pour $a = 0$ nm, seul l'effet de l'énergie de point zéro est pris en compte. Les corrections restant faibles, l'allure de la fonction d'ajustement reste très proche de celle de la première analyse (voir figure 5.13), mais les valeurs des constantes trouvées sont modifiées ainsi que les contributions relatives des collisions à deux corps et à trois corps. Les résultats de ces ajustements sont représentés sur la figure 5.15. Les barres d'erreurs sont estimées comme précédemment en prenant en compte les valeurs trouvées en faisant varier τ_i entre 500 et 10000 s et en fixant β ou L pour obtenir un χ^2 par nombre de degrés de liberté supérieur à 0.2.

Plus la valeur de a imposée est élevée, plus les corrections sont importantes, et donc plus les valeurs de β et L trouvées sont faibles. Lorsque l'on trace ces constantes en fonction de la valeur de a imposée, on obtient donc une fonction décroissante. Dans les expériences sur les condensats purs, le fait que l'on mesure le nombre d'atomes et la densité via le potentiel chimique et la longueur de diffusion (équations 5.4 et 5.5) impose que les valeurs de β et L soient des fonctions croissantes de a . Les zones où les fonctions se croisent définissent les valeurs de a pour lesquelles les deux séries d'expériences sont en accord. Nous trouvons $a = 11 \pm 4$ nm, la condition sur L étant la plus limitante.

Toutefois, cette analyse ne prend pas en compte le fait que pour les deux séries d'expériences, les résultats sur β et L sont très corrélés. Pour prendre en compte cela, on peut tracer sur une même figure (Figure 5.16) les points expérimentaux trouvés dans ces expériences sur des nuages thermiques au seuil de condensation, et la fonction théorique (5.32) calculée avec les couples de valeurs de β et L trouvés dans les expériences sur les condensats purs pour plusieurs valeurs de a . Une telle étude permet de conclure que les deux expériences sont compatibles pour $a = 11 \pm 3$ nm.

Pour obtenir une gamme encore plus restreinte de longueurs de diffusion qui rendent compatibles les deux séries d'expériences, il est possible d'ajuster en même temps les données expérimentales des deux séries d'expériences par leur fonction d'ajustement respective, en minimisant un χ^2 global. Une telle étude sera réalisée dès que nous aurons plus de points expérimentaux sur ces expériences avec des nuages thermiques au seuil de condensation.

Sur la figure 5.15, les estimations théoriques des références [83] et [70] sont également tracées. L'accord est bon (à 50% près) pour les longueurs de diffusion pour lesquelles les deux séries d'expériences sont compatibles.

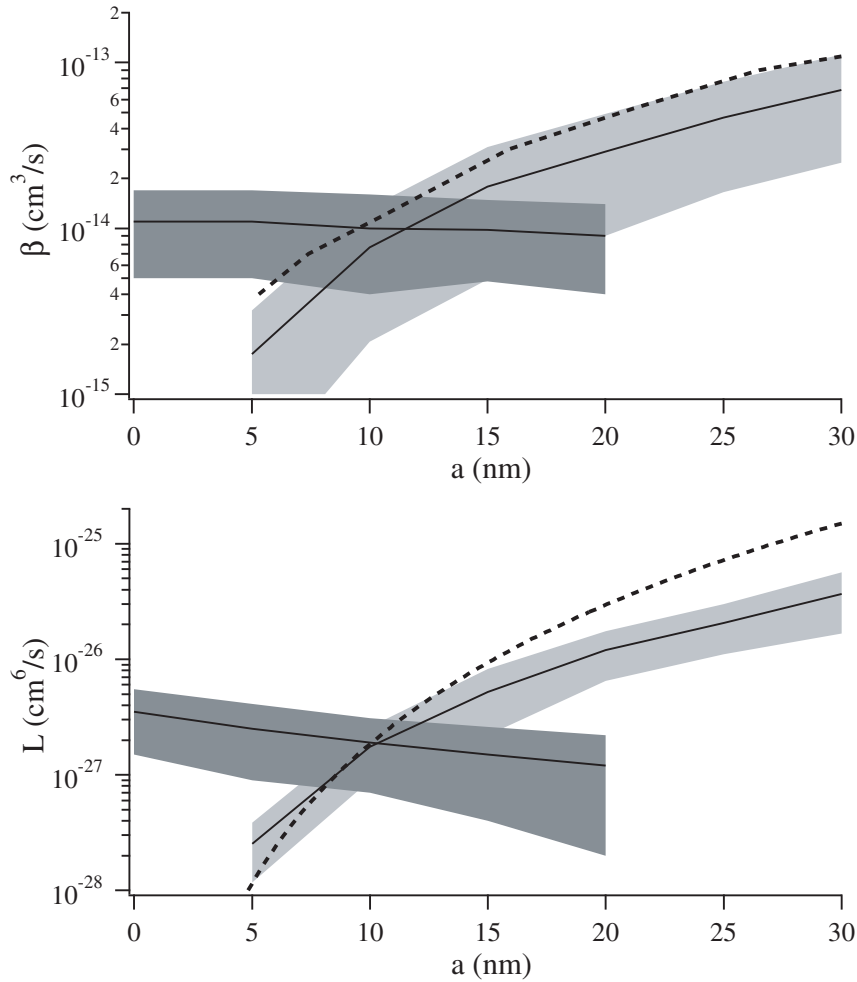


FIG. 5.15 – Comparaisons des résultats obtenus sur les condensats purs et de ceux obtenus dans cette expérience sur des nuages thermiques au seuil de condensation. Les valeurs de β et L trouvées au paragraphe 5.1.2 en fonction de la longueur de diffusion supposée sont rappelées : courbes croissantes en trait continu. Les zones en gris clair correspondent aux barres d'erreurs sur ces valeurs. Les courbes décroissantes en trait continu correspondent aux valeurs trouvées ici en utilisant la loi (5.32) prenant en compte l'énergie de point zéro et les interactions. Les zones en gris foncé autour correspondent aux barres d'erreurs. Pour que les résultats soient compatibles, il faut $a = 11 \pm 4$ nm (c'est la courbe sur L qui est la plus restrictive). Mais cette comparaison ne tient pas compte du fait que les valeurs de β et L trouvées sont corrélées (c'est le cas dans les deux séries d'expériences). Nous avons aussi tracé sur les figures les valeurs de β et L estimées théoriquement dans les références [83] et [70]. L'accord est très bon dans la gamme de longueurs de diffusion pour lesquelles les deux séries d'expériences sont compatibles.

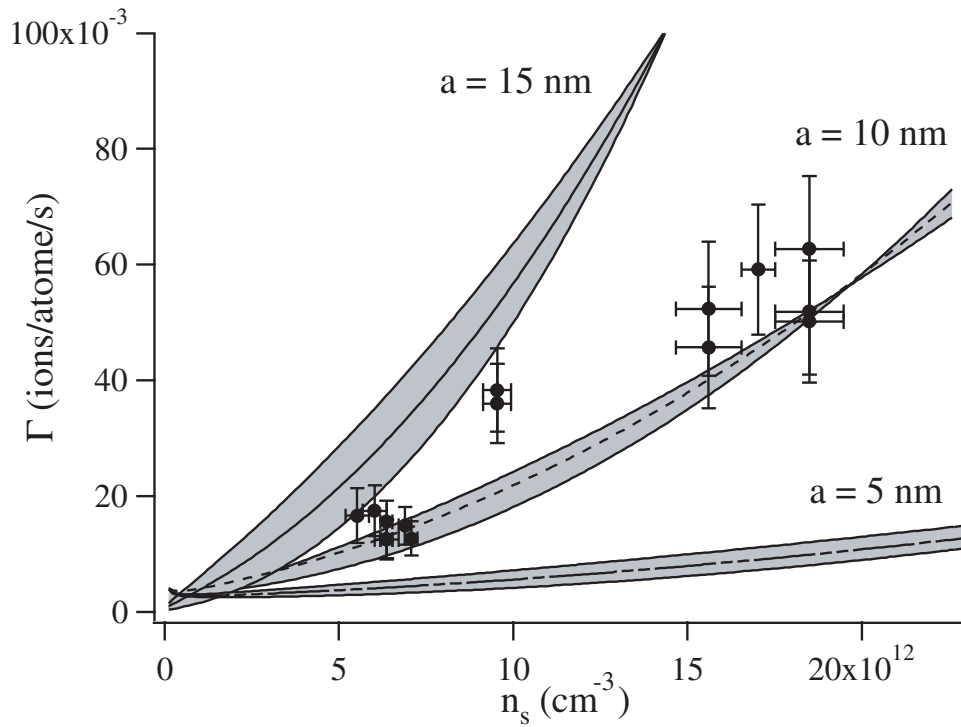


FIG. 5.16 – Les points expérimentaux sont ceux de la figure 5.13. Les courbes correspondent à la loi 5.32 prenant en compte l'énergie de point zéro et les interactions. Les valeurs de β et L utilisées sont celles trouvées dans le paragraphe 5.1.2 pour 3 longueurs de diffusion (5, 10 et 15 nm), la valeur de τ_i est laissée libre mais on impose $\tau_i > 500$ s. Nous constatons que pour que les résultats soient compatibles, il faut $a = 11 \pm 3$ nm.

5.2.5 Résultats de cette étude

Expérimentalement, en supposant que les théories utilisées soient valables et en imposant que les deux séries d'expériences soient compatibles, nous trouvons finalement :

$$\begin{aligned} a &= 11(\pm 3) \text{ nm} \\ \beta &= 1(\pm 0.6 \pm 0.25) 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \\ L &= 1.8(\pm 1.2 \pm 0.45) 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (5.35)$$

La première barre d'erreur représente les erreurs statistiques et la deuxième l'erreur systématique possible sur la calibration de l'efficacité de détection des ions.

Ces valeurs sont toutes en accord avec les estimations théoriques [54, 55, 56, 83, 70]. Les valeurs de β et L trouvées sont également en accord avec les bornes supérieures mesurées expérimentalement auparavant [8, 9]⁵. La valeur de la longueur de diffusion trouvée est également en accord avec les valeurs publiées [8, 9], mais comme nous l'avons déjà discuté au chapitre précédent, ces estimations comportent une erreur systématique du fait que les interactions y sont négligées. Nous avons également donné une estimation de la longueur de diffusion au chapitre précédent avec une méthode différente (mais pas tout à fait indépendante) qui n'utilise pas le signal d'ions (paragraphe 4.3.3). Nous trouvons a compris entre 6 et 16 nm. Les deux estimations sont donc en accord.

5.2.6 Autre erreur systématique possible.

Ces expériences sur les condensats purs et sur les nuages thermiques reposent sur des mesures précises du potentiel chimique ou de la température. Ces mesures se font par l'ajustement des temps de vol par une loi théorique adaptée. Pour ne pas introduire d'erreurs systématiques, il faut donc que les temps de vol ne soient pas déformés et que la loi théorique utilisée soit bien adaptée. Pour les expériences sur les condensats purs, nous avons pu vérifier que le potentiel chimique variait comme le nombre d'atomes à la puissance $2/5$, ce qui nous donne confiance dans notre mesure du potentiel chimique. Pour nos mesures sur les nuages thermique au seuil de condensation, nous n'avons pas une loi de ce genre à vérifier, et il est donc difficile de tester notre procédure d'ajustement.

De plus, nous avons expérimentalement accès à peu d'informations. En effet, nos mesures par temps de vol se font sur notre MCP qui n'est pas

⁵Attention, dans la référence [9], les auteurs donnent des bornes supérieures pour les valeurs des constantes définies pour un condensat pur et non pour un nuage thermique. Leurs bornes supérieures sont avec les définitions de ce manuscrit : $\beta < 8.4 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ et $L < 17 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$

sensible en position. Il nous donne donc une "image" du nuage intégrée sur deux dimensions. Nous ne pouvons donc pas vérifier que la mesure de la taille du nuage dans chacune des trois directions nous donne la même température. De plus, "l'image" est toujours prise après environ 100 ms d'expansion puisque nous ne pouvons pas bouger notre détecteur. Nous ne pouvons donc pas tester que l'expansion se passe comme attendu.

Nous avons donc dû faire l'hypothèse que tout se passait comme prévu, c'est à dire que les temps de vol n'étaient pas perturbés et suivaient une expansion balistique. Or, nous savons que cette expansion peut être modifiée pour des nuages collisionnellement très denses. On connaît par exemple les lois d'expansion d'un gaz restant dans le régime hydrodynamique durant son expansion [123]. Nous ne sommes pas dans ce cas, car la densité chute très rapidement dans les premières millisecondes d'expansion. Toutefois, avant expansion, les nuages que nous avons étudiés sont très proches du régime hydrodynamique⁶ et il doit donc y avoir une modification de l'expansion. Ne pouvant le vérifier expérimentalement, et aucune théorie simple n'étant disponible, nous n'avons pour l'instant pas pris en compte ce type d'effets.

⁶Le taux de collisions élastiques est compris entre 1200/s et 10000/s alors que $\omega_{x,y} = 8000/s$ et $\omega_{x,y} = 300/s$.

5.3 Perspectives

Les expériences que nous venons de présenter sur les condensats purs et sur les nuages thermiques au seuil de condensation nous ont permis de réaliser les premières mesures expérimentales des constantes de collisions pour les collisions Penning à deux corps et les recombinaisons à trois corps (voir expressions 5.35). La comparaison des deux types d'expériences nous a également permis de donner une meilleure estimation de la longueur de diffusion puisque celle-ci est encore mal connue (voir expressions 5.35). Si celle-ci est mesurée précisément dans le futur, nos expériences permettront de tester a posteriori les théories utilisées sur la déplétion quantique et sur le décalage du nombre d'atomes au seuil de condensation.

Des erreurs systématiques restent toutefois encore mal connues pour les expériences sur les nuages thermiques au seuil de condensation. Il reste donc du travail tant au point de vue expérimental (prendre davantage de données sur une grande gamme de densité) qu'au point de vue théorique (prise en compte du début de l'expansion dans le régime hydrodynamique), pour pouvoir publier ces nouveaux résultats.

De plus, le rapport signal à bruit sur les données expérimentales ne nous a pas permis de déterminer les contributions relatives des deux processus avec une précision suffisante pour commencer à étudier la formation du condensat avec le signal d'ions.

En vue de mieux déterminer ces contributions relatives et pour tester la cohérence des résultats que nous avons obtenus, d'autres types d'expériences sont possibles et actuellement en cours de réalisation. Les paragraphes suivants en présentent les principes.

5.3.1 Utilisation du signal d'ions après la coupure du piège magnétique

Nous avons vu au chapitre 4 que le signal d'ions juste après la coupure du piège magnétique nous donnait accès à une mesure du nombre d'atomes. En effet, en 1 ms la densité est divisée par 100 et le taux d'ionisation est alors uniquement dû aux collisions avec le gaz résiduel. Cette possibilité nous est apparue très récemment et nous ne l'avons pas exploitée dans les expériences que nous venons de décrire. Son utilisation ouvre la porte à de nouveaux tests et à de nouvelles mesures.

5.3.1.1 Mesure de τ_i et test de la mesure de la température

Lors de nos mesures au seuil de condensation, le temps de vol nous permet d'obtenir la température. A partir de celle-ci et des fréquences d'oscillations, le nombre absolu d'atomes est déduit. Le taux d'ions juste après la coupure doit être proportionnel à ce nombre avec comme constante de proportionnalité $1/\tau_i$. En mesurant pour des réalisations avec des températures critiques différentes le taux d'ions après la coupure du piège et la température, il est possible de vérifier cette proportionnalité, et de déduire τ_i . Une non-proportionnalité permettrait de déceler une erreur systématique dans notre mesure de la température. Ces mesures sont toutefois difficiles car le taux d'ions attendu est faible (entre 250/s et 1500/s) et doit être mesuré pendant un temps court (environ 50 ms). Le nombre d'ions détectés étant faible (entre 10 et 100), il faudra sûrement moyenner sur plusieurs réalisations.

5.3.1.2 Mesure de la longueur de diffusion

Nous avons vu au chapitre 4 une méthode pour estimer la longueur de diffusion (paragraphe 4.3.3). Nous avons réalisé cette estimation en disant que le nombre d'atomes dans le condensat pur était forcément inférieur à celui au seuil de condensation. En mesurant le taux d'ions après la coupure du piège magnétique pour le condensat pur et pour le nuage thermique au seuil de condensation, il est possible d'obtenir une bien meilleure estimation de la longueur de diffusion. Il sera alors très intéressant de comparer la valeur trouvée avec celle obtenue dans le chapitre 5. Les méthodes sont en effet différentes et la comparaison des deux mesures permettra de tester les facteurs de réduction quantique.

5.3.2 Mesures sur des nuages thermiques loin du seuil de condensation

5.3.2.1 Intérêt

Les mesures présentées dans ce chapitre ne nous ont pas permis de mesurer avec précision les contributions relatives des collisions à deux corps et à trois corps. Pour atteindre ce but, une méthode consiste à se placer dans une gamme de densité où les collisions à trois corps sont négligeables. Il est alors possible de mesurer β précisément, et les mesures déjà réalisées permettent de déduire la valeur de L . Pour obtenir des densités faibles, il est plus facile de travailler sur des nuages thermiques assez loin du seuil de condensation.

On souhaite donc réaliser le même type d'étude que celle réalisée sur les nuages au seuil de condensation, mais pour des nuages loin de ce seuil.

5.3.2.2 Difficultés

Pour cela, il faut avoir une mesure absolue du nombre d'atomes précise. Pour utiliser dans ce but le nombre d'atomes déduit de l'ajustement du temps de vol, il faut savoir précisément quelle est la proportion d'atomes qui vont dans le sous-niveau Zeeman $m = 0$ et qui sont donc détectés (voir chapitre 3).

Pour calibrer ce facteur correctif, on peut utiliser les données acquises au seuil de condensation. En effet, les ajustements des temps de vol nous donnaient accès au nombre d'atomes détectés même si nous ne l'avions pas utilisé. Le nombre d'atomes détectés en fonction du nombre d'atomes calculé via la mesure de la température est tracé sur la figure 5.17. Nous constatons que la dépendance est non-linéaire. Le rapport des deux nombres d'atomes qui est égal au facteur correctif est également tracé en fonction de la température sur la figure 5.18. On constate qu'il y a bien un effet systématique. De plus le facteur correctif semble différent suivant le biais utilisé.

Deux hypothèses peuvent expliquer cette dépendance. Tout d'abord, nous avons vu au chapitre 3 que notre efficacité de détection était différente pour un condensat et pour un nuage thermique. Nous avons alors évoqué l'idée que le transfert non-adiabatique dans $m = 0$ était un processus local et que l'efficacité du transfert pouvait dépendre de la taille du nuage. La taille du nuage variant aussi avec sa température, cette hypothèse expliquerait aussi la dépendance du facteur correctif avec la température. De plus, lorsque le biais est modifié, il est possible que l'efficacité de transfert le soit également.

La deuxième hypothèse est que nous faisons une erreur systématique dans la mesure de la température. Par exemple, parce que nous ne prenons pas en compte le fait que le début de l'expansion est hydrodynamique. Dans ce cas, nous faisons une erreur à la fois sur le nombre d'atomes calculé via la température et sur le nombre d'atomes détectés. En effet, l'intégrale de la fonction d'ajustement utilisée (C.11) dépend de la température car le rayon du détecteur est plus petit que celui du nuage après 100 ms de chute (voir annexe C).

Pour déterminer laquelle des deux hypothèses est celle qui explique le phénomène observé, il faudrait changer les conditions expérimentales. Pour cela, essayer de transférer les atomes dans $m = 0$ d'une autre façon. Une méthode consiste à utiliser une transition Raman. De telles expériences sont actuellement en cours. En transférant tous les atomes dans $m = 0$, on peut espérer ne plus avoir à appliquer de facteur correctif. Nous verrons alors si le phénomène observé persiste.

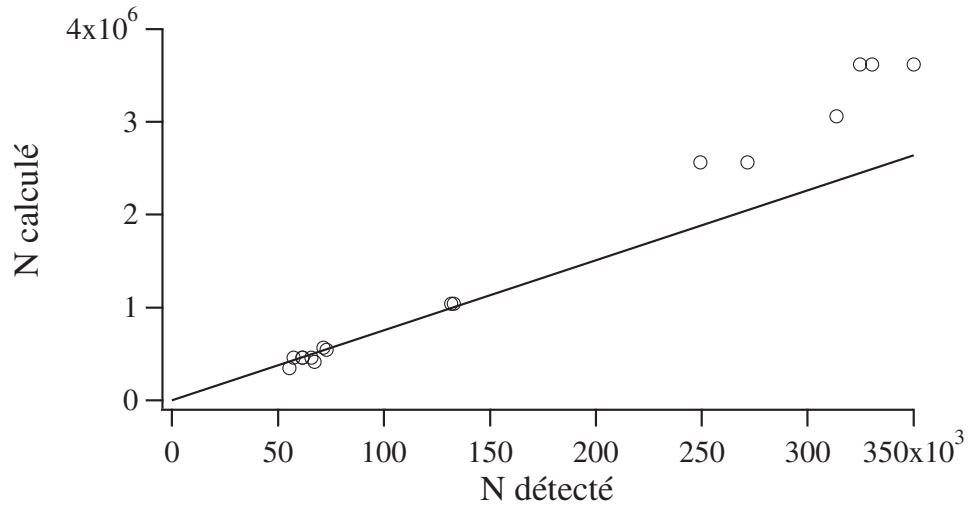


FIG. 5.17 – Nombre d'atomes calculé à partir de la température mesurée et des fréquences d'oscillations (par la formule 5.31 et en prenant $a = 11$ nm) en fonction du nombre d'atomes déduit de l'ajustement du temps de vol.

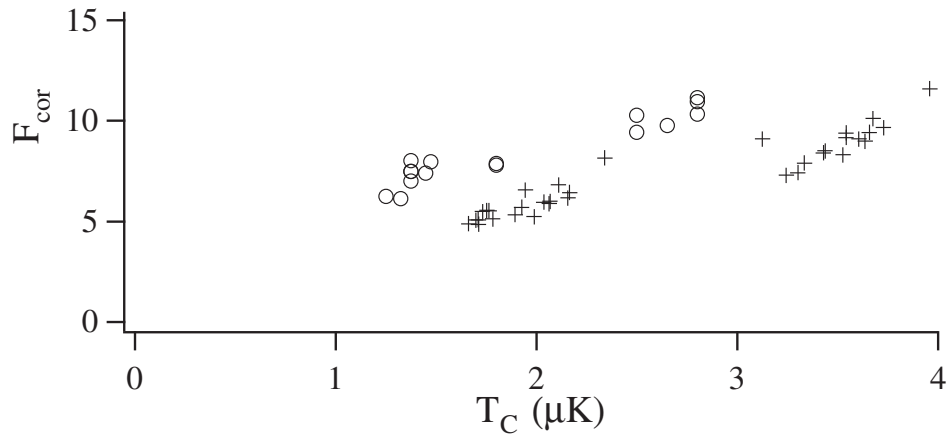


FIG. 5.18 – Facteur correctif en fonction de la température. Les cercles correspondent aux données de la figure précédente ($B_0 \simeq 350$ mG et $\omega_{x,y}/2\pi \simeq 1250$ Hz). Les croix correspondent aux données acquises par des expériences similaires mais avec un biais et donc une fréquence d'oscillation différente ($B_0 \simeq 160$ mG et $\omega_{x,y}/2\pi \simeq 1800$ Hz).

5.3.2.3 Analyse provisoire

Il n'est donc a priori pas possible de faire des mesures directement sur le nuage thermique en utilisant le nombre d'atomes détectés. Cela explique les résultats préliminaires que nous obtenions sur ce genre d'expériences [124].

Toutefois, si le problème observé est bien lié au transfert dans $m = 0$ qui dépend de la température, maintenant que nous avons la courbe de la figure 5.17, il est possible de l'ajuster par une fonction polynômiale, et d'utiliser cet ajustement pour déduire le nombre d'atomes réels à partir du nombre d'atomes détectés. Il est alors possible d'étudier des nuages thermiques loin du seuil de condensation. Pour chaque réalisation, on peut également vérifier que le taux d'ions après la coupure du champ magnétique est proportionnel au nombre d'atomes déduit de l'ajustement et modifié par le facteur correctif. Des expériences de ce type sont en cours.

Calcul théorique du taux d'ionisation dans l'approximation de Bogoliubov

Le but de ce chapitre est de calculer les taux de collisions ionisantes à deux et à trois corps pour un condensat de Bose-Einstein. Pour ce faire, nous avons vu au premier chapitre qu'il fallait calculer la densité spatiale du condensat, et utiliser des facteurs de réduction quantique.

Ces facteurs prennent en compte le fait que la fonction d'onde du système formé de plusieurs atomes d'He* doit être symétrisée puisque ce sont des bosons, mais que cette symétrisation est automatique dans le cas d'un condensat dans l'approche de Gross-Pitaevskii. Pour des collisions à deux corps, ce facteur vaut 2!. On peut se convaincre facilement de ce résultat. Soit $|f\rangle$ et $|i\rangle$ les états finaux et initiaux d'une collision à deux corps. Pour les atomes d'un condensat décrit dans l'approximation de champ moyen par l'équation de Gross-Pitaevskii [125, 126], la fonction d'onde à deux corps décrivant l'état initial est :

$$|i_{\text{bec}}\rangle = |1 : \phi, 2 : \phi\rangle$$

L'élément de matrice qui intervient dans le calcul du taux de collisions est du type :

$$\langle f|V|i_{\text{bec}}\rangle = \langle f|V|1 : \phi, 2 : \phi\rangle$$

Considérons deux atomes bosoniques appartenant à un gaz thermique, dans les états initiaux ϕ_a , et ϕ_b . La fonction d'onde initiale doit être symétrisée :

$$|i_{\text{th}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2!}} (|1 : \phi_a, 2 : \phi_b\rangle + |1 : \phi_b, 2 : \phi_a\rangle)$$

Ainsi, si les différents éléments de matrice sont identiques, on obtient :

$$|\langle f|V|i_{\text{th}}\rangle|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2!}}\right)^2 \times (2!)^2 |\langle f|V|i_{\text{bec}}\rangle|^2 = 2! \times |\langle f|V|i_{\text{bec}}\rangle|^2$$

Le taux de collisions à deux corps est donc, pour une même densité, réduit d'un facteur 2 dans un gaz condensé, par rapport à un gaz thermique. Le

même raisonnement peut être fait pour des collisions à trois corps et on trouve une réduction d'un facteur $3! = 6$.

Cette réduction du taux de collisions vient donc du fait que dans un condensat les atomes ont tous la même fonction d'onde. Or, ceci n'est valable que dans l'approximation dite de Hartree-Fock, qui permet d'obtenir l'équation de Gross-Pitaevskii. Cette description, où l'on considère la fonction d'onde à N corps comme un produit factorisé de la *même* fonction d'onde à 1 particule, et qui décrit le mouvement de chaque particule dans le champ moyen créé par les $N-1$ autres, n'est valable que pour des gaz très dilués : $\rho a^3 \ll 1$. Dans notre cas, ce paramètre reste faible, mais nous allons voir que les taux de collisions calculés dans une approche plus élaborée sont sensiblement différents car les atomes n'ont plus tous la même fonction d'onde.

L'approche habituelle qui permet d'aller au delà de l'approximation de champ moyen est l'approche de Bogoliubov [127]. Cette approche donne accès à des informations plus précises sur l'état fondamental du système, sur les corrélations entre particules et sur les premiers états excités. On montre notamment qu'en présence d'interactions, même à température nulle, une partie du système n'est pas dans l'état fondamental calculé avec l'équation de Gross-Pitaevskii : on parle de déplétion quantique du condensat. A température non nulle, l'approche de Bogoliubov nous permettra aussi de calculer le nombre d'atomes dans la partie thermique (déplétion thermique). On pourra alors calculer les taux de collisions entre les différentes composantes du gaz.

Dans une première partie, les définitions des constantes de collisions sont rappelées, et le principe du calcul du taux de collisions est donné, en utilisant le formalisme de la seconde quantification. Ce formalisme permet entre autres de simplifier l'écriture des fonctions d'ondes symétriques. On montrera notamment le lien entre les taux de collisions et les fonctions de corrélations à distance nulle [76].

L'approximation de Bogoliubov est ensuite explicitée et les principaux résultats obtenus par exemple dans les références [12, 128, 129] sont rappelés, car les méthodes de calcul sont très similaires à celles employées par la suite.

On calcule ensuite l'expression des taux de collisions ionisantes. Les calculs sont tout d'abord menés dans le cas homogène avec des conditions aux limites périodiques. Puis, la généralisation de tous ces résultats au cas inhomogène d'un gaz piégé dans un potentiel harmonique est donnée.

Seul ce dernier paragraphe contient des calculs originaux qui ont été menés sous la direction de G.V. Shlyapnikov. Les trois premiers paragraphes constituent des rappels et des discussions physiques sur des résultats théoriques déjà publiés et bien connus.

6.1 Taux de collisions et fonctions de corrélation

Le but de ce paragraphe est de donner le principe du calcul du taux de collisions ionisantes et de montrer le lien avec ce que nous appellerons les fonctions de corrélation. Une fois ces expressions établies, les fonctions de corrélation sont calculées dans l'approximation de champ moyen pour un condensat en présence d'un nuage thermique. Tous les calculs de ce paragraphe ne sont pas originaux, mais adaptés de la référence [76].

6.1.1 Principe

Il s'agit de calculer la probabilité de transition entre l'état initial et l'état final de la collision. En supposant le taux de recombinaison faible et en notant H' l'Hamiltonien de l'interaction responsable de la transition, on trouve pour le taux de recombinaison :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{i,f} \rho_i |\langle f | H' | i \rangle|^2 \delta(E_f - E_i) \quad (6.1)$$

où ρ_i représente les éléments diagonaux de la matrice densité à l'équilibre, c'est à dire ici simplement la probabilité de trouver le système initial dans l'état $|i\rangle$.

Dans le cas d'un gaz ultra froid, lorsque le rayon effectif de l'interaction et la longueur de diffusion associée deviennent négligeables devant la longueur d'onde de de Broglie thermique des atomes entrants ($R_0 \ll \lambda_{dB}$, $a \ll \lambda_{dB}$), l'interaction peut être considérée comme ponctuelle et le taux de collisions devient indépendant de la vitesse initiale des atomes [76]. On parle de limite d'énergie nulle.

Le but de cette partie n'est pas de calculer l'amplitude du taux de collisions dans cette limite. Ce calcul nécessiterait de déterminer les interactions responsables de la transition, l'Hamiltonien correspondant, et ses différents éléments de matrice. Ces calculs complexes ont par exemple été effectués dans le cas des réactions qui nous intéressent [54, 55, 56, 83], dans l'approximation des gaz dilués ($n R_0^3 \ll 1$, $n a^3 \ll 1$) et en prenant en compte l'effet du champ magnétique.

Le but est ici de montrer que le taux de collisions ionisantes est en fait proportionnel à ce que nous allons appeler des fonctions de corrélation. Ceci a été exploré par Yu. Kagan, B. V. Svistunov et G.V. Shlyapnikov dans le cas des recombinaisons à trois corps [76]. Le taux de collisions est alors proportionnel à la fonction de corrélation à trois corps :

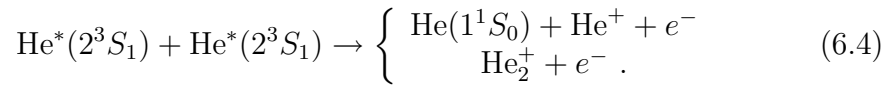
$$\Gamma_{3corps} = L' \times \sum_i \rho_i \langle i | \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi} \hat{\Psi} \hat{\Psi} | i \rangle = L' \times \langle \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi} \hat{\Psi} \hat{\Psi} \rangle \quad (6.2)$$

où les opérateurs $\widehat{\Psi}^\dagger$ et $\widehat{\Psi}$ sont les opérateurs champs qui créent et détruisent un atome d'He*, en $(\mathbf{r} = \mathbf{0}, t = 0)$. Nous allons ici reprendre ce calcul et montrer un résultat similaire dans le cas des collisions à deux corps : le taux de collisions peut s'écrire :

$$\Gamma_{2corps} = \beta' \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \quad (6.3)$$

6.1.2 Calcul

Les collisions Penning à deux corps peuvent s'écrire :



Pour plus de simplicité, considérons le deuxième processus (le calcul peut aussi être mené pour le premier processus). Pour chaque chemin de transition correspondant à un état excité de la molécule et un état excité de l'électron éjecté, on peut écrire l'Hamiltonien H' en seconde quantification (nous utiliserons le symbole $\widehat{}$ uniquement pour les opérateurs en seconde quantification) :

$$\widehat{H}' = \int d\mathbf{r} \widehat{\varphi}_m^\dagger(\mathbf{r}) \widehat{\varphi}_e^\dagger(\mathbf{r}) H' \widehat{\Psi}(\mathbf{r}) \widehat{\Psi}(\mathbf{r}) + h.c.$$

où $\widehat{\varphi}_e^\dagger(\mathbf{r})$ et $\widehat{\varphi}_m^\dagger(\mathbf{r})$ sont les opérateurs champs pour l'électron et pour l'ion He_2^+ respectivement, et $\widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ l'opérateur champ pour les atomes He*. Dans la limite d'énergie nulle, la constante de couplage peut être considérée comme constante ($H' \simeq \widetilde{P}$). L'Hamiltonien s'écrit alors :

$$\widehat{H}' = \widetilde{P} \int d\mathbf{r} \widehat{\varphi}_m^\dagger(\mathbf{r}) \widehat{\varphi}_e^\dagger(\mathbf{r}) \widehat{\Psi}(\mathbf{r}) \widehat{\Psi}(\mathbf{r}) + h.c. \quad (6.5)$$

h.c. représentant l'hermitique conjugué.

L'expression (6.1) peut être réécrite par un jeu d'écriture [76] :

$$\Gamma = \frac{1}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \sum_i \rho_i \langle i | H'(0) H'(t) | i \rangle \quad (6.6)$$

où :

$$H'(t) = e^{iH_0 t/\hbar} H' e^{-iH_0 t/\hbar}$$

H_0 est l'Hamiltonien du système quand H' est ignoré. Cette description correspond au point de vue d'interaction.

En traitant l'ion moléculaire et l'électron comme des particules libres d'énergie $(\hbar^2 k_1^2/4m) - E_0$ et $\hbar^2 k_2^2/2m_e$ respectivement (m est la masse de l'atome, E_0 est l'énergie de liaison de la molécule, et m_e la masse de l'électron), dans le cas homogène avec des conditions aux limites périodiques de période L_b , on peut écrire l'expression des opérateurs champ pour ces états :

$$\widehat{\varphi}_m^\dagger(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}_1} \frac{1}{L_b^{3/2}} e^{i(\frac{\hbar^2 k_1^2}{4m} - E_0)t/\hbar} e^{-i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} a_{m, \mathbf{k}_1}^\dagger \quad (6.7)$$

et

$$\widehat{\varphi}_e^\dagger(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}_2} \frac{1}{L_b^{3/2}} e^{i(\frac{\hbar^2 k_2^2}{2m_e})t/\hbar} e^{-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} a_{e, \mathbf{k}_2}^\dagger \quad (6.8)$$

L'état initial en seconde quantification est un état à quatre particules que l'on peut écrire :

$$|i\rangle = |\Phi_1, \Phi_2, 0, 0\rangle \quad (6.9)$$

car cet état ne contient ni ion moléculaire ni électron. On peut alors réécrire l'élément de matrice de la relation (6.6) comme :

$$\begin{aligned} \langle i | \widehat{H}'(0) \widehat{H}'(t) | i \rangle &= \frac{1}{L_b^6} |\widehat{P}|^2 \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\ &\times \langle i' | \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_2, 0) \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_2, 0) \widehat{\Psi}(\mathbf{r}_1, t) \widehat{\Psi}(\mathbf{r}_1, t) | i' \rangle \\ &\times e^{i(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} e^{i(\frac{\hbar^2 k_2^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_1^2}{4m} - E_0)t/\hbar} \end{aligned} \quad (6.10)$$

où l'état initial $|i'\rangle$ correspond maintenant à un état contracté à deux particules (les 2 atomes d'He*). Ce calcul fait intervenir à droite la partie de l'Hamiltonien détaillée dans l'expression 6.5 et à gauche son hermitique conjugué.

L'échelle typique de variation de la fonction de corrélation dans (6.10) est pour un condensat la longueur de relaxation ($\xi_0 \propto (na)^{-1/2}$) et pour un nuage thermique la longueur d'onde de de Broglie thermique (λ_{dB}) [80]. L'intégration sur les vecteurs d'ondes \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 dont l'échelle de variation est limitée par E_0 fait que la distance $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ est très petite devant ces grandeurs et on peut donc évaluer la fonction de corrélation en $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$. On trouve ainsi pour le taux de collision par unité de volume :

$$\Gamma_{2corps} \propto |\widehat{P}|^2 \sum_{\mathbf{k}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \Upsilon(t) e^{i(\frac{\hbar^2 k^2}{2M} - E_0)t/\hbar} \quad (6.11)$$

où $M = \frac{m m_e}{m + m_e/2}$ et avec :

$$\Upsilon(t) = \sum_i \rho_i \langle i | \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{0}, 0) \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{0}, 0) \widehat{\Psi}(\mathbf{0}, t) \widehat{\Psi}(\mathbf{0}, t) | i \rangle \quad (6.12)$$

L'intégrale dans (6.11) est dominée par les termes correspondant à des temps $t \sim (\hbar/E_0)$. Cette échelle de temps est faible comparée aux échelles de temps typiques de variation de la fonction de corrélation $((4\pi\hbar an/m)^{-1}$ pour un condensat et $\hbar/k_B T$ pour un nuage thermique). Ainsi, on trouve finalement :

$$\Gamma_{2corps} = \beta'' \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \quad (6.13)$$

où tous les opérateurs $\widehat{\Psi}^\dagger$ et $\widehat{\Psi}$ sont pris en $(\mathbf{0}, 0)$ et où la constante de couplage β'' et celle d'un processus individuel de perte. On a :

$$\beta'' \propto |\widehat{P}|^2 \sum_{\mathbf{k}} \delta\left(\frac{M\hbar k^2}{4m} - E_0\right) \quad (6.14)$$

Tout ce calcul a été fait pour un chemin de transition. Il reste ensuite à sommer les contributions de tous les chemins. L'expression de Υ reste inchangée pour chaque chemin, et on peut ainsi calculer la constante de collision totale $\beta' = \sum \beta''$.

6.1.3 Lien avec les constantes de collisions

Nous avons défini au chapitre 1 les constantes de collisions β et L par l'effet des collisions sur la perte en densité d'un nuage thermique :

$$\frac{dn_{th}}{dt} = -\beta n_{th}^2 - L n_{th}^3 \quad (6.15)$$

Compte tenu du fait que 2 ou 3 atomes sont perdus alors qu'un seul ion est créé dans des collisions de ce type, on peut écrire pour les taux d'ionisation par unité de volume :

$$\Gamma_{2corps}^{th} = \frac{1}{2} \times \beta n_{th}^2 \quad (6.16)$$

$$\Gamma_{3corps}^{th} = \frac{1}{3} \times L n_{th}^3 \quad (6.17)$$

Pour faire le lien entre β' et β , il suffit de calculer ce taux avec l'expression (6.13) dans le cas d'un nuage thermique pur. Pour simplifier l'expression (6.13) on peut utiliser le théorème de Wick. Ce théorème, valable uniquement pour des opérateurs correspondant à la partie thermique s'écrit [80] :

$$\langle \widehat{a}^\dagger \widehat{b}^\dagger \widehat{c} \widehat{d} \rangle = \langle \widehat{a}^\dagger \widehat{c} \rangle \langle \widehat{b}^\dagger \widehat{d} \rangle + \langle \widehat{a}^\dagger \widehat{d} \rangle \langle \widehat{b}^\dagger \widehat{c} \rangle \quad (6.18)$$

Remarque : pour l'opérateur champ d'un atome du condensat on a bien sûr :

$$\langle N | \widehat{a}_0^\dagger \widehat{a}_0^\dagger \widehat{a}_0 \widehat{a}_0 | N \rangle = \sqrt{N} \sqrt{N-1} \langle N | \widehat{a}_0^\dagger \widehat{a}_0^\dagger | N-2 \rangle = N(N-1) \simeq N^2 \quad (6.19)$$

et donc :

$$\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle = |\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle|^2 \quad (6.20)$$

En utilisant le théorème de Wick, on trouve donc pour l'expression du taux de collisions :

$$\begin{aligned} \Gamma_{2corps}^{th} &= \beta' \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \\ &= \beta' \times 2 \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \rangle^2 \end{aligned} \quad (6.21)$$

Il reste alors à exprimer le dernier terme. Pour cela, il faut encore prendre en compte le fait que comme les atomes d'He* qui entrent en collisions sont identiques, le nombre de paires distinctes d'atomes d'He* présents dans l'échantillon est $N^2/2$. Ce facteur $1/2$ est un facteur de dénombrement, dû au fait que les particules sont identiques. Il est purement classique dans le sens où il ne vient pas du problème de symétrisation de la fonction d'onde. Il intervient pour les atomes d'un condensat comme pour les atomes du nuage thermique. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \Gamma_{2corps}^{th} &= \beta' \times 2 \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \rangle^2 \\ &= \beta' \times 2 \times \frac{n_{th}^2}{2} \end{aligned} \quad (6.22)$$

Ainsi, on voit que $\beta = 2 \times \beta'$.

Le même calcul peut être fait pour les collisions à trois corps :

$$\begin{aligned} \Gamma_{3corps}^{th} &= L' \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \\ &= L' \times 6 \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \rangle^3 \\ &= L' \times 6 \times \frac{n_{th}^3}{6} \end{aligned} \quad (6.23)$$

On trouve alors : $L = L' \times 3$.

6.1.4 Calcul, dans l'approximation de champ moyen, du taux de collisions produit par un condensat en présence d'une partie thermique

Dans une première approche, on peut commencer par calculer le taux de collisions lorsque coexistent une partie condensée et une partie thermique en restant dans l'approximation de champ moyen. Cela va nous permettre de mettre en évidence l'importance des collisions croisées. Les résultats de ces calculs ont été utilisés dans le dernier paragraphe du chapitre 4. Nous allons établir ici les expressions dans le cas homogène, mais les expressions restent valables localement, et il suffit de les intégrer sur le profil de densité spatiale pour obtenir le taux de collisions total.

On pose $\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_0 + \widehat{\Psi}_{th}$. L'opérateur $\widehat{\Psi}_{th}^\dagger$ est l'opérateur champ pour les atomes de la partie thermique et vérifie le théorème de Wick. L'opérateur $\widehat{\Psi}_0^\dagger$

est l'opérateur champ pour les atomes du condensat.

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{2corps} &= \frac{1}{2}\beta \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \\
 &= \frac{1}{2}\beta \times \left(\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle + 4 \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \widehat{\Psi}_{th} \rangle + \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \widehat{\Psi}_{th} \rangle + \dots \right) \\
 &= \frac{1}{2}\beta \times \left(\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle^2 + 4 \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle + 2 \times \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle^2 + 0 \right) \\
 &= \frac{1}{2}\beta \times \frac{1}{2} \times (n_0^2 + 4 n_0 n_{th} + 2 n_{th}^2)
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

Les 10 termes que nous n'avons pas écrits à la deuxième ligne font intervenir 8 moyennes du type $\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle$ qui sont nulles et 2 moyennes du type $\langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle$ qui sont également nulles pour un gaz thermique "classique". Nous allons voir par la suite que dans l'approximation de Bogoliubov ceci n'est plus vrai. C'est ce que nous appellerons la moyenne anormale.

Dans l'expression (6.24), si l'on prend $n_{th} = 0$ ou $n_0 = 0$, on retrouve les expressions du taux de collisions ionisantes utilisées dans les chapitres précédents pour un condensat pur et pour un nuage thermique pur respectivement. On retrouve donc aussi le rapport $2! = 2$ entre le taux d'ionisation créé par un condensat pur et par un nuage thermique. Le théorème de Wick permet en seconde quantification de calculer l'effet de la symétrisation de la fonction d'onde. On constate également que les collisions croisées entre 1 atome du condensat et un atome du nuage thermique peuvent avoir une contribution importante.

Un calcul similaire peut être mené pour les collisions à trois corps :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{3corps} &= L/3 \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \\
 &= L/3 \times \left(\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle + 9 \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_{th} \rangle \right. \\
 &\quad \left. + 9 \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_{th} \widehat{\Psi}_{th} \rangle + \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \widehat{\Psi}_{th} \widehat{\Psi}_{th} \rangle + \dots \right) \\
 &= L/3 \times \left(\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle^3 + 9 \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \rangle \times \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle \right. \\
 &\quad \left. + 9 \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle \times \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \widehat{\Psi}_{th} \rangle + 6 \times \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle^3 + 0 \right) \\
 &= L/3 \times \left(\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle^3 + 9 \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle^2 \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle \right. \\
 &\quad \left. + 9 \times 2 \times \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle^2 + 6 \times \langle \widehat{\Psi}_{th}^\dagger \widehat{\Psi}_{th} \rangle^3 \right) \\
 &= L/3 \times \frac{1}{6} \times (n_0^3 + 9 n_0^2 n_{th} + 18 n_0 n_{th}^2 + 6 n_{th}^3)
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

Ici aussi les moyennes anormales ont été considérées comme nulles. On retrouve les expressions du taux de collisions utilisées dans les chapitres précédents et le rapport $3! = 6$ entre le taux d'ionisation créé par un condensat pur et par un nuage thermique.

Pour aller plus loin, il faut tout d'abord déterminer l'état du système dans une approche au-delà du champ moyen, puis calculer les fonctions de corrélations pour ce nouvel état et au même ordre d'approximation.

6.2 Approximation de Bogoliubov

L'objet de ce chapitre est de rappeler quelques éléments de la théorie de Bogoliubov [127] qui permet de décrire l'état du système de N bosons, dans une analyse au-delà du champ moyen. Cette approche est bien connue est pourra être retrouvée dans la référence [128] par exemple. Cette analyse va nous permettre de déterminer l'état fondamental de ce système (où les atomes n'ont pas tous la même fonction d'onde). Les calculs sont menés dans le cas homogène avec des conditions aux limites périodiques de période L_b . Ils seront généralisés au cas des atomes piégés dans un potentiel harmonique au paragraphe 6.4.

Les résultats de ces calculs sont importants, car on doit connaître l'état du système pour calculer les fonctions de corrélations qui interviennent dans l'expression du taux d'ionisation. Mais les calculs sont importants aussi par eux-mêmes car ils sont très similaires à ceux que nous allons réaliser pour calculer les fonctions de corrélation. C'est pourquoi ils seront détaillés.

6.2.1 Hamiltonien du système en seconde quantification

Comme nous supposons ici $V_{ext} = 0$ (calcul dans une boîte), l'Hamiltonien s'écrit :

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{P}_i^2}{2m} + 1/2 \sum_i \sum_{j \neq i} V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (6.26)$$

avec V le potentiel d'interaction correspondant aux collisions élastiques entre les atomes. En l'absence d'interactions, les états propres sont les états $|\mathbf{k}\rangle$ décrits par les fonctions d'ondes normalisées :

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{k} \rangle = \frac{1}{L_b^{3/2}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

où les composantes $k_{x,y,z}$ de \mathbf{k} sont de la forme :

$$k_{x,y,z} = \frac{2\pi}{L_b} n_{x,y,z}$$

$n_{x,y,z}$ étant un entier. On peut utiliser cette base pour écrire l'Hamiltonien du système en seconde quantification :

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2L_b^3} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}} \tilde{V}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}_1}^\dagger a_{\mathbf{k}_2}^\dagger a_{\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}} a_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}} \quad (6.27)$$

avec $a_{\mathbf{k}}^\dagger$ et $a_{\mathbf{k}}$ les opérateurs création et annihilation de particule dans l'état \mathbf{k} vérifiant la relation de commutation : $[a_{\mathbf{k}_1}, a_{\mathbf{k}_2}^\dagger] = \delta_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}$. $\tilde{V}(\mathbf{k})$ est la transformée de Fourier spatiale de $V(\mathbf{s}_{i,j} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$.

En effet, le passage en seconde quantification fait apparaître une intégration spatiale sur $\mathbf{R} = \mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j$ et sur $\mathbf{s} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$. La première intégration fait apparaître une fonction $\delta_{\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}$ traduisant la conservation de l'impulsion et la deuxième fait apparaître la transformée de Fourier de $V(\mathbf{s})$.

Dans le cas où l'on prend la fonction de Dirac habituelle pour potentiel ($V(s) = g\delta$) alors $\tilde{V}(\mathbf{k}) = \tilde{V}(\mathbf{0}) = g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$. Il faut toutefois noter que l'utilisation de ce potentiel peut entraîner des problèmes de convergence et qu'il sera parfois utile de considérer un pseudo-potentiel central du type $V(s) = g\frac{\partial}{\partial s}s$ [128].

6.2.2 Hamiltonien dans l'approximation de Bogoliubov

En l'absence d'interactions, l'état fondamental d'un gaz parfait de bosons correspondrait à une situation où tous les atomes seraient dans l'état $\mathbf{k} = \mathbf{0}$: $n_0 = N_0$, $n_k = 0$ si $\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$. En présence d'interactions, l'état fondamental change et les n_k sont non-nuls. On appelle déplétion quantique la partie des atomes qui n'est pas dans l'état $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ à température nulle. Néanmoins, si le gaz est suffisamment dilué, n_0 reste macroscopique et très grand devant les autres n_k avec $\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$. La méthode de Bogoliubov consiste à se restreindre à un sous-espace d'états caractérisés par n_0 de l'ordre de N , tous les autres n_k étant de l'ordre de l'unité, puis à simplifier l'expression de l'Hamiltonien H en ne gardant que les termes d'ordre 1 en $\epsilon = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} n_k / N$. On obtient alors un

Hamiltonien effectif H_{eff} suffisamment simple pour pouvoir être diagonalisé exactement.

6.2.2.1 Détermination de H_{eff}

L'action de a_0 sur des états de ce sous-espace fait intervenir des éléments de matrice de l'ordre de \sqrt{N} alors que l'action des autres $a_{\mathbf{k}}$ fait intervenir des termes de l'ordre de l'unité. Il est donc légitime de ne considérer dans le terme d'interaction de l'Hamiltonien que les termes contenant 4 ou 2 a_0 (les termes contenant 3 a_0 sont nuls car ils ne conservent pas l'impulsion). De plus, le fait de rajouter ou d'enlever une particule dans l'état $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ ne modifie presque pas la fonction d'onde et on pourra ainsi remplacer les a_0 par le nombre \sqrt{N} (cette approximation, détaillée dans la référence [128], pourrait paraître abusive. Il est possible de faire une analyse plus rigoureuse qui aboutit aux mêmes résultats [129]).

Cependant, dans le terme contenant 4 a_0 ($\frac{\tilde{V}(\mathbf{0})}{2L_b^3} a_0^\dagger a_0^\dagger a_0 a_0$) faire une telle approximation revient à négliger des termes du même ordre de grandeur que les termes contenant 2 a_0 . Il faut donc le calculer de façon plus précise :

$$\begin{aligned} a_0^\dagger a_0^\dagger a_0 a_0 &= a_0^\dagger (a_0 a_0^\dagger - 1) a_0 = (a_0^\dagger a_0)^2 - (a_0^\dagger a_0) \\ \text{Or, } (a_0^\dagger a_0) &= \widehat{N}_0 = N - \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \\ \text{d'où : } a_0^\dagger a_0^\dagger a_0 a_0 &\simeq N(N-1) - 2N \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (6.28)$$

On obtient finalement, avec $\rho = N/L_b^3$ la densité totale et en supposant que le nombre d'atomes total $N \gg 1$:

$$\frac{\tilde{V}(\mathbf{0})}{2L_b^3} a_0^\dagger a_0^\dagger a_0 a_0 \simeq \frac{1}{2} \tilde{V}(\mathbf{0}) \rho N - \tilde{V}(\mathbf{0}) \rho \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \quad (6.29)$$

Quant aux termes contenant 2 a_0 ils s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\mathbf{k}) \frac{1}{2L_b^3} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger a_0 a_0 &= a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger \frac{\rho}{2} \tilde{V}(\mathbf{k}) \\ \tilde{V}(\mathbf{k}) \frac{1}{2L_b^3} a_0^\dagger a_0^\dagger a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} &= a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} \frac{\rho}{2} \tilde{V}(\mathbf{k}) \\ \tilde{V}(\mathbf{k}) \frac{1}{2L_b^3} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_0^\dagger a_{\mathbf{k}} a_0 &= a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \frac{\rho}{2} \tilde{V}(\mathbf{k}) \\ \tilde{V}(\mathbf{k}) \frac{1}{2L_b^3} a_0^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger a_0 a_{-\mathbf{k}} &= a_{-\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}} \frac{\rho}{2} \tilde{V}(\mathbf{k}) \\ \tilde{V}(\mathbf{0}) \frac{1}{2L_b^3} a_0^\dagger a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} a_0 &= a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \frac{\rho}{2} \tilde{V}(\mathbf{0}) \\ \tilde{V}(\mathbf{0}) \frac{1}{2L_b^3} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_0^\dagger a_0 a_{\mathbf{k}} &= a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \frac{\rho}{2} \tilde{V}(\mathbf{0}) \end{aligned} \quad (6.30)$$

Les 2 derniers termes s'annulent avec le dernier terme de (6.29), et on obtient pour l'Hamiltonien effectif :

$$H_{eff} = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} N \rho \tilde{V}(\mathbf{0}) + \frac{1}{2} \rho \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \tilde{V}(\mathbf{k}) (a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger + a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}}) \quad (6.31)$$

6.2.2.2 Diagonalisation

L'expression de H_{eff} étant quadratique, il est possible de la diagonaliser. On pose :

$$\begin{cases} b_{\mathbf{k}} &= u_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}}^\dagger \\ b_{-\mathbf{k}}^\dagger &= u_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}}^\dagger + v_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} \end{cases} \quad \begin{cases} a_{\mathbf{k}} &= u_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} - v_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^\dagger \\ a_{-\mathbf{k}}^\dagger &= u_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^\dagger - v_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} \end{cases} \quad (6.32)$$

avec $u_{\mathbf{k}}^2 - v_{\mathbf{k}}^2 = 1$ de manière à respecter la relation de commutation bosonique :

$$[b_{\mathbf{k}_1}, b_{\mathbf{k}_2}^\dagger] = \delta_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} \quad (6.33)$$

On montre alors qu'il existe des valeurs de u_k et v_k telles que l'Hamiltonien soit diagonal :

$$H_{eff} = E_0 + \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \varepsilon_k b_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} \quad (6.34)$$

On trouve alors :

$$\varepsilon_k = \sqrt{E_k^2 + 2\mu E_k} \quad (6.35)$$

avec $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ et $\mu = g\rho = \frac{4\pi a \hbar^2}{m} \rho = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\xi_0^2}$. On a posé : $\xi_0 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mu}}$, la longueur de relaxation ("healing length" en anglais).

Les valeurs de u_k et v_k réalisant cette diagonalisation (avec $x = k \times \xi_0$) sont :

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2+1}{x\sqrt{x^2+2}} + 1 \right) \quad v_k^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2+1}{x\sqrt{x^2+2}} - 1 \right) \quad u_k v_k = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x\sqrt{x^2+2}} \right) \quad (6.36)$$

6.2.2.3 Discussion physique

H_{eff} apparaît ainsi comme une somme d'oscillateurs harmoniques, décrivant les excitations élémentaires du système ou quasi-particules. Les $b_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ et $b_{\mathbf{k}}$ sont les opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules d'énergie ε_k repérée par rapport à l'énergie du niveau fondamental et d'impulsion $\hbar \mathbf{k}$. La fonction $\varepsilon_k(k)$ est la relation de dispersion de ces excitations élémentaires.

- Dans le cas $k \gg 1/\xi_0$, $u_k = 1$ et $v_k = 0$ donc $b_{\mathbf{k}} = a_{\mathbf{k}}$. La relation de dispersion devient $\varepsilon_k = E_k$, et les quasi-particules sont assimilables à des particules de masse m et d'impulsion $\hbar \mathbf{k}$.
- Dans le cas $k \ll 1/\xi_0$, $u_k = v_k$: les quasi-particules sont des superpositions linéaires à poids égaux d'un "trou" $-\mathbf{k}$ et d'une particule \mathbf{k} . La relation de dispersion devient linéaire : $\varepsilon_k = \hbar c k$ avec $c = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\hbar}{m \xi_0}$. Les excitations élémentaires sont donc des phonons, dont la vitesse de propagation est c .

6.2.3 Energie de l'état fondamental

L'expression de l'énergie du fondamental E_0 apparaît lorsqu'on diagonalise H_{eff} . On trouve :

$$E_0 = \frac{1}{2} N \rho \tilde{V}(\mathbf{0}) + \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} v_k^2 + \rho \tilde{V}(\mathbf{k}) (v_k^2 - u_k v_k) \right) \quad (6.37)$$

En utilisant une fonction delta pour $V(s)$, et donc en remplaçant $\tilde{V}(\mathbf{k})$ par $\tilde{V}(\mathbf{0})$, on trouve :

$$E_0 = E'_0 \times \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} (x\sqrt{x^2+2} - 1 - x^2) \right) \quad (6.38)$$

Avec $E'_0 = \frac{2\pi\hbar^2 a \rho}{m} N$, l'énergie du niveau fondamental calculé dans l'approximation de champ moyen, et $x = k \times \xi_0$.

La somme sur \mathbf{k} diverge car quand $k \gg 1$, l'intégrand tend vers $-\frac{1}{2x^2}$ (la divergence intervient car c'est une somme sur les *vecteurs* \mathbf{k} ; en passant d'une somme discrète à une intégrale on rajoute un terme $4\pi k^2 dk$ et la somme diverge donc comme $-dk$).

Cette divergence apparaît car on a utilisé pour le potentiel une fonction de Dirac. En effet, l'utilisation de cette fonction implique un $\tilde{V}(\mathbf{k})$ constant, ce qui correspond à une section efficace de collision constante. Or, cette section efficace doit diminuer en $1/x^2$ (limite unitaire). Un calcul utilisant le pseudo-potential montrerait que cette divergence est artificielle et qu'il faut rajouter un terme en $\frac{1}{2x^2}$ pour éliminer la divergence. C'est ce qui est appelé la renormalisation. Ainsi, l'énergie du fondamental est :

$$E_0 = E'_0 \times \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} (x\sqrt{x^2+2} - 1 - x^2 + \frac{1}{2x^2})\right) \quad (6.39)$$

En passant de la somme discrète à l'intégrale on trouve pour la correction :

$$\begin{aligned} E_0 - E'_0 &= 8\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \times \int_0^\infty dx x^2 (x\sqrt{x^2+2} - 1 - x^2 + \frac{1}{2x^2}) \\ &= 8\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \times \lim_{x_m \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5} x_m^5 \left(1 + \frac{2}{x_m^2}\right)^{5/2} - \frac{2^{5/2}}{5} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} x_m^3 \left(1 + \frac{2}{x_m^2}\right)^{3/2} + 2 \frac{2^{3/2}}{3} - \frac{x_m^3}{3} - \frac{x_m^5}{5} - \frac{x_m}{2} \right) \end{aligned} \quad (6.40)$$

En développant en puissance de $1/x^2$ on s'aperçoit que la limite converge vers :

$$E_0 - E'_0 = \frac{128}{15\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \quad (6.41)$$

On peut également calculer le nouveau potentiel chimique :

$$\mu = \frac{\partial}{\partial N}(E_0) = \mu' \left(1 + \frac{32}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3}\right) \quad (6.42)$$

avec μ' le potentiel chimique calculé dans l'approximation de champ moyen.

6.2.4 Nombre de particules hors de l'état $k = 0$

L'état fondamental du système ($T = 0$) est le vide des opérateurs $b_{\mathbf{k}}$ satisfaisant :

$$b_{\mathbf{k}}|\phi_0\rangle = 0 \quad \forall \mathbf{k} \neq 0 \quad \text{et sa relation conjuguée : } \langle \phi_0|b_{\mathbf{k}}^\dagger = 0 \quad \forall \mathbf{k} \neq 0 \quad (6.43)$$

$|\phi_0\rangle$ est donc une fonction d'onde ne contenant aucune pseudo-particule :

$$|\phi_0\rangle = |N, 0, 0, \dots\rangle$$

6.2.4.1 Déplétion quantique

Par contre cet état ne correspond pas à une situation où tous les bosons sont dans l'état $\mathbf{k} = \mathbf{0}$. On peut calculer le nombre moyen de particules hors de cet état :

$$N - N_0 = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \langle \phi | a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} | \phi \rangle \quad (6.44)$$

A température nulle, $|\phi\rangle = |\phi_0\rangle$ et cette grandeur représente la déplétion quantique.

En réexprimant les $a_{\mathbf{k}}$ en fonction des $b_{\mathbf{k}}$, on trouve :

$$\begin{aligned} N - N_0 = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} & v_k^2 \langle \phi_0 | b_{-\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^\dagger | \phi_0 \rangle \\ & + u_k^2 \langle \phi_0 | b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} | \phi_0 \rangle \\ & - u_k v_k \langle \phi_0 | b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{-\mathbf{k}}^\dagger | \phi_0 \rangle \\ & - u_k v_k \langle \phi_0 | b_{-\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} | \phi_0 \rangle \end{aligned} \quad (6.45)$$

Les 3 derniers termes sont nuls à cause des relations (6.43), l'action de $b_{\mathbf{k}}^\dagger$ sur $|\phi_0\rangle$ s'écrit :

$$b_{\mathbf{k}}^\dagger |\phi_0\rangle = \sqrt{1} |N, 0, 0, \dots, 0, \underbrace{1}_k, 0, \dots\rangle \quad (6.46)$$

Ce nouveau vecteur est orthogonal à $|\phi_0\rangle$. L'action de $b_{\mathbf{k}}^\dagger$ sur ce nouveau vecteur donne :

$$b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger |\phi_0\rangle = \sqrt{1} \sqrt{1} |N, 0, 0, \dots, 0, \underbrace{1-1}_k, 0, \dots\rangle = |\phi_0\rangle \quad (6.47)$$

Ainsi :

$$N - N_0 = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} v_k^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{L_b^3}{\xi_0^3} \times J \quad (6.48)$$

avec :

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_0^\infty dx x \left(\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+2}} - x \right) \\ &= \frac{1}{2} \lim_{x_m \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{3} x_m^3 \left(1 + \frac{2}{x_m^2} \right)^{3/2} - \frac{2^{2/3}}{3} - x_m \left(1 + \frac{2}{x_m^2} \right)^{1/2} + 2^{1/2} - \frac{x_m^3}{3} \right] \\ &= \frac{\sqrt{2}}{6} \end{aligned} \quad (6.49)$$

D'où l'expression de la déplétion quantique :

$$\frac{N - N_0}{N} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \quad (6.50)$$

Notons que dans ce calcul, il n'apparaît pas de problèmes de divergence pour $x \gg 1$, bien que le potentiel d'interaction utilisé soit un Dirac. Cela vient du fait que le potentiel intervient au premier ordre et non au deuxième ordre comme dans le calcul de l'énergie du fondamental.

6.2.4.2 Déplétion thermique

Si on se place à température non nulle ($k_B T = \beta^{-1} \neq 0$), le nombre moyen de quasi-particules d'énergie ε_k est :

$$n_k(\theta = \frac{\mu}{k_B T}) = \langle \phi | b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} | \phi \rangle = \frac{1}{e^{\beta \varepsilon_k} - 1} \quad (6.51)$$

Notons que le potentiel chimique n'intervient pas car les quasi-particules ont une énergie définie par rapport à ce potentiel chimique. Dans l'expression de (6.45) les 2 premiers termes sont alors non nuls. En utilisant la relation de commutation de $b_{\mathbf{k}}^\dagger$ et $b_{\mathbf{k}}$, on trouve :

$$N - N_0 = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} n_k (u_k^2 + v_k^2) + v_k^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{L_b^3}{\xi_0^3} \times (J + J'(\theta)) \quad (6.52)$$

On retrouve le terme correspondant à la déplétion quantique qui existe même à température non nulle, mais un autre terme apparaît correspondant à la déplétion thermique :

$$\left(\frac{N - N_0}{N}\right)_{th} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \times J'(\theta) \quad (6.53)$$

Avec :

$$J'(\theta) = \int_0^\infty dx x \left(\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 2}}\right) \times \frac{1}{e^{\beta \varepsilon_k} - 1} = \int_0^\infty dx x \left(\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 2}}\right) \times \frac{1}{e^{\theta x \sqrt{x^2 + 2}} - 1} \quad (6.54)$$

J' est une fonction décroissante de $\theta = \beta\mu$. A faible température ($\theta \gg 1$), on obtient l'expression approchée suivante :

$$\frac{N - N_0}{N}(T) = \frac{N - N_0}{N}(0) \left[1 + \left(\frac{\pi k_B T}{2\rho g}\right)^2\right] = \frac{N - N_0}{N}(0) \left[1 + \left(\frac{mk_B T}{8\rho \hbar^2 a}\right)^2\right] \quad (6.55)$$

A haute température ($\theta \ll 1$), on obtient :

$$\frac{N - N_0}{N}(T) = \frac{\zeta(3/2)}{\rho \lambda_{dB}^3} \quad (6.56)$$

où λ_{dB} est la longueur d'onde de de Broglie et ζ représente la fonction de Riemann Zeta. Cette expression n'est valable que pour de faibles fractions thermiques, ce qui n'est pas incompatible avec la condition de haute température ($k_B T \gg \mu$). En effet, les relations à vérifier sont alors :

$$\rho \lambda_{dB}^3 \gg 1, \quad \rho a^3 \ll 1 \quad \text{et} \quad \frac{N_0}{L_b^3} \lambda_{dB}^3 \ll \frac{\lambda_{dB}}{a} \quad (6.57)$$

La première relation exprime le fait que la fraction thermique reste faible. La seconde expression doit toujours être vérifiée pour que l'approche de Bogoliubov soit valable et la dernière expression traduit le régime haute température. Ces conditions peuvent être satisfaites dans les conditions expérimentales si :

$$\lambda_{dB}^3 \gg \rho^{-1} \gg a^3, \quad \rho_{bec} \gg \rho_{th} \quad \text{et} \quad \rho_{bec} \ll \rho_{th} \frac{\lambda_{dB}}{a} \quad (6.58)$$

avec $\rho_{bec} = \frac{N_0}{L_b^3}$ et $\rho_{th} = \frac{N-N_0}{L_b^3}$

Il est par contre assez surprenant de retrouver par cette analyse l'expression valable pour un gaz thermique au seuil de condensation (voir annexe B) :

$$1 = \frac{\zeta(3/2)}{\rho_{th} \lambda_{dB}^3} \quad (6.59)$$

alors que la théorie utilisée n'est plus valable dans ce cas.

6.3 Calcul du taux d'ionisation dans l'approximation de Bogoliubov

6.3.1 Principe et calculs utiles pour la suite

Nous avons vu au premier paragraphe que les taux de collisions par unité de volume pouvaient s'écrire :

$$\Gamma_{2corps} = \frac{1}{2} \beta \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \quad (6.60)$$

$$\Gamma_{3corps} = \frac{1}{3} L \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \quad (6.61)$$

avec β et L les constantes de collisions définies au chapitre 1. Toutefois, nous avons vu qu'il fallait prendre en compte un facteur de dénombrement classique dû au fait que les particules incidentes sont identiques. Nous pouvons déjà le rajouter ici :

$$\Gamma_{2corps} = \frac{1}{2} \frac{\beta}{2} \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \quad (6.62)$$

$$\Gamma_{3corps} = \frac{1}{3} \frac{L}{6} \times \langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle \quad (6.63)$$

Nous allons décomposer l'opérateur champ en deux parties : $\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_0 + \widehat{\Psi}_t$, avec $\widehat{\Psi}_0$ l'opérateur champ associé à l'état $\mathbf{k} = 0$ et $\widehat{\Psi}_t$ l'opérateur champ associé aux états $\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$ (c'est à dire correspondant à des atomes de la déplétion quantique ou thermique). On peut écrire :

$$\widehat{\Psi}_0 = \frac{1}{L_b^{3/2}} a_0 \quad \text{et} \quad \widehat{\Psi}_t = \frac{1}{L_b^{3/2}} \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} a_{\mathbf{k}} \quad (6.64)$$

car les opérateurs sont pris en $(\mathbf{0}, 0)$. Comme dans l'approximation de Bogoliubov, l'état où tous les atomes sont dans $\mathbf{k} = 0$ n'est plus l'état fondamental du système, on a, même à température nulle :

$$n' = \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle \neq 0 \quad (6.65)$$

Pour calculer les fonctions de corrélation, nous allons effectuer les mêmes approximations que pour le calcul de l'Hamiltonien effectif. Ces calculs sont détaillés pour les collisions à trois corps puis pour les collisions à deux corps

dans les deux prochains paragraphes. Ces calculs vont faire apparaître deux types de termes : la densité d'atomes hors de l'état $\mathbf{k} = \mathbf{0}$: $n' = \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle$ et la moyenne anormale $\alpha = \alpha^* = \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \rangle = \langle \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle$. Nous allons donner ici leurs expressions.

– Terme n' :

Le terme n' a été calculé dans le cas à $T = 0$ pour le calcul de la déplétion quantique (voir formules (6.44) à (6.48)) et dans le cas $T \neq 0$ dans le calcul de la déplétion thermique (voir formules (6.51) et (6.52)). Le cas $T = 0$ correspond à $n_k = 0$. On a :

$$n' = 1/L_b^3 \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} (v_k^2 + n_k(u_k^2 + v_k^2)) = \rho \frac{8}{3\sqrt{\pi}} (\sqrt{\rho a^3}) + n'_{th} \quad (6.66)$$

L'expression de n'_{th} a été calculée Equ.(6.53).

$$n'_{th} = 8 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} \times J' \quad (6.67)$$

Avec :

$$J' = \int_0^\infty dx x \left(\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 2}} \right) \times \frac{1}{e^{\beta \mu x \sqrt{x^2 + 2}} - 1} \quad (6.68)$$

– Terme α :

Pour le calcul de α , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \langle \phi | a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger | \phi \rangle &= v_k^2 \langle \phi | b_{-\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} | \phi \rangle \\ &+ u_k^2 \langle \phi | b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{-\mathbf{k}}^\dagger | \phi \rangle \\ &- u_k v_k \langle \phi | b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} | \phi \rangle \\ &- u_k v_k \langle \phi | b_{-\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^\dagger | \phi \rangle \end{aligned} \quad (6.69)$$

Dans le cas $T = 0$, $|\phi\rangle = |\phi_0\rangle$, et seul le dernier terme est non nul à cause des relations (6.43).

$$\alpha = \alpha_0 = -1/L_b^3 \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} u_k v_k \quad (6.70)$$

Dans le cas $T \neq 0$, on retrouve comme pour la déplétion thermique les 2 derniers termes non nuls.

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_{th} = -1/L_b^3 \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} (u_k v_k + 2n_k u_k v_k) \quad (6.71)$$

De même que pour le calcul de l'énergie de l'état fondamental, l'intégrale donnant α_0 diverge comme $-1/x^2$ lorsqu'on utilise un potentiel

de Dirac pour l'interaction. Un calcul avec le pseudo-potentiel montrerait que cette divergence est artificielle et qu'utiliser le pseudo-potentiel revient à rajouter un terme $1/x^2$ dans l'intégrale. On trouve ainsi :

$$\alpha = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} + \alpha_{th} \quad (6.72)$$

Avec :

$$\alpha_{th} = -\frac{1}{2\pi^3} \frac{1}{\xi_0^3} 4\pi \int_0^\infty dx x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \right) \times \frac{1}{e^{\beta\mu x\sqrt{x^2+2}} - 1} \quad (6.73)$$

Soit :

$$\alpha_{th} = -8 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} \times \int_0^\infty dx x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \right) \times \frac{1}{e^{\beta\mu x\sqrt{x^2+2}} - 1} \quad (6.74)$$

– On va également donner l'expression de $(n' + \alpha)$, quantité qui sera utile par la suite :

$$n' + \alpha = \frac{32}{3\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} + 8 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} \times E(\theta = \frac{\mu}{k_B T}) \quad (6.75)$$

Avec

$$E(\theta) = \int_0^\infty dx x^2 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+2}} \right) \times \frac{1}{e^{\theta x\sqrt{x^2+2}} - 1} \quad (6.76)$$

Dans le cas des hautes température ($k_B T \gg \mu$), le terme : $\frac{1}{e^{\theta x\sqrt{x^2+2}} - 1}$ devient non nul que pour des grandes valeurs de x . Or pour $x \gg 1$ on constate que le terme sous l'intégrale dans J' tend vers le terme sous l'intégrale dans L . Ainsi on retrouve le fait que dans le gaz thermique "classique" on ne considère que n' ($n' \gg \alpha$).

6.3.2 Collisions à trois corps

6.3.2.1 Calcul des différents termes

De même que pour le calcul de l'Hamiltonien effectif (voir les formules (6.28),(6.29),(6.30)), on va se placer dans une situation proche du condensat pur et ne garder que les termes dominants contenant $6 \widehat{\Psi}_0$ et $4 \widehat{\Psi}_0$ (les termes contenant un nombre impair de $\widehat{\Psi}_0$ sont nuls). Ainsi, si l'on compare au calcul dans l'approximation de champ moyen, on constate que l'on ne va calculer que les 2 premiers termes, correspondant aux collisions entre 3 atomes du condensat ou entre 2 atomes du condensat et 1 atome du nuage thermique. Les autres termes ne peuvent pas être calculés à cet ordre d'approximation.

– Terme avec 6 $\widehat{\Psi}_0$:

$$\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle \simeq \rho^3 - 3\rho^2 \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle \simeq \rho^3 - 3\rho^2 n' \quad (6.77)$$

Ce calcul se fait en exprimant les opérateurs champ en fonction des $a_{\mathbf{k}}$ et en utilisant le commutateur $[a_{\mathbf{k}}^\dagger, a_{\mathbf{k}}]$ comme dans le calcul (6.44).

– Termes avec 4 $\widehat{\Psi}_0$:

Il y a 9 termes du type :

$$\langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho^2 \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho^2 n' \quad (6.78)$$

(Car il y a 3 positions où placer $\widehat{\Psi}_t^\dagger$ et 3 positions où placer $\widehat{\Psi}_t$).

Il y a 3 termes du type :

$$\langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle = \rho^2 \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \rangle = \rho^2 \alpha \quad (6.79)$$

(Car il y a 3 positions pour $\widehat{\Psi}_0^\dagger$).

Et il y a 3 termes du type :

$$\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho^2 \langle \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho^2 \alpha \quad (6.80)$$

(Car il y a 3 positions pour $\widehat{\Psi}_0$).

Ces 6 derniers termes sont a priori non-nuls. En effet, en exprimant les opérateurs champ en fonctions des $a_{\mathbf{k}}$, on constate qu'il existe des termes qui satisfont à la conservation de l'impulsion :

$$\alpha = \langle \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle = 1/L_b^3 \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \langle \varphi | a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} | \varphi \rangle = 1/L_b^3 \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \langle \varphi | a_{-\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}}^\dagger | \varphi \rangle \neq 0$$

Toutefois, nous avons vu que ces termes deviennent négligeables à haute température ($k_B T \gg \mu$) devant n' et que l'on retrouve ainsi le cas du nuage thermique classique.

Trois termes de (6.78) compensent le dernier terme de (6.77) et on obtient :

$$\Gamma_{3c} = \Gamma_{3c}^0 \times (1 + \epsilon_3) \quad \text{avec : } \epsilon_3 = \frac{6}{\rho} (n' + \alpha) \quad (6.81)$$

où Γ_{3c}^0 est le taux de collisions obtenu à l'ordre 0 de perturbation, c'est à dire en considérant tous les atomes (N) dans le condensat solution de l'équation de Gross-Pitaevskii :

$$\Gamma_{3c}^0 = \frac{1}{3} \frac{L}{6} \rho^3 \quad (6.82)$$

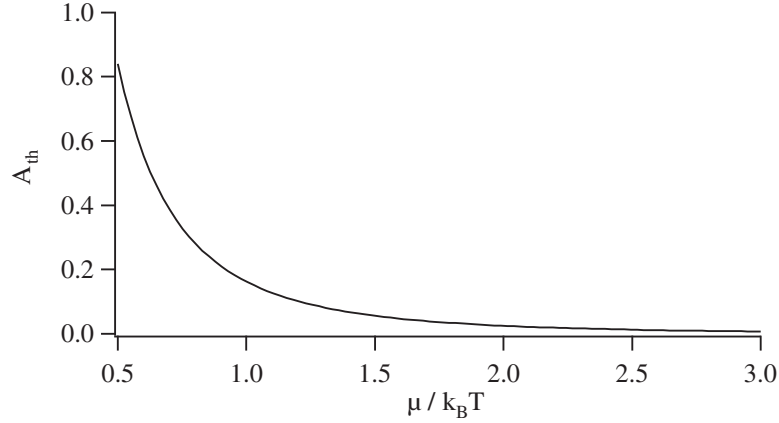


FIG. 6.1 – Collisions à 3 corps : évolution de A_{th} avec $\theta = \mu/k_B T$

6.3.2.2 Expression finale

Ainsi on trouve pour le taux de collisions à 3 corps :

$$\Gamma_{3c} = \Gamma_{3c}^0 \times (1 + \epsilon_3) \quad (6.83)$$

Avec :

$$\epsilon_3 = \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} + \frac{48\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \times E(\theta) \quad (6.84)$$

Ainsi, on peut mettre la correction du taux de collisions à 3 corps sous la forme :

$$\epsilon_3 = \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \times (1 + A_{th}(\theta)) \quad (6.85)$$

Avec :

$$A_{th}(\theta) = \frac{3\sqrt{2}}{4} \times E(\theta) \quad (6.86)$$

Il reste à évaluer l'intégrale A_{th} qui peut se calculer numériquement. La figure 6.1 montre que l'effet de la déplétion thermique est inférieur à l'effet de la déplétion quantique ($A_{th} < 1$) jusqu'à des fractions thermiques assez élevées ($\mu/k_B T > 0.5$). Rappelons toutefois que tous ces résultats ne sont valables que dans le cas homogène. On verra comment ces résultats sont modifiés dans le cas du potentiel harmonique dans le paragraphe (6.4)

6.3.3 Collisions à deux corps

6.3.3.1 Calcul des différents termes

Le calcul est le même que pour les collisions à 3 corps. On va prendre ici en compte les termes contenant $4 \hat{\Psi}_0$ ou $2 \hat{\Psi}_0$. Les différents termes vont

aussi pouvoir s'exprimer en fonction de : n' et α .

– Terme avec 4 $\widehat{\Psi}_0$:

$$\langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle \simeq \rho^2 - 2\rho \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle \simeq \rho^2 - 2\rho n' \quad (6.87)$$

– Termes avec 2 $\widehat{\Psi}_0$:

$$\begin{aligned} \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_0 \rangle &= \rho \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \rangle = \rho \alpha \\ \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle &= \rho \langle \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho \alpha \\ \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_t \rangle &= \rho \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho n' \\ \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_0 \rangle &= \rho \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho n' \\ \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_0 \rangle &= \rho \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho n' \\ \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \widehat{\Psi}_t \rangle &= \rho \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle = \rho n' \end{aligned} \quad (6.88)$$

Les 2 derniers termes de (6.88) compensent le dernier terme de (6.87) et on obtient :

$$\Gamma_{2c} = \Gamma_{2c}^0 \times (1 + \epsilon_2) = \Gamma_{2c}^0 \times \left(1 + \frac{1}{\rho}(2n' + 2\alpha)\right) \quad (6.89)$$

où Γ_{2c}^0 est le taux de collisions obtenu à l'ordre 0 de perturbation, c'est à dire en considérant tous les atomes (N) dans le condensat solution de l'équation de Gross-Pitaevskii :

$$\Gamma_{2c}^0 = \frac{1}{2} \frac{\beta}{2} \rho^2 \quad (6.90)$$

6.3.3.2 Expression finale

Ainsi on trouve pour le taux de collisions à 2 corps, en comparant les expressions (6.89) et (6.81) :

$$\Gamma_{2c} = \Gamma_{2c}^0 \times (1 + \epsilon_2) = \Gamma_{2c}^0 \times \left(1 + \frac{1}{3} \times \epsilon_3\right) \quad (6.91)$$

La correction est 3 fois plus faible que pour les collisions à 3 corps.

6.4 Généralisation au cas inhomogène : approximation de densité locale

Tous les calculs précédents ont été faits dans le cas homogène avec des conditions aux limites périodiques. L'objet de ce chapitre est de les généraliser au cas du potentiel harmonique. La méthode habituelle consiste à considérer les résultats précédents vrais localement et à intégrer sur l'ensemble du profil spatial pour obtenir des résultats globaux. Cette méthode est appelée approximation de densité locale. Nous allons donc ici employer cette technique en intégrant sur le profil spatial trouvé à l'ordre 0 d'approximation, c'est à dire le profil parabolique caractéristique du condensat dans l'approximation de Thomas-Fermi.

Les résultats ne peuvent cependant pas se généraliser de façon brutale. En effet, il faut notamment toujours vérifier que le nombre d'atomes total est conservé et que la fonction d'onde vérifie l'équation de Gross-Pitaevskii à l'ordre d'approximation considéré. Nous allons tout d'abord vérifier que ces conditions étaient bien remplies dans le cas homogène, puis nous utiliserons les mêmes techniques pour généraliser au cas inhomogène (potentiel harmonique par exemple). Redonnons d'abord les définitions dont nous allons avoir besoin :

- L'opérateur champ $\widehat{\Psi}$ peut se décomposer en une partie $\widehat{\Psi}_0$ correspondant à l'état fondamental calculé à l'ordre zéro d'interaction et dont la fonction d'onde vérifie l'équation de Gross-Pitaevskii (dans le cas homogène il s'agit de l'état $\mathbf{k} = 0$) et la partie correspondant aux autres états : déplétion quantique et thermique ($\mathbf{k} \neq 0$ dans le cas homogène) :

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_0 + \widehat{\Psi}_t$$

- A partir de ces opérateurs on définit :

$$\rho_0 = \langle \widehat{\Psi}_0^\dagger \widehat{\Psi}_0 \rangle, \quad n' = \langle \widehat{\Psi}_t^\dagger \widehat{\Psi}_t \rangle \quad \text{et} \quad \alpha = \langle \widehat{\Psi}_t \widehat{\Psi}_t \rangle$$

- On notera enfin les grandeurs calculées à l'ordre 0 de perturbation (tous les atomes dans la fonction d'onde du condensat calculé par Gross-Pitaevskii) avec un exposant (0) :

$$\rho_0 = \rho_0^{(0)} + \delta\rho_0 \quad \text{et} \quad \mu = \mu^{(0)} + \delta\mu$$

6.4.1 Vérification dans le cas homogène

6.4.1.1 Conservation du nombre d'atomes et nombre d'atomes hors du condensat

La conservation du nombre d'atomes donne :

$$L_b^3 (\rho_0 + n') = N = L_b^3 \rho_0^{(0)} \Rightarrow \delta\rho_0 = -n' \quad (6.92)$$

Avec l'expression de n' donnée formules (6.66) à (6.68), on trouve l'expression de la déplétion quantique et de la déplétion thermique :

$$\delta\rho_0 = -n' = - \left(\frac{8}{3\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} + n'_{th} \right) \quad (6.93)$$

6.4.1.2 Equation de Gross-Pitaevskii et potentiel chimique

L'équation de Gross-Pitaevskii (voir annexe B) est l'équation que doit vérifier la fonction d'onde du condensat à l'ordre zéro de perturbation, c'est à dire en considérant que tous les atomes ont la même fonction d'onde. Elle permet d'obtenir l'expression du potentiel chimique à l'ordre 0 d'approximation et en négligeant l'énergie cinétique (régime de Thomas-fermi) :

$$g \rho_0^{(0)} = \mu^{(0)} \quad (6.94)$$

A l'ordre suivant d'approximation, tous les atomes n'ont pas la même fonctions d'onde. Mais on peut calculer l'équation que doit vérifier la fonction d'onde des atomes qui sont restés dans le niveau fondamental calculé à l'ordre zéro (voir [130] et [131] par exemple). Cette équation permet d'obtenir la nouvelle expression du potentiel chimique :

$$g \rho_0 + g (2n' + \alpha) = \mu \quad (6.95)$$

En combinant les 2 équations on trouve :

$$\delta\mu = g (\delta\rho_0 + 2n' + \alpha) \quad (6.96)$$

Soit en utilisant l'expression de $\delta\rho_0$:

$$\delta\mu = g (n' + \alpha) \quad (6.97)$$

En utilisant les expressions de $n' + \alpha$ calculée (voir expression (6.75)), on trouve l'expression de la correction du potentiel chimique dont une partie a été calculée au paragraphe 6.2.3 :

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = \frac{32}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} + \left(\frac{\delta\mu}{\mu} \right)_{th}(\theta) \quad (6.98)$$

6.4.1.3 Collisions à 3 corps

Dans les calculs menés au paragraphe 6.3.2 (voir expressions (6.77) à (6.80)), on a exprimé les différentes grandeurs par rapport à la densité totale ρ . Si on exprime les différentes grandeurs en fonction de la densité des atomes dans $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ (ρ_0), l'expression (6.77) ne doit pas être développée, et les trois termes de (6.78) qui étaient compensés par le dernier terme de (6.77) doivent être pris en compte. On peut alors écrire :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho_0^3 + \rho_0^2(9n' + 6\alpha) \quad (6.99)$$

Ce qui donne en utilisant les expressions de n' et α :

$$\Gamma_{3c} = \Gamma_{3c}^{0,0} \times (1 + \epsilon'_3) \quad \text{avec : } \epsilon'_3 = \frac{72}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho_0 a^3} + \epsilon'_{3th} \left(\theta = \frac{\mu}{k_B T} \right) \quad (6.100)$$

avec $\Gamma_{3c}^{0,0}$ le taux de collisions produit par les atomes dans $\mathbf{k} = \mathbf{0}$. Mais on veut exprimer la correction par rapport au taux de collisions que l'on aurait si tous les atomes étaient dans le condensat solution de l'équation de Gross-Pitaevskii à l'ordre zéro. En effet au chapitre 5, lorsqu'on analyse les condensats quasi-purs, on les ajuste par la loi (C.24) qui correspond à un condensat pur à l'ordre zéro d'approximation. Et c'est cet ajustement qui nous permet de déterminer les caractéristiques du nuage. Il faut donc réexprimer le taux en fonction de $\rho = \rho_0^{(0)}$. On a :

$$\rho_0^3 = (\rho + \delta\rho_0)^3 \simeq \rho^3 + 3\delta\rho_0 \rho^2$$

Et on trouve ainsi pour les collisions à 3 corps :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho^3 + \rho^2(9n' + 6\alpha + 3\delta\rho_0) = \rho^3 + \rho^2(6n' + 6\alpha) \quad (6.101)$$

Et pour la correction :

$$\Gamma_{3c} = \Gamma_{3c}^0 \times (1 + \epsilon_3) \quad \text{avec : } \epsilon_3 = \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} + \epsilon_{3th} \left(\theta = \frac{\mu}{k_B T} \right) \quad (6.102)$$

comme dans le paragraphe (6.3.2).

6.4.1.4 Collisions à 2 corps

Pour les collisions à 2 corps le calcul est identique :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho_0^2 + \rho_0(4n' + 2\alpha) \quad (6.103)$$

$$\rho_0^2 = (\rho + \delta\rho_0)^2 \simeq \rho^2 + 2\delta\rho_0 \rho$$

Et on trouve ainsi pour les collisions à 2 corps :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho^2 + \rho(4n' + 2\alpha + 2\delta\rho_0) = \rho^2 + \rho(2n' + 2\alpha) \quad (6.104)$$

Et pour la correction :

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_3}{3} \quad (6.105)$$

comme dans le paragraphe (6.3.3).

6.4.2 Calculs dans un potentiel harmonique

6.4.2.1 Fraction d'atomes hors du condensat

On peut distinguer plusieurs contributions au nombre d'atomes total :

$$N = N_0 + N_Q + N_{th-in} + N_{th-out} \quad (6.106)$$

avec N_0 le nombre d'atomes dans le condensat au sens de Gross-Pitaevskii, N_Q le nombre d'atomes de la déplétion quantique, N_{th-in} le nombre d'atomes dans la partie thermique sous le condensat et N_{th-out} le nombre d'atomes dans la partie thermique en-dehors du condensat. Ces deux dernières parties sont distinguées car on va les calculer de manière différente. Sous le condensat, la description de Bogoliubov est valable car $\rho_{th} \ll \rho_{bec}$, et on pourra utiliser les calculs développés dans ce chapitre. Par contre à l'extérieur du condensat, cette analyse n'est plus valable et on utilisera l'expression de la densité du nuage thermique dans une description de champ moyen.

Avec l'expression de n' donnée formule (6.66), on peut calculer le nombre d'atomes dans la déplétion quantique :

$$N_Q = \int_{in} \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \rho \sqrt{\rho a^3} d\mathbf{r} \quad (6.107)$$

où \int_{in} représente l'intégration spatiale à l'intérieur du condensat. Dans le cas d'un potentiel harmonique et dans l'approximation de Thomas-Fermi, on trouve ainsi :

$$N_Q = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \rho_{pic} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times 4\pi r_{\parallel} r_{\perp}^2 \int_0^1 (1-r^2)^{3/2} r^2 dr \quad (6.108)$$

en remarquant que $4\pi \rho_{pic} r_{\parallel} r_{\perp}^2 = \frac{15}{2} N_0$, on trouve :

$$N_Q = \frac{5\sqrt{\pi}}{8} N_0 \sqrt{\rho_{pic} a^3} \quad (6.109)$$

On trouve bien l'expression habituelle de la déplétion quantique pour un piège harmonique (voir [12] par exemple). Le coefficient numérique étant proche de 1, ce nombre reste faible. Pour un condensat typique ($a = 15$ nm, $\rho_{pic} = 3.5 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$), on obtient à $T = 0$: $N_{ext}/N_0 = 1.2\%$.

On peut aussi calculer de la même façon la fraction thermique sous le condensat (déplétion thermique) avec l'expression de n' donnée formules (6.66) à (6.68) :

$$N_{th-in} = 60 \sqrt{\frac{2}{\pi}} N_0 \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times \int_0^1 (1-r^2)^{3/2} J'(r, \theta) r^2 dr \quad (6.110)$$

avec¹ $\theta = \mu_{pic}/k_B T$ et $J'(r, \theta)$ l'intégrale précédemment définie (6.54) :

$$J'(r, \theta) = \int_0^\infty dx x \left(\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 2}} \right) \times \frac{1}{e^{\theta(1-r^2)x\sqrt{x^2+2}} - 1} \quad (6.111)$$

On peut ainsi mettre cette expression sous la forme :

$$N_{th-in} = \frac{5\sqrt{\pi}}{8} N_0 \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times A_{th-in}(\theta) = N_Q \times A_{th-in}(\theta) \quad (6.112)$$

avec :

$$A_{th-in}(\theta) = \frac{96\sqrt{2}}{\pi} \times \int_0^1 (1-r^2)^{3/2} J'(r, \theta) r^2 dr \quad (6.113)$$

Pour que cette formule soit valable, il faut qu'en chaque point la densité du condensat soit très grande devant celle du nuage thermique. Ce n'est bien sûr pas le cas à l'extérieur du condensat et c'est pour cela que nous séparons le calcul du nombre d'atomes thermiques en deux. C'est également faux sur les bords du condensat où aucune des deux analyses proposées ne décrit correctement la densité du nuage thermique. Toutefois, on peut supposer que cette zone spatiale étant petite, l'erreur sur le nombre d'atomes reste faible.

Enfin, on peut calculer le nombre d'atomes thermiques spatialement à l'extérieur du condensat. En négligeant les interactions entre les atomes de la parie thermique à l'extérieur du condensat où la densité est beaucoup plus faible, on peut écrire (voir les notations et les résultats de l'annexe B) :

$$N_{th-out} = \int_{out} \frac{1}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2} [e^{-\beta(V_{ext} - \mu_{pic})}] d\mathbf{r} \quad (6.114)$$

où \int_{out} représente l'intégration spatiale à l'extérieur du condensat. Cette expression peut se réécrire :

$$N_{th-out} = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} \times 4\pi r_{\parallel} r_{\perp}^2 \times \int_1^\infty g_{3/2} [e^{-\theta(r^2-1)}] r^2 dr \quad (6.115)$$

En développant l'expression de la longueur d'onde de de Broglie thermique et en introduisant le nombre d'atomes condensés, on montre que cette expression peut se mettre sous la forme :

$$N_{th-out} = \frac{5\sqrt{\pi}}{8} N_0 \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times A_{th-out}(\theta) = N_Q \times A_{th-out}(\theta) \quad (6.116)$$

¹ μ_{pic} est le potentiel chimique du condensat qui est ici noté ainsi pour ne pas le confondre avec μ qui est le potentiel chimique local qui dépend de la densité locale du condensat.

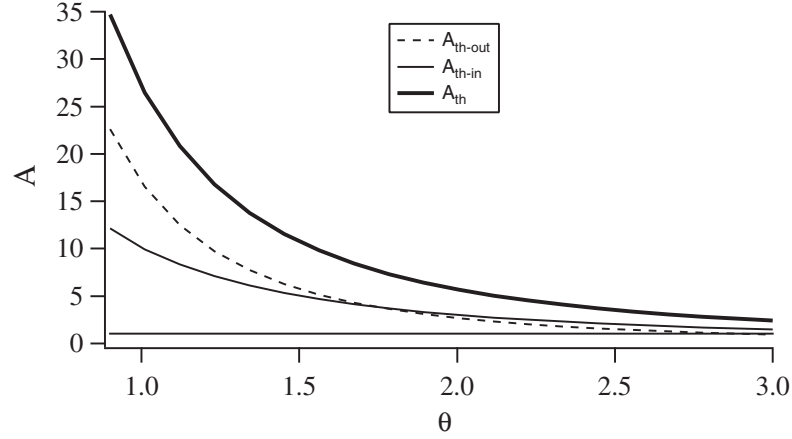


FIG. 6.2 – Constantes A_{th-in} (courbe en trait continu) et A_{th-out} (courbe en trait pointillé) en fonction de $\theta = \mu/k_B T$. La somme de ces deux fonctions est également représentée (courbe en trait épais). Enfin, la ligne horizontale correspond à $A = 1$. Ainsi, lorsque les courbes sont au dessus de cette droite horizontale, la fraction thermique correspondante est supérieure à la déplétion quantique.

avec :

$$A_{th-out}(\theta) = 24 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \times \frac{1}{\theta^{3/2}} \int_1^\infty g_{3/2} \left[e^{-\theta(r^2-1)} \right] r^2 dr \quad (6.117)$$

La figure 6.2 montre l'évolution des fonctions A_{th-in} et A_{th-out} en fonction de $\theta = \mu/k_B T$. On constate que la déplétion thermique est supérieure à la déplétion quantique jusqu'à des valeurs de θ très élevées. La figure 6.3 montre l'évolution de la fraction thermique totale en fonction de $\theta = \mu/k_B T$. Notre limite expérimentale de détectivité du nuage thermique sur les gros condensats se situe à environ 25% de nuage thermique où l'on mesure $\theta \simeq 1.2$ (voir chapitre 5). On estime que les condensats que l'on a considérés comme purs au chapitre 5 contiennent en moyenne environ 10% de nuage thermique. Nous estimerons par la suite que pour ces nuages $\theta = \mu/k_B T \simeq 1.5$.

6.4.2.2 Conservation du nombre d'atomes

A l'ordre zéro de perturbation, tous les atomes sont dans le condensat, et on peut écrire :

$$N = \int_{in} \rho_0^{(0)} d\mathbf{r} \quad (6.118)$$

A l'ordre suivant on peut écrire :

$$N = N_0 + N_Q + N_{th-in} + N_{th-out} \quad (6.119)$$

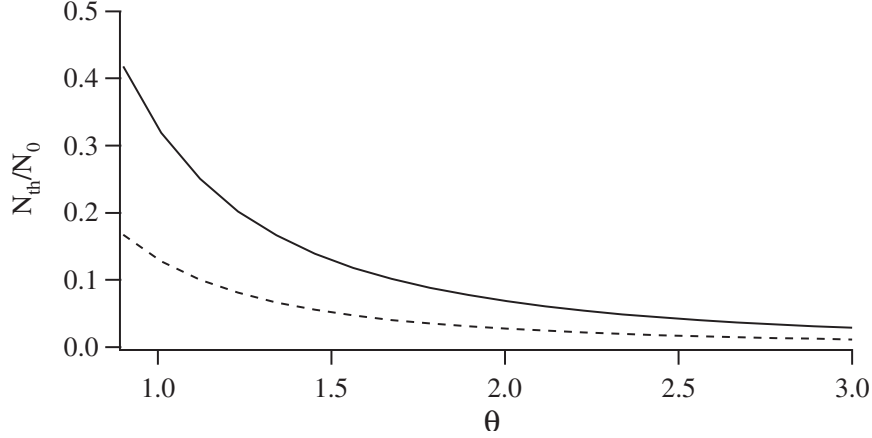


FIG. 6.3 – Fraction thermique totale $\frac{N_{th-in}+N_{th-out}}{N_0}$ en fonction de $\theta = \mu/k_B T$. La courbe en trait plein correspond aux paramètres $a = 15$ nm, $\rho_{pic} = 3.5 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$, la courbe en trait pointillé correspond à une densité 6 fois plus faible.

En utilisant l'expression de N_0 :

$$N_0 = \int_{in} \rho_0 d\mathbf{r} = \int_{in} (\rho_0^{(0)} + \delta\rho_0) d\mathbf{r} \quad (6.120)$$

la conservation du nombre d'atomes peut s'écrire a priori :

$$\int_{in} \delta\rho_0 d\mathbf{r} = -(N_Q + N_{th-in} + N_{th-out}) \quad (6.121)$$

Toutefois, il faut réfléchir à ce que nous mesurons vraiment. Pour les condensats quasi-purs considérés au chapitre 5, nous ajustons les signaux de temps de vol mesurés par la fonction théorique correspondant à un condensat pur (loi C.24). Mais nous ne distinguons pas d'ailes dans le temps de vol, et nous obtenons les mêmes résultats sur le potentiel chimique si nous excluons de l'ajustement les bords du signal de temps de vol. On peut donc penser que la densité du nuage thermique à l'extérieur du condensat est trop faible, et que nous ne mesurons pas les atomes à l'extérieur de condensat par cette analyse. Dans ce cas, la conservation du nombre d'atomes qui relie le nombre d'atomes qui ont vraiment la fonction d'onde calculé par l'équation de Gross-Pitaevskii ($\int \rho_0$) au nombre d'atomes dans le condensat en considérant que tous les atomes y sont ($\int \rho_0^{(0)}$) permet plutôt d'écrire :

$$\int_{in} \delta\rho_0 d\mathbf{r} = -(N_Q + N_{th-in}) \quad (6.122)$$

Il ne faut pas s'occuper du nombre d'atomes spatialement à l'extérieur du condensat. Dans toute la suite nous utiliserons cette expression et les intégrales spatiales s'entendront à l'intérieur du condensat ($\int_{in} \equiv \int$). Si cette analyse n'était pas pertinente, il faudrait alors plutôt utiliser l'expression (6.121) à la place de (6.122) dans toute la suite du chapitre. Cela rendrait alors les corrections dues à la fraction thermique encore plus faibles que celles que nous allons trouver alors qu'elles sont déjà quasi négligeables.

La conservation du nombre d'atomes ne nous permet plus de calculer $\delta\rho_0$ mais seulement son intégrale. Pour obtenir l'expression de $\delta\rho_0$, il va falloir utiliser l'équation de Gross-Pitaevskii.

6.4.2.3 Equation de Gross-Pitaevskii et potentiel chimique

L'équation de Gross-Pitaevskii correspondant à l'ordre zéro d'approximation permet d'écrire en négligeant l'énergie cinétique :

$$U(r) + g\rho_0^{(0)} = \mu^{(0)} \quad (6.123)$$

Et à l'ordre suivant, on obtient (voir [130] et [131] par exemple) :

$$U(r) + g\rho_0 + g(2n' + \alpha) = \mu \quad (6.124)$$

En combinant les 2 équations on trouve :

$$\delta\mu = g(\delta\rho_0 + 2n' + \alpha) \quad (6.125)$$

Pour utiliser l'expression de $\delta\rho_0$, il faut d'abord intégrer sur le profil spatial. On obtient alors :

$$\int \delta\mu d\mathbf{r} = g \int (n' + \alpha) d\mathbf{r} \quad (6.126)$$

Comme $\delta\mu$ ne dépend pas de r on trouve tout d'abord l'expression de $\delta\rho_0$:

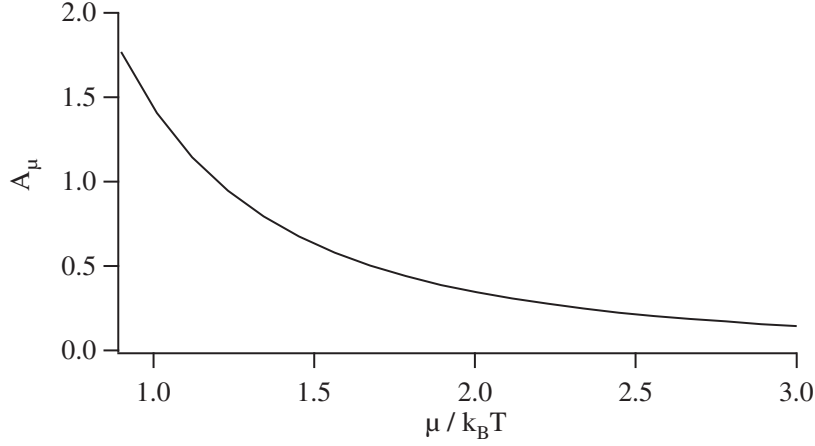
$$\delta\rho_0 = \frac{\int n' + \alpha d\mathbf{r}}{\int 1 d\mathbf{r}} - (2n' + \alpha) \quad (6.127)$$

mais aussi la correction sur le potentiel chimique :

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = \frac{32}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho a^3} \times \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{3/2} r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr} + \left(\frac{\delta\mu}{\mu}\right)_{th} \quad (6.128)$$

Soit :

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = \sqrt{\pi} \sqrt{\rho_{pic} a^3} + \left(\frac{\delta\mu}{\mu}\right)_{th} \quad (6.129)$$

FIG. 6.4 – Evolution de A_μ avec $\theta = \mu/k_B T$

Cette expression est celle donnée habituellement (voir [12] par exemple). Pour un condensat typique, on trouve à $T=0$ une correction de l'ordre de 2%. A température non nulle on a une correction supplémentaire que l'on peut mettre sous la forme :

$$\left(\frac{\delta\mu}{\mu}\right)_{th} = \left(\frac{\delta\mu}{\mu}\right)_Q \times A_\mu(\theta) = \sqrt{\pi} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times A_\mu(\theta) \quad (6.130)$$

Avec :

$$A_\mu(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \times 8 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{3/2} E(r, \theta) r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr} \quad (6.131)$$

Avec $E(r, \theta)$ l'intégrale précédemment utilisée :

$$E(r, \theta) = \int_0^\infty dx x^2 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} \right) \times \frac{1}{e^{\theta(1-r^2)x\sqrt{x^2+2}} - 1} \quad (6.132)$$

La figure suivante (6.4.2.3) donne la valeur de A_μ , en fonction du rapport $\mu/k_B T$. On constate que pour $\theta = 1.5$, $A_\mu \simeq 0.65$. La correction due à la fraction thermique est donc inférieure à celle due à la déplétion quantique et la correction totale reste donc faible.

6.4.2.4 Collisions à 3 corps

On peut aussi écrire pour les collisions à 3 corps :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho_0^3 + \rho_0^2 (9n' + 6\alpha) \quad (6.133)$$

Ce qui donne en utilisant les expressions de n' et α :

$$\epsilon'_3 = \frac{72}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{7/2} r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} + \epsilon'_{3th} \quad (6.134)$$

Mais on veut exprimer la correction par rapport au taux de collisions que l'on aurait si tous les atomes étaient dans le condensat solution de l'équation de Gross-Pitaevskii. Il faut donc réexprimer le taux en fonction de $\rho = \rho_0^{(0)}$. On a :

$$\rho_0^3 = (\rho + \delta\rho_0)^3 \simeq \rho^3 + 3\delta\rho_0 \rho^2$$

En utilisant l'expression de $\delta\rho_0$ (formule (6.127)), on trouve pour les collisions à 3 corps :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho^3 + \rho^2 (9n' + 6\alpha + 3\delta\rho_0) = \rho^3 + \rho^2 (9n' + 6\alpha - 3(2n' + \alpha) + 3 \frac{\int n' + \alpha d\mathbf{r}}{\int 1 d\mathbf{r}}) \quad (6.135)$$

Et pour la correction :

$$\epsilon_3 = \frac{32}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times \left(\frac{\int_0^1 (1-r^2)^{7/2} r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} + \frac{\int_0^1 (1-r^2)^2 r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} \times \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{3/2} r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr} \right) + \epsilon_{3th} \quad (6.136)$$

Soit :

$$\epsilon_3 = \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times 0.644 + \epsilon_{3th} \quad (6.137)$$

Pour un condensat typique, la correction est de l'ordre de $\epsilon_3 = 30\% + \epsilon_{3th}$. Cette correction est donc non négligeable et doit être prise en compte.

On trouve pour l'expression de la correction thermique :

$$\epsilon_{3th} = 8 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times 3 \left(\frac{\int_0^1 (1-r^2)^{7/2} E r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} + \frac{\int_0^1 (1-r^2)^2 r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} \times \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{3/2} E r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr} \right) \quad (6.138)$$

où E est la fonction de r et $\theta = \frac{\mu}{k_b T}$ précédemment définie. On peut ainsi mettre la correction sous la forme :

$$\epsilon_3 = \frac{64}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times (0.644 + A_{3th}) \quad (6.139)$$

Avec :

$$A_{3th} = 3 \frac{\sqrt{2}}{8} \times \left(\frac{\int_0^1 (1-r^2)^{7/2} E r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} + \frac{\int_0^1 (1-r^2)^2 r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^3 r^2 dr} \times \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{3/2} E r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr} \right) \quad (6.140)$$

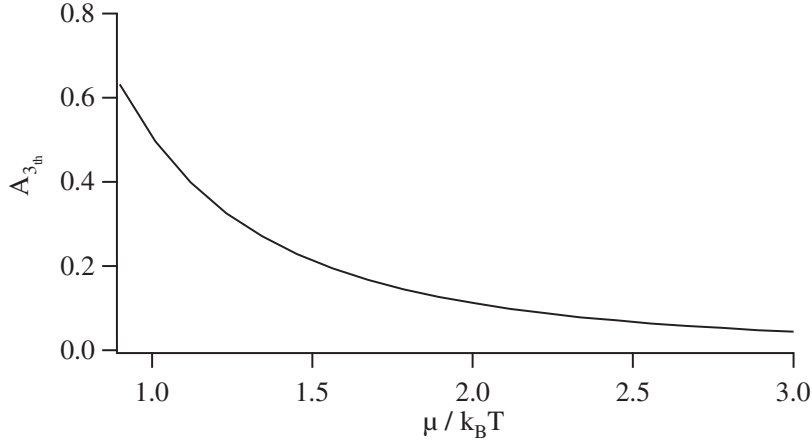


FIG. 6.5 – Collisions à 3 corps : évolution de $A_{3_{th}}$ avec $\theta = \mu/k_B T$

La figure (6.4.2.4) montre l'évolution de $A_{3_{th}}$ avec le rapport $\mu/k_B T$. On voit ainsi que la correction liée à la déplétion quantique est plus importante que la correction liée à la déplétion thermique pour les fractions thermiques considérées qui correspondent à un rapport $\mu/k_B T > 0.9$. Pour $\theta = 1.5$, on a $A_{3_{th}} = 0.21$, soit un effet 3 fois plus faible que la déplétion quantique.

6.4.2.5 Collisions à 2 corps

Pour les collisions à 2 corps le calcul est identique :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho_0^2 + \rho_0(4n' + 2\alpha) \quad (6.141)$$

$$\rho_0^2 = (\rho + \delta\rho_0)^2 \simeq \rho^2 + 2\delta\rho_0 \rho$$

Et on trouve ainsi pour les collisions à 2 corps :

$$\langle \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi}^\dagger \widehat{\Psi} \widehat{\Psi} \rangle = \rho^2 + \rho(4n' + 2\alpha + 2\delta\rho_0) = \rho^2 + \rho(4n' + 2\alpha - 2(2n' + \alpha) + 2 \frac{\int n' + \alpha d\mathbf{r}}{\int d\mathbf{r}}) \quad (6.142)$$

Et pour la correction :

$$\epsilon_2 = \frac{64}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho_{pic} a^3} \times (0.515 + A_{2_{th}}) \quad (6.143)$$

Avec :

$$A_{2_{th}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \times \left(\frac{\int_0^1 (1-r^2)r^2 dr}{\int_0^1 (1-r^2)^2 r^2 dr} \times \frac{\int_0^1 (1-r^2)^{3/2} E(r, \theta) r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr} \right) \quad (6.144)$$

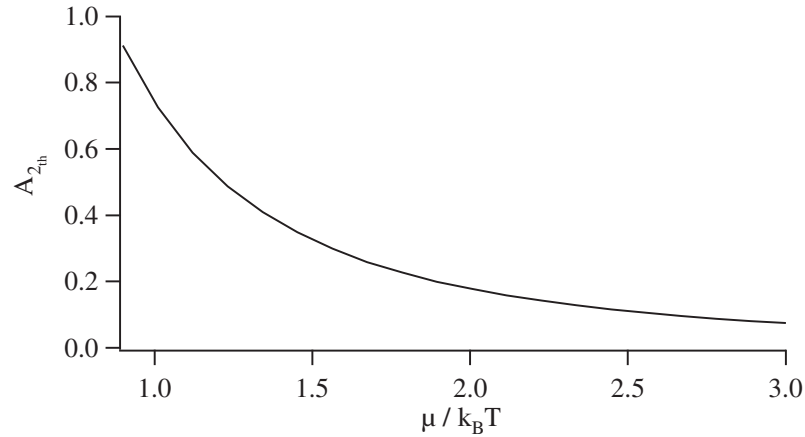


FIG. 6.6 – Collisions à 2 corps : évolution de $A_{2_{th}}$ avec $\theta = \mu/k_B T$

La figure suivante (6.4.2.5) donne la valeur de $A_{2_{th}}$ en fonction du rapport $\mu/k_B T$. On voit ainsi que la correction liée à la déplétion thermique est assez rapidement plus importante que celle liée à la déplétion quantique. Néanmoins, la correction est presque 3 fois plus faible que la correction pour les collisions à 3 corps et suffisamment faible pour pouvoir être négligée ($\epsilon_{2_{th}} < 10\%$ pour $\theta > 1$).

6.4.2.6 Conclusions

Nous avons donc calculé dans l'approximation de densité locale, et à nombre d'atomes constant, l'effet de la déplétion quantique sur les taux de collisions à deux corps et à trois corps. Bien que le nombre d'atomes dans la déplétion quantique reste faible, on trouve qu'il a un effet important, surtout pour les collisions à trois corps. Il faut donc le prendre en compte. Nous avons également essayé de prendre en compte l'effet de la fraction thermique du nuage. L'analyse proposée indique que l'effet sur les taux de collisions est plus faible que celui de la déplétion quantique et même négligeable dans le cas des collisions à deux corps. Ceci pourrait paraître surprenant car on considère des nuages où le nombre d'atomes thermiques est plus grand que la déplétion quantique. La différence entre l'effet de la déplétion quantique et l'effet de la déplétion thermique vient de la moyenne anormale (α) qui est positive dans un cas et négative dans l'autre. Ce terme n'a pas d'équivalent classique et il est donc difficile de donner une interprétation physique de cette différence.

Conclusion

Au début de mon travail de thèse, il n'était pas certain que la condensation de Bose-Einstein soit réalisable avec les atomes d'He*. En effet, les prédictions théoriques [54, 55, 56, 70] sur la longueur de diffusion et sur la suppression des collisions Penning dans un échantillon polarisé étaient encourageantes mais imprécises. Nous avons tout d'abord montré que le taux de collisions élastiques dans notre piège magnétique était suffisamment grand pour pouvoir initier une phase de refroidissement évaporatif [52]. Ceci laissait supposer que la longueur de diffusion était relativement grande. L'obtention du condensat en février 2001 [8] a montré que le taux de collisions Penning à deux corps était particulièrement réduit et nous avons déduit une première estimation des différentes constantes de collisions.

Une fois la condensation obtenue, les nouvelles expériences mettant à profit le caractère métastable d'He* et décrites dans l'introduction devenaient possibles. Mais pour les réaliser, la première étape a consisté à caractériser le détecteur qui nous permet à la fois de détecter le nuage d'atomes d'He* après temps de vol, et les ions produits par le nuage piégé : la galette de micro-canaux. La chaîne de détection en comptage a été mise en place et caractérisée. Cette longue étude n'a pas donné lieu à des publications mais est très importante pour la suite de l'expérience.

Grâce à notre nouvelle chaîne de détection, notre premier objectif a été d'exploiter les possibilités qu'offre le signal d'ions, et de mieux caractériser les condensats produits. Nous avons montré au chapitre 4 que ce signal d'ionisation apporte des informations tant qualitatives que quantitatives. Du point de vue qualitatif, il constitue en effet un véritable "monitoring" du nuage, qui permet de suivre son évolution, de déceler les problèmes éventuels qui empêchent d'atteindre la condensation, ou même de sélectionner a posteriori les échantillons. Mais il permet aussi des expériences quantitatives, comme la mesure de la durée de vie, des fréquences d'oscillations ou du biais. Néanmoins, toutes les possibilités qu'offre le signal d'ions n'ont pas été exploitées dans ce travail de thèse, et il serait par exemple intéressant de l'utiliser pour visualiser les oscillations de densité du condensat. Cette méthode pourrait également être utilisée pour des nuages thermiques, dans le but d'étudier le régime hydrodynamique. Un autre exemple d'utilisation possible du signal

d'ions est la recherche des différentes raies moléculaires², dans le but de déterminer la valeur de la longueur de diffusion. Ces mesures pourraient être complémentaires de celles réalisées actuellement dans le groupe de l'ENS à Paris [82].

Grâce au signal d'ions notamment, nous avons pu optimiser les différentes phases permettant l'obtention des condensats d'He*. Nous avons ainsi pu apporter un certain nombre d'améliorations au système expérimental, de façon à ce que le but des expériences ne soit plus l'obtention des condensats mais leur étude. D'autres améliorations sont encore possibles, en particulier au niveau de la stabilité du biais. De plus, si l'on souhaite étudier des nuages plus denses ou si le vide se dégrade et qu'il faut réaliser le refroidissement évaporatif plus rapidement, il est sans doute possible d'optimiser encore les phases de compression du piège et de pompage optique. Cette dernière phase pourrait également être couplée à du refroidissement Doppler dans le piège magnétique. Toutes ces optimisations pourraient être rendues beaucoup plus faciles par l'utilisation d'un système de gestion informatique de l'expérience plus versatile que celui utilisé actuellement. Nous envisageons l'utilisation d'un séquenceur piloté par le micro-ordinateur mais possédant sa propre horloge interne.

Pendant les dernières secondes de l'évaporation, le signal d'ions devient particulièrement intéressant. Il est alors un reflet de la densité de l'échantillon, car il est dû aux collisions Penning à deux corps et aux recombinaisons à trois corps. Nous avons montré qu'il est non seulement une signature de la condensation, mais aussi un indicateur précis du moment où elle survient [124]. Pour aller plus loin, et étudier quantitativement la formation du condensat grâce au signal d'ions, il faut connaître les contributions relatives des différents processus d'ionisations. Nous avons donc été amenés à mesurer les différentes constantes de collisions ionisantes.

Ces études ont un fort intérêt pour analyser la cinétique de formation du condensat, mais elles ont également un intérêt plus général. En effet, la comparaison des mesures expérimentales avec les estimations théoriques [54, 55, 56, 83, 70] peut permettre de tester les calculs ab initio des potentiels moléculaires [68, 79] nécessaires à ces estimations ainsi que les calculs de ces estimations eux-mêmes. Ces mesures, présentées au chapitre 5, ont été réalisées sur des condensats purs [114] et sur des nuages thermiques au seuil de condensation. Leur comparaison a permis de donner une meilleure estimation de la longueur de diffusion, et de donner les premières estimations des

²Le signal d'ions peut permettre de déceler les raies moléculaires car certaines de ces transitions produisent un flux d'ions important. Les raies moléculaires qui ne produisent pas d'ions pourraient également être décelées, car le chauffage produit entraînerait une forte diminution du signal d'ions produit par le nuage piégé.

constantes de collisions Penning à deux corps (β) et de recombinaisons à trois corps (L). Jusque là, seules des bornes supérieures avaient été mesurées [8, 9] pour ces deux constantes. Nos mesures sont en accord avec ces bornes supérieures et avec les prédictions théoriques. Des erreurs systématiques restent toutefois encore mal maîtrisées pour les expériences sur les nuages thermiques au seuil de condensation. Il reste du travail tant du point de vue expérimental (prendre davantage de données sur une grande gamme de densité) que du point de vue théorique (prise en compte du début de l'expansion dans le régime hydrodynamique), pour améliorer la précision de ces mesures. La mise en place d'une nouvelle extraction des atomes vers $m = 0$ par une transition Raman pourrait également permettre de mieux comprendre nos erreurs systématiques. On peut aussi envisager la mise en place d'une détection optique in-situ des atomes pour mieux maîtriser l'évolution du nombre d'atomes total. Les nouvelles expériences actuellement en cours, et décrites à la fin du chapitre 5, laissent espérer une amélioration rapide de notre précision sur les différentes constantes de collisions. Une étude de la formation par le signal d'ions deviendrait alors possible.

Pour mesurer ces constantes de façon précise, nous avons dû prendre en compte des problèmes physiques très intéressants comme la déplétion quantique ou le décalage de la température critique dû aux interactions. Nous avons montré que le signal d'ions est très sensible à de tels effets et pourrait permettre de les étudier. Toutefois, comme les résultats de nos mesures sur les condensats purs sont paramétrés par la longueur de diffusion, et que celle-ci reste mal connue, la comparaison des expériences sur les condensats purs et sur les nuages thermiques au seuil ne nous permet pour l'instant que de déterminer pour quelle longueur de diffusion les deux types d'expériences sont compatibles. Si une mesure indépendante de la longueur de diffusion était réalisée, par photo-association par exemple (de telles mesures sont actuellement en cours à l'ENS à Paris), il deviendrait alors possible d'étudier les effets de la déplétion quantique et du décalage de la température critique dû aux interactions.

En dehors de ces expériences sur les constantes de collisions, qui nous permettent à la fois de mieux connaître les caractéristiques des condensats formés, de tester des modèles théoriques et d'envisager une étude de la formation du condensat, des expériences de type complètement différent sont possibles. Nous en avons évoqué un certain nombre dans l'introduction. Citons, par exemple, l'étude des condensats à très petit nombre d'atomes, ou l'étude des propriétés de cohérence des condensats avec des expériences du type Hanbury-Brown et Twiss. Pour la majorité de ces expériences un détecteur sensible en position est souhaitable voire indispensable, car l'aire de cohérence où ces corrélations apparaissent avec un bon contraste est en géné-

rale petite. La mise en place d'un tel détecteur est donc la prochaine grande évolution du montage expérimental. Les études réalisées sur le détecteur actuel vont nous aider à déterminer le cahier des charges du futur détecteur et devront être adaptées à celui-ci pour le caractériser. On pourra alors espérer aborder avec ce nouvel outil le vaste domaine de l'optique atomique quantique.

L'atome d'He*

L' ^4He est un boson ne possédant pas de structure hyperfine. Le premier état excité 2^3S_1 se situe environ 20 eV au-dessus de l'état fondamental 1^1S_0 . Il est métastable avec une durée de vie de ~ 9000 s [58, 57], donc pratiquement infinie à l'échelle de nos expériences. La transition utilisée pour la manipulation laser s'effectue entre cet état métastable et l'état excité 2^3P_2 pour une longueur d'onde de $\lambda = 1,083 \mu\text{m}$. Il s'agit d'une transition $J = 1 \rightarrow J = 2$ pratiquement fermée [49].

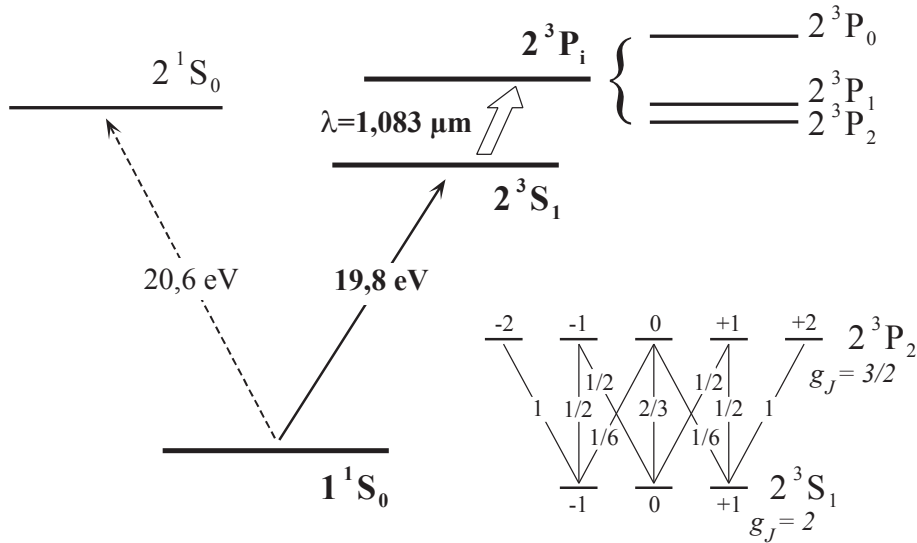


FIG. A.1 – Premiers niveaux d'énergie de l'hélium.

La figure A.1 montre les premiers niveaux de l'hélium et détaille la transition $J = 1 \rightarrow J = 2$. Expérimentalement, pour réaliser cette transition optique dans l'infrarouge, nous utilisons des diodes lasers DBR (SDL 6702-H1) délivrant 50 mW de puissance, de largeur en fréquence 3 MHz et asservies sur la transition optique par absorption saturée ou injection. Le tableau A.1 donne quelques caractéristiques de l'hélium pouvant être utilisées dans ce

| grandeur | notation | valeur | unité |
|---|------------------|-------------------------------|-------------------------|
| masse | m | $6,7 \times 10^{-27}$ | kg |
| longueur d'onde de $2^3S_1 - 2^3P_2$ | λ | 1,083 | μm |
| largeur de $2^3S_1 - 2^3P_2$ | Γ | $1,6 \times 10^6 \times 2\pi$ | rad/s |
| intensité de saturation | I_{sat} | 0,16 | mW/cm^2 |
| température Doppler (1D) | T_{Dop} | 38 | μK |
| température de recul | T_{rec} | 4 | μK |
| énergie d'ionisation à partir de 1^1S_0 | E_{ion} | 24,6 | eV |

TAB. A.1 – Quelques données concernant l'hélium.

manuscrit. Il est intéressant de noter que le facteur de Landé de l'état métastable 2^3S_1 vaut $g_J = 2$, ce qui favorise un couplage efficace avec un champ magnétique.

Rappels théoriques sur la condensation de Bose-Einstein

Cette annexe constitue un bref rappel théorique sur la condensation de Bose-Einstein. Elle regroupe les principales formules, utilisées dans ce mémoire, décrivant le seuil de condensation et les caractéristiques du nuage thermique et du condensat piégés. Le lecteur pourra se reporter aux références [129, 128, 12] par exemple pour plus de détails.

Seuil de condensation

Considérons N atomes (bosons), de masse m , piégés dans un potentiel harmonique isotrope $U(\vec{r})$ de fréquence d'oscillation ω , à l'équilibre thermodynamique à la température T . La probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie E est donnée par la fonction de distribution de Bose

$$f(E) = \frac{z}{e^{E/k_B T} - z}, \quad (\text{B.1})$$

où $z = e^{\mu_{th}/k_B T}$ représente la fugacité du nuage atomique piégé et μ_{th} son potentiel chimique. Le nombre d'atomes piégés s'écrit, avec $g(E)$ la densité d'états,

$$N = \int_0^\infty f(E) g(E) dE. \quad (\text{B.2})$$

En développant f en puissances de z et en intégrant sur la distribution de vitesses, l'expression B.2 se met sous la forme

$$N = \int_0^\infty n(\vec{r}) d^3r, \quad (\text{B.3})$$

où $n(\vec{r})$ représente la densité spatiale. Celle-ci s'écrit :

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{\Lambda_{dB}^3} g_{3/2} \left[z e^{-U_p(\vec{r})/k_B T} \right], \quad (\text{B.4})$$

avec Λ_{dB} la longueur d'onde de de Broglie thermique du nuage. La fonction mathématique $g_\alpha(x)$ est définie par $g_\alpha(x) = \sum_{i=1}^\infty \frac{x^i}{i^\alpha}$. $U_p(\vec{r})$ est l'énergie

potentielle totale prenant en compte le potentiel de piégeage mais aussi éventuellement les interactions dans une théorie de champ moyen. Le potentiel d'interaction $V_{\text{int}}(\vec{r}')$ se modélise en utilisant la longueur de diffusion a , avec \vec{r}' la distance inter-atomique ($r' \gg a$), par

$$V_{\text{int}}(\vec{r}') = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \delta(\vec{r}') = g \delta(\vec{r}') \quad (\text{B.5})$$

Dans une théorie de champ moyen [12], l'énergie d'interaction peut se mettre sous la forme : $U_{\text{int}}(\vec{r}) = 2 \times g n(\vec{r})$, le facteur 2 venant du fait que les énergies des particules étant différentes, il faut symétriser la fonction d'onde.

En supposant que $U_p(\vec{r})$ est minimum en $\vec{r} = \vec{0}$, la densité au centre correspond à la densité pic et l'énergie potentielle au centre correspond à l'énergie de l'état fondamental du système. On a la relation :

$$n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3 = g_{3/2}(z e^{-U_p(\vec{0})/k_B T}) \quad (\text{B.6})$$

Le produit $n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3$ est appelé paramètre de dégénérescence ρ_{deg} du gaz piégé et coïncide classiquement avec la densité réduite dans l'espace des phases. Il représente le nombre d'atomes contenus dans le volume élémentaire Λ_{dB}^3 au centre du piège.

Pour comprendre ce qu'il se passe lorsque l'on s'approche de la condensation de Bose-Einstein, introduisons les niveaux d'énergie discrets du système, indexés par le nombre quantique l . Le nombre d'atomes piégés N s'obtient en sommant, d'après B.1, sur tous les niveaux d'énergie :

$$N = \frac{1}{e^{\frac{E_0 - \mu_{th}}{k_B T}} - 1} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\frac{E_l - \mu_{th}}{k_B T}} - 1}. \quad (\text{B.7})$$

Le premier terme de cette somme représente le nombre d'atomes dans l'état fondamental, le second celui dans les états excités. Pour trouver un nombre d'atomes dans l'état fondamental positif, il faut que $-\infty < \mu_{th} < E_0$.

A T fixée, lorsque $\mu_{th} \rightarrow -\infty$, soit $z \rightarrow 0$, le premier terme tend vers 0. On peut effectuer les développements limités $g_{3/2}(z) \simeq z$ et $f(E) \simeq z e^{-E/k_B T}$. Compte tenu de (B.6), on obtient alors :

$$f(E) \propto n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3 e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad (\text{B.8})$$

ce qui s'identifie à la fonction de distribution de Boltzmann.

Lorsque $\mu_{th} \rightarrow E_0$, le premier terme diverge et le second prend sa valeur maximale. C'est le phénomène de condensation de Bose-Einstein.

On définit, la température critique de condensation T_c comme la température pour laquelle μ_{th} devient égal à E_0 . Le nombre d'atomes dans l'état

fondamental ne peut plus se calculer avec l'expression (B.7), mais va être calculé par différence avec le nombre d'atomes dans les états excités. A $T = 0$, le nombre d'atomes dans les états excités est nul et tous les atomes sont dans l'état fondamental.

Au seuil de condensation, la relation B.6 devient :

$$n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3(T_c) \simeq g_{3/2}(e^{\frac{E_0}{k_B T}} e^{\frac{-U_p(\vec{0})}{k_B T}}) \quad (\text{B.9})$$

Comme l'énergie de l'état fondamental du système correspond au minimum d'énergie, on trouve :

$$n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3(T_c) = g_{3/2}(1) \simeq 2,612 . \quad (\text{B.10})$$

On retrouve le critère bien connu caractérisant la condensation de Bose-Einstein, indiquant que celle-ci se produit lorsque la longueur d'onde de de Broglie des atomes devient de l'ordre de la distance moyenne séparant deux atomes voisins.

Le potentiel chimique au seuil de condensation peut s'écrire en prenant en compte les interactions dans une théorie de champ moyen :

$$\mu_{th} = \mu_s = \frac{3}{2} \hbar \omega + 2 g n(\vec{0}) \quad (\text{B.11})$$

Notons que, dans notre cas, le potentiel de piégeage est anisotrope tel que $U(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2$. Il suffit alors, dans (B.11), de remplacer ω par la moyenne arithmétique des trois fréquences d'oscillation $\tilde{\omega} = (\omega_x + \omega_y + \omega_z) / 3$.

Le paramètre pertinent étant la fugacité $z = e^{\mu_{th}/k_B T}$, il faut comparer ces énergies à $k_B T$. Généralement, on est dans des conditions expérimentales où $\hbar \tilde{\omega} \ll k_B T$ et $g n(\vec{0}) \ll k_B T$, on peut alors faire l'approximation $z = 1$ et $\mu_s = 0$.

Nous nous placerons dans la suite de cette annexe dans cette approximation. Néanmoins une analyse plus précise prenant en compte les interactions est possible (voir Chapitre 5) et amène des corrections par rapport aux résultats donnés dans la suite de l'annexe. Il faut toutefois noter que l'expression (B.10) a été établie en dehors de cette approximation.

Caractéristique de la partie thermique et saturation du nombre d'atomes dans les états excités

Lorsqu'on néglige les interactions et l'énergie de point zéro, la densité du nuage thermique peut s'écrire :

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left[z e^{-U(\vec{r})/k_B T} \right] , \quad (\text{B.12})$$

et l'expression (B.6) devient :

$$n(\vec{0}) \Lambda_{\text{dB}}^3 = g_{3/2}(z) \quad (\text{B.13})$$

Ces expressions sont valables pour un nuage thermique loin du seuil de condensation ($z \rightarrow 0$), mais aussi pour un nuage au seuil de condensation et après ce seuil ($z = 1$). Cette distribution est proche d'une distribution gaussienne de demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ égale à $\sigma_{\text{th},i} = \sqrt{\frac{k_B T_{\text{th}}}{m \omega_i^2}}$, avec $i = x, y, z$, et lui est d'autant plus proche que $z \rightarrow 0$.

On peut également réécrire l'expression (B.7) en introduisant les niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique ($E_l = l \hbar \omega$) :

$$N = N_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\frac{l \hbar \omega - \mu_{\text{th}}}{k_B T}} - 1} . \quad (\text{B.14})$$

On peut montrer alors que le dernier terme de (B.14) se trouve borné par la valeur $g_3(1) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3$, avec $g_3(1) \sim 1,202$, ce qui se traduit par une saturation de la population des états excités. Ceci montre que, à température T fixée, si le nombre d'atomes excède cette limite de saturation, les atomes en surnombre vont s'accumuler dans l'état fondamental. Une population macroscopique commence à se construire dans l'état fondamental. Pour un nombre d'atomes piégés N , la température critique de condensation T_c est alors donnée par

$$N = 1,202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega} \right)^3 . \quad (\text{B.15})$$

Cette relation qui n'est valable que dans l'approximation du gaz parfait et en négligeant l'énergie de point zéro, fixe le seuil de condensation. En effet, pour un piège contenant N atomes, la condensation de Bose-Einstein se produit lorsque la température devient inférieure à T_c . Dans notre cas, le potentiel de piégeage est anisotrope. Il suffit alors, dans B.15, de remplacer ω par la moyenne géométrique des trois fréquences d'oscillation $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$.

Pour des températures inférieures au seuil de condensation, le nuage thermique représente la partie non condensée des atomes piégés, c'est-à-dire les atomes occupant les états excités du piège. Les N_{th} atomes du nuage thermique se répartissent suivant une distribution de Bose à la température T_{th} avec $z = 1$. D'autre part, du fait de la saturation du nombre d'atomes dans les états excités, les paramètres N_{th} et T_{th} du nuage thermique doivent vérifier la relation :

$$N_{\text{th}} = 1,202 \left(\frac{k_B T_{\text{th}}}{\hbar\omega} \right)^3. \quad (\text{B.16})$$

On peut alors déduire le nombre d'atomes dans la partie condensée ($N_{\text{bec}} = N_0$) et la fraction condensée :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^3 \quad (\text{B.17})$$

Ces expressions ne sont elles aussi valables que dans l'approximation où l'on néglige l'énergie de point zéro et les interactions. Cette dernière approximation est en général mauvaise en dessous du seuil de condensation. En effet, le terme d'interaction entre le condensat et les atomes de la partie thermique devient important. En première approximation la densité du nuage thermique peut s'écrire :

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left[z e^{-\frac{U(\vec{r}) + 2g n_b(\vec{r})}{k_B T}} \right], \quad (\text{B.18})$$

avec $n_b(\vec{r})$, la densité du condensat.

Caractéristiques du condensat

Dans un potentiel de piégeage harmonique la condensation de Bose-Einstein se manifeste non seulement dans l'espace des vitesses, mais aussi dans l'espace réel, l'état fondamental de l'oscillateur harmonique étant l'état le moins étendu spatialement. La condensation va donc se traduire par l'apparition d'une double structure dans le nuage atomique, reflétant la superposition du condensat et du nuage thermique, plus étendu spatialement. Pour un gaz parfait, la taille du condensat dans la direction i correspond donc à la taille moyenne de l'état fondamental $\sigma_{\text{oh},i}$ de l'oscillateur harmonique, suivant cette même direction, donnée par :

$$\sigma_{\text{oh},i} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_i}}, \text{ avec } i = x, y, z. \quad (\text{B.19})$$

A l'intérieur du condensat, les interactions modifient de manière non négligeable les caractéristiques de l'état fondamental du système, et donc la forme du condensat. Il faut donc en tenir compte dans l'étude du condensat. En supposant les atomes condensés tous décrits par la même fonction d'onde, on peut écrire l'équation de Schrödinger en tenant compte de l'énergie cinétique, potentielle et d'interaction des atomes.

$$\mu_{\text{bec}} \phi(\vec{r}) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r}) + N_{\text{bec}} \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\phi(\vec{r})|^2 \right] \phi(\vec{r}) \text{ et } \int |\phi(\vec{r})|^2 d\vec{r} = 1 \quad (\text{B.20})$$

L'équation comporte un terme non-linéaire, dû au terme à deux corps traduisant les collisions entre atomes, et se nomme dans ce cas, équation de Gross-Pitaevskii [125, 126]. On remarquera que le terme d'interaction ne comporte pas le facteur 2 que nous avons imposé dans le cas du nuage thermique. En effet, ici les atomes ont tous la même énergie et il n'y a donc pas de symétrisation à faire.

Dans la limite d'une interaction nulle entre atomes, l'énergie de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique se répartit de façon égale entre énergie cinétique et énergie potentielle de piégeage. Sous l'effet des interactions, il existe une répulsion entre atomes piégés ($a > 0$) qui tend à faire gonfler le condensat, ce qui a pour conséquence d'augmenter son énergie potentielle et donc diminuer son énergie cinétique. Dans le cas d'interactions suffisamment fortes, appelé régime de Thomas-Fermi, le terme d'énergie cinétique devient négligeable devant celui d'énergie potentielle dans l'équation de Gross-Pitaevskii. La résolution de cette équation fournit alors l'expression de la densité du condensat ($n_{\text{bec}}(\vec{r})$) :

$$n_{\text{bec}}(\vec{r}) = \frac{m}{4\pi\hbar^2 a} \max \left[\left(\mu_{\text{bec}} - U(\vec{r}) \right), 0 \right], \quad (\text{B.21})$$

ce qui donne en fonction de la taille du condensat

$$n_{\text{bec}}(\vec{r}) = \frac{15}{8\pi} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},x} r_{\text{bec},y} r_{\text{bec},z}} \max \left[\left(1 - \frac{x^2}{r_{\text{bec},x}^2} - \frac{y^2}{r_{\text{bec},y}^2} - \frac{z^2}{r_{\text{bec},z}^2} \right), 0 \right]. \quad (\text{B.22})$$

Dans chaque direction i , le condensat a donc la forme d'une parabole inversée, maximale à l'origine et s'annulant au-delà de $r_{\text{bec},i}$ dont l'expression est :

$$r_{\text{bec},i} = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{bec}}}{m\omega_i^2}}, \text{ avec } i = x, y, z. \quad (\text{B.23})$$

L'énergie du fondamental, confondue avec le potentiel chimique μ_{bec} du nuage condensé contenant N_{bec} atomes s'obtient par la condition de normalisation :

$$\mu_{\text{bec}} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(15 \frac{aN_{\text{bec}}}{\bar{\sigma}_{\text{oh}}} \right)^{2/5}, \quad (\text{B.24})$$

où $\bar{\sigma}_{\text{oh}}$ représente la taille de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique correspondant à la fréquence moyenne $\bar{\omega}$. On obtient également la relation :

$$n_{\text{bec}}(\vec{0}) = \frac{m\mu_{\text{bec}}}{4\pi\hbar^2 a} \quad (\text{B.25})$$

Rétrospectivement, on peut comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du condensat dans la direction i :

$$\frac{E_{\text{cin}}}{U} \sim \frac{\frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{mr_{\text{bec},i}^2}}{\frac{1}{2} m\omega_i^2 r_{\text{bec},i}^2} = \left(\frac{\sigma_{\text{oh},i}}{r_{\text{bec},i}} \right)^4, \text{ avec } i = x, y, z. \quad (\text{B.26})$$

Ainsi la condition de validité de l'approximation de Thomas-Fermi s'écrit $\left(\frac{\sigma_{\text{oh},i}}{r_{\text{bec},i}} \right)^4 \ll 1$, ce qui est moins restrictif que simplement écrire que l'extension spatiale du condensat est plus importante que celle de l'état fondamental sans interactions, à savoir $\frac{\sigma_{\text{oh},i}}{r_{\text{bec},i}} \ll 1$.

Expressions théoriques des signaux de temps de vol

Le nombre d'atomes et la température du nuage d'atomes piégés sont déterminés à partir du flux (intégré sur la surface du MCP) obtenu, lorsque les atomes sont relâchés du piège. On parle d'un signal de temps de vol (ou part abus de langage dans cette thèse de temps de vol). Cette annexe donne les expressions théoriques de ces signaux en distinguant le cas des nuages thermiques loin du seuil de condensation, le cas des nuages thermiques proches de ce seuil et le cas des condensats de Bose-Einstein.

C.1 Nuage thermique loin du seuil de condensation

On s'intéresse ici à l'allure du signal détecté par le MCP en fonction du temps. Considérons un nuage ponctuel, centré à une hauteur h au dessus du MCP, contenant N_0 atomes piégés à l'équilibre thermodynamique à la température T . Soit $t = 0$ l'instant de coupure du piège, le nuage atomique est alors libéré et explose dans le champ de pesanteur.

Dans le cas d'un nuage thermique loin du seuil de condensation, la distribution en vitesse suit une loi de Maxwell-Boltzmann, et on peut calculer en tout instant t , le flux total d'atomes qui arrivent sur la galette. Ce calcul a été détaillé dans la référence [48]. Ce flux s'écrit :

$$\frac{dN}{dt}(t) = N_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \frac{h + \frac{1}{2}gt^2}{t^2} \exp\left(-\frac{m}{2k_B T} \frac{(h - \frac{1}{2}gt^2)^2}{t^2}\right) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{2k_B T} \frac{R_g^2}{t^2}\right)\right), \quad (\text{C.1})$$

avec m la masse atomique, g l'accélération de pesanteur, k_B la constante de Boltzmann et R_g le rayon du MCP. Nous pouvons réécrire cette expression

comme :

$$\frac{dN}{dt}(t) = gt \frac{N_0}{\sqrt{2\pi} \sigma_x(t)} \times \frac{1}{2} \frac{t_0^2 + t^2}{t^2} \times \exp\left(-\frac{x_0^2(t)}{2\sigma_x^2(t)}\right) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{R_g^2}{2\sigma_x^2(t)}\right)\right) \quad (\text{C.2})$$

où les paramètres t_0 , $\sigma_x(t)$ et $x_0(t)$ sont définis par :

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad \sigma_x(t) \simeq \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad \text{et} \quad x_0(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (\text{C.3})$$

Nous utiliserons la formule C.2 pour remonter au nombre d'atomes initialement piégés N_0 et à la température T à partir du signal de temps de vol de nuages thermiques loin du seuil de condensation. Nous appellerons cette loi d'ajustement : loi de Maxwell-Boltzmann. Pour comprendre l'allure des signaux de temps de vol déduits de cette expression théorique, on peut distinguer deux régimes, en fonction de la température du piège.

Limite des hautes températures

Pour un nuage d'atomes assez chaud, c'est à dire $k_B T \gg mgh$, soit dans notre cas ($h = 5$ cm) : $T \gg 250\mu\text{K}$, la gravité devient négligeable. L'explosion du nuage atomique se fait de manière quasi-isotrope et les atomes qui atteignent le détecteur sont ceux qui avaient une vitesse initiale dirigée vers celui-ci. Le temps moyen d'arrivée des atomes est alors inversement proportionnel à la vitesse moyenne des atomes et la largeur du signal de temps de vol est inversement proportionnelle à la largeur de la distribution en vitesse. Ainsi, dans ce régime, plus les atomes sont froids plus la date d'arrivée du temps de vol après la coupure du piège est grande et plus le signal est large temporellement (Figure C.1). Donc pour un même nombre d'atomes la hauteur du signal diminue.

Comme l'explosion du nuage se fait de manière quasi-isotrope, le nombre d'atomes arrivant sur le MCP vaut environ $N_0 \frac{\Omega}{4\pi}$ où Ω représente l'angle solide délimité par la galette depuis le centre du piège. Puisque $\Omega \sim 60$ mrad, soit $\frac{\Omega}{4\pi} \sim 0,5$ %, on ne récolte qu'une très faible partie des atomes.

Il a été montré que les erreurs sur la température et le nombre d'atomes faites en négligeant la taille finie du nuage atomique ou en considérant un nuage légèrement décentré sont négligeables devant les incertitudes dues à la calibration du système de détection [48].

Limite des basses températures

Pour un nuage d'atomes très froid ($k_B T \ll mgh$), la gravité gouverne la chute des atomes. Le temps d'arrivée du nuage devient indépendant de la

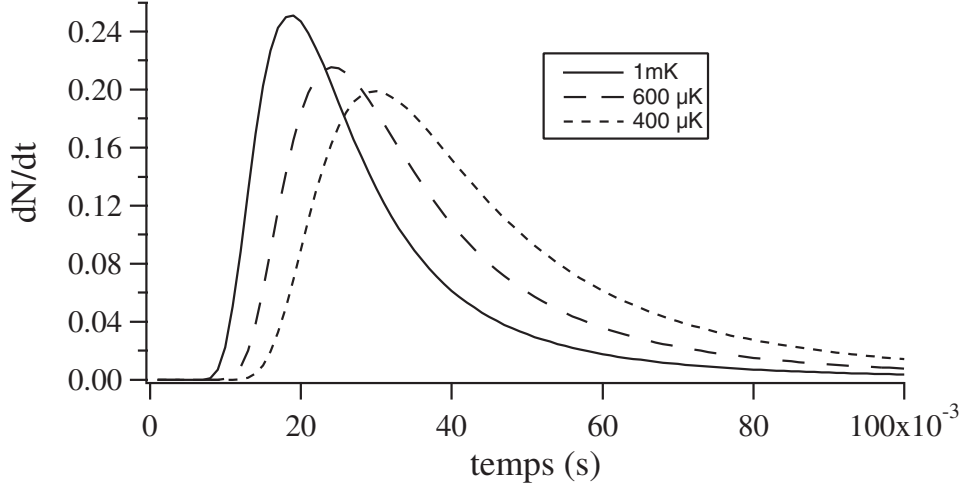


FIG. C.1 – Allure des temps de vol sur le MCP en fonction de la température du nuage considéré. Les trois temps de vol correspondent à un même nombre d’atomes normalisé à 1 et ont été calculés à partir de la formule (C.2).

température et vaut $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \simeq 100$ ms. L’explosion du nuage atomique est telle que la majorité des atomes sont récoltés sur le MCP. D’après la formule C.2, l’expression du flux d’atomes reçu sur la galette devient, dans le cas d’un nuage suffisamment froid pour que la taille du MCP puisse être considérée comme infinie :

$$\frac{dN}{dt}(t) = gt \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)} e^{-x_0^2(t)/2\sigma_x^2(t)} \times \frac{1}{2} \frac{t_0^2 + t^2}{t^2} \quad (\text{C.4})$$

Cette expression se comprend bien qualitativement : gt représente la vitesse du nuage acquise sous l’effet de la gravité, et vaut $gt \sim gt_0 \sim 1$ m/s pour des atomes au niveau du MCP. Le deuxième terme de l’expression traduit la densité linéique verticale, c’est-à-dire la distribution des atomes suivant (Ox) intégrée sur le plan horizontal (Oyz), au niveau du détecteur, après expansion balistique. Le dernier terme est très proche de l’unité. Le produit de la vitesse des atomes par la densité linéique au niveau de la galette représente bien le flux d’atomes reçu par le MCP. Dans cette expression, la prise en compte de la taille initiale du piège devient évidente. Il suffit d’écrire :

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\sigma_x^2(0) + \frac{k_B T}{m} t^2}$$

Dans notre cas, la taille initiale est toujours très faible devant $\sqrt{\frac{k_B T}{m}} t_0$ et on pourra la négliger : $\sigma_x(t) \simeq \sqrt{\frac{k_B T}{m}} t$.

En écrivant $t \sim t_0$, le temps de vol donné par C.4 prend l'allure d'une gaussienne de demi-largeur temporelle égale à $\sigma_t = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$, centrée en t_0 et d'autant plus étroite que les atomes sont froids :

$$\frac{dN}{dt}(t) \simeq g \frac{N_0}{\sqrt{2\pi k_B T/m}} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_t^2} \times \frac{(t+t_0)^2}{4t^2}} \times 1 \quad (\text{C.5})$$

$$\frac{dN}{dt}(t) \simeq g \frac{N_0}{\sqrt{2\pi k_B T/m}} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_t^2}} \quad (\text{C.6})$$

La figure C.2 montre des signaux de temps de vol calculés pour des différentes températures avec l'expression exacte (C.2). On utilisera toujours cette expression pour faire les ajustements, car la taille du MCP est trop faible aux températures qui nous intéressent ici pour que tous les atomes tombent sur le MCP et que l'expression (C.4) soit valable.

On constate qu'au-dessus d'une température de quelques microkelvins, la détection est moins efficace. Ceci est confirmé en traçant, sur la figure C.3, la hauteur de temps de vol en fonction de la température du nuage. La hauteur maximale chute rapidement de plus de 2 ordres de grandeur. Ceci est dû pour une partie au fait que le temps de vol est de plus en plus large temporellement. Mais c'est surtout car la fraction d'atomes qui tombent sur la surface limitée du MCP devient vite très faible. A titre d'exemples, cette fraction d'atome n'atteint 1% que pour une température de 250 μK , vaut respectivement 22%, 45% et 70% pour 5 μK , 2 μK , et 1 μK , et ne dépasse 90% que pour une température de 500 nK.

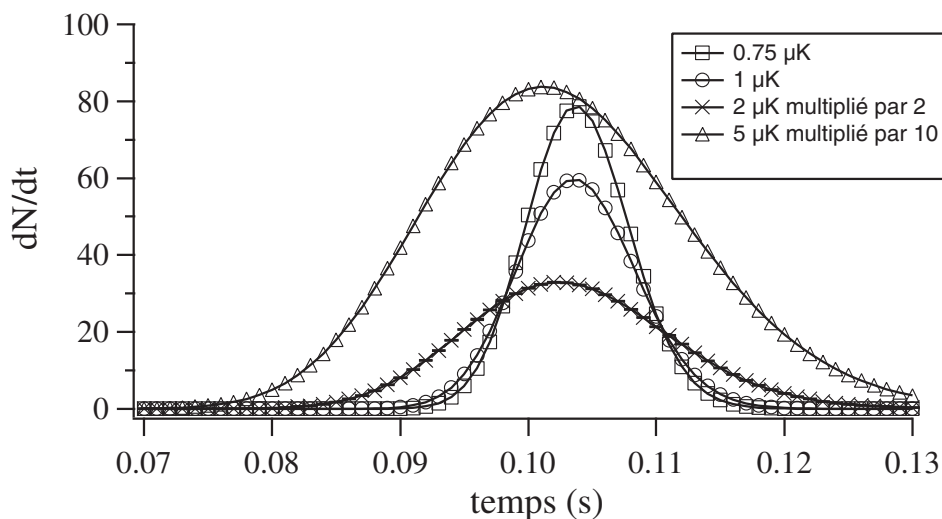


FIG. C.2 – Temps de vol calculés pour différentes températures ($0.75 \mu\text{K}$, $1 \mu\text{K}$, $2 \mu\text{K}$ et $5 \mu\text{K}$) pour un même nombre d'atomes. Les deux dernières courbes ont dû être multipliées par un facteur d'échelle pour rester visibles.

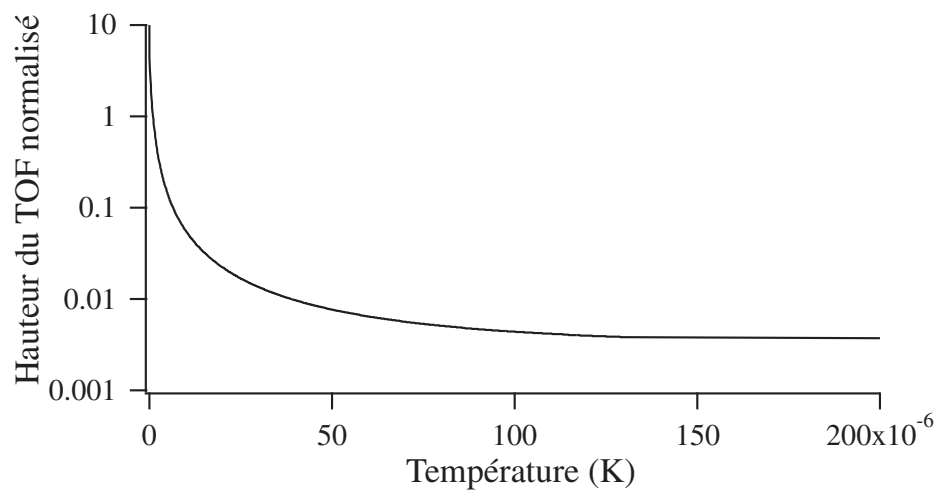


FIG. C.3 – Hauteur maximale du temps de vol en échelle logarithmique pour un même nombre d'atomes en fonction de la température. La hauteur est normalisée par rapport à celle à $1 \mu\text{K}$.

C.2 Nuages thermiques proches du seuil de condensation

Proche du seuil de condensation, la distribution en vitesse du nuage n'est plus une distribution de Maxwell-Boltzmann mais une distribution de Bose (voir Annexe B). La loi théorique (C.2) doit donc être modifiée. Nous allons calculer la nouvelle expression théorique du temps de vol en négligeant l'effet des interactions et l'énergie de point zéro.

Pour des raisons de simplicité, calculons tout d'abord le flux sur le MCP dans le cas d'un détecteur de taille infinie que nous comparerons à l'expression (C.4). L'intégration de la densité atomique dans le nuage thermique, définie par (B.12), sur le plan horizontal (Oyz) fournit la densité linéique verticale $\mathcal{N}_{\text{th}}(x) = \int dy \int dz n_{\text{th}}(\vec{r})$ qui, avec les mêmes notations que dans l'annexe B, peut s'écrire :

$$\mathcal{N}_{\text{th}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(0)} \frac{N_0}{g_3(z)} g_{5/2} \left[z e^{-x^2/2\sigma_x^2(0)} \right], \text{ avec } \sigma_x(0) = \frac{1}{\omega_x} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}. \quad (\text{C.7})$$

Pour obtenir la densité linéique au niveau du MCP en fonction du temps t attendu après la coupure du piège, il faut prendre la densité $\mathcal{N}_{\text{th}}(x)$ centrée en $x = \frac{1}{2}gt^2$ et remplacer la taille initiale $\sigma_x(0)$ du nuage dans le piège par celle au niveau du MCP, soit par $\sigma_x(t) = \sqrt{\sigma_x^2(0) + \frac{k_B T}{m} t^2} \simeq \sqrt{\frac{k_B T}{m}} t$. On obtient alors :

$$\mathcal{N}_{\text{th}}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)} \frac{N_0}{g_3(z)} g_{5/2} \left[z e^{-(x - \frac{1}{2}gt^2)^2/2\sigma_x^2(t)} \right] \quad (\text{C.8})$$

On peut ensuite calculer le nombre d'atomes ayant franchi le MCP à l'instant t puis dériver cette fonction pour obtenir le flux enregistré par le MCP en fonction du temps :

$$\frac{dN}{dt}(t) = \frac{d}{dt} \left(\int_h^\infty \mathcal{N}_{\text{th}}(x, t) dx \right) \quad (\text{C.9})$$

Ce calcul est un peu fastidieux mais ne présente pas de difficultés particulières. On en déduit l'expression du flux atomique reçu sur le MCP :

$$\frac{dN}{dt}(t) = gt \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)} \frac{N_0}{g_3(z)} g_{5/2} \left[z e^{-x_0^2(t)/2\sigma_x^2(t)} \right] \times \frac{1}{2} \frac{t_0^2 + t^2}{t^2} \quad (\text{C.10})$$

avec $z = 1$ au seuil de condensation. Ainsi, la différence entre le flux dû au nuage thermique au seuil de condensation (donné par la formule (C.10)) et celui dû à un simple nuage froid loin du seuil de condensation (donné par la

formule (C.4)) réside dans l'apparition du coefficient $g_3(1) \sim 1,202$ et dans l'utilisation de la fonction $g_{5/2}(x)$. La figure C.4 montre que la forme de ces deux flux s'avèrent en fait peu différents, les fonctions devenant identiques sur les ailes. Cependant, si nous ajustons la loi (C.4) avec la loi (C.10), ou inversement, nous constatons que les températures trouvées diffèrent de 20% environ. Pour diminuer cet effet, il vaut mieux ajuster uniquement les ailes de ces fonctions. Néanmoins, même en éliminant de l'ajustement la partie centrale de la fonction sur une taille correspondant à la largeur à $1/\sqrt{e}$, la différence sur la température reste de l'ordre de 5%. Nous verrons au chapitre 5 que nous sommes expérimentalement sensibles à une telle différence.

Nous savons qu'aux températures considérées tous les atomes ne tombent pas sur le détecteur et qu'il faut prendre en compte sa taille finie. Un calcul, semblable à celui fait dans la référence [48], mais utilisant une distribution de Bose et non une distribution de Maxwell-Boltzmann, conduit au résultat suivant pour un nuage thermique proche du seuil de condensation :

$$\frac{dN}{dt}(t) = g t \frac{t_0^2 + t^2}{2t^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)} \frac{N_0}{g_3(z)} \left(g_{5/2} \left[z e^{-\frac{x_0^2(t)}{2\sigma_x^2(t)}} \right] - g_{5/2} \left[z e^{-\frac{x_0^2(t)+R_g^2}{2\sigma_x^2(t)}} \right] \right) \quad (\text{C.11})$$

avec R_g le rayon du détecteur.

Cette expression est valable a priori pour tout nuage thermique :

- Pour $T \gg T_C$, la fugacité z tend vers 0, et on peut faire un développement limité des fonctions $g_{5/2}$. On retrouve l'expression (C.2).
- Au seuil de condensation, $T = T_C$, $z = 1$ et $g_3(1) \simeq 1.202$.
- Pour des températures plus faibles, une partie thermique et un condensat coexistent. Si on néglige les interactions entre ces deux parties, l'expression (C.11) est toujours valable pour la partie thermique en prenant $z = 1$.

Nous utiliserons notamment cette loi pour ajuster des signaux de temps de vol au seuil de condensation en imposant $z = 1$. Nous appellerons cette loi d'ajustement : fonction de Bose au seuil.

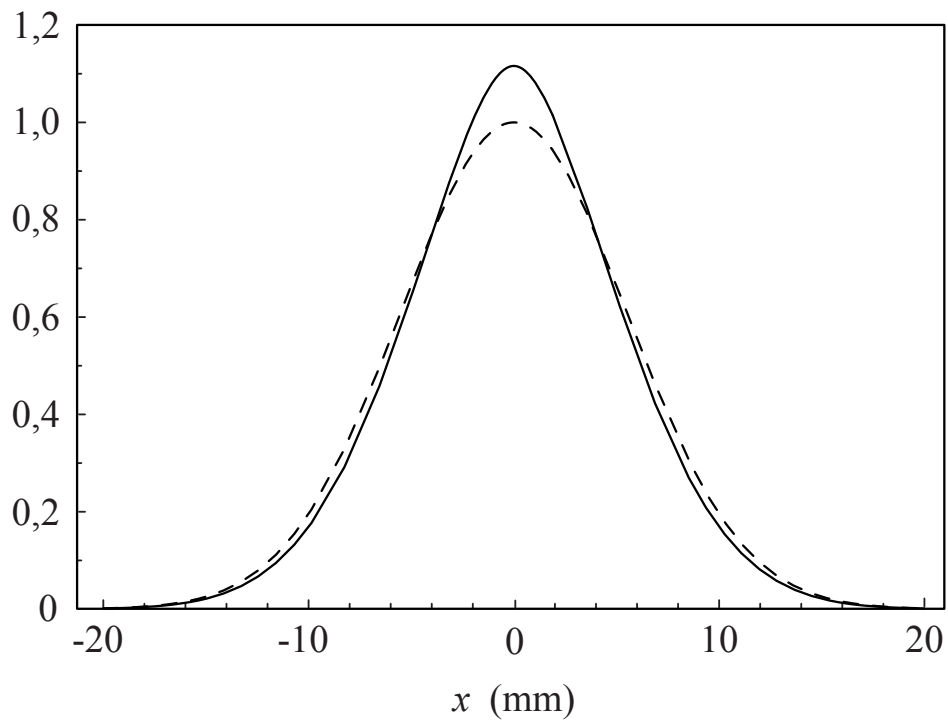


FIG. C.4 – Comparaison du flux sur le MCP dû au nuage thermique au seuil de condensation ($z = 1$), donné par la formule (C.10), et celui dû à un simple nuage froid loin du seuil de condensation (donné par la formule (C.4)) pour la même température. La courbe en trait plein représente le terme $g_{5/2} \left[e^{-x^2/2\sigma^2} \right] / g_3(1)$, utilisé dans le cas d'un nuage thermique au seuil de condensation, celle en trait pointillé correspond à la gaussienne $e^{-x^2/2\sigma^2}$ utilisée pour un nuage froid loin du seuil. Dans les deux cas, σ est pris égal à 5 mm.

C.3 Condensats de Bose-Einstein

Il s'agit de donner ici l'allure du temps de vol d'un condensat de Bose-Einstein. Les formules liées à la théorie de la condensation de Bose-Einstein, sont rappelées dans l'annexe B.

La densité spatiale du condensat $n_{\text{bec}}(\vec{r})$, peut s'écrire dans le régime de Thomas-Fermi :

$$n_{\text{bec}}(\vec{r}) = \frac{15}{8\pi} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},x} r_{\text{bec},y} r_{\text{bec},z}} \max \left[\left(1 - \frac{x^2}{r_{\text{bec},x}^2} - \frac{y^2}{r_{\text{bec},y}^2} - \frac{z^2}{r_{\text{bec},z}^2} \right), 0 \right]. \quad (\text{C.12})$$

Dans chaque direction i , le condensat a la forme d'une parabole inversée, maximale à l'origine et s'annulant au-delà de $r_{\text{bec},i}$. Cette taille caractéristique n'est pas la taille de l'oscillateur harmonique à cause des interactions mais dépend du potentiel chimique μ du condensat :

$$r_{\text{bec},i} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}, \text{ avec } i = x, y, z. \quad (\text{C.13})$$

Ainsi dans le piège magnétique anisotrope que nous utilisons ($\omega_z/2\pi = 47$ Hz et $\omega_x/2\pi = \omega_y/2\pi = 1800$ Hz), les valeurs de ces grandeurs pour les plus gros condensats que nous formons ($N \simeq 5 \times 10^5$) sont :

$$\mu/k_B \simeq 0.8\mu\text{K}, \quad r_{\text{bec},x} = r_{\text{bec},y} \simeq 5\mu\text{m} \text{ et } r_{\text{bec},z} \simeq 200\mu\text{m} \quad (\text{C.14})$$

où x est la direction de la gravité et z la direction de l'axe peu confinant du piège.

L'expansion du nuage est régie par des équations hydrodynamiques. La résolution de ces équations [104, 123] montre que la taille du condensat subit une loi d'échelle. La position du centre de gravité du nuage est quant à elle régie par la gravité. On obtient alors pour expressions de l'évolution des tailles :

$$r_{\text{bec},x}(t) = r_{\text{bec},y}(t) = r_{\text{bec},x}(0) \times \sqrt{1 + \omega_{x,y}^2 t^2} \simeq r_{\text{bec},x}(0) \times \omega_{x,y} t \quad (\text{C.15})$$

$$r_{\text{bec},z}(t) = r_{\text{bec},z}(0) \times \left(1 + \epsilon^2 \left(\omega_x t \text{ArcTan}[\omega_x t] - \text{Log}[\sqrt{1 + (\omega_x t)^2}] \right) \right) \quad (\text{C.16})$$

Avec :

$$\epsilon = \frac{\omega_z}{\omega_x} \quad (\text{C.17})$$

Avec les paramètres correspondant à notre expérience cela donne des tailles au niveau de la galette :

$$r_{\text{bec},x}(t = 0.1) = r_{\text{bec},y}(t = 0.1) \simeq 5.5\text{mm} \text{ et } r_{\text{bec},z}(t = 0.1) \simeq 0.45\text{mm} \quad (\text{C.18})$$

Ainsi, si le centrage du piège au dessus du MCP est réalisé à mieux que 1 millimètre près, tous les atomes tombent sur le MCP ($R_g = 7.25$ mm).

La forme du condensat dans le piège est un cigare allongé dans la direction z . Après expansion, il a la forme d'une crêpe dont le rayon est dans le plan Oxy . On parle d'inversion d'ellipticité. Ce comportement est très différent de celui du nuage thermique. Comme la taille de celui-ci après expansion ne dépend que de la température, sa forme devient sphérique.

Pour obtenir le flux en fonction du temps, on intègre tout d'abord sur les directions y et z pour obtenir la densité linéique $\mathcal{N}_{\text{bec}}(x)$. Dans le piège, on trouve l'expression :

$$\mathcal{N}_{\text{bec}}(x) = \frac{15}{16} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},x}(0)} \max \left[\left(1 - \frac{x^2}{r_{\text{bec},x}^2(0)} \right), 0 \right]^2 \quad (\text{C.19})$$

Après expansion la densité linéique dépend du temps et s'obtient simplement en respectant les lois d'échelle :

$$\mathcal{N}_{\text{bec}}(x, t) = \frac{15}{16} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},x}(t)} \max \left[\left(1 - \frac{(x - 1/2 g t^2)^2}{r_{\text{bec},x}^2(t)} \right), 0 \right]^2 \quad (\text{C.20})$$

On peut ensuite calculer le nombre d'atomes ayant franchi le MCP à l'instant t puis dériver cette fonction pour obtenir le flux enregistré par le MCP en fonction du temps :

$$\frac{dN}{dt}(t) = \frac{d}{dt} \left(\int_h^\infty \mathcal{N}_{\text{bec}}(x, t) dx \right) \quad (\text{C.21})$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{15}{16} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},x}(t)} \max \left[\left(1 - \frac{(h - 1/2 g t^2)^2}{r_{\text{bec},x}^2(t)} \right), 0 \right]^2 \times g t \times \left(\frac{1}{2} + \frac{h}{g t^2} \right) \quad (\text{C.22})$$

Soit :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{15}{16} \frac{N_{\text{bec}}}{r_{\text{bec},x}(t)} \max \left[\left(1 - \left(\frac{t_0^2 - t^2}{2 r_{\text{bec},x}(t)/g} \right)^2 \right), 0 \right]^2 \times g t \times \left(\frac{t^2 + t_0^2}{2 t^2} \right) \quad (\text{C.23})$$

On comprend bien cette expression. En effet, la densité linéique croise le détecteur avec une vitesse moyenne $g t$ et une très faible dispersion en vitesse. Le flux arrive donc à un temps moyen tel que $h = 1/2 g t_0^2$ et la largeur du temps de vol est directement reliée à la taille du condensat par $\Delta t = r_{\text{bec},x}(t)/g t_0$. On retrouve le dernier facteur qui est très proche de l'unité et qui représente la modification du flux liée à la dispersion de la vitesse

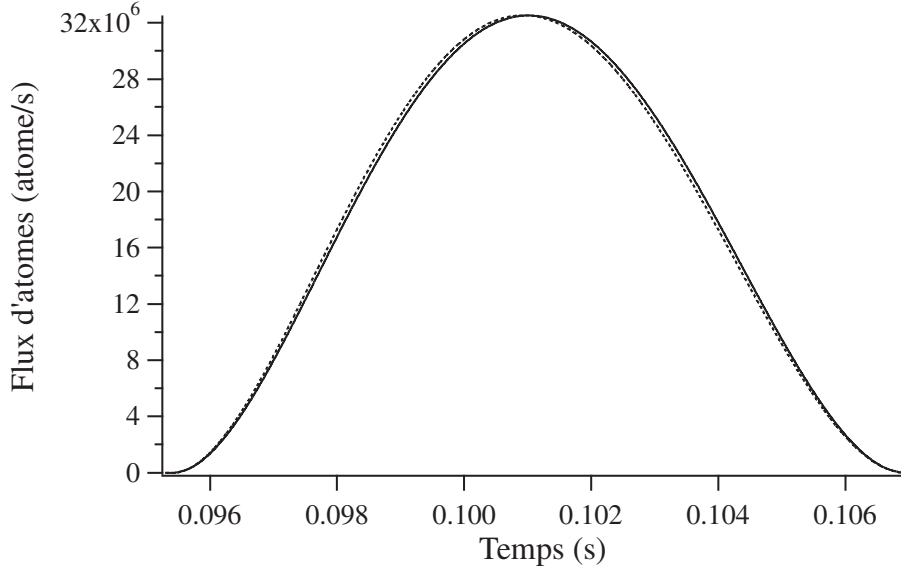


FIG. C.5 – Temps de vol d'un condensat de $2 \cdot 10^5$ atomes calculé avec la formule C.23 (en pointillé) et calculé en faisant l'approximation que le dernier terme de cette formule est égal à l'unité (trait continu).

finale des atomes ($\bar{v} \simeq 1 \text{ms}^{-1}$ et $\Delta v/\bar{v} \simeq 5\%$). La figure C.5 montre l'allure du temps de vol d'un condensat en utilisant la formule C.23 et $r_{\text{bec},x}(t) \simeq r_{\text{bec},x}(0) \times \omega_{x,y} t$. Le même temps de vol est également tracé en faisant dans la formule C.23, l'approximation du dernier terme égal à l'unité. Les différences sont très faibles.

On peut réécrire la dernière expression en utilisant le potentiel chimique et on obtient alors :

$$\frac{dN_{\text{bec}}}{dt}(t) = \frac{15}{16} g N_{\text{bec}} \sqrt{\frac{m}{2\mu_{\text{bec}}}} \max \left[\left(1 - \left(\frac{g}{2t} \sqrt{\frac{m}{2\mu_{\text{bec}}}} (t_0^2 - t^2) \right)^2 \right), 0 \right]^2 \times \left(\frac{t^2 + t_0^2}{2t^2} \right) \quad (\text{C.24})$$

On ajustera les temps de vol expérimentaux avec cette fonction pour mesurer le potentiel chimique et le nombre d'atomes du condensat.

Expression théorique du taux d'ions au seuil de condensation

Le but de cet annexe est de calculer le taux d'ionisation au seuil de condensation en prenant en compte l'énergie de point zéro et l'effet des interactions dans une théorie de champ moyen.

Le taux d'ionisation peut s'écrire :

$$I = \frac{N}{\tau_i} + \frac{1}{2}\beta\langle n \rangle N + \frac{1}{3}L\langle n^2 \rangle N \quad (\text{D.1})$$

les symboles $\langle \dots \rangle$ désignant la moyenne spatiale, c'est à dire :

$$\langle X(\vec{r}) \rangle = \frac{\int X(\vec{r})n(\vec{r})d\vec{r}}{\int n(\vec{r})d\vec{r}} = \frac{\int X(\vec{r})n(\vec{r})d\vec{r}}{N} \quad (\text{D.2})$$

Il faut donc calculer les intégrales spatiales de $n_s(\vec{r})$, de $n_s^2(\vec{r})$ et de $n_s^3(\vec{r})$, avec $n_s(\vec{r})$ la densité spatiale du nuage thermique au seuil de condensation.

Nous avons établi dans l'annexe B que dans l'approximation de champ moyen le seuil de condensation reste défini par $n(\vec{0}, T_C, \mu_s) = n_s = \frac{1}{\Lambda^3(T_C)} g_{3/2}[1]$, et que le potentiel chimique au seuil vaut alors :

$$\mu_s = \frac{3}{2} \hbar \tilde{\omega} + 2 g n(\vec{0}, T_C, \mu_s) \quad (\text{D.3})$$

Nous avons également donné l'expression de la densité au seuil de condensation (B.4) :

$$n_s(\vec{r}, T_C, \mu_s) = \frac{1}{\Lambda^3(T_C)} g_{3/2} \left[e^{-\frac{\frac{3}{2} \hbar \tilde{\omega} + U(\vec{r}) + 2 g n_s(\vec{r}) - \mu_s}{k_B T_C}} \right] \quad (\text{D.4})$$

Au chapitre 5, nous avons déterminé son expression approchée en considérant que les corrections étaient faibles et faisant un développement limité 5.30 :

$$n_s(\vec{r}) \simeq n_{(0)}(\vec{r}, T_C, 0) + \frac{1}{\Lambda^3(T_C)} g_{1/2}[\zeta] \left(\frac{3}{2} \frac{\hbar \tilde{\omega}}{k_B T_C} + 4 \frac{a}{\Lambda(T_C)} (g_{3/2}[1] - g_{3/2}[\zeta]) \right) \quad (\text{D.5})$$

avec $\zeta = \zeta(\vec{r}) = e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T_C}}$.

Expression du nombre d'atomes au seuil de condensation

Pour calculer les intégrales spatiales, nous introduisons la notation :

$$I_{(\alpha,\beta,\dots)} = \int_0^\infty dx x^2 g_\alpha(e^{-x^2}) g_\beta(e^{-x^2}) \dots \quad (D.6)$$

et nous posons $A = \left(\frac{2\pi k_B T_C}{m\tilde{\omega}^2}\right)^{3/2}$, $\Lambda_C = \Lambda(T_C)$ et $\omega_C = k_B T_C / \hbar$.

On obtient alors :

$$\int n_s(\vec{r}) d\vec{r} \simeq N_{s(0)} + \frac{4\pi}{\Lambda_C^3} A \left(\frac{3}{2} I_{(\frac{1}{2})} \frac{\tilde{\omega}}{\omega_C} + 4 \frac{a}{\Lambda_C} (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})}) \right) \quad (D.7)$$

En remarquant que $\frac{4\pi}{\Lambda_C^3} \times A = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\omega_C}{\tilde{\omega}}\right)^3 = \frac{N_{s(0)}}{I_{(\frac{3}{2})}}$, on peut réécrire cette expression sous la forme :

$$\int n_s(\vec{r}) d\vec{r} \simeq N_{s(0)} \left[1 + \frac{3 I_{(\frac{1}{2})}}{2 I_{(\frac{3}{2})}} \frac{\tilde{\omega}}{\omega_C} + \frac{4}{I_{(\frac{3}{2})}} \frac{a}{\Lambda_C} (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})}) \right] \quad (D.8)$$

En introduisant la densité pic n_s , on obtient alors :

$$N_s = N_{s(0)}(1 + \epsilon_1) = N_{s(0)} \left(1 + Z_1 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_1 (n_s a^3)^{1/3} \right) \quad (D.9)$$

avec $\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\tilde{\omega}}}$. Les coefficients $Z_1 \simeq 3.8935$ et $T_1 \simeq 7.4629$ sont des coefficients numériques dont les expressions analytiques sont :

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{3 I_{(\frac{1}{2})}}{2 I_{(\frac{3}{2})}} \times (g_{3/2}[1])^{2/3} \\ T_1 &= \frac{4}{I_{(\frac{3}{2})}} (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})}) \times (g_{3/2}[1])^{-1/3} \end{aligned} \quad (D.10)$$

Nous trouvons que le nombre d'atomes au seuil de condensation est plus grand quand nous prenons en compte les interactions. Nous pouvons comprendre qualitativement cela. En effet, les interactions prennent en compte le fait que les atomes se repoussent. A nombre d'atomes et température donnés, la distribution spatiale de la densité est donc plus large lorsqu'on prend en compte les interactions. Pour obtenir une même densité pic, il faut ainsi un nombre d'atomes plus grand ou une température plus faible.

Expression du taux d'ionisation

On peut calculer le carré et le cube de la densité spatiale au même ordre de perturbation. On trouve alors :

$$\begin{aligned} n_s^2(\vec{r}) &\simeq n_{s(0)}^2(\vec{r}, T_C, 0) + \frac{1}{\Lambda_C^6} g_{3/2}[\zeta] g_{1/2}[\zeta] \left(3 \frac{\tilde{\omega}}{\omega_C} + 8 \frac{a}{\Lambda_C} (g_{3/2}[1] - g_{3/2}[\zeta]) \right) \\ n_s^3(\vec{r}) &\simeq n_{s(0)}^3(\vec{r}, T_C, 0) + \frac{1}{\Lambda_C^9} (g_{3/2}[\zeta])^2 g_{1/2}[\zeta] \left(\frac{9}{2} \frac{\tilde{\omega}}{\omega_C} + 12 \frac{a}{\Lambda_C} (g_{3/2}[1] - g_{3/2}[\zeta]) \right) \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

Tout comme nous avons intégré l'expression de la densité pour obtenir le nouveau nombre d'atomes au seuil de condensation, il est possible de calculer l'intégrale de $n_s^2(\vec{r})$ et de $n_s^3(\vec{r})$:

$$\begin{aligned} \int n_s^2(\vec{r}) d\vec{r} &\simeq \int n_{s(0)}^2(\vec{r}) d\vec{r} \\ &+ \frac{4\pi}{\Lambda_C^6} A \left(3 I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} \frac{\tilde{\omega}}{\omega_C} \right) \\ &+ \frac{4\pi}{\Lambda_C^6} A \left(8 \frac{a}{\Lambda_C} (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) \right) \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

et :

$$\begin{aligned} \int n_s^3(\vec{r}) d\vec{r} &\simeq \int n_{s(0)}^3(\vec{r}) d\vec{r} \\ &+ \frac{4\pi}{\Lambda_C^9} A \left(\frac{9}{2} I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} \frac{\tilde{\omega}}{\omega_C} \right) \\ &+ \frac{4\pi}{\Lambda_C^9} A \left(12 \frac{a}{\Lambda_C} (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) \right) \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

Avec les mêmes manipulations que pour l'expressions du nombre d'atomes et en introduisant les notations :

$$A_2 = \frac{\langle n \rangle}{n_{s(0)}} \quad \text{et} \quad A_3 = \frac{\langle n^2 \rangle}{n_{s(0)}^2} \quad (\text{D.14})$$

ces équations deviennent :

$$\begin{aligned} \int n_s^2(\vec{r}) d\vec{r} &\simeq N_{s(0)} n_s A_2 \times \left(1 + Z_2 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_2 (n_s a^3)^{1/3} \right) \\ \int n_s^3(\vec{r}) d\vec{r} &\simeq N_{s(0)} n_s^2 A_3 \times \left(1 + Z_3 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_3 (n_s a^3)^{1/3} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

Avec pour expression des différents coefficients :

$$\begin{aligned} Z_2 &= \frac{1}{A_2} \frac{1}{I_{(\frac{3}{2})} g_{3/2}[1]} 3 I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^{2/3} \\ T_2 &= \frac{1}{A_2} \frac{1}{I_{(\frac{3}{2})} g_{3/2}[1]} 8 (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) (g_{3/2}[1])^{-1/3} \\ Z_3 &= \frac{1}{A_3} \frac{1}{I_{(\frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^2} \frac{9}{2} I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^{2/3} \\ T_3 &= \frac{1}{A_3} \frac{1}{I_{(\frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^2} 12 (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) (g_{3/2}[1])^{-1/3} \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

Ces expressions peuvent se simplifier en remarquant que les expressions des A_i sont avec les notations de cette annexe :

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})}}{I_{(\frac{3}{2})} g_{3/2}[1]} \\ A_3 &= \frac{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}}{I_{(\frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^2} \end{aligned} \tag{D.17}$$

On trouve alors :

$$\begin{aligned} Z_2 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} 3 I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^{2/3} \\ T_2 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} 8 (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) (g_{3/2}[1])^{-1/3} \\ Z_3 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} \frac{9}{2} I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^{2/3} \\ T_3 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} 12 (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) (g_{3/2}[1])^{-1/3} \end{aligned} \tag{D.18}$$

Conclusion : expression finale

Le taux d'ionisation normalisé par le nombre d'atomes calculé à l'ordre zéro d'approximation peut donc se mettre sous la forme :

$$\Gamma = \frac{I}{N_{s(0)}} = \frac{1}{\tau_i} (1 + \epsilon_1) + \frac{\beta}{2} A_2 n_s (1 + \epsilon_2) + \frac{L}{3} A_3 n_s (1 + \epsilon_3) \tag{D.19}$$

avec pour expression des corrections :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &\simeq Z_1 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_1 (n_s a^3)^{1/3} \\ \epsilon_2 &\simeq Z_2 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_2 (n_s a^3)^{1/3} \\ \epsilon_3 &\simeq Z_3 (n_s \tilde{\sigma}^3)^{-2/3} + T_3 (n_s a^3)^{1/3} \end{aligned} \tag{D.20}$$

et avec des coefficients dont les expressions analytiques sont :

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{3 I_{(\frac{1}{2})}}{2 I_{(\frac{3}{2})}} \times (g_{3/2}[1])^{2/3} && \simeq 3.8935 \\ T_1 &= \frac{4}{I_{(\frac{3}{2})}} (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})}) \times (g_{3/2}[1])^{-1/3} && \simeq 7.4628 \\ Z_2 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} 3 I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^{2/3} && \simeq 10.345 \\ T_2 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} 8 (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) (g_{3/2}[1])^{-1/3} && \simeq 14.735 \\ Z_3 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} \frac{9}{2} I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} (g_{3/2}[1])^{2/3} && \simeq 19.426 \\ T_3 &= \frac{1}{I_{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}} 12 (g_{3/2}[1] I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})} - I_{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})}) (g_{3/2}[1])^{-1/3} && \simeq 21.909 \end{aligned} \tag{D.21}$$

Articles

Thermalization of magnetically trapped metastable helium

Référence [52]

A Bose-Einstein condensate of metastable atoms

Référence [8]

Bose-Einstein condensation of metastable helium : some experimental aspects

Référence [132]

Ionization rates in a Bose-Einstein condensate of metastable helium

Référence [114]

Ionization in a Bose-Einstein condensate of metastable helium : a quantitative monitoring tool

Référence [133]

Using ion production to monitor the birth and death of a metastable helium Bose-Einstein condensate

Référence [124]

Thermalization of magnetically trapped metastable helium

A. Browaeys, A. Robert, O. Sirjean, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect
Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, Boite Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France
 (Received 21 February 2001; published 10 August 2001)

We have observed thermalization by elastic collisions of magnetically trapped metastable helium atoms. Our method directly samples the reconstruction of a thermal energy distribution after the application of a RF knife. The relaxation time of our sample toward equilibrium gives an elastic collision rate constant of $\alpha \sim 5 \times 10^{-9}$ cm³/s at a temperature of 1 mK. This value is close to the unitarity limit.

DOI: 10.1103/PhysRevA.64.034703

PACS number(s): 34.50.-s, 32.80.Pj, 51.10.+y, 67.65.+z

Bose-Einstein condensation (BEC) of dilute atomic vapors has been observed in Rb [1], Na [2], Li [3], and H [4]. Atoms in these gases are in their electronic ground states. Metastable helium in the 2^3S_1 state (He^*), which has long been of interest to the laser cooling community, is by contrast in a state 20 eV above the ground state. This situation presents additional possibilities for the study of cold dilute atomic gases. First, the large internal energy permits efficient detection by ionization of other atoms and surfaces: it is possible to study very small samples. Second, Penning ionization both by the background gas and between trapped atoms offers a high time resolution monitor of the number and density of trapped atoms. Third, the possibility of using the large internal energy of He^* for atomic lithography has already been demonstrated [5], and this application as well as atom holography [6] may benefit from highly coherent sources. Finally, much theoretical work has already been devoted to estimation of the elastic collision cross sections on the one hand and Penning ionizing rates on the other [7,8]. Experiments such as the one reported here can test this work.

BEC is achieved in dilute gases by evaporative cooling of a magnetically trapped sample [9]. In He^* , it is hampered by the fact that in a magneto-optical trap, the typical starting point of magnetic trapping, the achievable atomic density is limited by a large light-assisted Penning ionization rate [10–15]. On the other hand, the scattering length for low energy elastic collisions is predicted to be quite large, and the Penning ionization rate highly suppressed in a spin polarized sample [7,8]. He^* in a magnetic trap necessarily constitutes a spin polarized sample and experiments have already demonstrated a suppression of more than one order of magnitude [16–18]. If the theoretical estimates are right, efficient evaporative cooling may still be possible in spite of the low initial trap density. We report here the observation of the thermalization of He^* due to elastic collisions which appears to roughly bear out the predictions.

To perform a thermalization experiment, a trapped cloud is deliberately placed out of equilibrium and its relaxation due to the elastic collisions between trapped particles is observed. Usually the observations are made by imaging the spatial distribution as a function of time [19–21]. In our experiment the relaxation is observed directly in the energy distribution of the atoms in the magnetic trap. First this distribution is truncated above $E_{\text{RF}} = h\nu$ by a radio frequency pulse (or RF knife) of frequency ν . The cloud rethermalizes by elastic collisions and the population of the states of en-

ergy higher than E_{RF} increases from zero; for large times compared to the thermalization time τ_{th} the distribution reaches a thermal distribution [22]. With the help of an analytical model and numerical simulations, we deduce τ_{th} from the time dependence of the number of atoms with energy above E_{RF} . We measure this time dependence by applying a second RF knife after a delay time t , and with a frequency slightly above that of the first one. Our model also allows us to relate τ_{th} to the elastic collision rate per atom in the trap.

Much of our setup has been described previously [14,17]. Briefly, we use a liquid N_2 cooled dc discharge source to produce a beam of metastable He atoms. The beam is slowed down to ~ 100 m/s using Zeeman slowing and loads a magneto-optical trap (MOT). Typically, 3×10^8 atoms are trapped at a peak density of 3×10^9 at./cm³, limited by light-induced Penning ionization. The temperature of the cloud is about 1 mK and the cloud is roughly spherical with a rms size of 2.5 mm. We then apply a 5 ms Doppler molasses to cool the atoms down to 300 μK . This is achieved by switching off the magnetic field, decreasing the detuning close to resonance, and lowering the intensity to 10% of its value in the MOT. An optical pumping step allows us to trap up to 1.5×10^8 atoms in a Ioffe-Pritchard trap. We use a “cloverleaf” configuration [23] with $B' = 85$ G/cm, $B'' = 25$ G/cm², and a bias field $B_0 = 200$ G. The two sets of coils are outside the vacuum, separated by 4 cm. After lowering the bias field to 4 G, the temperature of the compressed atomic sample reaches 1 mK. The lifetime of the trap is 60 s.

We use a two stage microchannel plate (MCP) to detect the atoms. The MCP is placed 5 cm below the trapping region and has an active area of 1.4 cm diameter. Two grids above the MCP allow us to repel all charged particles and detect only the He^* . After turning off the magnetic trap, the MCP signal corresponds to a time of flight (TOF) spectrum that gives the temperature of the atoms. The area of this spectrum is proportional to the number of atoms in the trap at the time it was turned off. The collection and detection efficiency of the MCP varies by roughly a factor of 2 depending on the magnetic field configuration we use, and so one must take care to use only data corresponding to the same magnetic field when making comparisons. We also use the MCP to monitor the atoms falling out of the trap while applying a RF knife. The area of the MCP signal in this case measures the number of atoms with an energy above that of the RF knife. Finally, when we bias the grids so as to attract positive

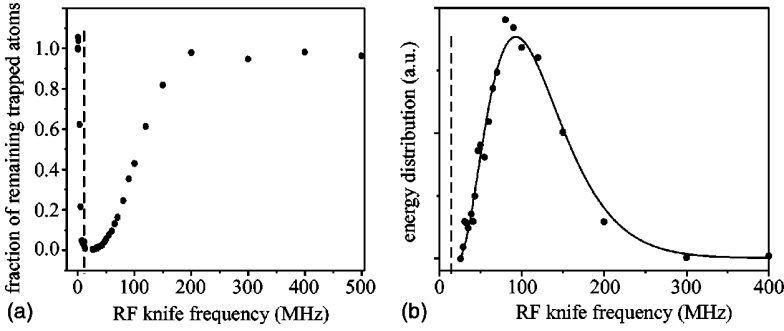


FIG. 1. RF spectrum of atoms in the magnetic trap. (a) Fraction of remaining trapped atoms after the RF pulse as a function of the RF frequency ν . (b) Derivative of these data, i.e., the energy distribution in the magnetic trap. The solid line is the prediction for a cloud at a temperature of 1.1 mK, the temperature measured by time of flight (TOF). The dashed line indicates the frequency corresponding to the bias field.

ions, the MCP signal can be used to observe the products of Penning ionization with the background gas while the trap is on. This signal is proportional to the number of trapped atoms. We observe an exponential decay, indicating that two body loss ($\text{He}^* + \text{He}^*$) is negligible.

Two parallel coils in the vacuum system produce a RF magnetic field perpendicular to the bias field and constitute the RF knife. To understand the effect of the RF knife on the trapped cloud and to assure that our sample is at thermal equilibrium, we first performed a RF spectroscopy measurement of the energy of the atoms in the trap [24]. We apply a RF pulse at a frequency $h\nu$ which changes the Zeeman sub-level of the atoms from the trapped $M = +1$ state to $M = 0$. The duration of the knife is 3 s, which is necessary to expel all the atoms with energy above $h\nu$ over the entire range that we explore. We then turn off the magnetic trap to measure the number of remaining atoms. Observation of the atoms falling onto the MCP during the RF knife shows that the flux of atoms expelled is negligible at the end of the pulse.

An example of the RF spectrum is shown in Fig. 1(a). The derivative of the data gives the energy distribution. In Fig. 1(b) we compare this distribution with a thermal one at 1.1 mK, the temperature measured by an independent TOF measurement. We conclude that our atomic sample is close to thermal equilibrium.

We begin the thermalization experiment with a 2 s RF knife of frequency $\nu_1 = 135$ MHz [corresponding to $\eta = (h\nu - 2\mu_B B_0)/k_B T \sim 6$]. Next we measure the number of atoms falling onto the MCP during a second RF knife at a slightly higher frequency ($\nu_2 = 138$ MHz) and delayed by a time t . Assuming that the angular distribution of the atoms expelled by the second RF knife is constant during the thermalization process, the MCP signal is proportional to the number of expelled atoms. Furthermore, we have checked that the difference of the TOF areas before and after application of the RF knife agrees to within 20% with the number of atoms that should be expelled by the knife, given our temperature and the position of the knife. This gives us confidence that at the end of the RF knife the energy distribution is a truncated Maxwell-Boltzmann distribution, and that the sufficient ergodicity hypothesis we make below is reasonable.

Plots of the number of expelled atoms as a function of t are shown in Fig. 2 for samples having different numbers of atoms but the same temperature to within 10%. Figure 2 shows that the number of atoms above the RF knife increases rapidly and then falls again with a time constant close to the

trap lifetime as atoms are lost. If the initial increase is indeed due to thermalizing collisions, the initial slope of each curve should be proportional to the square of the number of atoms. Our data roughly confirm this dependence.

To be more quantitative, and to determine the thermalization time τ_{th} , we use a model based on the Boltzmann equation under the sufficient ergodicity hypothesis and inspired by [25]. We divide the sample into two energy regions \mathcal{E}_- and \mathcal{E}_+ with energies below and above $\eta k_B T$, respectively, and denote by N_- and N_+ the number of atoms belonging to the two regions. We assume that $\eta \gg 1$. Immediately after truncation, $N_+ = 0$, and we seek a differential equation governing the time dependence of N_+ . Since $\eta \gg 1$, we take into account only collisions of the type $(\mathcal{E}_-) + (\mathcal{E}_-) \leftrightarrow (\mathcal{E}_-) + (\mathcal{E}_+)$, and neglect all collisions involving two atoms in \mathcal{E}_+ in either the final or initial state. The corresponding flux \dot{N}_+ is thus of the form

$$\dot{N}_+ = \Delta_1 N_-^2 - \Delta_2 N_- N_+. \quad (1)$$

The coefficients Δ_1 and Δ_2 are calculated using Boltzmann equation [27]. In particular, $\Delta_1 N_-$ is exactly the evaporation rate in an evaporative cooling process [25]. If we make the further approximations that the atoms in \mathcal{E}_- and \mathcal{E}_+ have thermal distributions [26], neglect variations of the temperature during thermalization, and assume that the collision cross section σ is independent of velocity, Δ_1 and Δ_2 are analytic functions of the trap parameters, atomic mass m , σ ,

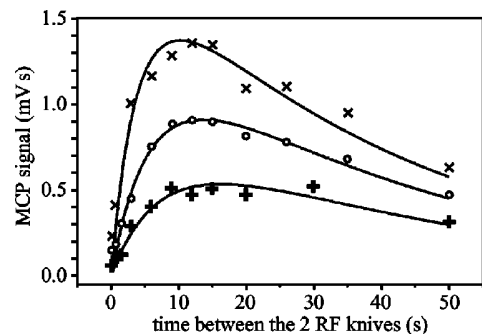


FIG. 2. Integrated MCP signal during the RF probe pulse as a function of the delay between the truncation and probe pulses. The three curves correspond to 5×10^7 , 7×10^7 , and 10×10^7 atoms in the trap, varied by changing the power in the Zeeman slowing laser. The lifetime of the trap is 38 ± 4 s, and the temperature is 0.9 ± 0.1 mK.

η , and $\mu_B B_0/k_B T$. This last parameter appears because our trap cannot be approximated by a harmonic trap; we use the semilinear form [25]. It is straightforward to take into account the finite lifetime τ of the atomic sample since $N_-(t) + N_+(t) = N_-(0) \exp(-t/\tau)$. The solution of the resulting differential equation is

$$N_+(t) = N_{\text{th}} e^{-t/\tau} \left[1 + \frac{q}{1 - q - \exp[(\tau/\tau_{\text{th}})(1 - e^{-t/\tau})]} \right], \quad (2)$$

where $\tau_{\text{th}}^{-1} = (\gamma_{\text{el}}/\sqrt{2})[q/(1-q)](e^{-\eta} V_{\text{ev}}/V_e)$ and $N_{\text{th}} = (1-q)N_-(0)$. The elastic collision rate is $\gamma_{\text{el}} = n\sigma\bar{v}$ with n defined at the center of the trap and $\bar{v} = 4\sqrt{k_B T/\pi m}$. The quantities V_{ev} , V_e , and q are defined as in [25,27]; they are analytic functions of η and $\mu_B B_0/k_B T$. The quantity q is the ratio of the number of atoms below the RF knife to the total for a thermal distribution (about 0.9 under our conditions), and N_{th} is the asymptotic value of N_+ for infinite trap lifetime. Numerical simulations of the energy form of the Boltzmann equation are in good agreement with our model for $\eta > 10$; for $\eta = 6$ the quantity $\gamma_{\text{el}}\tau_{\text{th}}$ is 1.8 times larger, meaning that our assumption about the distribution function fails for small η [27]. We take this factor into account in calculating γ_{el} .

To fit the data of Fig. 2 with Eq. (2), we fix the lifetime τ at its measured value and use τ_{th} and N_{th} as adjustable parameters. The uncertainty in τ_{th} is estimated by varying the lifetime of the trap within its uncertainty range and looking at the resulting dispersion in τ_{th} . The uncertainty in the number of trapped atoms is estimated from the dispersion of the TOF area measurements before and after taking a curve as in Fig. 2. The exact value of q has little influence on the fit.

We made several tests to check the consistency of our results. First, we checked that the fitted value of N_{th} corresponds to the expected fraction of atoms above the knife for our temperature. Second, Fig. 3 shows that τ_{th}^{-1} is proportional to the number of trapped atoms, as it must be if the process of refilling of the upper energy class is due to two body collisions. We can exclude any effect independent of the number of atoms. The line passing through the origin uses the slope as a fit parameter and has $\chi^2 = 5$ for eight degrees of freedom. Third, we have done an additional experiment that confirms the presence of elastic collisions: in a trap decay rate experiment, *in the presence* of the RF knife, the ion signal exhibits a clear nonexponential behavior at short times. This effect can be satisfactorily interpreted as elastic collisions bringing atoms above the RF knife and hence allows a measurement of the evaporation rate. This

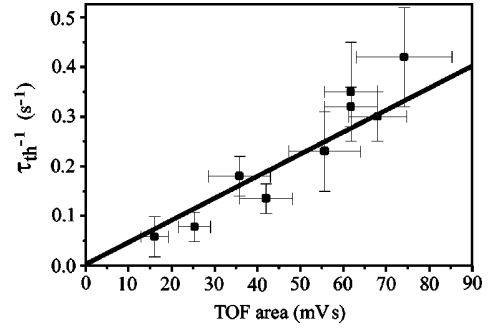


FIG. 3. Thermalization rate τ_{th}^{-1} versus the area of the corresponding TOF spectrum (proportional to the number of trapped atoms). The solid line shows a linear fit constrained to pass through the origin.

rate is consistent with the results obtained in our thermalization experiment. Fourth, we have checked that heating cannot explain the repopulation of the upper energy classes. With the trap undisturbed, we can place an upper limit on the heating rate of 25 μK in 60 s. This limit is two orders of magnitude too low to explain our data. Lastly, we have performed the thermalization experiment for different lifetimes of the magnetic trap (20, 40, and 60 s) and found consistent results.

From our data in Fig. 3, we can deduce an accurate measurement of the thermalization time; the fit gives $\tau_{\text{th}} = 3.0 \pm 0.3$ s for the densest sample. Using the measured temperature and bias field, this value of τ_{th} leads to $\gamma_{\text{el}} = 6 \pm 1$ s^{-1} ; this result depends on the accuracy of our thermalization model. To find the rate constant $\alpha = \gamma_{\text{el}}/n$, we must estimate the density. Since the data show that our sample is close to thermal equilibrium, we can calculate the volume of the trap knowing the trap parameters. The absolute measurement of the number of atoms is performed by measuring the total power absorbed from a saturating laser beam, similar to [15]. A TOF area of 75 mVs corresponds to 10^8 atoms in the magnetic trap with an uncertainty of a factor of 2. This leads to $\alpha = 5 \times 10^{-9}$ cm^3/s to within a factor of 3 at $T = 1 \pm 0.1$ mK. Leduc *et al.* have obtained a similar result with a different measurement [28]. The unitarity limit at that temperature is $\alpha \sim 10^{-8}$ cm^3/s . This means that it is probably not valid to use a constant elastic cross section in our model and some deviation might appear in the quantity $\gamma_{\text{el}}\tau_{\text{th}}$. The results shown here are very encouraging for evaporative cooling of He^* in search of BEC.

We thank P. Leo and P. Julienne and the ENS helium group for helpful discussions. This work was partially supported by the EC under Contract No. IST-1999-11055 and No. HPRN-CT-2000-00125, and DGA Grant No. 99.34.050.

- [1] C.J. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
 [2] K.B. Davis, M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).

- [3] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett, and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
 [4] D.G. Fried, T.C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss, D. Kleppner, and T.J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).

- [5] S. Nowak, T. Pfau, and J. Mlynek, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **63**, 203 (1996); A. Bard *et al.*, *J. Vac. Sci. Technol. B* **15**, 1805 (1997).
- [6] J. Fujita, M. Morinaga, T. Kishimoto, M. Yasuda, S. Matsui, and F. Shimizu, *Nature (London)* **380**, 691 (1996).
- [7] G. Shlyapnikov, J. Walraven, U. Rahmanov, and M. Reynolds, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3247 (1994); P. Fedichev, M. Reynolds, U. Rahmanov, and G. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **53**, 1447 (1996).
- [8] V. Venturi, I.B. Whittingham, P.J. Leo, and G. Peach, *Phys. Rev. A* **60**, 4635 (1999); V. Venturi, I.B. Whittingham, and J.F. Babb, e-print physics/0011072.
- [9] H.F. Hess, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [10] F. Bardou, O. Emile, J.M. Courty, C.I. Westbrook, and A. Aspect, *Europhys. Lett.* **20**, 681 (1992).
- [11] H.C. Mastwijk, J.W. Thomsen, P. van der Straten, and A. Niehaus, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5516 (1998).
- [12] P.J.J. Tol, N. Herschbach, E.A. Hessels, W. Hogervorst, and W. Vassen, *Phys. Rev. A* **60**, 761 (1999).
- [13] M. Kumakura and N. Morita, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2848 (1999).
- [14] A. Browaeys *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **8**, 199 (2000).
- [15] F. Pereira Dos Santos, F. Perales, J. Léonard, A. Sinatra, Junmin Wang, F.S. Pavone, E. Rasel, C.S. Unnikrishnan, and M. Leduc, *Eur. Phys. J. D* **14**, 15 (2001).
- [16] J.C. Hill, L.L. Hatfield, N.D. Stockwell, and G.K. Walters, *Phys. Rev. A* **5**, 189 (1972).
- [17] S. Nowak, A. Browaeys, J. Poupard, A. Robert, D. Boiron, C.I. Westbrook, and A. Aspect, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **70**, 455 (2000).
- [18] N. Herschbach, P.J.J. Tol, W. Hogervorst, and W. Vassen, *Phys. Rev. A* **61**, 050702(R) (2000).
- [19] C.R. Monroe, E.A. Cornell, C.A. Sackett, C.J. Myatt, and C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993).
- [20] K.B. Davis, M.O. Mewes, M.A. Joffe, M.R. Andrews, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [21] M. Arndt, M. Ben Dahan, D. Guéry-Odelin, M.W. Reynolds, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 625 (1997).
- [22] D.W. Snoke and J.P. Wolfe, *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989).
- [23] M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [24] A.G. Martin, K. Helmerson, V.S. Bagnato, G.P. Lafyatis, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2431 (1988).
- [25] O.J. Luiten, M.W. Reynolds, and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 382 (1996).
- [26] This hypothesis is legitimate in \mathcal{E}_- because it is true at $t=0$ and because only few particles will leave this region; one can find indications in [22] that this hypothesis is not too strong in \mathcal{E}_+ .
- [27] D. Boiron *et al.* (unpublished).
- [28] M. Leduc (private communication).

A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms

A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys,* J. Poupard,† S. Nowak,‡
D. Boiron, C. I. Westbrook, A. Aspect§

We report the realization of a Bose-Einstein condensate of metastable atoms (helium in the lowest triplet state). The excitation energy of each atom with respect to the ground state is 20 electron volts, but inelastic processes that would destroy the sample are suppressed strongly enough in a spin-polarized sample to allow condensation. Our detection scheme takes advantage of the metastability to achieve detection of individual atoms as well as of the decay products of inelastic processes. This detection opens the way toward new studies in mesoscopic quantum statistical physics, as well as in atomic quantum optics.

Bose-Einstein condensation (BEC) of helium in its ground electronic state has been known for decades and is responsible for many extraordinary properties of liquid helium. The more recently observed BEC of weakly interacting atomic gases exhibits a rich variety of phenomena at the interface between condensed matter and statistical physics on the one hand and atomic, molecular, and quantum optical physics on the other (1). The phenomenon has thus far been observed in four different atomic species: H, Li, Na, and Rb (2–5). We now report the observation of BEC in a fifth species: metastable triplet He (He*). This result is important in itself because not all atoms lend themselves to condensation with present technology and, as was demonstrated in the case of Cs (6), sometimes only in attempting to form a BEC can one obtain accurate enough information to conclude whether it is possible or not. In the case of He*, it was in fact predicted that elastic collision rates were sufficiently large and inelastic collision rates were sufficiently low to permit BEC (7), and this prediction has stimulated experimental efforts in several labs (8–10). Our work verifies these predictions, and helium is now the only atom that exhibits BEC in two phases with vastly different densities, corresponding to different electronic states.

A BEC of He* is remarkable in that the

constituent atoms contain a large internal energy: the 2^3S_1 state is 20 eV above the electronic ground state, and this energy is huge compared to the thermal energy of our sample (10^{-10} eV per atom at 1 μ K). Only a complete decoupling of the internal and external degrees of freedom prevents conversion of the internal electronic atomic energy into ionization and kinetic energy that would lead to an immediate destruction of the condensate. An unpolarized sample of metastable helium at such a large density (about 10^{13} cm^{-3}) would be destroyed in less than a millisecond (11–13). The reason this does not happen is the complete spin polarization of a magnetically trapped gas. When all spins are aligned along the same direction, Penning ionizing collisions that could release the internal potential energy are suppressed by spin conservation (14). Theoretical studies (7, 15, 16) that take into account spin relaxation predict a suppression factor as large as 10^5 (17).

The large energy content of each atom opens the ultimate possibility of detecting individual atoms with nanosecond time resolution, an extremely challenging task when using optical detection. When the atoms hit a detector such as a microchannel plate (MCP) with a velocity of 1 m/s as in our experiment, the time resolution translates into nanometer position resolution. With such sensitive detection, it will become possible to study mesoscopic statistical physics, with a number of particles ranging from 10^5 or larger to a few, thereby allowing the study of finite number effects in an unusual range (18). Individual atom detection will also allow one to perform new quantum atom optics experiments. For instance, the celebrated experiments of spatial interference between two independent condensates (19) could be done with a time- and position-resolved detector, so that the emergence of a relative phase between the two condensates, as predicted in

several theoretical papers (20), could be followed in real time.

Our experiment begins with a magneto-optical trap of He* (21). After optical molasses cooling, optical pumping, and magnetic compression, the magnetic trap contains about 2×10^8 atoms at 1 mK. Metastable helium in the 2^3S_1 state has a (purely electronic) spin of 1, and only the $m = +1$ magnetic sublevel can be trapped. The $m = -1$ sublevel is antitrapped, and $m = 0$ is insensitive to the magnetic field. The magnetic trap is of a “cloverleaf” design (22) with $B' = 85$ G/cm, $B'' = 20$ G/cm², and a bias field $B_0 = 0.3$ G at the end of the compression. The corresponding axial and radial oscillation frequencies in the harmonic trapping potential are about 50 and 1300 Hz, respectively. The atomic cloud is elongated along the coils' axial direction (Fig. 1), and its lifetime is 50 to 60 s.

After the compression stage, thermalization is rapid enough for evaporative cooling (21), and we begin a radio frequency (RF) evaporation ramp at a frequency of 135 MHz. The ramp lasts about 60 s and goes down to a value around 1 MHz, which is about 150 kHz above the minimum of the trapping potential. After the ramp, the trap holds the remaining atoms for 100 ms or more. We then turn off the currents producing the magnetic trap, and atoms falling under the influence of gravity are detected by a MCP placed 5 cm below the trap center. We show in Fig. 2 the signal from the MCP as a function of time after the atoms' release and for various values for the final frequency of the ramp. The time-of-flight (TOF) spectra show the arrival time distribution for a cloud of atoms falling on the detector. The mean arrival time corresponds to the time it takes for the atoms, initially nearly at rest, to fall 5 cm.

Because the width of the distribution is small compared to the mean arrival time, all of the atoms hit the detector with nearly the same final velocity of 1 m/s. The TOF spectra are then proportional to the spatial distribution along the vertical x direction, integrated over y and z .

Figure 2 thus shows the behavior characteristic of most other BEC experiments using atoms in a harmonic trapping potential: At a high final ramp frequency (that is, above the condensation temperature), the spatial distribution is well approximated by a Maxwell-Boltzmann distribution, whereas when the ramp goes low enough and reduces the temperature sufficiently, the distribution exhibits a narrow peak on top of a broad one. The fraction of atoms in the narrow peak increases as the final ramp frequency is lowered, and we interpret this peak as a BEC. The signal disappears altogether when the ramp is allowed to go even lower and to completely empty the trap.

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, Bâtiment 503, Campus Universitaire d'Orsay, Boîte Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France.

*Present address: Laser Cooling and Trapping Group, National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, MD 20899, USA.

†Present address: R&D Laboratory, GN NET TEST Photonics, Boîte Postale 39, F-78160, Marly le Roi, France.

‡Present address: Bayer Central Research Laboratory, D-51368 Leverkusen, Germany.

§To whom correspondence should be addressed. E-mail: alain.aspect@iota.u-psud.fr

RESEARCH ARTICLES

The spectra shown in Fig. 2 correspond to approximately 5×10^3 atoms falling on the MCP. They correspond to freely falling atoms released from the trap immediately after the currents in the coils are turned off. Stray magnetic field gradients are present during the atoms' fall, and therefore we conclude that these atoms are in the field-insensitive $m = 0$ state. We have confirmed this interpretation by deliberately applying a field gradient of 0.1 to 1 G/cm along the vertical direction during the 100-ms fall time. We observed no change in the arrival time nor in the height of the observed peak in the presence of these gradients. We thus interpret the spectra as a sample of the cold, trapped cloud in $m = +1$ (including both the condensed and the uncondensed fractions) that was rapidly transferred to the $m = 0$ state during the switch-off of the current. We know from previous in situ magnetic field measurements that when the current is switched off, eddy currents in the vacuum chamber cause the bias magnetic field at the position of the atoms, originally 0.3 G, to reverse and attain values above 100 G. This reversal takes place in about 100 μ s, after which time the magnetic field decays with a time constant of about 1 ms. We presume that during this fast reversal, most of the atomic spins adiabatically follow the magnetic field, but a small fraction ends up in the $m = 0$ state. Such a nonadiabatic transition must take place while the field is close to zero; that is, in a time short compared to the 100- μ s reversal time (23).

This scenario is supported by two additional observations. First, when applying the vertical gradient mentioned above, we observed a second peak in the TOF spec-

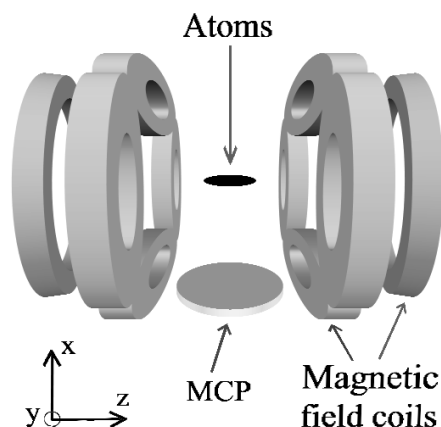


Fig. 1. Schematic diagram of the apparatus (not to scale). The coils that form the magnetic trap are outside the vacuum in reentrant flanges. The microchannel plate is 5 cm below the center of the trap. The incoming He⁺ beam propagates along the *y* axis (horizontally). The three pairs of magneto-optical trap laser beams (not shown) propagate along the *z* axis and at 45° to the *x* and *y* axes.

trum. This peak arrived earlier by an amount consistent with the acceleration caused by the applied gradient and therefore corresponded to atoms in one of the field-sensitive states. This peak had an area as much as seven times greater than that of the $m = 0$ peak, indicating that many more atoms were in the trap than were observed in the TOF spectrum. In a second experiment, we used an RF knife ramping through the trap at 1 kHz/ms to couple the atoms out of the condensate rather than turning off the magnetic field. In this way, we also observed as many as seven times more atoms as in the curves in Fig. 2.

We can confirm the idea that many more atoms are trapped than are observed in Fig. 2 by an independent analysis leading to the number N_{th} of atoms in the thermal cloud below the critical temperature. By fitting the wings of the TOF spectra, we are able to determine the temperature T of the trapped atomic cloud and, using the Bose distribution, to infer N_{th} . As discussed in (18) and experimentally demonstrated in (22, 24, 25), this number should be given by: $N_{\text{th}} = 1.202 (kT/\hbar\bar{\omega})^3$, where k is Boltzmann's constant, \hbar is Planck's constant divided by 2π , and $\bar{\omega}$ denotes the geometric mean of the trap oscillation frequencies. This relation gives an absolute thermodynamic measurement of the number of at-

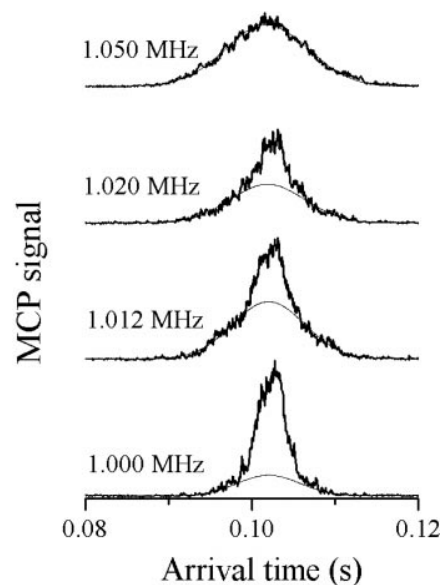


Fig. 2. TOF spectra for different final frequencies of the RF ramp (values are shown at the left of each curve). The solid lines show Gaussian fits to the wings. This series of spectra shows the BEC transition as the RF ramp lowers the temperature further and further. The temperature at the transition is 0.7 μ K. Each spectrum is a single-shot acquisition containing about 5×10^3 atoms, although the actual number in the condensate is higher by a factor of about 8.

oms. It is greater by a factor $f = 8 \pm 4$ than the value from the MCP. The uncertainty given for f is the standard deviation of 28 measurements. Taking this correction into account, the largest condensate we have observed contained about 10^5 atoms.

We have also examined the behavior of the condensate for different atom numbers. Figure 3 shows the results of a series of runs for which the number of atoms in the condensate was varied. We plot the width corresponding to the Thomas-Fermi radius of the condensate after expansion, as a function of the number N_0 of atoms in the condensed fraction. We obtained good fits to an inverted parabola squared for numbers of detected atoms as low as 400. The size w_i of the condensate in the direction i , in the Thomas-Fermi approximation, and for a scattering length a is given by

$$w_i = \sigma_i \sqrt{\frac{\bar{\omega}}{\omega_i}} \left(15 \frac{N_0 a}{\bar{\sigma}} \right)^{1/5}$$

where $\sigma_i = \sqrt{\{\hbar/m\omega_i\}}$ is the size of the ground state harmonic oscillator wavefunction along the i th direction, and $\bar{\sigma}$ denotes the geometric mean of the three sizes. To obtain the size of the condensate in the trap from the measured size after the expansion of duration (t) = 100 ms, we use the analysis of (26) according to which, for a sudden switch-off of the trapping potential, the spatial distribution of the condensate along an initially tightly confined direction i is simply dilated by a factor $\omega_i t$ during expansion. Thus, the condensate size should vary as the 1/5 power of the number of atoms, as is confirmed by a fit to a log-log plot (slope 0.19) and Fig. 3.

Knowing the size as a function of the number of atoms in the condensate allows

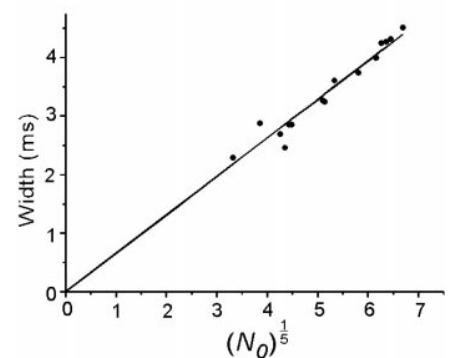


Fig. 3. Observed width of the condensate peak after expansion, as a function of the number of atoms in the peak to the 1/5 power. The width is derived from the TOF spectrum and is given in milliseconds. After correcting the number of atoms for the fraction we do not observe (see text), the slope of the straight line gives an estimate of the scattering length of 20 ± 10 nm.

RESEARCH ARTICLES

us also to get an estimate of the scattering length a . We used the data in Fig. 3, and correcting the number of atoms by the correction factor f we obtained $a = 20 \pm 10$ nm. This result is consistent with our elastic rate constant measurements at 1 mK (21). The validity of the above analysis relies on two important assumptions. First, the release of the atoms from the trapping potential must be rapid as compared to the inverse of the angular frequency ω_i . If this were not the case, the expansion would not be as fast as expected, and this discrepancy would lead to an underestimate of the size of the condensate and therefore of a . According to the discussion of the rapid transfer to $m = 0$ above, it is reasonable to believe that the condition is fulfilled in our case, but its violation can lead to large errors. The second assumption is that the interaction energy between the atoms in the various m sublevels is described by a single scattering length a (27, 28) and that they all expand freely (29).

We have also observed the ions produced by the trapped condensate by negatively biasing a grid above the MCP (Fig. 4). These ions are due to Penning ionization of residual gases, two-body Penning collisions within the condensate, or possibly to other, more complicated processes. We observed a factor of 4 to 5 more ions from the condensate than from a thermal cloud at 1 μ K, and we attribute this increase to the larger density in the condensate. The lifetime of the condensate, estimated by observing the decay of the ion rate, is on the order of a few seconds. This is true both with and without an RF knife to evacuate hot atoms (22, 30), although the lifetime is slightly longer with the knife present. The density of the condensate, deduced from its vertical size measurement and its known aspect ratio, is on the order of 10^{13} cm^{-3} , so from the lifetime we can place an upper limit of 10^{-13} $\text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$ on the relaxation-induced Penning ionization rate constant.

The observation of BEC in He*, togeth-

er with our MCP detector, offers many new possibilities for the investigation of BECs. The ion detection described in the previous paragraph allows continuous nondestructive monitoring of the trapped condensate. Our ability to count individual He* atoms falling out of the trap can be combined with several outcoupling schemes releasing the atoms in the field-insensitive $m = 0$ state: A laser-induced Raman transition (31) can provide an even faster and more flexible scheme than the fast reversal of the magnetic field presented here; on the other hand, like an RF outcoupler, it can also produce a quasi-continuous-wave atom laser (32, 33), and the RF experiment presented above is a crude version of it. Fast dumping of atoms, with numbers ranging from over 10^5 to a few, can offer new opportunities for studies in statistical physics with low numbers of particles, such as investigations of corrections far from the thermodynamical limit (18). Slow outcoupling combined with space- and time-resolved detection of individual atoms should allow one to perform accurate comparisons of correlation functions (30) for a thermal beam of ultracold atoms (34) and for an atom laser, realizing the quantum atom optics counterpart of one of the fundamental experiments of quantum optics. Experiments that are still unrealized in quantum photon optics may also become possible with a system such as that reported here.

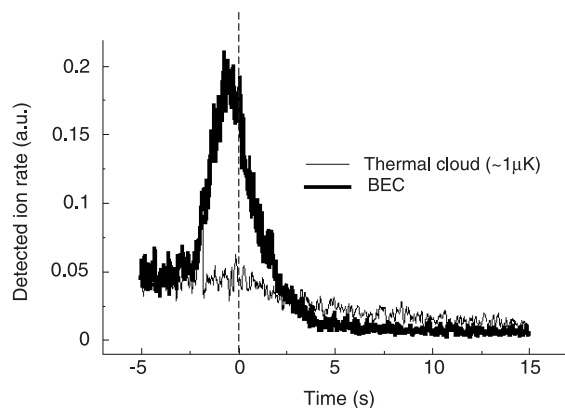
It has already been shown that the laser and vacuum apparatus necessary to manipulate ^4He is readily adapted to the fermionic isotope ^3He (12). Thus we expect that it will soon be possible to study a degenerate gas of fermions using sympathetic cooling (35–37). Finally, the upper-lying levels of triplet metastable helium are radiatively coupled to the electronic 1^1S_0 ground state, so that a laser excitation of the condensate toward one of these levels would create a population inversion with the ground state. This excitation could lead to superradiance, and even lasing beyond 20 eV. It might also

yield a dilute degenerate sample of ground-state helium, giving yet a third phase of quantum degenerate helium.

References and Notes

1. *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi," Course CXL*, M. Inguscio, S. Stringari, C. E. Wieman, Eds. (IOS Press, Amsterdam, 1999).
2. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
3. K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
4. C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
5. D. G. Fried *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
6. D. Guéry-Odelin, J. Söding, P. Desbiolles, J. Dalibard, *Europhys. Lett.* **44**, 25 (1998).
7. G. V. Shlyapnikov, T. M. Walraven, U. M. Rahmanov, M. W. Reynolds, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3247 (1994).
8. W. Vassen, *OSA TOPS on Ultracold Atoms and BEC 7*, 20, K. Burnett, Ed. (Optical Society of America, Washington, DC, 1996).
9. F. Pereira Dos Santos *et al.*, *Euro. Phys. J. D.* **14**, 15 (2001).
10. H. C. W. Beijerinck, E. J. D. Vredenburg, R. J. W. Stas, M. R. Doery, J. G. C. Tempelaar, *Phys. Rev. A* **61**, 023607 (2000).
11. H. C. Mastwijk, J. W. Thomsen, P. van der Straten, A. Niehaus, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5516 (1999).
12. M. Kumakura, N. Morita, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2848 (1999).
13. P. J. J. Tol, N. Herschbach, E. A. Hessels, W. Hogervorst, W. Vassen, *Phys. Rev. A* **60**, R761 (1999).
14. For two colliding spin-polarized atoms, the initial value of the total spin is 2, whereas the final value cannot be larger than 1 for the products of Penning ionization, a ground-state helium atom with zero spin, a He⁺ ion with spin 1/2, and an electron with spin 1/2.
15. P. O. Fedichev, M. W. Reynolds, U. M. Rahmanov, G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **53**, 1447 (1996).
16. V. Venturi, I. B. Whittingham, P. J. Leo, G. Peach, *Phys. Rev. A* **60**, 4635 (1999).
17. This suppression is particularly remarkable in He*. For instance, it has not been observed in Xe* [C. Orzel, M. Walhout, U. Sterr, P. S. Julienne, S. L. Rolston, *Phys. Rev. A* **59**, 1926 (1999)].
18. F. Dafolvo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999) and references therein.
19. M. R. Andrews *et al.*, *Science* **275**, 637 (1997).
20. See, for example, P. Horak, S. M. Barnett, *J. Phys. B* **32**, 3421 (1999) and references therein.
21. A. Browaeys *et al.*, in preparation.
22. M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
23. If the field passes almost exactly through zero during reversal, most of the atoms would become anti-aligned with the field, but also in this case a small fraction would end up in the $m = 0$ state, and this transfer would again take place in significantly less than the total reversal time.
24. L. V. Hau *et al.*, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
25. J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4984 (1996).
26. Y. Castin, R. Dum *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
27. Theoretical arguments support this assumption [P. Leo, E. Tiesinga, personal communication].
28. P. J. Leo, V. Venturi, I. B. Whittingham, J. F. Babb, in preparation.
29. This is a reasonable assumption because, in a cloverleaf trap, an increase of the bias field results in a dramatic decrease of the stiffness of the potential, so that a few microseconds after the partial transfer to $m = 0$, atoms in $m = \pm 1$ can also be considered free at the scale of the interaction energy. Otherwise, one would have to take into account a correction factor not larger than 2 [see reference 20 in (31)].
30. E. A. Burt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
31. E. Hagley *et al.*, *Science* **283**, 1706 (1999).
32. I. Bloch, T. W. Hänsch, T. Esslinger, *Nature* **403**, 166 (2000).
33. F. Gerbier, P. Bouyer, A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.*, in press (and references therein).
34. Y. Yasuda, F. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3090 (1996).

Fig. 4. Ions detected by the MCP during the magnetic trap phase. The vertical dashed line at $t = 0$ corresponds to the end of the RF ramp. The thin line corresponds to a final RF frequency of 1.2 MHz (Fig. 2) [that is, a thermal cloud ($T = 1 \mu\text{K}$)], whereas for 0.97 MHz (thick line) the cloud is almost a pure BEC. The lifetime is smaller in the latter case, indicating a higher loss rate for a BEC.



35. B. DeMarco, D. S. Jin, *Science* **285**, 1703 (1999).
 36. F. Schreck *et al.*, in preparation.
 37. A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G. B. Partridge, R. G. Hulet, *Science* **1** March 2001 (10.1126/science.1059318).
 38. During the preparation of this manuscript, we learned that the He⁺ group at the Ecole Normale

Supérieure, Paris, also observed BEC [F. Pereira Dos Santos *et al.*, *Phys. Rev. Lett* **86**, 3459 (2001)]. We thank the NIST Laser Cooling and Trapping and Quantum Processes groups and G. Shlyapnikov for helpful discussions and A. Villing and F. Moron for invaluable assistance. Supported by the European Union under grants IST-1999-11055 and HPRN-

CT-2000-00125, and by the Direction Générale de l'Armement grant 99.34.050.

12 March 2001; accepted 16 March 2001
 Published online 22 March 2001;
 10.1126/science.1060622

Include this information when citing this paper.

HIF α Targeted for VHL-Mediated Destruction by Proline Hydroxylation: Implications for O₂ Sensing

Mircea Ivan,¹ Keiichi Kondo,¹ Haifeng Yang,¹ William Kim,¹ Jennifer Valiando,¹ Michael Ohh,¹ Adrian Salic,³ John M. Asara,⁴ William S. Lane,⁴ William G. Kaelin Jr.^{1,2*}

HIF (hypoxia-inducible factor) is a transcription factor that plays a pivotal role in cellular adaptation to changes in oxygen availability. In the presence of oxygen, HIF is targeted for destruction by an E3 ubiquitin ligase containing the von Hippel-Lindau tumor suppressor protein (pVHL). We found that human pVHL binds to a short HIF-derived peptide when a conserved proline residue at the core of this peptide is hydroxylated. Because proline hydroxylation requires molecular oxygen and Fe²⁺, this protein modification may play a key role in mammalian oxygen sensing.

How cells sense changes in ambient oxygen is a central question in biology. In mammalian cells, lack of oxygen, or hypoxia, leads to the stabilization of a sequence-specific DNA binding transcription factor called HIF, which transcriptionally activates a variety of genes linked to processes such as angiogenesis and glucose metabolism (1–4). HIF binds to DNA as a heterodimer consisting of an α subunit and a β subunit.

Von Hippel-Lindau (VHL) disease is a hereditary cancer syndrome characterized by the development of highly vascular tumors that overproduce hypoxia-inducible mRNAs such as vascular endothelial growth factor (VEGF) (5). The product of the VHL tumor suppressor gene, pVHL, is a component of a multiprotein complex that bears structural and functional similarity to SCF (Skp1/Cdc53 or Cullin/F-box) ubiquitin ligases (6–11). In the presence of oxygen, pVHL, in association with elongin B and elongin C, binds directly to HIF α subunits and targets them for polyubiquitination and destruction (7–10). Cells lacking functional pVHL can-

not degrade HIF and thus overproduce mRNAs encoded by HIF target genes (12). Here, we investigate the mechanism by which hypoxia prevents the destruction of HIF.

VHL interacts with a modified form of HIF. We first followed up on earlier observations that cobalt chloride or iron chelators such as desferrioxamine (i) stabilize HIF and lead to transcriptional activation of its target genes (1–4), (ii) inhibit the binding of pVHL to HIF (12), and (iii) inhibit HIF polyubiquitination by pVHL in vitro (7). To study this further, we treated pVHL-defective renal carcinoma cells with increasing amounts of cobalt chloride or desferrioxamine. As shown earlier, the untreated cells contained high levels of HIF-2 α , which bound directly to recombinant pVHL–elongin B–elongin C (VBC) (7, 12, 13) (Fig. 1A). In contrast, VBC did not recognize HIF-2 α isolated from cells treated with cobalt chloride or desferrioxamine.

A recent study indicated that hypoxia, in contrast to cobalt chloride and desferrioxamine, inhibits HIF polyubiquitination but not the physical association of pVHL and HIF (12). This suggests that physiological regulation of HIF by hypoxia is mechanistically distinct from the pharmacological effects of cobalt chloride and desferrioxamine. Exposure of cell extracts to oxygen in this earlier study, however, might have allowed for reformation of pVHL–HIF complexes after lysis. To explore these observations further, we grew mouse cells (ts20) with a temperature-sensitive mutation in the E1

ubiquitin-activating enzyme (14) at the nonpermissive temperature under hypoxic or normoxic conditions so that HIF would accumulate in the presence or absence of oxygen (15). Although comparable levels of HIF accumulated in these two settings, VBC only recognized the HIF from normoxic cells (Fig. 1B). Thus, the interaction of pVHL with HIF appears to be governed by a posttranslational modification of HIF that is oxygen- and iron-dependent.

pVHL binds to a region of HIF-1 α called the oxygen-dependent degradation domain (ODD) (7). We had observed that pVHL bound to HIF produced in rabbit reticulocyte lysate but did not bind to HIF produced in wheat germ extracts or in *Escherichia coli* (16). Furthermore, wheat germ- or *E. coli*-derived HIF acquired pVHL binding activity after preincubation with human, rabbit, or *Xenopus* cell extracts at 37°C (16). For example, glutathione *S*-transferase (GST)–ODD fusion proteins produced in *E. coli* were not recognized by VBC unless preincubated with a rabbit reticulocyte lysate (Fig. 1C). VBC did not recognize GST–ODD fusion proteins incubated with a heat-inactivated reticulocyte lysate (Fig. 1D). These results indicate that pVHL recognizes a modified form of HIF and that this modification is carried out by a factor present in a variety of vertebrate cell extracts.

To determine the nature of this modification, we first narrowed the region of HIF that binds to pVHL. Gal4–HIF fusion proteins containing HIF residues 555 to 575 bound specifically to immobilized GST–VBC complexes (Fig. 2, A and E) (13, 17). Likewise, a biotinylated peptide corresponding to HIF residues 556 to 575 [henceforth HIF(556–575)] bound to pVHL after preincubation with reticulocyte lysate (Fig. 2B) (18). As noted by others, this region of HIF contains a highly conserved collagen sequence, Met-Leu-Ala-Pro-Tyr-Ile-Pro-Met (Fig. 2E), which, when mutated to eight consecutive alanines, leads to HIF stabilization (19). An alanine scan of this region showed that Leu⁵⁶² and Pro⁵⁶⁴ were essential for specific binding to pVHL (Fig. 2B). In contrast, mutation of the one potential phosphoacceptor in this peptide, Tyr⁵⁶⁵, did not affect pVHL binding, consistent with an earlier study in which a Tyr⁵⁶⁵ \rightarrow Phe mutation did not affect HIF stability (20). Moreover, phosphatase treatment did not affect the binding of pVHL to GST–ODD in these assays (16).

Mutation of either Leu⁵⁶² or Pro⁵⁶⁴ to Ala in the context of full-length HIF-1 α or a Gal4–ODD fusion protein abrogated pVHL

¹Dana-Farber Cancer Institute and Brigham and Women's Hospital, ²Howard Hughes Medical Institute, Harvard Medical School, 44 Binney Street, Boston, MA 02115, USA. ³Department of Cell Biology, Harvard Medical School, Boston, MA 02115, USA. ⁴Microchemistry and Proteomics Analysis Facility, Harvard University, Cambridge, MA 02138, USA.

*To whom correspondence should be addressed. E-mail: william_kaelin@dfci.harvard.edu

Bose-Einstein condensation of metastable helium: some experimental aspects

C.I. Westbrook, A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, D. Boiron, A. Aspect*
Laboratoire Charles Fabry UMR 8501 du CNRS, B.P. 147, 91403 Orsay CEDEX, France

(Dated: April 22, 2003)

We describe our recent realization of BEC using metastable helium. All detection is done with a microchannel plate which detects the metastables or ions coming from the trapped atom cloud. This discussion emphasizes some of the diagnostic experiments which were necessary to quantitatively analyze our results.

I. INTRODUCTION

Since the announcement of the observation of Bose-Einstein condensation (BEC) in a rubidium vapor at the 12th ICOLS meeting in 1995[1], this fascinating state of matter has occupied central stage in the field of atomic, molecular and optical physics. The many new advances reported at this meeting indicate that the field may continue to do so for some time to come. This paper concerns one of these advances, the condensation of metastable helium atoms (He^*), and is intended as a supplement to the recently published Ref. [2]. We shall not repeat the data from that paper, but rather concentrate on some details that were left out of Ref. [2] for lack of space.

Until recently BEC had been observed in 4 different atomic species, H, Li, Na and Rb[3, 4, 5, 6], and the first question to ask before embarking on the quest for BEC of He^* was whether a new atom was of interest. During the 1990s, several groups have been working on laser cooling of He^* , and of course one answer to the above question is simply that the attainment of BEC is the best cooling one can do, and many of the same justifications for laser cooling apply to BEC. In addition, one might hope that a new atomic species might allow one to observe new phenomena, not accessible to the previously studied cases. In this respect it seemed clear that the metastability of the atoms might be very important. Simple, rapid and efficient detection of the He^* atoms is possible using electron multipliers such as microchannel plates (MCP) and these detectors can also be used to observe ions resulting from Penning ionizing collisions, either with residual gas atoms or between the He^* atoms themselves. Thus, when BEC was observed in alkali gases, groups working on laser cooling of He^* naturally considered the feasibility of He^* [7].

A potential impediment to the achievement of the high densities necessary for evaporative cooling and BEC is the Penning ionization reaction:



Many experiments have shown that in a magneto-optical trap (MOT), this process is very rapid and limits the density in such a trap[8, 9, 10, 11, 12, 13]. Thus, when

loading atoms from a MOT into a non-dissipative trap, there was a danger that the density and more importantly the elastic collision rate would be too small to efficiently cool by evaporation. In addition, it was known experimentally[9, 10, 11] and theoretically[14] that even in the absence of resonant light, the rate constant for Penning ionization was on the order of $10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$. Thus, even if it were possible to begin evaporative cooling, such a large inelastic collision rate is likely to prevent evaporative cooling down to BEC.

On the other hand it was predicted[18, 19] that the elastic scattering length a would be quite large for He^* . This result was very encouraging because it indicated that despite the low densities achievable in a MOT, thermalizing collisions in a MOT-loaded magnetic trap could be rapid enough to allow evaporative cooling.

Even more importantly, it was also known that, for a spin polarized sample, the Penning ionization rate is suppressed by spin conservation. He^* has total angular momentum one, therefore only one trapping state exists and magnetically trapped He^* atoms are necessarily 100% polarized. So one might hope to accumulate large densities of He^* in a magnetic trap. Experimentally, a suppression of one order of magnitude had already been demonstrated as early as 1972[15], this result was followed up by more recent measurements[16, 17]. In the mid 1990's it was predicted that the degree of suppression could be as high as 5 orders of magnitude[18, 19], which would easily permit long storage times at densities necessary for BEC. The theoretical predictions for the scattering properties of He^* motivated the serious attempt to achieve BEC using a strategy analogous to that used in the alkali gases.

II. EXPERIMENT

In our apparatus, a Zeeman cooled atomic beam loads a MOT which, after an optical molasses cooling and an optical pumping stage, loads a magnetic trap. The magnetic trap is of the cloverleaf design[20]. The only unusual feature of the apparatus is an MCP placed 5 cm below the trap center. A grid in front of the MCP allows one to either attract or repel positive ions. The front face of the MCP is at negative high voltage, and so electrons are never detected. We typically trapped 3×10^8 atoms in the MOT, and transferred approximately 50% to the

*<http://atomoptic.iota.u-psud.fr/>

magnetic trap. The MOT temperature was typically of order 1 mK, while after molasses cooling, the atomic temperature reached $300 \mu\text{K}$. After loading the magnetic trap, the atomic sample was compressed by lowering the magnetic field bias. During this process the temperature increased again to about 1 mK. Then, an RF-knife was applied and ramped down from 130 MHz to effect the forced evaporation.

The evolution of the temperature, phase space density and elastic collision rate during the evaporation ramp were all derived from measurements of the time of flight distribution of atoms to the MCP after the magnetic trap was turned off. Several examples are shown in Fig. 1. The change in gravitational energy of the atoms in falling 5 cm to the detector corresponds to $240 \mu\text{K}$. For the initial temperature of the trapped atoms, this energy is negligible compared to the kinetic energy, and so the atoms expand nearly isotropically after release, and the collection efficiency of the detector corresponds roughly to its solid angle of 0.5%. In this situation, the time of flight distribution is peaked at a value corresponding to the flight time of an atom moving toward the detector with the most probable speed at that temperature. The signature for cooling is a shift of the arrival time toward later times as can be seen in Fig. 1. Unfortunately, as the atoms are evaporatively cooled, their number also diminishes and the detected signal drastically decreases. Indeed when the temperature is of order $100 \mu\text{K}$, no signal is visible on the detector. As the temperature decreases further however, the atoms begin to fall down rather than fly away, and the collection efficiency of the detector increases dramatically. Near a temperature of $10 \mu\text{K}$ we observe a “revival” of the MCP signal, and at $1 \mu\text{K}$, close to the BEC threshold, nearly all the atoms remaining in the trap reach the detector and we observe the characteristic structure of an expanding cloud below the BEC temperature: a broad peak whose width corresponds to the temperature and a narrow peak on top of it.

As is discussed in Ref. [2], a careful analysis of the narrow BEC peak reveals that its width increases as the $1/5$ power of the number of atoms N_0 in the peak as predicted by the Gross-Pitaevski equation in the Thomas-Fermi approximation. Upon closer examination however, the results were puzzling. First, it was surprising that we detected the atoms at $1 \mu\text{K}$ at all. A magnetic field gradient as small as 30 mG/cm is enough to deviate the atomic trajectory so as to miss the MCP. We were virtually certain that residual field gradients larger than this were present in the apparatus. Secondly, the study of the expansion of the gas depends on being able to turn the trap off suddenly compared to the inverse of the oscillation frequencies in the trap (50 and 1300 Hz). Here again we were certain from magnetic field measurements that effects such as eddy currents in the reentrant flanges holding the magnetic trap coils, limited our field turn-off time to about 1 ms. Thirdly, we could estimate the number of atoms in the cloud at or near the critical temperature

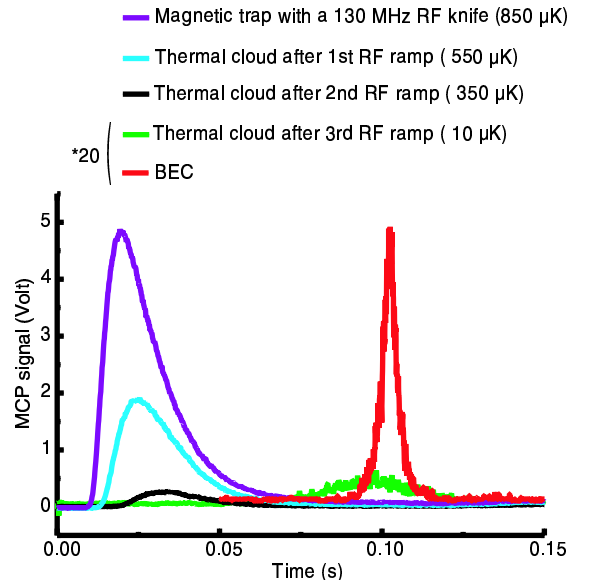


FIG. 1: MCP time of flight signals at different stages of the RF evaporation. The vertical scales on last two curves were multiplied by 20. At temperatures above $100 \mu\text{K}$, the atomic cloud expands nearly isotropically, and the MCP detects primarily the downward going atoms. At temperatures low compared to $100 \mu\text{K}$, the atoms fall in the earth’s gravitational field and are nearly all detected. The mean arrival time is about 100 ms, the time to fall 5 cm. Because of the loss of atoms during evaporative cooling, and the small solid angle of the detector, very few atoms are detected at temperatures between 300 and $30 \mu\text{K}$.

and compare it with the expected number in the ideal gas limit. The predicted number is given by[21]:

$$N_c = 1.202 (kT_c / \hbar \tilde{\omega})^3. \quad (1)$$

Here $\tilde{\omega}$ denotes the geometric mean of the trap oscillation frequencies. Our calibration of the detector indicated a number of atoms smaller than this by an order of magnitude. Finally a quantitative analysis of the $N_0^{1/5}$ dependence, resulted in an estimate of the scattering length a of order 100 nm. Such a large value of the scattering length seemed to be ruled out by the fact that the condensate had a lifetime of a few s. One expects the 3 body loss rate to scale as the fourth power of a [22], and therefore 3 body losses would have caused the BEC to decay in much less than 1s.

A clue to resolving these difficulties came from earlier, *in situ* measurements of the magnetic fields in our apparatus when the trap was turned off. In Fig. 2 we show the results of such a measurement. We began with atoms in a magnetic trap at 1 mK. While monitoring the MCP signal, we directed a 10 mW/cm^2 laser pulse of $20 \mu\text{s}$ duration at the cloud at a time t after the magnetic field turnoff. When the laser, which propagated parallel to the bias field, was resonant with the atoms, including the Zeeman shift due to the trapping fields, the atoms scattered the laser light and were pushed from the path

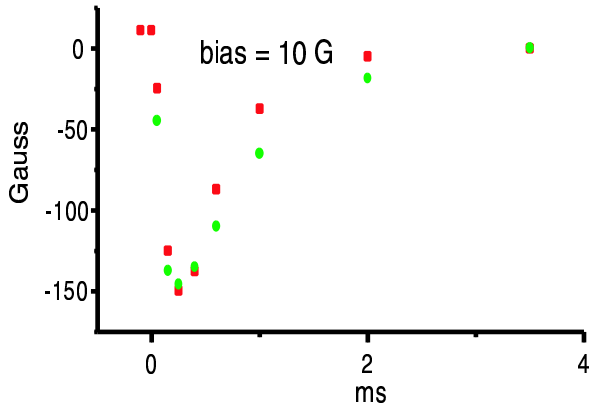


FIG. 2: *In situ* measurement of the magnetic field as a function of the time after turning off the magnetic trap. Black squares correspond to circular, grey circles to linear laser polarization. The field rapidly reverses due to differential eddy currents. This reversal causes approximately 10% of the atoms to transfer to the field-insensitive $m = 0$ state.

to the detector. The laser detuning which minimized the MCP signal therefore corresponded to the Zeeman shift at the time of the pulse.

The magnetic field deduced from this Zeeman shift is plotted in Fig. 2 as a function of t . Negative times correspond to atoms still in the trap, and the value we observe agrees with the calculated magnetic field bias in the trap. One sees that the magnetic field in the trapping region undergoes a violent reversal during the turnoff, reaching a value of more than -150 G in less than $100 \mu\text{s}$. This reversal is possibly due to the combined effects of the eddy currents induced by the pinch coils and the compensation coils. These two sets of coils carry currents in opposite directions and have very different sizes. The eddy currents they induce therefore have different signs and probably different time constants, which would explain the observed behavior. An uncompensated trap does not exhibit a magnetic field reversal.

It appears therefore that when the field reverses sign, some of the atoms undergo transitions to the field insensitive $m = 0$ state. We presume that after the transition the atoms adiabatically remain in the $m = 0$ state in the presence of the weak residual fields remaining in the apparatus. They therefore remain insensitive to any further field gradients.

We can test this interpretation by deliberately applying a magnetic field gradient with an external coil, and observing the time of flight spectrum. The results are shown in Fig. 3. The gradient was turned on about $100 \mu\text{s}$ after the currents to the magnetic trap were turned off. The figure shows two peaks, one arriving at approximately 100 ms after the field turnoff, as occurs without an applied gradient. The location and height of this peak does not depend on the magnitude of the gradient. The other peak occurs earlier, corresponding to atoms accelerated by the gradient and the arrival time shifts with the magnitude of the gradient. The height of the peak

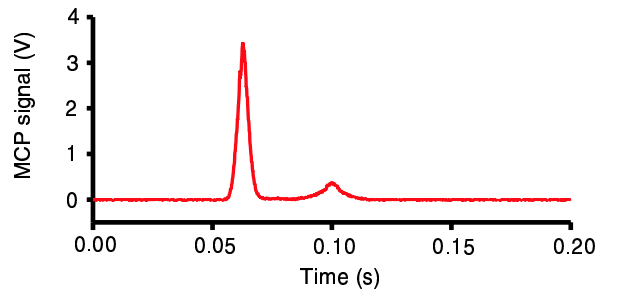


FIG. 3: Time of flight spectrum in the presence of a magnetic field gradient of an evaporatively cooled cloud of atoms. The height and arrival time of the small peak are independent of the applied gradient. The large peak's arrival time decreases as the vertical gradient (about 10 G/cm) is increased. A 1 G/cm horizontal gradient was also applied in order to maximize the number of atoms in the large peak. The ratio of the peak areas is 7 . Thus we believe that the small peak corresponds to atoms in the $m = 0$ state, while the large peak corresponds to atoms in the $m = 1$ state.

can be varied by varying the horizontal components of the gradient. The figure shows the largest early peak we were able to produce. These data show that indeed a fraction of the atoms makes the flight to the detector in the $m = 0$ state and that at least 7 times more atoms are in a field sensitive state after the trap turnoff. The applied gradient was produced by a coil above the trap and thus the atoms which are accelerated are weak field seekers ($m = +1$). It is also possible that some atoms are in the strong field seeking state ($m = -1$), but since they are accelerated upwards, they have little chance to reach the MCP.

To get an estimate of the number of atoms in the magnetic trap we can use an analysis similar to that which leads to Eq. 1 leading to the number N_{th} of atoms in the thermal cloud below the critical temperature. By fitting the wings of the time of flight spectra, we are able to determine the temperature T of the atomic cloud, and to infer N_{th} . As discussed in Ref. [21], and experimentally demonstrated in Refs. [20, 23, 24], this number should be given by: $N_{\text{th}} = 1.202 (kT/\hbar\tilde{\omega})^3$. This relation gives an absolute thermodynamic measurement of the number of atoms. It is higher by a factor $f = 8 \pm 4$ than the value we derive from the calibration of the MCP. Taking this correction into account, the largest condensate we have observed contained about 10^5 atoms, and the number of atoms present at the critical temperature is a few times 10^5 .

The magnetic field measurements also help to explain why the analysis of the expansion of the trapped atoms after release works so well. Because of the fast reversal, the atoms which make transitions to the $m = 0$ state are indeed released extremely rapidly. A careful analysis of the expansion may require taking into account the behavior of the weak field seeking atoms observed in Fig. 3. Here we assume that all atoms expand freely independent of their internal state. In fact the atoms

in this state are presumably trapped during the decay of the eddy currents, but since in a cloverleaf trap, the confinement rapidly decreases with increasing bias, it is probably a good approximation to treat the atoms as free on the scale of 1 ms.

An analysis of the mean field expansion of the cloud, using the corrected number of atoms leads to a value of the scattering length, $a = 20 \pm 10$ nm. This result is consistent with our elastic rate constant measurements at 1 mK[25], as well as with the observations of Ref. [26].

We have also observed the ions produced by the trapped condensate, by negatively biasing a grid above the MCP. An example of the ion detection rate as a function of time is shown in Fig. 4 of Ref. [2]. These ions are due to Penning ionization of residual gases, to two body collisions within the condensate, or possibly other, more complicated processes. We observe a factor of 5 more ions from the condensate than from a thermal cloud at 1 μ K, and we attribute this increase to the larger density in the condensate. The lifetime of the condensate, estimated by observing the ion rate is on the order of a few seconds. This is true both with and without an RF-knife to evacuate hot atoms[20, 27], although the lifetime is slightly longer with the knife present. The density of the condensate, deduced from its vertical size measurement

and its known aspect ratio, is of order 10^{13} cm^{-3} , so from the lifetime we can place an upper limit of 10^{-13} cm^3s^{-1} on the relaxation induced Penning ionization rate constant, as well as an upper limit of 10^{-26} $\text{cm}^{-6}\text{s}^{-1}$ on any three-body loss process.

The achievement of BEC in He* together with a MCP detector, offers many new possibilities for the investigation of BECs. Ion detection allows continuous “non-destructive” monitoring of the trapped condensate. We hope to be able to study the formation kinetics of the condensate using the ion signal. Our ability to count individual He* atoms falling out of the trap should allow us to perform accurate comparisons of correlation functions[27] for a thermal beam of ultracold atoms[28] and for an atom laser, realizing the quantum atom optics counterpart of one of the fundamental experiments of quantum optics.

Acknowledgments

This work was supported by the European Union under grants IST-1999-11055, and HPRN-CT-2000-00125, and by the DGA grant 99.34.050.

-
- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, Proceedings of the 12 International Conference on Laser Spectroscopy, Capri, June 1995, M. Ingucio, M. Allegrini and A. Sasso Eds., (World Scientific, Singapore, 1996).
 - [2] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook, A. Aspect, *Science*, **292**, 463 (2001), published online 22 March 2001, 10.1126/science.1060622.
 - [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
 - [4] K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
 - [5] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75** 1687 (1995).
 - [6] D. G. Fried *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
 - [7] W. Vassen, OSA TOPS on Ultracold Atoms and BEC 7, 20, K. Burnett, Ed. (Optical Society of America, Washington, DC, 1996).
 - [8] F. Bardou, O. Emile, J. M. Courty, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Europhys. Lett.* **20**, 681 (1992).
 - [9] H. C. Mastwijk, J. W. Thomsen, P. van der Straten, and A. Niehaus, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5516 (1998).
 - [10] P. J. J. Tol, N. Herschbach, E. A. Hessels, W. Hogervorst, and W. Vassen, *Phys. Rev. A*, **60**, 761 (1999).
 - [11] M. Kumakura and N. Morita, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2848 (1999).
 - [12] A. Browaeys, J. Poupard, A. Robert, S. Nowak, W. Rooijackers, E. Arimondo, L. Marcassa, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Eur. Phys. J. D* **8**, 199 (2000).
 - [13] F. Pereira Dos Santos, F. Perales, J. Léonard, A. Sinatra, Junmin Wang, F. S. Pavone, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, and M. Leduc, *Eur. Phys. J. D* **14**, 15 (2001).
 - [14] V. Venturi and I. Whittingham, *Phys. Rev. A*, **61**, 060703 (2000).
 - [15] J. C. Hill, L. L. Hatfield, N. D. Stockwell, and G. K. Walters, *Phys. Rev. A* **5**, 189 (1972).
 - [16] N. Herschbach, P. J. J. Tol, W. Hogervorst, and W. Vassen, *Phys. Rev. A* **61**, 050702(R) (2000).
 - [17] S. Nowak, A. Browaeys, J. Poupard, A. Robert, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Appl. Phys. B* **70**, 455 (2000).
 - [18] P. O. Fedichev, M. W. Reynolds, U. M. Rahmanov, G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **53**, 1447 (1996); G. V. Shlyapnikov, T. M. Walraven, U. M. Rahmanov, M. W. Reynolds, *Phys. Rev. Lett* **73**, 3247 (1994).
 - [19] V. Venturi, I. B. Whittingham, P. J. Leo, G. Peach, *Phys. Rev. A* **60**, 4635 (1999), P. Leo, V. Venturi, I. Whittingham, J. Babb, preprint arXiv:physics/0011072.
 - [20] M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
 - [21] F. Dafolvo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999), and references therein.
 - [22] P. Fedichev, M. Reynolds, G. Shlyapnikov, *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 2921 (1996).
 - [23] L. V. Hau *et al.*, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
 - [24] J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4984 (1996).
 - [25] A. Browaeys, A. Robert, O. Sirjean, J. Poupard S. Nowak, D. Boiron, C.I. Westbrook, A. Aspect, *Phys. Rev. A* **64**, 034703 (2001).
 - [26] F. Pereira dos Santos, J. Leonard, J. Wang, C. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C.S. Unnikrishnan, M. Leduc, C.

Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).
[27] E. A. Burt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).

[28] Y. Yasuda, F. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3090 (1996).

Ionization Rates in a Bose-Einstein Condensate of Metastable Helium

O. Sirjean, S. Seidelin, J. Viana Gomes,* D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect
Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, F-91403 Orsay Cedex, France

G. V. Shlyapnikov

*FOM Institute for Atomic and Molecular Physics, Kruislaan 407, 1098 SJ Amsterdam, The Netherlands
and Russian Research Center Kurchatov Institute, Kurchatov Square, 123182 Moscow, Russia*
(Received 5 August 2002; published 12 November 2002)

We have studied ionizing collisions in a BEC of metastable He. Measurements of the ion production rate combined with measurements of the density and number of atoms for the same sample allow us to estimate both the two- and three-body contributions to this rate. A comparison with the decay of the atom number indicates that ionizing collisions are largely or wholly responsible for the loss. Quantum depletion makes a substantial correction to the three-body rate constant.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.220406

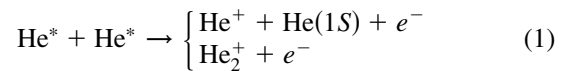
PACS numbers: 34.50.-s, 05.30.-d, 67.65.+z, 82.20.Pm

The observation of Bose-Einstein condensation (BEC) of metastable helium (He in the 2^3S_1 state, denoted He*) [1,2] constituted a pleasant surprise for experimentalists although the possibility had been predicted theoretically [3]. Success hinged, among other things, on a strong suppression of Penning ionization in the spin-polarized, magnetically trapped gas. Too high a rate of ionization would have prevented the accumulation of sufficient density to achieve evaporative cooling. The ionization rate is not completely suppressed however, and when the atomic density gets high enough, a magnetically trapped sample of He* does produce a detectable flux of ions. As shown in [1], this signal can even be used as a signature of BEC. The observation of ions from the condensate opens the possibility of monitoring in real time the growth kinetics of a condensate [4]. This is an exciting prospect, but to quantitatively interpret the ion rate, one needs the contributions of two- and three-body collisions.

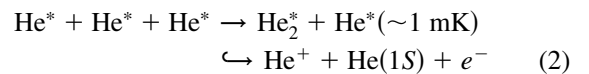
In this paper we use the unique features of metastable atoms to detect, in a single realization, the ionization rate, the density, and the atom number. This allows us to extract two- and three-body rate constants without relying on fits to nonexponential decay of the atom number, which require good experimental reproducibility [5–7] and are difficult to interpret quantitatively [5]. After estimating the ionization rate constants, a comparison with the decay of the atom number reveals no evidence for collisional avalanche processes. Thus, by contrast with ^{87}Rb [8], He* seems to be a good candidate for studying the “hydrodynamic” regime [9], as well as the effects of quantum depletion, i.e., a departure from the Gross-Pitaevskii wave function in the Bogoliubov theory, due to atomic interactions [10]. Indeed in our analysis of the three-body ionization process, quantum depletion makes a substantial correction [11].

Much theoretical [3,12] and experimental [1,2,13,14] work has already been devoted to estimating inelastic

decay rates in He*. The dominant two-body decay mechanisms, called Penning ionization,



are known to be suppressed by at least 3 orders of magnitude in a spin-polarized sample, but the total rate constant has not yet been measured. The three-body reaction,



proceeds via three-body recombination followed by auto-ionization of the excited molecule. Both reactions yield one positive ion which is easily detected. We define collision rate constants according to the density loss in a thermal cloud: $\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau} - \beta n^2 - Ln^3$ with n the local density, τ the (background gas limited) lifetime of the sample, and β and L the two-body and three-body ionization rate constants defined for a thermal cloud [15]. The theoretical estimates of the rate constants at $1 \mu\text{K}$ are $\beta \sim 2 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ [3,12] and $L \sim 10^{-26} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ [16], and the experimental upper limits were [1,2] $\beta \leq 8.4 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ and $L \leq 1.7 \times 10^{-26} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$.

For a pure BEC, in the Thomas-Fermi regime with a number of atoms N_0 , and a peak density n_0 , one can calculate the expected ionization rate per trapped atom:

$$\Gamma = \frac{\text{ion rate}}{N_0} = \frac{1}{\tau'} + \frac{2}{7} \kappa_2 \beta n_0 + \frac{8}{63} \kappa_3 L n_0^2. \quad (3)$$

The numerical factors come from the integration over the parabolic spatial profile and the fact that although two or three atoms are lost in each type of collision, only one ion is produced. The effective lifetime $\tau' \geq \tau$ is due to ionizing collisions with the background gas. The factors κ_i take into account the fact that the two- and three-particle local correlation functions are smaller than those of a

thermal cloud. For a dilute BEC $\kappa_2 = 1/2!$ and $\kappa_3 = 1/3!$ [7,11]. Because the He* scattering length (a) is so large, quantum depletion ($\sim \sqrt{n_0 a^3}$) leads to significant corrections [11] to the κ 's as we discuss below.

Much of our setup has been described previously [1,17,18]. Briefly, we trap up to 2×10^8 atoms at 1 mK in a Ioffe-Pritchard trap with a lifetime (τ) of 90 s. We use a ‘‘cloverleaf’’ configuration [19] with a bias field $B_0 = 150$ mG. The axial and radial oscillation frequencies in the harmonic trapping potential are $\nu_{\parallel} = 47 \pm 3$ Hz and $\nu_{\perp} = 1800 \pm 50$ Hz, respectively [$\bar{\omega}/2\pi = (\nu_{\parallel}\nu_{\perp}^2)^{1/3} = 534$ Hz]. A crucial feature of our setup is the detection scheme, based on a two stage, single anode microchannel plate detector (MCP) placed below the trapping region. Two grids above the MCP allow us either to repel positive ions and detect only the He* atoms, or to attract and detect positive ions produced in the trapped cloud.

To detect the ion flux, the MCP is used in counting mode: the anode pulses from each ion are amplified, discriminated with a 600 ns dead time and processed by a counter which records the time delay between successive events. Typical count rates around BEC transition are between 10^2 and 10^5 s $^{-1}$. We have checked that the correlation function of the count rate is flat, indicating that there is no double counting nor any significant time correlation in the ion production. The dark count rate is of order 1 s $^{-1}$. By changing the sign of the grid voltage, we have checked that while counting ions, the neutral He* detection rate is negligible compared to the ion rate (less than 5%) even when the radio frequency (rf) shield is on. The intrinsic ion detection efficiency of the MCP for 2 keV He $^+$ ions is close to the open area ratio (60%) [20]. To estimate the total ion detection efficiency, we then multiply by the geometric transmission of the two grids $(0.84)^2$. Based on Refs. [20,21], we assume this (0.42) is an upper limit on our detection efficiency.

To find the values of N_0 and n_0 corresponding to the measured ion rate, we use the MCP to observe the time-of-flight (TOF) signal of the He* atoms released from the rapidly switched off trap. The instantaneous count rate can be as high as 10^6 s $^{-1}$, and the MCP saturates when used in counting mode. To avoid this problem, we lower the MCP gain, and record the TOF signal in analog mode with a time constant of 400 μ s. Several tests were performed to verify the linearity of the detector.

In a typical run, evaporative cooling takes place for 40 s, down to an rf-knife frequency about 50 kHz above the minimum of the trapping potential. Near the end of the ramp, the ion rate increases sharply, signaling the appearance of a BEC (Fig. 4 in [1]). After reaching the final value, the rf knife is held on at that frequency. This constitutes an rf shield which eliminates hot atoms and maintains a quasipure BEC for up to 15 s (see Fig. 3). By quasipure we mean that we see no thermal wings in signals such as shown in the inset of Fig. 1. From tests of our fitting procedure, we estimate that the smallest

thermal fraction we can distinguish is about 20%, with a temperature on the order of the chemical potential. Runs with visible thermal wings were discarded.

To acquire the TOF signals corresponding to a given ion rate, we turn off the rf shield, wait 50 ms, and then turn off the magnetic trap and switch the MCP to analog mode. To be sure that the rf has no influence on the ion rate, we use only the number of ions observed during the 50 ms delay to get the rate. We fit the TOF signals to an inverted parabola squared as expected for a pure BEC in the Thomas-Fermi regime and for a TOF width (~ 5 ms) narrow compared to the mean arrival time (100 ms) [1]. Under these assumptions, the chemical potential μ depends only on the TOF width, the atomic mass, and the acceleration of gravity [22], and thus can be measured quite accurately. Figure 1 shows that μ varies as expected as $N_d^{2/5}$ with N_d the number of detected atoms in the quasipure BEC. A fit on a log-log plot gives a slope of 0.39. Residuals from the linear fit do not show any systematic variation which is a good indication of the detection linearity and of the proportionality between N_d and N_0 .

To determine the collision rate constants β and L , we need an absolute calibration of the number of atoms and the density. As discussed in Ref. [1], all the atoms are not detected, and the direct calibration has a 50% uncertainty which is responsible for the large uncertainty in the scattering length a . In fact the measurement of the chemical potential gives an accurate value for the product $n_0 a = \mu m / 4\pi \hbar^2$, and with the value of $\bar{\omega}$ gives the product $N_0 a = (1/15)(\hbar/m\bar{\omega})^{1/2}(2\mu/\hbar\bar{\omega})^{5/2}$ as well. Therefore, in the hopes that the He* scattering length will be measured more accurately in the future, we shall express N_0 and n_0 in terms of a . In this paper, unless stated otherwise, we suppose that $a = 20$ nm, and in our conclusions we shall discuss how our results depend on a .

Figure 2 shows the ion rate per atom Γ versus the peak density. The densest sample corresponds to $N_0 = 2 \times 10^5$

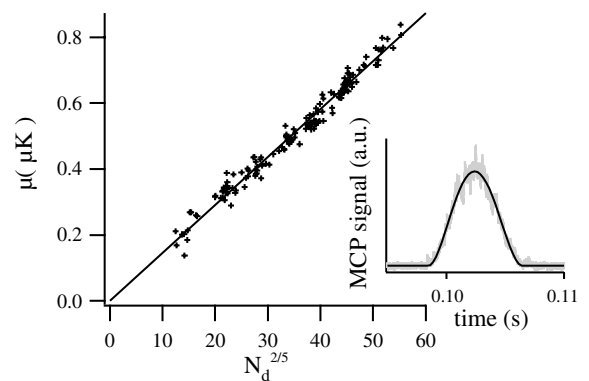


FIG. 1. Chemical potential versus number of detected atoms to the power $\frac{2}{5}$ and its linear fit. Data are for quasipure BEC. The inset shows a typical TOF signal and its inverted parabola squared fit.

atoms and $n_0 = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. The corresponding Thomas-Fermi radii are $r_{\perp} \approx 5 \mu\text{m}$ and $r_{\parallel} \approx 200 \mu\text{m}$. The vertical intercept in Fig. 2 corresponds to ionizing collisions with the background gas ($1/\tau'$). We have independently estimated this rate using trapped thermal clouds at 1 mK and 5 μK and found $1/\tau' \approx 5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. This value is negligible at the scale of the figure.

The curvature in Fig. 2 shows that three-body ionizing collisions are significant. Before fitting the data to get β and L , we must take into account several effects. First, for three-body collisions, quantum depletion is important. For $T = 0$, on the basis of Ref. [11], we obtain a multiplicative correction to the factor κ_3 of $(1 + \epsilon) = (1 + 23.2 \times \sqrt{n_0 a^3})$ [23]. At our highest density $\epsilon \approx 0.35$. Two-body collisions are subject to an analogous correction but approximately 3 times smaller. The fits in Fig. 2 include the density dependence of $\kappa_{2,3}$, associated with quantum depletion. The $n_0^{3/2}$ dependence introduced for two-body collisions is far too small to explain the curvature in the data. The density dependence of $\kappa_{2,3}$ does not improve the quality of the fit, but it significantly reduces the value of the fitted value of L (by 30%).

In addition, the fact that the sample probably contains a small thermal component means that collisions between the condensed and the thermal parts must be taken into account [6,11]. Assuming a 10% thermal population ($\frac{\mu}{k_B T} \approx 1.5$), we find $\kappa_3 = \frac{1}{6}(1 + \epsilon + \epsilon')$, with an additional correction $\epsilon' \approx 0.11$ for the densest sample [24].

Taking into account all these corrections, and assuming an ion detection efficiency of 0.42, the fitted values of the collision rate constants [15] are $\beta_{20} = 2.9(\pm 2.0) \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ and $L_{20} = 1.2(\pm 0.7) \times 10^{-26} \text{ cm}^6 \text{ sec}^{-1}$, where the subscripts refer to the assumed value of a . These values are in good agreement with the theoretical estimates. The error bars are estimated as follows. We fix either β or L and use the other as

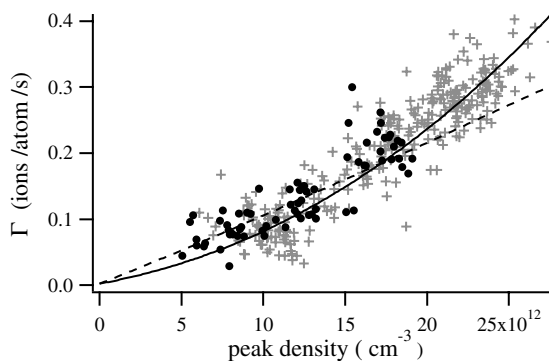


FIG. 2. Ion rate per trapped atom versus peak density for 350 different quasipure BEC's. Atom number and density are deduced from μ , \bar{w} , and a (here 20 nm). Data were taken for two different bias fields corresponding to $\nu_{\perp} = 1800 \text{ Hz}$ (crosses) and $\nu_{\perp} = 1200 \text{ Hz}$ (circles). The dashed line corresponds to the best fit involving only two-body collisions. The solid line is a fit to two- and three-body processes.

a fit parameter. We repeat this procedure for different values of the fixed parameter and take the range over which we can get a converging and physically reasonable fit (i.e., no negative rate constants) as the uncertainty in the fixed parameter. These error bars are highly correlated since if β is increased, L must be decreased and vice versa. The error bars do not include the uncertainty in the absolute ion detection efficiency (see below).

Until now we have assumed $a = 20 \text{ nm}$, but current experiments give a range from 8 to 30 nm [1,2]. Using Eq. (3) and our parametrization of n_0 and N_0 in terms of a , one can see that, in the absence of quantum depletion, the values of β and L extracted from our analysis would be proportional to a^2 and a^3 , respectively. Taking quantum depletion into account, no simple analytical dependence exists, but one can numerically evaluate β and L vs a and fit the results to expansions with leading terms in a^2 and a^3 , respectively. The effect of quantum depletion is negligible for β [$\beta_a \approx \beta_{20}(\frac{a}{20})^2$]. For L , we find $L_a \approx L_{20}(\frac{a}{20})^3[1 - 0.21\frac{a-20}{20}]$ with a in nm.

To test the consistency of our measurements, we plot the decay of the atom number (Fig. 3). To acquire these data, we held the BEC in the trap in the presence of the rf shield for varying times. This study involves multiple BEC realizations, which typically exhibit large fluctuations in the initial atom number. We have been able to reduce this noise by using the ion signal to select only data corresponding to the same ion rate 500 ms after the end of the ramp. This time corresponds to $t = 0$ in the figure. We also plot the predicted decay curve (solid line) corresponding to ionization only. This curve results from a numerical integration of the atom loss due to ionization processes, calculated from the fitted values β_{20} and L_{20} . The fact that the error bars on β and L are correlated

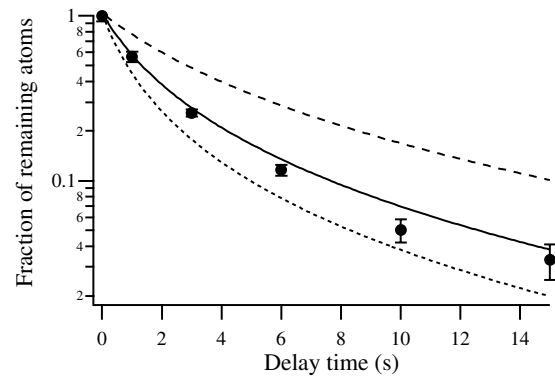


FIG. 3. Fraction of remaining atoms measured by TOF as a function of time. The rf shield is on and the cloud remains a quasipure condensate during the decay. The lines correspond to the predicted atom decay according to Eq. (3) with the fitted value of the two- and three-body rate constants for $a = 10 \text{ nm}$ (dashed line), $a = 20 \text{ nm}$ (solid line), and $a = 30 \text{ nm}$ (dotted line). The case of $a = 10 \text{ nm}$ is not necessarily excluded because other, nonionizing losses could be present.

leads to a small uncertainty on the solid curve that happens to be of the same order of magnitude as the typical error bars on the data. The observed decay agrees fairly well with the solid curve, and ionization apparently accounts for most of the loss. If the ion detection efficiency were actually lower than we assume, the predicted decay would be faster than the observed decay which is unphysical (assuming $a = 20$ nm). We conclude that our estimate of the ion detection efficiency is reasonable and does not lead to an additional uncertainty in β and L .

We also plot the curves obtained from the same analysis but with scattering lengths of 10 and 30 nm, assuming a detection efficiency of 0.42. The curve corresponding to $a = 30$ nm lies below the data points. Based on our analysis, this means that $a = 30$ nm is excluded. A scattering length of 25 nm is the largest one consistent with our data. In contrast, the decay predicted for an analysis with $a = 10$ nm is slower than the observed decay. This would mean that there are additional nonionizing losses (contributing up to half of the total loss), and/or that we have overestimated the ion detection efficiency by a factor as large as 2. In the latter case, β and L should be multiplied by the same factor. This results for $a = 10$ nm in a supplementary systematic uncertainty on β and L of a factor as large as 2.

In the event that our upper limit on the ion detection efficiency is too low, the rate constants β and L should be reduced by a factor as large as 2.4 ($= 0.42^{-1}$). In that case, our data would not exclude $a = 30$ nm and nonionizing losses could significantly contribute to the total loss.

Even though the peak densities of our BEC are small compared to those in alkalis, the elastic collision rate is high because of the large scattering length, and one must consider the possibility of collisional avalanches. For $a = 20$ nm our densest cloud has a mean free path of $7 \mu\text{m}$ and using the definition of [8] the collisional opacity is 0.8. With Rb atoms this would result in much increased loss due to avalanches [8]. Here we have to consider secondary collisions leading to both ion production and atom loss. However, for secondary ionization, mean free paths are at least 2 orders of magnitude larger than r_{\parallel} . Hence secondary ionization is unimportant. This conclusion is supported by our observation of no correlation in the time distribution of detected ions.

The good agreement between the data and the curve in Fig. 3 indicates that losses due to nonionizing collisional avalanches are not taking place either. This is in agreement with data on elastic collisions with He^+ , He_2^+ , and $\text{He}(1S)$, which have small cross sections [25]. Collisions with hot He^* atoms from the reaction of Eq. (2) are more likely to play a role, but due to the higher velocity, the elastic cross section for these atoms is smaller. In Rb the situation is different because a d -wave resonance increases the total cross section [8].

The theoretical analysis shows that quantum depletion strongly affects the measured three-body rate constant.

One way to experimentally demonstrate this effect would be to compare with similar measurements with thermal clouds. Absolute calibration of ion and atom detection efficiency should play no role in this comparison, if one could prove that they are the same for both situations.

We thank F. Gerbier for stimulating discussions. This work was supported by the European Union under Grants No. IST-1999-11055 and No. HPRN-CT-2000-00125, and by the DGA Grant No. 00.34.025.

*Permanent address: Departamento de Fisica, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, 4710-057 Braga, Portugal.

- [1] A. Robert *et al.*, *Science* **292**, 461 (2001).
- [2] F. Pereira Dos Santos *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001); F. Pereira Dos Santos *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **19**, 103 (2002).
- [3] G.V. Shlyapnikov *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3247 (1994); P.O. Fedichev *et al.*, *Phys. Rev. A* **53**, 1447 (1996).
- [4] H.J. Miesner *et al.*, *Science* **270**, 1005 (1998); M. Köhl *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 080402 (2002).
- [5] J.L. Roberts *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 728 (2000).
- [6] J. Söding *et al.*, *Appl. Phys. B* **69**, 257 (1999).
- [7] E. A. Burt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
- [8] J. Schuster *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170404 (2001).
- [9] M. Leduc *et al.*, *Acta Phys. Pol. B* **33**, 2213 (2002).
- [10] F. Dalfovo *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [11] Y. Kagan, B.V. Svistunov, and G.V. Shlyapnikov, *JETP Lett.* **42**, 209 (1985).
- [12] V. Venturi *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, 4635 (1999); V. Venturi and I.B. Whittingham, *Phys. Rev. A* **61**, 060703(R) (2000).
- [13] J.C. Hill *et al.*, *Phys. Rev. A* **5**, 189 (1972).
- [14] N. Herschbach *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 50702 (2000).
- [15] Collision rate constants are sometimes defined directly for a BEC ($\beta' = \beta/2$ and $L' = L/6$).
- [16] P.O. Fedichev, M.W. Reynolds, and G.V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2921 (1996); P.F. Bedaque, E. Braaten, and H.W. Hammer, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 908 (2000).
- [17] A. Browaeys *et al.*, *Phys. Rev. A* **64**, 034703 (2001).
- [18] S. Nowak *et al.*, *Appl. Phys. B* **70**, 455 (2000).
- [19] M.O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [20] R.S. Gao *et al.*, *Rev. Sci. Instrum.* **55**, 1756 (1984).
- [21] B. Deconihout *et al.*, *Appl. Surf. Sci.* **94/95**, 422 (1996).
- [22] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996); Y. Kagan, E. L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [23] The numerical factor $64/\sqrt{\pi}$ of [11] changes to 23.2 for a trapped bose gas.
- [24] We have $\epsilon' = (\langle\langle 3n_0^2(n' + \alpha) \rangle\rangle + \langle 3n_0^2(n' + \alpha) \rangle) \times \langle\langle n_0^3 \rangle\rangle^{-1}$. The symbol $\langle \dots \rangle$ denotes the integration over the condensate spatial region. The thermal part of the noncondensed density, n' , and that of the anomalous average, α , are obtained in the local density approximation. This gives $\epsilon' = 7.7 \times \sqrt{n_0 a^3}$ for $(\mu/k_B T) = 1.5$.
- [25] H.C.W. Beijerinck *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 23607 (2000).

Ionization in a Bose-Einstein condensate of metastable Helium: a quantitative monitoring tool

A. Aspect, O. Sirjean, S. Seidelin, J. Viana Gomes, D. Boiron and C. I. Westbrook
*Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, B.P. 147,
F-91403 ORSAY CEDEX, FRANCE*

Abstract

Residual ionization in a BEC of 2^3S_1 metastable Helium (He^*), can be used to monitor in real time the evolution of a single sample of condensate. We use this method, combined to Time Of Flight measurements, to study the decay of the condensate. It has also allowed us to measure 2-body and 3-body ionizing collisions rate constants. This method should allow for the study of the growth of a condensate, in particular in the hydrodynamic regime. We point out the importance of quantum depletion in He^* BEC's.

1 Introduction

The achievement of Bose-Einstein condensation of metastable helium (He in the 2^3S_1 state denoted He^*) [1, 2] constituted a pleasant surprise for experimentalists and a remarkable vindication for the theorists who predicted the possibility [3]. Success hinged, among other things, on a strong suppression of Penning ionization in the (spin-polarized) magnetic trap. The ionization rate is not completely suppressed however, and when the atomic density gets high enough, a cold, magnetically trapped sample of He^* does produce a detectable flux of ions. As shown in [1], this signal can be used to monitor in real time the appearance and the decay of a single condensate. This opens the exciting prospect to study the growth kinetics of a condensate [4], provided that we can quantitatively interpret the ion rate. This requires a precise knowledge of the ionization rate constants.

In this presentation, we show how we can combine this ion monitoring with time of flight (TOF) measurements to extract quantitative data. We have first studied the rapid decay of a condensate after its formation, and shown that, by application of a RF knife, we can keep a quasi pure condensate for as long as 10 seconds. We have then been able to study the residual ionization in such quasi pure BEC's, and to extract 2 and 3 body rate constants without relying on fits to non-exponential decay of the number of atoms, which are notoriously difficult to interpret quantitatively [5] and which require a good stability of the experiment [5, 6, 7]. Finally, a comparison of the decay associated with ionization to the global decay curve allows for a consistency test of our results, and it reveals no evidence for collisional avalanche processes, in contrast with the case of ^{87}Rb [8].

We show in conclusion how this work suggests that He^* seems to be a good candidate for studying "hydrodynamic" regime as well as the effects of quantum depletion[9].

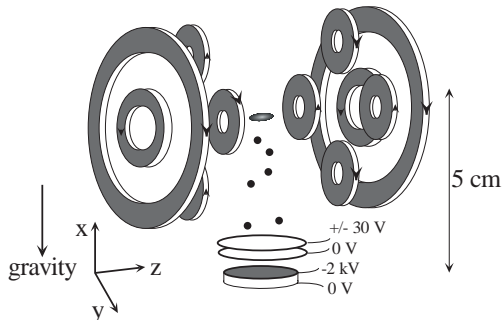


Figure 1: *Experimental setup.* The cold atoms are trapped in a cloverleaf type magnetic trap. A special feature of our set up is the microchannel plate detector (MCP) placed below the trapping region. Two grids above the MCP allow us either to repel positive ions and detect only the He^* atoms suddenly released from the trap (Time Of Flight measurements), or to attract and detect the positive ions produced in the trapped cloud (ion rate measurements).

2 Apparatus and experimental procedure

Much of our setup has been described previously [1, 10, 11, 12]. Briefly, we trap up to 2×10^8 atoms at 1 mK in a Ioffe-Pritchard trap with a lifetime (τ) of 90 s. We use a "cloverleaf" configuration (Fig.1) [13] with a bias field $B_0 = 150$ mG. The axial and radial oscillation frequencies in the harmonic trapping potential are typically $\nu_{\parallel} = 47 \pm 3$ Hz and $\nu_{\perp} = 1800 \pm 50$ Hz respectively ($\bar{\omega}/2\pi = (\nu_{\parallel}\nu_{\perp}^2)^{1/3} = 534$ Hz). A special feature of our set up is the detection scheme, based on a 2 stage, single anode microchannel plate detector (MCP) placed below the trapping region (Fig.1). Two grids above the MCP allow us either to repel positive ions and detect only the He^* atoms, or to attract and detect positive ions produced in the trapped cloud.

To detect the ion flux, the MCP is used in counting mode: the anode pulses from each ion are amplified, discriminated with a 600 ns dead time and processed by a counter which records the time delay between successive events. Typical count rates are between 10^2 and several 10^4 s^{-1} . At such rates, we expect no saturation effect provided that the ions impacts are spread over the whole MCP. We have checked that the correlation function of the count rate is flat, indicating that there is no double counting nor any significant positive or negative time correlation in the ion production. The dark count rate is of order 1 s^{-1} . By changing the sign of the grid voltage, we have checked that while counting ions, the neutral He^* detection rate is negligible compared to the ion rate (less than 5 %) even when the radio frequency (rf) shield is on. We estimate the ion detection efficiency by assuming that only ions which hit the open channels of the MCP (60% of the total area) are detected (with a 100% quantum efficiency). We then multiply by the transmission of the two grids $(0.84)^2$. Based on Refs. [14, 15], we assume this (0.42) is a good evaluation of our detection efficiency.

To find the values of the atom number N_0 and peak density n_0 of the BEC corresponding to a particular measured ion rate, as well as the number of atoms and temperature in the thermal cloud, we use the MCP to observe the time-of-flight sig-

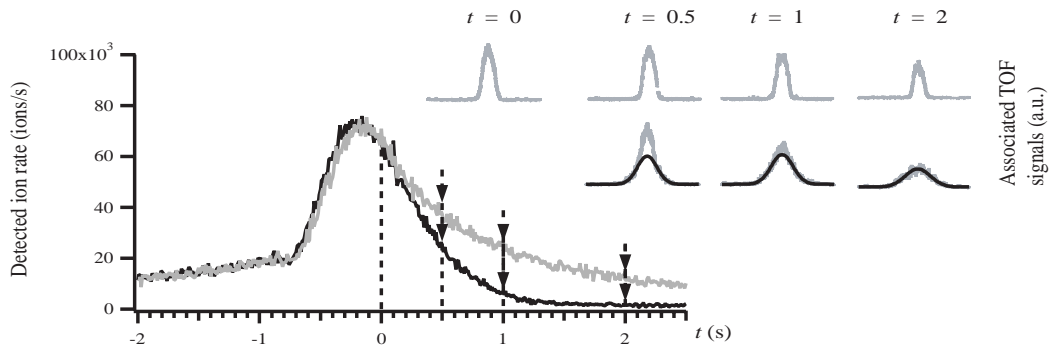


Figure 2: *Birth and decay of a He* BEC, monitored by detection of the ion current from the trapped atoms. The evaporative cooling rf-knife frequency is ramped down until $t = 0$, and the rf-knife is either turned off (dark plot), or kept on at the end-of-the-ramp frequency (grey plot). Each of these two plots correspond to a single realization of a condensate, and can be repeated in a reproducible way (the reproducibility is easily checked on the first part of the plot). Examples of TOF at various delays, corresponding to repeated runs in either situation, are displayed. They reveal that in the absence of rf-knife (lower series of TOF's: the dark curve represents the thermal cloud, fitted to the wings) the sample rapidly heats up, and the condensed fraction decreases while the thermal cloud grows. In contrast, when the rf-knife is kept on, the condensate remains quasi pure (upper series of TOF's).*

nal (TOF) of the He* atoms released from the rapidly switched off trap. The instantaneous count rate can be as high as 10^6 s^{-1} , and the MCP saturates when used in counting mode. To avoid this problem, we lower the MCP gain, and record the TOF signal in analog mode with a time constant of 400 microseconds. Several tests have shown that the detector behavior is then linear. We fit the TOF signals to the sum of a Bose function (integrated over transverse dimensions) describing the thermal cloud, and the inverted parabola squared expected for a BEC in the Thomas-Fermi regime[1]. We have checked that the chemical potential μ varies as $N_0^{2/5}$ as expected, over almost 2 decades in atom number. Residuals from the linear fit do not show any systematic variation. A fit on a log-log plot gives a slope of 0.39. These observations are a good indication of the detection linearity.

3 Decay of a He* condensate

In a typical run, forced evaporative cooling takes place for 40 s, down to an rf-knife frequency of 500 KHz, about 50 kHz above the minimum of the trapping potential. Near the end of the ramp, the ion rate increases sharply, signaling the appearance of a BEC (Fig.2). After reaching the final value, we either turn off the rf-knife (dark plot in Fig.2), or hold it on at the final frequency of the evaporative ramp (grey plot in Fig.2). In either case, we then monitor the ion rate until the time when we choose to switch off the trap and observe the TOF.

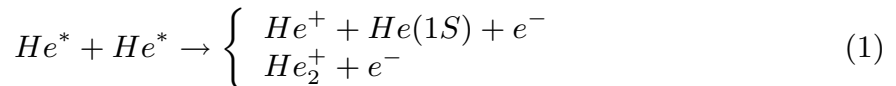
The plots of the ion rate in Fig.2 first reveal that the condensate survives much

longer with the rf-knife kept on, which was to be expected. In addition, the TOF's realized at various stages of the decay, clearly show that the rapid decay of the condensate in the absence of the rf-knife is dominated by a heating: a fit to the wings of the TOF shows that the thermal cloud rapidly grows, and the temperature increases by about 300 nK/s, while the condensed fraction simultaneously decreases. This heating is suppressed when the rf-knife is kept on (rf-shield), as already observed with alkalis.

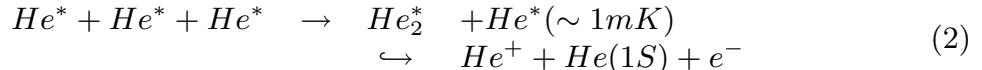
The understanding of the rise and decay of the ion rate, in a situation where the total number of trapped atoms does not vary rapidly, relies on the assumption that the ion rate increases with the density for a constant total number of atoms. This means that the ion production is not dominated by collisions with the background gas, but rather by collisions between trapped He^* atoms, that may be 2-body or 3-body ionizing collisions.

4 Two and three-body ionization rate constants

Much theoretical [3, 16] and experimental [17, 18, 1, 2] work has already been devoted to estimating inelastic decay rates in He^* . The dominant 2-body decay mechanisms, which we will refer to collectively as Penning ionization,



are known to be suppressed by at least 3 orders of magnitude in a spin-polarized sample, but the total rate constant has not yet been measured. The theoretical estimate of the rate at 1 μK is $\sim 2 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ [3, 16]. The 3-body reaction,



proceeds via 3-body recombination followed by autoionization of the excited molecule. The rate has been estimated theoretically [19] to have a value of order $10^{-26} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$. All reactions yield one positive ion which can easily be detected in our apparatus.

We define collision rate constants according to the density loss : $\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau} - \beta n^2 - Ln^3$ with n the local density, τ the (vacuum limited) lifetime of the sample, and β and L the 2-body and 3-body ionizing rate constants defined for a thermal cloud[21]. We have assumed here that there are no other loss processes. One can then derive an expected ionization rate per trapped atom (Γ):

$$\Gamma = \frac{\text{Ion rate}}{N_0} = \frac{1}{\tau'} + \frac{2}{7} \kappa_2 \beta n_0 + \frac{8}{63} \kappa_3 L n_0^2, \quad (3)$$

for a pure BEC in the Thomas-Fermi regime with a number of atoms N_0 , and a peak density n_0 . The numerical factors come from the integration over the parabolic spatial profile and the fact that although 2 or 3 atoms are lost in each type of collision, only 1 ion is produced. The effective lifetime $\tau' \geq \tau$ is due to ionizing collisions with the background gas. The factors κ_2 and κ_3 take into account the fact that the 2 and 3-particle local correlation functions are smaller than those of a thermal cloud. For a dilute BEC, one has $\kappa_2 = 1/2!$ and $\kappa_3 = 1/3!$ [9, 7]. Because the He^* scattering length is so large, quantum depletion can lead to significant corrections [9] to the κ 's as we discuss below.

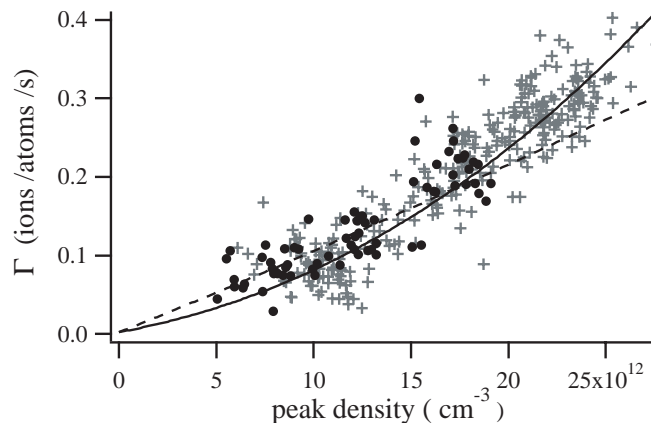


Figure 3: *Ion rate per trapped atom versus peak density for different quasi-pure BEC's. The atom number is varied by waiting for different delays, with the rf-shield on. The plot involves different set of data, taken for 2 different trapping configurations, corresponding to different average frequencies: $\nu_{\perp} = 1800$ Hz (crosses) and $\nu_{\perp} = 1200$ Hz (circles). The dashed line corresponds to the best fit involving only 2-body collisions. The solid line is a fit to 2 and 3-body processes.*

To determine the ionizing collision rate constants β and L , we need an absolute calibration of the number of atoms and the peak density. As discussed in Ref. [1], all the atoms are not detected, and the direct calibration has a 50 % uncertainty which is responsible for the large uncertainty in the scattering length a . In fact the measurement of the chemical potential gives an accurate value for the product $n_0 a = \mu m / 4\pi \hbar^2$, and with the value of $\bar{\omega}$ gives the product $N_0 a = (1/15) (\hbar/m\bar{\omega})^{1/2} (2\mu/\hbar\bar{\omega})^{5/2}$ as well. We use this method to measure n_0 and N_0 , taking $a = 20$ nm. With the present uncertainty on a ($8 \text{ nm} \leq a \leq 30 \text{ nm}$ [1, 2]) this entails a large uncertainty on n_0 and N_0 , but it is likely that the He^* scattering length will be measured more accurately in the future. It will be then easy to reprocess our data to obtain more precise values of the ionization rate constants.

Figure 3 shows the ion rate per atom Γ versus the peak density n_0 . The densest sample corresponds to $N_0 = 2 \times 10^5$ atoms and $n_0 = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. The corresponding Thomas-Fermi radii are $r_{\perp} \simeq 5 \mu\text{m}$ and $r_{\parallel} \simeq 200 \mu\text{m}$. The vertical intercept in Fig. 3 corresponds to ionizing collisions with the background gas ($1/\tau'$). It is negligible at the scale of the figure.

The curvature seen in Fig. 3 shows that 3-body ionizing collisions are not negligible. A fit to equation 3 yields values of β and L of the order of $3 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ and $10^{-26} \text{ cm}^6 \text{ sec}^{-1}$, respectively, with relative uncertainties of about 60%. These values are in good agreement with the theoretical estimates.

To get final values of β and L , we must correct the raw fitted values for several effects. First, for 3-body collisions, quantum depletion is important. For $T = 0$, reference [9] gives a multiplicative correction to the factor κ_3 of the form $(1 + \epsilon)$ where ϵ scales as $(n_0 a^3)^{1/2}$. At our highest density, that correction is $\epsilon \simeq 0.5$. Two-body collisions are subject to an analogous correction but the corresponding ϵ is approximately 3 times smaller (the corresponding $n_0^{3/2}$ dependence of Γ is far too small to explain the curvature in the data of Fig. 3). In addition, the fact that the

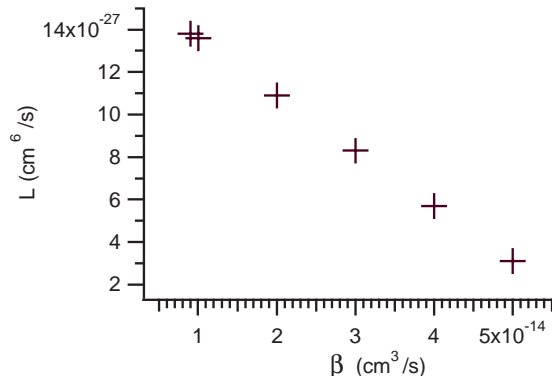


Figure 4: *Doublets of fitted values of β and L , the 2-body and 3-body ionization rate constants. Each doublet gives a good fit to the data of Fig. 3. The values indicated have been corrected for the effect of quantum depletion. The two fitted quantities β and L are clearly correlated, and should not be allowed to vary independently in their uncertainty domains.*

sample probably contains a small thermal component means that collisions between the condensed and the thermal parts must be taken into account [9, 6]. Assuming a 10 % thermal population ($\frac{\mu}{k_b T} \simeq 1.1$), we find an additional correction ϵ' to κ_3 of about 0.35 for the densest sample [20].

Taking into account all these corrections, the fitted values of the collision rate constants [21] are: $\beta_{20} = 2.9(\pm 2.0) \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ and $L_{20} = 8.5(\pm 5.3) \times 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ sec}^{-1}$, where the subscripts refer to the assumed value of a . The error bars are the fit uncertainties on each parameter considered separately, but in fact these error bars are highly correlated since if β is increased, L must be decreased and vice-versa (Fig.4). To evaluate the uncertainties in any modelling of a ionization signal, this correlation must be taken into account (see section 5).

5 Total BEC decay *vs* ionization decay: a consistency test

To test the consistency of our measurements, we have studied the decay of the number of atoms in a quasi-pure condensate (Fig.5). To acquire these data, we held the BEC in the trap in the presence of the rf-shield for varying times. This study involves multiple realizations of a BEC, which may exhibit large fluctuations in the initial atom number. Thanks to our ion rate monitoring, it has been possible to suppress this noise by using the ion signal to select only data corresponding to the same ion rate 500 ms after the end of the ramp. This time corresponds to $t = 0$ in the figure. We have also plotted the predicted decay curve (solid line) corresponding to ionization only. This curve results from a numerical integration of the atom loss due to ionization processes, calculated from the values β_{20} and L_{20} found in section 4. The fact that the error bars on β and L are correlated leads to a small uncertainty on the solid curve, that happens to be of the same order of magnitude than the typical error bars on the data. The observed decay agrees fairly well with the solid curve, and ionization

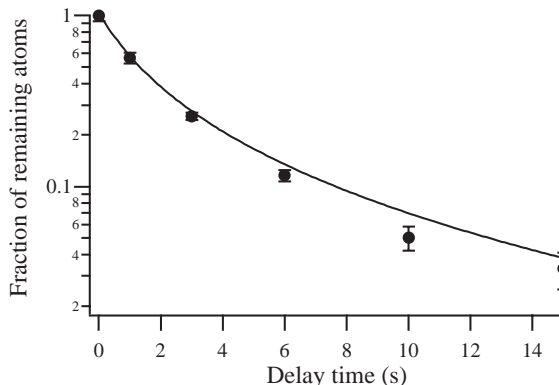


Figure 5: *Fraction of remaining atoms measured by TOF as a function of time, for a quasi pure BEC created at $t = 0$ and held in the magnetic trap, rf-shield on. The line corresponds to the predicted atom decay according to Eq. 3, with the 2- and 3-body ionization rate constants found in section 4.*

apparently accounts for most of the loss. Note also that if the ion detection efficiency were actually lower than we assume, the predicted decay due to ionization would be faster than the observed decay, an unphysical conclusion. From this, we conclude that our evaluation of the ion detection efficiency is reliable and does not lead to an additional uncertainty in β and L .

6 Conclusion and future prospects

In this presentation, we have shown how collisional ionization of He^* yield an original tool to quantitatively study BEC of this atom. It is indeed possible to continuously monitor the ion current from a trapped sample, without perturbing that sample. By combining such a measurement with time of flight measurements performed at various values of the ion rate, it has been possible to obtain reliable values of the 2-body and 3-body ionization rate constants. Now that these values are known, it becomes possible to study the dynamical evolution of a He^* condensate by continuously monitoring the ion current. As suggested by the clear take off of the signal visible in Fig.2, the growth of a BEC can be studied with such a method[22].

It might also be possible to study the excitation modes of the condensate. This is particularly interesting since He^* seems well suited to enter the hydrodynamical regime, because of the unusually large scattering length[23]. It is remarkable that although our densest cloud has a mean free path of $(8\pi a^2 \bar{n})^{-1} \approx 7\mu\text{m}$, and (using the definition of [8]) has a collisional opacity of ≈ 0.8 , we have no evidence of any avalanche process. This is in contrast to the case of Rb atoms, where collisional avalanches prevent condensation to happen in the hydrodynamical regime[8].

Because of the large scattering length, quantum depletion is predicted to be large with our densest samples, and has been taken into account to correct the value of the 3-body ionization rate constant. We cannot claim however to have experimentally demonstrated its effect. One way to do so would be to measure the ionization rate *vs.* the atomic density in thermal clouds, and compare the results to the values found with quasi pure BEC's (section4). Absolute calibrations of ion and atom detection

efficiencies should play no role in this comparison, if one could prove that they are the same for both situations. We plan to carry on such a study.

We thank G. Shlyapnikov for his input about quantum depletion, F. Gerbier for stimulating discussions, A. Villing and F. Moron for their assistance with the electronics. This work is supported by the European Union under grants IST-1999-11055 and HPRN-CT-2000-00125, and by the DGA grant 00.34.025.

References

- [1] A. Robert *et al.*, Science **292**, 461 (2001).
- [2] F. Pereira Dos Santos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3459 (2001).
- [3] G. Shlyapnikov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 3247 (1994) ; P. Fedichev *et al.*, Phys. Rev. A **53**, 1447 (1996).
- [4] H.J. Miesner *et al.*, Science, **270**, 1005 (1998); M. Köhl *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 080402 (2002).
- [5] J.L. Roberts *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 728 (2000).
- [6] J. Söding *et al.*, Appl. Phys. B **69**, 257 (1999).
- [7] E. A. Burt *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 337 (1997).
- [8] J. Schuster *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 170404 (2001).
- [9] Yu. Kagan, B.V. Svistunov, and G.V. Shlyapnikov, JETP Lett. **42**, 209 (1985).
- [10] A.Browaeys *et al.*, Phys. Rev. A **64**, 034703 (2001).
- [11] S. Nowak *et al.*, Appl. Phys. B **70**, 455 (2000).
- [12] A.Browaeys, Thèse de l'université Paris-Sud (2000), available at <http://ccsd.cnrs.fr/>.
- [13] M. O. Mewes *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 416 (1996).
- [14] B. Deconihout *et al.*, Appl. Surf. Sci. **94/95**, 422 (1996).
- [15] R. S. Gao *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **55**, 1756 (1984).
- [16] V. Venturi *et al.*, Phys. Rev. A **60**, 4635 (1999) ; V. Venturi and I. B. Whittingham, Phys. Rev. A **61**, 060703(R) (2000).
- [17] J. C. Hill *et al.*, Phys. Rev. A **5**, 189 (1972).
- [18] N. Herschbach *et al.*, Phys. Rev. A, **61**, 50702 (2000).
- [19] P.O Fedichev, M.W. Reynolds, and G.V. Shlyapnikov, Phys. Rev. Lett. **77**, 2921 (1996).
- [20] G. Shlyapnikov (private communication).
- [21] Collision rate constants are sometimes defined directly for a BEC ($\beta' = \beta/2$ and $L' = L/6$).
- [22] More detailed information may be obtained by imaging the He⁺ ions with an electrostatic lens (P. Schmidt-Bocking, private communication).
- [23] See the poster of J. Leonard, E. Jahier *et al.*.

Using ion production to monitor the birth and death of a metastable helium Bose–Einstein condensate

S Seidelin¹, O Sirjean, J Viana Gomes², D Boiron, C I Westbrook and A Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, F-91403 Orsay Cedex, France

E-mail: signe.seidelin@iota.u-psud.fr

Received 29 October 2002

Published 2 April 2003

Online at stacks.iop.org/JOptB/5/S112

Abstract

We discuss observations of the ion flux from a cloud of trapped 2^3S_1 metastable helium atoms. Both Bose–Einstein condensates (BEC) and thermal clouds were investigated. The ion flux is compared with time-of-flight observations of the expanded cloud. We show data concerning BEC formation and decay, as well as measurements of two- and three-body ionization rate constants. We also discuss possible improvements and extensions of our results.

Keywords: Cold atoms, Bose–Einstein condensate, metastable helium, condensate formation, Penning collisions

1. Introduction

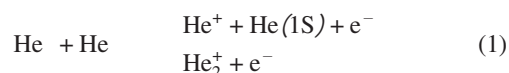
Metastable helium (He^*) has recently joined the list of atomic species for which Bose–Einstein condensates (BEC) have been realized [1, 2]. Its major feature is the 20 eV internal energy of the metastable state. Although this metastability leads to additional possible loss channels, it has been shown that these are not a serious problem. Indeed, ionizing collisions are a benefit because their low rate is nevertheless easily detectable. Ion detection is thus a new, ‘non-destructive’ and real-time observation tool for studies of the phenomenon of BEC formation kinetics [3–7]. In this paper we will describe our progress toward rendering the ion signal quantitative.

Several loss mechanisms are specific to the metastable state. First, collisions with the background gas lead to Penning ionization of the background gas:

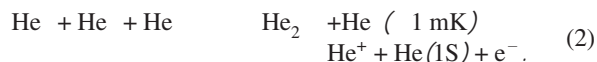


The positive ion X^+ thus produced can be easily detected and if this is the dominant ion production mechanism, as it is for a dilute sample (for a density $n \lesssim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$), the corresponding flux is proportional to the number of trapped He^* atoms. So for

example we can easily measure the lifetime of a dilute, trapped sample. This linearity no longer holds when the density of the trapped cloud becomes high. Collisions between atoms in the cloud must be taken into account. The relevant ionization mechanisms involve both two-body processes:



and a three-body process:



When these processes are present, the ion flux is related to the spatial integral of n^2 and n^3 . At BEC densities, the two- and three-body processes dominate the background gas ionization, and so detecting the ion flux in this case amounts to monitoring the atomic density.

In this paper, after a brief description of our experimental set-up, we present observations, via the ion flux, of the formation and the decay of a He^* BEC. The observations are mainly qualitative, but we discuss some of the requirements for making them quantitative. We then discuss our measurements of the two- and three-body ionization rate constants both in a BEC [8] and in a thermal cloud. We discuss some of the systematic errors in these measurements and conclude with some ideas for avoiding these errors.

¹ Author to whom any correspondence should be addressed.

² Permanent address: Departamento de Física, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, 4710-057 Braga, Portugal.

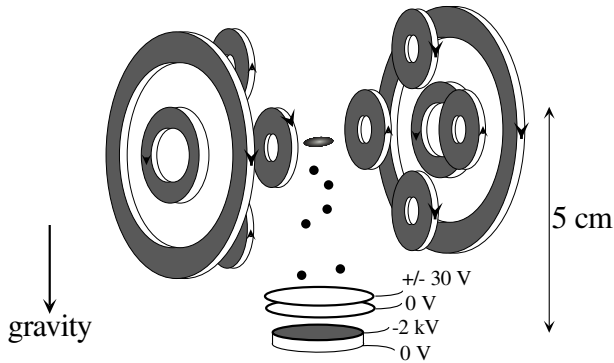


Figure 1. Experimental set-up. The cold atoms are trapped in a cloverleaf type magnetic trap. A special feature of our set-up is the MCP placed below the trapping region. Two grids above the MCP allow us either to repel positive ions and detect only the He atoms suddenly released from the trap (TOF measurements), or to attract and detect the positive ions produced in the trapped cloud (ion rate measurements).

2. Set-up and experimental procedure

Our set-up has been described previously [1, 8, 9]. Briefly, we trap up to 2×10^8 atoms at 1 mK in a Ioffe–Pritchard trap with a lifetime (τ) of 90 s. We use a ‘cloverleaf’ configuration (figure 1) [10] with a bias field $B_0 = 300$ mG. The axial and radial oscillation frequencies in the harmonic trapping potential are typically $\omega_z = 47 \pm 3$ Hz and $\omega_r = 1200 \pm 50$ Hz respectively ($\omega_z/2 = (\omega_r/2)^{1/3} = 408$ Hz). In a typical run, forced evaporative cooling takes place for 40 s and is divided into four linear ramps. The last ramp lasts for 5 s and the frequency decreases from 2000 kHz to a value between 1500 and 1000 kHz, depending on the condensed fraction wanted. A frequency of 1000 kHz (which is about 50 kHz above the minimum of the trapping potential) corresponds to the formation of a pure condensate.

A special feature of our set-up is the detection scheme, based on a two-stage, single-anode microchannel plate detector (MCP) placed 5 cm below the trapping region (figure 1). Two grids above the MCP allow us either to repel positive ions and detect only the He* atoms, or to attract and detect positive ions produced in the trapped cloud. To detect the ion flux, the MCP is used in counting mode [8]: the anode pulses from each ion are amplified, and processed by a counter which records the time delay between successive events. We can also use the MCP to record a time-of-flight (TOF) signal of the atoms released from the trap. Because the width of the TOF distribution is small (about 5 ms for a BEC) compared with the mean arrival time (100 ms), all of the atoms hit the detector with nearly the same final velocity of 1 m s^{-1} . The TOF spectra are then proportional to the spatial distribution along the vertical direction, integrated over the two horizontal directions. To record the TOF we use the MCP in analogue mode to avoid saturation due to the very high instantaneous flux [8].

3. Monitoring the evolution of a He* cloud

To monitor the evolution of an atomic cloud, one usually releases the cloud and measures the TOF signal. Such a

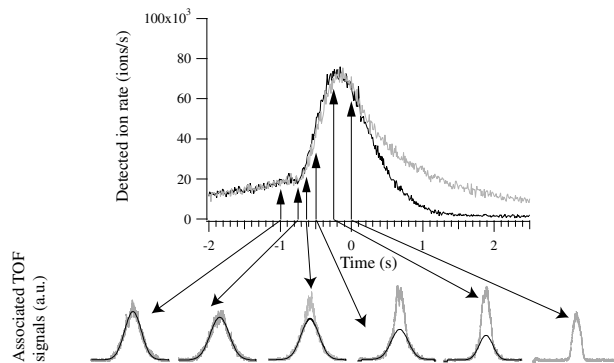


Figure 2. Single-shot measurements of the ion rate versus time and the corresponding TOF signals. Forced evaporative cooling takes place until $t = 0$ (only the last 2 s of the rf ramp are shown: from 1400 to 1000 kHz). The upper, lighter, ion curve corresponds to the case where we keep an rf shield on during the decay, while the lower, darker, decay curve is recorded without. The arrows indicate the time the trap was switched off to record the TOF. The dark curves superimposed on the TOF signals are Gaussian fits to the wings of the TOF.

technique is destructive, and one must repeat the cooling sequence for each measurement. The TOF signals are thus subject to fluctuations in the initial number of atoms. In our case, we have a supplementary signal: the ion rate. We can thus minimize these fluctuations, by selecting runs having identical ion rates from the time between the beginning of the last rf ramp until release.

Another type of observation is possible, however. We can use the evolution of the *value* of the ion rate, which is obtained in a single run, independent of any initial fluctuations. When the density is close to the density for BEC formation (i.e. $n \gtrsim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$), two- and three-body collisions within the cloud dominate the ion production. Thus the ion rate is related to the density of the cloud via the two- and three-body rate constants. Under some conditions (see appendix A) a record of the ion rate followed by a TOF measurement at the end of the formation of the BEC allows one to monitor the evolution of all the parameters of the cloud. In such an observation, knowledge of the two- and three-body rate constants is essential. This is the aim of the experiments described in section 4.

3.1. Observation of condensate formation during the evaporation ramp

Before trying to do a quantitative experiment on BEC formation from a non-equilibrium uncondensed cloud [3, 4], we can explore qualitatively what happens during our standard evaporation ramp. We show in figure 2 the evolution of the ion rate from 2 s before the end of the rf ramp to 2.5 s after it. In addition we show the TOF signals corresponding to various times before the end of the ramp, selected using their initial ion rate. Between times $t = -2$ and 0 s, the rf was ramped down linearly from 1.4 to 1 MHz. At $t = 0$ a pure condensate is formed. The comparison of the TOF and ion data first shows that the appearance of a narrow structure in the TOF spectrum corresponds, as closely as we can observe it, to an abrupt change in the slope of the ion signal. Thus, not only is the ion signal a reliable indicator of the presence of a BEC, but also a precise measure of the time of its appearance.

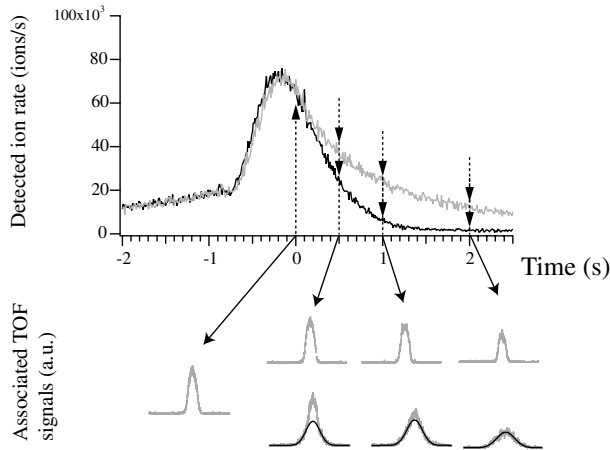


Figure 3. Same as in figure 2 except that we examine the decay of the ion signal after $t = 0$. The upper TOF curves correspond to the upper (lighter) ion decay curve (rf shield present). The lower TOF curves correspond to the lower (darker) ion curve (without rf shield). This shows that the rf shield is maintaining a quasi-pure BEC during the decay, and that in the absence of an rf shield the condensate rapidly heats up, causing the ion rate to drop even faster.

One's first reaction in looking at the ion rate signal is to assume that the higher the ion signal, the larger the BEC and the smaller the thermal cloud. Figure 2 shows, however, that this is not quite the case: the maximum in the ion signal arrives before the achievement of a pure BEC. In fact, computing the value of the ion signal is rather complex. First, as was discussed in [11, 12], as well as below, the indistinguishability of the atoms in the BEC renders the effective two- and three-body collision rate constants smaller than in the thermal cloud by factors of $1/2!$ and $1/3!$ respectively. Collisions between condensed and non-condensed atoms must also be taken into account [11] and the degree of overlap between the two clouds must be calculated. Thus it might be conceivable that the ion rate goes down when a BEC is formed. We show, however, in appendix A that for a fixed total number of atoms, the ion rate increases monotonically as a BEC becomes more and more pure. The observation in figure 2 is explained by the fact that, up until $t = 0$ in figure 2, the atoms are being evaporatively cooled as well as undergoing ionizing collisions and thus the total number of atoms must be decreasing. An explicit calculation including the atom loss is given in appendix A and agrees qualitatively with our observations.

3.2. Observing the decay of the condensate

Figure 3 shows a series of TOF spectra taken after the end of the rf ramp. Two situations are shown. In one case (upper, lighter ion curve) the rf knife was held on at the frequency corresponding to the end of the ramp. In the other case (lower, darker ion curve) the rf power was turned off completely at the end of the ramp. The data show that the condensate remains pure with the rf knife kept on. In the absence of the rf knife, the ion rate decays much faster and one sees that the sample rapidly acquires a thermal component. Since the total number of trapped atoms in the presence of a knife must be smaller than or equal to that in the absence of rf knife, we conclude that the rapid decline in ion rate is due to a loss of sample density and

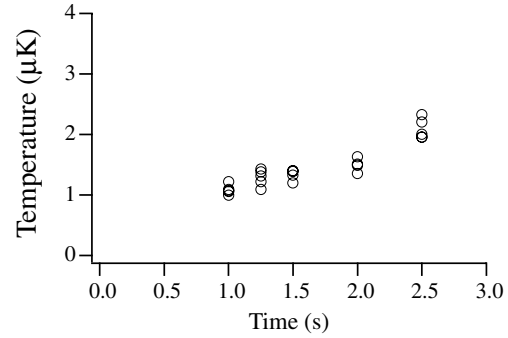


Figure 4. Heating of the condensate in the absence of an rf shield. The temperature increases from 1.1 to 2.2 μK in 1.5 s. The time $t = 0$ is the same as in figures 2 and 3. For each different time, four different TOFs have been acquired and fitted.

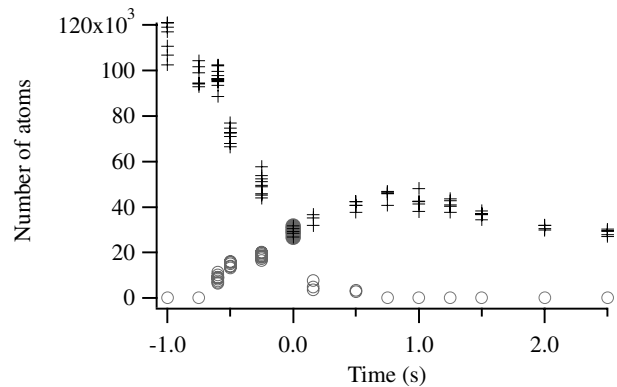


Figure 5. The measured number of atoms as a function of time. Crosses represent the total atom number, circles represent the number of atoms in the condensed part. The data come from the fits of the TOFs presented in figures 2 and 3 and correspond to the case where the rf knife is absent. The time scale indicated is the same as in figures 2 and 3. The increase in the total number after $t = 0$ is spurious (see text).

not of the total number of atoms. This conclusion is confirmed by a fit to the thermal wings, which reveals a heating as shown in figure 4.

3.3. Measuring the total number of atoms

An attempt to measure the total number of atoms as a function of time is shown in figure 5. Both the total number and the condensed number as derived from fits to the TOF signals of figures 2 and 3 are plotted. Surprisingly the total number of atoms appears to increase between $t = 0$ and 1 s. There must be a systematic error, which we can account for by recalling that in our apparatus we only detect atoms which make non-adiabatic transitions to the (field insensitive) $m = 0$ state during the turn-off of the magnetic trap [1]. The fraction we observe is of the order of 10%. It is quite possible that this non-adiabatic transition does not occur with equal probability at every point in the trap. Thus clouds with different spatial distributions may be converted to the $m = 0$ state with different efficiencies. This could explain why atoms in the thermal cloud are observed with a higher efficiency than condensed atoms, as indicated in figure 5.

We conclude that our measurements of the absolute number of atoms contain uncontrolled systematic errors of the

order of a factor of two. So, even if we know the ionization rate constants, we cannot use the ion rate to study condensate growth kinetics because we need the absolute value of the initial number of atoms. It would also be useful to measure the variation in the number of atoms during formation. Such a study will have to wait for a more reliable method of releasing the atoms from the trap (see conclusion). However, the measurement of the ionization rate constants is a first step. For a BEC, we can circumvent the systematic error on the detection efficiency of the atoms to make a measurement of the ionization rate constants. This has been described in [8] and will be summarized in the following section. Afterwards, we will investigate the effect of this systematic error on the measurement for a thermal cloud.

4. Rate constants of ionizing collisions

The usual method of measuring the inelastic rate constants relies on fits to a non-exponential decay of the number of atoms. This method has some practical problems if the sample heats during the measurement: the density changes which complicates the fitting procedure. A way to avoid this heating is to apply an rf shield, but this causes atom losses, which are not due to collisions. What is even more inconvenient in our case is that what is measured in this kind of experiment is a decreasing atom number due to losses, which can be due to ionizing as well as non-ionizing collisions. We want to relate the ion rate to the density of the cloud, so what we need is the rate constants for *ionizing* two- and three-body collisions. We therefore use another method which consists of directly observing the products of the collisions, namely the number of ions, as a function of the density of the cloud.

As we have seen in section 3, there is a systematic error on the measurement of the number of atoms and thus of the density of the cloud. But we will see that we can circumvent it in the case of the BEC. Let us then assume first that we are able to measure the number of atoms accurately.

We use the MCP to detect both the ions and the TOF signal. In a single run we record the ion rate during the last seconds of the ramp until we switch off the magnetic trap and record the TOF signal (to obtain the atom number N and the density). The very last value of the ion rate recorded corresponds to ions produced by the cloud observed with the TOF signal. We repeat this sequence many times with different numbers of atoms in the cloud. The way to vary this number is to keep the atoms in the trap with an rf shield kept on. In this way we reduce the atom number and keep the temperature of the cloud constant. As explained in appendix A, the relation between ion rate and density is quite complex in the case of the presence of collisions between atoms in the condensed part and atoms in the thermal part. We therefore only examine the case of a pure BEC *or* a pure thermal cloud. In that case we can write the ion rate per atom as follows:

$$\frac{\text{ion rate}}{N} = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{2} \mu_2 n + \frac{1}{3} \mu_3 L n^2 \right) \quad (3)$$

where $n = \frac{1}{N} \int n^2 dr$ and $n^2 = \frac{1}{N} \int n^3 dr$, n being the local density. We have also introduced the two- and three-body ionizing collision rate constants, μ_2 and L respectively, defined according to their effect on the density loss in a thermal

gas³: $\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{ionization}} = -\mu_2 n - L n^3$. The effective lifetime $\tau \geq \frac{1}{\mu_2}$ is due to *ionizing* collisions with the background gas.

The numerical factors come from the fact that although two or three atoms are lost in each type of collision, only one ion is produced. The factors μ_2 and μ_3 take into account the fact that the two- and three-particle local correlation functions are different depending on whether it is a BEC or a thermal cloud. For the thermal cloud $\mu_2 = \mu_3 = 1$, while for a dilute BEC, one has $\mu_2 = 1/2!$ and $\mu_3 = 1/3!$ [11, 12]. When the sample is very dense, quantum depletion must be taken into account, which modifies these factors [11]. A measurement of μ_2 and μ_3 and L would allow us to test experimentally the theoretical values of μ_2 and μ_3 [8].

4.1. Rate constants for a BEC

To determine the ionizing collision rate constants μ_2 and L , we need an absolute calibration of the number of atoms in the condensate, N_0 , and the peak density, n_0 , in order to calculate n and n^2 . As discussed above, we do not have a good calibration of these quantities. In the case of a BEC, however, the measurement of the chemical potential μ obtained by a fit of the TOF signal gives an accurate value for the product $n_0 a = \mu m / 4 \hbar^2$, a being the scattering length. With the value of μ we also obtain the product $N_0 a = (1/15)(\hbar/m)^{1/2} (2\mu/\hbar)^{5/2}$. Experimentally we confirm that $\mu \propto N_d^{2/5}$ where N_d is the number of detected atoms [8]. This is a good indication that our detector is linear and that the detection efficiency for a BEC is indeed independent of μ . Assuming a value of the scattering length ($a = 20$ nm), we therefore have an accurate measurement of n_0 and N_0 . We have measured the rate constants μ_2 and L for a condensate [8]. We obtain by a fit to equation (3) (having corrected for the effect of quantum depletion and the fact that the BEC also contains a small thermal fraction) $\mu_2 = 2.9(\pm 2.0) \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ and $L = 1.2(\pm 0.7) \times 10^{-26} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$. These values agree with the theoretical estimates [13, 14]. The scattering length is not well known [1, 2], so we have also given μ_2 and L for different values of a [8].

4.2. Rate constants for a thermal cloud

To determine the rate constants for a thermal cloud we need, as before, to determine the atom number and density. We cannot use the same trick as in section 4.1 to avoid systematic errors in the detection efficiency. If we want to use the above experimental method for a thermal cloud we must rely on a fit of the TOF to find the atom number and the temperature T . In appendix B, we propose a method to determine the rate constants which is independent of an absolute detection efficiency, but at this stage we will concentrate on the same technique as used for a BEC.

As we have shown above, the detection efficiency is expected to be different for a thermal cloud and we can investigate the effect of this systematic error on these measurements. We repeat the above described experiment, this time with a pure thermal cloud. To begin with, we assume that the detection efficiency is the same for a BEC and a thermal cloud. We

³ Collision rate constants are sometimes defined directly for a BEC ($\mu_2 = \mu_2/2$ and $L = L/6$).

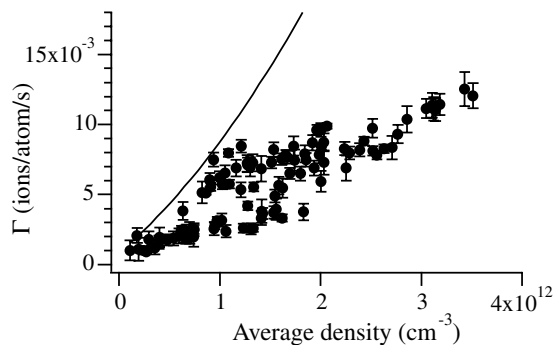


Figure 6. Ion rate per trapped atom (Γ) in a thermal cloud versus average density. The full curve corresponds to the value of Γ and L deduced from the condensate measurements.

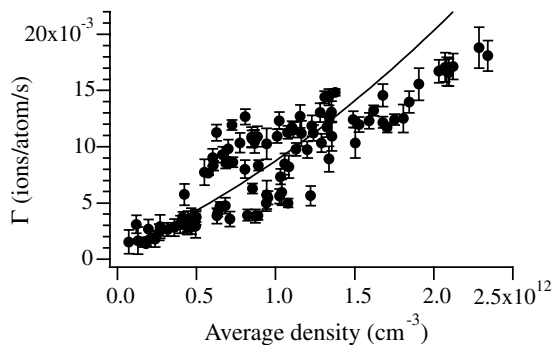


Figure 7. Same as figure 6 but assuming a detection efficiency of the thermal cloud a factor of 1.5 higher relative to the BEC. The data have simply been rescaled along both axes; the full curve is the same as in figure 6.

plot the ion rate per atom as a function of n in figure 6. We can extrapolate the data to obtain the vertical intercept, which corresponds to $1/L$. For densities corresponding to the moment of formation of BEC, the corresponding ion rate N/L is negligible compared with the total ionization rate, meaning that we are dominated by two- and three-body processes (see figures 2 and 5). To compare with the results obtained for the BEC, we have also plotted the curve we would expect using the above values of Γ and L . It is clear that the data do not agree with this curve. Moreover, no possible pair of Γ and L taken within their error bars (see [8]) can transform the curve so that it agrees with the data. Nor can assuming a different scattering length. What *can* make the curve agree with the data is assuming a different detection efficiency for atoms in the thermal cloud. If we assume for example that the detection efficiency is a factor of 1.5 higher for a thermal cloud relative to a BEC (which is consistent with figure 5), the curve agrees better with the data as shown in figure 7.

The dispersion of the data points is quite large. This dispersion can be understood by examining figure 8 in which we have plotted the same data as in figure 6, but now indicating the temperature corresponding to each different point on the graph. There is a clear systematic variation with temperature. One possible explanation is that the detection efficiency is temperature dependent. This agrees with the above idea that the efficiency depends on the spatial extent of the cloud which is indeed related to the temperature. We do not know the form of the detection efficiency as a function of temperature, but comparing these data (indicating that cold atoms are better

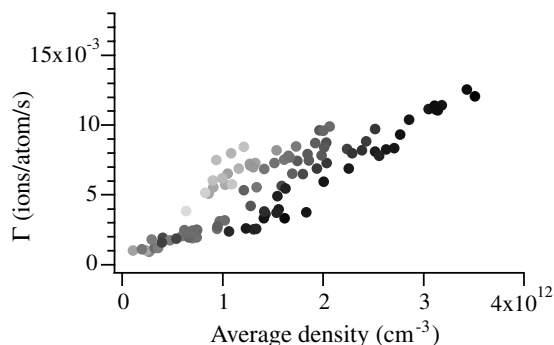


Figure 8. Same data as in figure 6 but with the different temperatures indicated. The lighter circles correspond to the point with higher temperatures (the maximum temperature is $5.5 \mu\text{K}$), the darker circles with lower temperatures (minimum temperature $1.8 \mu\text{K}$).

detected) with the fact that a thermal cloud is better detected than a BEC, leads us to conclude that there exists a certain temperature giving a maximal detection efficiency. Therefore the correction to the detection efficiency for thermal atoms is not just a simple factor, but rather a function of temperature. Without knowing this correction, we cannot use this method to determine the collision constants for a thermal cloud. Still, these results are a consistency check on the rate constants measured using a BEC.

5. Conclusion

We have seen that the benefits of ion detection are twofold. First, the ion rate can be used to select BECs with very similar parameters out of a sample with large fluctuations. Second, the ion rate itself can give information on the condensate on a single-shot basis. Quantitatively, we still have some difficulties interpreting the data due to systematic errors in the detection calibration.

One way to overcome this problem is to release the atoms from the trap by the mean of Raman transitions. It should be possible to transfer close to 100% of the atoms into the $m = 0$ state. This will eliminate the temperature dependence of the detection efficiency and allow us to obtain more precise measurements of Γ and L , both for the BEC by improving the value of the scattering length and for the thermal cloud by making the detection efficiency temperature independent.

Acknowledgments

We thank A Villing and F Moron for their assistance with the electronics. This work is supported by the European Union under grants IST-1999-11055 and HPRN-CT-2000-00125, and by the DGA grant 00.34.025. JVG thanks Fundação para a Ciência e a Tecnologia and SS acknowledges Danish Research Training Council and Danish Research Agency for financial support.

Appendix A. Predictions of the ion rate during the formation of the BEC

The two- and three-body ion rates (I_{2b} and I_{3b} respectively) in a sample containing both a BEC and a thermal cloud are given by [11]:

$$I_{2b} = \frac{1}{2 \cdot 2!} \int d\mathbf{r} [n_0^2(\mathbf{r}) + 4n_0(\mathbf{r})n_{th}(\mathbf{r}) + 2n_{th}^2(\mathbf{r})] \quad (\text{A.1})$$

$$I_{3b} = \frac{1}{3 \cdot 3!} \int d\mathbf{r} [n_0^3(\mathbf{r}) + 9n_0^2(\mathbf{r})n_{th}(\mathbf{r}) + 18n_0(\mathbf{r})n_{th}^2(\mathbf{r}) + 6n_{th}^3(\mathbf{r})] \quad (\text{A.2})$$

where $n_0(\mathbf{r})$ is the local density of the BEC and $n_{th}(\mathbf{r})$ is the local density of the thermal cloud. Here we have taken into account the symmetrization factors, but neglected quantum depletion.

Four parameters are needed to determine the densities of the two clouds: N_0 , μ , N_{th} and T_{th} . In the Thomas–Fermi approximation, however, the BEC density depends only on μ :

$$n_0(\mathbf{r}) = \max \left[0, \frac{\mu - U(\mathbf{r})}{g} \right] \quad (\text{A.3})$$

with $U(\mathbf{r})$ the harmonic trapping potential and $g = 4 \hbar^2 a/m$ the interaction strength. The density of the thermal cloud depends on two parameters. But, if thermodynamic equilibrium is reached, taking into account the interactions between the BEC and the thermal cloud (and neglecting the interaction energy of the thermal cloud), we can write:

$$n_{th}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} \exp \left[-\frac{1}{k_B T} (U(\mathbf{r}) + 2gn_0(\mathbf{r}) - \mu) \right] \quad (\text{A.4})$$

where λ_{dB} is the thermal de Broglie wavelength and $g_{3/2}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^{3/2}}$. In that case, given μ , n_{th} only depends on one additional parameter.

A.1. Comparison between the ion rates created by a thermal cloud at $T = T_C$ and a pure BEC

Before trying to calculate the ion rate for any T , which requires numerical calculation, let us first examine the ion rate created by a thermal cloud at $T = T_C$ with a number of atoms N and that created by a pure BEC ($T = 0$) with a number of atoms N ($\lambda < 1$).

In the case of two-body collisions, the ratio R_{2b} of the ion rates created by a pure BEC (I^{BEC}) and by a thermal cloud (I^{th}) is related to the ratio of the peak densities. For three-body collisions the ratio (R_{3b}) is related to the square of that ratio. Using the above equations we find:

$$\frac{n_0}{n_{th}} = C_0 \lambda^{2/5} N^{-1/10} \lambda^{-3/5} \quad (\text{A.5})$$

$$R_{2b} = \frac{I_{2b}^{BEC}}{I_{2b}^{th}} = C_2 \lambda^{7/5} N^{-1/10} \lambda^{-3/5} \quad (\text{A.6})$$

$$R_{3b} = \frac{I_{3b}^{BEC}}{I_{3b}^{th}} = C_3 \lambda^{9/5} N^{-2/10} \lambda^{-6/5} \quad (\text{A.7})$$

where $\lambda = \frac{\hbar}{m v}$. The numerical factors $C_0 = 0.78$, $C_2 = 1.05$ and $C_3 = 0.49$ are independent of the atom considered and only assume that the cloud is trapped in a 3D harmonic trap. The maximum ratios are reached in the case of no loss ($\lambda = 1$). Using the typical values of our experiment

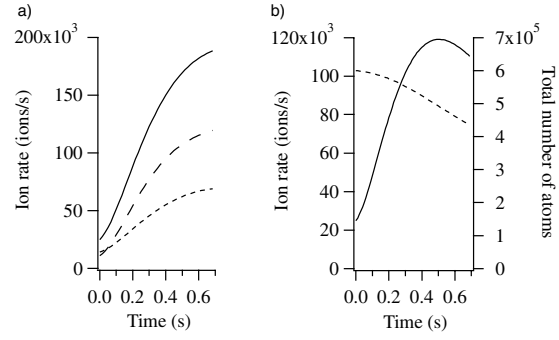


Figure A.1. Evolution of the ion rate with time. In (a) the total number of atoms is constant. We show the different contributions to the total ion rate (continuous curve) of the ion rate created by two-body collisions (short dashed curve) and three-body collisions (long dashed curve). In (b) the total number of atoms (dashed curve) decreases due to ionizing collisions. Here the ion rate exhibits a maximum before the formation of a pure BEC. For both graphs, the initial number of atoms is 6×10^5 and a linear evolution of the temperature between T_C and 0 is imposed. The rates have been calculated with the values of rate constants measured in [8].

($a = 20$ nm, $N = 4 \times 10^5$ and $\omega = 2 \times 408$ Hz), we find $(\frac{n_0}{n_{th}})_{max} = 4$, $(R_{2b})_{max} = 5$ and $(R_{3b})_{max} = 12$.

If the total number of atoms decreases during the formation of the BEC, these ratios rapidly fall. For instance, if the number of atoms decreases by a factor of 3.5 during the last 750 ms of evaporation as shown in figure 5, we would not have seen an increase of ionization rate but roughly the same ion rate at $t = -750$ and 0 ms! This is an additional evidence of the difference of neutral atom detection efficiency for a thermal cloud and BEC (i.e. the total number of atoms decreased by less than 3.5).

A.2. Evolution of the ion rate between $T = T_C$ and $T = 0$

Using equations (A.1) and (A.2), we have numerically calculated the ion rates for all temperatures. If the cloud is at thermodynamic equilibrium all the parameters of the cloud are deduced from two parameters, for example the total number of atoms and the temperature. To simulate a time evolution of the ion rate we thus need a model for the variation of these parameters. In this appendix we will assume a linear evolution of the temperature between $T = T_C$ and 0 in 0.7 s. This is of course a simplification, but given the linearity of the evaporative cooling ramp, it is quite a good approximation.

In figure A.1(a) we show the evolution of the ion rates assuming a constant total number of atoms. The ion rate increases monotonically. We also see that the number of ions produced and thus also the number of lost atoms is not necessarily negligible compared with the total.

We can attempt to take into account these losses in our model. In the experiments described in the text, the losses are not only due to the ionizing collisions but also to the rf knife. In addition, losses not only lead to a decrease in the total number of atoms but also to a change in the temperature because these collisions change the condensed fraction. Thus, modelling the ion rate can be quite complicated. Here we wish simply to illustrate the effect of loss, so we assume that losses are only due to ionizing collisions, and we will neglect losses due to the rf knife. Figure A.1(b) shows the results. The atom number decreases by only 30% and the ion rate reaches a local

maximum before the formation of the pure BEC, as in our experiment. Extensions of our model to include losses due to the rf knife would allow one to monitor all the parameters of the cloud using the ion signal.

Appendix B. Proposed measurement of rate constants independent of absolute neutral atom detection efficiency

We will assume in this section that the absolute ion detection efficiency is known, and that two- and three-body losses are ionizing collisions [13]. The idea behind this method is that two TOF signals separated by a given time can measure the relative atom loss during this time, while the ion rate can measure the absolute atom loss. These data allow one to extract the rate constants without relying on an absolute calibration of the neutral atom detection efficiency. The method works if the neutral detection efficiency is unknown but independent of temperature. Otherwise, we must also assume that the cloud does not heat during the measurement or that we know the variation of detection efficiency with temperature.

To simplify the discussion we will neglect three-body reactions and assume that the sample does not heat during the measurement. This will allow us to derive analytical expressions, but the results are easily generalized to include heating as well as three-body reactions. We can then write the ion rate $I(t)$ as:

$$I(t) = \frac{N(t)}{2V_{eff}} + \frac{N(t)^2}{2V_{eff}} \quad (\text{B.1})$$

with the lifetime due to ionizing collisions, $N(t)$ the absolute atom number, V_{eff} defined by $n = N/V_{eff}$ and the ion detection efficiency. We write $N_d(t) = N(t)$ where $N_d(t)$ is the number of atoms detected and n is the neutral atom detection efficiency. Then

$$I(t) = \frac{N_d(t)}{2V_{eff}} + \frac{N_d(t)^2}{2V_{eff}}. \quad (\text{B.2})$$

We can also write an equation for the atom number

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{N(t)}{V_{eff}} - \frac{N(t)^2}{V_{eff}} \quad (\text{B.3})$$

with the total lifetime of the sample that we can measure independently at lowest density. The solution is:

$$\frac{N(t)}{N(t_0)} = \frac{1}{1 + \frac{N(t_0)}{V_{eff}} e^{(t-t_0)/\tau} - \frac{N(t_0)}{V_{eff}}}. \quad (\text{B.4})$$

Substituting again $N_d(t) = N(t)$ we have:

$$\frac{N_d(t)}{N_d(t_0)} = \frac{1}{1 + \frac{N_d(t_0)}{V_{eff}} e^{(t-t_0)/\tau} - \frac{N_d(t_0)}{V_{eff}}}. \quad (\text{B.5})$$

Thus we can measure an initial ion rate and the corresponding detected atom number $N_d(t_0)$ by a TOF signal, let the system evolve for a certain time and then again measure the ion rate and the atom number $N_d(t)$. With the evolution of the ion rate, we can deduce τ and $\tau^2 V_{eff}$ from equation (B.1), and from the evolution of the atom number we can deduce τ/V_{eff} using equation (B.5). With the value of V_{eff} and τ , we can obtain the value τ^2 . We can also obtain the detection efficiency η .

If we allow for three-body reactions, the method can still be used but (B.4) is no longer analytical and must be integrated numerically. If the sample heats during the measurement, we only have to recalculate the volume V_{eff} for each TOF measurement.

The reason why we have not yet been able to apply this method is, as indicated above, that the sample is heating so that the detection efficiency changes during the measurement. As we have not been able to measure the temperature dependence of $\eta(T)$ the above equations cannot be solved. We hope to render the detection efficiency temperature independent in the near future by using Raman transitions as mentioned in the conclusion.

References

- [1] Robert A, Sirjean O, Browaeys A, Poupard J, Nowak S, Boiron D, Westbrook C I and Aspect A 2001 *Science* **292** 461
- [2] Pereira D S F, Léonard J, Junmin W, Barrelet C J, Perales F, Rasel E, Unnikrishnan C S, Leduc M and Cohen-Tannoudji C 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3459
- [3] Miesner H J, Stamper-Kurn D M, Andrews M R, Durfee D S, Inouye S and Ketterle W 1998 *Science* **270** 1005
- [4] Köhl M, Hänsch T W and Esslinger T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 080402
- [5] Kagan Yu M, Svistunov B V and Shlyapnikov G V 1992 *Sov. Phys.-JETP* **75** 387
- [6] Gardiner C W, Zoller P, Ballagh R J and Davis M J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1793
- [7] Bijlsma M J, Zaremba E and Stoof H T C 2000 *Phys. Rev. A* **62** 063609-1
- [8] Sirjean O, Seidelin S, Viana Gomes J, Boiron D, Westbrook C I, Aspect A and Shlyapnikov G V 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 220406
- [9] Browaeys A 2000 Thèse de l'Université Paris-Sud available at <http://ccsd.cnrs.fr/>
- [10] Mewes M O, Andrews M R, van Druten N J, Kurn D M, Durfee D S and Ketterle W 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 416
- [11] Kagan Yu M, Svistunov B V and Shlyapnikov G V 1985 *JETP Lett.* **42** 209
- [12] Burt E A, Ghrist R W, Myatt C J, Holland M J, Cornell E A and Wieman C E 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 337
- [13] Shlyapnikov G V, Walraven J T M, Rahmanov U M and Reynolds M W 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 3247
Fedichev P O, Reynolds M W, Rahmanov U M and Shlyapnikov G V 1996 *Phys. Rev. A* **53** 1447
- [14] Venturi V, Whittingham I B, Leo P J and Peach G 1999 *Phys. Rev. A* **60** 4635
Venturi V and Whittingham I B 2000 *Phys. Rev. A* **61** 060703(R)

Bibliographie

- [1] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”, *Science* **269**, 198 (1995).
- [2] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD, “Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible?”, *Europhys. Lett.* **44**, 25 (1998).
- [3] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, “Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [4] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT, ET R. G. HULET, “Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [5] G. MODUGNO, G. FERRARI, G. ROATI, R. J. BRECHA, A. SIMONI, ET M. INGUSCIO, “Bose-Einstein condensation of potassium by sympathetic cooling”, *Science* **294**, 1320 (2001).
- [6] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H. C. NÄGERL, ET R. GRIMM, “Bose-Einstein Condensation of Cesium”, *Science* **299**, 232 (2003).
- [7] D. G. FRIED, T. C. KILLIAN, L. WILLMANN, D. LANDHUIS, S. C. MOSS, D. KLEPPNER, ET T. J. GREYTAK, “Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [8] A. ROBERT, O. SIRJEAN, A. BROWAEYS, J. POUPARD, S. NOWAK, D. BOIRON, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms”, *Science* **292**, 461 (2001).
- [9] F. P. D. SANTOS *et al.*, “Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).
- [10] W. KETTERLE, D. S. DURFEE, ET D. M. STAMPER-KURN, dans *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi” Course CXL (Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases) : Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. E. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999), pp. 67–176.

- [11] E. A. CORNELL, J. R. ENSHER, ET C. E. WIEMAN, dans *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" Course CXL (Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases) : Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. E. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999), pp. 15–66.
- [12] F. DAFOLVO, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, "Theory of trapped Bose-condensed gases", *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [13] S. CHOI ET K. BURNETT, "Atom optical elements for Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **56**, 3825 (1997).
- [14] S. J. M. KUPPENS, J. G. C. TEMPELAARS, V. P. MOGENDORFF, B. J. CLAESSENS, H. C. W. BEIJERINCK, ET E. J. D. VREDENBREGT, "Approaching Bose-Einstein condensation of metastable neon : Over 10^9 trapped atoms", *Phys. Rev. A* **65**, 023410 (2002).
- [15] M. ZINNER, P. SPODEN, T. KRAEMER, G. BIRKL, ET W. ERTMER, "Precision measurement of the metastable 3P2 lifetime of neon", *Phys. Rev. A* **67**, 010501 (2003).
- [16] S. N. BOSE, "Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese", *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
- [17] A. EINSTEIN, "Quantentheorie des einatomigen idealen Gase", *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 261 (1924).
- [18] A. EINSTEIN, "Quantentheorie des einatomigen idealen Gase. Zweite Abhandlung", *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 3 (1925).
- [19] J. BARDEEN, L. N. COOPER, ET J. R. SCHRIEFFER, "Theory of superconductivity", *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [20] H. J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN, M. R. ANDREWS, D. S. DURFEE, S. INOUE, ET W. KETTERLE, "Bosonic stimulation in the formation of a Bose-Einstein condensate", *Science* **279**, 1005 (1998).
- [21] M. KÖHL, M. J. DAVIS, C. W. GARDINER, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, "Growth of Bose-Einstein condensates from thermal vapor", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 80402 (2002).
- [22] I. SHVARCHUCK *et al.*, "Bose-Einstein Condensation into Nonequilibrium States Studied by Condensate Focusing", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [23] D. W. SNOKE ET J. WOLFE, "Population dynamics of a Bose gas near saturation", *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989).
- [24] Y. M. KAGAN, B. V. SVISTUDINOV, ET G. V. SHLYAPNIKOV, "Kinetics of Bose condensation in an interacting bose gas", *Sov. Phys. JEPT* **75**, 387 (1992).

- [25] H. T. C. STOOF, "Initial stages of Bose-Einstein condensation", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 768 (1997).
- [26] C. W. GARDINER, P. ZOLLER, R. J. BALLAGH, ET M. J. DAVIS, "Kinetics of Bose-Einstein condensation in a trap", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1793 (1997).
- [27] C. W. GARDINER, M. D. LEE, R. J. BALLAGH, M. J. DAVIS, ET P. ZOLLER, "Quantum kinetic theory of condensate growth : comparison of experiment and theory", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5266 (1998).
- [28] M. J. BIJLSMA, E. ZAREMBA, ET H. T. C. STOOF, "Condensate growth in trapped Bose gases", *Phys. Rev. A* **62**, 63609 (2000).
- [29] M. J. DAVIS, C. W. GARDINER, ET R. J. BALLAGH, "Quantum kinetic theory. VII. The influence of vapor dynamics on condensate growth", *Phys. Rev. A* **62**, 63608 (2000).
- [30] D. S. JIN, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, "Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 420 (1996).
- [31] M. O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. V. DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEN, ET W. KETTERLE, "Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a magnetic trap", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 988 (1996).
- [32] D. S. JIN, M. R. MATTHEWS, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, "Temperature-dependant damping and frequency shifts in collective excitations of a dilute Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 764 (1997).
- [33] M. R. ANDREWS, D. M. KURN, H. J. MIESNER, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEN, S. INOUE, ET W. KETTERLE, "Propagation of sound in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 553 (1997).
- [34] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, "Vortices in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).
- [35] C. RAMAN, M. KÖHL, R. ONOFRIO, D. S. DURFEE, C. E. KUKLEWICZ, Z. HADZIBABIC, ET W. KETTERLE, "Evidence for a critical velocity in a Bose-Einstein condensed gas", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2502 (1999).
- [36] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, "Atom laser with a cw output coupler", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [37] M. S. HAMMOND, F. B. DUNNING, G. K. WALTERS, ET G. A. PRINZ, "Spin dependence in He(2^3S) metastable desexcitation at magnetized Fe(110) and O/Fe(110) surfaces", *Phys. Rev. B* **45**, 3674 (1992).

- [38] J. FUJITA, M. MORINAGA, T. KISHIMOTO, M. YASUDA, S. MATSUI, ET F. SHIMIZU, "Manipulation of an atomic beam by a computer-generated hologram", *Nature* **380**, 692 (1996).
- [39] J. FUJITA, S. MITAKE, ET F. SHIMIZU, "Interferometric Modulation of an Atomic Beam by an Electric Field : A Phase Hologram for Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4027 (2000).
- [40] M. R. ANDREWS, C. G. TOWNSEND, H. J. MIESNER, D. S. DURFEE, D. M. STAMPER-KURN, ET W. KETTERLE, "Observation on interference between two Bose condensates", *Science* **275**, 637 (1997).
- [41] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, "Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition", *Nature* **403**, 166 (2000).
- [42] L. DENG *et al.*, "Four-wave mixing with matter waves", *Nature* **398**, 218 (1999).
- [43] E. A. BURT, R. W. GHRIST, C. MYATT, M. J. HOLLAND, E. A. CORNELL, ET C. E. WIEMAN, "Coherence, Correlations, and collisions : What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
- [44] M. YASUDA ET F. SHIMIZU, "Observation of two-atom correlation of an ultracold neon atomic beam", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3090 (1996).
- [45] R. H. BROWN ET R. Q. TWISS, "Correlation between photons in two coherent beams of light", *Nature* **177**, 27 (1956).
- [46] P. HORAK ET S. M. BARNETT, "Creation of coherence in Bose-Einstein condensates by atom detection", *J. Phys. B* **32**, 3421 (1999), et références incluses.
- [47] G. LABEYRIE, *Deux outils pour l'optique atomique : Jet intense d'hélium métastable et Miroir à onde évanescente exaltée*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1998.
- [48] A. BROWAEYS, *Piégeage magnétique d'un gaz d'Hélium métastable : vers la condensation de Bose-Einstein*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2000.
- [49] J. POUPARD, *Mesure de deux caractéristiques de l'hélium métastable importantes pour le refroidissement radiatif.*, Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 2000.
- [50] A. ROBERT, *Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein d'Hélium métastable*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2001.
- [51] S. NOWAK, A. BROWAEYS, J. POUPARD, A. ROBERT, D. BOIRON, C. WESTBROOK, ET A. ASPECT, "Magnetic trapping of metastable helium atoms", *Appl. Phys. B* **70**, 455 (2000).

- [52] A. BROWAEYS, A. ROBERT, O. SIRJEAN, J. POUPARD, S. NOWAK, D. BOIRON, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, "Thermalization of magnetically trapped metastable helium", *Phys. Rev. A* **64**, 034703 (2001).
- [53] F. P. D. SANTOS *et al.*, "Production of a Bose-Einstein Condensate of Metastable Helium atoms", *Eur. Phys. J. D* **19**, 103 (2002).
- [54] G. S. SHLYAPNIKOV, J. T. M. WALRAVEN, U. M. RAHMANOV, ET M. W. REYNOLDS, "Decay Kinetics and Bose Condensation in a Gas of Spin-Polarized Triplet Helium", *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3247 (1994).
- [55] P. O. FEDICHEV, M. W. REYNOLDS, U. M. RAHMANOV, ET G. V. SHLYAPNIKOV, "Inelastic decay processes in a gas of spin-polarized triplet helium", *Phys. Rev. A* **53**, 1447 (1996).
- [56] V. VENTURI, I. B. WHITTINGHAM, P. J. LEO, ET G. PEACH, "Close-coupled calculation of collisions of magnetostatically trapped helium atoms", *Phys. Rev. A* **60**, 4635 (1999).
- [57] G. W. F. DRAKE, "Theory of relativistic magnetic dipole transitions : lifetime of the metastable 2^3S state of the heliumlike Ions", *Phys. Rev. A* **3**, 908 (1971).
- [58] J. R. WOODWORTH ET H. W. MOOS, "Experimental determination of the single-photon transition rate between the 2^3S_1 and the 1^1S_0 states of He", *Phys. Rev. A* **12**, 2455 (1975).
- [59] H. L. ANDERSON, *Physics Vade Mecum : A physicist's desk reference* (American Institute of Physics, 1989).
- [60] H. C. MASTWIJK, J. W. THOMSEN, P. VAN DER STRATEN, ET A. NIEHAUS, *Cold collisions of metastable helium atoms*, Ph.d. thesis, Utrecht University, 1997.
- [61] M. W. MÜLLER, A. MERZ, M.-W. RUF, H. HOTOP, W. MEYER, ET M. MOVRE, "Experimental and theoretical studies of the Bi-excited collision systems $He^*(2^3S) + He^*(2^3S, 2^1S)$ at thermal and subthermal kinetic energies", *Z. Phys. D Atoms, Molecules and Clusters* **21**, 89 (1991).
- [62] P. S. JULIENNE ET F. H. MIES, "Collisions of ultracold trapped atoms", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2257 (1989).
- [63] H. C. MASTWIJK, J. W. THOMSEN, P. VAN DER STRATEN, ET A. NIEHAUS, "Optical Collisions of Cold Metastable Helium Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5516 (1999).
- [64] H. C. MASTWIJK, M. VAN RIJNBACH, J. W. THOMSEN, P. VAN DER STRATEN, ET A. NIEHAUS, "Photo-induced collisions with laser cooled He^* atoms", *Eur. Phys. J. D.* **4**, 131 (1998).

- [65] M. KUMAKURA ET N. MORITA, "Laser Trapping of Metastable ^3He Atoms : Isotopic Difference in Cold Penning Collisions", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2848 (1999).
- [66] P. J. J. TOL, N. HERSCHBACH, E. A. HESSELS, W. HOGERVORST, ET W. VASSEN, "Large numbers of cold metastable helium atoms in a magneto-optical trap", *Phys. Rev. A* **60**, R761 (1999).
- [67] A. BROWAEYS *et al.*, "Two body loss rate in a magneto-optical trap of metastable He", *Eur. Phys. J. D.* **8**, 199 (2000).
- [68] J. STÄRCK ET W. MEYER, "Long-range interaction potential of the $^5\Sigma_g^+$ state of He_2 ", *Chem. Phys. Lett.* **225**, 229 (1994).
- [69] J. C. HILL, L. L. HATFIELD, N. D. STOCKWELL, ET G. K. WALTERS, "Direct Demonstration of Spin-Angular-Momentum Conservation in the Reaction $\text{He}(^3S_1) + \text{He}(^3S_1) \rightarrow \text{He}(^1S_0) + \text{He}^+ + e^-$ ", *Phys. Rev. A* **5**, 189 (1972).
- [70] P. O. FEDICHEV, M. W. REYNOLDS, ET G. V. SHLYAPNIKOV, "Three-Body Recombination of Ultracold Atoms to a Weakly Bound s Level", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2921 (1996).
- [71] B. D. ESRY, C. H. GREENE, ET J. B. BURKE, "Recombinaison of three atoms in the ultracold limit", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1751 (1999).
- [72] H. C. W. BEIJERINCK, E. J. D. VREDENBREGT, R. J. W. STAS, M. R. DOERY, ET J. G. C. TEMPELAARS, "Prospects for Bose-Einstein condensation of metastable neon atoms", *Phys. Rev. A* **61**, 023607 (2000).
- [73] J. SCHUSTER, A. MARTE, S. AMTAGE, B. SANG, G. REMPE, ET H. C. W. BEIJERINCK, "Avalanches in a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170404 (2001).
- [74] D. F. WALLS ET G. J. MILBURN, *Quantum optics* (Springer-Verlag, Berlin, 1994).
- [75] R. LOUDON, *The Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, 1983).
- [76] Y. KAGAN, B. V. STUDINOV, ET G. V. SHLYAPNIKOV, "Effect of Bose condensation on inelastic processes", *JETP Lett.* **42**, 209 (1985).
- [77] B. H. BRANSDEN ET C. J. JOACHAIN, *Physics of Atoms and Molecules* (Longman Scientific and Technical, 1983).
- [78] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ, *Mécanique quantique* (Mir, 1975).
- [79] F. X. GADEA, T. LEININGER, ET A. S. DICKINSON, "Calculated scattering length for spin-polarized metastable helium", *Journal-of-Chemical-Physics* **117**, 7122 (2002).

- [80] C. COHEN-TANNOUJDI, (Cours donné au collège de France, 1998-99).
- [81] E. G. M. VAN KEMPEN, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, D. J. HEINZEN, ET B. J. VERHAAR, "Interisotope determination of ultracold Rubidium interactions from three high-precision experiments", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 093201 (2002).
- [82] J. LEONARD, M. WALHOUT, A. P. MOSK, T. MUELLER, M. LEDUC, ET C. COHEN-TANNOUJDI, "Giant Helium Dimers Produced by Photoassociation of Ultracold Metastable Atoms", *cond-mat/0304446*.
- [83] P. J. LEO, V. VENTURI, I. B. WHITTINGHAM, ET J. BABB, "Ultracold collisions of metastable helium atoms", *Phys. Rev. A* **64**, 42710 (2002).
- [84] *MCP assembly* (Hamamatsu, 1994).
- [85] J. WIZA, "Microchannel plate detectors", *Nucl. Instr. and Meth.* **162**, 587 (1979).
- [86] R. GAO, P. GIBNER, J. NEWMAN, K. SMITH, ET R. STEBBINGS, "Absolute and angular efficiencies of a microchannel-plate position-sensitive detector", *Rev. Sci. Instrum.* **55**, 1756 (1984).
- [87] B. DECONIHOUT, P. GERARD, M. BOUET, ET A. BOSTEL, "Improvement of the detection efficiency of channel plate electron multiplier for atom probe application", *Appl. Surf. Sci.* **94/95**, 422 (1996).
- [88] S. KULIN, *Préparation et manipulation de paquets d'ondes atomiques ultrafroids*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 1997.
- [89] G. FRASER, "The ion detection efficiency of microchannel plates", *Int. J. Mass. Spectro.* **215**, 13 (2002).
- [90] F. BARDOU, *Refroidissement laser sub-recul par résonances noires*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1995.
- [91] N. VANSTEENKISTE, C. GERZ, R. KAISER, L. HOLLBERG, C. SALOMON, ET A. ASPECT, "A frequency-stabilized LNA laser at 1.083 μm : application to the manipulation of helium 4 atoms", *J. Phys. II France* **1**, 1407 (1991).
- [92] W. ROOIJAKKERS, W. HOGERVORST, ET W. VASSEN, "Laser deceleration and trapping of metastable helium atoms", *Opt. Commun.* **135**, 149 (1997).
- [93] J. NELLESSEN, J. H. MÜLLER, K. SENGSTOCK, ET W. ERTMER, "Large-angle deflection of a laser-cooled sodium beam", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2149 (1989).
- [94] F. BARDOU, O. EMILE, J.-M. COURTY, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, "Magneto-optical Trapping of Metastable Helium : Collisions in the Presence of Resonant Light.", *Europhys. Lett.* **20**, 681 (1992).

- [95] A. GALLAGHER ET D. E. PRITCHARD, “Exoenergetic Collisions of Cold $^*Na-Na$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 957 (1989).
- [96] M. WALHOUT, U. STERR, C. ORZEL, M. HOOGERLAND, ET S. L. ROLSTON, “Optical Control of Ultracold Collisions in Metastable Xenon”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 506 (1995).
- [97] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUJDI, “Dressed-atom approach to atomic motion in laser light : the dipole force revisited”, *J. Opt. Soc. Am B* **6**, 314 (1989).
- [98] W. H. WIN, “On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields”, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [99] C. COHEN-TANNOUJDI, (Cours donné au collège de France, 1995-96).
- [100] T. BERGEMAN, G. EREZ, ET H. J. METCALF, “Magnetostatic trapping field for neutral atoms”, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [101] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ, *Mécanique* (Mir, 1982).
- [102] T. A. SAVARD, K. M. O’HARA, ET J. E. THOMAS, “Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps”, *Phys. Rev. A* **56**, R1095 (1997).
- [103] B. DESRUELLE, V. BOYER, P. BOUYER, G. BIRKLE, M. LECRIVAIN, F. ALVES, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet”, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).
- [104] Y. CASTIN ET R. DUM, “Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [105] S. STRINGARI, “collective excitations of a trapped Bose-Condensed gas”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2360 (1996).
- [106] A. G. MARTIN, K. HELMERSON, V. S. BAGNATO, G. P. LAFYATIS, ET D. E. PRITCHARD, “rf Spectroscopy of Trapped Neutral Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2431 (1988).
- [107] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, ET E. A. CORNELL, “Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [108] M. LEDUC, J. LEONARD, F. P. DOS SANTOS, E. JAHIER, S. SCHWARTZ, ET C. COHEN-TANNOUJDI, “Hydrodynamic modes in a trapped gas of metastable helium above the Bose-Einstein transition”, *Acta Phys. Polon. B33* **8**, 2213 (2002).
- [109] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, S. INOUE, M. R. ANDREWS, ET W. KETTERLE, “Collisionless and hydrodynamic excitations of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 500 (1998).

- [110] A. GRIFFIN, W.-C. WU, ET S. STRINGARI, “Hydrodynamic modes in a trapped Bose gas above the Bose-Einstein transition”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1838 (1997).
- [111] D. GUÉRY-ODELIN, F. ZAMBELLI, J. DALIBARD, ET S. STRINGARI, “Collective oscillations of a classical gas confined in harmonic traps”, *Phys. Rev. A* **60**, 4851 (1999).
- [112] Y. KAGAN, E. L. SURKOV, ET G. V. SHLYAPNIKOV, “Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps”, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).
- [113] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD, “Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate”, *Appl. Phys. B* **69**, 257 (1999).
- [114] O. SIRJEAN, S. SEIDELIN, J. V. GOMES, D. BOIRON, C. I. WESTBROOK, A. ASPECT, ET G. V. SHLYAPIKOV, “Ionization rates in a Bose-Einstein condensate of Metastable Helium”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 220406 (2002).
- [115] S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, “Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas”, *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).
- [116] P. GRÜTER, D. CEPERLEY, ET F. LALOË, “Critical temperature of Bose-Einstein condensation of hard-sphere gases”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3549 (1997).
- [117] M. HOLZMANN, G. BAYM, J. P. BLAIZOT, ET F. LALOË, “Nonanalytic dependence of the transition temperature of the homogeneous dilute Bose gas on scattering length”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120403 (2001).
- [118] V. A. KASHURNIKOV, N. V. PROKOF’EV, ET B. V. SVISTUNOV, “Critical temperature shift in weakly interacting Bose gas”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120402 (2001).
- [119] P. ARNOLD ET G. MOORE, “BEC transition temperature of a dilute homogeneous imperfect Bose gas”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120401 (2001).
- [120] P. ARNOLD ET B. TOMÁŠIK, “ T_C for trapped dilute Bose gas : a second order result”, *Phys. Rev. A* **64**, 53609 (2001).
- [121] J. R. ENSHER, D. S. JIN, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. CORNELL, “Bose-Einstein Condensation in a Dilute Gas : Measurement of Energy and Ground-State Occupation”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4984 (1996).
- [122] F. GERBIER, “Communication personnelle”, .
- [123] Y. KAGAN, E. SURKOV, ET G. V. SHLYAPNIKOV, “Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential”, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).

- [124] S. SEIDELIN, O. SIRJEAN, J. V. GOMES, D. BOIRON, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Using ion production to monitor the birth and death of a metastable helium Bose-Einstein condensate”, *J. Opt. B* **5**, 112 (2003).
- [125] E. P. GROSS, *Nuovo Cimento* **20**, 454 (1961).
- [126] L. P. PITAEVSKII, *Sov. Phys. JETP* **13**, 451 (1961).
- [127] H. H. BOGOLIUBOV, *J. Phys. (URSS)* **11**, 23 (1947).
- [128] C. COHEN-TANNOUDJI, (Cours donné au collège de France, 1997-98).
- [129] Y. CASTIN, (Cours des Houches : Bose-Einstein condensates in atomic gases : simple theoretical results, 2000).
- [130] S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, “Thermodynamics of a trapped Bose-condensed gas”, *ArXive :cond-mat9704014*, *J. Low Temp. Phys.* (1997).
- [131] T. BERGEMAN, D. L. FEDER, N. L. BALAZS, ET B. I. SCHNEIDER, “Bose condensates in a harmonic trap near the critical temperature”, *Phys. Rev. A* **61**, 063605 (2000).
- [132] C. I. WESTBROOK, A. ROBERT, O. SIRJEAN, A. BROWAEYS, D. BOIRON, ET A. ASPECT, “Bose-Einstein condensation of metastable helium : some experimental aspects”, *Proceedings of the 15th international conference on laser spectroscopy, Snowbird Utah, June 11-15 2001* .
- [133] A. ASPECT, O. SIRJEAN, S. SEIDELIN, J. V. GOMES, D. BOIRON, ET C. I. WESTBROOK, “Ionization in a Bose-Einstein condensate of metastable Helium : a quantitative monitoring tool”, *Proceedings of XVIII International Conference on Atomic Physics : ICAP 2002* .

RESUME :

L'hélium métastable (2^3S_1) est à ce jour le seul élément qui n'est pas dans son état électronique fondamental pour lequel la condensation de Bose-Einstein a été obtenue. Grâce à l'énergie interne qu'ils possèdent, ces atomes peuvent être détectés électroniquement de façon rapide et efficace par une galette de micro-canaux (MCP). De plus, cette énergie est responsable de collisions ionisantes au sein de l'échantillon piégé magnétiquement (ionisation Penning). Les ions ainsi formés sont également détectés par le MCP. Une fois les caractéristiques du système de détection déterminées, et la démarche expérimentale permettant de produire des condensats de Bose-Einstein détaillée, cette thèse présente les études réalisées pour déterminer l'origine des ions produits ainsi que certaines des nouvelles possibilités qu'offre le signal d'ions. Pour des échantillons de densité suffisamment faible, les ions proviennent majoritairement des collisions avec le gaz résiduel, et le signal est alors proportionnel au nombre d'atomes piégés. Pour des échantillons de densité suffisamment élevée, comme ceux obtenus proches du seuil de condensation, les ions proviennent majoritairement de collisions à deux corps et à trois corps. Le signal d'ions dépend alors également de la densité de l'échantillon. Suivant la gamme de densité, ce signal nous fournit donc une mesure « non-perturbative » en temps réel de ces différentes grandeurs. Nous avons notamment pu montrer qu'il était un précieux indicateur du moment où se produit la condensation, car il rend compte de la brusque augmentation de densité qui se produit alors. En étudiant le taux d'ions en fonction de la densité et du nombre d'atomes de condensats purs et de nuages thermiques au seuil de condensation, nous avons mesuré pour la première fois les constantes de collisions de ces processus d'ionisation. Les résultats trouvés sont en accord avec les prédictions théoriques.

MOTS CLEFS :

Hélium métastable – Atomes froids – Piégeage magnétique – Condensation de Bose-Einstein – Collisions Penning – Recombinaisons à trois corps - Déplétion quantique – Galette de micro-canaux.

ABSTRACT :

At this writing, metastable helium (2^3S_1) is the only example of Bose-Einstein condensation of an atom in an excited electronic state. The corresponding internal energy permits efficient and fast electronic detection of the atoms using a micro-channel plate detector (MCP). Moreover, this energy is responsible for ionizing collisions inside the magnetically trapped cloud (Penning ionization). These ions are also easily detected by the MCP. This thesis begins by describing the characteristics of the MCP detector. Next, the experimental procedure to achieve Bose-Einstein condensation is presented. These preliminaries are followed by a description of the experiments performed in order to determine the origin of the ions produced and by a presentation of some of the new experimental possibilities provided by the ion signal. For clouds with a low enough density, ions are mainly produced by collisions with the residual gas, and the signal is proportional to the number of trapped atoms. For clouds with a sufficiently high density, for example close to the condensation threshold, ions are mainly produced by 2- and 3-body collisions. In this case, the ion signal is also related to the density of the cloud. Depending on the density, the signal gives a real-time and “non-destructive” measurement of these different characteristics. In particular, we have shown it is a valuable indicator of the onset of condensation, because it signals the sudden increase of density which then occurs. By studying the ion rate versus the density and the number of atoms for pure condensates and for thermal clouds at critical temperature, we have measured the collision rate constants for these ionizing processes. Our results are in agreement with theoretical predictions.

KEYWORDS :

Metastable helium – Cold Atoms – Magnetic Trapping – Bose-Einstein condensation – Penning collisions – Three body recombinaisons – Quantum depletion – Micro-channel plate.