LPNHE 2003-02

THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS VII

Spécialité :

PHYSIQUE DES PARTICULES

présentée par

Muriel PIVK

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS VII

Etude de la violation de CP dans la désintégration $B^0 \to h^+h^-$ $(h = \pi, K)$ auprès du détecteur *BABAR* à SLAC.

soutenue le 5 mai 2003 devant le jury composé de :

MM.	Jean-Eudes AUGUSTIN	
	Gerhard BUCHALLA,	Rapporteur
	François R. LE DIBERDER	
	Tatsuya NAKADA	
	James OLSEN	
	Alexandre ROZANOV,	Rapporteur
Mme.	Lydia ROOS	

Table des matières

Introduction

La recherche de la compréhension de l'Univers soulève de nombreuses questions, auxquelles la physique des particules et l'astrophysique tentent de répondre. Une théorie, appelée communément Modèle Standard, décrit à ce jour presque totalement la matière ainsi que les interactions. Le but actuel de la physique des particules est de tester la validité du Modèle Standard, mais aussi de mettre en évidence des phénomènes nouveaux s'il en est.

L'absence d'antimatière dans l'Univers est un problème qui suscite de nombreuses études, aussi bien dans le cadre de modèles théoriques que de travaux expérimentaux. L'étude de la violation de la symétrie CP a pour objectif, entre autres, d'éclaircir ce point. Découvert dans les années soixante comme une surprise dans le système des mésons K, ce phénomène est désormais prédit par le Modèle Standard. Sa mise en évidence dans le système des mésons B, beaucoup plus récente, a nécessité la construction de machines capables de délivrer une luminosité sans précédent, afin de permettre l'étude de désintégrations rares des mésons B. Deux "usines à B" ont ainsi été construites en même temps : PEP-II aux Etats-Unis et KEK-B au Japon. Elles produisent des collisions électrons-positrons à la résonance du $\Upsilon(4S)$ qui se désintègre en paire $B\overline{B}$ chargés ou neutres. Les produits de désintégration sont recueillis par les détecteurs respectifs *BABAR* et Belle, qui ont engrangés leurs premières données en 1999. La mise en évidence de la violation de CP nécessite de mesurer la différence entre les désintégrations vers un état final précis des mésons B et celles des mésons $\overline{B}$, antiparticules conjuguées de CP des B. Il s'avère indispensable, pour avoir accès au temps propre des désintégrations, de produire les mésons B en mouvement dans le référentiel du laboratoire afin d'être à même de mesurer leur parcours expérimentalement. Les deux collisionneurs PEP-II et KEK-B sont donc de ce fait asymétriques en énergie et sont uniques en leur genre.

Le travail décrit dans ce mémoire est mené depuis janvier 2001 auprès du détecteur *BABAR*. La désintégration des mésons B neutres en deux corps sans charme dans l'état final $B^0/\overline{B}^0 \to h^+h^-$, où h représente un pion ou un kaon, en est l'objet. Ces canaux sont tellement rares qu'un enjeu majeur de l'analyse est le rejet du bruit de fond. Ils permettent une étude de la violation de CP encore jamais entamée, à savoir la mesure de l'angle α, du triangle d'unitarité qui résume les effets de violation de CP dans le Modèle Standard. Cette nouvelle information, en se rajoutant à l'angle β ainsi qu'aux autres paramètres de la matrice CKM déjà mesurés, permet de renforcer les contraintes sur les paramètres du Modèle Standard.

Ce mémoire est constitué de trois parties. La première concerne la théorie. Elle présente tout d'abord une description générale de l'interaction faible dans le cadre du Modèle Standard, ainsi qu'une description du système $B^0/\overline{B}^0$. Dans un second chapitre est présenté le canal de désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$, qui constitue le cœur de ce travail de thèse. Sont également décrits quatre modèles théoriques étudiés pour interpréter les résultats. La deuxième partie est consacrée au dispositif expérimental. Le collisionneur PEP-II et le détecteur *BABAR* sont décrits à un niveau de détails qui permet de comprendre les points clés de l'analyse.

La troisième partie, la plus importante, concerne l'analyse qui est explicitée en détails, de la prise de données à l'extraction des mesures. Le chapitre 4 donne une vue d'ensemble de l'analyse. La sélection des événements y est détaillée ainsi que la définition précise de variables fondamentales et le principe de la méthode de vraisemblance utilisée pour extraire l'information recherchée dans la dernière étape de l'analyse. Le chapitre 5 est consacré à la lutte contre le bruit de fond, menée en profondeur au cours de cette thèse. Le chapitre 6 décrit l'ajustement qui constitue l'étape finale de l'analyse et permet l'extraction des rapports d'embranchement et des paramètres qui mesurent la violation de CP. Enfin, le dernier chapitre traite de l'interprétation des résultats en terme de contraintes sur les paramètres de la matrice CKM du Modèle Standard. Les résultats de l'expérience Belle sont également discutés.

Première partie

Eléments de théorie

Chapitre 1

La violation de CP dans le système des mésons B

La violation de la symétrie CP est l'un des phénomènes les plus intriguants en physique des particules. Dans le cadre du Modèle Standard, la violation de CP est possible si le nombre de familles de fermions est supérieur ou égal à trois. C'est également un phénomène qui, dans la théorie du Big Bang, est nécessaire pour expliquer l'absence d'antimatière dans l'univers, même si le taux de violation de CP observé jusqu'à présent est trop faible [1].

1.1 L'interaction faible et la matrice CKM

Le Modèle Standard est une théorie de jauge fondée sur le groupe [2] :

$$SU(3) \;\times\; SU(2)_L \;\times\; U(1)_Y \tag{1.1}$$

où $SU(3)$ décrit l'interaction forte. Cette composante n'est pas considérée dans la suite. Le groupe de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$ décrit le modèle électrofaible. Les bosons de jauge qui véhiculent l'interaction faible sont notés W^i_μ avec $i = 1{,}2{,}3$, celui qui véhicule la deuxième interaction est noté B_μ. Trois familles de fermions sont réparties en quarks et en leptons. Les champs de fermions ont des composantes gauches

$$\begin{pmatrix} \nu_j \\ l_j^- \end{pmatrix}_G , \; \begin{pmatrix} u_j \\ d_j \end{pmatrix}_G \tag{1.2}$$

qui se transforment comme des doublets sous $SU(2)_L$ et des composantes droites

$$(u_j)_D\,, \;\; (d_j)_D\,, \;\; \left(l_j^-\right)_D \tag{1.3}$$

qui se transforment comme des singlets. Le Modèle Standard minimal comporte trois familles de fermions dont les masses sont engendrées, après brisure spontanée de symétrie, grâce au doublet de Higgs complexe $\binom{\phi^+}{\phi^0}$. Le terme du Lagrangien qui décrit le couplage des W aux quarks s'écrit en fonction des états propres de l'interaction faible U et D' et en notant g la constante de couplage :

$$\mathcal{L}_{\mathrm{CC}} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\overline{U} \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} D' \right] W^+_\mu + \text{c.h.}\;, \tag{1.4}$$

où CC signifie *courants chargés*, c.h. désigne le conjugué hermitique du premier terme et où :

$$U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} . \tag{1.5}$$

En fonction des états propres de masse, il se réécrit :

$$\mathcal{L}_{\mathrm{CC}} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\overline{U} \gamma^{\mu} \frac{1-\gamma^5}{2} V_{\mathrm{CKM}} D \right] W_{\mu}^{+} + \text{c.h.} \,, \tag{1.6}$$

où V_{CKM} est une matrice qui relie les états propres de l'interaction faible D' et les états propres de masse D :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}}_{D'} = \underbrace{\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}}_{V_{\mathrm{CKM}}} \underbrace{\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}}_{D} . \tag{1.7}$$

V_{CKM} est la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa ou matrice CKM. Elle a été introduite en 1973 pour trois familles par Kobayashi et Maskawa [3] comme extension du cas à deux familles, où elle dépend d'un seul paramètre qui peut être choisi comme l'angle de Cabibbo [4]. C'est l'existence de cette matrice, plus particulièrement d'une composante complexe de cette matrice, qui introduit la violation de CP dans le Modèle Standard.

La matrice CKM est une matrice 3×3 complexe qui dépend donc *a priori* de 18 paramètres réels. Il existe cependant des relations entre ces paramètres. La matrice CKM étant unitaire, 9 relations permettent de réduire d'autant le nombre de paramètres indépendants. De façon générale, une matrice unitaire $N \times N$ complexe comporte N^2 paramètres indépendants : $\frac{N(N-1)}{2}$ angles de rotation et $\frac{N(N+1)}{2}$ phases. La matrice CKM 3×3 peut ainsi être paramétrée par 3 angles de rotation et 6 phases.

La matrice CKM agit sur des champs de quarks (équation 1.6), la redéfinition des phases de champs permet d'absorber $2N-1$ phases de la matrice et non $2N$, puisqu'un changement de phase global la laisse invariante. Il reste ainsi $\frac{(N-1)(N-2)}{2}$ phases. Avec $N = 3$, la matrice CKM dépend donc seulement de quatre paramètres indépendants : trois angles de rotation et une phase. C'est cette phase qui permet d'interpréter la violation de CP dans le Modèle Standard.

Les quatre paramètres indépendants de la matrice CKM peuvent être choisis sous différentes formes. Une interprétation géométrique simple, en termes de produit de trois rotations, est la suivante [5] :

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} , \tag{1.8}$$

avec $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ et $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$. Cette paramétrisation tient compte des trois angles de rotation θ_{12}, θ_{23}, θ_{13} et de la phase δ_{13}. L'angle θ_{12} est l'angle de Cabibbo. Les indices $i,j = 1{,}2{,}3$ représentent les familles de quarks. L'angle θ_{ij} décrit l'angle de mélange entre les familles i et j. Pour que la violation de CP ait lieu, les angles doivent être différents des valeurs $0+k\pi$ et $\pi/2+k\pi$ (k étant entier) et la phase δ_{13} ne doit pas être égale à 0 ou π.

Une autre paramétrisation est celle de Wolfenstein [6]. Elle repose sur la hiérarchie des angles de mélange : $s_{12} \gg s_{23} \gg s_{13}$. Les éléments de la matrice sont exprimés grâce à des développements limités en puissance de $\lambda = \sin\theta_{12}$:

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)\ , \tag{1.9}$$

où $A = \frac{s_{23}}{\lambda^2}$, $\rho = \frac{s_{13}}{A\lambda^3}\cdot\cos\delta_{13}$ et $\eta = \frac{s_{13}}{A\lambda^3}\cdot\sin\delta_{13}$. Le paramètre η qui intervient dans les parties imaginaires des éléments non réels contient l'information sur la phase complexe. La violation de CP équivaut à η non nul. La paramétrisation de Wolfenstein est approximative, la matrice 1.9 est unitaire à des termes d'ordre λ^4 près. Afin d'améliorer la précision, on remplace η et ρ par

$$\begin{aligned} \overline{\rho} &= \rho(1-\frac{\lambda^2}{2})\ , \\ \overline{\eta} &= \eta(1-\frac{\lambda^2}{2})\ . \end{aligned} \tag{1.10}$$

Les éléments de la matrice CKM peuvent en principe être déterminés expérimentalement à partir des désintégrations faibles des quarks correspondants et, dans certains cas, à partir de la diffusion inélastique des neutrinos. Les intervalles à 90% de confiance pour les valeurs absolues de ces éléments sont actuellement [7] :

$$\begin{pmatrix} 0{,}9741 \text{ à } 0{,}9756 & 0{,}219 \text{ à } 0{,}226 & 0{,}0025 \text{ à } 0{,}0048 \\ 0{,}219 \text{ à } 0{,}226 & 0{,}9732 \text{ à } 0{,}9748 & 0{,}038 \text{ à } 0{,}044 \\ 0{,}004 \text{ à } 0{,}014 & 0{,}037 \text{ à } 0{,}044 & 0{,}9990 \text{ à } 0{,}9993 \end{pmatrix}\ . \tag{1.11}$$

Ces valeurs proviennent de mesures interprétées en supposant vraies les hypothèses d'unitarité et l'absence d'une quatrième génération.

1.2 La violation de CP

L'opération CP est le produit de C, la conjugaison de charge, qui effectue l'échange particule-antiparticule et de P, la parité, qui effectue une réflexion de l'espace. La violation de CP a été mise en évidence en 1964 [8] dans le système des mésons K. La violation de CP dans le système des mésons B a été mise en évidence par les expériences *BABAR* [9] et Belle [10] en 2001.

Le lagrangien $\mathcal{L}_{\mathrm{CC}}$ s'exprime, d'après l'équation 1.6 :

$$\mathcal{L}_{\mathrm{CC}} = \frac{g}{\sqrt{2}}\left[\overline{U}\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}V_{\mathrm{CKM}}D\right]W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}}\left[\overline{D}V_{\mathrm{CKM}}^\dagger\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}U\right]W_\mu^-\ . \tag{1.12}$$

En appliquant l'opération CP sur $\mathcal{L}_{\mathrm{CC}}$ on obtient

$$CP\,\mathcal{L}_{\mathrm{CC}} = \frac{g}{\sqrt{2}}\left[\overline{D}V_{\mathrm{CKM}}^T\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}U\right]W_\mu^- + \frac{g}{\sqrt{2}}\left[\overline{U}\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}V_{\mathrm{CKM}}^*D\right]W_\mu^+\ . \tag{1.13}$$

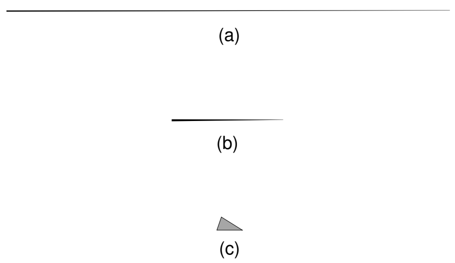


FIG. 1.1 – *Triangles d'unitarité. (a), (b) et (c) représentent les relations (1.14), (1.15) et (1.16) [11]. La surface des trois triangles est la même.*

Il apparaît, en comparant les deux équations, que seul le terme V_{CKM} est affecté, il devient V^*_{CKM}. Si la matrice V_{CKM} était réelle, l'interaction faible chargée resterait invariante sous CP. Or elle contient une partie complexe : la symétrie CP est *a priori* violée.

L'unitarité de la matrice CKM est utilisée afin d'extraire l'information sur les valeurs de ses paramètres. Neuf relations d'unitarité peuvent s'écrire, mais seulement trois sont pertinentes, celles qui font intervenir les deux éléments de matrice V_{ub} et V_{td} dans lesquels se trouve la composante complexe :

$$V_{ud}V^*_{us} + V_{cd}V^*_{cs} + V_{td}V^*_{ts} = 0 \; , \tag{1.14}$$

$$V_{us}V^*_{ub} + V_{cs}V^*_{cb} + V_{ts}V^*_{tb} = 0 \; , \tag{1.15}$$

$$V_{ud}V^*_{ub} + V_{cd}V^*_{cb} + V_{td}V^*_{tb} = 0 \; . \tag{1.16}$$

Chacune de ces relations peut être représentée géométriquement dans le plan complexe par un triangle (figure 1.1). Il est aisé de constater d'après la paramétrisation de Wolfenstein que les deux premiers triangles sont quasiment plats : ils expriment la faible ampleur de la violation de CP dans le système des mésons K et B_s respectivement. En revanche, les trois termes de l'équation 1.16 sont du même ordre de grandeur (λ^3) : le troisième triangle n'est pas plat. Il concerne le système des mésons B étudié dans *BABAR*, où la violation de CP est de ce fait attendue à un niveau observable. Concrètement, les objectifs expérimentaux sont les mesures des trois angles et des trois côtés de ce triangle dit d'unitarité. Les notations utilisées pour désigner ces angles sont :

$$\alpha = \arg\left[-\frac{V_{td}V^*_{tb}}{V_{ud}V^*_{ub}}\right] \quad \beta = \arg\left[-\frac{V_{cd}V^*_{cb}}{V_{td}V^*_{tb}}\right] \quad \gamma = \arg\left[-\frac{V_{ud}V^*_{ub}}{V_{cd}V^*_{cb}}\right] \; . \tag{1.17}$$

Le triangle d'unitarité est représenté sous deux formes figure 1.2.

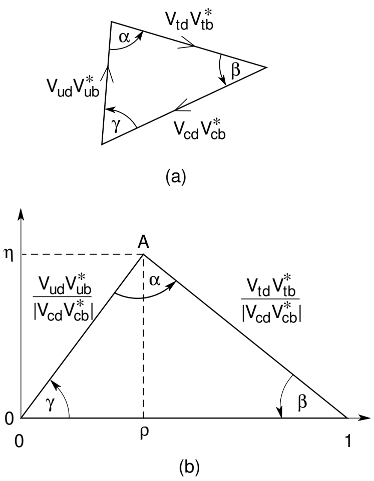


FIG. 1.2 – Le *triangle d'unitarité (a) représenté d'une façon qui correspond à l'équation (1.16) et (b) après avoir choisi une convention de phase qui rend $V_{cd}V_{cb}^*$ réel et avoir divisé les longueurs de tous les côtés par $|V_{cd}V_{cb}^*|$ [11]. C'est la seconde représentation qui est la plus usitée.*

1.3 Le système des mésons $B^0\overline{B}^0$

L'introduction d'une notation générale est nécessaire pour aborder les sections suivantes. L'amplitude de désintégration d'un méson B en un état final f est notée :

$$A = \langle \mathrm{f}|\mathcal{H}|B\rangle \tag{1.18}$$

et son amplitude conjuguée de CP

$$\overline{A} = \langle \overline{\mathrm{f}}|\mathcal{H}|\overline{B}\rangle \ , \tag{1.19}$$

où $\mathcal{H}$ est l'hamiltonien total. Si plusieurs diagrammes différents interviennent, A devient :

$$A = \sum_j A_j e^{-i\Phi_j} e^{-i\delta_j} \ , \tag{1.20}$$

où A_j sont les amplitudes réelles, Φ_j sont les phases faibles CKM et δ_j les phases fortes. L'amplitude $\overline{A}$, conjuguée par rapport à la symétrie CP de A s'écrit alors :

$$\overline{A} = \sum_j A_j e^{+i\Phi_j} e^{-i\delta_j} \ . \tag{1.21}$$

Si la symétrie CP est conservée, on a $\Phi_j = 0$ et donc $|A|^2 = |\overline{A}|^2$.

1.3.1 Notations et formalisme

Un méson B^0 est constitué d'un antiquark $\overline{b}$ et d'un quark d, alors qu'un méson $\overline{B}^0$ est constitué d'un quark b et d'un antiquark $\overline{d}$. La convention de phase pour la loi de transformation CP des mésons B neutres est définie par

$$CP\,|B^0\rangle = \omega_B\,|\overline{B}^0\rangle\,, \qquad CP\,|\overline{B}^0\rangle = \omega_B^*\,|B^0\rangle\,, \qquad (|\omega_B| = 1). \tag{1.22}$$

Les observables physiques ne dépendent pas du facteur de phase ω_B. L'évolution en temps des états propres de l'interaction forte s'exprime par l'équation de Schrödinger :

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} B \\ \overline{B} \end{pmatrix} = \mathcal{H}\begin{pmatrix} B \\ \overline{B} \end{pmatrix} , \tag{1.23}$$

où $\mathcal{H}$ est un hamiltonien qui n'est pas auto-adjoint ($\mathcal{H}_{ij} \neq \mathcal{H}^*_{ji}$). Pour expliciter cela, on réécrit l'équation 1.23 sous la forme :

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} B \\ \overline{B} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{M} - \frac{i}{2}\mathbf{\Gamma}\right)\begin{pmatrix} B \\ \overline{B} \end{pmatrix} , \tag{1.24}$$

où $\mathbf{M}$ et $\mathbf{\Gamma}$ sont des matrices 2×2 auto-adjointes. Les termes non diagonaux de ces matrices, M_{12} et Γ_{12}, sont particulièrement importants pour l'étude du mélange et de la violation de CP. M_{12} est la partie dispersive de l'amplitude de transition entre le B^0 et le $\overline{B}^0$, tandis que Γ_{12} est la partie absorbante de cette amplitude. En diagonalisant cette matrice, on obtient les états propres de masse léger et lourd, respectivement B_L (*light*) et B_H (*heavy*). Ils peuvent être écrits comme combinaisons linéaires des B^0 et $\overline{B}^0$:

$$\begin{aligned} |B_L\rangle &= p\,|B^0\rangle + q\,|\overline{B}^0\rangle , \\ |B_H\rangle &= p\,|B^0\rangle - q\,|\overline{B}^0\rangle , \end{aligned} \tag{1.25}$$

avec

$$|p|^2 + |q|^2 = 1 \tag{1.26}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{q}{p} &= \sqrt{\frac{M^*_{12} - \frac{i}{2}\Gamma^*_{12}}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} \\ &\simeq \frac{-M^*_{12}}{|M_{12}|}\left(1 - \frac{1}{2}\mathrm{Im}\left[\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right]\right) , \end{aligned} \tag{1.27}$$

qui ne dépend pas des conventions de phase. On définit les différences de masse et de largeur

$$\Delta m \equiv M_H - M_L, \qquad \Delta\Gamma \equiv \Gamma_H - \Gamma_L , \tag{1.28}$$

ainsi que la moyenne de la masse et de la largeur

$$m_B \equiv \frac{M_H + M_L}{2}, \qquad \Gamma_B \equiv \frac{\Gamma_H + \Gamma_L}{2} . \tag{1.29}$$

L'évolution en temps des états propres de masse suit la forme simple :

$$\begin{aligned} |B_H(t)\rangle &= e^{-iM_H t}e^{-\Gamma_H t/2}\,|B_H(t=0)\rangle , \\ |B_L(t)\rangle &= e^{-iM_L t}e^{-\Gamma_L t/2}\,|B_L(t=0)\rangle . \end{aligned} \tag{1.30}$$

1.3.2 Les trois types de violation de CP

La violation de CP peut s'exprimer de diverses façons (figure 1.3). Tout d'abord à travers le mélange $B^0/\overline{B}^0$ ou dans les désintégrations. Ces deux phénomènes peuvent aussi apparaître simultanément.

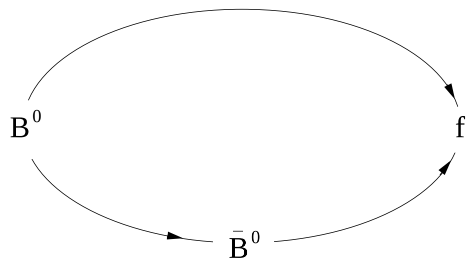


FIG. 1.3 – *Violation de CP dans l'interférence mélange/désintégration. Deux chemins existent pour la désintégration d'un B^0 en un état final* f*. Le chemin qui passe par un état intermédiaire $\overline{B}^0$ met en jeu deux phases qui violent CP : la phase de p/q qui apparaît lors de l'oscillation $B^0/\overline{B}^0$ et la phase relative entre les deux transitions $B^0/\overline{B}^0 \to$* f.

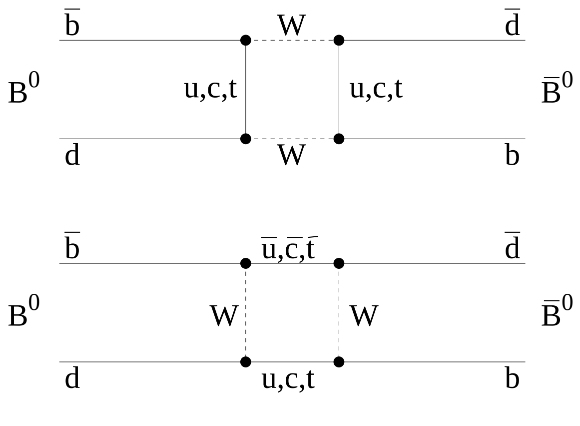


FIG. 1.4 – *Les diagrammes de Feynman dominants (diagrammes* en boîte*) pour les transitions faibles qui donnent lieu aux oscillations entre les mésons B^0 et $\overline{B}^0$.*

1.3.2.1 La violation de CP dans le mélange ou indirecte

Grâce à l'interaction faible qui ne conserve pas la saveur, les mésons B neutres peuvent se transformer en leurs antiparticules avant de se désintégrer. Les diagrammes en boîte de la figure 1.4 illustrent les processus d'oscillation entre les mésons B^0 et $\overline{B}^0$. Bien que les trois quarks u, c et t apparaissent, le quark t joue un rôle dominant en raison de sa masse élevée. Il y a violation de CP dans le mélange si

$$B^0 \to \overline{B}^0 \neq \overline{B}^0 \to B \,. \tag{1.31}$$

Puisque les transitions $B^0 \to \overline{B}^0$ ($\overline{B}^0 \to B^0$) sont décrites par les éléments de matrice $M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}$ ($M_{12}^* + \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*$), cette violation de CP s'exprime aussi par $|p/q| \neq 1$. Or l'équation 1.27 conduit à l'évaluation :

$$\left|\frac{q}{p}\right| = 1 - \mathcal{O}(10^{-3}) \,. \tag{1.32}$$

Expérimentalement, on a mesuré pour ce rapport $|q/p| = 0{,}998 \pm 0{,}006 \pm 0{,}007$ [12]. La violation de CP directe dans les oscillations $B^0/\overline{B}^0$ est donc un petit effet. La probabilité de la transition $B^0 \to \overline{B}^0$ est approximativement égale à celle de la transition $\overline{B}^0 \to B^0$. Dans la suite, l'approximation $|q/p| = 1$ est faite. Plus précisément, le quark t ayant la contribution dominante, on obtient :

$$\frac{q}{p} \;=\; e^{-2i\beta} \,. \tag{1.33}$$

1.3.2.2 La violation de CP directe dans les désintégrations

Il y a violation de CP directe si :

$$B \to \mathrm{f} \;\neq\; \overline{B} \to \overline{\mathrm{f}} \,. \tag{1.34}$$

Si on part des équations 1.20 et 1.21, on est conduit à la relation suivante :

$$|\overline{A}|^2 - |A|^2 \;=\; 2\sum_j \sum_{k\neq j} A_j A_k \sin(\Phi_j - \Phi_k)\sin(\delta_j - \delta_k) \,. \tag{1.35}$$

La relation $|\overline{A}|^2 \neq |A|^2$ nécessite donc l'existence d'au moins deux diagrammes différents avec deux phases fortes différentes, ainsi que deux phases faibles différentes [1].

1.3.2.3 La violation de CP dans les interférences entre les désintégrations et le mélange et généralisation

Les types de violation de CP décrits précédemment peuvent avoir lieu en même temps dans ce cas. Dans la suite, par souci de simplicité, le cas où f_{CP} est un état propre de CP est considéré : $CP|\mathrm{f}> = \eta_{CP}|\mathrm{f}>$ avec $\eta_{CP} = \pm 1$, où f_{CP} est un état final qui est accessible à la fois au méson B^0 et au méson $\overline{B}^0$. La violation de CP dans l'interférence se schématise sous la forme (figure 1.3) :

$$B^0 \to \mathrm{f}_{CP} \neq \overline{B}^0 \to \mathrm{f}_{CP} \,. \tag{1.36}$$

1. Ce phénomène est également observable pour le système des mésons B chargés B^+B^-.

Pour mettre en évidence ce type de violation de CP, la distribution en temps des événements est utilisée :

$$\Gamma(\,(\overline{B}^0/B^0)_{t=0} \to \mathrm{f}_{CP}) \propto e^{-\Gamma_B\ t}\left[1 \pm \frac{2\,\mathcal{I}m\,\lambda_{CP}}{1+|\lambda_{CP}|^2}\sin\left(\Delta m_d t\right)\right.$$
$$\left. \mp \frac{1-|\lambda_{CP}|^2}{1+|\lambda_{CP}|^2}\cos\left(\Delta m_d t\right)\right], \qquad (1.37)$$

où Δm_d est la fréquence d'oscillation $B^0\overline{B}^0$ et

$$\lambda_{CP} \;=\; \frac{q}{p}\frac{\overline{A}}{A}\,\eta_{CP}\;, \qquad (1.38)$$

où A $(\overline{A})$ est l'amplitude de désintégration du B^0 $(\overline{B}^0)$ dans l'état final f_{CP}. L'asymétrie dépendante du temps s'écrit :

$$\begin{aligned} A_{CP}(t) &\equiv \frac{\Gamma(\overline{B}^0(t)\to \mathrm{f}_{CP}) - \Gamma(B^0(t)\to \mathrm{f}_{CP})}{\Gamma(\overline{B}^0(t)\to \mathrm{f}_{CP}) + \Gamma(B^0(t)\to \mathrm{f}_{CP})} \\ &= S\,\sin(\Delta m_d t) - C\,\cos(\Delta m_d t)\;. \end{aligned} \qquad (1.39)$$

S et C sont les paramètres que l'on cherche à mesurer :

$$S = \frac{2\,\mathcal{I}m\,\lambda_{CP}}{1+|\lambda_{CP}|^2} \quad \text{et} \quad C = \frac{1-|\lambda_{CP}|^2}{1+|\lambda_{CP}|^2} = \frac{|A|^2-|\overline{A}|^2}{|A|^2+|\overline{A}|^2}\;. \qquad (1.40)$$

- Si $S \neq 0$, il y a violation de CP dans l'interférence mélange/désintégration.
- Si $C \neq 0$, il y a violation de CP directe.

Indépendamment de toute hypothèse, que l'on se place dans le cadre du Modèle Standard ou non, S et C satisfont l'inégalité $S^2 + C^2 \leq 1$.

1.4 L'état actuel des connaissances

L'ensemble des mesures et des paramètres théoriques dont on dispose actuellement pour contraindre les coordonnées $(\bar{\rho},\bar{\eta})$ du sommet du triangle d'unitarité est donné table 1.1 [13]. On peut distinguer parmi les contributions :

- dans le domaine des kaons K, le paramètre de violation de CP indirecte ε_K. Bien qu'il soit mesuré avec une grande précision, son poids est modeste dans l'ajustement global car sa prédiction théorique associée est affectée d'incertitudes systématiques importantes,
- $|V_{ub}/V_{cb}|$ qui fixe le rayon $\sqrt{\bar{\rho}^2+\bar{\eta}^2}$,
- la fréquence Δm_d des oscillations des B^0 et la limite sur le paramètre Δm_s des oscillations B^0_s $(\bar{b}s)$,
- sin2β qui est brièvement présenté dans la section suivante.

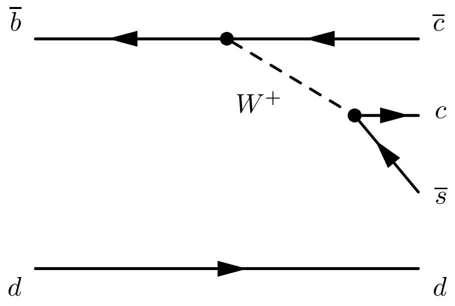


FIG. 1.5 – *Diagramme en arbre dominant dans la désintégration $B^0 \to J/\psi K^0_S$.*

1.4.1 L'angle $\sin 2\beta$

L'angle β est déjà mesuré précisément par *BABAR* [14] et Belle [15]. Fondée sur les désintégrations $b \to c\overline{c}s$, la mesure exploite la violation de CP dans l'interférence mélange/désintégration. Le canal de désintégration qui contribue le plus à la mesure de $\sin 2\beta$ est $B^0 \to J/\psi K^0_S$, dont le diagramme dominant est illustré figure 1.5. Il existe aussi une faible contribution en boucle à cette désintégration, mais la phase est la même (à π près) que celle du diagramme en arbre. On a dans ce cas

$$S = \sin 2\beta \quad \text{et} \quad C = 0 \ , \tag{1.41}$$

où on a pris en compte les éléments de matrice de la transition $b \to c\overline{c}s$, du mélange $B^0\overline{B}^0$ et du mélange $K^0\overline{K}^0$ et la valeur $\eta_{J/\psi K^0_S} = -1$. En effet :

$$\begin{aligned} \lambda_{CP} &= \eta_{CP} \left(\frac{q}{p}\right)_B \frac{\overline{A}}{A} \left(\frac{q}{p}\right)_K \\ &= -\left(\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}}\right)\left(\frac{V_{cb}V_{cs}^*}{V_{cb}^*V_{cs}}\right)\left(\frac{V_{cs}V_{cd}^*}{V_{cs}^*V_{cd}}\right) \\ &= -\,e^{-2i\beta} \ . \end{aligned} \tag{1.42}$$

Les autres canaux qui permettent de mesurer $\sin 2\beta$ et qui sont étudiés par *BABAR* [14] et Belle [15] sont [2] : $\psi(2S)K^0_S$, $\chi_{c1}K^0_S$, $\eta_c K^0_S$, $J/\psi K^{*0}(K^{*0} \to K^0_S\pi^0)$, $J/\psi K^0_L$. La dernière mesure de *BABAR* est [14] :

$$\sin 2\beta = 0{,}741 \pm 0{,}067 \pm 0{,}034 \ . \tag{1.43}$$

La moyenne mondiale actuelle est :

$$\sin 2\beta = 0{,}735 \pm 0{,}055 \ . \tag{1.44}$$

Elle est utilisée afin de contraindre les paramètres $\overline{\rho}$ et $\overline{\eta}$.

2. Les expériences ALEPH [16], OPAL [17] et CDF [18] ont considéré uniquement le canal $B^0 \to J/\psi K^0_S$. Elles ne sont pas compétitives avec les usines à B.

1.4.2 Les contraintes globales dans le plan $(\bar{\rho},\bar{\eta})$

La figure 1.6 montre le résultat de l'ajustement global qui prend en compte toutes les contraintes mentionnées dans la table 1.1. Elle a été réalisée avec le programme *CKMfitter* [19] fondé sur une approche fréquentiste dans le traitement des erreurs. Le résultat qui apparaît sur cette figure comme un petit domaine situé autour des valeurs $\overline{\rho} \simeq 0{,}20$ et $\overline{\eta} \simeq 0{,}38$, est appelé communément *ajustement CKM standard*. Cette formule est reprise de nombreuses fois dans le chapitre 7 où sont étudiées les contraintes obtenues avec le canal $B^0 \to \pi^+\pi^-$, qui fait l'objet de cette thèse. Les résultats numériques sont donnés table 1.2.

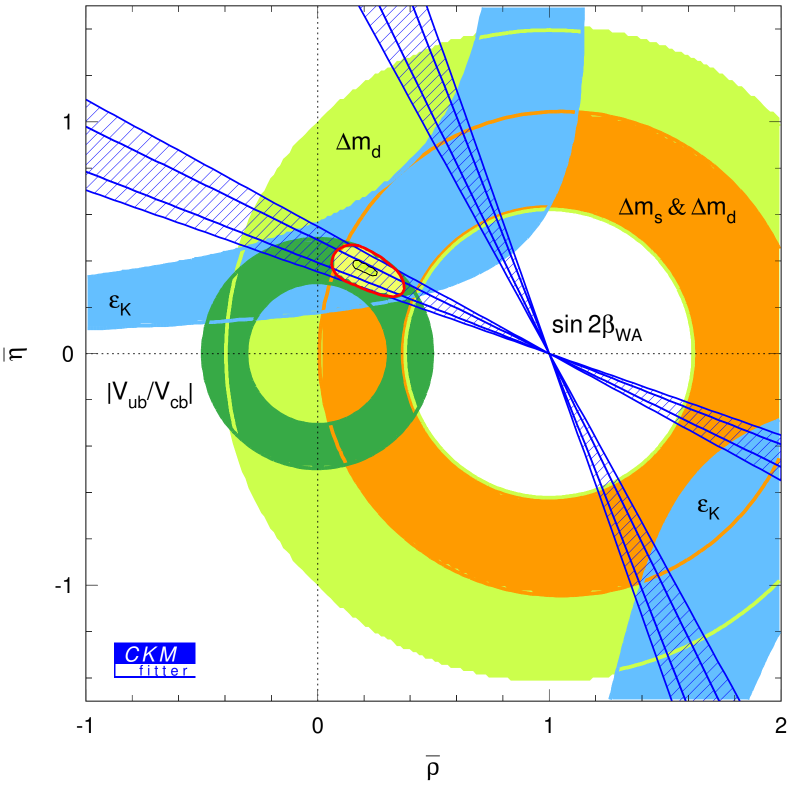


FIG. 1.6 – *Domaine permis à plus de 5% de niveau de confiance dans le plan $(\bar{\rho},\bar{\eta})$. L'ajustement CKM global conduit à la forme elliptique centrale. La petite ellipse qui figure à l'intérieur indique le domaine où le niveau de confiance atteint sa valeur plateau (100%). Les contraintes individuelles qui proviennent de ε_K, $|V_{ub}/V_{cb}|$, Δm_d, $\Delta m_s/\Delta m_d$ et $\sin 2\beta$, sont indiquées également. La seule contrainte qui ne soit pas affectée d'erreurs systématiques théoriques notables est celle de $\sin 2\beta$.*

Paramètres	Valeurs ± Erreur(s)	Source
$\vert V_{ud}\vert$	$0{,}97394 \pm 0{,}00089$	neutron et désintégration nucléaire β
$\vert V_{us}\vert$	$0{,}2200 \pm 0{,}0025$	$K \to \pi\ell\nu$
$\vert V_{ub}\vert$	$(4{,}08 \pm 0{,}61 \pm 0{,}47) \times 10^{-3}$	LEP (inclusive)
$\vert V_{ub}\vert$	$(4{,}08 \pm 0{,}56 \pm 0{,}40) \times 10^{-3}$	CLEO (inclusive & moments $b \to s\gamma$)
$\vert V_{ub}\vert$	$(3{,}25 \pm 0{,}29 \pm 0{,}55) \times 10^{-3}$	CLEO (exclusive)
$\vert V_{cd}\vert$	$0{,}224 \pm 0{,}014$	production di-muon : νN (DIS)
$\vert V_{cs}\vert$	$0{,}969 \pm 0{,}058$	$W \to X_c X$ (OPAL)
$\vert V_{cb}\vert$	$(40{,}4 \pm 1{,}3 \pm 0{,}9) \times 10^{-3}$	excl./incl. & CLEO analyses des moments
$\vert\epsilon_K\vert$	$(2{,}271 \pm 0{,}017) \times 10^{-3}$	PDG 2002
Δm_d	$(0{,}496 \pm 0{,}007)$ ps^{-1}	*BABAR*, Belle, CDF, LEP, SLD (2002)
Δm_s	spectre d'amplitude 2002	
sin2β	$0{,}734 \pm 0{,}055$	*BABAR*, Belle, CDF
m_c	$(1{,}3 \pm 0{,}1)$ GeV	PDG 2000
$m_t(\overline{\mathrm{MS}})$	$(166{,}0 \pm 5{,}0)$ GeV	CDF, DØ (PDG 2000)
m_K	$(493{,}677 \pm 0{,}016)$ MeV	PDG 2002
Δm_K	$(3{,}4885 \pm 0{,}0008) \times 10^{-15}$ GeV	PDG 2002
m_B	$(5{,}2794 \pm 0{,}0005)$ GeV	PDG 2002
m_{B_s}	$(5{,}3696 \pm 0{,}0024)$ GeV	PDG 2002
m_W	$(80{,}423 \pm 0{,}039)$ GeV	PDG 2000
G_F	$(1{,}16639 \pm 0{,}00001) \times 10^{-5}$ GeV^{-2}	PDG 2002
f_K	$(159{,}8 \pm 1{,}5)$ MeV	PDG 2002
B_K	$0{,}86 \pm 0{,}06 \pm 0{,}14$	CERN CKM workshop 2002
η_{cc}	$1{,}46 \pm 0{,}41$	Herrlich & Nierste; CERN CKM workshop 2002
η_{ct}	$0{,}47 \pm 0{,}04$	Herrlich & Nierste; CERN CKM workshop 2002
η_{tt}	$0{,}573 \pm 0{,}007$	Buras, Jamin, Weisz; CERN CKM workshop 2002
$\eta_B(\overline{\mathrm{MS}})$	$0{,}55 \pm 0{,}01$	Buras *et al.*
$f_{B_d}\sqrt{B}$	$(230 \pm 28 \pm 28)$ MeV	Lattice 2000
ξ	$1{,}16 \pm 0{,}03 \pm 0{,}05$	Lattice 2000

TAB. 1.1 – *Valeurs expérimentales et théoriques des paramètres qui entrent dans l'ajustement CKM global [13]. Si deux erreurs sont données, la première regroupe les erreurs statistiques et systématiques, la seconde représente les incertitudes d'origine théorique. Les paramètres théoriques avec une erreur significative sont laissés libres de varier dans l'ajustement dans l'intervalle permis par les erreurs (leur contribution au χ^2 global est ignorée délibérément). Dans la partie supérieure du tableau sont indiquées les mesures expérimentales des éléments de la matrice CKM. La partie située en-dessous indique les observables de mélange et qui violent CP. La troisième partie indique les paramètres de prédictions du Modèle Standard obtenus expérimentalement et enfin, la partie inférieure fournit les prédictions sur des paramètres annexes de QCD obtenus par le calcul.*

Paramètres	$\geq$ 32% CL	demi-largeur	$\geq$ 5% CL	demi-largeur
A	0,772 - 0,869	0,049	0,743 - 0,900	0,079
$\overline{\rho}$	0,125 - 0,306	0,091	0,082 - 0,343	0,130
$\overline{\eta}$	0,287 - 0,402	0,057	0,252 - 0,431	0,090
sin2α	$-$0,743 - $-$0,094	0,324	$-$0,892 - 0,397	0,644
sin2β	0,681 - 0,784	0,051	0,632 - 0,817	0,092
$\gamma = \delta$	44^o - 72^o	14^o	38^o - 80^o	20^o

TAB. 1.2 – *Résultats [20] de l'ajustement incluant la moyenne mondiale de la valeur de* sin2β. *Les domaines permis avec un niveau de confiance de plus de* 32% *et de plus de* 5% *respectivement, sont indiqués, ainsi que la demi-largeur qui correspond à ces intervalles.*

Chapitre 2

L'angle α à travers $B^0 \to \pi^+\pi^-$

La mesure de l'angle α peut être réalisée grâce à la désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$. Si ce canal s'exprimait avec un diagramme en arbre seul, la mesure se ferait de la même façon que la mesure de l'angle β, c'est-à-dire relativement simplement. Or la situation est plus complexe en raison de la présence d'un diagramme en boucle dont l'amplitude est non négligeable. Dans ce chapitre sont détaillés les processus qui entrent en jeu dans cette désintégration, ainsi que les cadres théoriques choisis pour l'interprétation des résultats expérimentaux.

2.1 Diagrammes et amplitudes

Les deux diagrammes principaux de la désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$ sont représentés figure 2.1. Il s'agit du diagramme en arbre et du diagramme en boucle dit pingouin. Il existe également un diagramme d'échange (figure 2.2) dont la phase faible est la même que celle du diagramme en arbre, égale à l'angle γ. La somme des amplitudes des diagrammes en arbre et d'échange est ainsi paramétrée par $R_u e^{i\gamma} T_u$ où

$$R_u \equiv |V_{ud}V_{ub}^*| \;\simeq\; A\lambda^3\sqrt{\overline{\rho}^2+\overline{\eta}^2} \tag{2.1}$$

est l'un des côtés du triangle d'unitarité (figure 2.3) et $T_u = |T_u|e^{i\delta_{T_u}}$ inclut la phase forte. En raison des trois quarks u,c,t qui peuvent intervenir dans la boucle avec le boson W, trois amplitudes avec des phases faibles distinctes entrent en jeu dans le diagramme pingouin, $R_u e^{i\gamma} P_u - R_c P_c + R_t e^{-i\beta} P_t$ où :

$$R_c \equiv |V_{cd}V_{cb}^*| \;\simeq\; A\lambda^3 \;, \tag{2.2}$$

$$R_t \equiv |V_{td}V_{tb}^*| \;\simeq\; A\lambda^3\sqrt{(1-\overline{\rho})^2+\overline{\eta}^2} \;, \tag{2.3}$$

sont les deux autres côtés du triangle d'unitarité (figure 2.3) et où le signe de la contribution du terme $R_c P_c$ reflète la valeur négative de V_{cd}. On a de même $P_k = |P_k|e^{i\delta_{P_k}}$. L'amplitude de la désintégration $A^{+-} = A(B^0 \to \pi^+\pi^-)$ comporte ainsi un terme qui vient du diagramme en arbre et trois qui viennent du diagramme pingouin :

$$A^{+-} \;=\; A(B^0 \to \pi^+\pi^-) = R_u e^{i\gamma} T_u + R_u e^{i\gamma} P_u - R_c P_c + R_t e^{-i\beta} P_t \;. \tag{2.4}$$

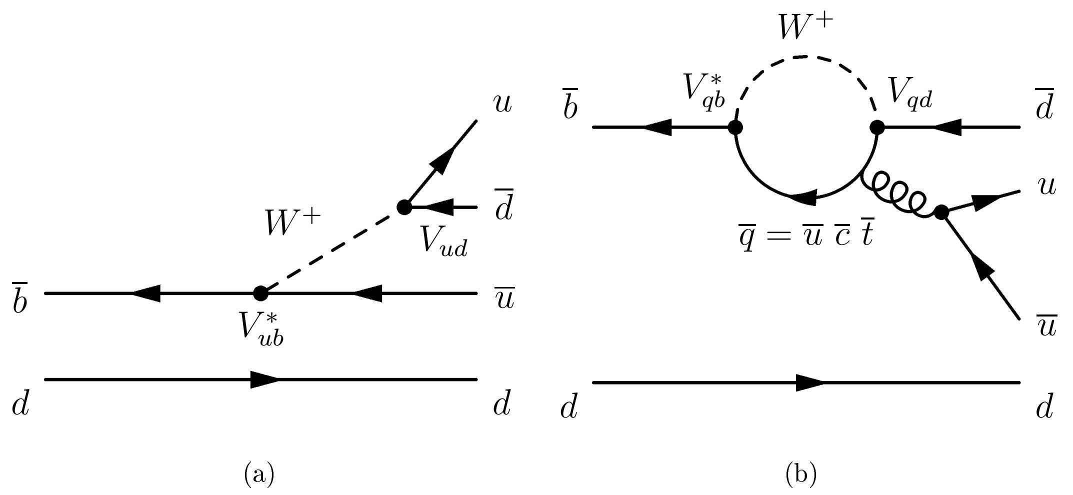


FIG. 2.1 – *Diagrammes de Feynman dit en arbre (a) et pingouin (b) pour la désintégration du* B^0 *en* $\pi^+\pi^-$. *La paire* $u\overline{u}$ *du diagramme pingouin est indiquée comme provenant d'un gluon attaché au quark de la boucle. Il s'agit d'une représentation symbolique qui ne doit pas être prise au pied de la lettre (une approche perturbative des corrections QCD est vouée à l'échec). Ce qui est en revanche important ici, est que, comme la paire* $u\overline{u}$ *est produite par interaction forte, elle est dans un état d'isospin nul.*

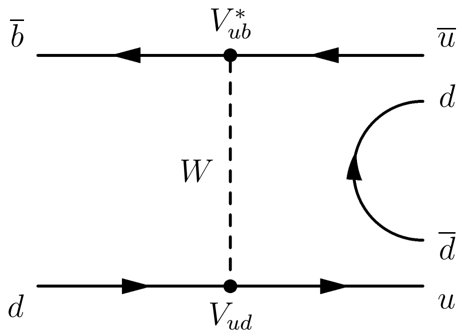


FIG. 2.2 – *Diagramme d'échange pour la désintégration du* B^0 *en* $\pi^+\pi^-$. *Les éléments* V_{CKM} *qui interviennent sont les mêmes que ceux du diagramme en arbre. On peut donc formellement absorber les diagrammes d'échange dans les diagrammes en arbre. La paire* $d\overline{d}$ *provient de l'interaction forte. Elle pourrait être représentée symboliquement, de même que la paire* $u\overline{u}$ *de la figure 2.1, comme provenant d'un gluon émis par l'un des quarks.*

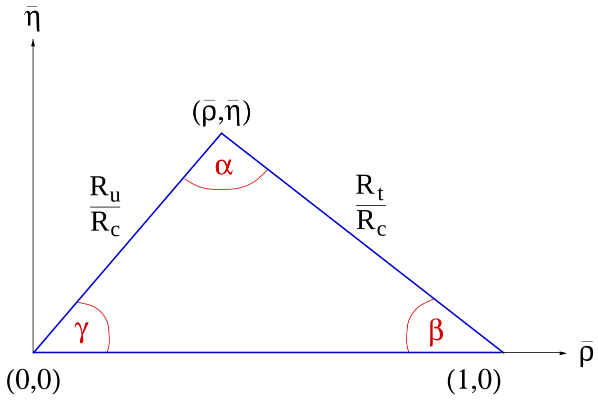


FIG. 2.3 – *Le triangle d'unitarité dans la paramétrisation de Wolfenstein.*

La relation d'unitarité 1.16 s'écrit en termes de R_u, R_c et R_t :

$$R_u e^{i\gamma} + R_c e^{i\pi} + R_t e^{-i\beta} = 0 \ , \tag{2.5}$$

où on a utilisé le fait que, dans la paramétrisation de Wolfenstein, les équations 1.17 conduisent à $V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$ et $V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$. Afin d'éliminer le coefficient d'un diagramme pingouin, on peut insérer l'équation 2.5 dans l'équation 2.4 et obtenir trois nouvelles écritures équivalentes notées $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{T}$:

$$A^{+-} = \begin{cases} R_u e^{i\gamma} T_u + R_c(P_u - P_c) + R_t e^{-i\beta}(P_t - P_u) & (\mathfrak{U}) \\ R_u e^{i\gamma}(T_u + P_u - P_c) + R_t e^{-i\beta}(P_t - P_c) & (\mathfrak{C}) \\ R_u e^{i\gamma}(T_u + P_u - P_t) + R_c(P_t - P_c) & (\mathfrak{T}) \end{cases} \tag{2.6}$$

où les coefficients R_u, R_c et R_t des pingouins u ($\mathfrak{U}$), c ($\mathfrak{C}$) et t ($\mathfrak{T}$) ont été éliminés respectivement. La réécriture $\mathfrak{U}$ est rarement exploitée car elle maintient la présence de trois phases faibles distinctes, dont l'une est nulle. La convention $\mathfrak{T}$ présente l'avantage de n'avoir qu'une seule phase faible non nulle et est fréquemment rencontrée dans la littérature. Dans la suite, c'est la convention $\mathfrak{C}$ qui est adoptée car la phase du deuxième terme est compensée par la phase β présente dans le rapport q/p. Le choix du pingouin éliminé n'affecte pas les observables physiques. Les amplitudes s'écrivent alors :

$$A^{+-} \equiv A(B^0 \to \pi^+\pi^-) = R_u e^{i\gamma} T^{+-} + R_t e^{-i\beta} P^{+-} \ , \tag{2.7}$$
$$\overline{A}^{+-} \equiv A(\overline{B}^0 \to \pi^+\pi^-) = R_u e^{-i\gamma} T^{+-} + R_t e^{i\beta} P^{+-} \ , \tag{2.8}$$

où on a redéfini les contributions des arbres et des pingouins par

$$\begin{aligned} T^{+-} &= |T^{+-}|e^{i\delta_{T^{+-}}}, \qquad T^{+-} \equiv T_u + P_u - P_c \\ P^{+-} &= |P^{+-}|e^{i\delta_{P^{+-}}}, \qquad P^{+-} \equiv P_t - P_c \ . \end{aligned} \tag{2.9}$$

L'amplitude conjuguée $\overline{A}^{+-}$ est obtenue par transformation CP qui, étant conservée par l'interaction forte, ne change que le signe des phases faibles.

L'asymétrie CP dépendant du temps du système $B^0\overline{B}^0$ s'écrit (équation 1.39)

$$\begin{aligned} A_{\pi\pi}(t) &\equiv \frac{\Gamma(\overline{B}^0(t) \to \pi^+\pi^-) - \Gamma(B^0(t) \to \pi^+\pi^-)}{\Gamma(\overline{B}^0(t) \to \pi^+\pi^-) + \Gamma(B^0(t) \to \pi^+\pi^-)} \\ &= S_{\pi\pi}\sin(\Delta m_d t) - C_{\pi\pi}\cos(\Delta m_d t) \ . \end{aligned} \tag{2.10}$$

Les coefficients des termes en sinus et en cosinus sont donnés par (équation 1.40)

$$S_{\pi\pi} = \frac{2\,\mathcal{I}m\,\lambda_{\pi\pi}}{1+|\lambda_{\pi\pi}|^2} \quad \text{et} \quad C_{\pi\pi} = \frac{1-|\lambda_{\pi\pi}|^2}{1+|\lambda_{\pi\pi}|^2} \ . \tag{2.11}$$

Le paramètre CP $\lambda_{\pi\pi}$ s'écrit (équation 1.38)

$$\lambda_{\pi\pi} = e^{-2i\beta}\frac{\overline{A}^{+-}}{A^{+-}}\eta_{\pi\pi} \ . \tag{2.12}$$

Le terme $e^{-2i\beta}$ est dû au mélange $B^0\overline{B}^0$. L'état $\pi^+\pi^-$ est un état propre de CP avec la valeur propre $\eta_{\pi\pi} = +1$.

En l'absence de pingouins et en utilisant la relation $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, l'équation 2.12 se réduit à $\lambda_{\pi\pi} = e^{2i\alpha}$ et conduit à :

$$S_{\pi\pi}[P=0] = \sin 2\alpha \quad \text{et} \quad C_{\pi\pi}[P=0] = 0 \ , \tag{2.13}$$

ce qui correspondrait à un cas similaire à celui de sin2β (équation 1.41). Cependant, la contribution des pingouins existe et la phase de $\lambda_{\pi\pi}$ est modifiée par la phase forte relative $\delta_{\pi\pi} \equiv \arg(P^{+-}T^{+-*})$ entre les amplitudes du diagramme pingouin et du diagramme en arbre. De plus, si $\delta_{\pi\pi}$ est non nulle, le paramètre $C_{\pi\pi}$ est non nul et mesure ainsi la violation de CP directe.

Si on définit $\alpha_{\rm eff}$, l'angle effectif, c'est-à-dire celui que l'on mesure et qui comprend le décalage de phase dû à la présence du pingouin et $r^{+-} \equiv (R_t/R_u)|P^{+-}/T^{+-}|$, on a :

$$\lambda_{\pi\pi} = e^{2i\alpha}\frac{1 - r^{+-}e^{-i(\alpha-\delta_{\pi\pi})}}{1 - r^{+-}e^{+i(\alpha+\delta_{\pi\pi})}} \equiv |\lambda_{\pi\pi}|e^{2i\alpha_{\rm eff}} \ . \tag{2.14}$$

En utilisant $|\lambda_{\pi\pi}| = \sqrt{1-C_{\pi\pi}}/\sqrt{1+C_{\pi\pi}}$ (équation 2.11), le paramètre $S_{\pi\pi}$ devient :

$$S_{\pi\pi} = \sqrt{1-C_{\pi\pi}^2}\sin 2\alpha_{\rm eff} \ . \tag{2.15}$$

L'angle effectif $\alpha_{\rm eff}$ mulitiplié par deux correspond à la phase relative entre les amplitudes $\widetilde{A}^{+-} \equiv e^{-2i\beta}\overline{A}^{+-}$ et A^{+-}. Une valeur non nulle de $\alpha_{\rm eff}$ indique la présence de la violation de CP. Une telle observation, si elle présente un intérêt qualitatif certain, ne permet pas de contraindre les paramètres du Modèle Standard. Pour cela, il est impérativement nécessaire de corriger les effets des pingouins pour remonter à la valeur de α. Un tel objectif est encore plus ambitieux que la mesure déjà difficile de $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$. Il est montré chapitre 6 que les mesures de ces deux paramètres sont maintenant bien maîtrisées. En revanche, la traduction de $\alpha_{\rm eff}$ en α n'en est encore qu'à ses débuts.

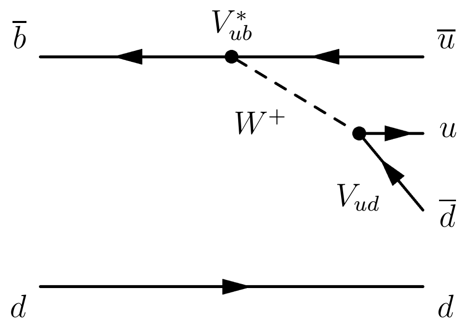


FIG. 2.4 – *Diagramme en arbre supprimé de couleur mis en jeu dans la désintégration $B^0 \to \pi^0\pi^0$. Le terme "supprimé de couleur" se réfère au fait que la paire $u\overline{d}$ issue du W^+ est dans un état neutre (singlet) de couleur. Il en va de même pour l'autre paire $\overline{u}d$. Ces deux paires neutres de couleur doivent cependant interagir pour redistribuer les quarks et former deux autres états neutres de couleur (les deux pions). Pour cette raison, on s'attend à une suppression significative de cette amplitude par un facteur de l'ordre de $N_c^{-1} \sim 0{,}3$. Le rapport d'embranchement est de ce fait attendu supprimé par un ordre de grandeur.*

2.2 Différents cadres théoriques

Afin d'exploiter au mieux les mesures expérimentales, il est nécessaire de faire des hypothèses théoriques. Quatre cadres théoriques sont utilisés ici. Ils sont décrits dans les sections suivantes selon un ordre de complexité croissante. L'interprétation, dans ces différents cadres théoriques, des résultats expérimentaux qui sont au cœur de cette thèse, fait l'objet du chapitre 7.

2.2.1 L'analyse en isospin

2.2.1.1 Principe

On a vu que la présence de diagrammes pingouins complique notablement l'interprétation des résultats expérimentaux en terme de paramètres fondamentaux de la violation de CP. L'ignorance de la valeur du rapport r^{+-} et de celle de la phase $\delta_{\pi\pi}$ en est la cause. Une méthode d'extraction de l'angle α repose sur les mesures des asymétries CP, des rapports d'embranchement $\mathcal{B}(B \to \pi\pi)$ et sur les relations d'isospin [21].

De façon analogue au traitement de l'amplitude A^{+-} (équations 2.7 et 2.8), on peut écrire :

$$A^{+0} \equiv A(B^+ \to \pi^+\pi^0) = R_u e^{i\gamma}(T^{+0} + T_C^{+0}) + R_t e^{-i\beta} P_{\mathrm{EW}}^{+0} , \qquad (2.16)$$

$$A^{00} \equiv A(B^0 \to \pi^0\pi^0) = R_u e^{i\gamma} T_C^{00} + R_t e^{-i\beta} P^{00} , \qquad (2.17)$$

où T^{+0} est l'amplitude de l'arbre et T_C celles des arbres supprimés de couleur. La figure 2.4 illustre un tel diagramme pour $B^0 \to \pi^0\pi^0$. La notation P_{EW}^{+0} se réfère au pingouin électrofaible de la désintégration $B^+ \to \pi^+\pi^0$. Des pingouins électrofaibles contribuent également dans les autres désintégrations en deux pions. Cependant,

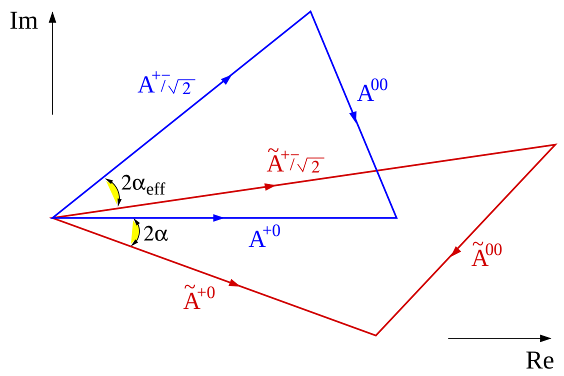


FIG. 2.5 – *Les relations d'isospin 2.34 pour les arbres et 2.35 et 2.36 pour les pingouins sont illustrées dans le plan complexe. Le premier triangle a pour côtés A^{+-}, A^{+0} et A^{00}. C'est celui des désintégrations $B \to \pi\pi$. Le second triangle correspond aux désintégrations $\overline{B} \to \pi\pi$. Le seul angle accessible expérimentalement est l'angle α_{eff}. Sa connaissance permet de placer sur la même figure les deux triangles, à condition de prendre en compte le terme de phase $e^{-2i\beta}$ introduit par les oscillations $B^0/\overline{B}^0$. Pour les désintégrations $\overline{B} \to \pi\pi$, les amplitudes qui interviennent ici sont de ce fait $\widetilde{A}^{+-} \equiv e^{-2i\beta}\overline{A}^{+-}$, $\widetilde{A}^{+0} \equiv e^{-2i\beta}\overline{A}^{+0}$ et $\widetilde{A}^{00} \equiv e^{-2i\beta}\overline{A}^{00}$. Si les deux triangles peuvent être reconstruits, on est alors à même de déterminer l'angle α. En effet, les amplitudes A^{+0} et $\widetilde{A}^{+0}$ n'étant pas polluées par des diagrammes pingouins, l'angle entre les deux amplitudes est celui recherché. Cette construction fait abstraction des pingouins électrofaibles.*

dans la mesure où ils ont la même phase faible que les pingouins forts, ils peuvent être omis. La conservation de l'isospin par l'interaction forte permet d'établir une relation entre les amplitudes A^{+-}, A^{+0} et A^{00}. La démonstration est détaillée dans la section suivante : elle suppose négligeable la contribution des pingouins électrofaibles P^{+0}_{EW}.

Les relations d'isospin entre les trois amplitudes $\pi\pi$ dans le plan complexe sont illustrées figure 2.5. Deux triangles distincts apparaissent. Ils représentent les deux amplitudes conjuguées de CP pour lesquelles A^{+0} et A^{+-} ont effectué une rotation de 2γ et $2(\alpha - \alpha_{\text{eff}} + \gamma)$ respectivement. Si on tient compte de la déviation de la phase due au mélange $B^0\overline{B}^0$, la rotation relative des angles augmentent de 2α et $2\alpha_{\text{eff}}$ respectivement.

2.2.1.2 Les relations d'isospin

Le calcul des relations d'isospin est tout d'abord mené dans le cas général où le méson B se désintègre en deux isovecteurs notés p et q. Les cas particuliers des diagrammes pingouins, puis de la désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$, sont traités ensuite.

Le cas général

Les deux isovecteurs p et q font partie d'un isomultiplet dont l'ensemble des sept composantes accessibles par désintégration d'un méson B est le suivant :

$$\begin{cases} p^+q^- \\ p^-q^+ \\ p^+q^0 \\ p^0q^+ \\ p^-q^0 \\ p^0q^- \\ p^0q^0 \end{cases} \tag{2.18}$$

En mettant à part la désintégration initiale par interaction faible du quark b, on considère l'élément de matrice de la désintégration d'un B^0 :

$$< p,q|\mathcal{H}_f|u\overline{u}\overline{d},d > \tag{2.19}$$

et celui de la désintégration d'un B^+ :

$$< p,q|\mathcal{H}_f|u\overline{u}\overline{d},u > \quad , \tag{2.20}$$

où $\mathcal{H}_f$ représente l'Hamiltonien de l'interation forte. Les éléments de matrice des conjugués de CP $\overline{B}^0$ et B^- s'écrivent suivant le même modèle.

Un exemple de décomposition d'amplitude est donné en détail, les autres amplitudes se calculent de la même façon. On considère l'amplitude $\mathcal{A}^{+-}$ de la désintégration $B^0 \to p^+q^-$: elle est constituée d'un |ket>, qui représente les quatre quarks issus de la désintégration du B^0 et d'un <bra| qui correspond à l'état final :

$$\mathcal{A}^{+-} = \ < p^+,q^-|\mathcal{H}_f|u\overline{u}\overline{d},d > \quad . \tag{2.21}$$

L'équation 2.21 se réécrit en terme de nombre quantique d'isospin :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{+-} \quad = \quad & \underbrace{< 1,1|}_{(a)} \otimes \underbrace{< 1,-1|}_{(b)} \mathcal{H}_f \underbrace{|3/2,1/2 >}_{(c)} \otimes \underbrace{|1/2,-1/2 >}_{(d)} \\ & + \ < 1,1| \otimes < 1,-1|\mathcal{H}_f|1/2,1/2 > \otimes |1/2,-1/2 > \end{aligned} \tag{2.22}$$

où (a) est le terme $< I,I_3|$ relatif à l'isovecteur p^+, (b) à q^-, (c) est le terme $|I,I_3 >$ relatif au système $u\overline{u}\overline{d}$ et (d) au quark d. En utilisant les coefficients de Clebsch-Gordan, l'amplitude peut se réécrire en termes de transition d'isospin bien définis dans l'état initial comme dans l'état final :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{+-} \quad = \quad & \left(\frac{1}{\sqrt{6}} < 2,0| + \frac{1}{\sqrt{2}} < 1,0| + \frac{1}{\sqrt{3}} < 0,0|\right) \mathcal{H}_f \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|2,0 >_{3/2} + \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0 >_{3/2}\right) \\ & + \left(\frac{1}{\sqrt{6}} < 2,0| + \frac{1}{\sqrt{2}} < 1,0| + \frac{1}{\sqrt{3}} < 0,0|\right) \mathcal{H}_f \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|1,0 >_{1/2} + \frac{1}{\sqrt{2}}|0,0 >_{1/2}\right) \\ = \quad & \frac{1}{2\sqrt{3}} < 2,0|\mathcal{H}_f|2,0 >_{3/2} + \frac{1}{2} < 1,0|\mathcal{H}_f|1,0 >_{3/2} \\ & + \frac{1}{2} < 1,0|\mathcal{H}_f|1,0 >_{1/2} + \frac{1}{\sqrt{6}} < 0,0|\mathcal{H}_f|0,0 >_{1/2} \\ = \quad & \frac{1}{2\sqrt{3}} A_{3/2,2} + \frac{1}{2} A_{3/2,1} + \frac{1}{2} A_{1/2,1} + \frac{1}{\sqrt{6}} A_{1/2,0} \ , \end{aligned} \tag{2.23}$$

où le fait que $\mathcal{H}_f$ conserve l'isospin est utilisé dans la dernière étape.

Des calculs similaires pour les cinq amplitudes mènent à la décomposition :

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}^{+-} &= \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}A_{3/2,2} - \frac{1}{2}A_{3/2,1} + \frac{1}{2}A_{1/2,1} - \frac{1}{\sqrt{6}}A_{1/2,0} \ , & (2.24)\\
\mathcal{A}^{-+} &= \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}A_{3/2,2} + \frac{1}{2}A_{3/2,1} - \frac{1}{2}A_{1/2,1} - \frac{1}{\sqrt{6}}A_{1/2,0} \ , & (2.25)\\
\mathcal{A}^{+0} &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}A_{3/2,2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}A_{3/2,1} + \frac{1}{\sqrt{2}}A_{1/2,1} \ , & (2.26)\\
\mathcal{A}^{0+} &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}A_{3/2,2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}A_{3/2,1} - \frac{1}{\sqrt{2}}A_{1/2,1} \ , & (2.27)\\
\mathcal{A}^{00} &= \frac{1}{\sqrt{3}}A_{3/2,2} + \frac{1}{\sqrt{6}}A_{1/2,0} \ . & (2.28)
\end{aligned}$$

Dans la mesure où il existe cinq amplitudes de désintégration et seulement quatre amplitudes d'isospin, les cinq amplitudes peuvent être reliées entre elles par la relation pentagonale suivante :

$$\sqrt{2}(\mathcal{A}^{+0} + \mathcal{A}^{0+}) = 2\mathcal{A}^{00} + \mathcal{A}^{+-} + \mathcal{A}^{-+} \ . \tag{2.29}$$

Cette relation est correcte pour tout type d'amplitude : les arbres, les pingouins et les autres, dans la mesure où seule l'interaction forte intervient dans l'hadronisation des quarks. Ces résultats ne s'appliquent donc pas aux diagrammes qui mettent en jeu des créations de paires $q\overline{q}$ par un photon ou un Z^0. Les contributions de tels diagrammes, dits pingouins électrofaibles, peuvent être calculées et incorporées au raisonnement. Elles sont cependant négligées dans la suite pour la clarté de l'exposé.

Le cas particulier des diagrammes pingouins

Les paires $q\overline{q}$ produites par interaction forte le sont dans un état d'isospin nul. Dans l'état $|u\overline{u}\overline{d}|d/u>$ qui précède l'hadronisation, le système de trois quarks $u\overline{u}\overline{d}$ est alors nécessairement dans un état d'isospin $I = 1/2$. Les pingouins forts, par opposition aux pingouins électrofaibles, ne peuvent donc pas avoir de transition $\Delta I = 3/2$: $A_{3/2,1} = A_{3/2,2} = 0$. Il reste ainsi deux contributions seulement, $A_{1/2,0}$ et $A_{1/2,1}$, d'où il découle les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}^{+0} = -\mathcal{P}^{0+} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{P}^{+-} - \mathcal{P}^{-+}) \ , & (2.30)\\
\mathcal{P}^{00} &= -\frac{1}{2}(\mathcal{P}^{+-} + \mathcal{P}^{-+}) \ . & (2.31)
\end{aligned}$$

Le cas particulier de la désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$

La fonction d'onde de deux bosons identiques doit être symétrique. Dans le cas spécifique où $p = q = \pi$, seules les amplitudes dont le I est pair sont non nulles. Les amplitudes totales A^{+-} et A^{+0} se redéfinissent par :

$$A^{+-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{A}^{+-} + \mathcal{A}^{-+}) \ , \tag{2.32}$$

$$A^{+0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{A}^{+0} + \mathcal{A}^{0+}) \ . \tag{2.33}$$

L'équation (2.29) se réduit alors à une forme triangulaire simple :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}A^{+-} + A^{00} \ = \ A^{+0} \ . \tag{2.34}$$

Pour les diagrammes pingouins, les équations 2.30 et 2.31 deviennent :

$$P^{0+} \ = \ P^{+0} = 0 \ , \tag{2.35}$$

$$P^{00} \ = \ -\frac{1}{\sqrt{2}}P^{+-} \ . \tag{2.36}$$

On en déduit qu'il n'y a pas de contribution de pingouins forts dans la désintégration $B^+ \to \pi^+\pi^0$.

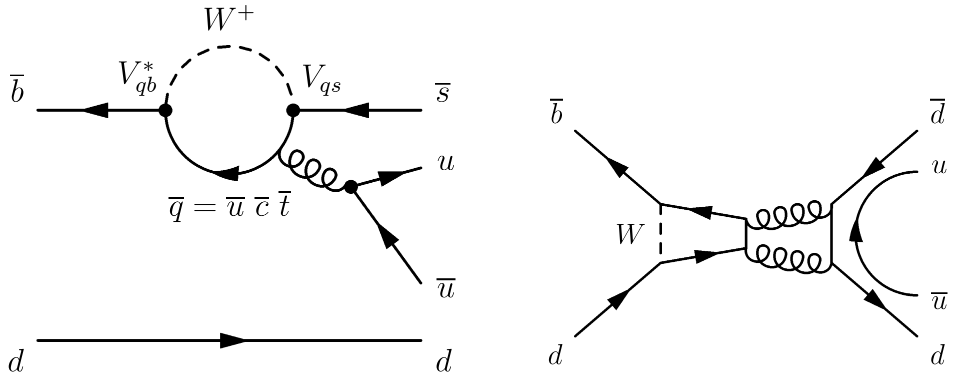
2.2.1.3 Exploitation des relations d'isospin

Le principe de la détermination de α à partir de la mesure de $\alpha_{\rm eff}$ est illustré figure 2.5. Elle repose sur

- l'analyse en temps du canal $B^0 \to \pi^+\pi^-$ menée dans cette thèse qui conduit aux mesures des rapports d'embranchement total $B^0/\overline{B}^0 \to \pi^+\pi^-$ et donc à la somme des amplitudes $|A^{+-}|^2 + |\overline{A}^{+-}|^2$. La différence des amplitudes $|A^{+-}|^2 - |\overline{A}^{+-}|^2$ s'établissent, elles, *via* $C_{\pi\pi}$ et $\sin 2\alpha_{\rm eff}$,
- la mesure du rapport d'embranchement total $B^0/\overline{B}^0 \to \pi^0\pi^0$, qui donne la somme $|A^{00}|^2 + |\overline{A}^{00}|^2$ et la différence des amplitudes en comptant les événements étiquetés B^0 ou $\overline{B}^0$. L'analyse en temps est ici impossible puisqu'on n'a expérimentalement pas accès au vertex de la désintégration $B^0 \to \pi^0\pi^0$. En revanche, $C_{\pi^0\pi^0}$ reste mesurable même après intégration en temps en utilisant l'étiquetage,
- la mesure des rapports d'embranchement des canaux $B^+ \to \pi^+\pi^0$ et $B^- \to \pi^-\pi^0$. Les deux valeurs sont attendues égales. Puisque seul un diagramme en arbre intervient dans la désintégration, il n'y a pas de violation de CP directe. On obtient ainsi $|A^{+0}|^2$.

Avec les mesures des amplitudes au carré, on est à même de reconstruire les deux triangles (un pour B^0 et un pour $\overline{B}^0$) de la relation triangulaire 2.34. Plus précisément, pour prendre en compte le terme de phase qui provient du mélange $B^0/\overline{B}^0$, on utilise $\widetilde{A} = e^{-2i\beta}\overline{A}$ à la place des amplitudes $\overline{B} \to \pi\pi$. La mesure de $\sin 2\alpha_{eff}$ permet alors de situer les deux triangles l'un par rapport à l'autre puisque $2\alpha_{\rm eff}$ est la phase relative entre les deux amplitudes A^{+-} et $\widetilde{A}^{+-} = e^{-2i\beta}A^{+-}$. Finalement, l'absence de pingouins dans la désintégration $B^\pm \to \pi^\pm\pi^0$ permet de remonter à la valeur de 2α qui est donnée par l'angle entre les deux amplitudes complexes A^{+0} et $\widetilde{A}^{+0}$. L'illustration graphique n'est là que pour aider le raisonnement. Dans la pratique, on construit un χ^2 global de toutes les mesures et on procède à un ajustement pour déterminer α. Cette analyse est compliquée par deux difficultés :

- les désintégrations $B^0/\overline{B}^0 \to \pi^0\pi^0$ sont très rares puisque les amplitudes sont supprimées de couleur (figure 2.4) et expérimentalement plus délicates à analyser,



(a) (b)

Fig. 2.6 – *Diagramme pingouin pour la désintégration $B^0 \to K^+\pi^-$ (a) et pour l'annihilation supprimé d'OZI (b).*

- comme la construction géométrique de la figure 2.5 permet de s'en rendre compte, une fois que les triangles sont construits, le positionnement de l'un par rapport à l'autre n'est pas libre d'ambiguïté. Le décompte conduit à l'existence de huit solutions miroir pour α.

2.2.2 La symétrie $SU(3)$

Dans le cadre de $SU(3)$, on considère l'amplitude de désintégration $B^0 \to K^+\pi^-$ (figure 2.6a) qui, dans la convention $\mathfrak{C}$, s'écrit :

$$A_{K\pi}^{+-} \equiv A(B^0 \to K^+\pi^-) = |V_{us}V_{ub}^*|e^{i\gamma}T_{K\pi}^{+-} + V_{ts}V_{tb}^*P_{K\pi}^{+-} \ . \tag{2.37}$$

Dans ce cadre et sous l'hypothèse que les diagrammes pingouins d'annihilation supprimés d'OZI sont négligeables[1] (figure 2.6b), les amplitudes des diagrammes pingouins dans $B^0 \to \pi^+\pi^-$ et $B^0 \to K^+\pi^-$ sont égales en module :

$$|P^{+-}| = |P_{K\pi}^{+-}| \ . \tag{2.38}$$

2.2.3 La symétrie brisée $SU(\not{3})$

Dans ce cadre, le module $|P^{+-}|$ est estimé avec des hypothèses théoriques plus fines que celles exposées dans la section précédente. L'amplitude du diagramme pingouin $|P^{+-}|$ est évaluée à partir du rapport d'embranchement du canal $B^+ \to K^0\pi^+$, qui ne fait intervenir qu'un diagramme pingouin et s'écrit dans la convention $\mathfrak{C}$:

$$\mathcal{B}(B^+ \to K^0\pi^+) = |V_{tb}^*V_{ts}|^2|P_{K\pi}^{0+}|^2 \ . \tag{2.39}$$

1. Ces diagrammes contribuent à $B^0 \to \pi^+\pi^-$ mais non à $B^0 \to K^+\pi^-$.

Dans le cadre de $SU(3)$, on peut écrire [22] :

$$|P^{+-}| \approx \frac{1}{\sqrt{r_\tau}} \frac{f_\pi}{f_K} \frac{1}{R_{\rm th}} |P^{0+}_{K\pi}| \ . \tag{2.40}$$

Le premier facteur du second membre est le rapport des durées de vie des mésons neutres et chargés $r_\tau = \tau_{B^+}/\tau_{B^0} = 1{,}086 \pm 0{,}016$ [7]. Le facteur suivant, rapport des constantes de désintégrations $f_\pi = 130{,}7 \pm 0{,}4$ MeV et $f_K = 159{,}8 \pm 1{,}4$ MeV rend compte de la brisure de $SU(3)$ telle que les calculs menés dans le cadre de la factorisation naïve peuvent la faire intervenir. Enfin, le facteur $R_{\rm th} = 0{,}98 \pm 0{,}05$ [23] rend compte de termes correctifs à la brisure de $SU(3)$. Son calcul est fondé sur l'approximation de la factorisation QCD.

L'amplitude de l'arbre $|T^{+-}|$ est simplement déduite de la mesure du rapport d'embranchement $\mathcal{B}^{+-}$, en utilisant l'estimation de $|P^{+-}|$ explicitée ci-dessus. Une telle approche ne permet pas de contraindre la phase $\delta_{\pi\pi}$.

2.2.4 La factorisation QCD

La description des désintégrations purement hadroniques des B est complexe en raison de l'échange de gluons entre tous les quarks. Une simplification repose sur la factorisation. Si on considère la désintégration $\overline{b} \to \overline{u}u\overline{d}$ (figure 2.1), la factorisation fait l'hypothèse que la paire $u\overline{d}$ n'échange pas de gluons mous avec les autres. Cette hypothèse s'appuie sur ce qui est appelé la "transparence de couleur" : la paire $u\overline{d}$ est très énergique et doit apparaître dans un état neutre de couleur puisqu'elle doit conduire à un hadron. On suppose donc qu'elle n'a pas d'interaction forte avec le reste du système. Formellement, la factorisation se traduit par [24] :

$$\begin{aligned} A(B^0 \to \pi^+\pi^-) &= C(\mu) < \pi\pi|O(\mu)|B > \\ &\simeq C(\mu) f_\pi < \pi|(\overline{q}b)_{V-A}|B > \ , \end{aligned} \tag{2.41}$$

où C est un coefficient de Wilson, O un opérateur local qui décrit l'interaction à quatre quarks et f_π la constante de désintégration du pion. Enfin, μ est une échelle de renormalisation. Un des problèmes de la factorisation est que l'amplitude $A(B^0 \to \pi^+\pi^-)$ dépende de l'échelle μ, ce qui est impossible pour une observable physique. C'est le signe qu'une approximation trop forte est faite : il manque des termes qui ont en particulier pour fonction de réduire (en principe d'éliminer) la dépendance en μ. Par ailleurs, l'hypothèse de transparence de couleur est difficile à justifier en général sur le fondement d'arguments précis. En particulier, l'argument semble ne pas s'appliquer aux diagrammes supprimés de couleurs où l'interaction forte doit au contraire être invoquée. Les diagrammes d'annihilation sont de plus négligés.

D'importants progrès ont été accomplis récemment dans ce domaine, à travers la factorisation dite QCD [23]. Ce cadre théorique démontre que la factorisation dite naïve est exacte dans la limite où la masse du quark b est très grande devant toutes les échelles d'énergies mises en jeu (formellement $m_b \to \infty$). Les termes non factorisables restent calculables dans la mesure où l'on peut encore séparer une partie non perturbative, d'interaction à longue distance avec des gluons mous, d'une partie perturbative, d'interaction à courte distance avec des gluons durs. Cette composante d'échange de gluons durs peut être calculée par une approche perturbative. Dans le cadre de la factorisation naïve, le fait que l'interaction forte soit non apparente implique que P^{+-} et T^{+-} sont réels et ainsi, que la phase $\delta_{\pi\pi}$ est nulle. La factorisation QCD est en fait une correction de la factorisation et prédit que la phase est non nulle, mais petite. Une implication immédiate de cette faible valeur est que les asymétries CP directes sont faibles. La factorisation QCD permet de prédire les rapports d'embranchement des désintégrations $B \to \pi K$, $\pi\pi$, ainsi que d'estimer la valeur du module et de la phase du rapport P/T.

Deuxième partie

Contexte expérimental

Chapitre 3

Le collisionneur PEP-II et le détecteur *BABAR*

Le détecteur *BABAR*, conçu et réalisé dans le but d'étudier la violation de CP dans le système des mésons B, est situé au SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*). Il enregistre les collisions e^+e^- produites à la résonance du $\Upsilon(4S)$ par la machine PEP-II qui est communément appelée “usine à B” en raison de son importante luminosité.

3.1 Le collisionneur PEP-II

Des collisions e^+e^- sont produites à la résonance du $\Upsilon(4S)$, un état lié $b\bar{b}$ de masse $m_{\Upsilon(4S)} = 10{,}5800 \pm 0{,}0035$ GeV/c^2 et de largeur $\Gamma_{\Upsilon(4S)} = 14 \pm 5$ MeV [7]. La paire $b\bar{b}$ se couple avec des paires quark/antiquark qui proviennent du vide et s'hadronisent pour former des paires de mésons $B\overline{B}$. Le diagramme de Feynman de ce processus est illustré figure 3.1. La masse des mésons B neutres étant très proche de $\frac{m_{\Upsilon(4S)}}{2}$, $m_{B^0} = 5{,}2794 \pm 0{,}0005$ GeV/c^2, ils sont produits quasiment au repos dans le référentiel du centre de masse du $\Upsilon(4S)$: $p_{B^0} \simeq 0{,}33$ GeV/c, soit un coefficient de Lorentz $\beta_B\gamma_B \simeq 0{,}06$. La durée de vie du B^0, $\tau_{B^0} \simeq 1{,}54\ 10^{-12}s$, conduit donc à un parcours moyen $\beta_B\gamma_B c\tau_B \simeq 30$ μm dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$. Comme on veut être à même de mesurer la distance et donc le temps, entre

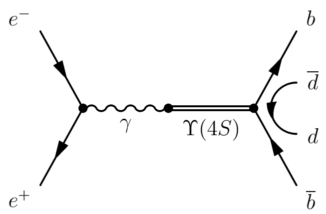


FIG. 3.1 – *Création de paires $B\overline{B}$ par collisions e^+e^- à la résonance du $\Upsilon(4S)$. Si la paire qui vient du vide est $d\bar{d}$, on obtient des mésons neutres $B^0\overline{B}^0$. Si cette paire est $u\bar{u}$, on obtient des mésons chargés B^+B^-. Les autres mésons, comme le B_s^0 avec $m_{B_s^0} \simeq 5{,}37$ GeV/c^2 ne peuvent être produits, car l'énergie disponible dans le centre de masse est insuffisante.*

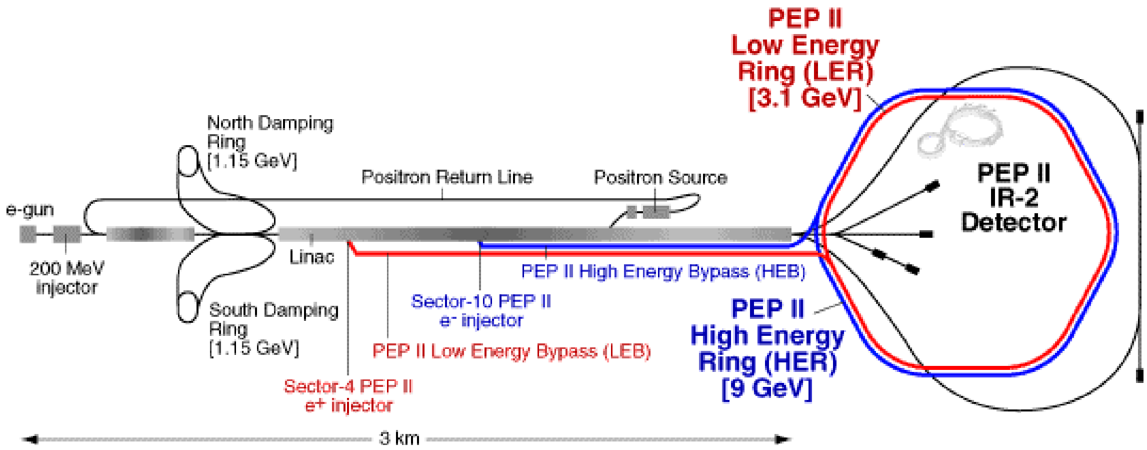


FIG. 3.2 – *Le collisionneur PEP-II et son système d'injection : tout à gauche de la figure, à l'extrémité de l'accélérateur linéaire (LINAC), est représenté le lieu de production des paquets d'électrons. Certains de ces paquets servent à produire les positrons en frappant une cible. Les positrons ainsi produits sont collectés et ramenés vers le début du LINAC pour être accélérés dans la première section. Les positrons, tout comme les électrons, sont stockés dans des anneaux de refroidissement (damping rings) afin que leur repartition dans l'espace de phase soit adaptée à l'accélérateur linéaire puis au collisionneur. Les deux faisceaux, d'électrons et de positrons, sont accélérés puis injectés dans leurs anneaux respectifs : le HER pour les électrons et le LER pour les positrons. Le point d'interaction se situe au milieu d'une section droite de PEP-II, en haut à droite sur le schéma.*

les désintégrations des deux B, il est nécessaire de mettre en mouvement cette paire de mésons afin d'amplifier le parcours moyen. Pour ce faire, le collisionneur PEP-II est asymétrique. L'énergie du faisceau des électrons est de 9 GeV et l'énergie de celui des positrons est de 3,1 GeV. Les particules produites sont ainsi projetées vers l'avant du détecteur avec un coefficient de Lorentz $\beta\gamma = 0{,}56$, soit un parcours moyen mesurable $\beta\gamma c\tau_B \simeq 250\ \mu$m. Cette particularité a influencé profondément la construction du collisionneur et du détecteur (section 3.2).

Une autre caractéristique de PEP-II est de délivrer une très grande luminosité, typiquement $3\ 10^{33} cm^{-2} s^{-1}$. Cette luminosité est nécessaire puisque la mesure de la violation de CP implique l'étude de canaux de désintégration dont les taux sont très faibles, par exemple de l'ordre de 10^{-6} pour $B^0 \to \pi^+\pi^-$ [25].

L'accélérateur linéaire LINAC, qui a donné son nom au site de SLAC, constitue le système d'injection de PEP-II. Il est représenté schématiquement figure 3.2. Les électrons sont produits par paquets à l'entrée du LINAC et une partie d'entre eux servent à produire les positrons en venant frapper une cible de tungstène. Les paquets d'électrons et de positrons sont alors "refroidis" à l'aide d'anneaux prévus à cet effet (*damping rings*), ce qui leur permet de réduire leur extension dans l'espace de phase pour les adapter à l'accélération dans le LINAC, puis aux anneaux du collisionneur. Ils sont ensuite accélérés le long du LINAC et entrent dans les anneaux de stockage de PEP-II avec l'énergie prévue.

Le collisionneur PEP-II, de circonférence 2,2 km, est constitué de deux anneaux

Paramètres	Valeur nominale	Valeur typique
Circonférence (m)	2199,318	
Type de particule HER/LER	e^-/e^+	e^-/e^+
Energie HER/LER (GeV)	9,0/3,1	9,0/3,1
Intensité HER/LER (A)	0,75/2,10	1,0/1,7
Nombre de paquets par faisceau	1658	553-829
Espacement entre paquets (ns)	4,2	6,3-10,5
σ_x (μm)	110	120
σ_y (μm)	3,3	5,6
σ_z (mm)	9	9
Angle de croisement (mrad)	0	$< 0{,}1$
Luminosité instantanée (10^{33} cm^{-2}s^{-1})	3	4,3
Luminosité intégrée (pb^{-1}/jour)	135	220

TAB. 3.1 – *Les principaux paramètres de PEP-II : les valeurs nominales et les valeurs typiques pour la prise de données en 2002 [26]. Les écarts types $\sigma_{x,y,z}$ dénotent la taille de la région d'interaction en x, y et z (section 3.2.1). Les performances n'ont fait que croître depuis le début de la prise de données en 1999. Au* 30 *juin 2002, le record de luminosité intégrée en 24 heures était de 303,4 pb^{-1}.*

indépendants, localisés l'un au-dessus de l'autre dans le tunnel de PEP (*Positron Electron Project*). L'anneau de haute énergie (HER pour *High Energy Ring*) est l'ancien anneau de stockage PEP dont on a remodelé les aimants. Un système de radio-fréquence capable de supporter un faisceau dont le courant est élevé a été rajouté. C'est dans le HER que circulent les électrons à une énergie de 9 GeV. Les positrons circulent dans l'anneau de basse énergie (LER pour *Low Energy Ring*). Ces deux anneaux ont des champs magnétiques de différentes intensités afin d'obtenir deux énergies différentes.

Les électrons et les positrons entrent en collision à l'unique point d'interaction, IR-2, où est situé le détecteur *BABAR*. Leur angle de croisement est nul. Une représentation de la zone d'interaction est donnée figure 3.3. Plusieurs centaines de paquets circulent dans chaque anneau. La distance entre paquets, voisine du mètre, est telle qu'afin d'éviter toute collision parasite, les deux faisceaux doivent être séparés rapidement après la collision. Pour ce faire, les dipôles de séparation B1 sont situés à 20 *cm* du point d'interaction. La position de ces aimants, à l'intérieur du détecteur *BABAR*, limite la distance minimale entre deux paquets. Par conséquent, l'intensité des faisceaux nécessaire pour atteindre de hautes luminosités, est assurée par les quadripôles Q1 à Q5. Les principaux paramètres de la machine PEP-II sont résumés dans la table 3.1.

L'énergie de chaque faisceau est déterminée par l'intensité des champs magnétiques et la fréquence des champs accélérateurs. Les énergies moyennes sont stables à 1 MeV près et contrôlées toutes les cinq secondes. Les écarts types des distributions en énergie des positrons du LER et des électrons du HER sont de 2,3 MeV et 5,5 MeV respectivement [27], ce qui conduit à une dispersion pour l'énergie dans le centre de masse de la collision de $\sigma_{\sqrt{s}} \simeq 5$ MeV.

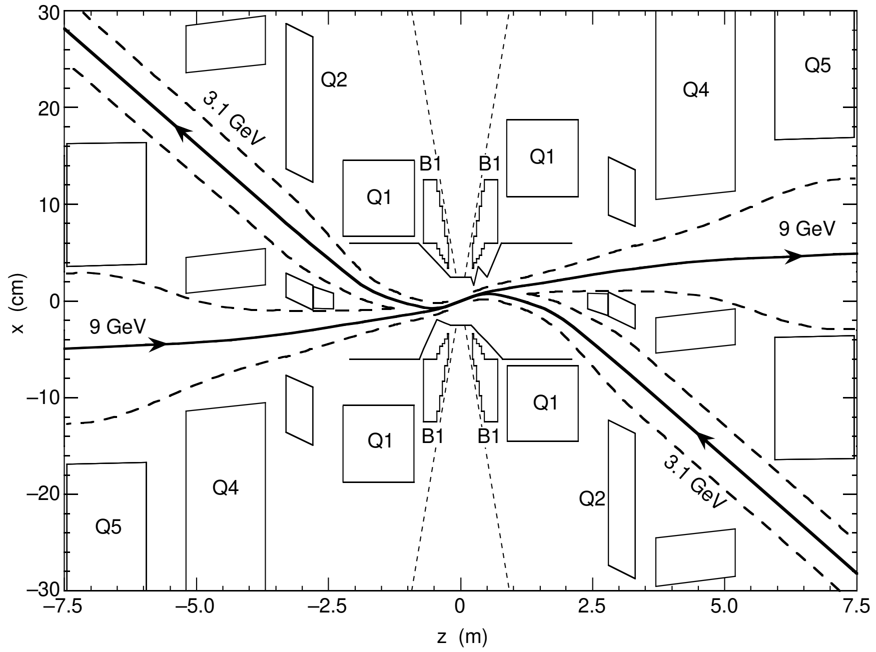


FIG. 3.3 – *Vue dans le plan horizontal de la région d'interaction de PEP-II. L'échelle en x est 25 fois supérieure à celle en z. Les électrons (HER) circulent de la gauche vers la droite et les positrons (LER) dans l'autre sens. Les lignes tiretées autour de l'orbite moyenne des faisceaux indiquent la zone que les particules ne doivent pas franchir. Au-delà, elles heurteraient des éléments de PEP-II. Ces lignes se situent à 10 σ_x du centre des faisceaux, où σ_x est l'écart type de la distribution gaussienne en x des particules dans les paquets. Les lignes tiretées selon x représentent les limites de l'acceptance du détecteur BABAR. Les paquets entrent en collision frontale (angle de croisement nul) et sont ensuite séparés par les dipôles B1 situés au cœur du détecteur. La focalisation des faisceaux est obtenue par les quadripôles Q1, également dans le détecteur, à Q5. La forme tourmentée du tube à vide, indiquée au centre de la figure, reflète la présence de masques conçus pour bloquer le rayonnement synchrotron intense.*

Les faisceaux de PEP-II sont refournis en particules typiquement toutes les 45 minutes. La phase d'injection dure environ 3 minutes. En cas de perte de faisceaux, le remplissage total dure de 10 à 15 minutes.

3.2 Le détecteur *BABAR*

Le détecteur *BABAR* a été conçu pour étudier la physique des mésons B et la violation de CP. La configuration asymétrique du collisionneur PEP-II et la haute luminosité requise apportent des contraintes sur la conception du détecteur :

- l'asymétrie des faisceaux entraîne une projection des produits de désintégration vers l'avant dans le référentiel du laboratoire. Afin d'avoir une acceptance uniforme et maximale dans le référentiel du centre de masse, le détecteur lui-même doit être asymétrique,
- la très haute luminosité instantanée recherchée ($3\ 10^{33}\ cm^{-2}s^{-1}$) impose que des composants de la machine, les dipôles B1 et les quadripôles Q1, soient très proches du point d'interaction, au cœur même du détecteur.

Par ailleurs, il est nécessaire d'avoir pour de nombreuses analyses menées dans *BABAR* et tout particulièrement pour l'analyse qui fait l'objet de cette thèse :

- une excellente résolution dans la mesure des vertex. Les mésons B se meuvent selon l'axe $\vec{z}$; la différence de leurs temps de désintégration est estimée à partir de la distance, projetée selon l'axe $\vec{z}$, qui sépare leurs points de désintégration respectif. Cela crée une contrainte sur la résolution suivant la coordonnée z des vertex de désintégration, idéalement $\sigma_z \ll 250\ \mu$m,
- une bonne reconstruction des traces pour des impulsions transverses p_T aussi basses que possibles (60 MeV/c est la limite inférieure) et 4 GeV/c, la limite cinématique,
- une bonne séparation entre les électrons, les muons, les pions, les kaons et les protons sur une large gamme cinématique. L'étiquetage de la saveur des mésons B est nécessaire dans de nombreuses analyses. Une grande efficacité et une grande pureté de l'étiquetage exige que les électrons, les muons et les kaons soient identifiés correctement, même à basse énergie. D'autre part, la séparation π/K à haute impulsion (2 à 4 GeV/c) est essentielle pour distinguer les canaux $B^0 \to \pi^+\pi^-$, $B^0 \to K^+\pi^-$ et $B^0 \to K^+K^-$ étudiés ici.

Par ailleurs, bien que ce ne soit pas le cas dans l'analyse concernée ici, il est essentiel d'avoir :

- une bonne efficacité de reconstruction et une excellente résolution en énergie des photons (et par eux des pions neutres π^0) dans la gamme d'énergie de 20 MeV à 4 GeV,
- une identification des hadrons neutres, notamment des K^0_L.

Une représentation schématique du détecteur *BABAR* est donnée figure 3.4. Il est de forme compacte, long de 8 mètres et haut de 6,5 mètres. Les traces des particules chargées sont mesurées par un détecteur de vertex multipistes, double face, en silicium (section 3.2.2) et par une chambre à dérive cylindrique (section 3.2.3). L'identification des particules est réalisée notamment grâce à un détecteur qui utilise l'effet Cherenkov (section 3.2.4). Les énergies des électrons et des photons sont mesurées par un calorimètre électromagnétique à cristaux (section 3.2.5) situé à l'intérieur d'un solenoïde supraconducteur (section 3.2.6). Autour, se trouve le retour de flux du champ magnétique instrumenté en fer. Il sert à assurer l'identification des muons et la détection des hadrons neutres (section 3.2.7).

3.2.1 Le système de coordonnées de *BABAR*

Le système de coordonnées de *BABAR* [28] est schématisé figure 3.5. Il s'agit d'un système orthonormé droit :

- l'origine est située au point d'interaction,
- l'axe z est parallèle au champ magnétique du solénoïde et pointe dans la direction du faisceau d'électrons du HER,
- l'axe y pointe vers le haut verticalement,
- l'axe x est horizontal et dirigé vers l'extérieur de l'anneau de PEP-II.

Le sens du faisceau d'électrons désigne l'avant du détecteur. L'axe commun des deux faisceaux est tel que les électrons forment un angle de 20 $mrad$ avec l'axe des z dans le plan yOz. L'angle θ est l'angle polaire par rapport à l'axe z, ϕ est l'angle azimutal par rapport à l'axe x.

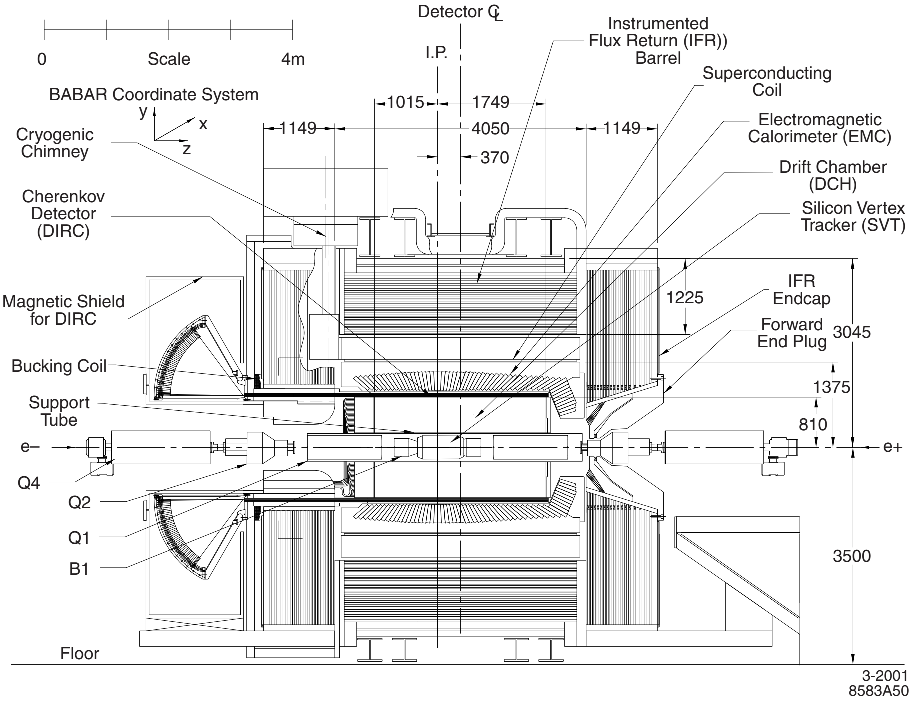
3.2.2 Le détecteur de vertex au silicium (SVT)

Il fournit une information précise sur le point d'origine des traces chargées et constitue le seul élement de reconstruction des traces pour les particules chargées de basse énergie, c'est-à-dire dont l'impulsion transverse est comprise entre 50 et 120 MeV/c.

Ce détecteur entoure le tube à vide. Les figures 3.6 et 3.7 en représentent les coupes longitudinale et transversale. Il est composé de cinq couches de plaquettes double face en silicium qui sont assemblées en 6, 6, 6, 16 et 18 modules respectivement. Les trois premières couches apportent une information sur la position du vertex. Elles sont droites et situées le plus près possible du tube à vide afin de minimiser l'impact des diffusions multiples : la première est à un rayon de 32 mm autour du faisceau, la deuxième de 40 mm et la troisième de 54 mm. Leur rôle principal est la mesure du paramètre d'impact en z (z_0) des traces. Elles donnent aussi une mesure précise du paramètre d'impact d_0 dans le plan transverse. Les deux couches extérieures sont elles en forme d'arche, à une distance de 124 et 140 mm du faisceau. Cela permet de minimiser la quantité de silicium nécessaire pour couvrir l'angle solide et pour réduire l'angle d'incidence des traces sur les plaquettes extérieures et minimiser l'effet de la diffusion multiple.

La figure 3.8 montre la résolution spatiale dans le SVT en z et en ϕ en fonction de l'angle d'incidence des traces pour les cinq couches du détecteur. Les résolutions, mesurées en comparant la position mesurée d'un coup sur une couche et celle de l'impact sur cette couche de la trace ajustée pour des événements $e^+e^- \to e^+e^-$ et $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$, sont en très bon accord avec les résolutions attendues d'après la simulation. D'autres performances du SVT sont présentées figure 3.11, en même temps que celles de la chambre à dérive.

Coupe longitudinale :



Coupe transversale, vue depuis l'arrière :

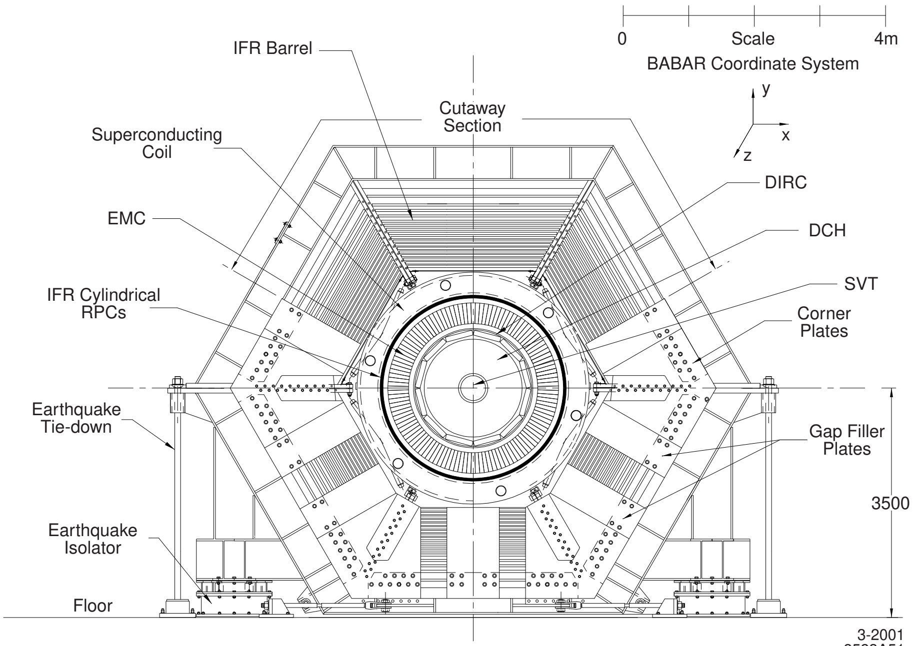


Fig. 3.4 – *Coupes longitudinale et transversale du détecteur BABAR [27]. Les deux plans de coupe contiennent le centre du détecteur. Partant du point d'interaction, une particule rencontre successivement : le détecteur de vertex (SVT), la chambre à dérive (DCH), le détecteur Cherenkov (DIRC), le calorimètre électromagnétique (EMC), le solénoïde supraconducteur et le retour de flux instrumenté (IFR).*

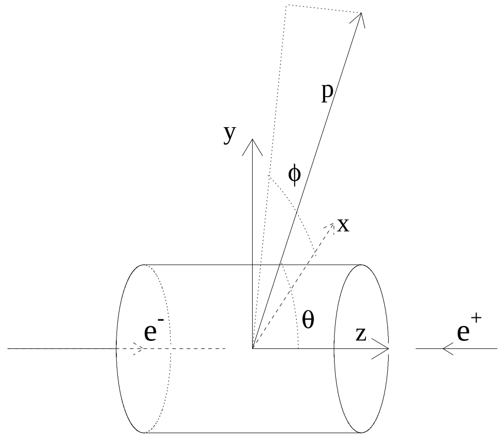


Fig. 3.5 – *Système de coordonnées du détecteur BABAR. Le cylindre représente le détecteur.*

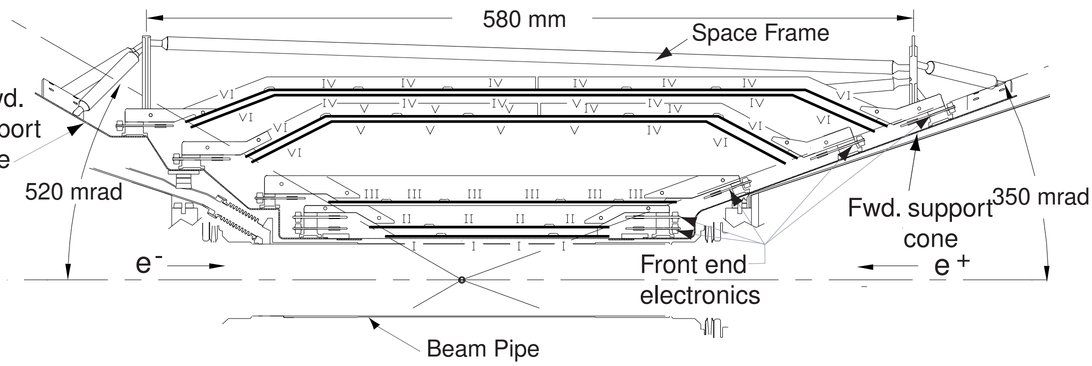


Fig. 3.6 – *Vue schématique longitudinale du SVT. Les chiffres romains indiquent les six couches du détecteur. Elles sont constituées d'un assemblage de plaquettes en silicium. Le détecteur doit représenter une faible quantité de matière pour limiter la diffusion multiple, tout en étant suffisamment rigide. Cela est réalisé par un assemblage sophistiqué : le SVT est la composante la plus délicate de BABAR.*

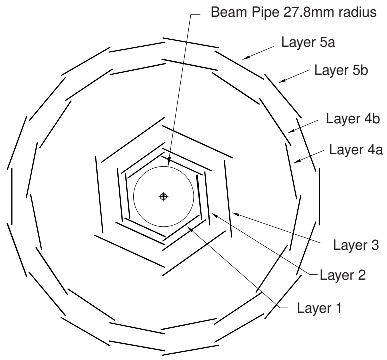
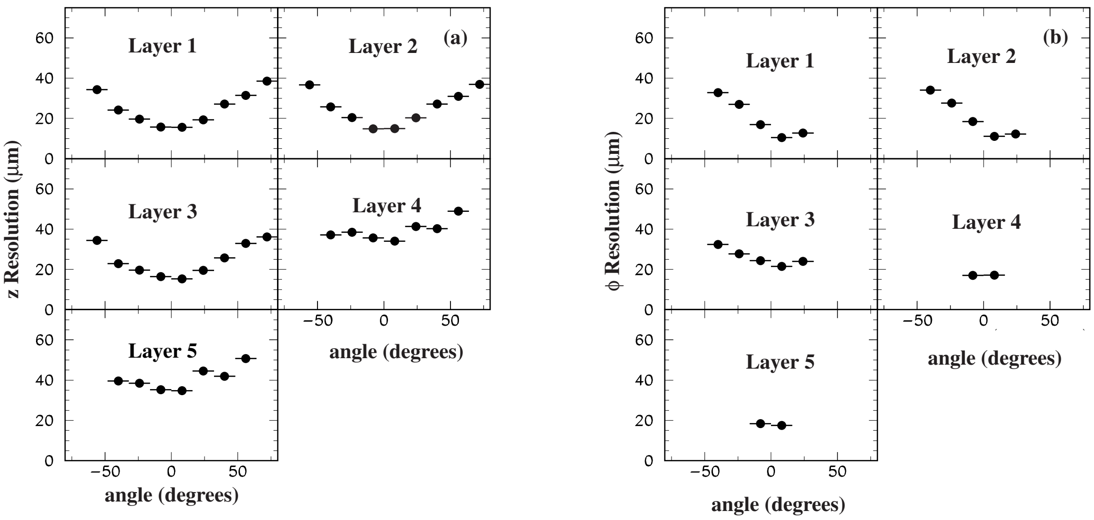


FIG. 3.7 – *Vue schématique transverse du SVT. La partie du tube à vide autour du point d'interaction est composé de deux couches en béryllium, d'une épaisseur de* 0,83 mm *et* 0,53 mm.



(a) (b)

FIG. 3.8 – *Ces courbes représentent la résolution spatiale des points de passage des traces chargées dans le SVT en fonction de l'angle d'incidence de la trace : résolution en z (a) et résolution en ϕ (b). Chaque figure correspond à une couche différente du détecteur [27].*

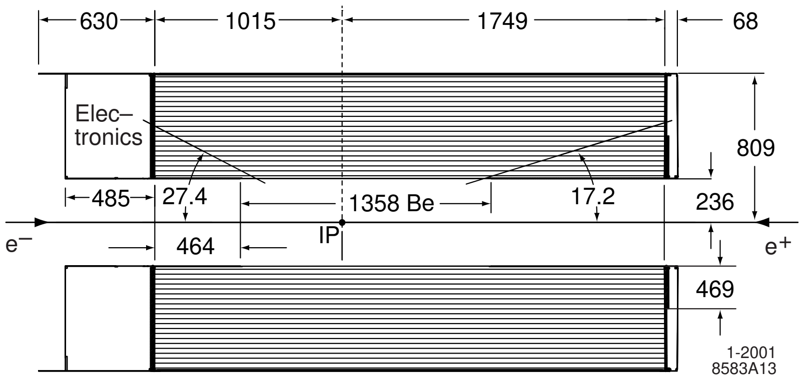


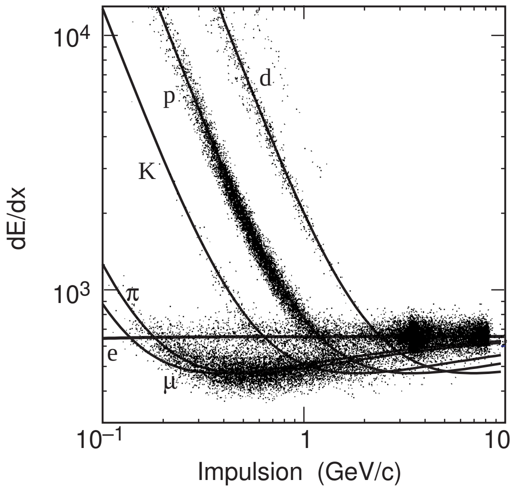
FIG. 3.9 – *Coupe longitudinale de la chambre à dérive. Les dimensions principales sont seules représentées. Le centre de la chambre est décalé de 37 cm dans le sens de l'axe z par rapport au point d'interaction.*

3.2.3 La chambre à dérive (DCH)

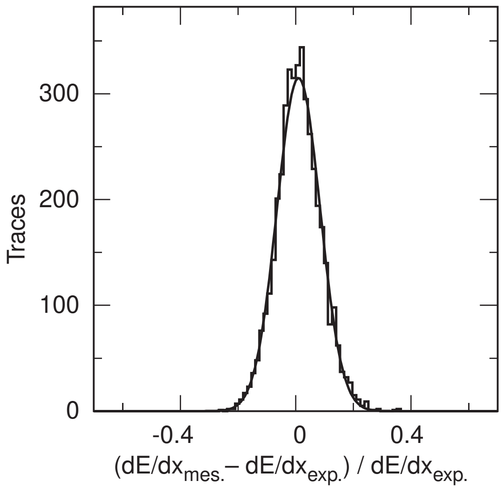
La chambre à dérive (*Drift Chamber*) joue un rôle central dans la reconstruction des trajectoires des particules chargées. Elle est schématisée figure 3.9. On attend de la chambre à dérive qu'elle mesure non seulement l'impulsion transverse, mais aussi la position longitudinale des traces avec une résolution spatiale d'environ 1 mm. Pour les particules de faible impulsion, elle peut identifier les particules grâce à la mesure de leur perte d'énergie $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$. Une résolution d'environ 7% permet une séparation π/K jusqu'à 700 MeV/c. Cette capacité est complémentaire de celle du DIRC (section 3.2.4) dans la région du centre. Dans les directions très à l'avant et très à l'arrière, la chambre à dérive fournit le seul moyen de distinguer les particules chargées.

La chambre à dérive possède 40 couches de cellules hexagonales. La taille des cellules est de 11,9 mm dans la direction radiale et d'environ 19,0 mm dans la direction azimutale. L'information longitudinale provient des fils : au nombre de 28768, ils sont disposés de manière à former de petits angles qui varient entre 40 et 70 $mrad$, par rapport à l'axe z. La chambre est remplie d'un gaz composé d'hélium à 80% et d'isobutane à 20%, dans le but de minimiser la diffusion multiple. L'électronique du système de lecture est placée à l'arrière de la chambre et minimise ainsi la présence de matière à l'avant du calorimètre. La figure 3.10 montre, à gauche, la distribution de $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ en fonction de l'impulsion des traces. A droite est représentée la résolution de $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ mesurée pour des événements Bhabha. La résolution actuelle est typiquement 7,5%, ce qui est proche de la résolution nominale de 7%.

L'efficacité de reconstruction des traces dans la chambre à dérive a été mesurée en fonction de l'impulsion transverse, des angles polaire et azimutal. L'efficacité absolue de reconstruction des traces est exprimée comme le rapport du nombre de traces reconstruites dans la chambre à dérive sur le nombre de traces détectées dans le SVT. La figure 3.11 à gauche montre ces efficacités. Pour une tension de 1960 V, l'efficacité atteint $98 \pm 1\%$ par trace dont l'impulsion transverse est supérieure à 0,3 GeV/c et dont l'angle polaire est supérieur à 500 $mrad$. Les données enregistrées à 1900 V montrent une perte d'efficacité de 5% pour les traces proches de l'incidence



(a)



(b)

FIG. 3.10 – *La figure (a) représente la mesure de* $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ *dans la chambre à dérive en fonction de l'impulsion de la trace. Les protons proviennent de données prises avec un seul faisceau (interaction faisceau/gaz-résiduel). Les courbes sont celles de la formule de Bethe-Bloch. La figure (b) représente la différence entre la mesure de la perte d'energie* $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ *et la valeur attendue pour des événements Bhabha. Les mesures ont été faites dans la chambre à dérive avec une tension de* 1900 V. *La résolution, estimée avec un ajustement gaussien, est de* 7,5% *[27].*

normale. Les cellules ne sont donc pas totalement efficaces pour cette tension, qui n'a été utilisée que dans la phase initiale de la prise de données.

Alors que la mesure de la position et des angles près du point d'interaction est dominée par les mesures du SVT, la chambre à dérive contribue pour l'essentiel à la mesure de l'impulsion. Pour la composante transverse p_T, la résolution s'exprime par :

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = (0{,}13 \pm 0{,}01)\% \; p_T \oplus (0{,}45 \pm 0{,}03)\% \;, \tag{3.1}$$

où l'impulsion transverse p_T est mesurée en GeV/c. Ces valeurs, obtenues avec des muons qui viennent de rayons cosmiques, sont très proches des estimations initiales et sont reproduites avec la simulation.

3.2.4 Le détecteur Cherenkov (DIRC)

Le DIRC (*Detector of Internally Reflected Cherenkov light*), dont la conception était nouvelle et originale lors de sa construction, utilise l'effet Cherenkov pour l'identification des particules. En effet, l'étude des désintégrations du B en $\pi\pi$ ou $K\pi$ requiert une très bonne séparation K/π. La capacité du DIRC à identifier les hadrons chargés se situe dans le domaine des impulsions comprises entre 700 MeV/c et 4,2 GeV/c. En dessous, c'est la mesure de la perte d'énergie dans la chambre à dérive qui permet l'identification des particules. Une vue générale du système est montrée figure 3.12.

Le principe du DIRC repose sur le fait que les angles sont conservés lors de la réflexion sur une surface plane. La figure 3.13 représente une vue schématique de la géométrie de ce détecteur et illustre le principe de la production, du transport et de la détection de la lumière.

L'effet Cherenkov est dû à l'émission de lumière d'une particule chargée lorsqu'elle traverse un milieu à une vitesse supérieure à celle de la lumière dans ce milieu. Le milieu utilisé par le DIRC est le quartz, d'indice $n = 1{,}473$. Les photons Cherenkov sont émis avec un angle θ_c par rapport à la trace tel que :

$$\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n} \,. \tag{3.2}$$

La lumière Cherenkov est produite dans des barres de quartz longues de 4,9 m et de section rectangulaire de 1,7 cm sur 3,5 cm. Cette lumière est transportée le long de ces barres par réflexion totale, ce qui conserve l'angle d'émission. Puis elle traverse un volume d'eau de forme toroïdale localisé à l'arrière du détecteur, jusqu'à atteindre un ensemble de tubes photomultiplicateurs. L'image Cherenkov (portion d'anneaux) est reconstruite à partir de la position des photomultiplicateurs et du temps d'arrivée des signaux jusqu'à eux.

La figure 3.14a montre la résolution de l'angle Cherenkov pour les événements dimuons. Elle est de 2,5 $mrad$, c'est-à-dire proche des 2,2 $mrad$ prévus. On voit aussi en (b) que la séparation entre les pions et les kaons à 3 GeV/c, qui est leur impulsion moyenne, est de 4,2 écarts standard. La séparation K/π reste satisfaisante jusqu'au bout du spectre en impulsion ($2{,}5\sigma$ pour une impulsion de 4 GeV/c).

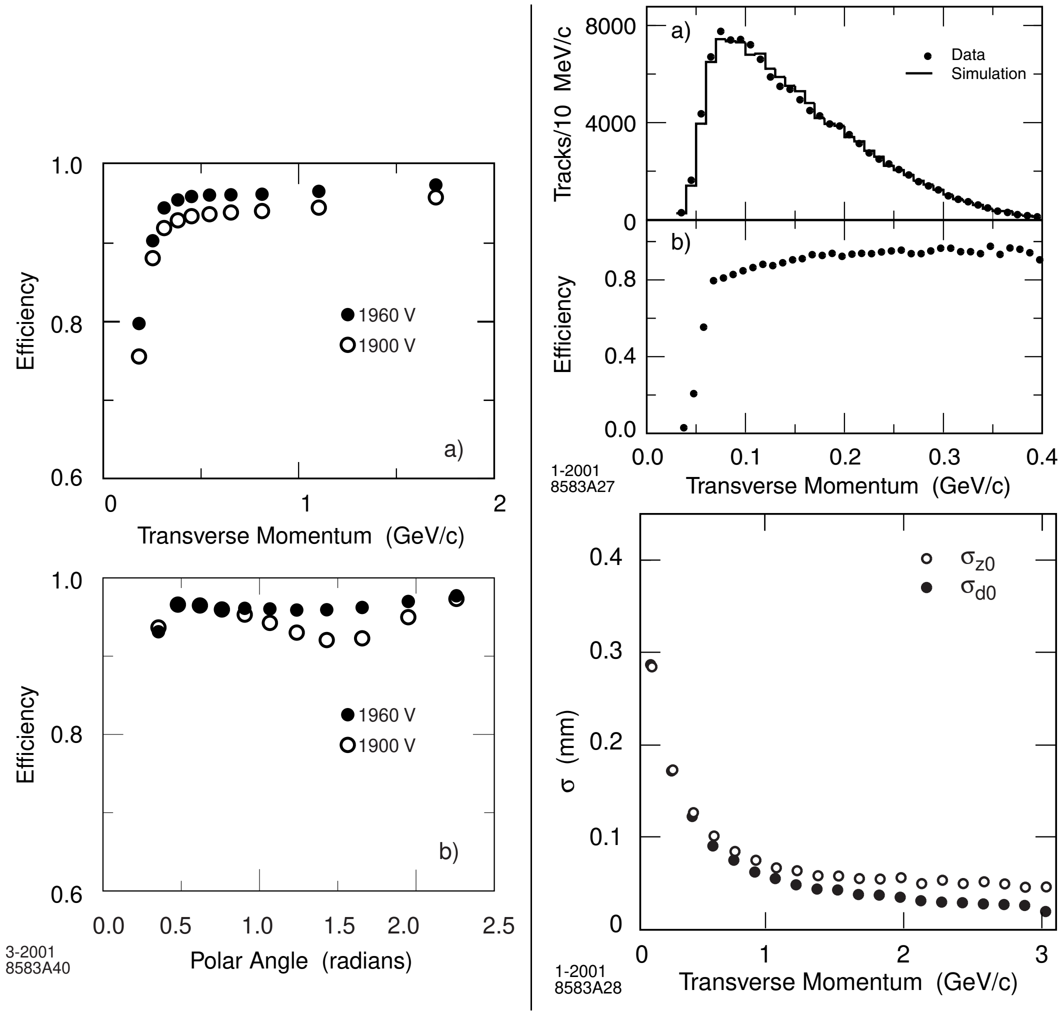


FIG. 3.11 – *Les deux figures de gauche représentent l'efficacité de reconstruction des traces dans la chambre à dérive pour des tensions de* 1900 *V et* 1960 *V, en fonction de l'impulsion transverse a) et de l'angle polaire b). Les efficacités sont déterminées avec des événements multihadroniques comme la fraction de toutes les traces détectées dans le SVT qui ont un segment de trace reconstruit dans la chambre à dérive. Les deux courbes en haut à droite représentent les résultats des études menées grâce à la simulation sur les traces de faible impulsion dans le SVT : a) comparaison avec les données du spectre d'impulsion transverse de pions issus de désintégration* $D^{*+} \to D^0\pi^+$ *et b) efficacité de détection qui s'en déduit. La figure en bas à droite représente la résolution des paramètres d'impact* d_0 *et* z_0 *pour des traces d'événements multihadrons en fonction de l'impulsion transverse.*

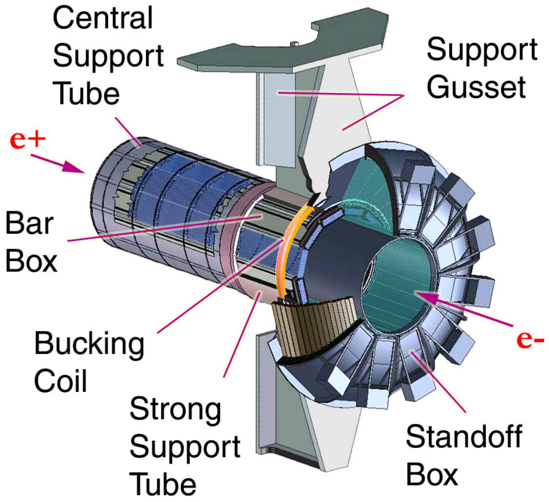


FIG. 3.12 – *Représentation spatiale du DIRC. Les boîtiers qui contiennent chacun douzes barres de quartz sont représentés. A droite apparaît le réservoir d'eau (standoff box) autour duquel sont placés les* 10752 *photomultiplicateurs.*

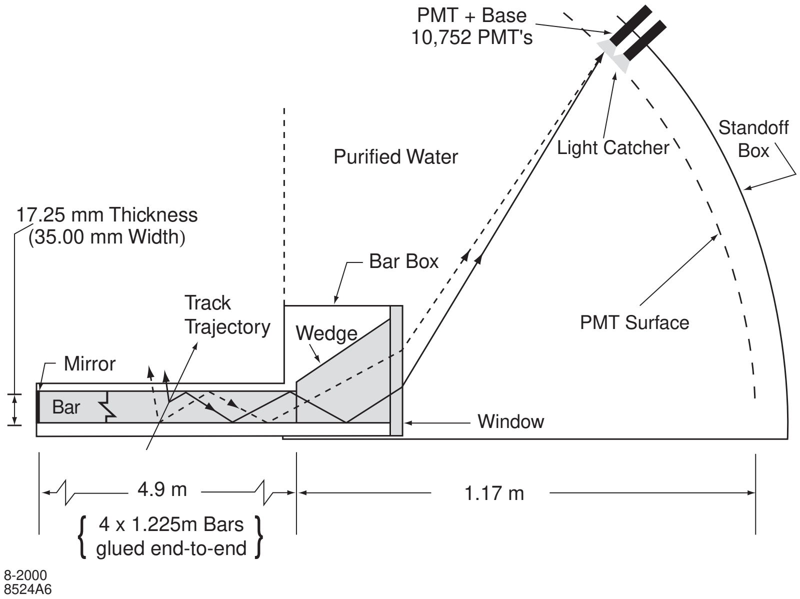
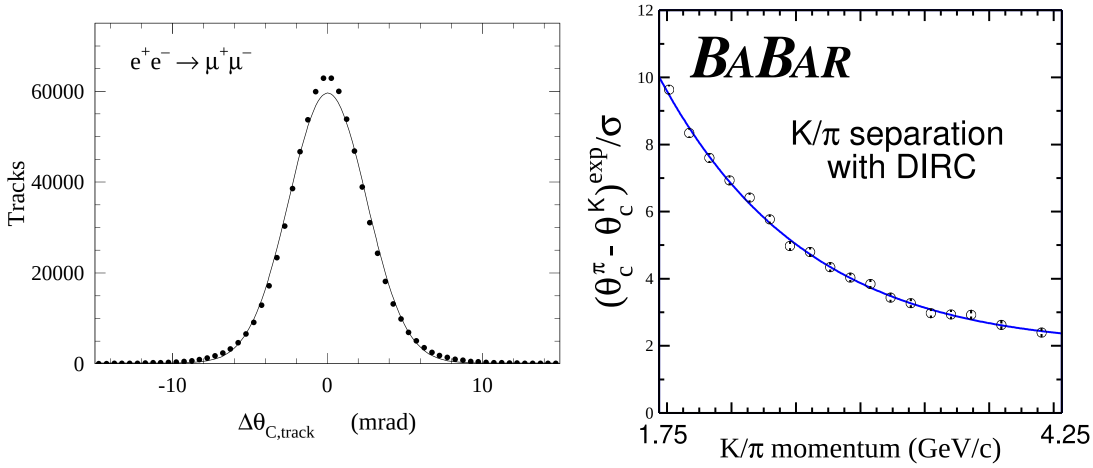


FIG. 3.13 – *Vue schématique du DIRC. Une particule chargée, à la traversée d'une barre de quartz, émet dans celle-ci des photons par effet Cherenkov. Une fraction de ces photons se propage par réflexion interne le long de la barre de quartz jusqu'à l'extremité qui donne sur le réservoir d'eau. Les photons émergeant sont détectés par les photomultiplicateurs qui tapissent la surface externe du réservoir.*



(a) (b)

FIG. 3.14 – *La figure (a) représente la différence entre la mesure de l'angle Cherenkov et la valeur attendue pour des muons issus de réactions* $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. *La courbe est une distribution gaussienne dont la largeur est de* 2,5 mrad. *La figure (b) représente la variation de la séparation entre les angles Cherenkov du pion et du kaon en fonction de l'impulsion de la particule. Cette courbe est obtenue avec un échantillon de contrôle d'événements où la cascade de désintégrations* $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$ *et* $D^0 \rightarrow K^-\pi^+$ *est complètement reconstruite.*

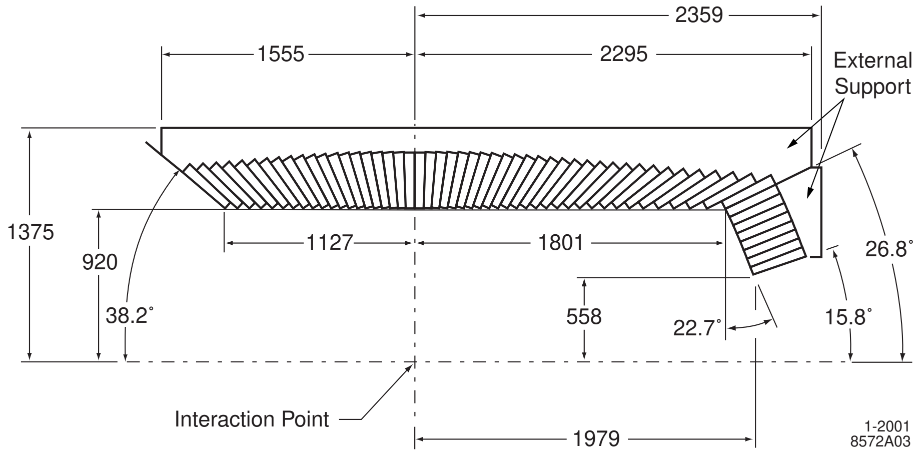


FIG. 3.15 – *Coupe longitudinale de la partie supérieure du calorimètre. Le détecteur est à symétrie cylindrique autour de l'axe z. Les cristaux sont disposés en suivant une géométrie projective. Toutes les dimensions sont données en millimètres.*

3.2.5 Le calorimètre électromagnétique (EMC)

Le calorimètre électromagnétique (*Electromagnetic Calorimeter*) sert à détecter les gerbes électromagnétiques avec une excellente résolution angulaire et en énergie, pour des énergies comprises entre 20 MeV et 4 GeV. La détection de π^0 et de η^0 issus de la désintégration d'un méson B est alors possible, ainsi que celle de photons de haute énergie et d'électrons venant de processus électromagnétique, faible ou radiatif. Il s'agit d'un calorimètre à iodure de césium constitué d'un tonneau et complété à l'avant par un bouchon (figure 3.15). L'absence de bouchon à l'arrière s'explique par un souci d'économie, puisque la projection des particules vers l'avant due à l'asymétrie des faisceaux est telle que seule une fraction infime de particules neutres se propagent vers la région arrière du détecteur. Ce sous-détecteur fournit en outre une bonne identification des électrons de basse énergie dès 0,5 GeV.

La résolution en énergie du calorimètre s'écrit comme la somme en quadrature de deux termes [27] :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(2{,}32 \pm 0{,}30)\%}{\sqrt[4]{E}} \oplus (1{,}85 \pm 0{,}12)\% \; , \qquad (3.3)$$

où E dénote l'énergie d'un photon et σ_E l'incertitude sur sa mesure. Ces deux valeurs sont mesurées en GeV. Le résultat sur la résolution angulaire est [27] :

$$\sigma_\theta = \sigma_\phi = \frac{3{,}87 \pm 0{,}07 \; mrad}{\sqrt{E}} \oplus (0{,}00 \pm 0{,}04) \; mrad \; , \qquad (3.4)$$

3.2.6 L'aimant supraconducteur

L'aimant de *BABAR* [29] est un solénoïde supraconducteur traversé par un courant de 4600 A. L'intensité du champ magnétique produit est de 1,5 T et est connue à 0,2 mT près à l'intérieur du volume central. Le retour des lignes de champ est possible grâce à la structure en fer du retour de flux instrumenté décrit dans la section suivante.

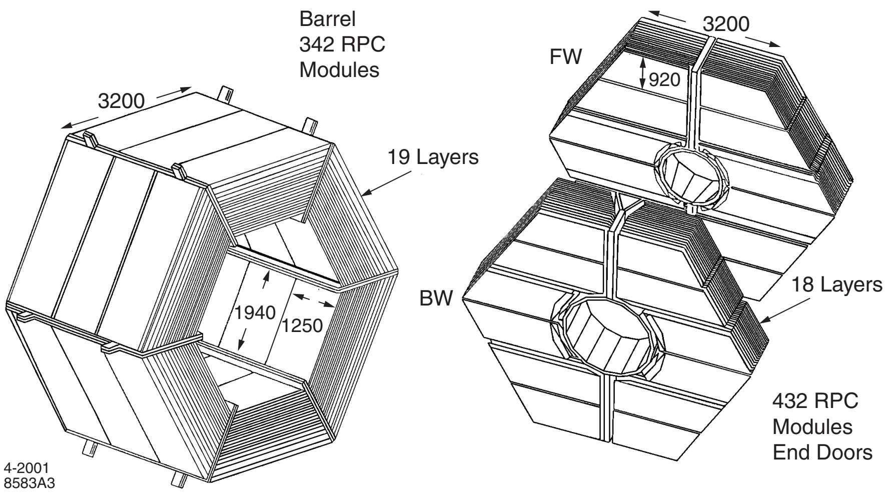


FIG. 3.16 – *Vue d'ensemble du retour de flux instrumenté: la partie centrale, à gauche et les deux portes, à droite. La vingtaine de couches de compteurs à plaque résistive (RPC) se situent entre les plaques de fer.*

3.2.7 Le retour de flux instrumenté (IFR)

Le retour de flux instrumenté (*Instrumented Flux Return*) est conçu afin d'identifier les muons et de détecter les hadrons neutres. Les muons sont importants pour l'étiquetage des mésons B neutres par le biais de désintégrations semi-leptoniques.

L'IFR est constitué d'une structure en fer représentée figure 3.16. Cette structure sert au retour des lignes de champ de l'aimant supraconducteur et sert également de filtre à muons. La partie centrale et les deux portes sont segmentées en plaques entre lesquelles sont placées des compteurs à plaque résistive (RPC [30]) qui détectent le passage des particules chargées. Ce détecteur sert aussi, avec le calorimètre, à détecter les mésons K_L^0 qui peuvent interagir avec le fer. Ces particules sont identifiées grâce à leur longueur de pénétration dans l'IFR et la forme de la gerbe qu'elles y développent.

3.2.8 Les systèmes de déclenchement et d'acquisition

Le système de déclenchement de *BABAR* comporte deux niveaux. Le premier, L1, qui intervient en temps réel au moment de la prise des données, est mis en œuvre dans le détecteur lui-même. Il se sert principalement de l'information de la chambre à dérive et de celle du calorimètre. L'IFR peut être exploité pour déclencher l'enregistrement des événements cosmiques. Le niveau de déclenchement L1 recherche la présence d'une particule par des segments de traces dans la chambre à dérive, selon les trois coupures sur l'impulsion transverse 120, 150 et 800 MeV/c, des amas dans le calorimètre avec un grand dépôt d'énergie (100, 300 et 700 MeV) et par le lien entre ces objets. Ce niveau de déclenchement est limité à un taux de comptage en sortie de 2 kHz. Les événements acceptés sont ensuite examinés par le niveau

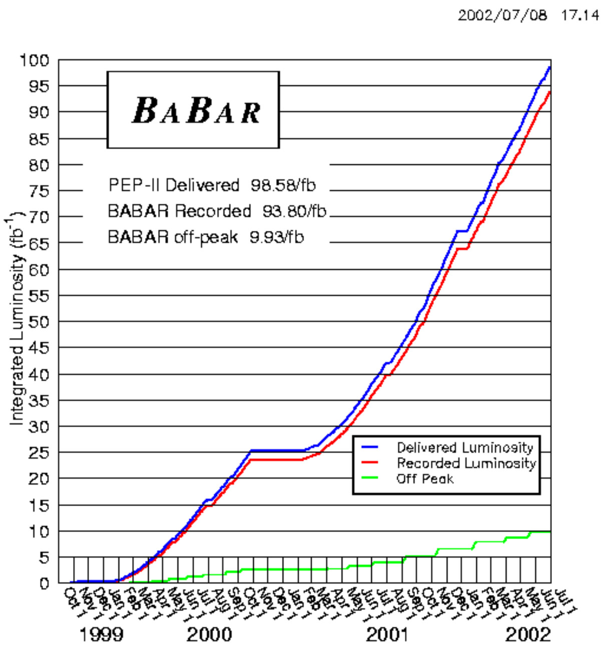


FIG. 3.17 – *Courbes de luminosité intégrée en fonction du temps. L'échelle en temps va d'octobre 1999 à juin 2002. La courbe la plus élevée représente la luminosité délivrée par PEP-II. La courbe juste au-dessous est la luminosité intégrée enregistrée par BABAR, soit plus de 95% de celle délivrée. La courbe la plus basse est la luminosité intégrée des données dites hors-pic.*

suivant L3 [1]. Le logiciel L3 tourne sur 32 processeurs UNIX et exécute une reconstruction rapide des événements. Il dispose notamment d'une meilleure reconstruction des traces que le niveau de déclenchement L1 avec une meilleure résolution spatiale. Les algorithmes de filtrage pour les dépôts d'énergie dans l'EMC sont en outre plus sophistiqués et permettent de rejeter plus efficacement les événements Bhabha et le bruit de fond de PEP-II. Le niveau de déclenchement L3 accepte des événements à une fréquence maximum de 120 Hz. Les événements acceptés sont enregistrés sur disque. L'efficacité du déclenchement est de 99,7% pour les événements $B\overline{B}$.

3.3 Les données 1999-2002

Les données utilisées pour l'analyse h^+h^- présentée dans la partie III ont été collectées entre octobre 1999 et juin 2002. La courbe de luminosité intégrée pendant cette période est représentée figure 3.17. Il existe deux types de données :

1. les données prises à la résonance du $\Upsilon(4S)$ (*on peak*) : l'énergie dans le centre de masse est de 10,58 GeV,
2. les données hors-pic (*off peak*) : l'énergie du faisceau d'électron est abaissée de 80 MeV ce qui amène l'énergie totale dans le centre de masse à 10,54 GeV, soit 40 MeV $\simeq 4\Gamma_{\Upsilon(4S)}$ en dessous de la résonance. Aucune paire $B\overline{B}$ n'est alors

1. Le deuxième niveau intermédiaire de déclenchement, L2, ne s'est pas avéré nécessaire lors de son étude pendant la conception de BABAR.

produite, les données sont donc uniquement du bruit de fond. Cette capacité de l'expérience *BABAR* de pouvoir collecter des données qui ne sont que du bruit de fond est un atout important qui permet de limiter le recours à la simulation du bruit de fond.

Les échantillons d'événements sur lesquels reposent l'analyse h^+h^-, dont les résultats [31] ont été présentés à la conférence de "ICHEP 2002", sont :

- Les données collectées à la résonance du $\Upsilon(4S)$:
  - 81,0 fb^{-1} soit $(87{,}9 \pm 1{,}0)$ millions de paires $B\overline{B}$ [32].
- Les données hors pic :
  - 9,6 fb^{-1}.
- La simulation d'événements de signal :
  - $\pi^+\pi^-$ ($\simeq 10^5$ événements),
  - $K^+\pi^-$ ($\simeq 2\ 10^5$ événements),
  - K^+K^- ($\simeq 8\ 10^4$ événements).
- La simulation d'événements de bruit de fond, correspondant à la luminosité intégrée de 70 fb^{-1} :
  - uds ($15\ 10^7$ événements),
  - $c\bar{c}$ ($9\ 10^7$ événements),
  - $\tau^+\tau^-$ ($7\ 10^7$ événements).
- La simulation de toutes les désintégrations sans quark charmé dans l'état final ($\pi\pi$, $K\pi$, KK, $\rho\pi$ entre autre) :
  - B^0/B^+ ($5\ 10^6$ événements, soit environ 200 fb^{-1}),
  - $\overline{B}^0/B^-$ ($5\ 10^6$ événements, soit environ 192 fb^{-1}).

Troisième partie

Analyse

Chapitre 4

L'analyse h^+h^-

Le signal auquel on s'intéresse est le produit de désintégration des mésons B^0 et $\overline{B}^0$, où l'état final, composé de deux particules chargées, ne contient aucun quark charmé. Il s'agit des désintégrations $B^0 \to \pi^+\pi^-$, $B^0 \to K^+\pi^-$, $B^0 \to K^+K^-$, notées globalement $B^0 \to h^+h^-$ (on considère ces canaux pour le $\overline{B}^0$ également). Les rapports d'embranchement attendus sont respectivement de l'ordre de 10^{-6}, 10^{-5} et 10^{-7} [25], ce qui en fait des désintégrations dites rares. Ce signal est d'autant plus difficile à trouver que le bruit de fond est très abondant.

Cet aspect de l'analyse, qui traite des canaux rares, est quelque peu effrayant, car il ne s'agit pas de chercher une aiguille dans une meule de foin, mais un brin de paille dans une meule de foin. Une aiguille peut somme toute se retrouver aisément et en peu de temps si on dispose d'un aimant assez puissant pour l'extraire, tandis que distinguer un brin d'herbe particulier parmi d'autres brins d'herbes qui lui ressemblent, est bien plus délicat. C'est pourquoi la lutte contre le bruit de fond constitue un enjeu majeur dans cette analyse.

Ce chapitre contient tout d'abord trois sections descriptives sur les bruits de fond rencontrés (section 4.1), sur la différence de topologie entre les événements (section 4.2) qui aide à lutter contre les événements de bruit de fond et enfin, sur la variable en temps (section 4.3), capitale pour mesurer la violation de CP. Sont présentées ensuite les étapes successives de l'analyse h^+h^-. On identifie pour commencer, parmi l'ensemble des données collectées, les événements compatibles avec le signal, c'est-à-dire où sont présentes deux particules de charges opposées, dont la masse invariante est proche de celle du méson B. Cette paire h^+h^- forme le candidat B. Toutes les autres particules définissent le “reste de l'événement”, noté parfois roe (*rest of the event*). Cette recherche d'événements donne lieu à une présélection décrite section 4.4. Deux variables fondamentales font l'objet de la section 4.5. Ce sont elles qui permettent de distinguer la zone signal de la zone bruit de fond (section 4.5.5). On purifie ensuite l'échantillon obtenu avec des critères de sélection (section 4.6) qui mettent en œuvre différentes variables décrites. Enfin, avec les événements recueillis, on utilise une méthode de vraisemblance dont le principe est explicité section 4.7. Une des méthodes de validation de l'analyse consiste à faire des comparaisons entre données et simulation avec des échantillons de contrôle bien maîtrisés; elle est expliquée section 4.8.

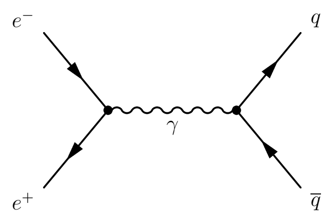


FIG. 4.1 – *Production d'une paire quark-antiquark par collision* e^+e^-. *Ces événements représentent le bruit de fond dominant de l'analyse* h^+h^-.

4.1 Les différents bruits de fond

Le terme bruit de fond désigne tous les événements qui se trouvent dans les données recueillies et qui ne sont pas issus du signal recherché. La table 4.1 montre les sections efficaces de production de paires de quarks et de paires de leptons à la résonance du $\Upsilon(4S)$:

$e^+e^- \to$	$b\overline{b}$	$u\overline{u}$	$d\overline{d}$	$s\overline{s}$	$c\overline{c}$	$\tau^+\tau^-$	$\mu^+\mu^-$	e^+e^-
Section efficace (nb)	1,05	1,39	0,35	0,35	1,30	0,94	1,16	$\simeq 40$

TAB. 4.1 – *Les sections efficaces à la résonance* $\Upsilon(4S)$ *en collisions* e^+e^- *[11]. La section efficace de l'état final* e^+e^- *indiquée est évaluée dans l'acceptance du détecteur. Les événements Bhabha* e^+e^-, *de loin les plus abondants, sont identifiés en ligne au niveau de déclenchement L3 (section 3.2.8) qui n'en retient que quelques pourcents.*

4.1.1 Le bruit de fond hadronique

Il est produit par paires de quarks $q\overline{q}$ avec $q = u,d,s,c$. Le diagramme de Feynman de ce processus est illustré figure 4.1. Très abondant, le bruit de fond hadronique doit être combattu avec différents moyens, plus ou moins sophistiqués. Une partie non négligeable de ces événements est rejetée grâce à des coupures simples (section 4.6), mais il est nécessaire ensuite d'avoir recours à une méthode plus complexe pour mener à bien la lutte contre le bruit de fond $q\overline{q}$: le chapitre 5 est consacré à ce travail qui est un élément important du travail de thèse présenté ici.

4.1.2 Le bruit de fond leptonique

Il est constitué de trois composantes :

- les événements Bhabha ($e^+e^- \to e^+e^-$ (γ)) sont les plus abondants. Ils sont constitués de deux traces dos-à-dos dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$, éventuellement accompagnées d'un ou de plusieurs photons dont certains peuvent avoir subi une conversion dans le tube à vide ou le SVT,
- les paires de muons ($e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ (γ)) présentent une topologie voisine de celle des événements Bhabha, si ce n'est que la masse plus élevée du muon réduit l'émission de photons dans les lignes sortantes,

– les paires de τ ($e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ (γ)) sont observées à travers leurs produits de désintégration $\tau \to \nu_\tau X$ où X est un état final hadronique ou leptonique. Ces événements sont caractérisés par de l'énergie manquante, celle emportée par les deux (au moins) neutrinos. Ils sont plus difficiles à distinguer, cependant leur multiplicité est basse comparée à celle des événements $B\overline{B}$ puisque 85% des désintégrations des τ mènent à une trace chargée dans l'état final.

Ces types d'événements sont les plus faciles à rejeter. Seules les paires de τ peuvent parvenir à simuler une paire h^+h^- grossièrement compatible avec un candidat B. Les rares événements de bruit de fond de ce type ont des caractéristiques voisines de celles des événements hadroniques, leur prise en compte dans l'analyse n'a donc pas besoin d'être distinguée. L'essentiel est éliminé au niveau de la sélection (section 4.6) par la coupure $N_{\rm roe} \geq 1$, où $N_{\rm roe}$ est le nombre de particules chargées dans le reste de l'événement.

4.1.3 Le bruit de fond venant des B

Ces événements indésirables sont des désintégrations sans charme de paires $B\overline{B}$. Par exemple, si l'on considère un événement $B^0 \to \rho^+\pi^-$, $\rho^+ \to \pi^+\pi^0$ dans lequel le π^0 issu du ρ^+ est non détecté, la paire $\pi^+\pi^-$ peut être considérée par erreur comme un événement $B^0 \to \pi^+\pi^-$, si le π^0 manquant est de très basse énergie. Même dans ce cas, l'emploi dans l'analyse de la différence entre l'énergie du candidat B et celle attendue (une des deux variables fondamentales décrite section 4.5), élimine très efficacement un tel bruit de fond. L'illustration de cette rejection de bruit de fond est donnée section 4.5.4.

Il en est de même pour le bruit de fond issu de la désintégration du B^0 en $K^{*+}\pi^-$, $K^{*+} \to K^+\pi^0$ ou $K^0\pi^+$. Quant au bruit de fond de nature purement combinatoire, il s'avère totalement négligeable.

4.2 La topologie des événements

Une différence caractéristique entre les événements $B\overline{B}$ et les événements $q\overline{q}$ est leur aspect topologique dans le référentiel du centre de masse de l'$\Upsilon(4S)$. Dans un événement $B\overline{B}$, la paire de mésons est produite quasiment au repos puisque la masse du $\Upsilon(4S)$ est à peine plus grande que deux fois celle du B. De plus, les deux mésons B se désintègrent indépendamment l'un de l'autre. Il en découle que les événements de signal ont une forme sphérique, comme l'illustre la figure 4.2a.

Dans les événements $q\overline{q}$, en revanche, le quark q et l'antiquark $\overline{q}$, beaucoup plus légers que le quark b, ont une grande impulsion initiale. Les deux quarks se fragmentent en deux jets de hadrons qui suivent la même direction, mais avec des impulsions de sens opposés : l'événement a un aspect en deux jets dos-à-dos (figure 4.2b). Cet aspect est encore plus prononcé pour les paires de quarks $u\overline{u}$, $d\overline{d}$, $s\overline{s}$, que pour $c\overline{c}$, le quark c étant plus massif.

Cette différence de topologie entre les événements $B\overline{B}$ et $q\overline{q}$ est exploitée dans la lutte contre le bruit de fond, à l'aide de différentes variables définies dans la suite.

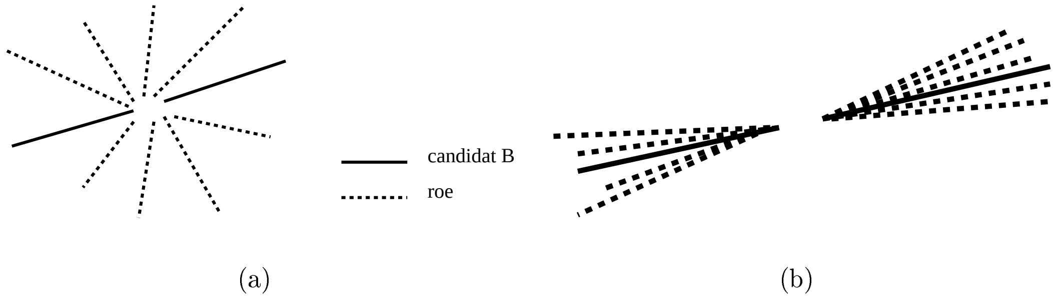


FIG. 4.2 – *Topologie typique, dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$, d'un événement signal $B\overline{B}$ (a) et d'un événement bruit de fond $q\overline{q}$ (b). Les traces du candidat B sont représentées en traits pleins, celles du reste de l'événement en pointillés. Un événement signal a une forme sphérique puisque les deux B sont quasi immobiles quand ils se désintègrent et sont indépendants l'un de l'autre. Les événements $q\overline{q}$ ont une structure en deux jets dos-à-dos.*

4.3 La variable en temps

Le collisionneur PEP-II, présenté dans la section 3.1 est asymétrique et confère ainsi au référentiel du centre de masse du $\Upsilon(4S)$ une vitesse relativiste ($\beta\gamma = 0{,}56$) dans le référentiel du laboratoire. La figure 4.3 illustre le principe d'analyse temporelle auprès de ce collisionneur.

Contrairement à ce qui se passe dans les collisionneurs de haute énergie, il n'y a pas de particule chargée qui accompagne la production des mésons B au point de désintégration du $\Upsilon(4S)$. Comme on ne peut déterminer ce point, le temps propre de désintégration d'un méson B n'est pas accessible expérimentalement. En revanche, on peut mesurer Δz, la distance entre les points de désintégration des deux mésons B, projetée sur l'axe z (section 3.2.1). En première approximation, si on néglige l'impulsion dans le centre de masse des mésons B, la différence Δt des temps propres de leurs désintégrations s'écrit :

$$\Delta t \; = \; \frac{\Delta z}{\beta\gamma c} \, . \qquad (4.1)$$

La convention choisie pour calculer la différence de temps est la suivante :

$$\Delta t = t_{\mathrm{CP}} - t_{\mathrm{tag}} \; , \qquad (4.2)$$

où t_{CP} dénote le temps propre de désintégration du B complètement reconstruit (B_{CP}) et t_{tag} celui de l'autre B, aussi appelé B étiqueté ou B_{tag} (*tagged*). Cette différence de temps est capitale pour mesurer les paramètres de violation de CP dépendant du temps liés au mélange $B^0\overline{B}^0$.

Il est important de noter que seule cette différence de temps intervient et non la somme $t_{\mathrm{CP}} + t_{\mathrm{tag}}$. Cela provient du fait que les deux mésons B sont produits dans un état cohérent :

$$|\psi\rangle \; = \; \left|B^0\overline{B}^0\right\rangle - \left|\overline{B}^0B^0\right\rangle \; . \qquad (4.3)$$

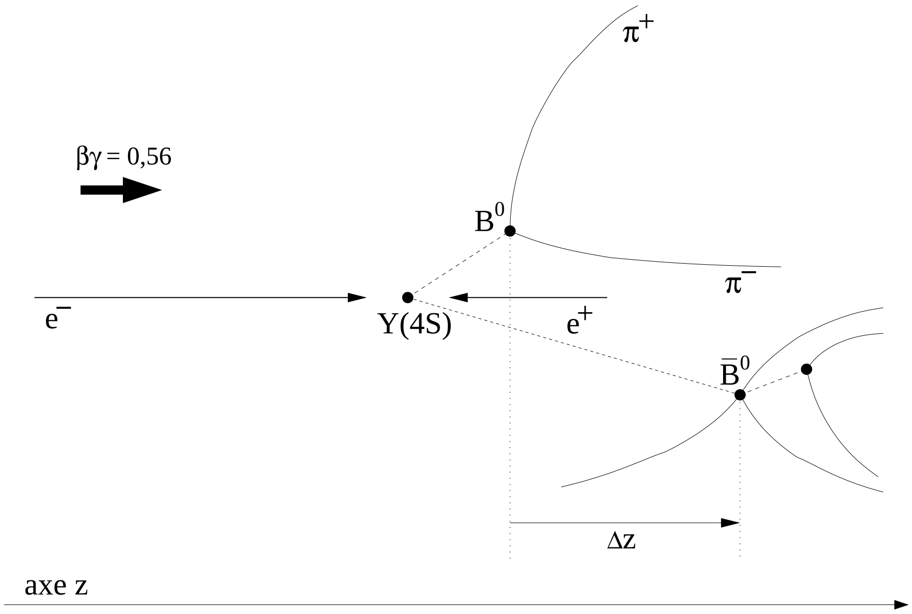


FIG. 4.3 – *Schéma de principe des analyses temporelles à BABAR. Les collisions asymétriques* e^+ *(*3,1 GeV*)* e^- *(*9 GeV*) produisent des mésons* $\Upsilon(4S)$ *avec une impulsion de* 6 GeV/c *dans le référentiel du laboratoire, soit* $\beta\gamma = 0{,}56$*. Ces* $\Upsilon(4S)$ *se désintègrent ensuite en paires* $B\overline{B}$*. On mesure la distance* Δz *entre le vertex de désintégration du* B *et celui du* $\overline{B}$*. La variable utilisée dans l'analyse est* $\Delta t \simeq \Delta z/\beta\gamma c$*.*

Le signe "-" s'explique comme suit[1]: le spin du $\Upsilon(4S)$ étant égal à un et celui du B égal à zéro, la paire $B\overline{B}$ est dans un état de moment orbital $L = 1$. La fonction d'onde de la paire $B\overline{B}$, puisqu'il s'agit de bosons, doit être totalement symétrique sous l'échange des deux particules. Le signe "-" est nécessaire pour compenser le facteur $(-1)^L = -1$.

Cette variable en temps Δt s'avère très riche en information. Une étude détaillée réalisée au cours de ce travail de thèse en est présentée section 6.6.

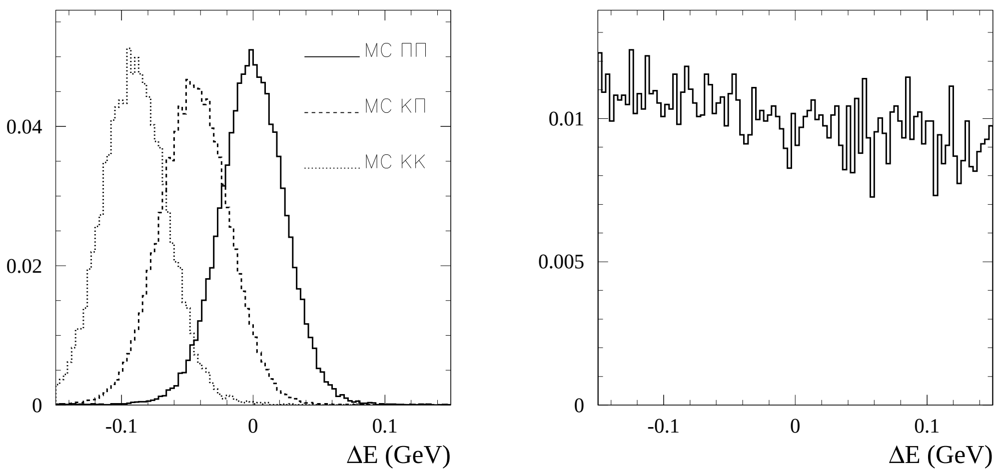
4.4 La présélection des données

C'est la première étape de recherche des événements de signal. Elle repose sur des critères simples et est effectuée pratiquement en ligne lors de la production des données. Une paire h^+h^- est signalée comme candidat B quand, dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$, les trois conditions suivantes sont réunies :

- les deux traces ont chacune une impulsion[2] $p^*_\pm$ comprise entre 2,0 et 2,9 GeV/c,
- la somme de leurs impulsions $p^*_{\rm rec}$ est inférieure à 0,86 GeV/c,
- l'angle θ^* entre la direction des deux traces est tel que $\cos\theta^* < 0{,}9$.

1. Si les deux B étaient produits dans un état cohérent avec le signe "+", on devrait mesurer expérimentalement la somme de leurs temps de désintégration et non la différence : l'analyse de la violation de CP serait alors impossible auprès d'une usine à B.

2. Le symbole $*$ désigne une quantité calculée dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$.



(a) (b)

FIG. 4.4 – *Les trois distributions de la figure (a) représentent la différence d'énergie* ΔE *du signal pour chacun des modes possibles de l'analyse* h^+h^-*. Elles ont été obtenues grâce à la simulation. L'échantillon d'événements* $\pi^+\pi^-$ *voit sa distribution centrée en zéro puisque l'hypothèse faite pour la masse des particules est celle du pion. La figure (b) représente* ΔE *pour les événements de bruit de fond des données pour lesquels* $5{,}2 < m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2 *(section 4.5.5).*

Seuls ces événements sont ensuite considérés par le programme de sélection des données (section 4.6).

4.5 Définition de deux variables fondamentales

La désintégration du $\Upsilon(4S)$ en deux particules de même masse, B^0 et $\overline{B}^0$, impose deux contraintes dans le référentiel du centre de masse : d'une part l'énergie des produits de désintégration de chacun des deux B doit être égale à $E^*_{\mathrm{faisceau}} = \sqrt{s}/2$, d'autre part, leur masse reconstruite doit être égale à celle du B :

$$E^*_{\mathrm{rec}} \;=\; E^*_{\mathrm{faisceau}} \tag{4.4}$$

$$m_{\mathrm{rec}} \;=\; m_B \; . \tag{4.5}$$

Ces deux contraintes permettent de distinguer très nettement les événements du signal des événements du bruit de fond. Pour les exploiter au mieux, les deux variables fondamentales suivantes sont introduites.

4.5.1 La différence d'énergie

La première variable fondamentale est la différence des deux énergies E^*_{rec} et E^*_{faisceau} :

$$\Delta E \;=\; E^*_{\mathrm{rec}} - E^*_{\mathrm{faisceau}} \; , \tag{4.6}$$

où $E^*_{\rm rec}$ est calculée en faisant l'hypothèse pour la masse que les deux traces chargées sont des pions. Pour le signal, la distribution de ΔE suit une gaussienne dont la valeur moyenne et la largeur dépendent de l'état final h^+h^- considéré. La distribution de ΔE des événements $\pi^+\pi^-$ est centrée en zéro, alors qu'elle est décalée pour le signal $K^\pm\pi^\mp$ et K^+K^-, de par l'erreur faite dans l'hypothèse de masse. Ce décalage se calcule comme suit en utilisant les quantités mesurées dans le référentiel du laboratoire. L'énergie du B reconstruite dans ce référentiel s'écrit :

$$E_B \;=\; E_1 + E_2 \;, \tag{4.7}$$

où l'indice i = 1,2 dénote les deux particules de l'état final. Dans le référentiel du $\Upsilon(4S)$, l'énergie devient :

$$\begin{aligned} E^*_{\rm rec} &= E^*_{1,\rm rec} + E^*_{2,\rm rec} \\ &= \gamma(E_1 - \beta p_1) + \gamma(E_2 - \beta p_2) \end{aligned} \tag{4.8}$$

par transformation de Lorentz, où p_1 et p_2 sont les composantes suivant z des impulsions des deux particules qui forment le candidat B, mesurées dans le référentiel du laboratoire. On a ainsi la différence d'énergie dans le référentiel du $\Upsilon(4S)$:

$$\Delta E \;=\; \gamma(E_1 + E_2) - (\gamma\beta(p_1 + p_2) + E^*_{\rm faisceau}) \tag{4.9}$$

$$\;=\; \gamma(E_1 + E_2) - \diamondsuit \tag{4.10}$$

où $\diamondsuit$ est une quantité sans importance dans la suite de cette discussion puisqu'elle ne dépend pas de l'hypothèse faite pour la masse des particules. Ce ΔE s'écrit donc toujours

$$\Delta E \;=\; \gamma \left(\sqrt{m_\pi^2 + {p_1}^2} + \sqrt{m_\pi^2 + {p_2}^2} \right) - \diamondsuit \;, \tag{4.11}$$

alors que pour les événements $K^\pm\pi^\mp$, la différence d'énergie vraie s'écrit :

$$\Delta E_{K\pi,vraie} \;=\; \gamma \left(\sqrt{m_K^2 + {p_1}^2} + \sqrt{m_\pi^2 + {p_2}^2} \right) - \diamondsuit \;. \tag{4.12}$$

L'erreur que l'on fait en gardant l'hypothèse de la masse du π lorsque l'on considère un événement $K\pi$ s'exprime alors comme la différence :

$$\begin{aligned} \delta\Delta E_{K\pi} &= \Delta E \;-\; \Delta E_{K\pi,vraie} \\ &= \gamma \left(\sqrt{m_\pi^2 + {p_1}^2} \;-\; \sqrt{m_K^2 + {p_1}^2} \right) \\ &\simeq \frac{\gamma}{2} \frac{m_\pi^2 - m_K^2}{p_1} \end{aligned} \tag{4.13}$$

et a pour valeur, si l'on prend $< p_1^{-1} > \;=\; 0{,}35$ (GeV/c)$^{-1}$ (valeur moyenne de l'inverse de l'impulsion des particules dans le laboratoire, obtenue avec les événements simulés $K\pi$) :

$$< \delta\Delta E_{K\pi} > \;=\; -\,0{,}045 \;\; \text{GeV} \;. \tag{4.14}$$

On obtient de même pour les événements K^+K^- :

$$< \delta\Delta E_{KK} > \;=\; -\,0{,}089 \;\; \text{GeV} \;. \tag{4.15}$$

Les trois distributions de ΔE pour le signal sont représentées figure 4.4 grâce à des événements issus de la simulation. On observe que les déviations $< \delta\Delta E_{K\pi} >$ et $< \delta\Delta E_{KK} >$ sont respectivement de $-0{,}044$ et $-0{,}089$ GeV, ce qui correspond aux valeurs calculées ci-dessus. Cette différence entre les distributions de ΔE pour les trois modes apporte une autre façon, en plus de la contribution du DIRC, de distinguer les pions des kaons. La simulation montre que la résolution n'est pas la même pour les trois modes : elle est de 0,026 GeV pour les événements $\pi^+\pi^-$ et K^+K^- et de 0,027 GeV pour les $K^\pm\pi^\mp$. Cet effet s'explique par le calcul. L'équation 4.13 conduit à :

$$\sigma^2_{\Delta E} \; = \; \sigma^2_{\Delta E_{K\pi,vraie}} + \sigma^2_{\delta\Delta E_{K\pi}} \tag{4.16}$$

avec

$$\sigma_{\delta\Delta E_{K\pi}} \propto \sigma_{(\frac{1}{p_1})} \; . \tag{4.17}$$

Or, $\sigma^2_{\Delta E_{K\pi,vraie}}$ est identique à $\sigma^2_{\Delta E_{\pi\pi},vraie}$ et comme $\sigma^2_{\delta\Delta E_{K\pi}}$ est toujours positif, on a :

$$\sigma^2_{\Delta E_{K\pi}} \; > \; \sigma^2_{\Delta E_{\pi\pi}} \; . \tag{4.18}$$

On établit de la même façon pour les événements KK :

$$\sigma^2_{\Delta E} \; = \; \sigma^2_{\Delta E_{KK,vraie}} + \sigma^2_{\delta\Delta E_{KK}} \tag{4.19}$$

avec cette fois

$$\sigma_{\delta\Delta E_{KK}} \propto \sigma_{(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2})} \; , \tag{4.20}$$

or les impulsions p_1 et p_2 sont très corrélées : la somme de ces deux impulsions est proche d'être constante (figure 4.5). En effet, la transformation de Lorentz permet d'écrire :

$$\begin{aligned} p_1 &\simeq E_1 = \gamma(E_1^* + \beta p_{1z}^*) \\ p_2 &\simeq E_2 = \gamma(E_2^* + \beta p_{2z}^*) \; . \end{aligned} \tag{4.21}$$

Le candidat B étant produit quasiment au repos dans le référentiel du centre de masse du $\Upsilon(4S)$, les deux impulsions p_{1z}^* et p_{2z}^* sont sensiblement égales et de sens opposés. On a donc :

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &\simeq \gamma(E_1^* + E_2^*) \simeq \frac{E_{e^-} + E_{e^+}}{2m_B}\, m_B \\ &\simeq \frac{E_{e^-} + E_{e^+}}{2} \simeq 6{,}05 \;\; \mathrm{GeV}/c \; . \end{aligned} \tag{4.22}$$

Il vient alors

$$\sigma_{\delta\Delta E_{KK}} \propto \sigma_{(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2})} \; = \; \sigma_{(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{6,05-p_1})} \; . \tag{4.23}$$

L'anticorrélation entre les deux impulsions étant très forte, le terme ci-dessus se révèle négligeable : $\sigma_{\delta\Delta E_{KK}} \simeq \sigma_{\delta\Delta E_{\pi\pi}}$.

Pour préserver l'essentiel du signal $B^0 \to K^+K^-$, une coupure lâche sur ΔE de la sélection des événements est appliquée : $|\Delta E| < 0{,}15$ GeV.

Le bruit de fond, également représenté figure 4.4, a une distribution approximativement uniforme.

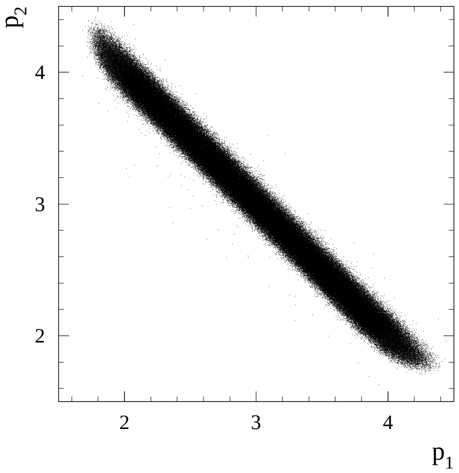


FIG. 4.5 – *L'impulsion d'une des deux particules de la paire h^+h^- est représentée en fonction de l'impulsion de l'autre. Cette figure est obtenue avec 50000 événements de signal $K\pi$ simulés. La largeur non nulle de la bande peuplée par les événements est due à la faible impulsion du B^0 dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$.*

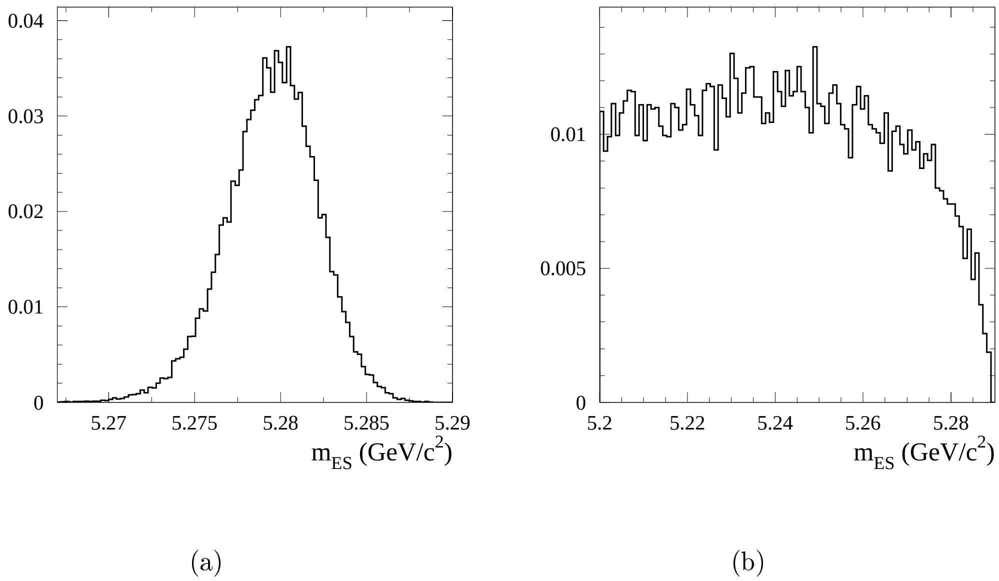


FIG. 4.6 – *Les deux figures représentent la distribution de m_{ES} obtenue avec des événements issus de la simulation, pour le signal (a) et pour le bruit de fond (b).*

4.5.2 La masse invariante

La seconde variable fondamentale est construite par étapes successives à partir de la masse reconstruite $m^2_{\text{rec}} = {E^*_{\text{rec}}}^2 - {p^*_{\text{rec}}}^2$. Cette masse m_{rec} est très corrélée avec ΔE puisque le terme E^*_{rec} intervient dans le calcul de chacune des variables. On définit alors la masse m_{SE} où l'énergie des faisceaux est substituée à l'énergie du B reconstruite :

$$m^2_{\text{SE}} = (E^*_{\text{faisceau}})^2 - {p^*_{\text{rec}}}^2 \ . \tag{4.24}$$

Le second terme est le carré de la somme des impulsions de toutes les traces du candidat B. La corrélation entre m_{SE}, la masse invariante reconstruite avec les quadri-impulsions des produits de désintégration et ΔE est faible. Cette corrélation est traitée section 4.5.3. Reste tout de même l'hypothèse de masse dans le terme p^*_{rec} que l'on veut éliminer pour éviter une corrélation avec ΔE qui soit liée à la nature des particules. Cette hypothèse de masse vient de la transformation de Lorentz qui permet de calculer les impulsions dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$ à partir de celles mesurées dans le référentiel du laboratoire. On a :

$$\vec{p}^{\,*}_{\text{rec}} = \begin{cases} p^*_x = & p_x \\ p^*_y = & p_y \\ p^*_z = & \gamma(p_z - \beta E) \end{cases} \tag{4.25}$$

La dépendance en masse provient du terme en E dans l'expression de p^*_z. Pour éliminer cette dépendance, on utilise la transformation de Lorentz inverse $p_z = \gamma(p^*_z + \beta E^*)$ et on remplace E^* par E^*_{faisceau}, pour définir $\overline{p}^*_z \equiv \frac{1}{\gamma} p_z - \beta E^*_{\text{faisceau}} = p^*_z + \beta \Delta E$. La masse invariante ainsi calculée est notée m_{ES}. Par construction, elle est identique à m_{SE} à des termes de correction en ΔE près :

$$m^2_{\text{ES}} = m^2_{\text{SE}} - (\beta \Delta E)^2 - 2 p^*_z \beta \Delta E \ . \tag{4.26}$$

La variable m_{ES} ne dépendant pas par construction de la masse des particules, elle peut s'exprimer également sous une forme où seules les impulsions mesurées dans le laboratoire interviennent. Tous calculs faits, on obtient :

$$m^2_{\text{ES}} = \left(\frac{2{E^*_{\text{faisceau}}}^2 + \vec{p}_0 \cdot \vec{p}_B}{E_0} \right)^2 - \vec{p}_B^{\,2} \ , \tag{4.27}$$

où E_0, $\vec{p}_0$ et $\vec{p}_B$, mesurées dans le référentiel du laboratoire, désignent l'énergie disponible et les impulsions du $\Upsilon(4S)$ et du candidat B respectivement.

Pour le signal h^+h^-, la distribution attendue de m_{ES} est proche d'une gaussienne centrée en $m_B = 5{,}2800$ GeV/c^2 et de largeur 0,0026 GeV/c^2 (figure 4.6). Pour le bruit de fond, la distribution attendue est grossièrement uniforme sur un large domaine en m_{ES}. Cependant, à l'extremité supérieure du spectre, la distribution s'annule. En effet, la valeur maximale de $m_{\text{ES}} = E^*_{\text{faisceau}}$ ne peut être atteinte que pour des événements qui contiennent deux traces d'impulsions exactement opposées dans le centre de masse : l'espace de phase s'annule donc.

4.5.3 La corrélation entre ΔE et m_{ES}

Le coefficient de corrélation entre deux variables x_1 et x_2 s'écrit :

$$\rho \;=\; \frac{<(x_1-<x_1>)(x_2-<x_2>)>}{\sqrt{<(x_1-<x_1>)^2><(x_2-<x_2>)^2>}}\;. \tag{4.28}$$

Pour calculer la corrélation entre ΔE et m_{ES}, la formule de m_{SE} est utilisée à la place de m_{ES} afin de ne pas alourdir les notations. Il est également nécessaire d'exprimer les deux variables fondamentales en introduisant les différents termes d'erreur qui viennent de la machine PEP-II et du détecteur *BABAR*.

La différence d'énergie est donnée par l'équation 4.6. On peut écrire :

$$E^*_{\mathrm{rec}} \;=\; E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}} + \delta_E^{BABAR} \tag{4.29}$$

$$E^*_{\mathrm{faisceau}} \;=\; E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}} + \delta_E^{PEP-II}\;, \tag{4.30}$$

où δ_E^{BABAR} rend compte de la résolution en énergie du détecteur et où δ_E^{PEP-II} est l'écart à la valeur centrale vraie de l'énergie disponible. L'énergie dans le centre de masse de la collision e^+e^- varie en effet de quelques MeV d'une collision à l'autre. Cette dispersion en énergie est une propriété intrinsèque du collisionneur : pour PEP-II, on a $\sigma_{\delta_E^{PEP-II}} \simeq 2{,}5$ MeV (section 3.1). L'expression de la différence d'énergie devient :

$$\Delta E \;=\; \delta_E^{BABAR} - \delta_E^{PEP-II}\;. \tag{4.31}$$

L'erreur sur ΔE est dominée par le terme de détecteur δ_E^{BABAR} et non par celui de la machine δ_E^{PEP-II} : $\sigma_{\Delta E} \simeq 10\ \sigma_{\delta_E^{PEP-II}}$. Le terme E^*_{faisceau} peut également être remplacé dans l'expression de la masse invariante :

$$\begin{aligned} m^2_{\mathrm{ES}} &= (E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}} + \delta_E^{PEP-II})^2 - p^{*\,2}_{\mathrm{rec}} \\ &\simeq E^{*2}_{\mathrm{faisceau,vraie}} + 2E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}}\ \delta_E^{PEP-II} - p^{*\,2}_{\mathrm{rec}}\;, \\ &\simeq (m_B + \delta^{BABAR}_{m_{\mathrm{ES}}})^2 + 2E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}}\ \delta_E^{PEP-II} \end{aligned} \tag{4.32}$$

soit au premier ordre :

$$m_{\mathrm{ES}} \;\simeq\; m_B + \delta^{BABAR}_{m_{\mathrm{ES}}} + \frac{E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}}}{m_B}\ \delta_E^{PEP-II}\;. \tag{4.33}$$

Le candidat B étant produit quasiment au repos, on a $E^*_{\mathrm{faisceau,vraie}} \simeq m_B$, d'où :

$$m_{\mathrm{ES}} \;=\; m_B + \delta^{BABAR}_{m_{\mathrm{ES}}} + \delta_E^{PEP-II}\;. \tag{4.34}$$

L'erreur sur m_{ES} est dominée par le terme de la machine PEP-II et non par le terme dû aux effets de détecteur $\delta^{BABAR}_{m_{\mathrm{ES}}}$. On a en effet $\sigma m_{\mathrm{ES}} = 2{,}6\ \mathrm{MeV}/c^2 \simeq \sigma_{\delta_E^{PEP-II}}$.

On veut maintenant calculer le coefficient de corrélation ρ. D'après l'équation 4.28, il s'écrit :

$$\rho \;=\; \frac{<(m_{\mathrm{ES}}-<m_{\mathrm{ES}}>)(\Delta E-<\Delta E>)>}{\sqrt{<(m_{\mathrm{ES}}-<m_{\mathrm{ES}}>)^2><(\Delta E-<\Delta E>)^2>}}\;. \tag{4.35}$$

Le calcul des termes du numérateur de l'expression de ρ amène :

$$m_{\mathrm{ES}} - < m_{\mathrm{ES}} > \; = \; \delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR} + \delta_E^{PEP-II} \,, \tag{4.36}$$

d'où :

$$\begin{aligned} < (m_{\mathrm{ES}} - < m_{\mathrm{ES}} >)^2 > \; &= \; < \delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR\,2} + \delta_E^{PEP-II\,2} + 2\delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR} \delta_E^{PEP-II} > \\ &= \; < \delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR\,2} > + < \delta_E^{PEP-II\,2} > + 2 < \delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR} \delta_E^{PEP-II} > \; . \end{aligned}$$

Le dernier terme est égal à $2 < \delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR} >< \delta_E^{PEP-II} >$ puisque les deux quantités ne sont pas corrélées. Elles sont nulles toutes les deux, donc on peut écrire :

$$< (m_{\mathrm{ES}} - < m_{\mathrm{ES}} >)^2 > \; = \; < \delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR\,2} > + < \delta_E^{PEP-II\,2} > \; . \tag{4.37}$$

Par définition, $< (m_{\mathrm{ES}} - < m_{\mathrm{ES}} >)^2 >= \sigma^2_{m_{\mathrm{ES}}}$ et

$$\sigma^2_{m_{\mathrm{ES}}} \; = \; \sigma^2_{\delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR}} + \sigma^2_{\delta_E^{PEP-II}} \; . \tag{4.38}$$

On calcule de même le terme du numérateur en ΔE :

$$\Delta E - < \Delta E >= \delta_E^{BABAR} - \delta_E^{PEP-II} \tag{4.39}$$

et le terme qui apparaît au dénominateur :

$$\sigma^2_{\Delta E} \; = \; \sigma^2_{\delta_E^{BABAR}} + \sigma^2_{\delta_E^{PEP-II}} \; . \tag{4.40}$$

Le numérateur de l'expression de ρ (équation 4.35) prend une forme simple :

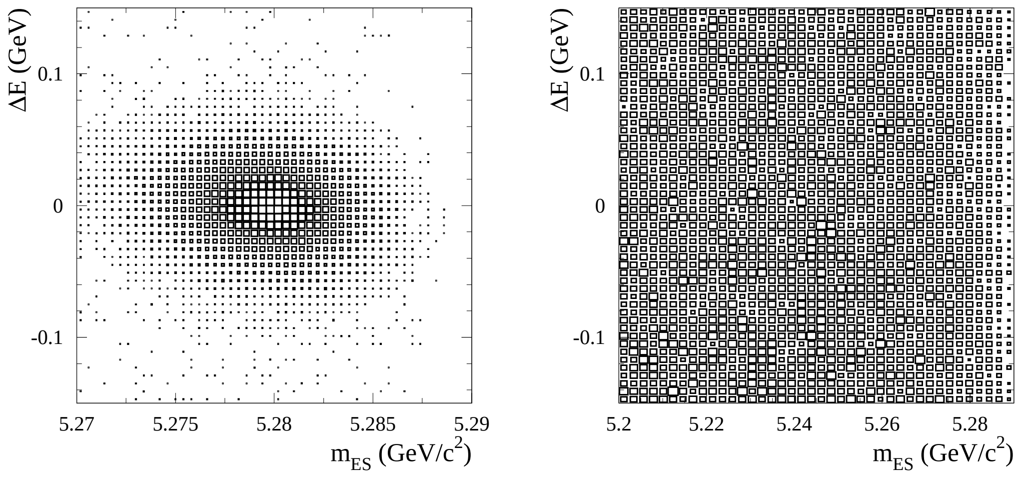
$$< (\delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR} + \delta_E^{PEP-II})(\delta_E^{BABAR} - \delta_E^{PEP-II}) > \; \simeq \; - < \delta_E^{PEP-II\,2} > \; = \; -\sigma^2_{m_{\mathrm{ES}}} \,, \tag{4.41}$$

en négligeant $\delta_{m_{\mathrm{ES}}}^{BABAR}$. On obtient finalement :

$$\rho \; = \; -\frac{\sigma_{m_{\mathrm{ES}}}}{\sigma_{\Delta E}} \; = \; -0{,}1 \,, \tag{4.42}$$

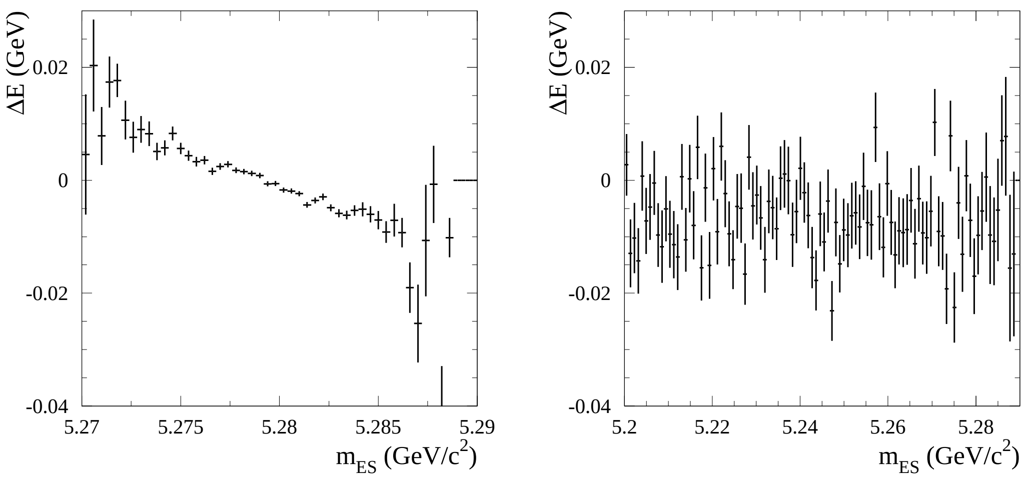
soit une anticorrélation de 10%. C'est une corrélation irréductible, illustrée par la figure 4.7. Le calcul direct de l'équation 4.28 donne plus précisément $\rho = -0{,}13$. Pour le bruit de fond, la simulation indique une valeur négligeable $\rho \simeq -0{,}02$. Cependant, les distributions du bruit de fond ne sont pas gaussiennes. Un faible coefficient de corrélation ne suffit donc pas à établir que les variables sont statistiquement indépendantes. Une autre manière plus sensible de procéder consiste à examiner la valeur moyenne d'une variable en fonction de l'autre. C'est ce qui est fait sur la figure 4.8, pour le signal et le bruit de fond. Pour ce dernier, on observe que $< \Delta E >$ ne dépend pas de la valeur de m_{ES}, ce qui confirme l'absence de corrélation. Pour le signal, la variation est linéaire et suit la loi attendue dans ce cas :

$$< \Delta E > \; = \; \rho \frac{\sigma_{\Delta E}}{\sigma_{m_{\mathrm{ES}}}} (m_{\mathrm{ES}} - m_B) \; \simeq \; m_B - m_{\mathrm{ES}} \; . \tag{4.43}$$



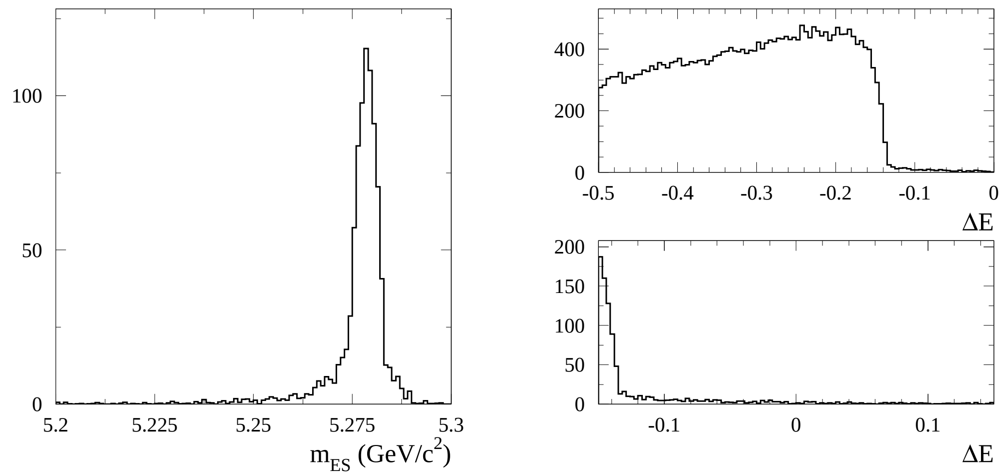
(a) (b)

FIG. 4.7 – *La distribution des événements dans le plan (m_{ES},ΔE) est représentée grâce à des événements issus de la simulation, pour le signal $\pi^+\pi^-$ (a) et pour le bruit de fond $q\overline{q}$ (b). On observe une faible corrélation pour le signal, le calcul direct avec l'équation 4.28 donne $\rho \simeq -0{,}13$, mais aucune n'est manifeste pour le bruit de fond, le calcul direct donne $\rho \simeq -0{,}02$.*



(a) (b)

FIG. 4.8 – *La moyenne de ΔE est représentée en fonction de m_{ES} pour des événements signal $\pi^+\pi^-$ (a) et pour des événements bruit de fond (b). Ces deux courbes ont été obtenues avec la simulation. La pente observée pour le signal est voisine de -1 en accord avec la valeur attendue.*



(a) (b)

Fig. 4.9 – *Ces distributions sont obtenues avec des événements $\rho^{\pm}\pi^{\mp}$ simulés que l'on a sélectionnés avec les coupures appliquées à l'analyse h^+h^-. Les nombres d'événements indiqués sont arbitraires. Si on considère uniquement la masse m_{ES}, de nombreux événements $\rho\pi$ subsistent (a). Une coupure sur la différence d'énergie $\Delta\mathrm{E}$ permet de rejeter l'essentiel de ces événements de bruit de fond B (b). Seulement 1% environ de ces rares événements de bruit de fond passent la coupure $|\Delta E| < 0{,}15$ GeV.*

4.5.4 Rejet du bruit de fond venant des B

Comme expliqué dans la section 4.1.3, les échantillons h^+h^- peuvent être pollués par des paires de hadrons chargés provenant de mésons B, mais autres que $B^0 \to h^+h^-$. Les événements $B^0 \to \rho^+\pi^-$, $\rho^+ \to \pi^+\pi^0$ représentent la source de bruit de fond de ce type la plus proche du signal et par conséquent la plus dangereuse potentiellement. Afin d'évaluer la contribution de ces événements 3π, des événements simulés de ce type ont été sélectionnés avec les critères de l'analyse h^+h^-. Les distributions de m_{ES} et de ΔE qui ressortent de cette étude sont représentées figure 4.9. Si la distribution de m_{ES} reste proche de celle du signal, il en va tout autrement de ΔE. La raison en est la suivante : l'équation de définition 4.6 implique que pour un événement $\rho\pi$:

$$\Delta E \;=\; \Delta E_{\rho\pi} - E_{\pi^0} \leq \Delta E_{\rho\pi} - m_{\pi^0} \;. \tag{4.44}$$

L'égalité est obtenue uniquement pour un π^0 produit au repos dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$. Même dans ce cas extrême, ΔE se trouve décalée de $-0{,}135$ GeV près de la limite inférieure de la fenêtre considérée $|\Delta E| < 0{,}15$ GeV dans laquelle ne subsiste qu'un pourcent de l'ensemble des événements produits et passant les autres coupures de sélection. Compte tenu du rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to \rho^\pm\pi^\mp) \simeq 2{,}3\ 10^{-5}$ [33], on estime à une dizaine le nombre d'événements $\rho\pi$ présents dans l'échantillon final. La plupart est située loin dans les queues de distribution du signal, ils ne polluent donc pas la mesure. Une coupure sur la variable ΔE permet de rejeter l'essentiel de ces événements $\rho\pi$ (section 4.6.2).

Les autres canaux rares, comme $B^0 \to \rho\rho$, sont encore plus efficacement rejetés : au moins deux pions manquent dans le calcul de ΔE, ils apparaissent à $\Delta E = -0{,}27$ GeV, donc en dehors de la fenêtre étudiée. La pollution du signal $B^0 \to K^+\pi^-$, due aux événements $B^0 \to K^{*+}\pi^-$, $K^{*+} \to K^+\pi^0$, encore plus rares que les précédents, reste également sans danger : ces événements apparaissent vers ΔE $\simeq -0{,}135$ GeV, soit encore à plus de $3\sigma_{\Delta E}$ de la moyenne de $\Delta E_{K\pi}$.

4.5.5 Les zones signal et bruit de fond

Les deux variables m_{ES} et ΔE sont utilisées pour séparer les événements en zones bien distinctes :

1. la “zone signal” où tous les événements de signal recherchés se trouvent. Les coupures à appliquer pour définir cette zone sont pour l'analyse h^+h^-, $m_{\mathrm{ES}} > 5{,}27$ GeV/c^2,
2. la “zone bruit de fond” qui ne comporte aucun événement de signal : $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2. Cette zone est utilisée sur les données obtenues à la résonance du $\Upsilon(4S)$. On obtient alors des échantillons de bruit de fond pur ce qui permet de minimiser le recours à la simulation pour décrire ce dernier.

4.6 La sélection des événements

Après la présélection, on dispose d'un très grand nombre d'événements (plusieurs centaines de millions) dont la plupart sont des $q\overline{q}$. De nombreuses coupures sont alors appliquées afin de purifier l'échantillon. Les traces chargées doivent répondre à des critères décrits section 4.6.1. Différentes variables qui exploitent la différence de topologie entre les événements de signal et les événements $q\overline{q}$, sont utilisées pour rejeter une part importante de ces derniers (section 4.6.2). L'identification des particules joue une rôle capital dans l'analyse h^+h^-, puisque seuls les pions et les kaons sont recherchés : sa mise en œuvre est décrite section 4.6.3. Enfin section 4.6.4, est donné un résumé des efficacités de tous les critères précédents.

4.6.1 Critères de sélection des traces chargées

Les traces chargées considérées doivent satisfaire aux quatre critères de qualité suivants :

- le nombre de points reconstruits dans la chambre à dérive doit être suffisant pour garantir une bonne reconstruction : $N(DCH) \geq 20$,
- pour la même raison, l'impulsion transverse doit être suffisamment grande : $p_T > 100$ MeV/c,
- la distance de moindre approche de la trace au point de collision (paramètres d'impact définis section 3.2.2) doit être raisonnable :
  - $d_0 < 1{,}5\ cm$ dans le plan transverse,
  - $z_0 < 10\ cm$ suivant l'axe des faisceaux.

4.6.2 Réduction du bruit de fond

On applique ici des coupures sur des variables utilisées dans l'analyse. Cette sélection comprend deux types de coupures distinctes :

1. celles qui purifient l'échantillon en enlevant par exemple les queues de distributions. Ces coupures n'enlèvent essentiellement que du bruit de fond, ou des événements mal reconstruits :
   - $|\Delta\mathrm{E}| < 0{,}150$ GeV
   - $5{,}2 < m_{\mathrm{ES}} < 5{,}2895$ GeV/c^2
   - $|\Delta t| < 20\ ps$
   - $\sigma_{\Delta t} < 2{,}5\ ps$
   - $-3 < \mathcal{F} < 3$, la variable de Fisher est mise au point afin de discriminer le signal du bruit de fond. Le chapitre 5 lui est consacré.
2. celles qui rejettent les événements dont la topologie est typiquement celle du bruit de fond $q\overline{q}$, mais qui affectent également le signal. La définition de trois nouvelles variables est nécessaire à la présentation de ces coupures.

Les moments de Fox-Wolfram [34, 35]
Le moment de Fox-Wolfram d'ordre l s'écrit :

$$H_l \;=\; \sum_{i,j} \frac{|\vec{p_i}||\vec{p_j}|}{E_{vis}^2}\mathcal{P}_l(\cos\theta_{ij}) \tag{4.45}$$

où i et j représentent les particules de l'ensemble considéré. A ce niveau de l'analyse, l'ensemble en question représente toutes les particules de l'événement. Il est montré dans le chapitre 5 qu'il est parfois judicieux de ne considérer que les particules du reste de l'événement. E_{vis} est l'énergie totale de cet ensemble, θ_{ij} est l'angle entre la direction des deux traces i et j et $\mathcal{P}_l$ est le polynôme de Legendre[3] d'ordre l. H_0 est égal à 1 dans la limite ultra-relativiste où la masse de chaque particule peut être négligée devant l'impulsion. Pour un événement à structure en jets, les moments d'ordre pair ont des valeurs de l'ordre de l'unité et ceux d'ordre impair des valeurs faibles. A l'inverse, pour un événement à topologie sphérique, ce sont les moments d'ordre pair qui sont faibles. La variable discriminante utilisée est le moment d'ordre 2 normalisé par celui d'ordre 0 et est notée R_2 (figure 4.10a).

La sphéricité
Cette variable fournit également une bonne séparation entre le signal et les événements $q\overline{q}$. Elle est construite de la façon suivante : pour chaque événement, on définit le tenseur d'impulsion [36] :

$$T_{\alpha,\beta} \;=\; \sum_j (\delta_{\alpha,\beta}\vec{p_j}^{\,2} - p_{j\alpha}p_{j\beta}) \tag{4.46}$$

où la somme porte sur les particules de l'ensemble considéré et α et β font référence aux trois composantes spatiales de l'impulsion $\vec{p_j}$ de chaque particule. Comme $T_{\alpha,\beta}$ est un tenseur symétrique, il peut être diagonalisé avec les valeurs propres λ_1, λ_2 et λ_3. Si λ_3 est la plus petite valeur des trois, la sphéricité s'écrit alors :

$$S \;=\; \frac{3\lambda_3}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} \;=\; \frac{3(\sum p_{Tj}^2)_{min}}{2\sum_j \vec{p_j}^{\,2}}\ . \tag{4.47}$$

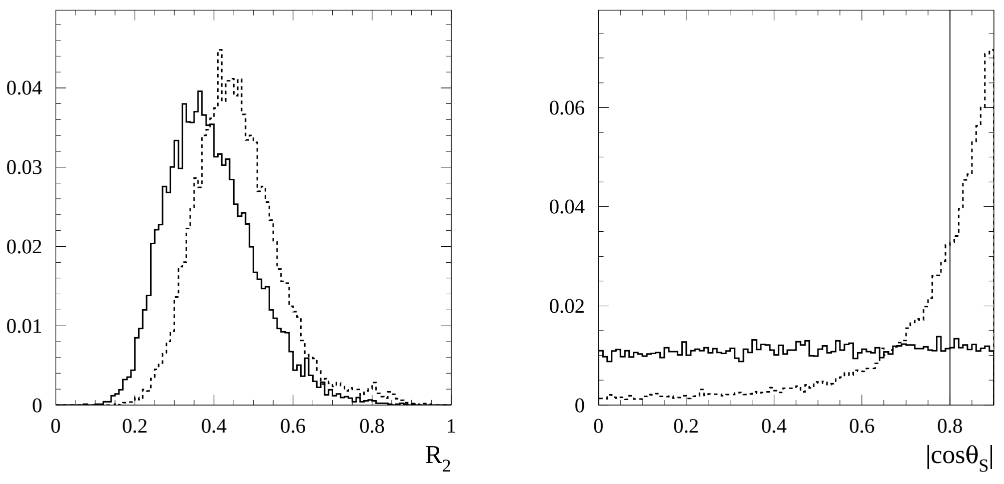
Le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre du tenseur $T_{\alpha,\beta}$ définit l'axe de sphéricité. Le terme p_{Tj} est l'impulsion transverse de la particule j par rapport à cet axe. La sphéricité S est définie dans l'intervalle [0,1], a une valeur faible pour les événements en jets et une valeur proche de 1 pour les événements sphériques.

La valeur absolue du cosinus de l'angle entre l'axe de sphéricité du candidat B et celui du reste de l'événement est également une variable très discriminante, qui est notée $|\cos\theta_S|$. Sa distribution est piquée à 1 pour le bruit de fond $q\overline{q}$ et est uniforme pour le signal (figure 4.10b).

Les coupures effectuées sont les suivantes :
- nombre de particules chargées dans le reste de l'événement $N_{\rm roe} \geq 1$,
- $R_2 < 0{,}95$,
- $S > 0{,}01$,
- $|\cos\theta_S| < 0{,}8$.

Ces coupures rejettent les événements à la forme en jets très marquée et notamment le bruit de fond leptonique. La figure 4.10b illustre la puissance de la dernière coupure quand elle est appliquée sur un lot d'événements sélectionnés avec $|\cos\theta_S| < 0{,}9$.

3. Les polynômes de Legendre peuvent être définis par : $\mathcal{P}_l(x) \;=\; \frac{1}{2^l l!}\frac{d^l}{dx^l}(x^2-1)^l$. En particulier, $\mathcal{P}_0 \;=\; 1$ et $\mathcal{P}_2 \;=\; \frac{1}{2}(3x^2-1)$.



(a) (b)

FIG. 4.10 – *La figure (a) représente la distribution de la variable R_2 après la coupure $R_2 < 0{,}95$ pour le signal (en traits pleins) et pour le bruit de fond (en pointillés). La figure (b) représente la distribution de $|\cos\theta_S|$. La coupure à 0,8 est representée par le trait vertical : une large fraction des événements de bruit de fond (pointillés) est rejetée en l'appliquant au niveau de la sélection des événements. Les distributions sont normalisées à l'unité, elles ne rendent donc pas compte de la proportion signal/bruit-de-fond.*

Son impact sur le signal est cependant important : environ 12% des événements de signal sont perdus dans l'intervalle $0{,}8 < |\cos\theta_S| < 0{,}9$. On attend une perte de 11% de signal dans la mesure où la distribution pour ce type d'événements est censée être uniforme. Cependant, on observe une légère pente positive. Cet effet est dû au cas rare où la particule h^+ ou h^- dépose de l'énergie dans le calorimètre : ce dépôt est alors perçu comme appartenant à une particule neutre du reste de l'événement, la particule $h^\pm$ intervient ainsi deux fois dans le calcul de $\cos\theta_S$. Ce dépôt d'énergie étant proche de la trace du candidat B, il biaise légèrement l'angle θ_S vers les petites valeurs.

4.6.3 L'identification des particules (PID)

Un des enjeux majeurs pour mener à bien l'analyse $B^0 \to \pi^+\pi^-$ est de pouvoir distinguer les canaux $B^0 \to \pi^+\pi^-$ et $B^0 \to K^+\pi^-$. D'un point de vue cinématique seul, il n'est pas aisé de distinguer ces deux modes. Un événement $B^0 \to K^+\pi^-$ reconstruit comme un événement $B^0 \to \pi^+\pi^-$ lui ressemble vraiment beaucoup. Cinématiquement, la différence n'apparaît qu'à travers la variable $\Delta\mathrm{E}$ pour laquelle il y a une séparation d'au moins $2\sigma_{\Delta E}$. Bien que notable, cette séparation n'est pas suffisante. Les capacités d'identification de particules du détecteur *BABAR* ont été conçues pour permettre une excellente séparation entre ces deux modes. L'impulsion

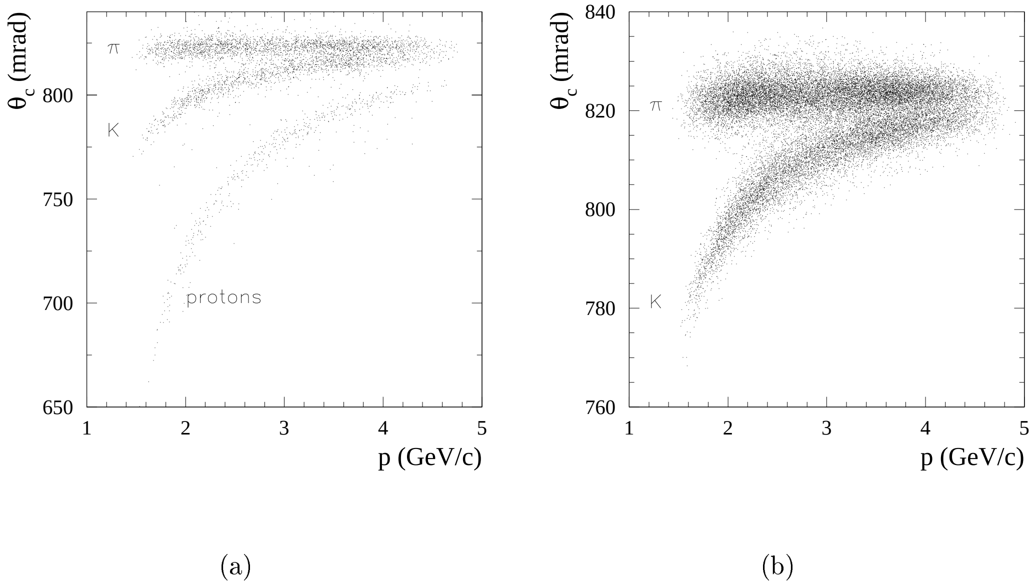


FIG. 4.11 – *Les deux figures représentent l'angle Cherenkov θ_c en fonction de l'impulsion de la particule. La figure (a) est obtenue avec l'échantillon de données hors-pic sur lequel toutes les coupures explicitées précédemment ont été appliquées sauf celle en θ_c : la présence des protons est manifeste. La figure (b) représente l'ensemble des données collectées jusqu'en juillet 2002 auquel toutes les coupures ont été appliquées : la contribution des protons a disparu.*

des deux traces h^+ et h^- est dans une région où les mesures de la perte d'énergie par ionisation ($\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$) dans la chambre à dérive pour les pions et les kaons ne diffèrent que d'un écart standard : l'information donnée par le DIRC est alors essentielle. Le DIRC peut effectivement fournir une séparation K/π supérieure à $2{,}5\sigma$ jusqu'en bout de spectre en impulsion (section 3.2.4, figure 3.14).

A ce niveau de l'analyse, on ne cherche pas encore à séparer les pions des kaons, mais à identifier deux particules qui sont soit un pion, soit un kaon. La sélection procède par l'application des coupures suivantes :

1. un angle Cherenkov θ_c reconstruit par le DIRC mesuré correctement, c'est-à-dire $\theta_c > 0$. Cette coupure fiducielle est appliquée pour chacune des particules.
2. nombre de photons supérieur à 5.
3. incompatibilité avec l'hypothèse d'un proton.
4. incompatibilité avec l'hypothèse d'un électron.

Le troisième critère est assuré en demandant que la mesure de l'angle Cherenkov soit à moins de quatre écarts standard de l'hypothèse π ou K (figure 4.11). Une particule chargée est identifiée comme un électron si elle remplit les conditions suivantes :

- $540 < \mathrm{d}E/\mathrm{d}x < 860$ (figure 3.10a)
- $N_{crist} > 3$
- $0{,}89 < E/p < 1{,}2$
- $0{,}1 < LAT < 0{,}6$.

La variable $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ est la perte d'énergie par ionisation dans la chambre à dérive. Les trois autres variables discriminantes font intervenir le calorimètre. Le rapport E/p est l'énergie mesurée dans le calorimètre divisée par l'impulsion mesurée par le système de reconstruction des traces. La coupure inférieure est optimisée pour que l'influence des radiations et la perte d'énergie dans le matériel à l'avant du calorimètre soit minimisée, tout en gardant une bonne discrimination des hadrons. La limite supérieure est utilisée principalement pour le rejet des antiprotons qui s'annihilent avec la matière du détecteur. N_{crist} est le nombre de cristaux dans l'amas et la variable LAT [37] caractérise la dimension transversale de la gerbe. Toute particule qui satisfait simultanément ces quatre critères est rejetée.

4.6.4 Les efficacités

L'ensemble des coupures décrites précédemment ont pour but de rejeter des événements de bruit de fond. Il est cependant impossible de ne rejeter que ce type d'événements. Une partie du signal, plus ou moins importante selon la coupure, est perdue. On définit alors l'efficacité de sélection du signal par le rapport des nombres d'événements de signal avant et après telle coupure. La table 4.2 résume les efficacités des critères de sélection, calculées à partir d'un échantillon d'événements de simulation qui comprend environ 40000 événements. Chaque efficacité est relative à la précédente. La première sélection mentionnée comprend tous les critères depuis la reconstruction autres que ceux relatifs à l'identification des particules ou ceux appliqués sur la variable en temps et son erreur. Sur les 46% de perte de signal de la sélection, environ 20% sont dus à la coupure sur la variable $\cos\theta_S$ (entre 0,8 et 1). La coupure sur l'erreur de la variable en temps $\sigma_{\Delta t}$ rejette peu d'événements et permet

	$\epsilon(\pi^+\pi^-)$	$\epsilon(K^+\pi^-)$	$\epsilon(K^+K^-)$
Sélection	$0{,}5455 \pm 0{,}0027$	$0{,}5399 \pm 0{,}0027$	$0{,}5202 \pm 0{,}0026$
PID	$0{,}7333 \pm 0{,}0081$	$0{,}7306 \pm 0{,}0081$	$0{,}7329 \pm 0{,}0082$
Efficacité de Δt et $\sigma_{\Delta t}$	$0{,}9658 \pm 0{,}0015$	$0{,}9666 \pm 0{,}0015$	$0{,}9674 \pm 0{,}0015$
Correction due à la simulation	$0{,}983 \pm 0{,}016$	$0{,}983 \pm 0{,}016$	$0{,}983 \pm 0{,}016$
Efficacité totale	$0{,}3798 \pm 0{,}0076$	$0{,}3748 \pm 0{,}0076$	$0{,}3623 \pm 0{,}0073$

TAB. 4.2 – *Résumé des efficacités pour les modes $\pi^+\pi^-$, $K^+\pi^-$ et K^+K^- déterminées à partir d'un échantillon de simulation d'environ 40000 événements. Le facteur de correction de l'efficacité de la reconstruction des traces est inclus dans l'efficacité totale. Chaque efficacité est relative à la précédente et les erreurs sont statistiques, excepté pour les corrections de l'efficacité d'identification et de détection des traces (qui sont inclus dans l'erreur de l'efficacité totale).*

surtout d'éliminer les événements pathologiques mal reconstruits pour lesquels Δt est très mal mesuré.

Le nombre d'événements qui satisfait à cet ensemble de coupures et qui sont considérés dans l'analyse est $N_{ev} = 26070$. Il existe au moins deux méthodes pour finaliser ce travail d'extraction du signal. Elles sont exposées section 4.7.

4.7 L'extraction du signal

A ce niveau de l'analyse, on peut appliquer différentes méthodes pour déterminer les nombres d'événements de signal qui se trouvent parmi ceux sélectionnés. La méthode de comptage consiste à appliquer de nouvelles coupures, plus dures, afin de mieux isoler le signal. Elle est décrite section 4.7.1. Une méthode plus performante est la méthode de vraisemblance, dont le principe est brièvement décrit section 4.7.2. L'analyse h^+h^- utilise cette deuxième méthode pour la dernière étape de l'analyse qui fait l'objet du chapitre 6.

4.7.1 La méthode de comptage

Le moyen le plus simple de calculer un nombre d'événements et par lui un rapport d'embranchement, est d'utiliser la méthode de comptage. Il s'agit d'appliquer des coupures afin d'éliminer au mieux les événements de bruit de fond, tout en préservant une fraction du signal suffisamment large. Le nombre d'événements de bruit de fond dans la zone signal retenue, notée $\mathfrak{S}$, est déterminé en comptant le nombre de ces événements dans une zone pure en événements de bruit de fond, notée $\mathfrak{B}$. Le nombre d'événements de bruit de fond dans la zone retenue est alors obtenu par :

$$N_{bkg}^{\mathfrak{S}} = \zeta_{\mathfrak{S}} N_{bkg}^{\mathfrak{B}} \ , \tag{4.48}$$

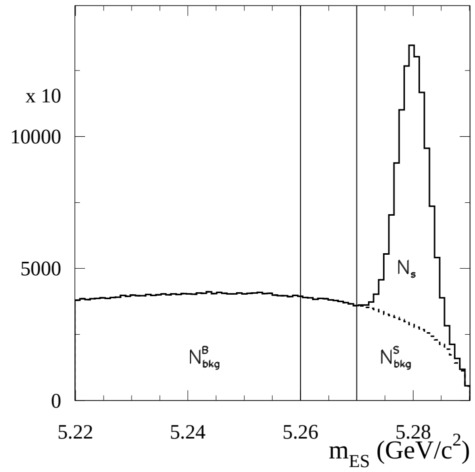


FIG. 4.12 – *La distribution de la masse invariante est représentée pour des événements simulés. On distingue la zone $\mathfrak{B}$ où seuls des événements de bruit de fond sont présents : $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2 et la zone signal $\mathfrak{S}$, $m_{\mathrm{ES}} > 5{,}27$ GeV/c^2, où tout le signal se trouve. Par une simple règle de proportion, on calcule le nombre d'événements de bruit de fond $N_{bkg}^{\mathfrak{S}}$ dans cette zone $\mathfrak{S}$. Le nombre d'événements de signal est calculé en retranchant le nombre $N_{bkg}^{\mathfrak{S}}$ au nombre total d'événements présents dans la zone signal $\mathfrak{S}$.*

où le coefficient de proportionnalité $\zeta_{\mathfrak{S}}$ est déterminé par exemple par la simulation. Le nombre total d'événements dans la zone signal étant noté $N_{ev}^{\mathfrak{S}}$, on calcule le nombre d'événements de signal dans la zone $\mathfrak{S}$, N_s, avec :

$$N_s \;=\; N_{ev}^{\mathfrak{S}} - N_{bkg}^{\mathfrak{S}} \; . \tag{4.49}$$

On calcule ainsi le rapport d'embranchement

$$\mathcal{B} \;=\; \frac{N_s}{\epsilon_{sig} N_{B\overline{B}}} \; , \tag{4.50}$$

où $N_{B\overline{B}}$ est le nombre total d'événements de signal collectés et ϵ_{sig} l'efficacité de sélection du signal après l'application de tous les critères de sélection de l'analyse traitée.

Un exemple est illustré figure 4.12. En considérant la distribution de la masse invariante, on peut compter le nombre d'événements dans la zone bruit de fond $N_{bkg}^{\mathfrak{B}}$. Dans la zone $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2, il n'y a que des événements de bruit de fond. Le rapport des deux intégrales qui correspondent aux deux zones distinctes $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2 et $m_{\mathrm{ES}} > 5{,}27$ GeV/c^2 permet de calculer le nombre d'événements de bruit de fond dans la zone signal $\mathfrak{S}$.

4.7.2 La méthode du maximum de vraisemblance

Cette technique est utilisée afin d'extraire les paramètres recherchés et constitue la dernière étape de l'analyse h^+h^-. On dispose alors des événements qui ont passé tous les critères de sélection. C'est sur ces événements que l'on applique la méthode du maximum de vraisemblance. Ici est présenté l'outil mathématique de manière générale, puis dans un cas simple. Son application à l'analyse h^+h^- est explicitée chapitre 6. Des développements menés lors de ce travail de thèse sur ces calculs [38] ont conduit à une nouvelle variable de discrimination présentée section 4.7.2.5.

4.7.2.1 Généralités

On considère le cas où l'on dispose d'un lot de N_{ev} événements dans lequel sont présentes $\mathrm{N_{es}}$ espèces différentes et où la description théorique des événements dépend d'un seul paramètre que l'on cherche à déterminer. La vraisemblance (*Likelihood*) s'exprime :

$$L(f) \;=\; \prod_{N_{ev}} \mathcal{P}^{total}(f) \;, \tag{4.51}$$

où f est le paramètre que l'on veut mesurer. $\mathcal{P}^{total}$ représente la somme, sur chaque espèce, des produits de toutes les fonctions de densité de probabilité des variables discriminantes, notées collectivement x dans la suite et qui sont utilisées dans l'analyse :

$$\mathcal{P}^{total}(f) \;=\; \sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} \mathcal{P}_i^{total}(f). \tag{4.52}$$

La fonction $\mathcal{P}^{total}$ doit être normalisée à l'unité sur l'intervalle considéré pour la variable x. Un estimateur non biaisé du paramètre f est obtenu en cherchant à maximiser $L(f)$, ou de manière équivalente son logarithme :

$$lnL(f) \;=\; \mathcal{L}(f) \;=\; \sum_{N_{ev}} ln\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] \;. \tag{4.53}$$

Dans la limite où le nombre d'événements est très grand, on peut remplacer la somme par une intégrale sur les variables et écrire :

$$\mathcal{L}(f) \;=\; N_{ev} \int \mathcal{P}^{total}(f_0)\; ln\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] dx \;, \tag{4.54}$$

où f_0 est la véritable valeur du paramètre f. La dérivée de la vraisemblance s'exprime par

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f} \;=\; N_{ev} \int \mathcal{P}^{total}(f_0) \frac{\partial\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right]/\partial f}{\mathcal{P}^{total}(f)} dx \;. \tag{4.55}$$

Pour $f = f_0$, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f}_{f=f_0} \;&=\; N_{ev} \int \frac{\partial\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right]}{\partial f} dx \\ &=\; N_{ev} \frac{\partial}{\partial f} \int \left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] dx \;. \end{aligned} \tag{4.56}$$

Si la normalisation des fonctions, $\int\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] dx$ est indépendante de f, on a :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f}_{f=f_0} \;=\; 0 \;. \tag{4.57}$$

Un estimateur non biaisé du paramètre f_0 est donc bien donné par la valeur notée f_{mes} qui rend maximale $\mathcal{L}(f)$. La largeur δf telle que

$$\mathcal{L}(f_{mes} \pm \delta f) = \mathcal{L}(f_{mes}) - \frac{1}{2} \qquad (4.58)$$

fournit une estimation de l'incertitude statistique σ_f sur la mesure f_{mes}. On le démontre en développant en série de Taylor la formule de $\mathcal{L}(f)$:

$$\mathcal{L}(f) \;=\; \mathcal{L}(f_{mes}) + \underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f}_{f=f_{mes}}}_{=0}(f - f_{mes}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial f^2}_{f=f_{mes}}(f - f_{mes})^2 + \mathcal{O}^3 \; . \qquad (4.59)$$

En admettant [4] que $L(f)$, au voisinage de f_0, a une forme gaussienne de largeur σ_f, on a :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial f^2}_{f=f_{mes}} = -\frac{1}{\sigma_f^2} \; , \qquad (4.60)$$

on peut écrire :

$$\mathcal{L}(f) \;\simeq\; \mathcal{L}(f_{mes}) - \frac{1}{2}\left(\frac{f - f_{mes}}{\sigma_f}\right)^2 \; , \qquad (4.61)$$

soit pour $f = f_{mes} \pm \sigma_f$:

$$\mathcal{L}(f_{mes} \pm \sigma_f) \;=\; \mathcal{L}(f_{mes}) - \frac{1}{2} \; . \qquad (4.62)$$

D'après l'équation 4.60, la valeur de σ_f peut être obtenue par le calcul de la dérivée seconde de $\mathcal{L}(f)$:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial f^2} \;=\; N_{ev} \int \mathcal{P}^{total}(f_0) \left(\frac{\partial^2 \left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] / \partial f^2}{\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right]} - \frac{\left(\partial \left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] / \partial f\right)^2}{\left[\mathcal{P}^{total}(f)\right]^2} \right) dx \; . \qquad (4.63)$$

Pour $f = f_0$ et sous la même condition de normalisation que précédemment, l'équation se réduit à :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial f^2}_{f=f_0} \;=\; -\, N_{ev} \int \frac{\left(\partial \left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] / \partial f\right)^2}{\left[\mathcal{P}^{total}(f_0)\right]} dx \; , \qquad (4.64)$$

et ainsi :

$$\frac{1}{\sigma_f^2} \;=\; N_{ev} \int \frac{\left(\partial \left[\mathcal{P}^{total}(f)\right] / \partial f\right)^2}{\mathcal{P}^{total}(f)} dx \; . \qquad (4.65)$$

4.7.2.2 Exemple d'application à une variable et deux espèces

Si l'on veut mesurer le nombre d'événements de signal N_s présents parmi les N_{ev} événements de l'échantillon utilisé, la vraisemblance s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{L}(N_s) \;=\; \sum_{i=1}^{N_{ev}} ln \left[N_s S(x_i) + (N_{ev} - N_s) B(x_i)\right] \; , \qquad (4.66)$$

4. La démonstration de cette égalité n'est pas simple : elle repose sur la loi des grands nombres.

où S et B sont les fonctions de densité de probabilité qui décrivent la variable x, respectivement pour le signal et le bruit de fond. Elles sont toutes deux normalisées à l'unité pour garantir la validité de l'équation 4.57.

D'une manière équivalente, si on veut obtenir directement la fraction d'événements de signal $f = N_s/N_{ev}$, la formule de vraisemblance prend alors la forme :

$$\mathcal{L}(f) \;=\; \sum_{i=1}^{N_{ev}} ln\left[fS(x_i) + (1-f)B(x_i)\right] \;, \tag{4.67}$$

$\mathcal{L}$ est en effet définie à une constante près qui n'intervient pas puisque qu'on cherche un maximum relatif.

4.7.2.3 Développements

Au cours de ce travail de thèse, une quantité, analogue à l'efficacité ϵ, dérivée de $\mathcal{L}$ a été introduite afin de quantifier le pouvoir de séparation d'une variable discriminante donnée. D'après l'équation 4.65, la dérivée seconde de la vraisemblance permet de calculer l'incertitude statistique :

$$\frac{1}{\sigma_f^2 N_{ev}} \;=\; \int dx \frac{\left(S(x) - B(x)\right)^2}{B(x) + f(S(x) - B(x))} \equiv I \;. \tag{4.68}$$

Pour que l'analyse arrive à un niveau de précision suffisant, l'incertitude σ_f doit être petite devant f, ce qui implique l'inégalité suivante :

$$fIN_s \gg 1 \;. \tag{4.69}$$

Pour une séparation parfaite du signal et du bruit de fond, c'est-à-dire $S(x)B(x) = 0$, l'intégrale I atteint son maximum :

$$I_{max} \;=\; \frac{1}{f(1-f)} \tag{4.70}$$

et l'inégalité 4.69 indique que dans ce cas, N_s doit être grand devant $(1-f)$. Bien évidemment, dans un tel cas de séparation complète entre les deux distributions S et B, il serait inutile de recourir à la méthode du maximum de vraisemblance puisqu'il suffirait simplement de compter les événements dans le domaine où $B(x)$ est nul.

L'incertitude sur le nombre d'événements attendu en moyenne $N_s = fN_{ev}$ comporte deux termes. Le premier reflète l'erreur sur f et le second les fluctuations sur le nombre d'événements total N_{ev} :

$$\sigma_{N_s}^2 \;=\; N_{ev}^2\sigma_f^2 + f^2N_{ev} \tag{4.71}$$

et donc

$$\frac{1}{\sigma_{N_s}^2} \;=\; \frac{1}{N_{ev}}\frac{I}{(1+f^2I)} \;, \tag{4.72}$$

ce qui peut se mettre sous la forme

$$\sigma_{N_s} \;=\; \sqrt{\frac{N_s}{\epsilon}} \;, \tag{4.73}$$

où la quantité ϵ a le sens d'une efficacité de sélection effective d'événements de signal pour une coupure sur une variable hypothétique qui permettrait l'élimination complète du bruit de fond. Elle a la forme :

$$\epsilon \;=\; \frac{fI}{1+f^2I}\ . \tag{4.74}$$

De fait, pour une parfaite séparation de bruit de fond ($I = I_{max}$), ϵ_{max} est égal à l'unité. La variable ϵ permet de juger de la qualité discriminante d'une analyse.

4.7.2.4 Extension de la vraisemblance

La fonction de vraisemblance est modifiée en rajoutant un terme de probabilité de Poisson au terme de la vraisemblance classique (équation 4.66). On a alors directement une fonction du nombre d'événements de signal que l'on cherche à mesurer N_s.

Si on observe N_{ev} événements tandis qu'on en attend $N_s + N_{bkg}$, la fonction de vraisemblance étendue, notée ${}_e\mathrm{L}$, s'écrit alors :

$$\begin{aligned} {}_e\mathrm{L}(N_s,N_{bkg}) \;&=\; \mathcal{P}(N_{ev},N_s+N_{bkg})\prod_{i=1}^{N_{ev}}\left[fS(x_i)+(1-f)B(x_i)\right] \\ &=\; \frac{e^{-(N_s+N_{bkg})}}{N_{ev}!}\prod_{i=1}^{N_{ev}}\left[N_sS(x_i)+N_{bkg}B(x_i)\right]\ . \end{aligned} \tag{4.75}$$

Si le nombre d'événements attendus pour le bruit de fond est connu, en supprimant le terme constant et donc inutile $-(lnN_{ev}! + N_{bkg})$, on écrit le logarithme de ${}_e\mathrm{L}$:

$${}_e\mathcal{L}(N_s) \;=\; \sum_{i=1}^{N_{ev}} ln\left[N_sS(x_i)+N_{bkg}B(x_i)\right] - N_s\ . \tag{4.76}$$

La recherche du maximum de ${}_e\mathcal{L}$ conduit maintenant à :

$$0 \;=\; \frac{\partial_e\mathcal{L}}{\partial N_s} \;=\; \sum_{i=1}^{N_{ev}} \frac{S(x_i)}{N_sS(x_i)+N_{bkg}B(x_i)} - 1\ . \tag{4.77}$$

4.7.2.5 Une nouvelle variable d'évaluation : ${}_e\epsilon$

L'erreur statistique sur N_s prend la forme :

$$\frac{1}{\sigma^2_{N_s}} \;=\; \frac{1}{N_{ev}}\int \frac{S(x)^2}{B(x)+f(S(x)-B(x))}dx \equiv \frac{{}_eI}{N_{ev}}\ . \tag{4.78}$$

De même qu'avec la méthode précédente, on introduit une efficacité de sélection effective grâce à :

$$\sigma_{N_s} \;=\; \sqrt{\frac{N_s}{{}_e\epsilon}} \tag{4.79}$$

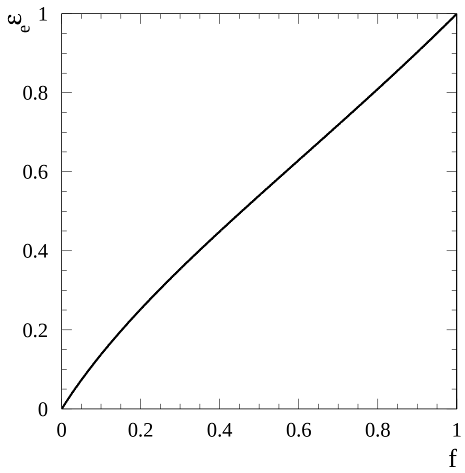


FIG. 4.13 – *La variable $_e\epsilon$ est représentée en fonction de la fraction d'événements de signal de l'échantillon considéré.*

avec

$$_e\epsilon \;=\; f_eI \;=\; \epsilon + f\frac{(1-\epsilon)^2}{1-\epsilon f}\;, \tag{4.80}$$

où le deuxième terme quantifie le gain obtenu par la méthode de vraisemblance étendue en terme d'efficacité de sélection effective du signal. Ce terme croît linéairement avec f (figure 4.13), le gain est donc négligeable pour une analyse fortement contaminée par le bruit de fond. La quantité $_e\epsilon$ satisfait les deux inégalité $_e\epsilon \geq \epsilon$ et $_e\epsilon \geq f$. De même que pour ϵ, plus les variables utilisées sont discriminantes, plus la valeur de $_e\epsilon$ augmente et plus le gain se réduit $_e\epsilon \simeq \epsilon$. Dans la cas d'une discrimination parfaite, $_e\epsilon$ atteint, comme ϵ, la valeur unité.

4.8 Les échantillons d'événements de contrôle

Toute analyse doit être validée et on a besoin pour cela d'événements connus dont on maîtrise bien toutes les caractéristiques afin de pouvoir faire des comparaisons avec ce que l'on connait moins bien et qui est nouveau. Ces échantillons purs sont constitués d'événements $B\overline{B}$ dont on est sûr à 99% de les avoir parfaitement reconstruits, avec la totalité des particules qui les forment. Il est aussi nécessaire que ces événements aient une statistique conséquente. On choisit les canaux de désintégrations $B \to DX$ dont les taux sont de l'ordre de 10^{-2}, ce qui est 10000 fois plus élevé que les canaux h^+h^-. Pour tester l'analyse h^+h^-, on utilise des échantillons d'événements totalement reconstruits où une paire $K\pi$ apparaît.

Le canal $D^{*+} \to D^0\pi^+ \to (K^-\pi^+)\pi^+$ est choisi comme échantillon de contrôle pour l'identification des particules. Le pion est toujours la particule qui a la même charge que le D^{*+}. Le kaon a lui toujours la charge opposée au D^{*+}. La réponse du DIRC peut ainsi être étalonnée selon cette désintégration. Pour éviter toute contamination venant des candidats D^0, on effectue une coupure sur la différence de masses reconstruites du D^{*+} et du D^0, ΔM. L'ensemble des critères qui servent à sélectionner ces événements est résumé table 4.3. En choisissant les impulsions dans l'intervalle [1,75; 4] GeV/c, on couvre 90% du spectre en impulsion des h^+h^-.

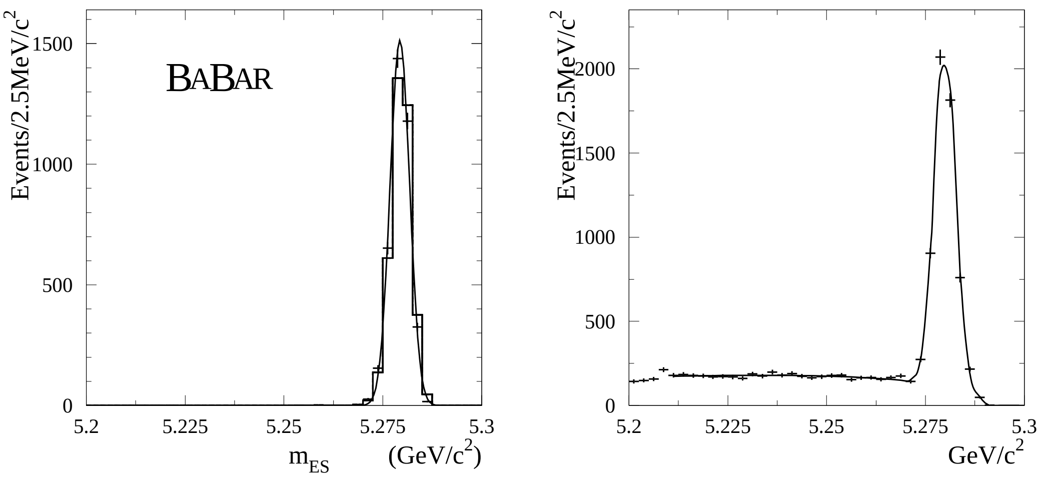
$\lvert\Delta M - 0{,}1454\,\mathrm{GeV}/c^2\rvert < 3\sigma_{\Delta M}$ $\lvert M(K\pi) - m(D^0)\rvert < 3\sigma_{D^0}$
$p^*(D^0) > 2{,}5$ GeV/c $1{,}75 < p(\pi) < 4{,}0$ GeV/c $1{,}75 < p(K) < 4{,}0$ GeV/c
$\cos\theta^*_K < 0{,}8$ $\theta_c(\pi) > 0$ $\theta_c(K) > 0$

TAB. 4.3 – *Coupures appliquées sur un échantillon d'événements dans le but de sélectionner les désintégrations $D^{*+} \to K^-\pi^+\pi^+$. $M(K\pi)$ est la masse reconstruite du D^0, σ_{D^0} est sa résolution. La variable $\cos\theta^*_K$ est le cosinus de l'angle entre la trace du kaon et la direction de vol du D^0, mesuré dans le référentiel du centre de masse du D^0.*

Le canal de désintégration $B^- \to D^0\pi^- \to K^-\pi^+\pi^-$ est utilisé pour valider la paramétrisation des distributions des variables m_{ES} et ΔE et pour estimer les erreurs systématiques. La figure 4.14 [39, 40] illustre la correspondance qui existe entre les événements h^+h^- étudiés et ceux de validation $D^0 \to K^-\pi^+$.

Les canaux $D^{(*)-}\pi^+$ sont également utilisés pour valider l'analyse h^+h^-.

Ces échantillons d'événements de contrôle sont exploités lors de la description et de la validation de l'ajustement qui est l'objet du chapitre 6.



(a) (b)

FIG. 4.14 – *La distribution de* m_{ES} *est représentée pour différents échantillons. Sur la figure (a), il s'agit d'événements simulés : les points sont obtenus pour les événements complètement reconstruits* $B^- \to D^0\pi^-(D^0 \to K^-\pi^+)$*, l'histogramme concerne les désintégrations* $B \to h^+h^-$*. Sur la figure (b) apparaissent les données* $B^- \to D^0\pi^-$*, l'ajustement gaussien indique une valeur centrale de* 5,280 GeV/c^2 *et une largeur de* 2,6 MeV/c^2*.*

Chapitre 5

Rejet du bruit de fond $q\overline{q}$ à l'aide d'un analyseur multidimensionnel

Dans le chapitre précédent, il a été montré comment un jeu de coupures permet de sélectionner les événements dont les caractéristiques sont proches de celles du signal. Toutefois, après cette sélection, les événements de signal restent très minoritaires par rapport au bruit de fond. Ils représentent moins de 5% de l'échantillon total considéré et environ 30% des événements dans la zone signal définie par $m_{\rm ES} > 5{,}27\ \mathrm{GeV}/c^2$. Il reste cependant des variables discriminantes qui portent une information non encore utilisée. Afin d'exploiter au mieux cette information, on combine plusieurs de ces variables afin de n'en former qu'une seule, notée x_{MVA} pour *Multi Variate Analyser*, dont la densité de probabilité est utilisée directement dans l'ajustement final (chapitre 6).

La mise au point de la variable x_{MVA} représente une partie importante de ce travail de thèse [41] et constitue l'objet de ce chapitre. Au cours de ce travail, une étude fine de l'analyseur multidimensionnel de l'analyse h^+h^- a été menée avec le double but de mieux distinguer les événements signal des événements de bruit de fond, tout en réduisant le nombre de variables utilisées. Deux méthodes d'analyse multidimensionnelle dont les principes de fonctionnement sont décrits section 5.1 sont utilisées. Les critères de sélection des variables sont expliqués section 5.2, les variables testées sont définies section 5.3 et enfin, section 5.4, est justifié le choix de l'ensemble de variables retenu.

5.1 Méthodes d'analyse multidimensionnelle

Deux méthodes d'analyse multidimensionnelle sont utilisées : la première, la méthode de Fisher [42], est optimale lorsque la corrélation entre les variables est linéaire; la seconde, la méthode du réseau de neurones (NN pour *Neural Network*) est conçue pour traiter les cas où les corrélations entre les variables sont non linéaires.

5.1.1 L'algorithme de Fisher

On considère un échantillon d'événements dans lequel se trouvent un lot d'événements de signal et un lot d'événements de bruit de fond. Ces événements sont caractérisés par un nombre N_{var} de variables. L'algorithme de Fisher détermine l'hyperplan dans cet espace à N_{var} dimensions qui optimise la séparation entre les deux lots. Pour un événement donné, on écrit la variable de Fisher $\mathcal{F}$ comme suit :

$$\mathcal{F} \;=\; f_0 + \sum_{i=1}^{N_{var}} f_i x_i \;, \tag{5.1}$$

où x_i est la valeur de la variable i pour l'événement considéré et f_i est le coefficient de discrimination de la variable i. L'ensemble des coefficients f_i, une fois optimisé, définit l'hyperplan de Fisher. Qualitativement, f_i est petit si la variable est peu discriminante, grand si elle l'est beaucoup. Il est à noter cependant que la valeur de f_i dépend de l'unité choisie pour x_i.

Soient $l = 1{,}2$ deux lots d'événements, qui correspondent respectivement au signal et au bruit de fond. On note :
- N_l le nombre d'événements dans chaque lot,
- $\mathbf{x}^{lk}$ l'ensemble des N_{var} valeurs des variables de l'événement k du lot l, $x^{lk} = \{x_1^{lk},...,x_{N_{var}}^{lk}\}$,
- $\overline{\mathbf{x}}^l$ la valeur moyenne de $\mathbf{x}^{lk}$ sur les événements du lot l :

$$\overline{\mathbf{x}}^l \;=\; \frac{1}{N_l}\sum_{k=1}^{N_l} \mathbf{x}^{lk} \;, \tag{5.2}$$

- $\overline{\mathbf{x}}$ la moyenne sur les deux lots :

$$\overline{\mathbf{x}} = \frac{1}{N_1+N_2}\sum_{l=1}^{2}\sum_{k=1}^{N_l} \mathbf{x}^{lk} \;=\; \frac{N_1\overline{\mathbf{x}}^1 + N_2\overline{\mathbf{x}}^2}{N_1+N_2} \;. \tag{5.3}$$

On définit W_{ij}, les éléments de la matrice de covariance moyennée sur les lots, entre les variables discriminantes $\{i,j\}$. W_{ij} (*within*) représente la dispersion des événements par rapport à la moyenne du lot dont ils font partie :

$$W_{ij} \;=\; \frac{1}{N_1+N_2}\sum_{l=1}^{2}\sum_{k=1}^{N_l}(x_i^{lk} - \overline{x}_i^l)(x_j^{lk} - \overline{x}_j^l) \;, \tag{5.4}$$

avec i et j allant de 1 à N_{var}.

Les coefficients de Fisher f_i sont calculés pour chaque variable discriminante $i = 1,...N_{var}$ par :

$$f_i \;=\; \frac{\sqrt{N_1 N_2}}{N_1+N_2}\sum_{j=1}^{N_{var}} W_{ij}^{-1}(\overline{x}_j^1 - \overline{x}_j^2) \;. \tag{5.5}$$

Le seuil f_0 est la somme des moyennes des variables discriminantes pondérées par les coefficients f_i :

$$f_0 \;=\; \sum_{i=1}^{N_{var}} f_i \;(\overline{x}_i^1 + \overline{x}_i^2) \;. \tag{5.6}$$

Cette valeur de f_0 permet de centrer à zéro la distribution de la variable de Fisher $\mathcal{F}$ pour l'ensemble des deux lots.

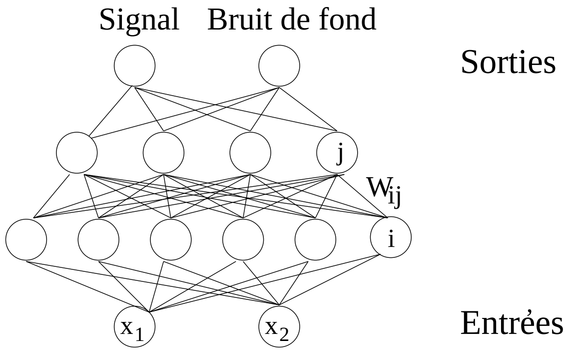


FIG. 5.1 – *Schéma de principe d'un réseau de neurones. L'exemple représenté traite deux variables discriminantes et met en œuvre deux couches cachées. Les sorties d'une couche (k) constituent les entrées de la couche (k+1). Il s'agit ici d'un réseau de neurones* $2 : 6 : 4 : 2$, *c'est-à-dire à deux variables d'entrée, six neurones dans la première couche cachée, quatre dans la seconde et avec deux variables de sortie.*

5.1.2 Le réseau de neurones

Un réseau de neurones offre un pouvoir discriminant qui peut rester fort là où les méthodes linéaires, comme celle de Fisher, s'avèrent inefficaces. En revanche, si les variables sont corrélées linéairement, le réseau de neurones ne peut être meilleur que Fisher. Le réseau neuronal décrit ici est ce qu'on appelle un perceptron multicouche [43].

Il est constitué d'entrées, de sorties, de "neurones" et de connexions, le tout structuré en couches. Chaque neurone est un processeur d'informations qui traite les données qui lui parviennent *via* les connexions. Le principe de cette méthode est illustré figure 5.1.

Le réseau comporte un certain nombre d'entrées x_i, qui correspondent aux différentes variables discriminantes de l'analyse. Les deux sorties sont associées aux deux lots d'événements : signal et bruit de fond. Les couches intermédiaires de neurones sont insérées entre les entrées et les sorties. Chaque neurone reçoit l'information des couches précédentes. On note E_i^k la valeur de l'*information* en sortie du neurone i de la couche k. A l'entrée du réseau, on pose :

$$E_i^1 \;=\; x_i \;. \tag{5.7}$$

On définit I_j^{k+1} la valeur de l'*information* en entrée du neurone j de la couche $k+1$ par :

$$I_j^{k+1} \;=\; \sum_i W_{ij}^{k \to k+1} E_i^k \;, \tag{5.8}$$

c'est-à-dire la somme pondérée des *informations* en sortie des neurones de la couche précédente. Il traite cette information et transmet aux neurones de la couche suivante la sortie E_j^{k+1} définie par :

$$E_j^{k+1} \;=\; g(I_j^{k+1}) \tag{5.9}$$

où g est une fonction dite de décision ou d'activation. Cette fonction est une sigmoïde :

$$g(y) \;=\; \frac{1}{1+e^{-\frac{y}{t}}} \;. \tag{5.10}$$

t est le paramètre de transfert que l'on prend constant pour tous les neurones. Les poids du réseau sont ajustés lors de la phase d'apprentissage ou phase d'entraînement.

5.2 Critères de sélection des variables

La sélection des variables amenées à être intégrées dans l'analyseur multidimensionnel pour définir la variable x_{MVA}, ne peut être dissociée de l'ajustement final fondé sur la méthode de vraisemblance décrite section 4.7.2. La distribution de x_{MVA} entre en effet dans cette formule de vraisemblance et la contribution des autres variables de la fonction de vraisemblance doit être prise en compte lors de cette étude. Seul l'ajustement final permet de quantifier précisément le gain attendu par une variable x_{MVA} donnée. Cette quantification précise est réalisée à l'aide de simulations rapides qui permettent de calculer les incertitudes statistiques et systématiques associées à chaque variable. Ce travail étant cependant très long, d'autres moyens plus simples d'estimation de la qualité des variables sont utilisés pour choisir parmi les variables testées.

Un premier critère de qualité est la corrélation entre les variables (section 5.2.1). Un deuxième critère est l'efficacité de sélection du signal pour une sélection fondée sur une coupure sur la variable x_{MVA} qui conduit à une efficacité de bruit de fond donnée (section 5.2.2). Le dernier critère utilisé repose sur la Transformation-$\mathcal{Z}$ [41, 44] qui a été mise au point au cours de ce travail de thèse. Elle a pour but de simplifier la comparaison des variables : le fait que les distributions aient des formes très diverses peut induire en erreur lorsqu'on essaie d'évaluer visuellement leur pouvoir discriminant. La Transformation-$\mathcal{Z}$ change la forme des distributions de sorte que celle du bruit de fond soit toujours uniforme. L'évaluation visuelle est ainsi facilitée et, comme expliqué section 5.2.3, la moyenne de la distribution du signal quantifie le pouvoir de séparation de la variable.

5.2.1 La corrélation entre les variables

Deux niveaux de corrélations doivent être distingués : les corrélations entre les variables x_i qui interviennent dans l'analyse multidimensionnelle et celles entre les variables x_i et les variables de l'ajustement final.

La fonction de densité de probabilité de la variable x_{MVA} est amenée à entrer dans la formule de vraisemblance, où, par simplicité, les corrélations sont négligées. Cette hypothèse de non corrélation doit être vérifiée en particulier pour x_{MVA}, vis-à-vis de m_{ES} et $\Delta \mathrm{E}$, pour le signal, d'une part et pour le bruit de fond d'autre part. On ne peut cependant éviter strictement toute corrélation et attendre un coefficient ρ (section 4.5.3) égal à zéro. C'est pourquoi, un seuil en deçà duquel la corrélation est tolérée doit être choisi. Il s'avère que 10% constitue une limite supérieure acceptable : les variables qui ont un coefficient de corrélation avec m_{ES} ou $\Delta \mathrm{E}$ supérieur à cette valeur sont rejetées.

A l'inverse des variables qui entrent dans la formule de vraisemblance et qui ne doivent pas être corrélées, celles qui entrent dans la définition de x_{MVA} peuvent

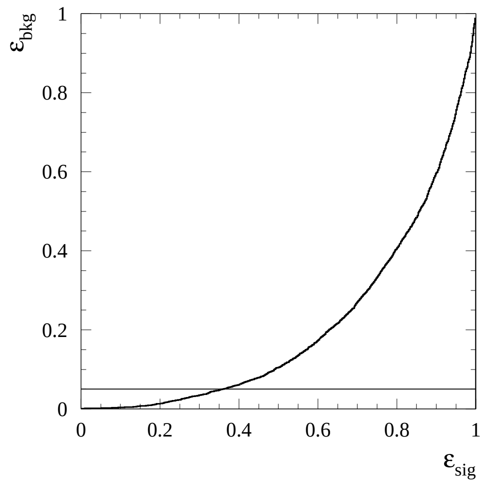


FIG. 5.2 – *Efficacité de sélection du bruit de fond en fonction de celle du signal.*

présenter de fortes corrélations sans affecter son bon fonctionnement. Ce qui importe est le pouvoir discriminant de x_{MVA}. Deux variables très corrélées, quand elles sont combinées, peuvent s'avérer être plus discriminantes que deux autres variables non corrélées : il suffit pour cela que les coefficients de corrélation du signal et du bruit de fond soient suffisamment différents. Il faut donc considérer le coefficient de corrélation avec précaution et le considérer comme un outil d'évaluation uniquement.

5.2.2 L'efficacité de sélection du signal pour une efficacité de bruit de fond donnée

Le but de l'analyseur multidimensionnel est de discerner le mieux possible si un événement provient du signal ou du bruit de fond. On ne peut cependant pas rejeter entièrement le bruit de fond en gardant l'intégralité du signal. Il faut considérer l'efficacité du signal ϵ_{sig} en fonction de celle du bruit de fond ϵ_{bkg} pour une coupure donnée sur x_{MVA}. Un exemple est illustré figure 5.2. Cependant toute la courbe n'est pas pertinente, notamment la région où l'efficacité de sélection du signal est très faible. Une information à considérer est la valeur de l'efficacité du signal quand celle du bruit de fond est voisine de la proportion du signal dans l'échantillon de données de départ. L'étude présentée a été menée en considérant une rejection de bruit de fond de 95%, soit ϵ_{bkg}= 5%, ce qui ramenerait le bruit de fond au niveau du signal, si du moins ϵ_{sig} restait proche de l'unité.

5.2.3 La Transformation-$\mathcal{Z}$

La Transformation-$\mathcal{Z}$ consiste en deux changements de variables successifs. On part de x, variable discriminante dont on veut tester le pouvoir de séparation. On note $S(x)$ et $B(x)$ les distributions de cette variable pour le signal et le bruit de fond respectivement. On introduit tout d'abord la variable intermédiaire y :

$$y = \frac{B(x)}{S(x) + B(x)} \ . \tag{5.11}$$

Cette variable intermédiaire y permet, en incorporant la forme des distributions de rendre uniforme celle de bruit de fond par le second changement de variable :

$$\mathcal{Z} = \int_0^y b(y')dy' \ , \tag{5.12}$$

où $b(y)$ est la distribution du bruit de fond pour la variable y. En d'autres termes, $\mathcal{Z}$ est l'efficacité de sélection du bruit de fond pour $y' < y$. La distribution en $\mathcal{Z}$ du bruit de fond $\mathcal{B}(\mathcal{Z})$ est uniforme entre 0 et 1 et égale à 1 par construction. On le démontre ainsi : en notant N_B le nombre d'événements de bruit de fond dans l'échantillon considéré, on peut écrire :

$$\mathcal{B}(\mathcal{Z}) \ = \ \frac{1}{N_B}\frac{dN_B}{d\mathcal{Z}} \ = \ \frac{1}{N_B}\frac{dN_B}{dy}\frac{dy}{d\mathcal{Z}} \ = \ b(y)\frac{1}{\frac{d\mathcal{Z}}{dy}} \ = \ 1 \ . \tag{5.13}$$

La distribution du signal est quant à elle piquée en $\mathcal{Z} = 0$ et on démontre qu'elle prend une forme simple et universelle quand elle est exprimée sous la forme de la fonction de $y(\mathcal{Z})$. On remarque d'abord l'identité :

$$\mathcal{S}(\mathcal{Z}) \ = \ \frac{1}{N_S}\frac{dN_S}{d\mathcal{Z}} \ = \ \frac{1}{N_S}\frac{dN_S}{dy}\frac{dy}{d\mathcal{Z}} \ = \ \frac{s(y)}{b(y)} \ . \tag{5.14}$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} s(y) \ &= \ \int S(x) \ \delta\left(y - \frac{B(x)}{S(x)+B(x)}\right) dx \\ &= \ \int B(x)\frac{S(x)}{B(x)} \ \delta\left(y - \frac{B(x)}{S(x)+B(x)}\right) dx \\ &= \ \int B(x)\frac{1-y}{y} \ \delta\left(y - \frac{B(x)}{S(x)+B(x)}\right) dx \\ &= \ \frac{1-y}{y}\int B(x) \ \delta\left(y - \frac{B(x)}{S(x)+B(x)}\right) dx \\ &= \ \frac{1-y}{y} \ b(y) \ . \end{aligned} \tag{5.15}$$

On en déduit ainsi :

$$\mathcal{S}(\mathcal{Z}) \ = \ \frac{1-y}{y} \ . \tag{5.16}$$

La relation 5.16 est illustrée sur la figure 5.3. La relation 5.15 implique une propriété des distributions de la variable y et $\mathcal{Z}$: quelque soit la nature de la variable x, pour $y = 1/2$ on a $s(y) = b(y)$. En d'autres termes, la distribution du signal $s(y)$ croise celle du bruit de fond $b(y)$ au centre de l'intervalle en y et en ce point, la distribution du signal $\mathcal{S}(\mathcal{Z})$ croise celle du bruit de fond : $\mathcal{S}(\mathcal{Z}) = \mathcal{B}(\mathcal{Z}) = 1$. La

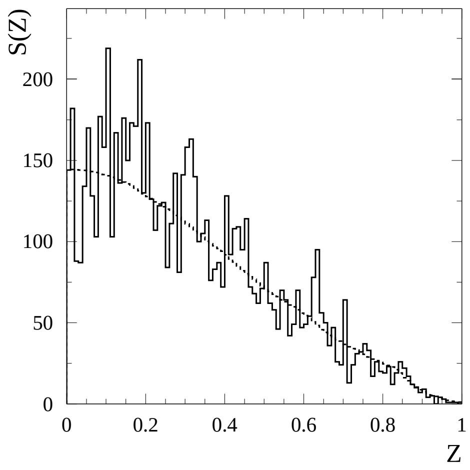


FIG. 5.3 – *$\mathcal{S}(Z)$ représentée grâce à des événements de simulation (histogramme) et grâce à la formule 5.16 (fonction continue). La variable discriminante utilisée pour cet exemple est m_{ES}.*

valeur correspondante de la variable $\mathcal{Z}(y = 1/2)$, dépend du pouvoir discriminant de la variable x. Elle est d'autant plus faible que le pouvoir discriminant de x est grand. Plus généralement, la distribution $\mathcal{S}(\mathcal{Z})$ est d'autant plus piquée vers l'origine que la variable x est discriminante. Ainsi on peut évaluer les performances d'une variable par la valeur $< \mathcal{Z} >$, la moyenne de la distribution en $\mathcal{Z}$ du signal. Plus cette quantité est petite et meilleure est la variable. Une illustration de la Transformation-$\mathcal{Z}$ est montrée figure 5.4 pour les deux variables fondamentales m_{ES} et ΔE.

5.3 Variables testées

5.3.1 Les variables globales ou celles du reste de l'événement

On appelle variables globales les variables dans le calcul desquelles toutes les particules de l'événement sont utilisées, celles qui représentent le candidat B comme celles issues du reste de l'événement : la poussée, la sphéricité, les moments de Fox-Wolfram. Ces variables globales souffrent de deux inconvénients majeurs :

1. les distributions du signal fournies par la simulation sont toujours validées avec des échantillons de B complètements reconstruits (section 4.8). La validation des variables globales avec ces échantillons de contrôle n'est pas possible : le candidat B de ces événements est issu d'un canal non rare et propre, typiquement $B^0 \to D^*\pi$, donc très différent de celui auquel on s'intéresse ici, tandis que le reste de l'événement est le même et est un bon moyen de validation.
2. l'information qui vient du candidat B est prise en compte. Ces variables contiennent ainsi une partie de l'information présente dans les deux variables définies chapitre 4, m_{ES} et ΔE. Les variables globales ont donc tendance à présenter une corrélation avec m_{ES} et ΔE, comme illustré figure 5.5.

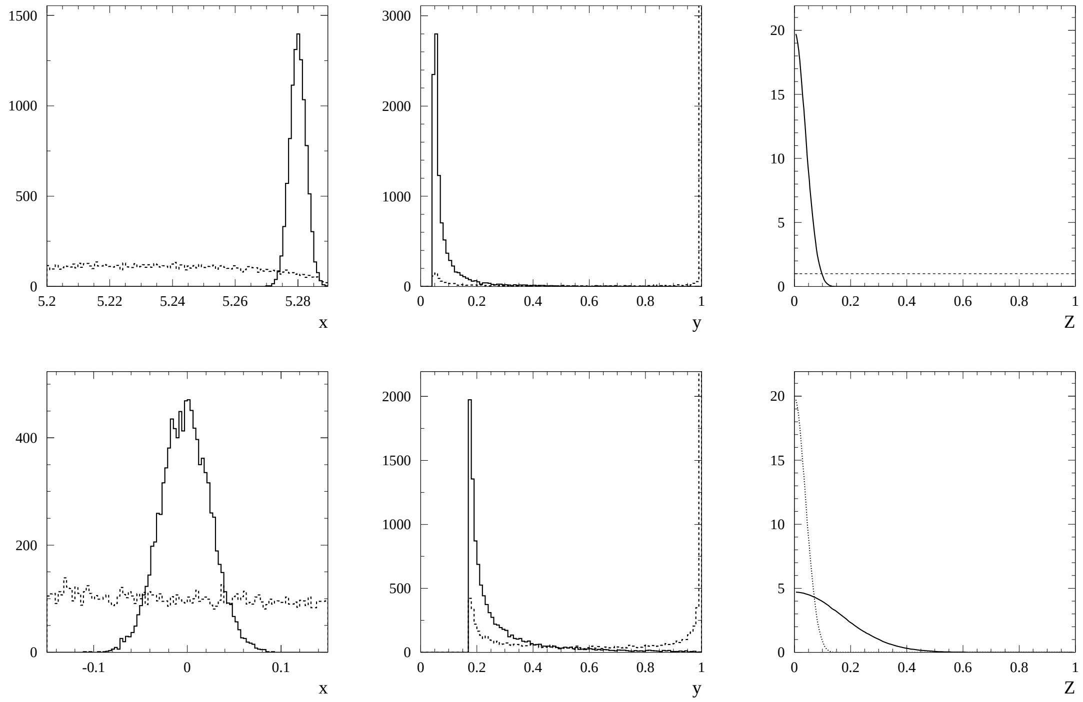
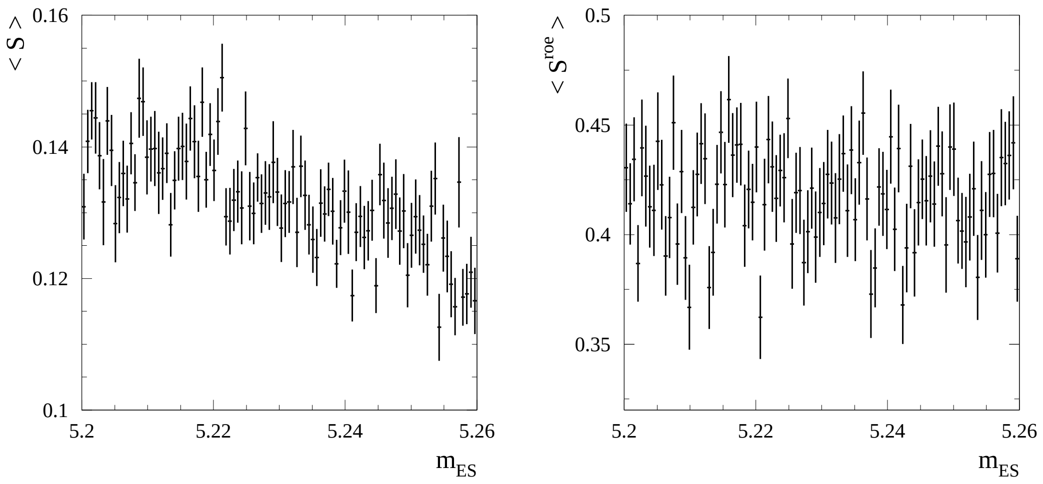


FIG. 5.4 – *Les distributions du haut correspondent à la variable m_{ES}. Sont représentées les distributions de x =m_{ES}, y et $\mathcal{Z}$ pour le signal (trait continu) et le bruit de fond (pointillés). Les distributions du bas correspondent à la variable $\Delta\mathrm{E}$. La courbe en pointillés de la figure en bas à droite représente la distribution $S(\mathcal{Z})$ pour la variable m_{ES} : dans les domaines considérés en m_{ES} et $\Delta\mathrm{E}$, m_{ES} est plus discriminante que $\Delta\mathrm{E}$.*



(a) (b)

FIG. 5.5 – *Les deux distributions représentent la valeur moyenne de la sphéricité (section 4.6.2) en fonction de* m_{ES}. *Sur la figure (a), la sphéricité est calculée sur tout l'événement, alors que sur la figure (b) elle est calculée uniquement sur le reste de l'événement. La dépendance en* m_{ES} *de la sphéricité globale apparaît nettement, alors que la sphéricité du reste de l'événement n'est pas corrélée avec* m_{ES}.

Toutes les variables globales sont de ce fait inutilisées dans l'analyseur multidimensionnel. Elles sont calculées sur le reste de l'événement uniquement et portent l'exposant "roe".

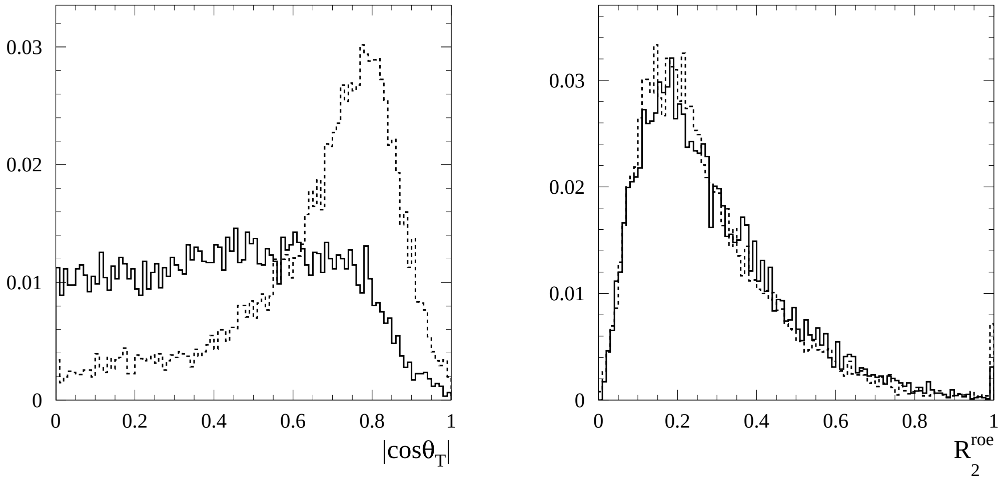
5.3.2 Les variables topologiques standard

T : la poussée (*thrust*) [36]
Elle se définit comme suit :

$$T \;=\; \max_{\vec{t}} \left\{ \frac{\sum_i |\vec{t}\cdot\vec{p}_i|}{\sum_i p_i} \right\} , \tag{5.17}$$

où $\vec{t}$ est un vecteur unitaire, qui définit l'axe de poussée de l'ensemble de particules considéré (tout l'événement, le candidat B ou encore le reste de l'événement) : c'est la direction qui maximise la somme des impulsions longitudinales des particules et qui conduit donc à la valeur maximale de T. La somme porte sur toutes les traces de cet ensemble et $\vec{p}_i$ est l'impulsion de la particule i. Pour un événement à la structure en deux jets (événements $q\overline{q}$ ou événements leptoniques), T est proche de 1. Sa valeur est moindre pour un événement sphérique.

$\cos\theta_T$: le cosinus de l'angle entre l'axe de poussée du candidat B et celui du reste de l'événement
L'aspect topologique des événements présenté section 4.2 entraîne que cette variable,



(a) (b)

FIG. 5.6 – *Distribution de $|\cos\theta_T|$ (a) et distribution de R_2^{roe} (b): le signal est représenté en trait plein, le bruit de fond en pointillés. On voit qu'après la sélection, la variable $|\cos\theta_T|$ reste discriminante alors que R_2^{roe} ne l'est plus.*

avant les coupures de sélection, est distribuée uniformément entre 0 et 1 pour les événements de signal et est piquée vers 1 pour les événements en deux jets. Les coupures de sélection, qui déforment ces distributions, conservent malgré tout un pouvoir discriminant à cette variable (figure 5.6a).

La sphéricité et son cosinus
Décrites dans la section 4.6.2 et utilisées lors de la sélection des événements, ces deux variables sont à nouveau testées ici. La première est calculée uniquement sur le reste de l'événement. Les deux variables $\cos\theta_T$ et $\cos\theta_S$ véhiculent la même information, elles sont de ce fait très corrélées.

Les moments de Fox-Wolfram [34, 35]
Déjà décrits et utilisés dans la section 4.6.2, ils ont été testés à nouveau mais en étant calculés uniquement sur le reste de l'événement. Ces variables sont notées R_l^{roe}. La figure 5.6b illustre la forme de la variable R_2^{roe} après la sélection.

5.3.3 D'autres variables topologiques

Ce type de variables exploite également la topologie des événements, sphérique pour le signal et en jets dos-à-dos pour le bruit de fond. Elles intègrent directement dans leur définition la direction de l'axe de poussée du candidat B et sont construites pour fournir des mesures du flot de particules au voisinage de cet axe. De ce fait, elles sont très corrélées avec $\cos\theta_T$ et $\cos\theta_S$.

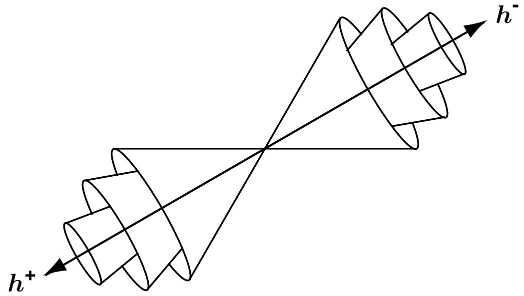


FIG. 5.7 – *Illustration des cônes de CLEO; trois des neuf cônes sont représentés. La direction indiquée est celle de l'axe de poussée du candidat B formé par les deux particules h^+ et h^-.*

5.3.3.1 Les cônes de CLEO

C'est la collaboration CLEO [45] qui a mis au point ces éléments de cônes comme variables discriminantes. Ils sont au nombre de neuf, coaxiaux avec l'axe de poussée du candidat B et s'excluent mutuellement. Ils divisent l'espace en tranches angulaires de 10^o chacunes (figure 5.7). Il y a plus d'énergie dans les cônes proches de l'axe de poussée pour des événements de bruit de fond que pour des événements de signal. Pour chaque cône j, la quantité C^j est définie par :

$$C^j \; = \; \sum_i^{\mathrm{roe}} p_i^* \; \times \delta_i^j(|\cos\theta_i^*|) \tag{5.18}$$

où p_i^* est l'impulsion dans le référentiel du centre de masse du $\Upsilon(4S)$ de la particule i du reste de l'événement, $\cos\theta_i^*$ est le cosinus de l'angle entre la direction de l'impulsion de cette trace i et l'axe de poussée du candidat B. Le coefficient $\delta_i^j(|\cos\theta_i^*|)$ est égal à 1 si $(j-1)\times 10^o < \theta_i^* \leq j \times 10^o$ ou $(j-1)\times 10^o < 180^o - \theta_i^* < j\times 10^o$ et 0 sinon. Les neuf C^j sont combinés linéairement pour former la variable de Fisher des cônes de CLEO :

$$\mathcal{F}_{c\hat{o}nes} \; = \; f_0 + \sum_{j=1}^{9} f_j C^j \tag{5.19}$$

où les neuf coefficients de Fisher f_j sont obtenus avec l'algorithme de Fisher. La constante de calibrage f_0 n'a d'autre fonction que de fixer la valeur moyenne de $\mathcal{F}_{c\hat{o}nes}$ à zéro (section 5.1.1). De la même façon, l'un quelconque des neuf coefficients peut être fixé arbitrairement (à l'unité par exemple) si les autres coefficients sont multipliés par la même constante : huit paramètres indépendants interviennent dans la définition de $\mathcal{F}_{c\hat{o}nes}$. L'expérience *BABAR* a réoptimisé, dès le début de l'analyse h^+h^-, ces coefficients qui sont restés les mêmes depuis (tableau 5.1). D'autres variables ont été ajoutées à ces neuf cônes, sans observer cependant de gain significatif [46].

5.3.3.2 Les monômes L_j

Les polynômes de Legendre $\mathcal{P}_l(x)$ (définis section 4.6.2) sont à l'origine des variables L_j . En effet, la collaboration CLEO, en sus des variables C_i définies dans la

j	0	1	2	3	4
f_j	0,5328	0,6443	0,7205	0,5121	0,2445
	5	6	7	8	9
	0,0144	-0,2575	-0,4149	-0,5398	-0,5442

TAB. 5.1 – *Les coefficients de Fisher pour les neuf cônes de CLEO.*

section précédente, avait également considéré les variables [47] :

$$\mathcal{L}_j \;=\; \sum_i^{\text{roe}} p_i^* \; \mathcal{P}_j(\cos\theta_i^*) \tag{5.20}$$

et observé que la seule variable $\mathcal{L}_2$ offre un pouvoir discriminant voisin de celui des cônes.

Suite à ce constat et pour simplifier cette écriture, tout en gardant la même information, les monômes L_j sont introduits et définis par :

$$L_j \;=\; \sum_i^{\text{roe}} p_i^* \;\times\; |\cos\theta_i^*|^j \;. \tag{5.21}$$

Ces variables s'avèrent présenter un grand pouvoir de séparation. Dans la recherche de la combinaison optimale de monômes, le monôme L_0 est gardé parce que, étant la simple somme des impulsions des traces du reste de l'événement, il constitue un piédestal indépendant de la forme de l'événement. Il a ensuite été combiné successivement à d'autres monômes $L_{j\neq 0}$ grâce à l'algorithme de Fisher, puis évalué avec les méthodes décrites dans la section 5.2. Il apparaît que c'est avec le monôme L_2 que la discrimination signal/bruit-de-fond est la meilleure. Ajouter un autre L_j à la paire $\{L_0,L_2\}$ n'apporte pas d'amélioration significative. La variable de Fisher obtenue s'écrit :

$$\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}} \;=\; 0{,}5319 - 0{,}6023 \times L_0 + 1{,}2698 \times L_2 \;, \tag{5.22}$$

avec

$$L_0 \;=\; \sum_i^{\text{roe}} p_i \qquad \text{et} \qquad L_2 \;=\; \sum_i^{\text{roe}} p_i.|\cos\theta_i|^2 \;. \tag{5.23}$$

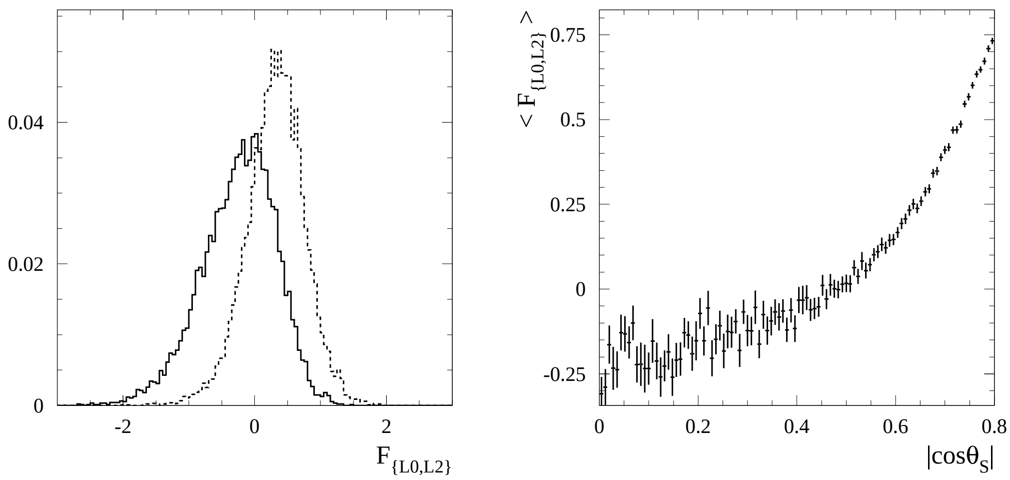
De même que pour $\mathcal{F}_{cônes}$, la constante et l'un des deux coefficients sont sans importance pour le pouvoir discriminant de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ qui ne repose en fait que sur le rapport f_2/f_1. Les distributions de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ pour le signal et le bruit de fond sont représentées figure 5.8a. La figure 5.8b illustre la corrélation entre $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ et $|\cos\theta_S|$. On voit que ces deux variables contiennent une information semblable.

Les variables $\mathcal{L}_j$ auraient tout aussi bien pu être utilisées et on peut réécrire l'équation 5.22, grâce à une transformation linéaire, sous la forme :

$$\mathcal{F}_{\{\mathcal{L}_0,\mathcal{L}_2\}} = 0{,}5319 - 0{,}1790 \times \mathcal{L}_0 + 0{,}8465 \times \mathcal{L}_2 \tag{5.24}$$

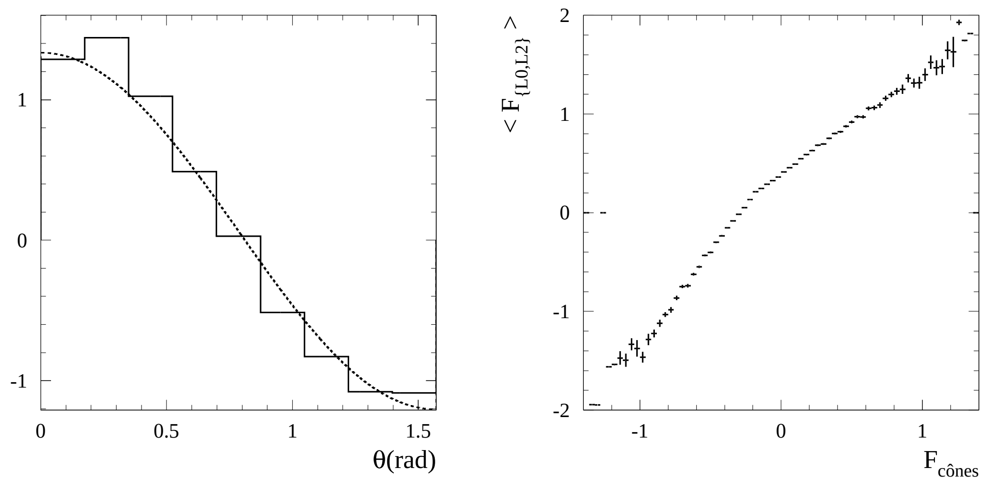
puisque

$$\mathcal{L}_0 \;=\; L_0 \qquad \text{et} \qquad \mathcal{L}_2 \;=\; \frac{1}{2}(3L_2 - L_0) \;. \tag{5.25}$$



(a) (b)

FIG. 5.8 – *La figure (a) représente les distributions de* $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ *pour le signal et le bruit de fond. La distribution du signal, obtenue grâce à la simulation, est représentée par l'histogramme en trait plein. Celle du bruit de fond en pointillés est obtenue avec les données dans la région du bruit de fond définie par* $m_{\mathrm{ES}} <\ 5{,}26\ \mathrm{GeV}/c^2$. *La figure (b) représente la moyenne de la variable de* $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ *en fonction de* $|\cos\theta_S|$ *pour les données : ces deux variables très proches sont très corrélées.*



(a) (b)

FIG. 5.9 – *Sur la figure (a), la courbe discontinue représente la contribution à $\mathcal{F}_{cônes}$ d'une unique particule d'impulsion $p_i^* = 2$ GeV/c. La contribution à $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, pour la même particule, est la courbe continue. Une fois la somme sur les particules du reste de l'événement effectuée, les faibles différences observées deviennent négligeables : les deux variables sont équivalentes. La figure (b) représente la moyenne de la variable $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ en fonction de $\mathcal{F}_{cônes}$ pour les événements sélectionnés : la corrélation entre ces deux variables de Fisher, qui véhiculent pratiquement la même information est très forte, comme attendu.*

On observe que le terme en $\mathcal{L}_2$ est dominant, c'est donc lui qui apporte l'essentiel du pouvoir discriminant de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, ce qui rejoint la conclusion de la collaboration CLEO. Cependant, la contribution de L_0 n'est pas négligeable : elle permet à $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ d'égaler le pouvoir discriminant de $\mathcal{F}_{cônes}$. La combinaison $\{L_0,L_2\}$ est en fait l'équivalent continu des cônes de CLEO. Ceci est illustré sur la figure 5.9a qui représente la valeur de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ et de $\mathcal{F}_{cônes}$, constantes de calibrage mises à part, en fonction de θ pour la contribution d'une particule d'impulsion donnée $p_i^* = 2$ GeV/c. La figure 5.9b illustre la corrélation très forte entre les deux variables $\mathcal{F}_{cônes}$ et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$. Les pouvoirs discriminants de $\mathcal{F}_{cônes}$ et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ sont quasiment identiques.

5.3.3.3 Les moments de Super Fox-Wolfram

Ces moments, introduits par la collaboration BELLE [48], sont définis comme suit :

$$SFW = \sum_{l=1,4} \alpha_l R_l^{SO} + \sum_{l=1,4} \beta_l R_l^{OO} \tag{5.26}$$

avec

$$R_l^{x,y} = \frac{H_l^{x,y}}{H_0} \tag{5.27}$$

où S et O indiquent les contributions des traces du candidat B et du reste de l'événement respectivement. Le symbole $H_l^{x,y}$, qui suit la même notation que les moments de Fox-Wolfram, est construit avec le l^{eme} polynôme de Legendre $\mathcal{P}_l$:

$$H_l^{x,y} = \sum_{i\in x, j\in y, i\neq j} |p_i||p_j|\mathcal{P}_l(\cos\theta_{ij}) \ . \tag{5.28}$$

Il est à noter que les éléments R_l^{OO} sont égaux aux moments de Fox-Wolfram calculés sur le reste de l'événement :

$$R_l^{OO} = \frac{\sum_{i\neq j}^{\mathrm{roe}} |p_i||p_j|\mathcal{P}_l(\cos\theta_{ij})}{H_0} = R_l^{\mathrm{roe}} \ . \tag{5.29}$$

La définition de R_l^{SO} est proche des monômes L_j définis section 5.3.3.2 :

$$R_l^{SO} = \frac{\sum_{i\in S, j\in O} |p_i||p_j|\mathcal{P}_l(\cos\theta_{ij})}{H_0} \simeq L_l \ . \tag{5.30}$$

La différence majeure est que l'impulsion des traces du candidat B entre dans la définition de cette variable. Pour cette raison, les moments de Super Fox-Wolfram ne sont pas utilisés dans l'élaboration de la variable de l'analyseur multidimensionnel.

5.3.3.4 Création et essai d'une nouvelle variable

Les monômes L_j sont chacun une somme de cosinus, pondérés par des impulsions. L'idée est alors venue d'utiliser ces mêmes informations, sous la forme non pas d'une somme mais d'un produit sur les particules. L'espoir était que la présence d'une seule particule, même de faible impulsion, dans le voisinage de l'axe de poussée soit suffisante pour étiqueter un événement de bruit de fond. La définition précise de la variable ainsi élaborée n'est pas donnée ici. Tout en étant fort complexe, elle n'apporte que très peu de pouvoir discriminant supplémentaire.

5.3.3.5 La masse effective m_{eff}^{roe}

C'est la masse invariante reconstruite avec les impulsions toutes ramenées dans le sens positif de l'axe de poussée du candidat B. La figure 5.10 illustre cette variable discriminante.

5.3.3.6 Les sommes des impulsions transverses

Deux variables sont calculées en projetant les impulsions de l'ensemble des traces du reste de l'événement selon un axe et en additionnant ces projections. Elles sont calculées selon des axes différents :

- $PtSc^{\mathrm{roe}}$ est calculée selon l'axe de poussée du reste de l'événement,
- $PtBSc^{\mathrm{roe}}$ est calculée selon l'axe de poussée du candidat B.

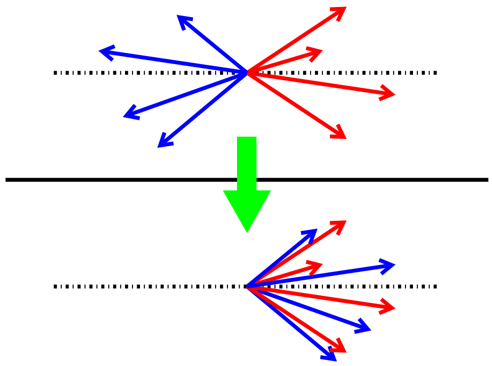


FIG. 5.10 – *Illustration de la masse effective. La figure du haut montre la structure d'un événement quelconque dans le référentiel du $\Upsilon(4S)$. L'axe representé est l'axe de poussée du candidat B. Les impulsions dirigées vers la partie gauche de cet axe sont rabattues vers la partie droite. En d'autres termes, la composante de l'impulsion de chaque particule suivant l'axe de poussée p_{T_B} est remplacée par $|p_{T_B}|$ avant que la masse invariante de l'ensemble soit calculée.*

5.3.4 Les variables cinématiques

Ces variables sondent une autre physique que les précédentes. Elles ne concernent plus le détail de la topologie des événements mais exploitent les propriétés des réactions $e^+e^- \to \Upsilon(4S) \to B\overline{B}$ et $e^+e^- \to q\overline{q} \to$ "B"X, où "B" dénote le candidat B de l'événement. La figure 5.11 illustre la définition des deux variables décrites ci-dessous.

5.3.4.1 $\cos\theta_B$

$\cos\theta_B = \cos(\vec{p}_B,\vec{z})$ est le cosinus de l'angle entre l'impulsion du candidat B et l'axe $\vec{z}$ du détecteur *BABAR* dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$. La forme de la distribution attendue pour le signal découle de la conservation du moment cinétique. Le $\Upsilon(4S)$, dont le moment cinétique J est égal à 1, est formé à partir d'une collision e^+e^-, uniquement si l'électron et le positron ont des hélicités opposées. Les seules valeurs de m possibles dans ce cas sont -1 et 1. Le moment cinétique du B étant nul, les composantes à considérer dans la distribution angulaire sont $d^1_{1,0} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$ et $d^1_{-1,0} = -d^1_{1,0}$. La forme de la distribution de $\cos\theta_B$ pour le signal $B\overline{B}$ est ainsi donnée par la somme $|d^1_{1,0}|^2 + |d^1_{-1,0}|^2 \propto \sin^2(\vec{p}_B,\vec{z})$, comme l'illustre la figure 5.12a.

Pour le bruit de fond $q\overline{q}$, en l'absence d'effet de détecteur, le candidat B résultant d'une combinaison fortuite, une distribution uniforme de $\cos\theta_B$ est attendue. On remarque cependant une pente négative qui montre qu'il y a plus d'événements en $\cos\theta_B = -1$, c'est-à-dire qui partent vers l'arrière du détecteur (dans la direction $-\vec{z}$). Cela s'explique par un effet d'acceptance : les événements qui partent vers l'avant du détecteur, comme les deux traces representées figure 5.11, sont sélectionnés avec une efficacité moindre que ceux qui partent vers l'arrière et sont totalement dans l'acceptance du détecteur. Cela est d'autant plus vrai que l'axe de poussée du candidat B est incliné sur l'axe z. Cet effet d'acceptance est explicité dans la section

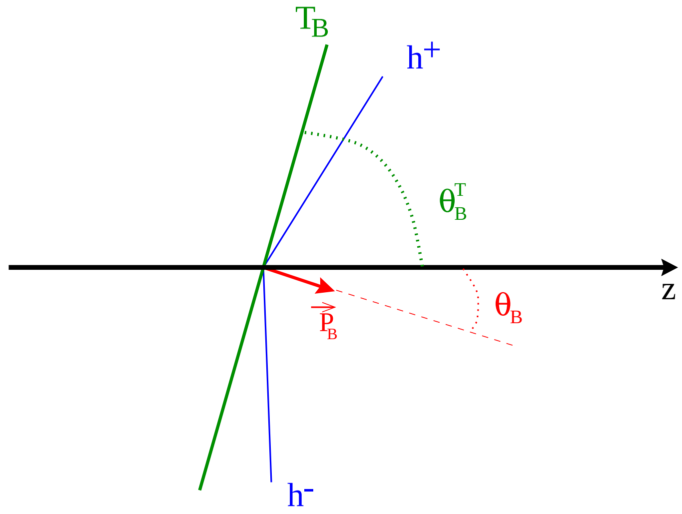


FIG. 5.11 – *Représentation d'un candidat B dans le référentiel du centre de masse du $\Upsilon(4S)$. L'axe horizontal représente l'axe $\vec{z}$ du détecteur. Les deux traces h^+ et h^- sont celles à partir desquelles le candidat B est reconstruit. L'impulsion de ce candidat, $\vec{p}_B$, ainsi que son axe de poussée, T_B, sont représentés. On peut ainsi définir deux angles : celui entre l'axe T_B et l'axe $\vec{z}$ (θ_B^T) et celui entre l'impulsion $\vec{p}_B$ et l'axe $\vec{z}$ (θ_B).*

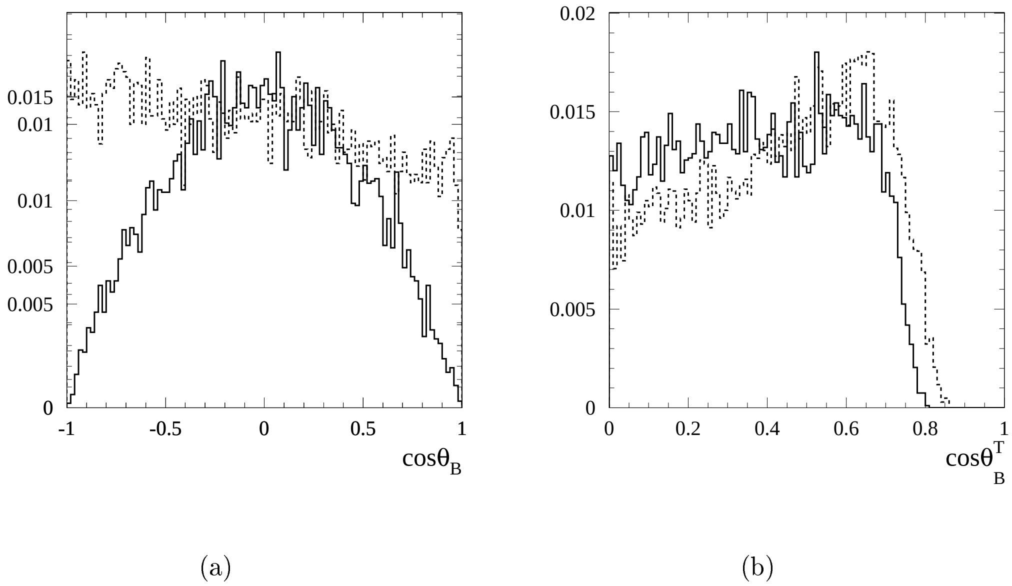


FIG. 5.12 – *La figure (a) représente les distributions de $\cos\theta_B$ et la figure (b) celle de $\cos\theta_B^T$. Le signal est en traits pleins, le bruit de fond en pointillés.*

suivante. Il affecte de la même façon le signal, mais apparaît moins marqué pour ce type d'événements du fait de la forme en $\sin^2\theta_B$ de la distribution.

5.3.4.2 $\cos\theta_B^T$

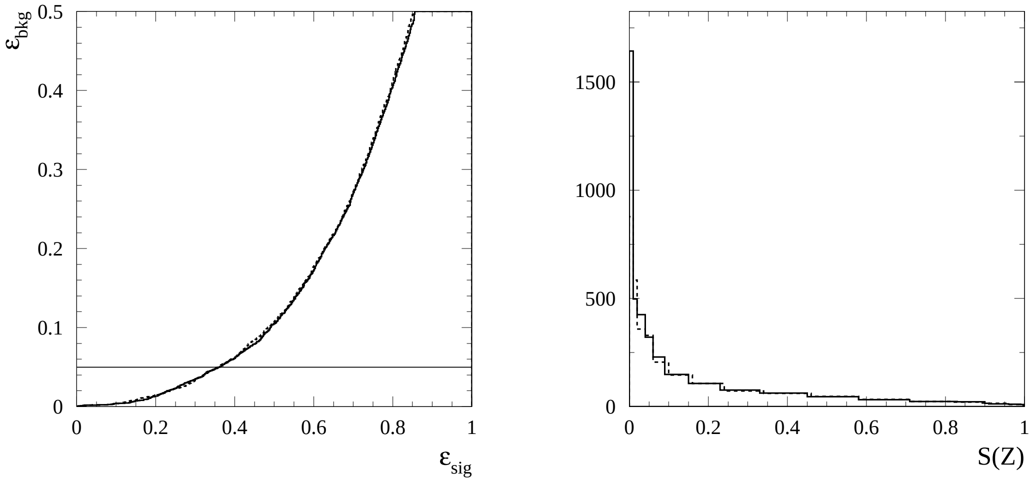
$\cos\theta_B^T = \cos(\vec{T}_B,\vec{z})$ est le cosinus de l'angle entre l'axe de poussée du candidat B et l'axe $\vec{z}$ dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$. La distribution du signal est attendue uniforme (le méson B est de spin nul, sa désintégration ne privilégie donc aucune direction), tandis que celle du bruit de fond, effets de détecteur mis à part, est attendue de la forme $(1+\cos^2(\vec{T}_B,\vec{z}))$ ce qui découle à nouveau de la conservation du moment cinétique dans la réaction $e^+e^- \to q\overline{q}$. En effet dans ce cas, les deux quarks produits sont, comme la paire e^+e^-, d'hélicités opposées. La distribution angulaire est donnée par la somme des quatre termes $|d^1_{\pm1,\pm1}|^2 \propto 1+\cos^2\theta$, comme l'illustre la figure 5.12b. Toutefois, on remarque d'une part une chute brusque du nombre d'événements à partir de $\cos\theta_B^T \simeq 0{,}65$ et d'autre part une faible pente positive dans la distribution du signal. Ces deux effets sont dus à l'acceptance du détecteur : au-delà de $\cos\theta_B^T \simeq 0{,}65$, des événements ou des traces du reste de l'événement commencent à être perdus.
Remarque : Cet effet d'acceptance n'est pas sans importance, il est repris dans la section 6.6 afin d'expliquer certaines subtilités de l'analyse.

5.4 Comparaisons

Les coefficients de Fisher obtenus [46] avec les neufs cônes de CLEO ont été calculés au début de l'analyse h^+h^- en 2000 et n'ont pas été réoptimisés. Pour comparer la variable $\mathcal{F}_{cônes}$ avec les nouvelles variables de Fisher ou de réseau de neurones, $\mathcal{F}_{cônes}$ a été réoptimisée avec les lots d'événements qui servent à cette étude. Le nombre d'événements total est de 20000 : 10000 sont des événements de signal simulés et 10000 sont des événements de bruit de fond $q\overline{q}$ issus de données hors-pic. L'entraînement des algorithmes se fait sur la moitié de l'échantillon, soit 5000 événements de signal et 5000 événements de bruit de fond. L'autre moitié est réservée pour la comparaison du pouvoir discriminant des variables x_{MVA}. La table 5.2 est un résumé du travail réalisé. Figure 5.16 sont représentées les matrices de corrélation pour le signal et le bruit de fond, pour la majorité des variables utilisées.

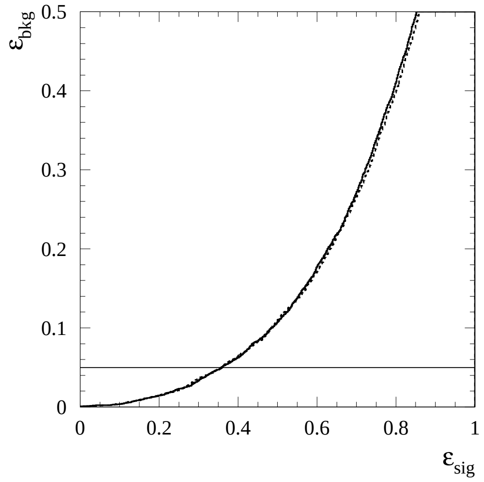
5.4.1 Les cônes de CLEO et les monômes

Les deux premières lignes du tableau 5.2 résument les performances des cônes et de $\{L_0,L_2\}$ qui s'avèrent très similaires. Ce résultat est prévisible dans la mesure où l'information utilisée est très proche (figure 5.9). La figure 5.13 montre les performances de $\mathcal{F}_{cônes}$ et de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$: à gauche sont superposées les courbes de ϵ_{bkg} en fonction de ϵ_{sig}, à droite sont superposées les distributions $S(\mathcal{Z})$. L'ensemble $\{L_0,L_2\}$ est préféré car sa contribution est continue, contrairement à celle des cônes et parce qu'il ne dépend que d'un coefficient au lieu de huit pour $\mathcal{F}_{cônes}$.

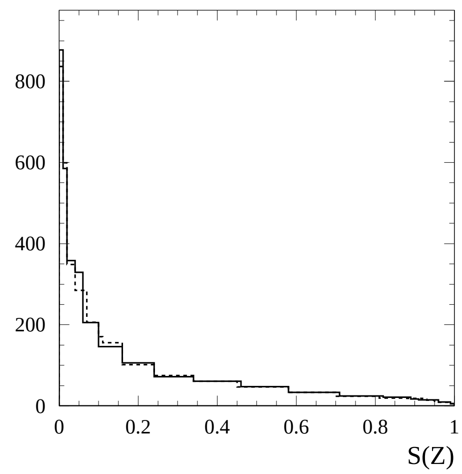


(a) (b)

FIG. 5.13 – *La figure (a) représente l'efficacité de sélection du bruit de fond en fonction de celle du signal pour $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ (trait continu) et pour $\mathcal{F}_{cônes}$ (pointillés). Le trait horizontal est situé à ϵ_{bkg}= 0,05. La figure (b) représente la distribution $S(\mathcal{Z})$ pour les mêmes variables, avec les mêmes conventions. La distributions $S(\mathcal{Z})$ n'est pas lisse car elle est obtenue à partir d'histogrammes. L'équivalence en terme de pouvoir discriminant entre les cônes et les monômes $\{L_0,L_2\}$ est évidente.*



(a)



(b)

FIG. 5.14 – *La figure (a) représente l'efficacité de sélection du bruit de fond en fonction de celle du signal pour $\mathcal{F}_{cônes}$ (trait continu) et pour $\mathcal{F}_{cônes^{ne,ch}}$ où les contributions des particules neutres et des particules chargées sont séparées (pointillés). Le trait horizontal est situé à ϵ_{bkg}= 0,05. La figure (b) représente la distribution $S(\mathcal{Z})$ pour les mêmes variables avec les mêmes conventions. La séparation des deux contributions n'améliore pas le pouvoir discriminant de la variable.*

5.4.2 Distinction des particules neutres et chargées

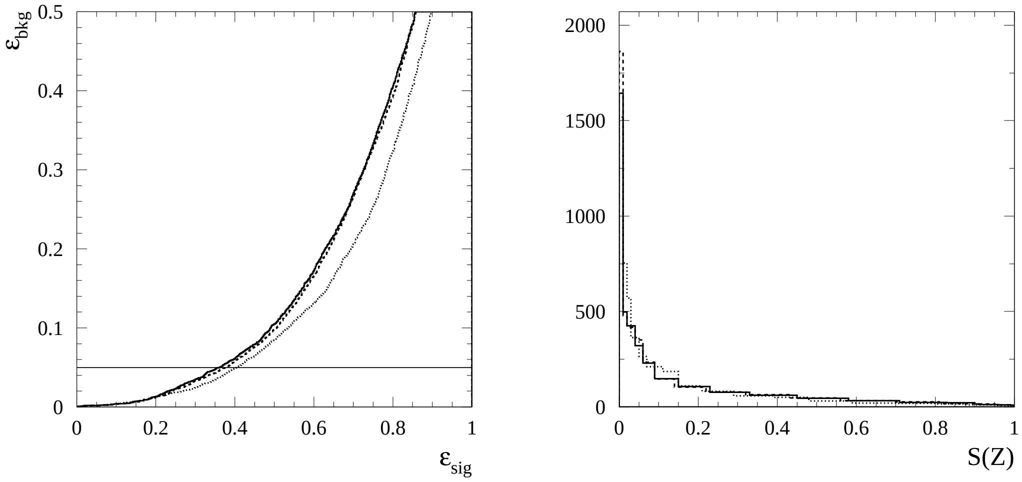
Il a été observé dans l'étude de la désintégration $B \to a_0^{\pm}\pi^{\mp}$ [49] que distinguer la contribution des particules neutres de celle des particules chargées dans l'évaluation des cônes ou des monômes, améliorait le pouvoir de séparation des variables. La même étude a été menée pour évaluer son intérêt dans le cas de l'analyse h^+h^-.

Pour $\mathcal{F}_{cônes}$, il s'agit de calculer la contribution des cônes pour les particules neutres et les particules chargées séparément. On obtient ainsi une variable de Fisher à 18 composantes dont les performances sont données à la troisième ligne du tableau 5.2. Aucune amélioration n'est obtenue, comme le montre également la figure 5.14.

De même, les variables L_j^{ne} et L_j^{ch} ont été calculées. C'est encore la combinaison $\{L_0,L_2\}$ qui est la plus performante pour l'ensemble des particules neutres ou celui des particules chargées. La variable x_{MVA} de l'ensemble $\{L_0^{ne},L_2^{ne},L_0^{ch},L_2^{ch}\}$ a été testée et la conclusion demeure la même que précédemment : aucun gain n'est observé.

5.4.3 Apport d'autres variables à $\{L_0,L_2\}$

En partant du fondement $\{L_0,L_2\}$, des variables sont ajoutées à l'algorithme de Fisher et au réseau de neurones afin de voir si une amélioration significative du



(a) (b)

FIG. 5.15 – *La figure (a) représente l'efficacité de sélection du bruit de fond en fonction de celle du signal pour $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ (trait continu), pour $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2,S^{\text{roe}},R_2^{\text{roe}}\}}$ (pointillés) et pour $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2,S^{\text{roe}},R_2^{\text{roe}},\cos\theta_B,\cos\theta_B^T\}}$ (petits pointillés). Le trait horizontal est situé à ϵ_{bkg}= 0,05. La figure (b) représente la distribution $S(\mathcal{Z})$ pour les mêmes variables, avec les mêmes conventions.*

pouvoir discriminant est possible :

- ajouter une autre variable topologique, S^{roe} ou R_2^{roe}, n'améliore pas significativement le pouvoir discriminant de Fisher (tableau 5.2),
- l'addition d'un autre moment de Fox-Wolfram n'aide pas non plus,
- la variable T^{roe} porte la même information que S^{roe}, elle est équivalente en terme de pouvoir séparateur,
- $\cos\theta_S$ est une variable très discriminante. Il a déjà été montré section 4.6.2 qu'une coupure à $|\cos\theta_S| < 0{,}8$ rejette environ 70% des événements de bruit de fond, tout en conservant 80% du signal. Il n'y a rien à gagner en utilisant cette variable très corrélée avec $\{L_0,L_2\}$. La variable $\cos\theta_T$, équivalente à $\cos\theta_S$, n'est pas retenue non plus,
- les sommes des impulsions transverses $PtSc^{\text{roe}}$ et $PtBSc^{\text{roe}}$ sont corrélées à 86% et 90% avec $\{L_0,L_2\}$ respectivement, pour le signal comme pour le bruit de fond et n'améliorent pas la séparation. La conclusion demeure la même pour la masse effective m_{eff}^{roe},
- les deux variables cinématiques $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$ apportent séparément une amélioration non négligeable, surtout quand elles sont incorporées au réseau de neurones. Ce dernier, avec ces deux variables ajoutées à $\{L_0,L_2\}$, amène un gain de 8% sur ϵ_{sig}, proche de celui obtenu par la combinaison des six variables (dernière ligne du tableau 5.2).

5.4.4 Conclusion

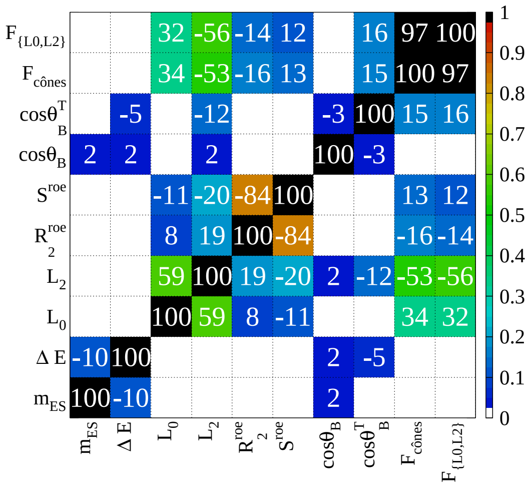
De nombreuses variables ont été testées afin d'améliorer le pouvoir de séparation de la variable de Fisher utilisée dans l'analyse h^+h^-. Il apparaît difficile de faire réellement mieux que les neuf cônes de CLEO avec un nombre de variables significativement plus faible (figure 5.15). Bien que l'ensemble de quatre variables $\{L_0,L_2,\cos\theta_B,\cos\theta_B^T\}$ soit significativement plus performant que $\{L_0,L_2\}$, c'est ce dernier qui est retenu pour les raisons suivantes :

- le gain apparaît net avec le réseau de neurones, mais moindre avec Fisher. Cela implique que le gain provient de corrélations non linéaires. Celles-ci étant plus délicates à maîtriser, le gain statistique peut être obtenu au prix d'une erreur systématique plus grande,
- au niveau de l'ajustement final, le gain apporté est réduit car m_{ES} et $\Delta\mathrm{E}$ contribuent elles mêmes fortement au rejet du bruit de fond,
- les deux variables $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$ présentent une corrélation complexe avec m_{ES}, Δt et $\sigma_{\Delta t}$ (section 6.6),
- les formes attendues pour les distributions de $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$, qui découlent de la conservation du moment cinétique, en font des variables de contrôle particulièrement intéressantes (section 6.3.4).

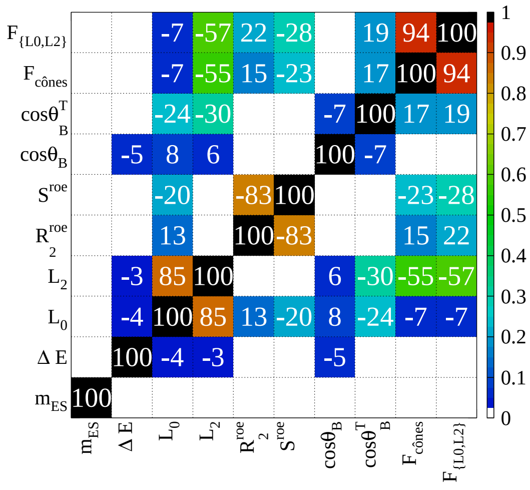
L'équivalent continu de $\mathcal{F}_{cônes}$, mis au point au cours de ce travail de thèse est désormais adopté par la collaboration *BABAR*, non seulement pour l'analyse h^+h^-, mais aussi par bien d'autres [50–54].

Variables	ϵ_{sig} à ϵ_{bkg} = 5%		$< \mathcal{Z} >$	
	Fisher	NN	Fisher	NN
cônes	0,36	0,36	0,233	0,219
$\mathbf{L_0,L_2}$	**0,36**	0,36	**0,213**	0,219
$cônes^{ne,ch}$	0,36	0,33	0,231	0,223
L_0,L_2,S^{roe}	0,38	0,38	0,223	0,209
$L_0,L_2,R_2^{\mathrm{roe}}$	0,36	0,38	0,221	0,217
$L_0,L_2,S^{\mathrm{roe}},R_2^{\mathrm{roe}}$	0,38	0,38	0,205	0,203
$L_0,L_2,\cos\theta_B$	0,36	0,40	0,225	0,186
$L_0,L_2,\cos\theta_B^T$	0,40	0,40	0,189	0,173
$L_0,L_2,\cos\theta_B,\cos\theta_B^T$	0,40	0,44	0,188	0,165
$L_0,L_2,S^{\mathrm{roe}},R_2^{\mathrm{roe}},\cos\theta_B,\cos\theta_B^T$	0,41	0,45	0,181	0,157

TAB. 5.2 – *Résultats numériques des variables testées par les deux méthodes d'analyse multidimensionnelle utilisées : l'algorithme de Fisher et un réseau de neurones. Les critères de choix indiqués sont l'efficacité de signal ϵ_{sig} lorsque celle du bruit de fond ϵ_{bkg} est fixée à 5% (l'incertitude statistique sur ϵ_{sig} est* 0,01*) et la moyenne de la distribution $\mathcal{Z}$ (l'incertitude statistique sur $< \mathcal{Z} >$ est* 0,003*).*



(a)



(b)

FIG. 5.16 – *Deux matrices de corrélation sont représentées, l'une pour le signal (a), l'autre pour le bruit de fond (b). Les valeurs des coefficients de corrélation ρ_{ij} sont indiquées en pourcents, pour $|\rho_{ij}| > 2\%$. On observe que les variables calculées sur le reste de l'événement ne sont essentiellement pas corrélées avec les deux variables fondamentales* m_{ES} *et* $\Delta\mathrm{E}$*. Les deux variables* S^{roe} *et* R_2^{roe}*, fortement corrélées entre elles, présentent des corrélations avec* $\{L_0,L_2\}$ *qui sont différentes pour le signal et le bruit de fond : elles apportent donc, mais faiblement, en pouvoir de séparation. Les deux variables* $\cos\theta_B$ *et* $\cos\theta_B^T$ *sont faiblement corrélées avec les autres variables,* L_0 *et* L_2 *exceptées.*

Chapitre 6

Ajustement des données

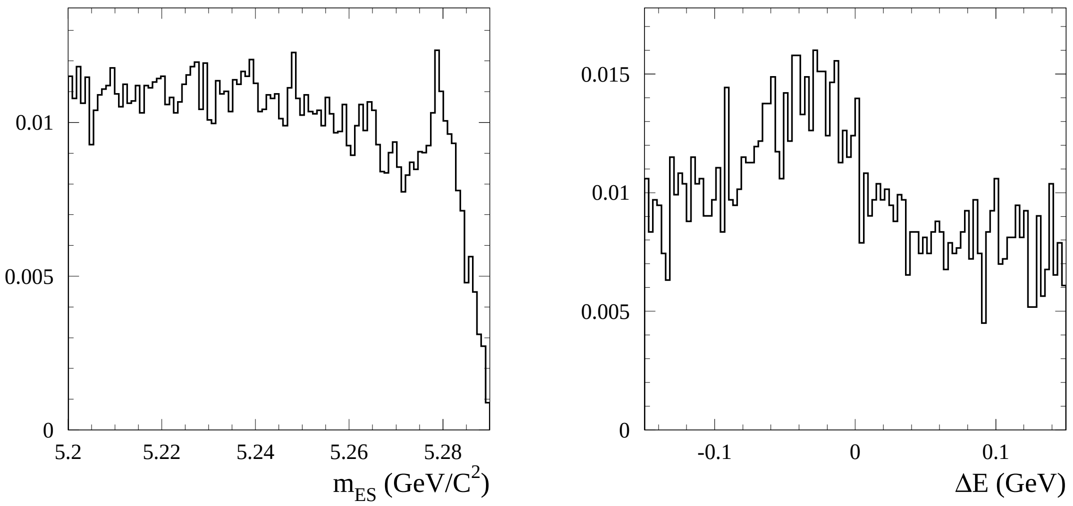
L'ajustement utilisé, fondé sur la méthode du maximum de vraisemblance (section 4.7.2), assigne à chaque événement et pour chaque hypothèse quant à son origine, une probabilité qui est donnée par le produit des densités de probabilité des variables discriminantes. L'échantillon d'événements qui entre dans cette dernière partie de l'analyse est décrit section 6.1. Afin de minimiser les erreurs systématiques sur les rapports d'embranchement, l'ajustement vise dans un premier temps uniquement à déterminer le nombre d'événements de signal et de bruit de fond dans l'échantillon considéré, sans utiliser l'information en temps ni l'information d'étiquetage (section 6.2). Une méthode originale de validation de l'analyse, développée dans ce travail de thèse est présentée section 6.3. Les termes d'asymétrie CP dépendants du temps, $C_{\pi\pi}$ et $S_{\pi\pi}$, sont déterminés par un second ajustement (section 6.4). Les sources d'erreurs systématiques des deux ajustements sont discutées section 6.5.

6.1 L'échantillon d'événements

Le nombre de paires $B\overline{B}$ sur lequel est fondée l'analyse h^+h^- est $N_{B\overline{B}} = 87{,}9 \pm 1{,}0$ millions. Les événements sont sélectionnés selon les coupures décrites dans la section 4.6. Le nombre d'événements qui entrent dans l'analyse finale est $N_{ev} = 26070$. La distribution de la masse m_{ES} pour ces événements est représentée figure 6.1a. Le nombre d'événements dans la zone signal ($m_{\mathrm{ES}} > 5{,}27$ GeV/c^2) est de 4437, leur distribution en ΔE est représentée figure 6.1b.

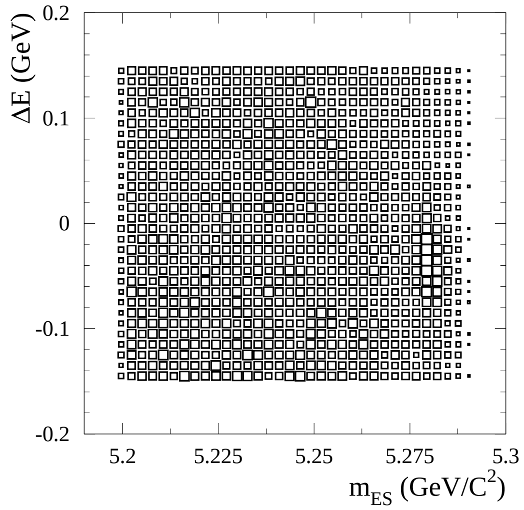
La figure 6.2a montre la présence des événements de signal recherchés dans le plan (m_{ES},ΔE) : ils apparaissent nettement dans la région $m_{\mathrm{ES}} \simeq 5{,}28$ GeV/c^2 et $-0{,}1 < \Delta E < 0{,}05$ GeV. La figure 6.2b est une illustration du pouvoir de séparation de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ sur ces 26070 événements.

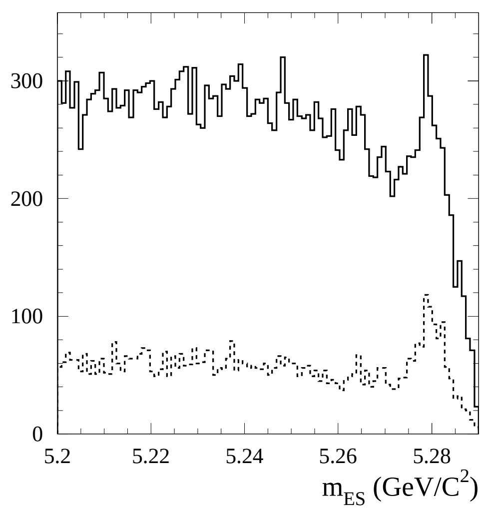
L'ensemble des 26070 événements de cette étape finale de l'analyse est appelé dans la suite "les données ICHEP2002" puisque les résultats ont été présentés à la conférence ICHEP en juillet 2002 à Amsterdam [55].



(a) (b)

Fig. 6.1 – *La figure (a) représente la distribution de* m_{ES} *pour l'ensemble des événements collectés jusqu'en juillet 2002 et sélectionnés pour l'analyse finale. Le nombre d'événements est de 26070. La figure (b) représente la distribution de* $\Delta\mathrm{E}$ *pour le même ensemble avec* $m_{\mathrm{ES}} > 5{,}27\ \mathrm{GeV}/c^2$*. Le bruit de fond domine, même dans la région du signal, mais on voit poindre ce dernier aux valeurs attendues* $m_{\mathrm{ES}} = 5{,}28\ \mathrm{GeV}/c^2$ *et* $\Delta\mathrm{E} \simeq$ *-0,045* GeV *(là où se trouvent les événements* $K^{\pm}\pi^{\mp}$*, les plus nombreux).*





(a) (b)

FIG. 6.2 – *Le plan* (m_{ES},ΔE) *est représenté figure (a). La zone signal est très visible pour* $5{,}27 < m_{\mathrm{ES}} < 5{,}29$ GeV/c^2 *et* $-0{,}1 < \Delta\mathrm{E} < 0{,}05$ GeV. *Cette zone n'est pas centrée en* ΔE= *0 parce que les événements* $K^{\pm}\pi^{\mp}$ *sont plus nombreux que les événements* $\pi^+\pi^-$ *(d'un facteur* $\simeq 4$*) ou que les* K^+K^-*, quasiment inexistants. La figure (b) représente la distribution de* m_{ES}. *L'histogramme en trait plein est le même que celui de la figure 6.1a. L'histogramme en pointillés est la distribution de* m_{ES} *lorsqu'on supprime les événements pour lesquels la variable de Fisher* $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ *est positive (on rejette ainsi la plupart des événements de bruit de fond). Le pouvoir discriminant de* $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ *est manifeste.*

6.2 L'ajustement indépendant du temps

On suppose l'échantillon composé de huit contributions, quatre de signal et quatre de bruit de fond qui correspondent à des candidats $B \to h^+h^-$ du type $\pi^+\pi^-$, $K^+\pi^-$, $K^-\pi^+$ et K^+K^-. On note $N_{\pi\pi}$, $N_{K^+\pi^-}$, $N_{K^-\pi^+}$, N_{KK} et $N^{bkg}_{\pi\pi}$, $N^{bkg}_{K^+\pi^-}$, $N^{bkg}_{K^-\pi^+}$, N^{bkg}_{KK} les nombres d'événements attendus en moyenne pour chaque contribution. Le nombre total de désintégration $B^0/\overline{B}^0 \to K^\pm\pi^\mp$ est donc donné par $N_{K^+\pi^-} + N_{K^-\pi^+} \equiv N_{K\pi}$. L'asymétrie dans les désintégrations $B^0 \to K^+\pi^-$ et $\overline{B}^0 \to K^-\pi^+$ est définie par :

$$A_{K\pi} = \frac{N_{K^-\pi^+} - N_{K^+\pi^-}}{N_{K^-\pi^+} + N_{K^+\pi^-}} \,. \tag{6.1}$$

Plutôt que déterminer $N_{K^+\pi^-}$ et $N_{K^-\pi^+}$ par l'ajustement, la paire de variables $N_{K\pi}$ et $A_{K\pi}$ est choisie.

Les cinq variables dont les densités de probabilité entrent dans la composition de l'ajustement sont :

- m_{ES}, la masse invariante du candidat B,
- ΔE, la différence entre l'énergie du candidat B et E^*_{faisceau},
- $\theta_c^\pm$, les deux angles Cherenkov des traces chargées $h^\pm$ mesurés par le DIRC,
- $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, la variable de Fisher (chapitre 5).

Les paramétrisations de ces distributions sont présentées section 6.2.1. Les distributions de m_{ES}, ΔE et de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ permettent la séparation entre le signal et le bruit de fond, tandis que les deux angles Cherenkov $\theta_c^\pm$, permettent à l'ajustement de distinguer le type de l'événement parmi les quatre possibilités $\pi^+\pi^-$, $K^+\pi^-$, $K^-\pi^+$ et K^+K^-. Pour le signal, ΔE fournit un autre bras de levier pour cette même séparation (section 4.5.1), puisque ces quatre distributions sont décalées les unes par rapport aux autres.

La densité de probabilité totale pour un événement donné i est la somme des contributions de signal et de bruit de fond :

$$\mathcal{P}_i(m_{\mathrm{ES}},\Delta E,\mathcal{F},\theta_c^+,\theta_c^-|N_{\pi\pi},N_{K\pi},A_{K\pi},N_{KK},N^{bkg}_{\pi\pi},N^{bkg}_{K\pi}\,A^{bkg}_{K\pi},N^{bkg}_{KK}) = \sum_{k=1}^{8} N_k\mathcal{P}_i^k \,, \tag{6.2}$$

où k représente les huit composantes de l'échantillon. La densité de probabilité de chaque composante est donnée par le produit :

$$\mathcal{P}^k = \mathcal{P}^k_{m_{\mathrm{ES}}}.\mathcal{P}^k_E(\Delta E|p^+,p^-).\mathcal{P}^k_{\mathcal{F}}.\mathcal{P}^k_{DIRC}(\theta_c^+|p^+,\theta^+).\mathcal{P}^k_{DIRC}(\theta_c^-|p^-,\theta^-) \,, \tag{6.3}$$

où $p^\pm$ est l'impulsion de la particule $h^\pm$, $\theta^\pm$ l'angle de la direction de la particule $h^\pm$ avec l'axe z du détecteur et $\theta_c^\pm$ l'angle Cherenkov de la particule $h^\pm$.

En introduisant le facteur de Poisson qui donne la probabilité d'observer N événements au total quand $N' \equiv \sum_k N_k$ sont attendus (section 4.7.2), la vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L} = e^{-N'} \prod_{i=1}^{N} \mathcal{P}_i \,. \tag{6.4}$$

Les quatre types de densité de probabilité $\mathcal{P}_{m_{\mathrm{ES}}}$, $\mathcal{P}_E$, $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$ et $\mathcal{P}_{DIRC}$ sont présentés dans la section suivante. Au total, 16 paramètres entrent en jeu dans l'ajustement :

- six nombres d'événements pour le signal et le bruit de fond,
- deux asymétries $K\pi$ (signal et bruit de fond),
- huit paramètres décrivent les densités de probabilité du bruit de fond :
  - un pour la densité de probabilité en m_{ES} (section 6.2.1.1),
  - deux pour ΔE (section 6.2.1.2),
  - cinq pour la variable de Fisher (section 6.2.1.3).

6.2.1 Paramétrisation des distributions

La paramétrisation de chaque distribution est donnée dans les sections suivantes. Un tableau recapitulatif se trouve table 6.11 et les illustrations obtenues avec les événements de contrôle (section 4.8) sont données figure 6.8.

6.2.1.1 La masse invariante m_{ES}

Distribution du signal

La variable m_{ES} est construite de manière à ne pas faire intervenir la masse invariante des particules du candidat $B^0 \to h^+h^-$. La largeur de la distribution est en outre dominée par la dispersion en énergie du collisionneur. Il en découle que la distribution de m_{ES} ne dépend pas de la nature de l'état final du candidat B. La figure 6.8a représente la distribution de m_{ES} pour un échantillon d'événements $B^- \to D^0\pi^-(D^0 \to K^-\pi^+)$. Cette distribution est une gaussienne centrée en $m_B = 5{,}2800$ GeV/c^2 et dont l'écart type est de 0,0026 GeV/c^2. La valeur est en très bon accord avec celle attendue telle qu'on peut la calculer à partir de la dispersion en énergie de PEP-II. Elle est utilisée pour paramétrer la densité de probabilité du signal $\mathcal{P}^k(m_{\mathrm{ES}})$. Afin de vérifier la validité de cette paramétrisation, la moyenne et l'écart type ont été laissés libres dans l'ajustement pour l'ensemble des données avec pour résultats une valeur centrale de $5{,}2802 \pm 0{,}0001$ GeV/c^2 et une résolution de $2{,}58 \pm 0{,}11$ MeV/c^2. Dans la section 6.3 est également présentée une méthode complémentaire pour confirmer cet excellent accord.

Distribution du bruit de fond

La distribution du bruit de fond est décrite par la fonction ARGUS [56] :

$$f_{\mathrm{Argus}}(m_{\mathrm{ES}};\xi,m_{\mathrm{max}}) = A\, m_{\mathrm{ES}}\sqrt{1-\frac{{m_{\mathrm{ES}}}^2}{m_{\mathrm{max}}^2}}\cdot\exp\left(-\xi\left(1-\frac{{m_{\mathrm{ES}}}^2}{m_{\mathrm{max}}^2}\right)\right) , \tag{6.5}$$

où A est un facteur de normalisation, ξ est un paramètre libre appelé paramètre de forme et m_{max} est fixé ici à 5,2895 GeV/c^2. Le facteur de normalisation est donné par :

$$A^{-1} = \frac{1}{(2\xi)^{3/2}}\left[\chi_+ e^{-\frac{1}{2}\chi_+^2} - \chi_- e^{-\frac{1}{2}\chi_-^2} + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(P(\chi_+^2) - P(\chi_-^2)\right)\right] , \tag{6.6}$$

où $\chi_\pm = \sqrt{2\xi(1-\frac{m_\pm^2}{m_{\mathrm{max}}^2})}$ avec $m_+ = m_{\mathrm{max}}$ et $m_- = m_{\mathrm{min}} = 5{,}2$ GeV/c^2. $P(\chi^2)$ est une fonction égale à la probabilité de χ^2 à un degré de liberté.

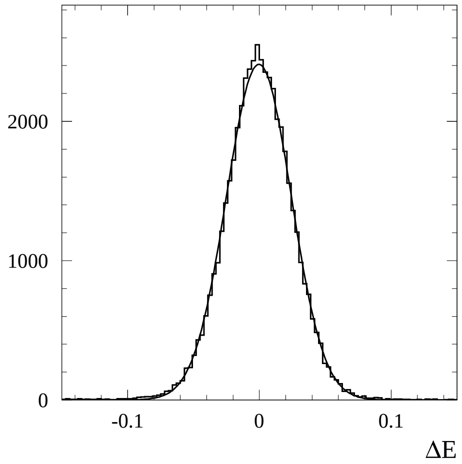


FIG. 6.3 – *Distribution de la variable* ΔE *pour* 50000 *événements* $\pi^+\pi^-$ *simulés, ajustée par une gaussienne.*

	Données $\sigma_{\Delta E}$ (MeV)	Simulation $\sigma_{\Delta E}$ (MeV)
$B^- \to D^0\pi^-$	$16{,}8 \pm 0{,}3$	$16{,}0 \pm 0{,}1$
facteur d'échelle	$1{,}05 \pm 0{,}02$	

TAB. 6.1 – *Comparaison des résolutions en* $\sigma_{\Delta E}$ *obtenues avec les événements issus de la désintégration* $D^0\pi^-$ *pour les données et la simulation. Le facteur d'échelle est le rapport entre l'écart type des données et celui de la simulation. Il n'est pas compatible avec l'unité à plus de deux écarts standard. Ce désaccord mineur est pris en compte (section 6.5) comme une source d'erreur systématique.*

6.2.1.2 La différence d'énergie

Distribution du signal

La distribution du signal $\mathcal{P}_E(\Delta E|p^+,p^-)$ est paramétrée par une gaussienne dont la valeur centrale dépend de l'hypothèse faite sur la nature $\pi^+\pi^-$, $K^+\pi^-$, $K^-\pi^+$, K^+K^- des particules (section 4.5.1). La résolution est déterminée en pondérant le résultat obtenu avec l'échantillon $B^0 \to \pi^+\pi^-$ issu de la simulation (figure 6.3), par le rapport des résolutions des désintégrations $B^- \to D^0\pi^-$ dans les données et dans la simulation. La table 6.1 montre que le désaccord entre les données et la simulation est seulement de 5%. En appliquant ce facteur d'échelle, on obtient $\sigma_{\Delta E} = 26$ MeV. La résolution laissée libre dans l'ajustement donne $28{,}1 \pm 1{,}4$ MeV.

La moyenne de ΔE est en revanche déterminée avec moins de précision. Le décalage de la distribution vers la partie négative qui est observée avec le lot de contôle, a été compris au cours de ce travail de thèse [57]. Il est attribué à l'émission de photons qui accompagne toutes les désintégrations. Cet effet de corrections radiatives est ignoré dans toute l'analyse. Une discussion plus approfondie en est donnée section 6.5 qui traite les erreurs systématiques. La table 6.2 résume les biais observés en ce qui concerne la moyenne de ΔE pour les désintégrations $B^- \to D^0\pi^-$ pour la

Echantillon	Données $\mu_{\Delta E}$ (MeV)	Simulation $\mu_{\Delta E}$ (MeV)
	$-3{,}8 \pm 0{,}4$	$-0{,}3 \pm 0{,}1$

TAB. 6.2 – *Comparaison de la moyenne de* ΔE *pour les désintégrations* $D^0\pi^-$ *dans les données et la simulation. Le désaccord entre les données et la simulation et l'étude des événements de signal eux-mêmes a amené à décaler de* 2 MeV *la distribution attendue pour le signal. Il est pris en compte dans le calcul des erreurs systématiques. Cet effet est mineur. Il a été compris dans le cadre de cette thèse comme étant dû aux corrections radiatives.*

simulation et les données. Les données présentent un biais de près de 4 MeV, tandis que la simulation indique un biais beaucoup plus faible. La simulation utilisée ne prend pas en compte les corrections radiatives. En laissant libre la moyenne de ΔE dans l'ajustement, on obtient pour le signal $B^0 \to h^+h^-$: $\mu_{\Delta E} = -1{,}3 \pm 1{,}5$ MeV. De même, aucun biais n'est observé sur les événements simulés $\pi\pi$; les corrections radiatives sont ignorées ici aussi. En raison de cette indication d'une possibilité d'un biais négatif dans les données h^+h^-, la valeur $\mu_{\Delta E} = -2$ MeV est utilisée dans l'analyse. Une erreur systématique de 2 MeV lui est attribuée (section 6.5).

Distribution du bruit de fond
La distribution du bruit de fond est essentiellement uniforme. Une légère pente négative apparaît cependant dans les données. Pour rendre compte de la non uniformité de la distribution, cette dernière est paramétrée par une fonction quadratique dont les paramètres sont laissés libres dans l'ajustement.

6.2.1.3 La variable de Fisher

Distribution du signal
Une gaussienne asymétrique est utilisée pour décrire la distribution du signal. Il s'agit d'une gaussienne dont la largeur n'est pas la même suivant le côté considéré par rapport à la valeur moyenne. Les paramètres utilisés pour la distribution qui entre dans la fonction de vraisemblance sont déterminés à partir de la simulation. Les événements du lot de contrôle sont utilisés pour évaluer l'erreur systématique associée.

Distribution du bruit de fond
Une somme de deux gaussiennes est utilisée pour décrire la distribution du bruit de fond. Les paramètres du bruit de fond sont déterminés en même temps que les nombres d'événements et que les termes d'asymétrie. Comme ils sont déterminés à partir des données même, il n'y a pas d'erreur systématique associée à la valeur des paramètres utilisés. En revanche, la forme choisie pour décrire la distribution ne peut pas être parfaite. Ce point de détail est développé section 6.5.

La figure 6.4 représente les distributions de la variable de Fisher $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ pour les événements de signal $\pi^+\pi^-$ simulés et pour les événements de bruit de fond en considérant la zone bruit de fond ($m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26\ \mathrm{GeV}/c^2$) sur les données.

La figure 6.8c illustre la paramétrisation de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ obtenue avec les événements $D^0\pi^-$; cette paramétrisation est utilisée ensuite pour l'évaluation des erreurs systématiques (section 6.5).

6.2.1.4 L'identification des particules : l'angle Cherenkov

La séparation des pions et des kaons est assurée au niveau de l'ajustement, par la mesure des angles Cherenkov $\theta_c^{\pm}$. La figure 6.5 montre le biais $\overline{\theta}_c$ et la résolution σ_{θ_c} de la mesure de l'angle θ_c, en fonction de l'angle polaire pour les pions et les kaons chargés positivement et négativement. Ces courbes sont issues des échantillons[1] de contrôle D^*. Les distributions de l'angle θ_c sont construites en étant corrigées du biais $\overline{\theta}_c$ indiqué sur la figure 6.5 et en prenant en compte l'écart type. L'écart relatif $\delta\theta_c = \frac{\theta_c - \overline{\theta}_c}{\sigma_{\theta_c}}$ est ensuite calculé. La distribution de $\delta\theta_c$ (figure 6.6) est enfin paramétrée par la somme de deux gaussiennes. Pour répercuter l'asymétrie de charge observée sur la figure 6.5, les fonctions de densité de probabilité sont calculées séparément pour les pions et les kaons chargés positivement et négativement. La forme des queues de distributions est bien représentée par la deuxième gaussienne. Les distributions des écarts relatifs pour les pions et les kaons chargés positivement et négativement sont très similaires. La figure 6.7 qui représente les distributions de θ_c, illustre le pouvoir de séparation entre les pions et les kaons.

6.2.2 Résultats : les rapports d'embranchement

Les résultats de l'ajustement sont donnés dans la table 6.3. Une valeur de l'asymétrie $A_{K\pi}$ est également déterminée à ce niveau. Par souci de clarté, elle est cependant discutée avec les autres paramètres de la violation de CP section 6.4.4. Seules les incertitudes statistiques fournies par l'ajustement sont indiquées. Si un signal manifeste est obtenu pour les désintégrations $B^0 \to \pi^+\pi^-$ et $B^0 \to K^+\pi^-$, les données ne mettent pas en évidence le signal $B^0 \to K^+K^-$. Le nombre de candidats $B^0 \to \pi^+\pi^-$ issus du bruit de fond est 50% plus important que celui des candidats $B^0 \to K\pi$. Comme le bruit de fond est, en proportion relative, six fois plus abondant, la mesure de $N_{\pi\pi}$ est significativement moins bonne que celle de $N_{K\pi}$. En terme de ${}_e\epsilon$, on obtient (équation 4.79) :

$$\begin{aligned} {}_e\epsilon^{\pi\pi} &= 0{,}44 \\ {}_e\epsilon^{K\pi} &= 0{,}67\ . \end{aligned} \tag{6.7}$$

Ainsi, le pouvoir discriminant des variables utilisées équivaut à éliminer la totalité du bruit de fond qui affecte le canal $B^0 \to \pi^+\pi^-$ ($B^0 \to K^+\pi^-$) tout en conservant 44% (67%) du signal. En d'autres termes, les variables discriminantes utilisées permettent une très bonne séparation entre le signal et le bruit de fond. Cette pureté effective du signal n'a pas été anticipée lors des études menées aux débuts du projet de l'expérience [11]. Elle apporte à l'analyse dépendante du temps qui

1. Certains événements sont retirés de l'échantillon D^* afin de pouvoir reproduire la corrélation entre l'impulsion et l'angle polaire qui est présente dans les événements $B^0 \to h^+h^-$ sélectionnés.

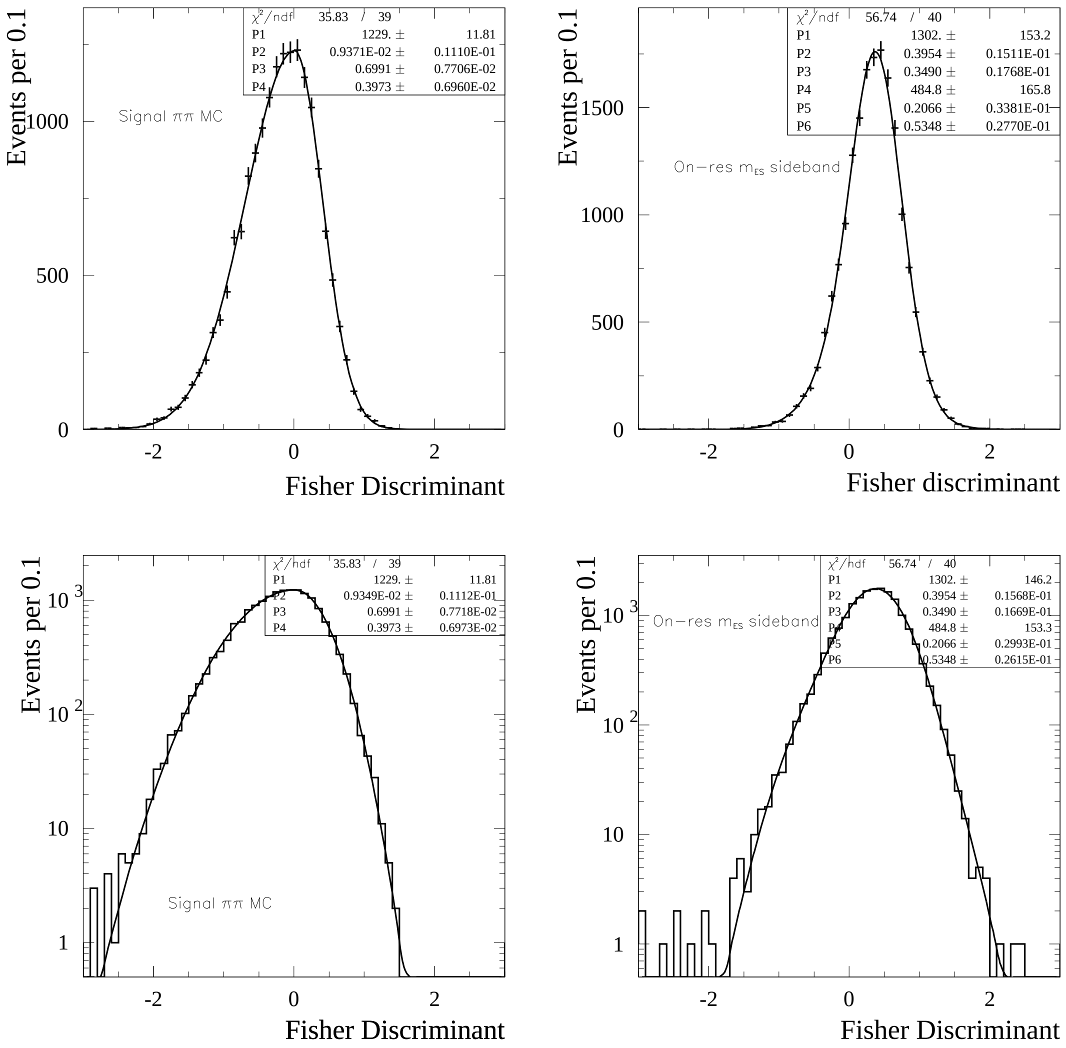
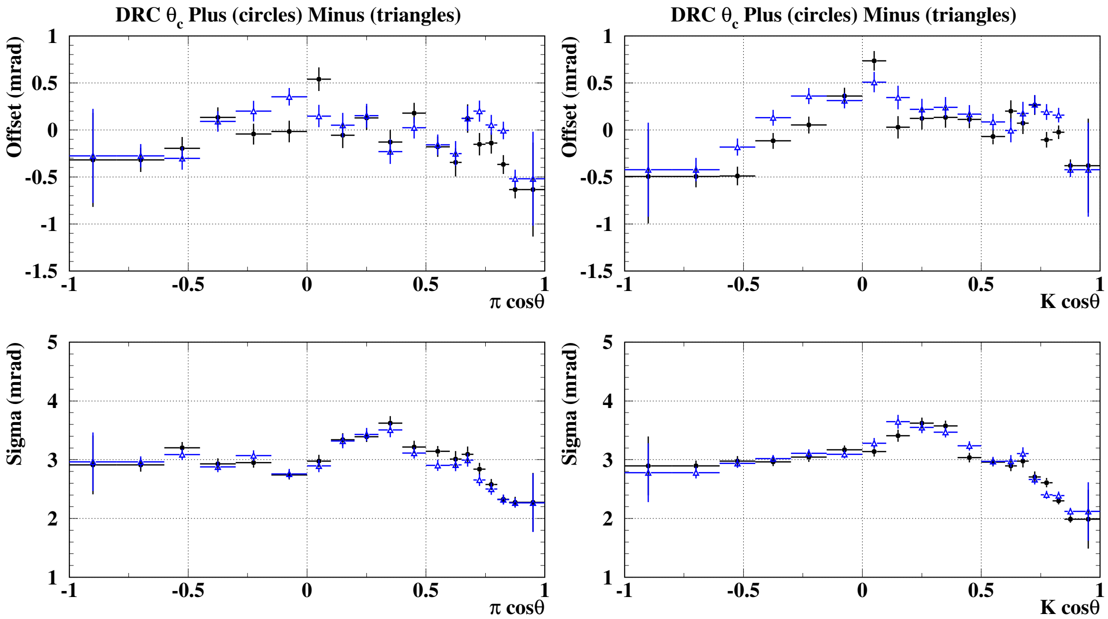
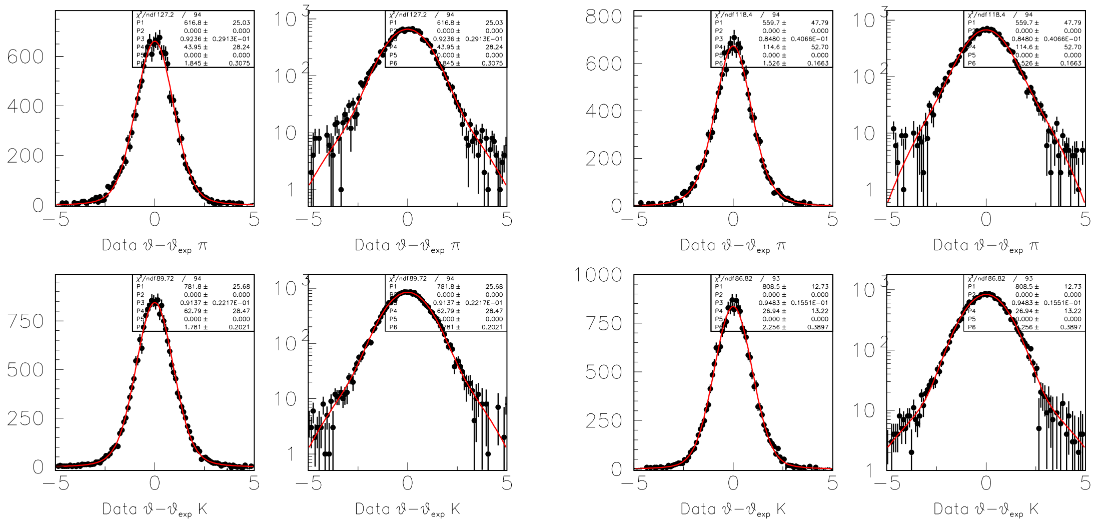


FIG. 6.4 – *Distributions de la variable de Fisher $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ pour les événements de signal simulés, à gauche et pour les événements de bruit de fond (données pour lesquelles $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26\ \mathrm{GeV}/c^2$), à droite. L'échelle est linéaire en haut et logarithmique en bas. Les courbes continues superposées aux histogrammes représentent les densités de probabilité utilisées dans l'ajustement. Elles décrivent parfaitement les histogrammes dans l'essentiel du spectre, sur plus de trois ordres de grandeur. Pour $|\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}| > 2$, les queues de distributions sont cependant mal décrites : l'erreur systématique associée est évaluée dans la section 6.5.*



(a) (b)

FIG. 6.5 – *Les histogrammes représentent la moyenne (en haut) et l'écart type (en bas) de $\theta_c^{\pm}$ en fonction de l'angle polaire. Les figures (a)/(b) représentent le cas où les pions/kaons sont chargés positivement (cercles) et négativement (triangles). Un écart à l'origine et des différences significatives entre θ_c^{+} et θ_c^{-} sont observés pour la valeur moyenne. Les déviations restent cependant faibles devant l'écart type (moins de 20%) et sont négligeables à l'échelle des différences entre les distributions de θ_c des pions et des kaons. Les structures observées sont incorporées dans l'analyse. La résolution ne dépend pratiquement pas ni de la nature π/K de la particule, ni de sa charge. L'amélioration de la résolution aux petits angles reflète l'augmentation du nombre de photons produits par les particules à la traversée des barres de quartz.*

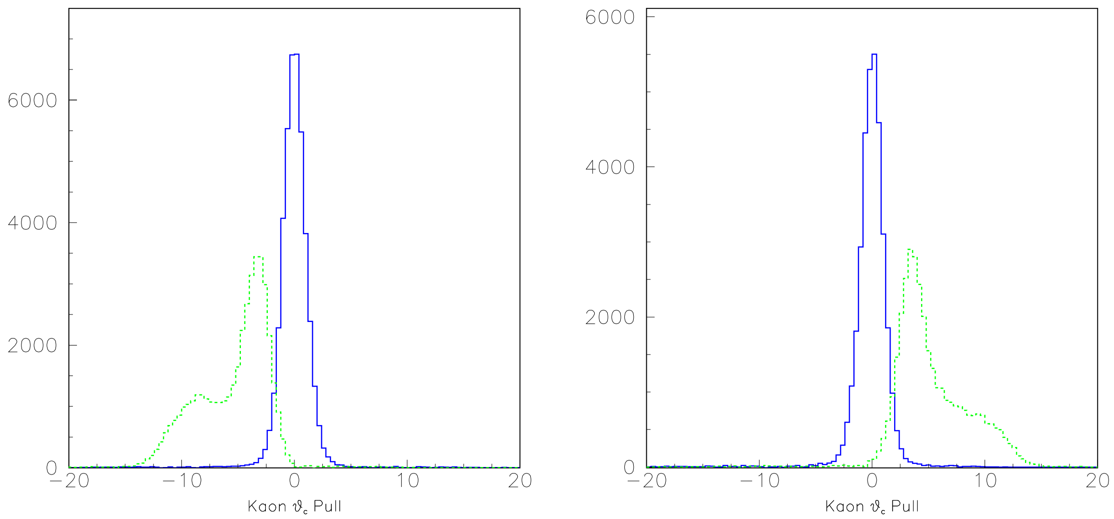


(a) (b)

FIG. 6.6 – *Distributions finales de l'écart relatif sur θ_c obtenues avec l'échantillon d'événements D^*, pour les pions (en haut) et les kaons (en bas) chargés positivement (à gauche) et négativement (à droite).*

Paramètres	sans temps
$N_{\pi\pi}$	$156{,}5 \pm 18{,}9$
$N_{K\pi}$	$588{,}5 \pm 29{,}6$
$A_{K\pi}$	$-0{,}102 \pm 0{,}050$
N_{KK}	$0{,}8 \pm 7{,}7$
$N_{\pi\pi}^{bkg}$	12200 ± 117
$N_{K\pi}^{bkg}$	7984 ± 102
$A_{K\pi}^{bkg}$	$0{,}014 \pm 0{,}013$
N_{KK}^{bkg}	5155 ± 77
ξ	$22{,}0 \pm 0{,}7$
ΔE_{p1}	$-0{,}749 \pm 0{,}074$
ΔE_{p2}	$0{,}683 \pm 0{,}952$
$\mathcal{F}_{f_1}$	$0{,}846 \pm 0{,}025$
$\mathcal{F}_{\mu_1}$	$0{,}367 \pm 0{,}005$
$\mathcal{F}_{\sigma_1}$	$0{,}380 \pm 0{,}006$
$\mathcal{F}_{\mu_2}$	$0{,}104 \pm 0{,}030$
$\mathcal{F}_{\sigma_2}$	$0{,}640 \pm 0{,}020$

TAB. 6.3 – *Résumé des résultats de l'ajustement sans la variable en temps ni l'étiquetage. Un signal manifeste est observé pour les désintégrations $B^0 \to \pi^+\pi^-$ et $B^0 \to K^+\pi^-$, mais les données ne mettent pas en évidence le signal $B^0 \to K^+K^-$.*



(a) (b)

FIG. 6.7 – *Distributions de l'écart relatif de θ_c obtenues avec l'échantillon d'événements $D^{*+} \to D^0(K^-\pi^+)\pi^+$. La figure (a) se réfère aux pions. Lorsque l'hypothèse pion est faite, on obtient la courbe continue centrée en zéro, lorsque l'hypothèse kaon est faite, on obtient la courbe en pointillés décalée à gauche. La même procédure est appliquée pour des kaons figure (b) : lorsque l'hypothèse kaon (pion) est faite, on obtient la courbe continue centrée en zéro (en pointillés, décalée à droite).*

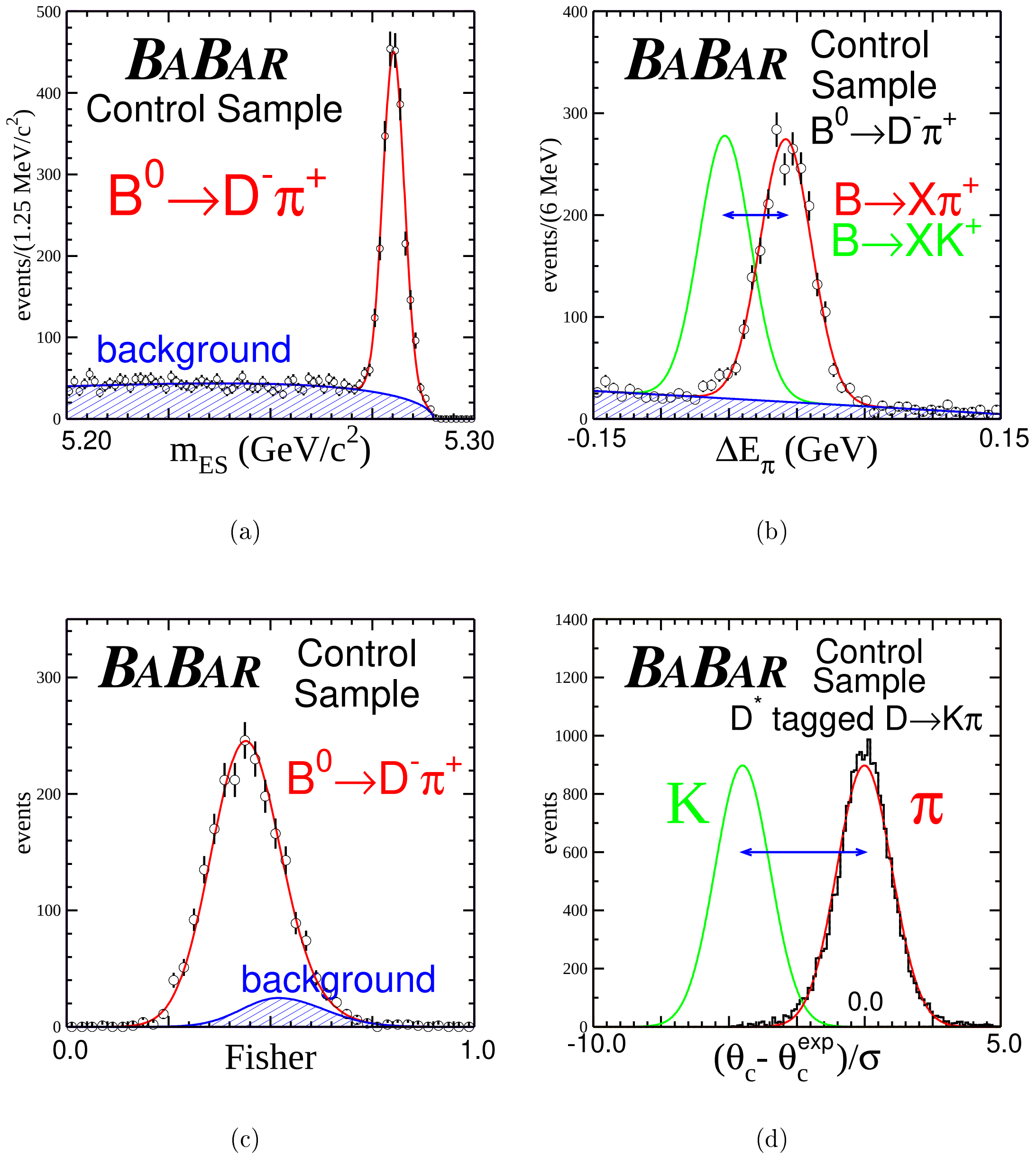


FIG. 6.8 – *Ces distributions sont obtenues grâce aux événements de l'échantillon de contrôle $B^0 \to D^-\pi^+$ pour les variables m_{ES} (a), ΔE (b), Fisher (c) et l'écart relatif de l'angle Cherenkov (d).*

Mode	N_s	$\epsilon(\%)$	$\mathcal{B}(10^{-6})$
$\pi^+\pi^-$	$156{,}5 \pm 18{,}9 \pm 6{,}5$	$37{,}98 \pm 0{,}76$	$4{,}7 \pm 0{,}6 \pm 0{,}2$
$K^\pm\pi^\mp$	$588{,}5 \pm 29{,}6^{+11{,}3}_{-16{,}5}$	$37{,}48 \pm 0{,}76$	$17{,}9 \pm 0{,}9 \pm 0{,}7$
K^+K^-	$0{,}8 \pm 7{,}7$ ($< 15{,}9$)	$36{,}23 \pm 0{,}73$	$< 0{,}6$ (90%)

TAB. 6.4 – *Résultats de la mesure des rapports d'embranchement présentés à la conférence ICHEP'2002. Les erreurs sont statistiques et systématiques (section 6.5) respectivement.*

suit, un fort degré de crédibilité. En prenant en compte les efficacités du signal discutées section 4.6.4, on obtient les valeurs des rapports d'embranchement des trois désintégrations indiquées table 6.4, où figurent également les erreurs systématiques étudiées section 6.5. Pour le canal $B^0 \to K^+K^-$, seule une limite à 90% de niveau de confiance est établie. Les valeurs des rapports d'embranchement sont en excellent accord avec les valeurs précédemment publiées [25, 58].

Une discussion approfondie des implications de ces mesures a été menée lors de ce travail de thèse. Elle fait l'objet du chapitre 7.

6.3 Validation grâce aux ${}_s\mathcal{P}lots$

Afin d'évaluer la qualité de l'ajustement, un outil spécifique a été développé dans le cadre de ce travail de thèse [59]. Le fil directeur a été de définir une méthode statistique qui utilise uniquement les données, dans le but d'obtenir la distribution d'une variable quelconque pour un type d'événement donné, par exemple pour le signal $B^0 \to \pi^+\pi^-$. C'est en cela que la mise au point de cette technique est originale : les événements simulés n'interviennent pas. La mise en œuvre de la méthode repose sur l'emploi de la matrice de covariance issue de l'ajustement. Pour cette raison, les distributions ainsi obtenues sont dénomées ${}_s\mathcal{P}lots$ (s pour *sigma* et *Plot* pour figure). Le principe de construction d'un ${}_s\mathcal{P}lot$ est indépendant de toute analyse et si cet outil a été développé pour l'analyse h^+h^- présentée ici, il peut être utilisé bien au-delà. Pour cette raison, une présentation générale est donnée. L'application à l'analyse h^+h^- est traitée ensuite.

6.3.1 Description générale

On considère une analyse similaire à h^+h^-, qui contient N_{ev} événements de $\mathrm{N_{es}}$ espèces différentes et qui utilise une technique de maximum de vraisemblance pour déterminer les nombres N_i d'événements attendus ($i = 1,\mathrm{N_{es}}$). La formule de vraisemblance s'écrit donc :

$$\mathcal{L} = \sum_{e=1}^{N_{ev}} \ln\{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y_e)\} - \sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \tag{6.8}$$

où f_i est la distribution de l'espèce i d'un ensemble y de variables discriminantes. L'hypothèse que toutes les distributions qui entrent dans la formule de vraisemblance sont correctes et que l'ajustement a déjà été fait est essentielle. Les nombres N_i de chaque espèce sont donc fixés aux valeurs qui décrivent le mieux les données. On cherche à obtenir une représentation de la distribution M_* de la variable x des événements de l'espèce $*$. Deux cas concernant la variable x doivent être distingués :

1. celui où la variable x est contenue implicitement ou explicitement dans y. La corrélation entre x et y est alors totale et il existe une fonction de y telle que $x = x(y)$. Dans ce cas, la détermination des N_i obtenue en maximisant $\mathcal{L}$ incorpore la connaissance des $\mathrm{N_{es}}$ densités de probabilité[2] $\mathrm{M}_i(x)$. L'extraction à partir des données de ces mêmes distributions en est biaisée.
2. celui, beaucoup plus intéressant, où x est totalement non corrélé avec y. Dans ce cas, la détermination des N_i est menée sans connaissance *a priori* des densités de probabilité $\mathrm{M}_i(x)$.

C'est dans le deuxième cas, où la reconstitution des $\mathrm{M}_i(x)$ est non biaisée que la méthode des ${}_s\mathcal{P}lots$ s'applique. Dans le premier cas, il s'agit d'une méthode différente, également issue de cette thèse. Elle est présentée tout d'abord, section 6.3.2, car elle offre une introduction naturelle aux ${}_s\mathcal{P}lots$ et permet d'effectuer une vérification utile, même si elle comporte un biais inhérent. Pour souligner l'appartenance de x à l'ensemble des variables y, les distributions obtenues sont alors notées ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$.

6.3.2 ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lot$ $(x \in \{y\})$

La variable x dont on veut obtenir la distribution fait partie de l'ensemble de variables discriminantes y qui entrent dans la formule de vraisemblance. Pour chaque événement e est défini un poids :

$$\mathcal{P}_*(y_e) = \frac{\mathrm{f}_*(y_e)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y_e)} \tag{6.9}$$

où $*$ est l'espèce d'événements dont on veut obtenir la distribution en x. On introduit ensuite $\widetilde{\mathrm{M}}_*$, la distribution des événements de l'espèce $*$, obtenue grâce aux poids $\mathcal{P}_*$:

$$\widetilde{\mathrm{M}}_*(\bar{x})\delta x \;\equiv\; \sum_{e\in\delta x}^{N_{ev}} \mathcal{P}_*(y_e) \ , \tag{6.10}$$

où la somme se fait sur tous les événements pour lesquels la valeur x_e est comprise dans l'intervalle $[\bar{x}\text{-}\delta x/2, \bar{x}+\delta x/2]$. Dans la limite où le nombre d'événements est grand, en remplaçant la somme par l'intégrale

$$\sum_{e\in\delta x}^{N_{ev}} \longrightarrow \int dy \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_j \mathrm{f}_j(y) \delta\left(x(y) - \bar{x}\right) \delta x \ , \tag{6.11}$$

2. M(x), pour *marginale*, représente dans la suite les distributions inconnues que l'on cherche à obtenir.

on obtient :

$$\begin{aligned}
\widetilde{\mathrm{M}}_*(\bar{x}) &= \int dy \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_j \mathrm{f}_j(y)\delta(x(y)-\bar{x})\mathcal{P}_*(y) && (6.12)\\
&= \int dy \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_j \mathrm{f}_j(y)\delta(x(y)-\bar{x})\frac{\mathrm{f}_*(y)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y)} && (6.13)\\
&= \int dy \delta(x(y)-\bar{x})\mathrm{f}_*(y) && (6.14)\\
&\equiv \mathrm{M}_*(\bar{x}) \ . && (6.15)
\end{aligned}$$

où M_* est la distribution marginale de x, qui est exacte puisque par hypothèse, les $\mathrm{f}_i(y)$ sont exactes.

Il apparaît ainsi que la somme sur tous les événements des poids $\mathcal{P}_*$ fournit directement une estimation de la distribution de la variable x pour le lot d'événements de l'espèce $*$. Les distributions obtenues par l'équation 6.10 sont appelées ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$. Cet outil souffre toutefois de l'inconvénient majeur signalé plus haut : il est difficile de détecter certains types d'anomalies dans la mesure où la variable x dont on veut obtenir la distribution appartient à l'ensemble des variables y qui entrent dans la formule de vraisemblance. Par exemple, si les fonctions $\mathrm{f}_i(y)$ ne reproduisent pas correctement la queue de la véritable distribution en x de l'espèce $*$, ce défaut ne sera pas révélé. En effet, les événements en excès dans le lot $*$ entrent dans la composition de $\widetilde{\mathrm{M}}_*$ avec un poids faible et ne sont pas détectables. Seul un problème dans le cœur de la distribution de x peut être démasqué avec cet outil.

6.3.3 *sPlot* $(x \notin \{y\})$

On considère maintenant le cas plus intéressant où la variable x n'appartient pas à l'ensemble des variables y qui entrent dans la formule de vraisemblance. L'ajustement n'utilise aucune information sur la distribution que l'on veut obtenir et c'est par ce fait que l'on va pouvoir détecter d'éventuelles anomalies dans les distributions.

Comme point de départ, on considère la distribution $\widetilde{\mathrm{M}}_*$, décrite dans la section précédente par l'équation 6.10. Le résultat n'est pas le même puisque les distributions en x sont implicites quand on effectue la somme sur les événements, alors qu'elles sont absentes dans la formule de vraisemblance. Pour traiter le problème, on suppose que les distributions totales $\mathrm{f}_i(x,y)$ sont égales aux produits $\mathrm{M}_i(x)\mathrm{f}_i(y)$, ce qui implique que l'on suppose que x et y ne sont pas corrélées. On a alors, en partant de l'équation 6.12 :

$$\widetilde{\mathrm{M}}_*(\bar{x}) = \int dydx \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_j \mathrm{M}_j(x)\mathrm{f}_j(y)\delta(x-\bar{x})\mathcal{P}_*(y) \tag{6.16}$$

$$= \int dy \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_j \mathrm{M}_j(\bar{x})\mathrm{f}_j(y)\frac{\mathrm{f}_*(y)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y)} \tag{6.17}$$

$$= \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} \mathrm{M}_j(\bar{x}) \left(N_j \int dy \frac{\mathrm{f}_*(y)\mathrm{f}_j(y)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y)} \right) \tag{6.18}$$

$$\neq \mathrm{M}_*(\bar{x}) \ . \tag{6.19}$$

L'inégalité tient au fait que, le terme de correction

$$\Delta_{j*} \equiv N_j \int dy \frac{\mathrm{f}_*(y)\mathrm{f}_j(y)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y)} \tag{6.20}$$

n'est pas identique au symbole de kroenecker δ_{j*}. On obtiendrait l'égalité et donc la réponse exacte si les variables y étaient totalement discriminantes. Dans ce cas, le produit $\mathrm{f}_*(y)\mathrm{f}_j(y)$ étant équivalent à $\mathrm{f}_*^2(y)\delta_{j*}$, (si la discrimination est totale, $\mathrm{f}_{j\neq *}(y) = 0$ si $\mathrm{f}_*(y)$ n'est pas égale à zéro), on a :

$$\Delta_{j*} = N_j \delta_{j*} \int dy \frac{\mathrm{f}_*^2(y)}{N_* \mathrm{f}_*(y)} = \delta_{j*} \ . \tag{6.21}$$

Toutefois, si y était parfaitement discriminante, l'obtention de $\mathrm{M}_*(x)$ serait évidente : il suffirait simplement d'appliquer une coupure sur y pour obtenir un échantillon pur d'événements de l'espèce $*$ et ainsi d'avoir $\mathrm{M}_*(x)$.

Dans le cas réel où y n'est pas parfaitement discriminante, le problème est résolu en introduisant l'inverse de la matrice de covariance qui est donnée par la derivée seconde de $-\mathcal{L}$ et qui est reliée au terme de correction 6.20. On a :

$$\mathbf{V}_{*j}^{-1} = \frac{\partial^2(-\mathcal{L})}{\partial N_* \partial N_j} = \sum_{e=1}^{N_{ev}} \frac{\mathrm{f}_*(y_e)\mathrm{f}_j(y_e)}{(\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y_e))^2} \tag{6.22}$$

$$\simeq \int dydx \sum_{l=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_l \mathrm{M}_l(x)\mathrm{f}_l(y) \frac{\mathrm{f}_*(y)\mathrm{f}_j(y)}{(\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y))^2} \tag{6.23}$$

$$= \int dy \sum_{l=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_l \mathrm{f}_l(y) \frac{\mathrm{f}_*(y)\mathrm{f}_j(y)}{(\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y))^2} \tag{6.24}$$

$$= \int dy \frac{\mathrm{f}_*(y)\mathrm{f}_j(y)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i \mathrm{f}_i(y)} \ . \tag{6.25}$$

Par conséquent,

$$\widetilde{\mathrm{M}}_*(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} \mathrm{M}_j(\bar{x}) N_j \mathbf{V}_{*j}^{-1}. \tag{6.26}$$

En inversant cette équation matricielle, on obtient :

$$\mathrm{M}_*(\bar{x}) = \frac{1}{N_*}\sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} \mathbf{V}_{*j}\widetilde{\mathrm{M}}_j(\bar{x}) \ . \tag{6.27}$$

Ainsi, quand x n'est pas corrélée à l'ensemble des variables y, le poids correct pour reconstruire $\mathrm{M}_*(x)$ n'est pas donné par l'équation (6.9), mais par le poids pondéré par la matrice de covariance :

$${}_s\mathcal{P}_*(y_e) = \frac{1}{N_*}\frac{\sum_{j=1}^{\mathrm{N_{es}}} \mathbf{V}_{*j}\mathrm{f}_j(y_e)}{\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{es}}} N_i\mathrm{f}_i(y_e)} \ . \tag{6.28}$$

L'équation 6.27 montre qu'avec ce poids, le ${}_s\mathcal{P}lot$ de x défini par :

$$\widetilde{\mathrm{M}}_*(\bar{x})\delta x = \sum_{e\in\delta x}^{N_{ev}} {}_s\mathcal{P}_* \ , \tag{6.29}$$

reproduit la vraie distribution :

$$\widetilde{\mathrm{M}}_*(\bar{x}) = \mathrm{M}_*(\bar{x}) \ , \tag{6.30}$$

du moins si les deux hypothèses suivantes, déjà explicitées, sont satisfaites :
- les densités de probabilité $\mathrm{f}_i(y)$ qui entrent dans l'ajustement sont correctes,
- les densités de probabilité totales sont de la forme $\mathrm{f}_i(x,y) = \mathrm{M}_i(x)\mathrm{f}_i(x)$.

La matrice de covariance qui entre dans le calcul du poids (équation 6.28) est donnée par le résultat de l'ajustement quand seuls les paramètres N_i sont laissés libres. Elle peut tout aussi bien être calculée directement en utilisant l'équation de définition 6.22.

6.3.4 Applications

La méthode des ${}_s\mathcal{P}lots$ et de leur origine les ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$, est mise en application dans cette section pour obtenir les distributions de signal et de bruit de fond suivant les trois variables qui entrent dans l'ajustement, ΔE, m_{ES} et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ et des deux variables de contôle (section 5.3.4) $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$.

Un défaut dans la paramétrisation des densités de probabilité du bruit de fond ou du signal a une incidence marquée sur l'analyse s'il apparaît dans leur domaine de recouvrement. D'autre part, les distributions de bruit de fond sont déterminées à partir du bruit de fond dans le domaine $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2. Pour ces deux raisons, l'étude qui suit est effectuée dans le domaine critique, qui est celui du signal : m_{ES} $> 5{,}27$ GeV/c^2 et $-0{,}15 < \Delta E < 0{,}1$ GeV. On considère ici trois classes : les événements de signal $B^0 \to \pi^+\pi^-$ et $B^0 \to K^+\pi^-$ et les événements de bruit de fond.

Pour obtenir les distributions de ΔE, par exemple, l'ajustement des N_i est répété en se limitant aux événements de la zone signal définie ci-dessus. Tout autre paramètre est fixé :

1. Un premier ajustement prend en compte les densités $\mathcal{P}_E^k(\Delta E|p)$: on obtient alors les ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$ de ΔE par l'équation 6.10.

2. Un second ajustement ignore la variable ΔE, on obtient alors les ${}_s\mathcal{P}lots$ par l'équation 6.29.

Distribution de ΔE

La figure 6.9 représente les distributions de ΔE obtenues ainsi pour le signal. Les courbes continues représentent les distributions utilisées dans l'ajustement. Un excellent accord est observé. Par exemple, un ajustement gaussien sur le ${}_s\mathcal{P}lot$ des événements $\pi^+\pi^-$ dans le domaine $|\Delta E| < 0{,}075$ GeV indique une valeur centrale $< \Delta E >= -0{,}7 \pm 3{,}6$ MeV et un écart type $\sigma_{\Delta E} = 23 \pm 3$ MeV. Ces deux résultats sont en bon accord avec les valeurs utilisées -2 MeV pour $< \Delta E >$ et 26 MeV pour $\sigma_{\Delta E}$ (section 6.2.1.2). Le gain en précision sur la mesure des N_k quand on prend en compte la variable ΔE, se lit directement sur les ${}_s\mathcal{P}lots$. Par exemple, en l'absence de ΔE, les barres d'erreur du ${}_s\mathcal{P}lot$ des événements $B^0 \to \pi^+\pi^-$ (figure 6.9b) montrent qu'une partie significative de l'erreur totale sur $N_{\pi\pi}$ provient des événements en dehors de l'intervalle $|\Delta E| < 0{,}08$ GeV. Comme le montre le ${}_{\rm in}\mathcal{P}lot$ (figure 6.9a), quand ΔE est incorporé dans l'ajustement, cette contribution à l'erreur statistique n'apparaît plus. Pour la classe $B^0 \to \pi^+\pi^-$, le ${}_s\mathcal{P}lot$ révèle un excès d'événements à ΔE$< -0{,}07$ GeV, où aucun événement de ce type n'est attendu d'après la simulation. Cet excès, qui représente 25 ± 9 événements, est compatible avec la contamination attendue du bruit de fond $B^0 \to \rho^\pm\pi^\mp$ (section 4.5.4) et avec l'effet des corrections radiatives (section 6.5.2.6). L'excès d'événements n'apparaît plus dans le ${}_{\rm in}\mathcal{P}lot$ car les événements sont trop loin dans la queue de la distribution en ΔE utilisée dans l'ajustement. Ce dernier n'a d'autre solution que de les attribuer au bruit de fond. De fait, la valeur de $N_{\pi\pi} = 176{,}5 \pm 23{,}0$ obtenue en retirant ΔE de l'ajustement est à comparer à la valeur de l'ajustement global 156,5±19,0 (table 6.4). L'écart et son erreur peuvent être évalués par $\Delta N_{\pi\pi} = 176{,}5 - 156{,}5 \pm \sqrt{23^2 - 19^2} = 20 \pm 13$, soit une valeur compatible avec l'excès mentionné.

Test de ${}_s\mathcal{P}lot$ avec ΔE

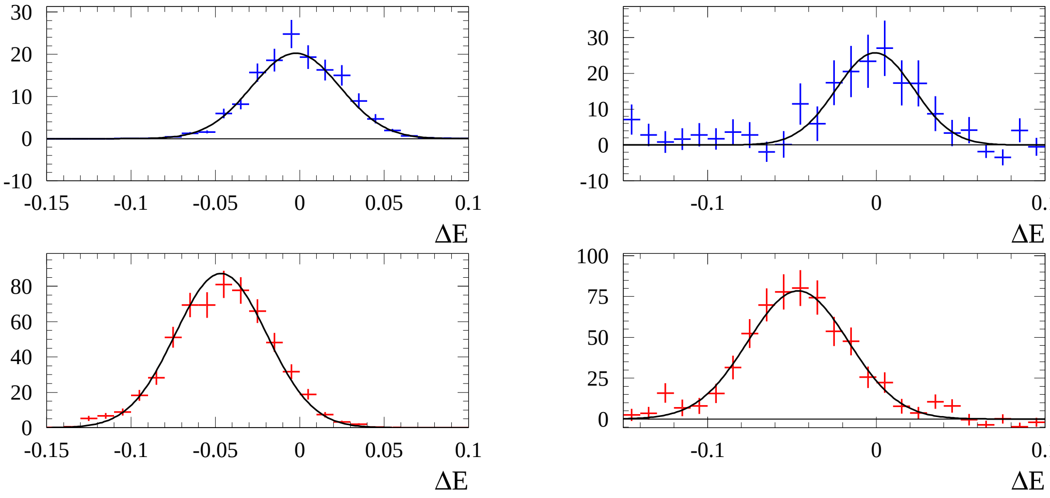
Pour illustrer plus avant la fiabilité des ${}_s\mathcal{P}lots$ et de la procédure d'ajustement, 50 événements issus de la simulation $B^0 \to \pi^+\pi^-$ sont ajoutés au lot de données. La valeur de ΔE attribuée à ces événements est modifiée afin de les faire apparaître dans le domaine $-0{,}125 < \Delta E < -0{,}075$ GeV. La figure 6.10 démontre que :

- le ${}_s\mathcal{P}lot$ de ΔE identifie la présence de ces 50 événements comme du signal,
- le ${}_{\rm in}\mathcal{P}lot$, cas où ΔE est incorporé à l'ajustement, les affecte intégralement au bruit de fond, bien que leurs distributions en $m_{\rm ES}$ et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ soient celles des événements de signal.

Distribution de $m_{\rm ES}$

La figure 6.11 représente les ${}_{\rm in}\mathcal{P}lots$ et les ${}_s\mathcal{P}lots$ de la variable $m_{\rm ES}$ pour le signal et le bruit de fond. On remarque, de même que pour ΔE, un très bon accord. Un ajustement gaussien sur le ${}_s\mathcal{P}lot$ du signal fournit $< m_{\rm ES} >= 5{,}2804 \pm 0.0001$ GeV/c^2 et $\sigma_{m_{\rm ES}} = 2{,}53 \pm 0{,}05\,{\rm MeV}/c^2$, ce qui est en excellent accord avec les valeurs utilisées (respectivement 5,280 GeV/c^2 et 2,6 MeV/c^2).

Distribution de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$



(a) (b)

FIG. 6.9 – *Ces histogrammes représentent la distribution des données de la variable* ΔE *pour les événements* $\pi^+\pi^-$ *en haut et pour les événements* $K\pi$ *en bas. Les deux figures de gauche ont été obtenues en incluant* ΔE *dans l'ajustement, il s'agit donc de* ${}_{\rm in}\mathcal{P}$*lots. A droite,* ΔE *n'intervient pas dans l'ajustement, ce sont des* ${}_s\mathcal{P}$*lots. L'excès d'événements observé pour* $\Delta E < -0{,}07$ GeV *dans le* ${}_s\mathcal{P}$*lot des événements* $\pi\pi$ *est attribué au bruit de fond* $B^0 \to \rho^{\pm}\pi^{\mp}$ *et aux corrections radiatives.*

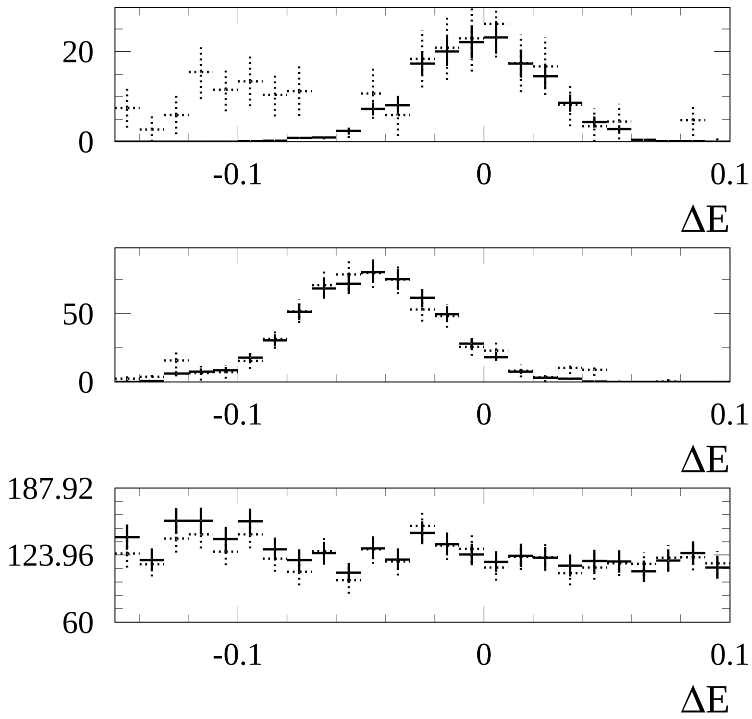


FIG. 6.10 – *Ces histogrammes représentent les distributions de* $\Delta\mathrm{E}$ *: en haut pour des événements* $\pi^+\pi^-$*, au milieu pour des événements* $K\pi$ *et en bas pour des événements de bruit de fond. Les histogrammes en trait plein sont des* ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$*,* $\Delta\mathrm{E}$ *est donc inclus dans l'ajustement. Les histogrammes en pointillés sont des* ${}_{s}\mathcal{P}lots$*,* $\Delta\mathrm{E}$ *n'est pas inclus dans l'ajustement. La particularité de l'échantillon d'événements utilisé ici est qu'il contient l'ensemble des données auquel on a rajouté* 50 *événements* $\pi^+\pi^-$ *de simulation. Ces* 50 *événements ont une distribution en* $\Delta\mathrm{E}$ *exotique située arbitrairement entre* $-0{,}125$ *et* $-0{,}075$ GeV*. Cet excès artificiel est bien révélé par le* ${}_{s}\mathcal{P}lot$ *de la figure du haut.*

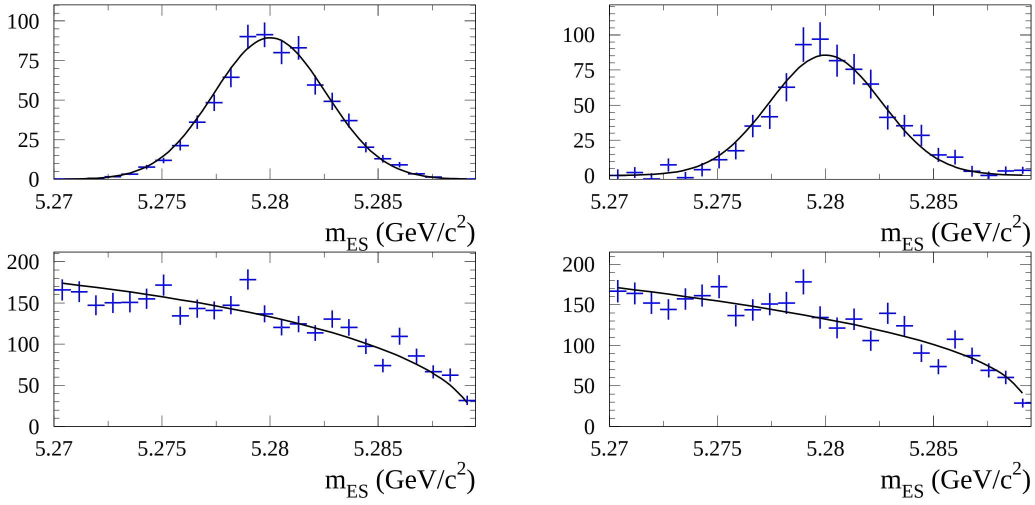


FIG. 6.11 – *Ces histogrammes représentent la distribution des données de la variable m_{ES} pour les événements $\pi\pi+K\pi$ en haut et pour les événements de bruit de fond en bas. Les deux figures de gauche ont été obtenues en incluant m_{ES} dans l'ajustement, il s'agit donc de ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$. A droite, m_{ES} n'intervient pas dans l'ajustement, ce sont des ${}_s\mathcal{P}lots$.*

Les ${}_s\mathcal{P}lots$ de la variable $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ (figure 6.12b) montrent que le signal et le bruit de fond sont très bien décrits par les densités de probabilité utilisées dans l'ajustement. On observe cependant deux anomalies, sans grande signification statistique : un léger excès d'événements apparaît à gauche pour le bruit de fond (c'est-à-dire dans la région du signal) et un excès plus marqué à droite pour le signal (c'est-à-dire dans la région de bruit de fond). En revanche, avec une signification statistique indubitable cette fois, un événement identifié comme étant de pur bruit de fond apparaît isolé à l'extrémité gauche de la distribution.

Distribution des variables de contrôle

Les variables de contrôle $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$ sont ignorées délibérément dans l'ajustement. Elles présentent de ce fait un intérêt particulier dans la mesure où elles permettent un test *a posteriori* de l'analyse. Les figures 6.13 et 6.14 représentent les ${}_s\mathcal{P}lots$ des deux variables $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$. Pour la première variable, on observe un très bon accord avec la forme attendue pour le signal $B^0 \to \pi^+\pi^-$: $\mathcal{P}^{\pi\pi}(\cos\theta_B) \propto \sin^2\theta_B$ et pour le signal $B \to K^{\pm}\pi^{\mp}$. Pour ce dernier, le calcul de $\cos\theta_B$ étant fait avec l'hypothèse de masse du pion, la distribution est légèrement asymétrique. Elle s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}^{K\pi}(\cos\theta) &= \frac{3}{4}\sin^2\theta_B \left\{ \frac{1-\cos\theta_B\ \epsilon}{(1+\epsilon^2-2\cos\theta_B\ \epsilon)^{5/2}} \right\} \\
&\simeq \frac{3}{4}\sin^2\theta_B \left\{1+4\ \epsilon\cos\theta_B\right\} \qquad (6.31)
\end{aligned}$$

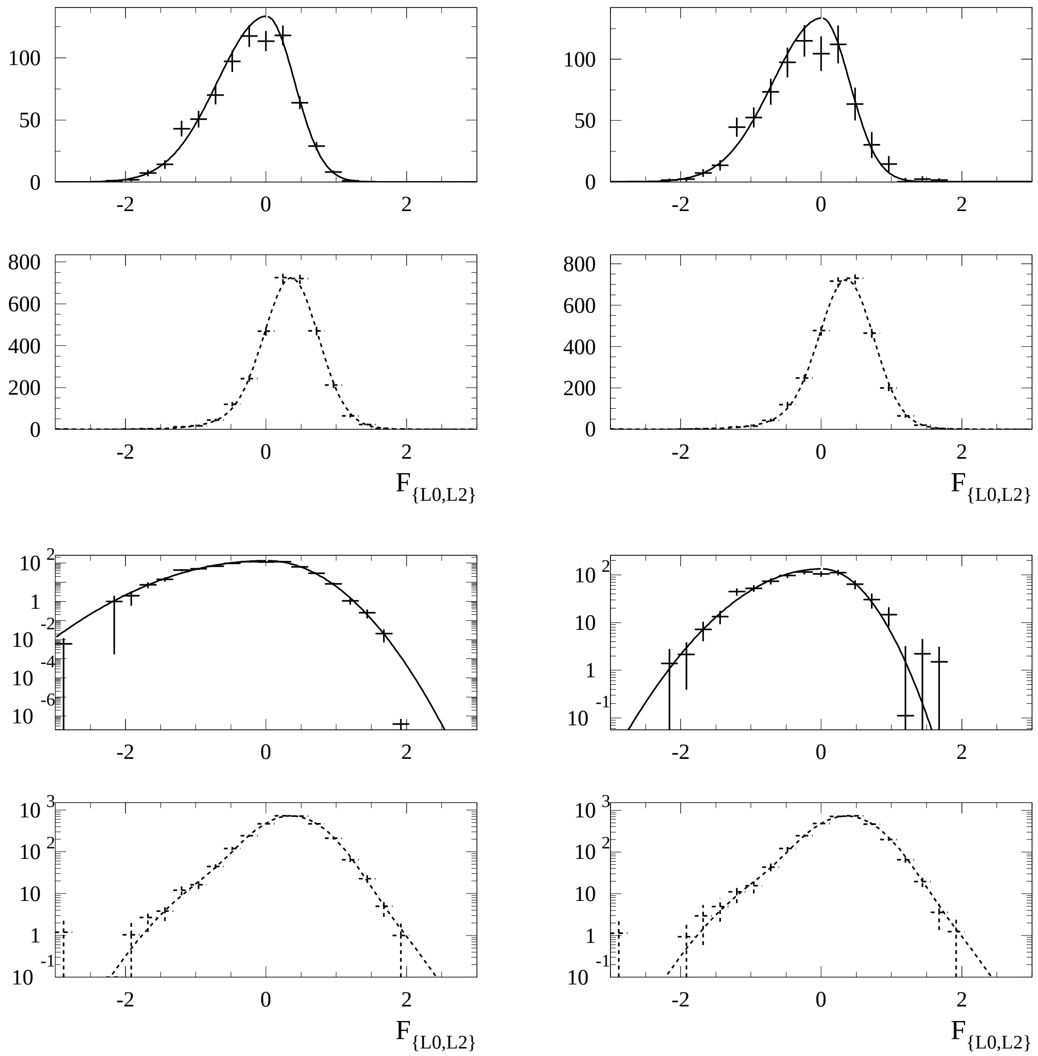
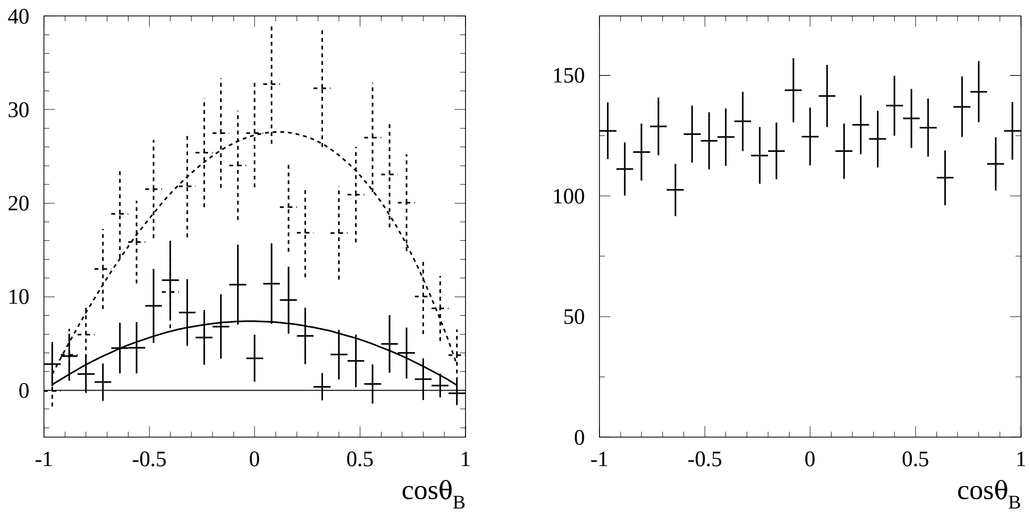


FIG. 6.12 – *Ces histogrammes représentent la distribution des données de la variable $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ pour les événements $\pi\pi + K\pi$ en trait plein et pour les événements de bruit de fond en pointillés. Les figures de gauche ont été obtenues en incluant $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ dans l'ajustement, il s'agit donc de ${}_{\mathrm{in}}\mathcal{P}lots$. A droite, $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ n'intervient pas dans l'ajustement, ce sont des ${}_s\mathcal{P}lots$. Les histogrammes sont représentés selon une échelle linéaire en haut, selon une échelle logarithmique en bas. Les courbes superposées sont les distributions des paramétrisations qui entrent dans l'ajustement.*



(a) (b)

FIG. 6.13 – *Les histogrammes représentent les ${}_s\mathcal{P}lots$ de la variable $\cos\theta_B$. La figure (a) se réfère aux événements de signal $\pi\pi$ (traits pleins) et $K\pi$ (pointillés). La figure (b) se réfère aux événements de bruit de fond. Les courbes superposées sont issues de la simulation. Elles ne sont pas utilisées dans l'ajustement.*

où

$$\epsilon \;=\; \frac{\gamma\beta}{2p^*}\left[\frac{m_1^2 - m_\pi^2}{p_1} + \frac{m_2^2 - m_\pi}{p_2}\right] \sim 0{,}1 \;. \tag{6.32}$$

En particulier, les deux distributions s'annulent bien en $\cos\theta_B = \pm 1$. Pour le bruit de fond, on obtient la distribution uniforme attendue.

Si l'on prend en compte $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$ dans l'ajustement, les nombres d'événements N_k restent très proches de ceux donnés dans la table 6.3. Le gain en précision obtenu reste cependant marginal : ${}_e\epsilon^{\pi\pi}$ et ${}_e\epsilon^{K\pi}$ augmentent respectivement de 4% et 1%.

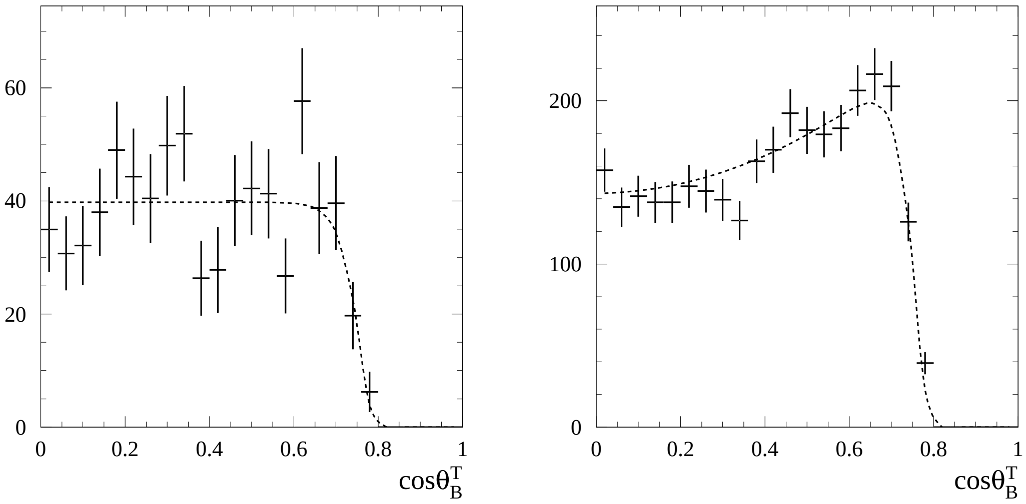
6.4 L'ajustement dépendant du temps

L'ajustement indépendant du temps a été validé, on peut donc passer à la deuxième étape de l'analyse dont le but est de déterminer les paramètres de violation de CP, $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$.

Dans le cas d'un étiquetage et d'une résolution parfaite sur Δt, la densité de probabilité pour la désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$ est donnée par (section 2.1) :

$$f_\pm(\Delta t) = \frac{e^{-|\Delta t|/\tau}}{4\tau}\left[1 \pm S_{\pi\pi}\sin(\Delta m_d \Delta t) \mp C_{\pi\pi}\cos(\Delta m_d \Delta t)\right], \tag{6.33}$$

où le signe $+/-$ fait référence aux événements étiquetés $B^0/\overline{B}^0$, τ est la durée de



(a) (b)

FIG. 6.14 – *Les histogrammes représentent les ${}_s\mathcal{P}lots$ de la variable $\cos\theta_B^T$ pour les événements $\pi\pi + K\pi$ (a) et pour les événements de bruit de fond (b). Les courbes superposées sont issues de la simulation. Elles ne sont pas utilisées dans l'ajustement.*

vie du B^0 et $\Delta m_d/2\pi$ est la fréquence des oscillations. La normalisation est telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} [f_+(\Delta t) + f_-(\Delta t)]\, d\Delta t \;=\; 1$.

Pour la désintégration $B^0/\overline{B}^0 \to K^\pm\pi^\mp$, en tenant compte du caractère étiquetant des événements (la charge du quark b est nécessairement de même signe que celle du kaon), deux ensembles d'événements peuvent être introduits :

- les événements mélangés :
  ($B_{\rm rec} = K^+\pi^-$, $B_{\rm tag} = B^0$) ou ($B_{\rm rec} = K^-\pi^+$, $B_{\rm tag} = \overline{B}^0$),
- les événements non mélangés :
  ($B_{\rm rec} = K^+\pi^-$, $B_{\rm tag} = \overline{B}^0$) ou ($B_{\rm rec} = K^-\pi^+$, $B_{\rm tag} = B^0$) .

Si on note q la charge du kaon, la densité de probabilité en Δt, pour un état final et un étiquetage donnés, s'écrit :

$$f_\pm^q(\Delta t) \;=\; \frac{e^{-|\Delta t|/\tau}}{8\tau}(1 - qA_{K\pi})[1 \mp q\cos(\Delta m_d \Delta t)] \;, \qquad (6.34)$$

où $A_{K\pi}$ est l'asymétrie définie équation 6.1. La normalisation est telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} \left[f_+^+(\Delta t) + f_-^+(\Delta t) + f_+^-(\Delta t) + f_-^-(\Delta t)\right] d\Delta t = 1$.

Cependant, l'étiquetage n'est pas parfait et les paramètres d'aymétries $C_{\pi\pi}$ et $S_{\pi\pi}$ en sont affectés. En outre, une dissymétrie entre l'étiquetage des B^0 et des $\overline{B}^0$ peut introduire une distinction artificielle entre les deux distributions suivant la nature de l'étiquetage. Cette dissymétrie se révèle très faible pour le signal. Elle est en revanche très marquée pour le bruit de fond du signal $B^0 \to K^+\pi^-$. La prise en compte de ces effets est décrite section 6.4.1. La paramétrisation de la variable en temps Δt est développée section 6.4.2. La formule de vraisemblance est explicitée section 6.4.3.

6.4.1 L'étiquetage des B et la dilution

L'étiquetage imparfait est pris en compte en introduisant les taux d'erreur $w\,(\bar{w})$ qui représentent les probabilités pour qu'un B^0 ($\overline{B}^0$) soit à tort étiqueté comme un $\overline{B}^0$ (B^0) et les efficacités d'étiquetage $\epsilon\,(\bar{\epsilon})$ qui représentent les probabilités pour qu'un $B^0/\overline{B}^0$ soit étiqueté (à tort ou à raison). Suivant la nature B^0 ou $\overline{B}^0$ de l'étiquetage, les densités de probabilités, normalisées à la fraction totale d'événements étiquetés ou non, s'écrivent :

$$\begin{aligned} f_{B^0\,\mathrm{tag}} &= \epsilon(1-w)f_+ + \bar{\epsilon}\bar{w}f_- \ , \\ f_{\overline{B}^0\,\mathrm{tag}} &= \bar{\epsilon}(1-\bar{w})f_- + \epsilon w f_+ \ . \end{aligned} \tag{6.35}$$

A partir des termes de dilution, dont la terminologie est justifiée plus bas, $D = (1-2w)$ et $\bar{D} = (1-2\bar{w})$, on définit la moyenne de la dilution $\langle D \rangle$

$$\langle D \rangle \ = \ \frac{D+\bar{D}}{2} \tag{6.36}$$

et la variation de la dilution ΔD

$$\Delta D \ = \ D - \bar{D} \ . \tag{6.37}$$

Les probabilités de mauvais étiquetage s'écrivent :

$$\begin{aligned} w &= \frac{1-\langle D \rangle - \frac{\Delta D}{2}}{2} \ , \\ \bar{w} &= \frac{1-\langle D \rangle + \frac{\Delta D}{2}}{2} \ . \end{aligned} \tag{6.38}$$

On introduit également la moyenne de l'efficacité

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{1}{2}(\epsilon + \bar{\epsilon}) \ , \tag{6.39}$$

ainsi que l'asymétrie de l'efficacité

$$\mu = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{\epsilon + \bar{\epsilon}} \ . \tag{6.40}$$

Avec ces notations, mais en omettant les signes <> de l'efficacité d'étiquetage moyenne pour alléger l'écriture, les équations 6.35 deviennent :

$$f_{B^0\,\mathrm{tag}} \ = \ \frac{e^{-|\Delta t|/\tau}}{4\tau}\epsilon \left\{ 1 + \frac{\Delta D}{2} + \mu \langle D \rangle + \left[\langle D \rangle + \mu \left(1 + \frac{\Delta D}{2} \right) \right] A_{\pi\pi} \right\} , \tag{6.41}$$

$$f_{\overline{B}^0\,\mathrm{tag}} \ = \ \frac{e^{-|\Delta t|/\tau}}{4\tau}\epsilon \left\{ 1 - \frac{\Delta D}{2} - \mu \langle D \rangle - \left[\langle D \rangle - \mu \left(1 - \frac{\Delta D}{2} \right) \right] A_{\pi\pi} \right\} , \tag{6.42}$$

où
$$A_{\pi\pi} = S_{\pi\pi}\sin(\Delta m_d \Delta t) - C_{\pi\pi}\cos(\Delta m_d \Delta t) \ . \tag{6.43}$$
Le terme de dilution employé pour les coefficients D vient du fait qu'ils interviennent comme coefficient multiplicatif de $A_{\pi\pi}$. Leur présence dilue donc la violation de CP. L'application de l'équation 4.65 montre que l'erreur sur la mesure de $S_{\pi\pi}$ est de la forme :
$$\frac{1}{\sigma^2_{S_{\pi\pi}}} \ = \ NR\epsilon < D >^2 \ \ , \tag{6.44}$$
où N est le nombre total d'événements de signal, étiquetés ou non et R, qui dépend très faiblement des paramètres d'étiquetage, rend compte des effets de détecteur et de bruit de fond. Pour évaluer les performances d'une procédure d'étiquetage, on introduit le facteur de qualité
$$Q \ = \ \epsilon < D >^2 \ \ . \tag{6.45}$$
Il découle de l'équation 6.44 qu'il est toujours souhaitable de distinguer les différentes catégories d'étiquetage si elles ont des facteurs de qualité Q ou des valeurs de R différents. En effet, l'erreur sur $S_{\pi\pi}$ obtenue en distinguant les événements suivant la catégorie d'étiquetage c à laquelle ils appartiennent, est donnée par la somme :
$$\frac{1}{\sigma^2_{S_{\pi\pi}}} \ = \ \sum_c \frac{1}{\sigma^2_{S_{\pi\pi}}(c)} \ = \ N\sum_c R_c\epsilon_c < D_c >^2 \ \ , \tag{6.46}$$
dont la valeur est toujours supérieure ou égale à celle obtenue quand cette distinction n'est pas faite.

L'étiquetage des mésons B, développé très tôt dans la collaboration [60], est actuellement réalisé par un ensemble de réseau de neurones [61]. Quatre catégories d'étiquetage, mutuellement exclusives, sont distinguées :

Catégories	Critères
`Lepton`	lepton (e,μ), éventuellement associé à un kaon
`KPIouK`	kaon, associé à un pion mou ou fermement identifié
`KouPI`	kaon ou pion mou
`Inclusive`	ensemble de variables faiblement discriminantes

Une cinquième catégorie regroupe les événements non étiquetés. Le principe de l'étiquetage repose toujours sur la présence d'une particule chargée de nature particulière (e, μ, K, π_{mou}) dont le signe de la charge est corrélé avec le signe de la charge du quark b du méson B. Par exemple, un événement pour lequel le reste de l'événement comporte un lepton de haute énergie (au-delà du GeV) et de charge négative a une probabilité plus grande de provenir directement de la succession des désintégrations $b \to W^- c$, $W^- \to l^- \overline{\nu}_l$ qu'indirectement de $\overline{b} \to W^+\overline{c}$, $\overline{c} \to W^-\overline{s}$, $W^- \to l^-\overline{\nu}_l$. L'événement est alors étiqueté comme $B_{\rm tag} = \overline{B}^0$. A l'inverse, un lepton de charge négative de basse énergie a une probabilité plus forte de provenir d'un quark $\overline{b}$ et donc d'un B^0. Dans tous les cas, la distinction $B^0/\overline{B}^0$ n'est pas parfaite. Les valeurs de $< w >$ et de ϵ reflètent à la fois la physique des désintégrations, comme dans l'exemple donné et les effets de détecteur. En revanche, du moins pour

Catégorie	Total
`Lepton`	0,091 ± 0,002
`KPIouK`	0,166 ± 0,002
`KouPI`	0,198 ± 0,003
`Inclusive`	0,201 ± 0,003
`Non étiqueté`	0,344 ± 0,003

TAB. 6.5 – *Fraction ϵ des événements de l'échantillon de contrôle étiquetés B^0 ou $\overline{B}^0$ selon chaque catégorie.*

Catégorie	$\langle D \rangle$	ΔD	μ
`Lepton`	0,934 ± 0,013	0,032 ± 0,026	0,005 ± 0,023
`KPIouK`	0,809 ± 0,015	0,057 ± 0,026	-0,051 ± 0,020
`KouPI`	0,588 ± 0,016	0,105 ± 0,027	-0,021 ± 0,020
`Inclusive`	0,366 ± 0,019	0,052 ± 0,028	0,004 ± 0,020

TAB. 6.6 – *Moyenne de la dilution $\langle D \rangle$, différence de dilution ΔD et asymétrie d'efficacité d'étiquetage μ pour chaque catégorie d'événements de type signal. Les valeurs sont déterminées avec l'échantillon d'événements de contrôle.*

le signal, des valeurs non nulles de ΔD et μ sont uniquement dues aux effets de détecteur asymétriques de charge. En effet, un K^- composé d'une paire $\overline{u}s$, de par la présence d'un antiquark $\overline{u}$ a une probabilité d'interaction dans la matière supérieure au K^+ composé de la paire $u\overline{s}$. Pour le bruit de fond, dont la distribution en temps ne fait pas intervenir les oscillations $B^0\overline{B}^0$, les paramètres de dilution et *a fortiori* d'asymétrie de dilution, n'interviennent pas. En revanche, il est montré dans la suite que l'asymétrie μ joue un rôle important.

La détermination des paramètres d'étiquetage ne repose pas sur la simulation mais sur les lots de contrôle (section 4.8). Les événements issus de ces lots comportent un B complètement reconstruit dans un état de saveur $B_{\rm rec} = B^0$ ou $\overline{B}^0$. Leur distribution en Δt est celle des oscillations $B^0/\overline{B}^0$, c'est-à-dire la même que celle des événements $K^\pm\pi^\mp$ (équation 6.34), au terme de violation de CP directe $(1 \pm A_{K\pi})$ près. Quand on prend en compte les effets d'étiquetage imparfaits, elle est donc identique à l'une ou l'autre des distributions décrites équations 6.41 ou 6.42 avec des paramètres exactement connus :

$$S_{\rm rec} = 0 \quad \text{et} \quad C_{\rm rec} = -1 \ . \tag{6.47}$$

Un événement où $B_{\rm rec}$ est un B^0 ($\overline{B}^0$) pour lequel le reste de l'événement est étiqueté $\overline{B}^0$ (B^0) suit la distribution 6.41, alors qu'un événement où les deux saveurs sont identiques suit la distribution 6.42. L'ajustement sur les lots de contrôle des paramètres d'étiquetage conduit aux efficacités ϵ_c indiquées dans la table 6.5 et aux paramètres $\langle D \rangle$, ΔD et μ indiqués table 6.6.

Pour les événements de bruit de fond $K\pi$, les asymétries sont définies respectivement pour l'efficacité des événements mélangés et non mélangés, pour prendre en compte l'asymétrie observée qui vient de la corrélation entre la charge du kaon du

Catégorie	$\pi\pi$	$K\pi$	KK
`Lepton`	$0{,}005 \pm 0{,}001$	$0{,}004 \pm 0{,}001$	$0{,}006 \pm 0{,}001$
`KPIouK`	$0{,}089 \pm 0{,}003$	$0{,}127 \pm 0{,}005$	$0{,}078 \pm 0{,}005$
`KouPI`	$0{,}155 \pm 0{,}004$	$0{,}194 \pm 0{,}006$	$0{,}144 \pm 0{,}007$
`Inclusive`	$0{,}215 \pm 0{,}005$	$0{,}192 \pm 0{,}006$	$0{,}217 \pm 0{,}008$
`Non étiqueté`	$0{,}536 \pm 0{,}011$	$0{,}483 \pm 0{,}015$	$0{,}556 \pm 0{,}011$

TAB. 6.7 – *Fraction d'événements de bruit de fond dans chaque catégorie d'étiquetage déterminé dans l'échantillon d'événements à la résonance du $\Upsilon(4S)$.*

Catégorie	$\pi\pi$	$K\pi$	KK
`Lepton`	$0{,}26 \pm 0{,}16$	$0{,}14 \pm 0{,}25$	$0{,}04 \pm 0{,}23$
`KPIouK`	$-0{,}03 \pm 0{,}04$	$-0{,}73 \pm 0{,}03$	$-0{,}01 \pm 0{,}07$
`KouPI`	$0{,}05 \pm 0{,}03$	$-0{,}44 \pm 0{,}03$	$0{,}16 \pm 0{,}05$
`Inclusive`	$0{,}07 \pm 0{,}03$	$-0{,}21 \pm 0{,}03$	$0{,}05 \pm 0{,}04$

TAB. 6.8 – *Asymétries d'étiquetage μ pour le bruit de fond déterminées grâce aux événements de données pour lesquels $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26\ \mathrm{GeV}/c^2$.*

candidat B et la saveur du B_{tag}, notamment dans les événements $s\overline{s}$. Quand un kaon est produit, il y a forcément une paire $s\overline{s}$. Les quarks sont en effet produits par paire quark-antiquark. La présence d'un K^+ (K^-), constitué d'une paire $\overline{s}u$ ($s\overline{u}$) dans le candidat B assure donc la présence d'un quark $s(\overline{s})$ dans le reste de l'événement. Cela confère un caractère étiquetant particulier aux événements de bruit de fond $K\pi$. Les asymétries d'efficacité pour les événements de bruit de fond sont incluses également, séparément pour chaque mode.

La fraction des événements de bruit de fond dans chaque catégorie d'étiquetage déterminée à partir du lot d'événements pour lesquels $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26\ \mathrm{GeV}/c^2$, est donnée dans la table 6.7. Les asymétries μ déterminées pour le bruit de fond à partir du même lot d'événements sont fournies table 6.8. On observe que les valeurs des asymétries sont non nulles pour la quasi totalité des catégories d'étiquetage. Par exemple, pour la catégorie $c = 2$ (`KPIouK`), du bruit de fond $K\pi$, on obtient une asymétrie spectaculaire de 73%.

6.4.2 La variable en temps Δt

La forme de la fonction de résolution en temps est également obtenue à partir des événements du lot de contrôle. Elle est paramétrée par la somme de trois gaussiennes pour le signal. Chaque catégorie d'étiquetage a sa propre valeur centrale : la table 6.9 montre les paramètres obtenus. Les trois gaussiennes utilisées jouent des rôles distincts. Le cœur de la fonction de résolution est décrit par la gaussienne principale. La deuxième gaussienne a pour fonction de décrire l'essentiel de la queue de la distribution en temps. Elle rend compte des événements où Δt est mal mesuré et où $\sigma_{\Delta t}$ est sous-évalué. La dernière gaussienne rend compte des rares événements

Paramètres	Données de contrôle
Echelle (cœur)	1,1060 $\pm$ 0,43
$\delta(\Delta t)$ Catégorie 1 (cœur)	0,063 $\pm$ 0,063 ps
$\delta(\Delta t)$ Catégorie 2 (cœur)	-0,215 $\pm$ 0,051 ps
$\delta(\Delta t)$ Catégorie 3 (cœur)	-0,223 $\pm$ 0,044 ps
$\delta(\Delta t)$ Catégorie 4 (cœur)	-0,186 $\pm$ 0,045 ps
$\delta(\Delta t)$ Non étiqueté (cœur)	-0,181 $\pm$ 0,034 ps
Echelle (queue)	3,0 (fixé)
$\delta(\Delta t)$ (queue)	-1,60 $\pm$ 0,41 ps
f_1 (queue)	0,090 $\pm$ 0,021
f_2 (aberrant)	0,0042 $\pm$ 0,0012
σ (aberrant)	8,0 ps

TAB. 6.9 – *Résumé des paramètres de la fonction de résolution du signal, déterminés avec l'échantillon total de contrôle. Les valeurs centrales non nulles observées pour $\delta_{c\neq 1}$ résultent de la présence d'un méson D dans la plupart des désintégrations du $B_{\rm tag}$.*

Paramètres	Valeurs
$\tau_{\rm bkg}$	0,682 $\pm$ 0,013
$\sigma(\mathcal{G}^{\rm bkg}_{\rm cœur})$	0,226 $\pm$ 0,017
$f^{\rm bkg}_{\rm queue}$	0,021 $\pm$ 0,014
$\mu(\mathcal{G}^{\rm bkg}_{\rm queue})$	2,270 $\pm$ 1,057
$\sigma(\mathcal{G}^{\rm bkg}_{\rm queue})$	1,600 $\pm$ 0,329
$f^{\rm bkg}_{\rm aberr}$	0,022 $\pm$ 0,002
$\mu(\mathcal{G}^{\rm bkg}_{\rm aberr})$	0,0 (fixé)
$\sigma(\mathcal{G}^{\rm bkg}_{\rm aberr})$	8,0 ps (fixé)

TAB. 6.10 – *Résumé des paramètres qui entrent dans la densité de probabilité de Δt pour le bruit de fond. Ces valeurs sont celles obtenues avec l'ajustement dépendant du temps.*

où la détermination des deux vertex conduit à une mesure aberrante. En particulier, la valeur de $\sigma_{\Delta t}$ n'a alors pas de sens.

Pour le bruit de fond, la distribution consiste en une exponentielle convoluée avec une gaussienne plus une somme de deux gaussiennes qui rend compte des événements mal mesurés ou aberrants. Contrairement au signal, la valeur de $\sigma_{\Delta t}$ par événement n'est pas prise en compte dans le calcul de la densité de probabilité du bruit de fond. Cette différence de paramétrisation est due à une incompréhension du comportement de l'erreur sur Δt au moment de la sortie des résultats. Ce problème a été compris et résolu depuis et sa discussion se trouve section 6.6. Les paramètres sont indiqués dans la table 6.10.

Variable	fonction signal	paramètres signal	fonction bkg	param. bkg
$m_{\rm ES}$	gaussienne	$\mu = 5{,}280\,\mathrm{GeV}/c^2$ $\sigma = 2{,}6\,\mathrm{MeV}/c^2$	ARGUS	ξ_c
ΔE	gaussienne	$\mu = -2\,\mathrm{MeV}$, $\sigma = 26\,\mathrm{MeV}$,	quadratique	ΔE_{p1}, ΔE_{p2}
$\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$	gaussienne asymétrique	$\mu = -0{,}01$, $\sigma_+ = 0{,}39$ $\sigma_- = 0{,}70$	deux gaussiennes	$\mathcal{F}_{\mu_1}$, $\mathcal{F}_{\sigma_1}$, $\mathcal{F}_{\mu_2}$, $\mathcal{F}_{\sigma_2}$,$\mathcal{F}_{f_1}$
θ_c	deux gaussiennes	$\mu^h(\theta)$,$\sigma^h(\theta)$,a_i^h de l'ech D^*	même que Sig	même que Sig
Δt	CP/mélange Convoluée avec fonction de résolution	$\{\mathcal{R}_{\rm sig},D,\Delta D\}_c$,$\epsilon_c^k$ $\tau = 1{,}548\,\mathrm{ps}$, $\Delta m_d = 0{,}472\,\mathrm{ps}$, $S_{\pi\pi}$,$C_{\pi\pi}$	$\exp\otimes\mathcal{G}_{\rm c\oe ur}+$ $\mathcal{G}_{\rm queue}+\mathcal{G}_{\rm aberr}$ $\mu_{\mathcal{G}_{\rm c\oe ur}} = 0$	$f_{2,3}$,$M_{1,2}$,$S_{1,2,3}$, ϵ_c^k de la zone bkg

TAB. 6.11 – *Résumé des distributions et des paramètres qui entrent dans l'ajustement. Les paramètres libres n'ont pas de valeurs assignées ou de source spécifiée. Les indices k et c indiquent les modes et les catégories d'étiquetage respectivement.*

6.4.3 La formule de vraisemblance

Chaque événement a une densité de probabilité

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{i,c} &= N_{\pi\pi}\epsilon_c\mathcal{P}_{i,c}^{\pi\pi} + N_{\pi\pi}^{bkg}\epsilon_c^{b\pi\pi}\mathcal{P}_{i,c}^{b\pi\pi} \\
&+ N_{KK}\epsilon_c\mathcal{P}_{i,c}^{KK} + N_{KK}^{bkg}\epsilon_c^{bKK}\mathcal{P}_{i,c}^{bKK} \\
&+ \frac{N_{K\pi}}{2}\epsilon_c(1+A_{K\pi})\mathcal{P}_{i,c}^{K^-\pi^+} + \frac{N_{K\pi}^{bkg}}{2}\epsilon_c^{bK\pi}(1+A_{K\pi}^{bkg})\mathcal{P}_{i,c}^{bK^-\pi^+} \\
&+ \frac{N_{K\pi}}{2}\epsilon_c(1-A_{K\pi})\mathcal{P}_{i,c}^{K^+\pi^-} + \frac{N_{K\pi}^{bkg}}{2}\epsilon_c^{bK\pi}(1-A_{K\pi}^{bkg})\mathcal{P}_{i,c}^{bK^+\pi^-}
\end{aligned} \tag{6.48}$$

où

- N_k est le nombre d'événements de type k issu de l'ajustement parmi la totalité de l'échantillon,
- ϵ_c^k est la fraction d'événements de type k étiquetés dans la catégorie c,
- $A_{K\pi}$ est le terme d'asymétrie de violation de CP directe (équation 6.1),
- $\mathcal{P}_c^k = \mathcal{P}_{m_{\rm ES},c}^k.\mathcal{P}_{E,c}^k(\Delta E|p^+,p^-).\mathcal{P}_{\mathcal{F},c}^k.\mathcal{P}_{DIRC}^k(\theta_c^+|p^+,\theta^+).\mathcal{P}_{DIRC}^k(\theta_c^-|p^-,\theta^-).\mathcal{P}_c^k(\Delta t|\sigma_{\Delta t})$.

La vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N_c} ln\mathcal{P}_{i,c} - N' , \tag{6.49}$$

où N' est le nombre d'événements total $\sum_{k=1}^{8} N_k$.

L'ajustement final est effectué sur l'échantillon d'événements sélectionnés auquel est ajouté le lot de contrôle. Ce dernier permet de déterminer, comme il a déjà été vu, les paramètres d'étiquetage et la fonction de résolution en temps du signal. Effectuer un ajustement qui regroupe les deux échantillons au lieu de deux ajustements séparés offre l'avantage de répercuter de façon précise les corrélations entre les différents paramètres. Au total, 76 paramètres sont laissés libres dans l'ajustement :

- $C_{\pi\pi}$ et $S_{\pi\pi}$,
- les nombres d'événements pour le signal et le bruit de fond : 5 paramètres, (N_{KK} est fixé à zéro),
- les deux asymétries $K\pi$ ($A_{K\pi}$, $A_{K\pi}^{bkg}$),
- les 16 efficacités d'étiquetage pour le signal et le bruit de fond (ϵ_c, $\epsilon_c^{b\pi\pi}$, $\epsilon_c^{bK\pi}$, ϵ_c^{bKK}, avec $c = 1,4$),
- les 16 asymétries d'efficacité (μ_c, $\mu_c^{b\pi\pi}$, $\mu_c^{bK\pi}$, μ_c^{bKK}, avec $c = 1,4$),
- les termes de dilution ainsi que leurs différences ($\langle D\rangle_c$, ΔD_c avec $c = 1,4$) (8),
- la fonction de résolution en Δt du signal (9),
- les paramètres pour les distributions de $m_{\rm ES}$ (5) (ξ_c avec $c = 1,5$), ΔE (2), $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ (5) et Δt (6).

6.4.4 Résultats : les paramètres $S_{\pi\pi}$, $C_{\pi\pi}$ et $A_{K\pi}$

Le résultat principal de l'ajustement, le but premier de toute l'analyse, est la détermination des deux paramètres $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ qui gouvernent l'asymétrie dépendante du temps $A_{\pi\pi}$ (équation 6.43) et l'asymétrie $A_{K\pi}$. Les valeurs obtenues sont reportées tableau 6.12 avec leurs incertitudes statistiques et systématiques (section 6.5). Le paramètre $S_{\pi\pi}$, égal à $\sin 2\alpha$ en l'absence de diagrammes pingouins et le paramètre $C_{\pi\pi}$, nul sous la même hypothèse et qui mesure la violation de CP directe, sont tous deux compatibles avec zéro. Les intervalles de confiance à 90% comprennent cette valeur. Il n'y a donc pas d'indication de violation de CP dépendante du temps dans les données de *BABAR*. La figure 6.15 permet de visualiser l'absence d'asymétrie dépendante du temps $A_{\pi\pi}$. Elle est obtenue en effectuant une sélection dure destinée à enrichir l'échantillon retenu en événements de signal. On construit ainsi séparément les deux histogrammes de la distribution en temps pour les événements étiquetés B^0 et pour les événements étiquetés $\overline{B}^0$, ainsi que l'asymétrie

$$A_{\pi\pi}(\Delta t) \;=\; \frac{N_{B^0}(\Delta t) - N_{\overline{B}^0}(\Delta t)}{N_{B^0}(\Delta t) + N_{\overline{B}^0}(\Delta t)}\,. \tag{6.50}$$

La fonction obtenue ainsi confirme le résultat de l'ajustement : aucun effet n'est observé dans les barres d'erreur.

L'asymétrie $A_{K\pi}$ indique elle une violation de CP directe dans la désintégration $B^0 \to K^+\pi^-$. L'intervalle de confiance à 90% exclu l'origine. Un effet à moins de deux écarts type reste cependant de signification statistique faible. Globalement, les trois valeurs de ces paramètres sont pleinement compatibles avec une absence de violation de CP. Leur interprétation dans le cadre du Modèle Standard fait l'objet du chapitre 7.

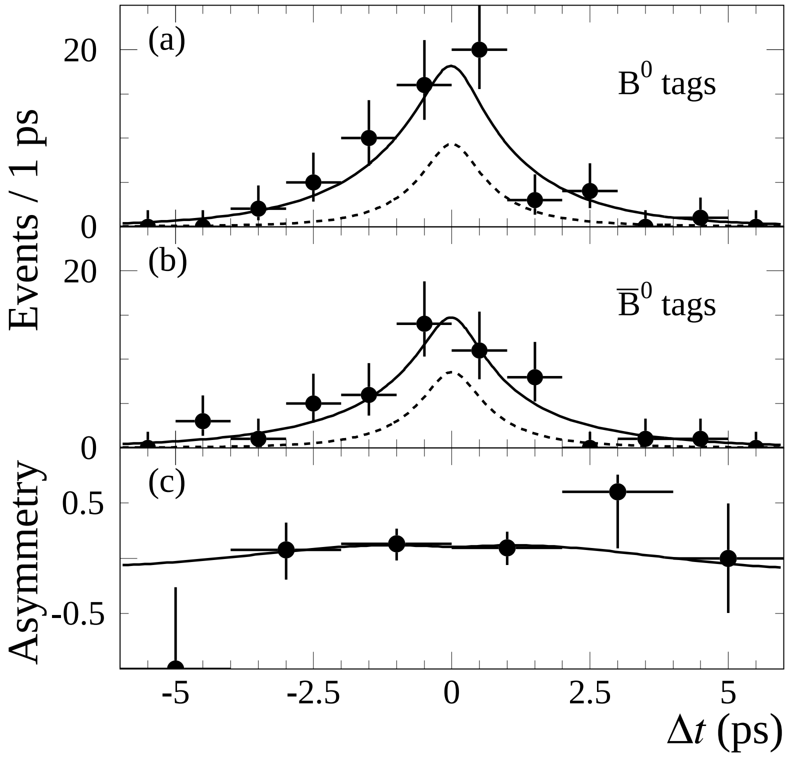


FIG. 6.15 – *Distributions en Δt des événements étiquetés B^0 (a), $\overline{B}^0$ (b) et de l'asymétrie (c). Les événements présents sont issus d'une sélection dure destinée à augmenter la contribution du signal. Le bruit de fond résiduel est indiqué en pointillés. Les courbes en trait plein correspondent à la distribution totale telle qu'elle est déterminée par l'ajustement.*

Paramètre	Valeur centrale	intervalle à 90% de CL
$A_{K\pi}$	$-0{,}10 \pm 0{,}05 \pm 0{,}02$	[-0,19;-0,02]
$S_{\pi\pi}$	$0{,}02 \pm 0{,}34 \pm 0{,}05$	[-0,54;+0,58]
$C_{\pi\pi}$	$-0{,}30 \pm 0{,}25 \pm 0{,}04$	[-0,72;+0,12]

TAB. 6.12 – *Valeurs centrales et intervalles de niveau de confiance à 90% pour $A_{K\pi}$, $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ obtenues avec l'ajustement qui utilise la méthode de vraisemblance. Les premières erreurs sont statistiques, les secondes systématiques.*

6.4.5 Autres résultats

Les valeurs des autres paramètres nécessaires à la construction de la fonction de vraisemblance ne sont pas discutées en détails car aucune surprise n'est révélée. La table 6.13 indique les valeurs obtenues pour les paramètres présents dans les deux ajustements indépendant et dépendant du temps. Les nombres d'événements de signal $N_{\pi\pi}$, $N_{K\pi}$ et l'asymétrie $A_{K\pi}$ restent essentiellement inchangés. Avec le second ajustement, la précision statistique de leurs mesures bénéficie du caractère discriminant de la variable Δt et de l'étiquetage. Les événements de bruit de fond ont en effet une distribution en temps plus piquée vers l'origine et sont peu nombreux dans la catégorie $c = 1$ qui exige la présence d'un lepton de haute énergie. Les valeurs de ${}_e\epsilon$ deviennent alors :

$$\begin{aligned} {}_e\epsilon^{\pi\pi} &= 0{,}51 \\ {}_e\epsilon^{K\pi} &= 0{,}73\ , \end{aligned} \tag{6.51}$$

soit une amélioration de plus de 5% par rapport aux valeurs de l'équation 6.7. Bien que ce gain, équivalent à une augmentation de plus de 5% de la statistique actuelle, soit jugé significatif, les valeurs issues du premier ajustement sont retenues. La distribution en temps est dotée d'une erreur systématique qui affecte également les nombres d'événements (section 6.5.2.3). Cette erreur est inférieure au pourcent, mais elle ne figure pas dans le résultat final, même si l'erreur statistique en est légèrement plus importante. La table 6.13 fournit également les valeurs de certains paramètres qui décrivent les distributions de m_{ES}, ΔE et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ pour le bruit de fond. La stabilité entre les deux ajustements s'avère excellente. Les valeurs des paramètres qui entrent dans la distribution en temps du bruit de fond sont indiquées dans la table 6.10. Les caractéristiques des densités de probabilité qui entrent dans la fonction de vraisemblance sont résumées dans la table 6.11.

6.4.6 Validations de l'ajustement

La mesure des paramètres de violation de CP, $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$, implique la maîtrise de la distribution en temps et de l'étiquetage. Dans la section suivante sont discutées les erreurs systématiques qui affectent les mesures. Leur évaluation correspond à l'ensemble des sources d'erreurs potentielles. Cependant, on ne peut être certain que cette liste soit exhaustive, c'est pourquoi de multiples validations sont mises en œuvre. Pour ce faire, des ajustements annexes sont faits afin de déterminer des paramètres dont les valeurs sont déjà établies. Ces paramètres concernent soit la

Paramètres	sans temps	+ temps et étiquetage
$N_{\pi\pi}$	$156{,}5 \pm 18{,}9$	$154{,}1 \pm 17{,}4$
$N_{K\pi}$	$588{,}5 \pm 29{,}6$	$604{,}0 \pm 28{,}7$
$A_{K\pi}$	$-\,0{,}102 \pm 0{,}050$	$-\,0{,}100 \pm 0{,}047$
N_{KK}	$0{,}8 \pm 7{,}7$	0,00 (fixé)
$N_{\pi\pi}^{bkg}$	12200 ± 117	12206 ± 116
$N_{K\pi}^{bkg}$	7984 ± 102	7973 ± 101
$A_{K\pi}^{bkg}$	$0{,}014 \pm 0{,}013$	$0{,}013 \pm 0{,}013$
N_{KK}^{bkg}	5155 ± 77	5147 ± 77
ξ^{L}	$22{,}0 \pm 0{,}7$	$21{,}1 \pm 10{,}7$
ξ^{K}	$22{,}0 \pm 0{,}7$	$19{,}0 \pm 2{,}3$
ξ^{NT1}	$22{,}0 \pm 0{,}7$	$26{,}3 \pm 1{,}7$
ξ_{NT2}	$22{,}0 \pm 0{,}7$	$20{,}8 \pm 1{,}6$
ξ_{NonEtiq}	$22{,}0 \pm 0{,}7$	$21{,}5 \pm 1{,}0$
ΔE_{p1}	$-0{,}749 \pm 0{,}074$	$-0{,}746 \pm 0{,}073$
ΔE_{p2}	$0{,}683 \pm 0{,}952$	$0{,}693 \pm 0{,}951$
$\mathcal{F}_{f_1}$	$0{,}846 \pm 0{,}025$	$0{,}853 \pm 0{,}022$
$\mathcal{F}_{\mu_1}$	$0{,}367 \pm 0{,}005$	$0{,}366 \pm 0{,}005$
$\mathcal{F}_{\sigma_1}$	$0{,}380 \pm 0{,}006$	$0{,}381 \pm 0{,}005$
$\mathcal{F}_{\mu_2}$	$0{,}104 \pm 0{,}030$	$0{,}100 \pm 0{,}028$
$\mathcal{F}_{\sigma_2}$	$0{,}640 \pm 0{,}020$	$0{,}644 \pm 0{,}019$

TAB. 6.13 – *Résumé des ajustements avec et sans la variable en temps.*

distribution en temps, soit les caractéristiques de l'étiquetage. Ainsi, l'ajustement annexe de τ_B conduit à $\tau_B = 1{,}56 \pm 0{,}07\ ps$, ce qui est en bon accord avec la valeur attendue $\tau_B = 1{,}55 \pm 0{,}03$ ps [62]. Pour les paramètres liés à l'étiquetage, les événements $K\pi$ sont utilisés. Si on omet l'information de la charge des K dans la fonction de vraisemblance, la distribution en Δt de ces événements est une exponentielle convoluée par la fonction de résolution. On introduit alors des paramètres $S_{K\pi}$ et $C_{K\pi}$ analogues à ceux des événements $\pi^+\pi^-$ et on obtient :

$$\begin{aligned} S_{K\pi} &= 0{,}02 \pm 0{,}15 \\ C_{K\pi} &= 0{,}09 \pm 0{,}11\ , \end{aligned} \tag{6.52}$$

valeurs qui sont toutes deux compatibles avec les valeurs nulles attendues. Cette deuxième validation établie que l'analyse h^+h^- n'introduit pas de violation de CP fictive là où il est certain qu'il n'y en a pas. En prenant en compte le signe de la charge du K, comme lors de l'ajustement nominal, la mesure du paramètre Δm_d qui gouverne l'oscillation $B^0\overline{B}^0$ donne $\Delta m_d = 0{,}52 \pm 0{,}05$ ps^{-1}, en accord avec la valeur attendue $0{,}489 \pm 0{,}008$ ps^{-1} [7]. Cette troisième validation montre que la présence d'une modulation en temps est détectée correctement quand elle est présente. Comme les valeurs de $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ sont compatibles avec zéro, c'est cette validation qui est la plus importante. Elle établie que les faibles valeurs observées ne résultent pas d'une défaillance dans l'analyse.

La figure 6.16 permet de visualiser la qualité des distributions utilisées dans l'ajustement. De même que pour l'asymétrie, une sélection dure est appliquée pour réduire la contribution des événements de bruit de fond, ce qui engendre également une perte d'efficacité pour le signal. Les histogrammes obtenus sont à comparer à ceux issus de la méthode ${}_s\mathcal{P}lot$ (section 6.3). Ils sont montrés ici afin de pouvoir les comparer avec les ${}_s\mathcal{P}lots$ correspondants. L'apport de ce nouvel outil qu'est ${}_s\mathcal{P}lot$ est manifeste : non seulement le signal est intégralement conservé, mais le bruit de fond est totalement éliminé.

6.5 Les erreurs systématiques

Les erreurs systématiques qui affectent les mesures sont dues au caractère nécessairement approximatif de la fonction de vraisemblance totale $\mathcal{P}$ utilisée pour effectuer l'ajustement. Si les sources d'erreurs systématiques sont nombreuses, leurs effets sont généralement mineurs, du fait de la faible corrélation entre les variables. Ces variables sont redondantes en ce qui concerne l'erreur statistique : en retirer une de l'ajustement ne nuit que faiblement à la précision de la mesure. Concernant l'erreur systématique, cette redondance est un atout important car elle stabilise l'ajustement. Le principe général d'évaluation d'erreurs systématiques est d'abord présenté (section 6.5.1) avec quelques exemples, puis illustré par un ensemble représentatif d'application des méthodes utilisées (section 6.5.2).

6.5.1 Principe général d'évaluation

Les incertitudes qui affectent $\mathcal{P}$ sont causées par différentes approximations qui concernent la paramétrisation des distributions (section 6.5.1.1), le fait que certaines variables cinématiques implicites ne soient pas prises en compte dans l'ajustement (section 6.5.1.2) et la non prise en compte des corrélations entre variables (section 6.5.1.3).

6.5.1.1 La paramétrisation

Les paramétrisations des distributions de probabilités individuelles de m_{ES}, $\Delta\mathrm{E}$, $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, θ_c, Δt, ainsi que celles liées à l'étiquetage notées globalement $\mathfrak{Q}$, souffrent d'incertitudes systématiques qui sont liées en partie aux choix des fonctions elles-mêmes. Le signal et le bruit de fond sont concernés. Pour évaluer de telles erreurs systématiques, l'ajustement est répété avec des fonctions légèrement modifiées, qui donnent toutefois une description acceptable des distributions. Ainsi, pour une variable x donnée, on peut définir $R(x)$ comme le rapport entre la distribution de x obtenue avec un lot de contrôle et celle obtenue à partir de la simulation des mêmes événements. En partant de la distribution $P(x)$ fournie par la simulation, on peut construire une autre densité, *a priori* acceptable, en formant le produit $P(x)R(x)$ correctement normalisé. De même, la forme de la distribution en temps des événements de signal, ainsi que celle des événements du lot de contrôle, reposent sur l'hypothèse qu'aucune violation de CP[3] n'est présente dans la désintégration

3. Une faible violation de CP est nécessairement présente à travers l'interférence entre des transitions comme $B^0 \to D^+\pi^-$ (transition très supprimée dont l'amplitude est en λ^4) et $\overline{B}^0 \to D^+\pi^-$ (transition permise, en λ^2).

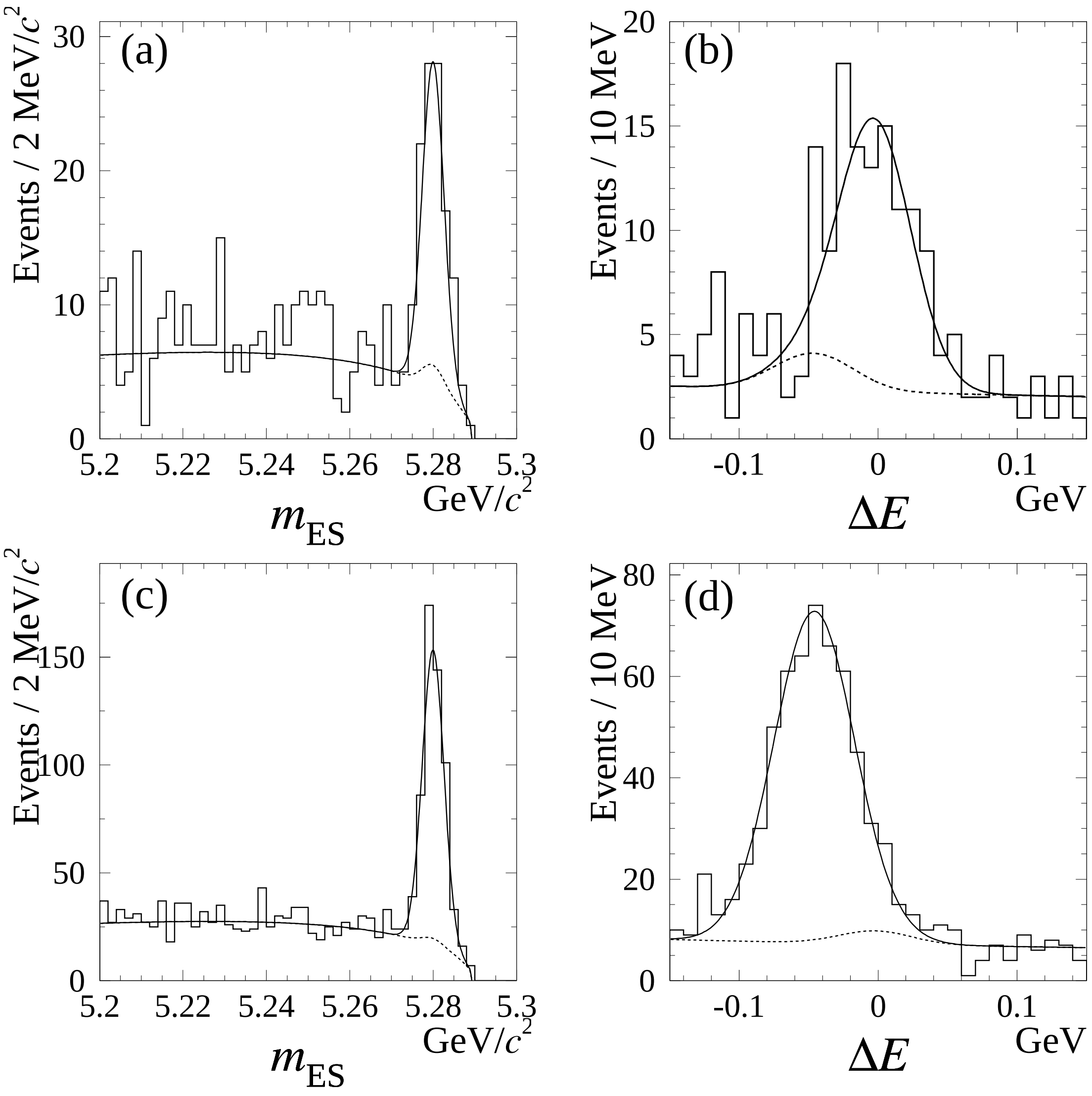


FIG. 6.16 – *Distributions de* m_{ES} *et de* $\Delta\mathrm{E}$ *pour des lots d'événements enrichis en signal. Les événements* $\pi\pi$ *apparaissent sur les figures du haut, les événements* $K\pi$ *sur les figures du bas. Les courbes en trait plein indiquent les distributions totales issues de l'ajustement. Les courbes en pointillés représentent les contributions du bruit de fond. La présence du bruit de fond* $B \to K^{\pm}\pi^{\mp}$ *sur les figures du haut se manifeste par la légère remontée de la distribution en pointillés en* $m_{\mathrm{ES}} \simeq 5{,}28$ GeV/c^2 *et* $\Delta E \simeq -0{,}45$ GeV. *Il en est de même pour le bruit de fond* $B^0 \to \pi^+\pi^-$ *sur les figures du bas en* $m_{\mathrm{ES}} \simeq 5{,}28$ GeV/c^2 *et* $\Delta E \simeq 0$ GeV.

du B étiqueté (pour le lot de contrôle, cette violation de CP affecte donc les deux B). L'impact de cet effet sur les mesures de violation de CP n'est en général pas négligeable. Il a donné lieu à un travail indépendant [63] et dont seules les conclusions numériques sont indiquées table 6.15. Un exemple de changement de forme est donné dans la section 6.5.2.1.

Les valeurs des paramètres qui entrent dans la définition des fonctions de densité de probabilité affectent également ces dernières. Cela concerne principalement le signal, dont les paramètres sont extraits soit directement de la simulation (ΔE, m_{ES}, $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$), soit des échantillons d'événements de contrôle (ΔE, m_{ES}, $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, Δt, θ_c, $\mathfrak{Q}$), soit de mesures indépendantes (Δt, à travers Δm_d et τ_B). Une partie des incertitudes provient de la statistique finie de la simulation et/ou du lot de contrôle et est donc d'origine statistique. L'ajustement final est fait simultanément avec celui du lot de contrôle qui permet de décrire Δt et $\mathfrak{Q}$. Une partie des incertitudes associées à ces deux variables est donc déjà répercutée sur celles des mesures lors de l'ajustement. Il n'y a pas lieu de considérer à nouveau ces incertitudes. De même, pour le bruit de fond, toutes les valeurs des paramètres sont obtenues à partir des données lors de l'ajustement. Dans tous les cas, la méthode d'évaluation des effets systématiques consiste à répéter l'ajustement avec des valeurs de paramètres modifiées, puis à ajouter en quadrature les variations ainsi observées. Les modifications apportées sur les paramètres sont de plus ou moins un écart type. En général, un seul paramètre est modifié à la fois. Quand des paramètres sont corrélés entre eux (cas des paramètres qui décrivent les sommes de gaussiennes de θ_c par exemple), on procède d'abord à un changement de variables destiné à fournir un jeu de paramètres non corrélés. On peut également modifier en bloc tous les paramètres : c'est le cas pour la distribution de la variable de Fisher pour le signal, où l'on peut utiliser la distribution issue de l'échantillon de contrôle au lieu de celle issue de la simulation.

Un exemple de distributions dont la forme présente un léger défaut sont celles du bruit de fond $B^0 \to \pi^+\pi^-$, pour m_{ES}, ΔE et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$. La méthode des ${}_s\mathcal{P}lots$ (section 6.3) permet de mettre en évidence l'effet des corrections radiatives et une composante de bruit de fond $B^0 \to \rho\pi$. Ce bruit de fond, qui représente une dizaine d'événements, présente un caractère mixte : il est du type signal quant à la distribution de m_{ES} et de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, mais a une distribution spécifique en ΔE. Il est montré section 6.3 que l'ajustement reconnait malgré tout de tels événements comme des événements de bruit de fond par la seule information en ΔE. Cependant, bien que cela ne soit pas souhaitable, il en est de même pour les événements de signal accompagnés d'un photon de plus d'une centaine de MeV.

Un exemple d'évaluation est détaillé dans la section 6.5.2.2.

6.5.1.2 Les variables cinématiques absentes de l'ajustement

Pour les trois variables ΔE, θ_c et Δt, les densités de probabilité dépendent de la valeur de variables cinématiques annexes dont les densités de probabilité sont absentes de la vraisemblance. Par exemple, pour le signal $B^0 \to K^+\pi^-$, la densité de probabilité de ΔE dépend de l'impulsion du kaon (p^+) : en toute rigueur, pour que la densité totale $\mathcal{P}$ soit correcte, il faut y incorporer $\mathcal{P}(p^+)$. L'omission des densités de probabilité de ces variables cinématiques annexes induit, en principe, un biais systématique sur les mesures, du moins si les distributions manquantes sont différentes pour les différents types d'événements. Dans la pratique, dans la zone du signal, les distributions sont très proches et l'approximation est excellente. Un exemple est donné dans la section 6.5.2.3.

6.5.1.3 Les corrélations

Les corrélations, toujours faibles, entre les diverses variables sont ignorées : $\mathcal{P}$ est construite comme un produit de densités de probabilité. On peut évaluer cet effet en incorporant dans la fonction de vraisemblance des densités plus sophistiquées qui prennent en compte certaines corrélations. Par exemple, il est montré section 4.5.3 que, pour le signal, le coefficient de corrélation entre les deux variables $\Delta \mathrm{E}$ et m_{ES} est de -13%. Cet exemple est traité section 6.5.2.4.

Pour évaluer globalement une partie des effets ci-dessus, l'ajustement est effectué sur des lots d'événements de simulation détaillée de signal pur et/ou sur des lots d'événements de simulation rapide. La composition de ces lots est voisine de celle des données, mais reposent sur des densités de probabilité différentes de celles utilisées dans la fonction de vraisemblance. Elles incorporent notamment des corrélations connues, mais ignorées lors de l'ajustement. L'exemple de la corrélation entre les formes des distributions de Fisher et les catégories d'étiquetage est présenté section 6.5.2.5. Les faibles biais observés dans ces ajustements sont considérés comme des erreurs systématiques. Il s'agit en partie de double comptage puisque certaines des sources d'erreurs sont, en principe, déjà prises en compte comme indiqué plus haut. Les biais observés sont faibles et les erreurs statistiques sont dominantes pour toutes les mesures, une attitude conservative est donc adoptée et le double comptage partiel est accepté.

6.5.2 Illustrations

6.5.2.1 Erreur de forme : $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$

La forme choisie pour décrire la distribution du bruit de fond de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ est une somme de deux gaussiennes. L'étude détaillée du domaine du bruit de fond ($m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2) comme celui du signal (section 6.3) révèle que la queue de la distribution pour les valeurs très négatives de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$, là où est le signal, est mal décrite par cette forme. Cette très faible composante de type signal est due, au moins en partie, aux bruits de fond $B^0 \to h^+h^-X$ où X est une particule attribuée au reste de l'événement, par exemple un π^0. La figure 6.17 illustre la distribution de $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ dans la zone $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2 en échelle logarithmique. Cette distribution de données est ajustée par trois gaussiennes. Pour évaluer l'incertitude systématique associée, un ensemble de simulation rapide est utilisé, chacune correspondant à la statistique des données et en prenant en compte cet effet. L'ajustement réalisé sur chacun de ces lots d'événements simulés est l'ajustement nominal utilisé dans l'analyse.

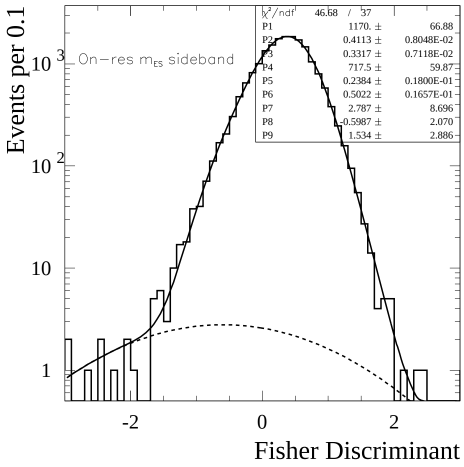


FIG. 6.17 – *Distribution de la variable de Fisher pour les événements de l'échantillon ICHEP 2002 pour lesquels* $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2*. L'ajustement triplement gaussien est utilisé afin d'évaluer l'erreur systématique due à la queue de la distribution.*

6.5.2.2 Erreur de paramétrisation : θ_c

La densité de probabilité de θ_c (section 6.2.1.4), fait intervenir deux gaussiennes pour chaque hypothèse de masse et pour chacune des charges. Pour chaque somme des deux gaussiennes, les cinq paramètres indépendants f_1 ($f_2 = 1 - f_1$), μ_1, μ_2, σ_1 et σ_2, ont des valeurs, déterminées par ajustement sur un échantillon de contrôle, qui sont fortement corrélées entre elles. Les erreurs statistiques associées à ces valeurs sont amplifiées par cette corrélation. De ce fait, évaluer la systématique par une gaussienne en faisant varier les cinq valeurs indépendamment, puis en sommant en quadrature les cinq erreurs systématiques individuelles conduirait à une surévaluation forte de l'effet. Pour éviter cela, on procède comme suit : on note $\vec{a} = (a_{i=1-5})$ le vecteur des cinq paramètres ci-dessus afin de réécrire le $\chi^2(\vec{a})$ de l'ajustement

$$\chi^2(\vec{a}) = (a_i - a_i^{mes})V_{ij}^{-1}(a_j - a_j^{mes}) \tag{6.53}$$

sous la forme

$$\chi^2(\vec{d}) = (d_i - d_i^{mes})W_{ij}(d_j - d_j^{mes}) \ , \tag{6.54}$$

où le nouveau vecteur de paramètres $d_i \equiv \sum_j R_{ij}a_j$ diagonalise la matrice V^{-1}. Les éléments de la matrice diagonale $W = R^{\mathrm{T}}V^{-1}R$ représentent les incertitudes statistiques sur les nouveaux paramètres : $W_{ij} = \sigma^{-2}[d_i]\delta_{ij}$. La situation est alors celle de paramètres non corrélés, on est en mesure de sommer en quadrature les erreurs systematiques évaluées pour chaque d_i. Cette procédure est appliquée aux quatre double-gaussiennes indépendamment.

6.5.2.3 Erreur de fonction de vraisemblance : Δt

La table 6.14 résume les approximations faites en ce qui concerne la paramétrisation de la variable en temps. La densité de probabilité de Δt pour les trois

	Signal	Bruit de fond
simulation rapide et ajustement	$\mathcal{P}_s(\Delta t\|\sigma_{\Delta t})$	$M_b(\Delta t) = \int M_b(\sigma_{\Delta t})\mathcal{P}_b(\Delta t\|\sigma_{\Delta t})\, d\sigma_{\Delta t}$
Données	$M_s(\sigma_{\Delta t})\mathcal{P}_s(\Delta t\|\sigma_{\Delta t})$	$M_b(\sigma_{\Delta t})\mathcal{P}_b(\Delta t\|\sigma_{\Delta t})$

TAB. 6.14 – *Définition des distributions utilisées pour la paramétrisation de la variable en temps et celles qui devraient être utilisées (données).*

types de signal sont obtenues en convoluant les distributions $f(\Delta t)$ par la fonction de résolution $R(\Delta t|\sigma_{\Delta t})$ du détecteur. Dans cette dernière, on prend en compte, événement par événement, l'information sur la précision de la reconstruction de Δt. La densité de probabilité résultante $\mathcal{P}(\Delta t|\sigma_{\Delta t})$ dépend donc explicitement de la variable annexe $\sigma_{\Delta t}$. En toute rigueur, un tel traitement est incorrect. La fonction de vraisemblance devrait faire intervenir soit :

– la densité complète, à deux dimensions,

$$\mathcal{P}(\Delta t,\sigma_{\Delta t}) = M(\sigma_{\Delta t})\mathcal{P}(\Delta t|\sigma_{\Delta t}), \tag{6.55}$$

où $M(\sigma_{\Delta t})$ est la distribution marginale de $\sigma_{\Delta t}$. La figure 6.18 représente les distributions de $1/\sigma_{\Delta t}$ telles qu'elles sont décrites par la simulation pour le signal (trait plein) et le bruit de fond (pointillés). Ces deux distributions sont différentes. L'absence des distributions marginales de $M(\sigma_{\Delta t})$ dans l'expression de la fonction de vraisemblance est donc une approximation dont la validité n'est pas évidente.

– la distribution marginale de la seule variable Δt,

$$M(\Delta t) = \int \mathcal{P}(\Delta t,\sigma_{\Delta t})d\sigma_{\Delta t}\ . \tag{6.56}$$

L'effet de l'omission de $M(\sigma_{\Delta t})$ dans la fonction de vraisemblance de l'ajustement est compliqué par le fait que pour le bruit de fond, la variable $\sigma_{\Delta t}$ n'est pas utilisée : la fonction utilisée est la distribution marginale $M(\Delta t)$ (équation 6.56). Dès lors, même pour des distributions marginales de $\sigma_{\Delta t}$ identiques, la fonction de vraisemblance est biaisée. L'erreur systématique associée à ce traitement approximatif peut être evaluée analytiquement, d'une manière approchée. Le détail de cette étude n'est pas présenté ici : les résultats obtenus sont résumés figure 6.19. La figure de gauche représente, en fonction de la fraction de signal f, l'efficacité de sélection effective ${}_e\epsilon(f)$ (section 4.7.2.5) obtenue en ne prenant en compte que la variable Δt. Sur cette figure sont indiquées les valeurs de ${}_e\epsilon$ des mesures de $N_{\pi\pi}$ et $N_{K\pi}$ (table 6.13) et les valeurs de f correspondantes: $f_{\pi\pi} = 0{,}425$ et $f_{K\pi} = 0{,}695$. L'utilisation de ces deux valeurs à la place des valeurs brutes des rapports des nombres d'événements de signal et de bruit de fond, résume l'effet des autres variables discriminantes ΔE, m_{ES} et $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$. La figure de droite représente, en fonction de f, le biais relatif $\delta f/f$ sur la mesure de f, quand l'information en Δt est traitée avec l'approximation hybride ci-dessus. On observe qu'elle est de l'ordre du pourcent (pour mille) pour $B^0 \to \pi^+\pi^-$ ($B^0 \to K^+\pi^-$). La conclusion de cette étude est que l'effet de cette double approximation n'est pas *a priori* négligeable : d'une part, il dépend fortement du rapport signal sur bruit, d'autre part, les deux approximations tendent à se compenser. Il peut conduire à une surévaluation de quelques pourcents pour la mesure de $N_{\pi\pi}$ et un biais très faible (le signe du biais est lui-même difficile à déterminer) pour $N_{K\pi}$. Un ajustement des données effectué en traitant le bruit de fond comme le signal (mais en omettant malgré tout la distribution marginale de $\sigma_{\Delta t}$) ne révèle pas de biais notable sur les nombres d'événements. Cependant, il affecte les deux paramètres $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$. La moitié des variations observées sur $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$, $\delta S_{\pi\pi} = -0{,}066$ et $\delta C_{\pi\pi} = -0{,}013$, est répercutée comme erreur systématique. L'évaluation des biais systématiques fondée sur la simulation rapide qui utilise les densités complètes $\mathcal{P}(\Delta t,\sigma_{\Delta t})$ pour le signal et le bruit de fond, mais incorporant également d'autres sources de biais (comme par exemple la corrélation entre la variable de Fisher et la catégorie d'étiquetage) recouvre en particulier la source d'erreur systématique discutée ici. La figure 6.20 illustre les deux paramétrisations essayées pour Δt. Sur la figure de gauche, l'histogramme correspond aux données dans le domaine du bruit de fond. La courbe superposée représente la paramétrisation utilisée dans l'ajustement nominal. La description des données est satisfaisante, cependant la représentation en échelle logarithmique révèle un défaut dans la queue de la distribution pour les valeurs négatives de Δt, comme l'indique la figure du bas où est représenté le rapport entre les données et la distribution utilisée. Le désaccord est le plus marqué vers $\Delta t \simeq -4$ ps. Les figures de droite montrent que ce désaccord disparaît quand on utilise une paramétrisation du type de celle du signal où $\sigma_{\Delta t}$ est prise en compte événement par événement.

6.5.2.4 Erreur de corrélation : ΔE-m_{ES}

Il existe une corrélation irréductible entre ΔE et m_{ES} du fait que l'énergie de faisceau E^*_{faisceau} intervient dans les définitions de ces deux variables (section 4.5.3). Pour évaluer cet effet, on peut soit l'incorporer dans la simulation rapide (section 6.5.2.5) et l'ignorer dans l'ajustement, soit modifier la fonction de vraisemblance pour le prendre en compte. C'est cette deuxième approche qui est choisie ici. Il suffit de remplacer le produit des deux gaussiennes à une dimension, non corrélées, par une gaussienne à deux dimensions où le coefficient de corrélation $\rho = -0{,}13$ apparaît explicitement. Les valeurs mesurées ne changent pas de manière statistiquement significative, on observe au plus $0{,}15 \pm 0{,}4\%$, pour $N_{\pi\pi}$. L'erreur systématique associée est donc négligée. En revanche, la valeur de la fonction de vraisemblance chute d'une manière statistiquement significative, $\Delta(-2ln\mathcal{L}) \simeq -10$, ce qui indique que le signal dans les données présente bien cette corrélation. De fait, si on laisse ρ libre dans l'ajustement, on obtient $\rho = -0{,}189 \pm 0{,}055$ en bon accord avec la valeur attendue.

6.5.2.5 Erreur d'ajustement : $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$

La figure 6.21 représente les distributions de la variable de Fisher fournies par la simulation pour le signal et pour le bruit de fond, séparées en catégories d'étiquetage. On observe des différences significatives, tout particulièrement pour le bruit de fond. Ces différences sont renforcées par les variations plus faibles mais de sens opposées que présentent les distributions du signal. Si bien que les catégories d'étiquetage

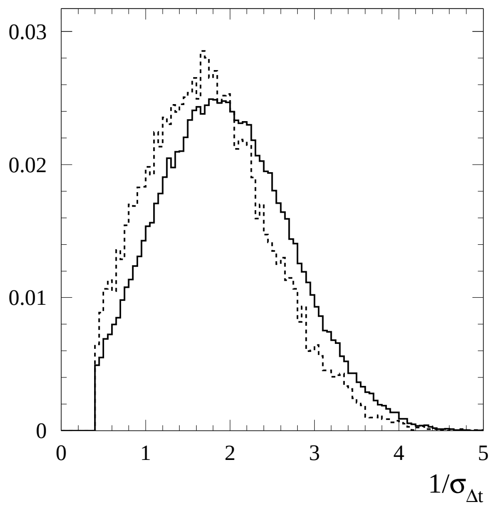
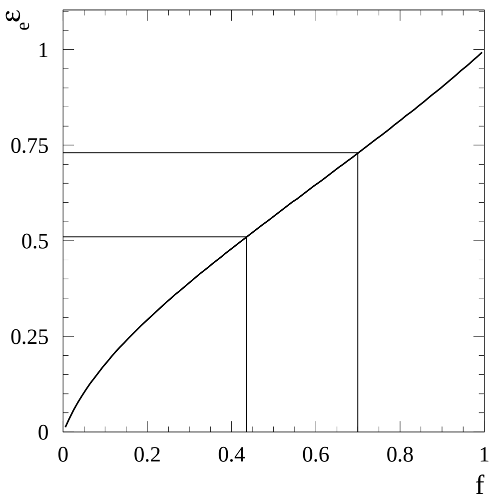
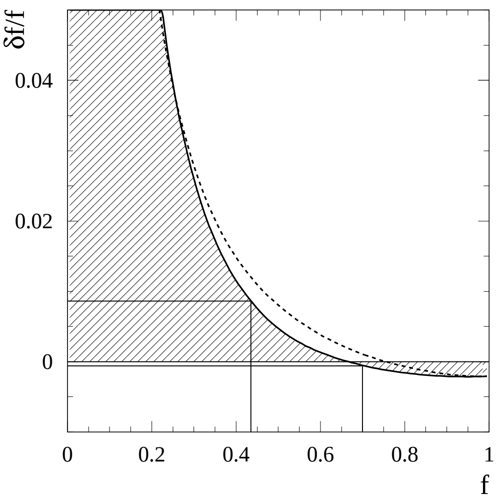


FIG. 6.18 – *La distribution de l'inverse de l'erreur sur la mesure du temps est représentée pour le signal (trait plein) et le bruit de fond (pointillés). La distribution de l'inverse est choisie car elle est plus simple à paramétrer. Une gaussienne tronquée fournit déjà une description précise. Un ajustement sur ces distributions donne, pour le signal (le bruit de fond) une valeur moyenne de* $1{,}87\ ps^{-1}$ *(*$1{,}65\ ps^{-1}$*) et un écart type de* $0{,}837\ ps^{-1}$ *(*$0{,}815\ ps^{-1}$*). Pour les événements de signal, le vertex de la paire* h^+h^- *est très bien défini. La mesure de* Δt *est donc plus précise que celle des événements de bruit de fond. Les deux distributions de* $\sigma_{\Delta t}^{-1}$ *sont ainsi décalées.*

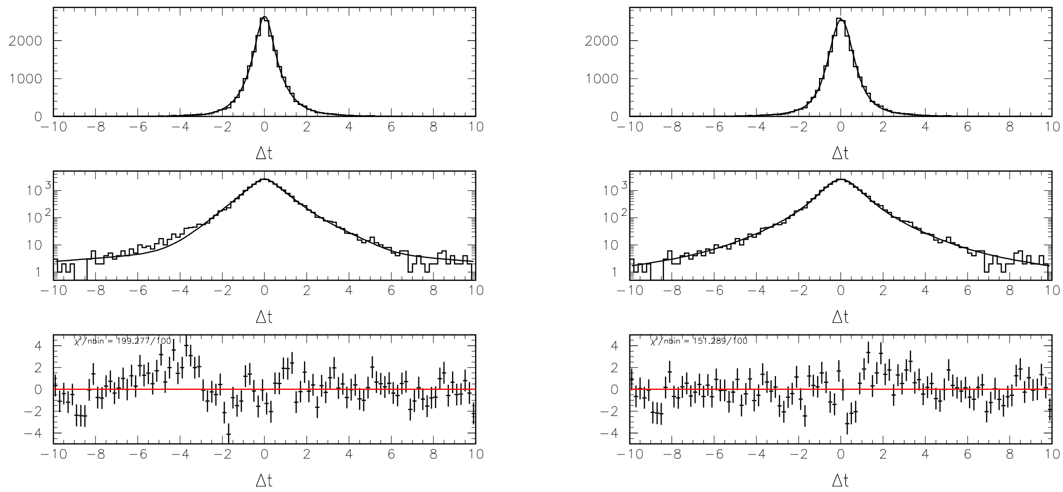


(a)



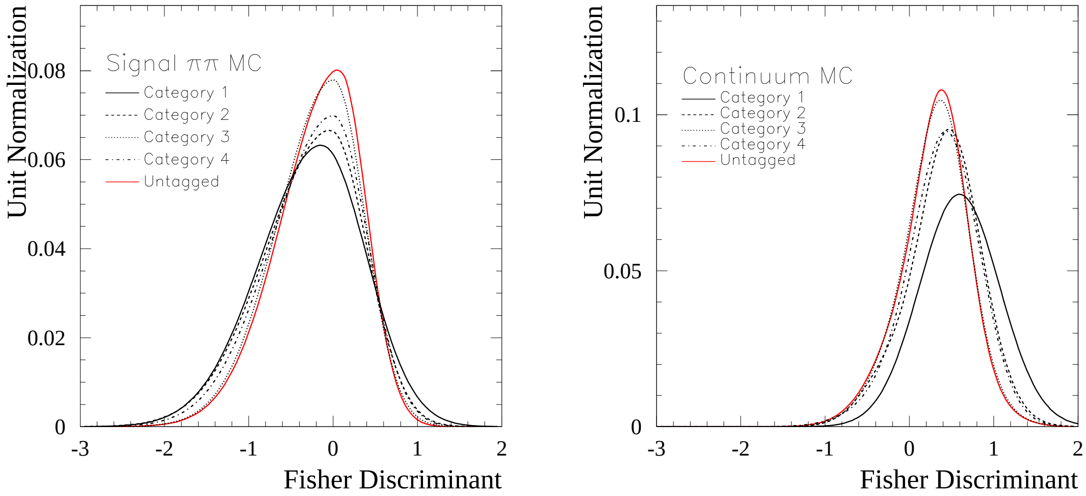
(b)

FIG. 6.19 – *La figure (a) représente l'efficacité de sélection effective obtenue en ne prenant en compte que la variable* Δt*, en fonction de la fraction de signal* f*. Les valeurs de* ${}_e\epsilon$ *indiquées sont celles des mesures de* $N_{\pi\pi}$ *et* $N_{K\pi}$*. Les valeurs de* f *correspondantes (*$f_{\pi\pi} = 0{,}425$ *et* $f_{K\pi} = 0{,}695$*) sont celles à utiliser pour résumer l'effet des autres variables discriminantes* ΔE*,* m_{ES} *et* $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ *dans le calcul du biais* δf *quand l'information en* Δt *est traitée avec l'approximation hybride. La figure (b) représente le biais relatif* $\delta f/f$ *sur la mesure de* f*, en fonction de* f*. La courbe en trait plein prend en compte les deux approximations faites, celle en pointillés ignore la différence entre les deux distributions de la figure 6.18.*



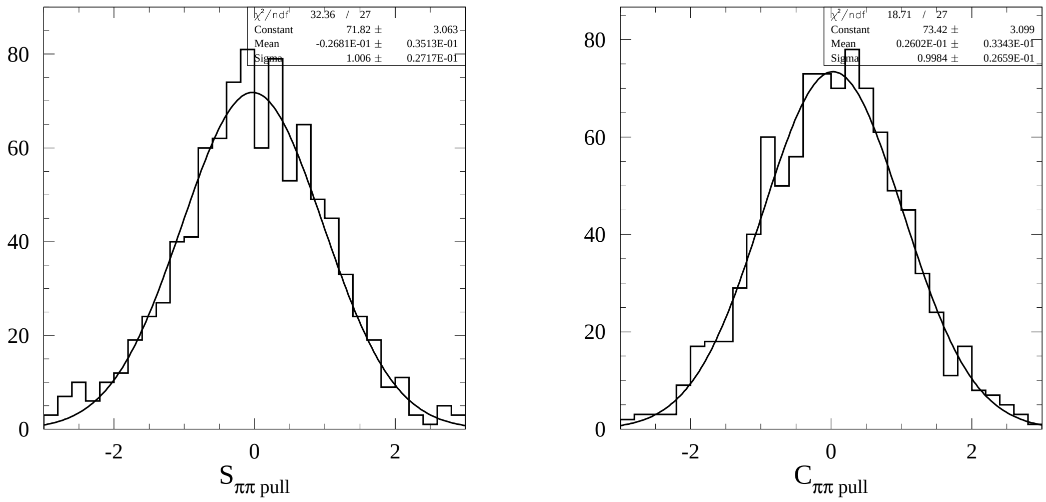
(a) (b)

FIG. 6.20 – *Distributions en temps des données dans la zone bruit de fond (histogrammes) comparées à deux paramétrisations. La figure (a) illustre la paramétrisation utilisée lors de l'ajustement nominal, la figure (b) celle où la valeur de* $\sigma_{\Delta t}$ *est incorporée événement par événement. La densité de probabilité de l'ajustement nominal présente un défaut vers* $\Delta t \simeq -4$ ps *visible en échelle logarithmique. Les figures du bas représentent les écarts relatifs entre les histogrammes des données et ceux des densités de probabilité. Les erreurs sont donc toutes proches de l'unité.*



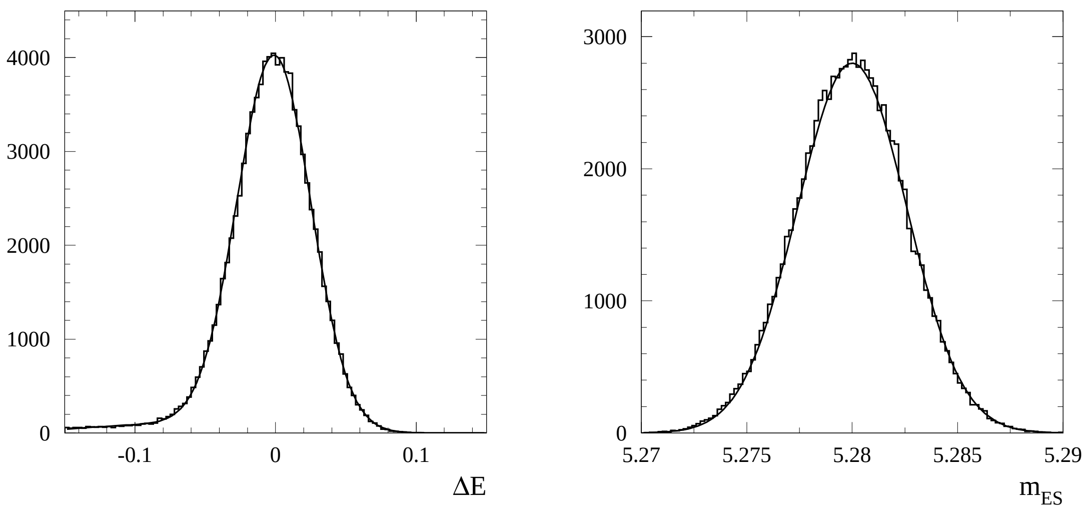
(a) (b)

FIG. 6.21 – *Distributions de la variable de Fisher pour le signal (a) et pour le bruit de fond (b) séparées en catégories d'étiquetage. Pour les événements étiquetés par un lepton (catégorie 1), la distribution du bruit de fond est clairement décalée vers la droite, c'est-à-dire dans le sens d'une forte discrimination.*



(a) (b)

FIG. 6.22 – *Les écarts relatifs pour $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ sont représentés avec l'étude de la variable $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$. Aucun biais significatif n'est observé.*



(a) (b)

FIG. 6.23 – *Les distributions sont celles de* $\Delta\mathrm{E}$ *(a) et* m_{ES} *(b) pour des désintégrations* $B^0 \to \pi^+\pi^-$ *lorsque les effets dus aux corrections radiatives sont pris en compte. On observe un décalage de* -4 MeV *sur la moyenne de* $\Delta\mathrm{E}$. *Les deux distributions sont très bien décrites par un ajustement de deux gaussiennes.*

qui ont le meilleur facteur de qualité Q offrent aussi une meilleure séparation signal/bruit de fond. Formellement, il s'agit donc d'un effet de corrélations ignorées (section 6.5.2.4), mais ici entre des catégories d'événements et une variable discriminante. Bien qu'il soit possible de prendre en compte cet effet dans l'ajustement, il est délibérément ignoré dans la fonction de vraisemblance, afin d'en limiter la complexité; le gain en précision sur les mesures que ce raffinement amène est faible. Les distributions des écarts obtenus entre les valeurs mesurées et les valeurs utilisées pour la simulation n'indiquent aucun biais statistiquement significatif, si ce n'est pour la mesure du nombre d'événements de signal $B^0 \to \pi^+\pi^-$ pour lequel la procédure ci-dessus indique que l'on sous-estime la valeur de $N_{\pi\pi}$ de $1{,}6 \pm 0{,}3\%$. Un exemple de distributions est donné pour les écarts relatifs de $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ figure 6.22, où aucun biais significatif n'est observé.

6.5.2.6 Les corrections radiatives

Le traitement des corrections radiatives apparaît au niveau des erreurs systématiques, simplement parce qu'il n'a pas été pris en compte au niveau de l'analyse en tant que telle. Il sera cependant nécessaire lors de la prochaine sortie des résultats d'insérer cet effet dans l'analyse proprement dite. Le détail de cette étude se trouve dans la référence [57]. Seuls les résultats sont présentés ici.

La variable $\Delta\mathrm{E}$ uniquement est sensible à l'énergie emportée par les photons mous dans la désintégration $B^0 \to h^+h^-\gamma$. Pour des événements où la quantité de radiation est peu importante, la présence de photons n'affecte pas la seconde variable fondamentale m_{ES}, en raison du fait que la résolution en m_{ES} est dominée par la dispersion en énergie des faisceaux et non par les effets de détecteur. Au premier ordre, la correction faite sur m_{ES} induite par l'impulsion des photons émis est rendue négligeable par les petites valeurs de l'impulsion du candidat B dans le référentiel du centre de masse du $\Upsilon(4S)$. La figure 6.23 représente la distribution de $\Delta\mathrm{E}$ et la distribution de m_{ES} lorsque les effets dus aux corrections radiatives sont pris en compte. Les coupures $|\Delta E| < 0{,}15$ GeV et $m_{\mathrm{ES}} > 5{,}27$ GeV/c^2 sont appliquées. Dans cette région, seule $\Delta\mathrm{E}$ est affectée.

Une fraction non négligeable d'événements de signal est tout d'abord perdue par la coupure $|\Delta E| < 0{,}15$ GeV : 8% d'événements $\pi\pi$ et 7% d'événements $K\pi$ sont rejetés de l'échantillon. Les ${}_s\mathcal{P}lots$ (figure 6.9) indiquent en outre que des événements de signal $\pi\pi$ et $K\pi$ où une émission de photons a eu lieu, sont présents dans l'échantillon de données. Ils sont comptés comme appartenant au bruit de fond et biaisent ainsi les valeurs des rapports d'embranchement. Une simulation montre que ce sont 4% d'événements $\pi\pi$ et 1% de $K\pi$ qui sont perdus lors de l'ajustement. L'étude d'un ajustement qui tient compte des effets dus aux corrections radiatives montre que le nombre d'événements $\pi\pi$ est alors augmenté de 4,5 événements soit 3% et celui de $K\pi$ est augmenté de 11,2 événements soit 2%. Les rapports d'embranchement sont alors sous-estimés de 13% pour le mode $\pi\pi$ et de 9% pour le mode $K\pi$. Celui du mode KK l'est également de 7%. L'erreur sur ces trois derniers chiffres est d'environ 2%.

6.5.3 Discussion

La table 6.15 résume les incertitudes systématiques sur les rapports d'embranchements et les asymétries CP. Aucune source d'erreur ne se détache nettement des autres.

L'erreur systématique sur la mesure du rapport d'embranchement de la désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$ est légèrement supérieure, en pourcent, à celle de $B^0 \to K^+\pi^-$. Il y a deux raisons à ce phénomène. La première est la paramétrisation de la densité de probabilité de l'angle Cherenkov. Une erreur dans la description des distributions de θ_c se traduit par un transfert systématique d'événements de signal $B^0 \to K^+\pi^-$ vers $B^0 \to \pi^+\pi^-$, ou inversement. Le nombre d'événements $\pi^+\pi^-$ étant le plus faible, c'est lui qui est, en proportion, le plus affecté par un tel transfert. La seconde est due au fait que le bruit de fond étant six fois plus abondant, en proportion, dans le canal $B^0 \to \pi^+\pi^-$, une erreur qui touche $\Delta\mathrm{E}$, m_{ES} ou $\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$ a un impact plus grand sur le signal $\pi^+\pi^-$.

L'erreur systématique sur la mesure de $A_{K\pi}$ provient principalement, d'une part, de la précision statistique avec laquelle sont déterminées les distributions de θ_c pour les pions et les kaons en distinguant la charge et, d'autre part, de l'incertitude sur les, très faibles, différences d'efficacités de reconstruction et d'identification entre traces chargées positivement et négativement. Les autres contributions, mineures, sont l'écho de la possible asymétrie de charge dans le bruit de fond qu'indique l'ajustement (table 6.13).

Les erreurs systématiques sur les asymétries CP sont très faibles : environ six fois plus petites que les erreurs statistiques. Ceci provient du fait que pour se répercuter sur de telles asymétries, la source d'erreur doit affecter le signal à travers l'étiquetage ou Δt. La source d'erreur dominante est celle issue d'une violation de CP présente dans le reste de l'événement comme mentionné plus haut.

6.6 Etudes fines de l'analyse et améliorations : étude de la variable Δt

Les sections précédentes montrent que l'analyse h^+h^- de *BABAR* est bien maîtrisée. L'améliorer est donc maintenant particulièrement difficile. Au cours de ce travail de thèse, une subtilité découverte dans la variable en temps Δt a révélé que l'analyse h^+h^- peut être menée à un degré encore plus haut de perfection.

Le temps qui s'écoule entre la désintégration du méson B et celle du méson $\overline{B}$ est nécessaire à l'analyse afin d'être à même de mesurer la violation de CP dépendant du temps. Cependant, la mesure effective est celle de la distance entre les vertex des deux mésons projetée selon l'axe z du détecteur (section 4.3). La variable en temps Δt est calculée à partir de Δz. Une anomalie, observée dans les données concernant Δt et décrite section 6.6.1, a conduit à étudier précisément les deux variables Δt et Δz lors de ce travail de thèse. Le détail de la conversion entre ces deux variables est discuté dans la section 6.6.2. L'explication du mystère est fournie section 6.6.3.

6.6.1 Anomalie dans le bruit de fond

Trois effets concernant le bruit de fond liés à la variable en temps Δt sont observés dans les données. L'erreur sur Δt, $\sigma_{\Delta t}$, n'a pas la même forme selon le signe de Δt (figure 6.24a) et présente une corrélation avec m_{ES} (figure 6.24b); la distribution de Δt est asymétrique (figure 6.29b). Pour cette raison, l'erreur $\sigma_{\Delta t}$ n'est pas utilisée dans la formule de vraisemblance pour le bruit de fond, alors qu'elle l'est pour le signal (section 6.5.2.3). Cette bizarrerie a conduit à une étude poussée de Δt, qui se révèle particulièrement riche. La figure 6.25 représente l'équivalent de la figure 6.24 mais pour Δz, c'est-à-dire l'erreur $\sigma_{\Delta z}$ en fonction du signe de Δz et sa moyenne en fonction de m_{ES}. Il apparaît que $\sigma_{\Delta z}$ a la même forme quel que soit le signe de Δz.

Dans la mesure où Δz est mesurée tandis que Δt est calculée, il est utile de se pencher sur le détail de ce calcul.

6.6.2 De Δz à Δt

L'équation 4.1 qui relie Δz et Δt est une approximation au premier ordre. L'équation exacte pour le signal est la suivante [64] :

$$\Delta z = \gamma\gamma_B \beta c \Delta t + \underbrace{\gamma\gamma_B\beta_B c \cos\theta_B\ (\tau_B + |\Delta t|)}_{correction}\ , \tag{6.57}$$

où le premier terme tient compte de la projection dans le référentiel du $\Upsilon(4S)$ avec :

$$\gamma = \frac{E_{e^-} + E_{e^+}}{m_{\Upsilon(4S)}}, \qquad \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \qquad \text{et} \qquad \gamma_B = \frac{m_{\Upsilon(4S)}}{2}\frac{1}{m_{\mathrm{ES}}}\ . \tag{6.58}$$

Source	$\mathcal{B}_{\pi\pi}$ (%)		$\mathcal{B}_{K\pi}$ (%)		$A_{K\pi}$		N_{KK}		$C_{\pi\pi}$		$S_{\pi\pi}$	
m_{ES}	−1,9	+1,4	−1,0	+0,8	−0,002	+0,002	−0,8	+1,0	−0,019	+0,021	−0,007	+0,008
ΔE	−2,0	+0,9	−1,3	+0,8	−0,002	+0,001	−1,4	+0,6	−0,010	+0,015	−0,005	+0,008
$\mathcal{F}_{\{L_0,L_2\}}$	−3,9	+2,8	−2,5	+1,5	−0,004	+0,005	−7,1	+1,1	−0,007	+0,002	−0,004	+0,018
θ_c	−2,3	+2,3	−0,5	+0,5	−0,011	+0,011	−0,8	+1,2	−0,015	+0,014	−0,012	+0,009
ajustement	0,0	+1,8	−2,1	0,0	−0,003	+0,003	0,0	+2,4	0,000	+0,014	−0,023	+0,000
$\Delta t/\sigma_{\Delta t}$	–	–	–	–	–	–	–	–	−0,007	+0,007	−0,033	+0,033
vertex	–	–	–	–	–	–	–	–	−0,010	+0,010	−0,010	+0,010
Δm_d, (τ_{B^0})	–	–	–	–	–	–	–	–	−0,010	+0,010	−0,001	+0,001
contrôle/simulation	–	–	–	–	–	–	–	–	−0,004	+0,004	−0,007	+0,007
asymétrie de charge	–	–	–	–	−0,010	+0,010	–	–	–	–	–	–
sélection	−2,0	+2,0	−2,0	+2,0	–	–	–	–	–	–	–	–
$N_{B\overline{B}}$	−1,1	+1,1	−1,1	+1,1	–	–	–	–	–	–	–	–
Total	−5,8	+4,9	−4,3	+3,0	−0,016	+0,016	−7,3	+3,1	−0,032	+0,036	−0,045	+0,042
contrôle ($\not{C}\not{P}$)	–	–	–	–	–	–	–	–	−0,037	+0,037	−0,012	+0.012

TAB. 6.15 – *Résumé des erreurs systématiques sur les rapports d'embranchement et les asymétries CP. La dernière composante (contrôle ($\not{C}\not{P}$)) n'est pas prise en compte dans l'analyse à l'heure actuelle car elle doit être validée. Elle considère la possibilité qu'il y ait une légère violation de CP dans les échantillons de contrôle, ce qui était ignoré jusqu'à présent [63].*

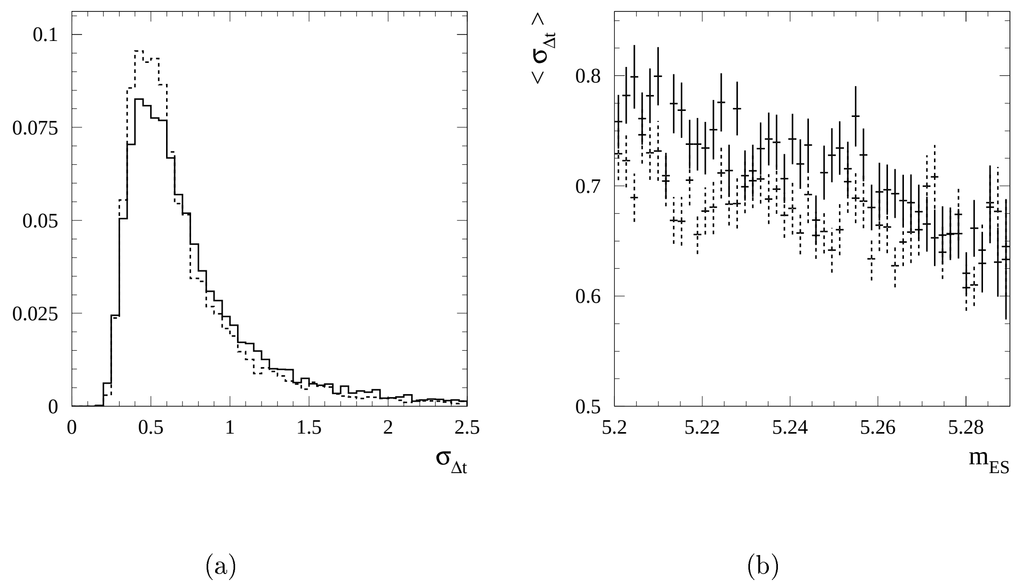
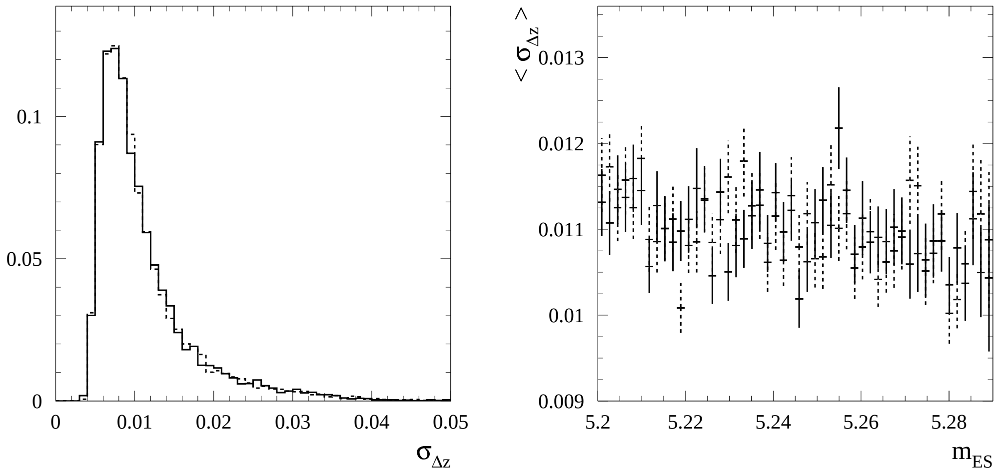
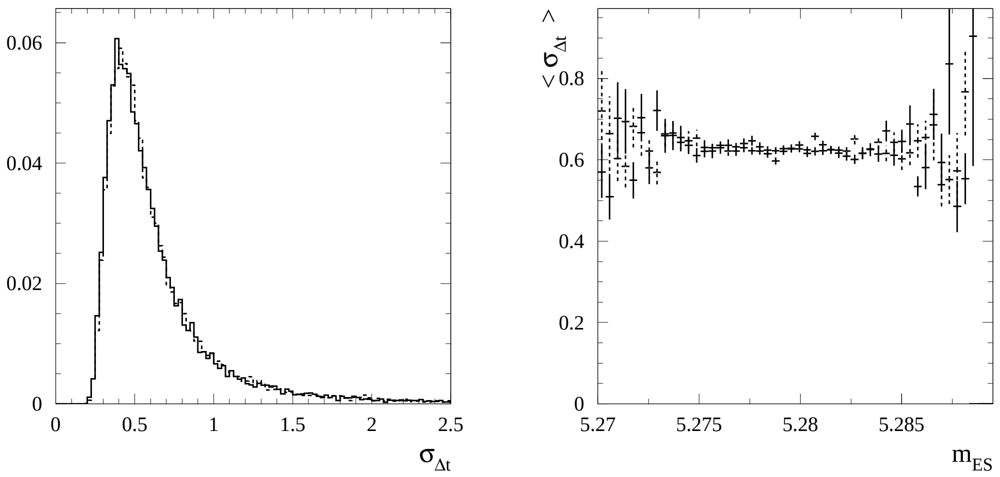


FIG. 6.24 – *La figure (a) représente la distribution de l'erreur sur la variable Δt selon le signe de Δt pour des événements de bruit de fond obtenus grâce aux données en imposant $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26$ GeV/c^2 : la distribution est en trait plein si Δt est positif, en pointillés si Δt est négatif. Les deux distributions sont normalisées à l'unité. La figure (b) est la moyenne de l'erreur sur Δt pour l'ensemble des données en fonction de m_{ES} et selon le signe de Δt avec la même convention. On observe une dépendance dans le signe de Δt : les valeurs positives de Δt sont associées à des valeurs plus élevées de $\sigma_{\Delta t}$ et cette dernière apparaît corrélée avec m_{ES} d'une manière qui dépend aussi du signe de Δt.*



(a) (b)

FIG. 6.25 – *La figure (a) représente la distribution de l'erreur sur la variable Δz selon le signe de Δz pour les événements de l'échantillon considéré : la distribution est en trait plein si Δz est positif, en pointillés si Δz est négatif. La figure (b) est la moyenne de l'erreur sur Δz en fonction de m_{ES} et selon le signe de Δz avec la même convention. Cette figure est à comparer à la figure 6.24. Ici, aucune dépendance dans le signe de Δz n'est observée. En revanche, une corrélation avec m_{ES} subsiste.*



(a) (b)

FIG. 6.26 – *La figure (a) représente la distribution de l'erreur sur la variable Δt selon le signe de Δt pour des événements simulés $\pi\pi$. La figure (b) est la moyenne de l'erreur sur Δt en fonction de m_{ES} pour les mêmes événements. Aucune dépendance dans le signe de Δt n'est observée et $\sigma_{\Delta t}$ n'apparaît pas corrélée avec m_{ES}.*

Le terme de correction comprend en outre

$$\beta_B = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_B^2}} \tag{6.59}$$

et la variable $\cos\theta_B$ décrite section 5.3.4. Le facteur β_B varie rapidement avec m_{ES} : il est nul au seuil $m_{\mathrm{ES}} = m_{\Upsilon(4S)}/2$, il vaut $\beta_B \simeq 0{,}06$ pour $m_{\mathrm{ES}} = m_B$ et atteint $\beta_B \simeq 0{,}18$ en bout de spectre, pour $m_{\mathrm{ES}} = 5{,}2\ \mathrm{GeV}/c^2$. Le terme de correction est ainsi d'autant plus fort que la masse m_{ES} est faible.

La variable en temps Δt et son erreur calculée à partir de Δz s'expriment par :

$$\Delta t = \frac{\Delta z - \gamma\gamma_B\beta_B c\,\cos\theta_B\tau_B}{\gamma\gamma_B c\,(\beta \pm \beta_B\cos\theta_B)} \tag{6.60}$$

$$\sigma_{\Delta t} = \frac{\sigma_{\Delta z}}{\gamma\gamma_B c\,(\beta \pm \beta_B\cos\theta_B)}\ , \tag{6.61}$$

où le signe $\pm$ est celui de Δt.

L'introduction de la variable $\cos\theta_B$ dans l'équation 6.57, pertinente pour le signal $B\overline{B}$, engendre une corrélation artificielle entre Δt, $\sigma_{\Delta t}$, $\cos\theta_B$ et m_{ES} pour le bruit de fond $q\overline{q}$ lors du calcul de Δt. Une partie du problème de la variable en temps est due à ce terme de correction. Ce problème n'apparaît pas pour le signal issu de la simulation (figure 6.26).

Un autre effet touche également cette variable et affecte aussi le signal, il est dû à l'acceptance du détecteur et est expliqué dans la section suivante.

6.6.3 Effets d'acceptance

D'autres effets dus à l'acceptance du détecteur, sont révélés grâce à la recherche menée afin de bien comprendre la physique reliée à la variable en temps.

La figure 6.27 représente l'axe de poussée T_B et l'impulsion $\vec{p_B}$ d'un candidat h^+h^- dans le référentiel de centre de masse du $\Upsilon(4S)$. On peut ainsi définir les deux angles $\cos\theta_B$ et $\cos\theta_B^T$ entre ces deux directions et l'axe z du détecteur (section 5.3.4). La distribution de la variable $\cos\theta_B$ présente une asymétrie avant-arrière pour le bruit de fond (figure 6.28a), puisqu'une pente négative est observée. Cette asymétrie se comprend en comparant les figures 6.27a et b . Si le candidat B part suffisamment vers l'avant ($p_{B,z} > 0$), une particule du candidat B sort de l'acceptance du DIRC : l'événement est alors perdu pour l'analyse. S'il part vers l'arrière du détecteur ($p_{B,z} < 0$), pour le même θ_B^T, il a alors plus de chance d'être reconstruit. La clé de ce problème est la variable $\cos\theta_B^T$ dont la distribution est représentée figure 6.28b, également pour des événements de bruit de fond issus des données : le nombre d'événements chute à partir de $\cos\theta_B^T \simeq 0{,}65$. L'acceptance étant très asymétrique en $\cos\theta_B$, ces deux variables cinématiques sont corrélées dans le lot d'événements sélectionnés, comme l'illustre la figure 6.29a. La moyenne de $\cos\theta_B$ chute brutalement pour $\cos\theta_B^T$ supérieur à 0,65 pour devenir fortement négative : dans cette zone d'acceptance, la plupart des paires h^+h^- détectées ont une impulsion négative. La conséquence sur la variable en temps est représentée par la figure 6.29b : pour les grandes valeurs de

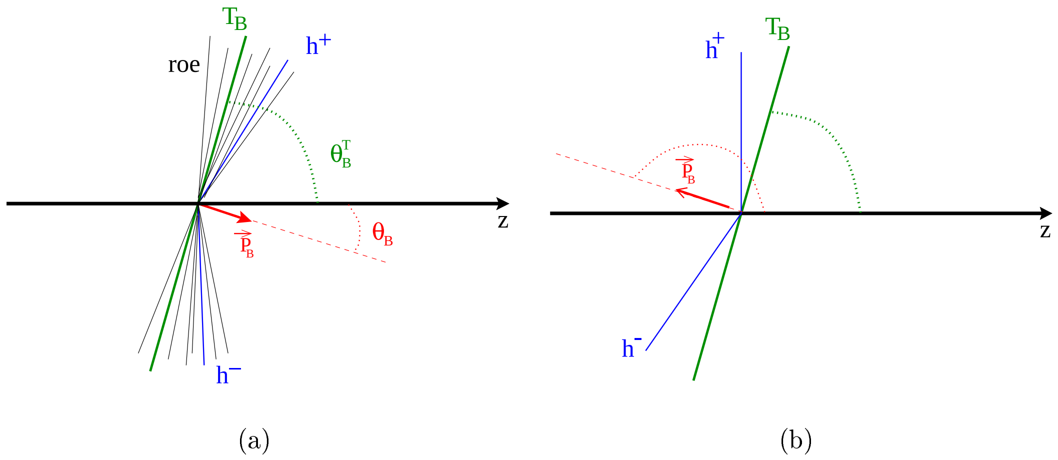


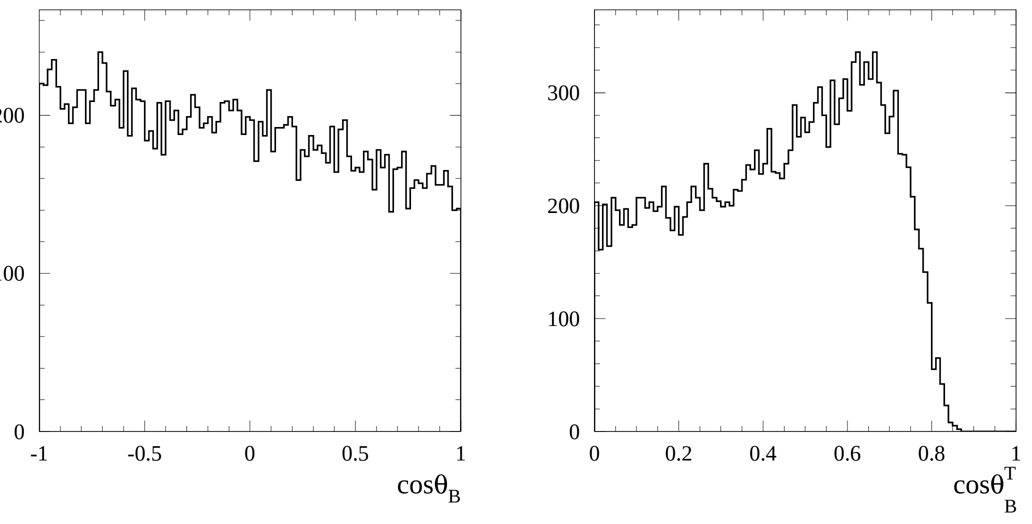
FIG. 6.27 – *L'axe horizontal représente l'axe $\vec{z}$ du détecteur. Les deux traces h^+ et h^- sont celles à partir desquelles le candidat B est reconstruit. L'impulsion de ce candidat, $\vec{p}_B$, ainsi que son axe de poussée, T_B, sont représentés. La figure (a) illustre un exemple où les deux particules qui forment le candidat B sont vers l'avant du détecteur, la figure (b) illustre un exemple où elles sont vers l'arrière, mais pour le même axe T_B. L'acceptance du détecteur n'est pas la même pour ces deux configurations, elle favorise celle de droite. Sur la figure de gauche sont également représentées de manière schématique les particules du reste de l'événement. Pour un événement $q\bar{q}$, ces particules sont proches de celles du candidat B, elles vont donc être également affectées par l'acceptance du détecteur.*

$\cos\theta_B^T$, la moyenne de Δt devient positive. La forme asymétrique de Δt est de ce fait expliquée.

L'anomalie qui concerne $\sigma_{\Delta t}$ s'explique par le fait que, pour le bruit de fond où les particules du candidat B restent proches des particules du reste de l'événement, comme l'illustre la figure 6.27a, ces dernières ont aussi tendance à être perdues lorsque le candidat B part vers l'avant. Ces événements sont alors mal reconstruits et ont ainsi une erreur sur z_{tag} et donc sur Δt plus importante, ce qui est illustré figure 6.30.

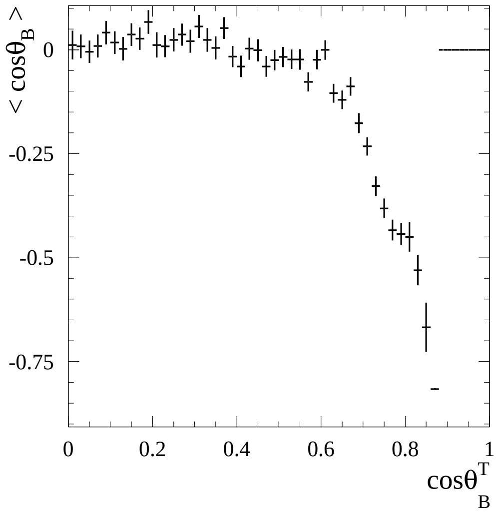
En résumé, la combinaison des deux effets suivants conduit à l'anomalie observée :

1. l'utilisation de Δt pour le bruit de fond induit
   - une corrélation artificielle de Δt (et de $\sigma_{\Delta t}$) avec $\cos\theta_B$,
   - d'autant plus forte que m_{ES} est faible.
2. l'acceptance du détecteur induit
   - une corrélation entre $\cos\theta_B^T$ et $\cos\theta_B$,
   - une corrélation entre $\cos\theta_B^T$ et $\sigma_{\Delta t}$.

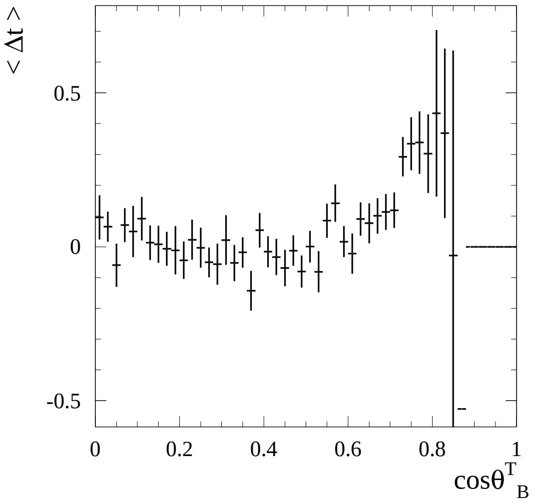


(a) (b)

FIG. 6.28 – *Les deux figures sont obtenues avec l'ensemble des événements ICHEP 2002 pour lesquels* $m_{\mathrm{ES}} < 5{,}26\ \mathrm{GeV}/c^2$*. Il s'agit donc de pur bruit de fond. A gauche est représentée la distribution de* $\cos\theta_B$*. La pente marque l'effet d'acceptance qui provoque la perte de nombreux événements qui partent vers l'avant du détecteur. A droite est représentée la distribution de* $\cos\theta_B^T$*. La forme attendue en* $1 + \cos\theta^2$ *(section 5.3.4.2) est visible, mais on observe une chute brutale du nombre d'événements à partir de* 0,65 *en raison de l'acceptance.*

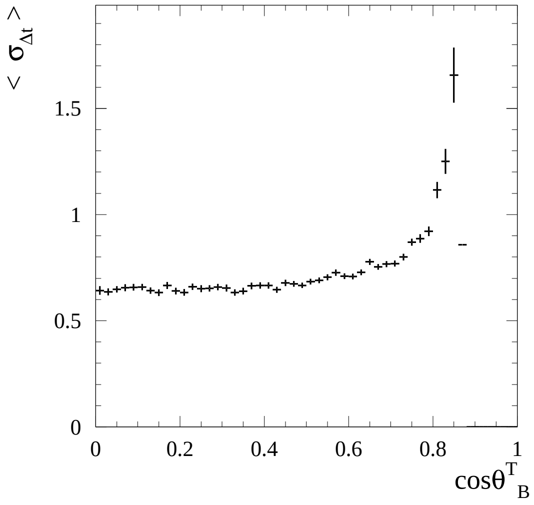


(a)



(b)

FIG. 6.29 – *A gauche est représentée la moyenne de* $\cos\theta_B$ *en fonction de* $\cos\theta_B^T$*. Au-delà de* 0,65*, la moyenne de* $\cos\theta_B$ *devient fortement négative puisque dans cette zone d'acceptance, les particules qui partent vers l'arrière sont plus souvent reconstruites que celles qui partent vers l'avant. Cet effet d'acceptance affecte la variable* Δt*, qui apparaît donc asymétrique. La distribution de droite montre bien que la moyenne de* Δt *devient positive pour les grandes valeurs de* $\cos\theta_B^T$ *(*$> 0{,}65$*).*



(a)

FIG. 6.30 – *La moyenne de $\sigma_{\Delta t}$ est représentée en fonction de $\cos\theta_B^T$ pour des événements de bruit de fond. A partir de $\cos\theta_B^T > 0{,}65$, l'erreur augmente fortement en raison de la perte de particules parmi celles du reste de l'événement.*

Chapitre 7

Interprétation phénoménologique des résultats et perspectives

Dans ce chapitre, après une comparaison commentée des résultats de *BABAR* et de Belle, est discutée l'interprétation des résultats des mesures de l'asymétrie CP, issus de l'étude du canal de désintégration $B^0 \to \pi^+\pi^-$. Cette étude phénoménologique est menée grâce au logiciel *CKMfitter* [19]. Quatre cadres théoriques différents sont considérés (section 2.2) à travers lesquels les contraintes sur les paramètres de la matrice CKM ou des observables expérimentales sont obtenues.

Avant de discuter et d'exploiter les résultats des mesures dans les canaux $B \to \pi\pi$, un aperçu plus large des connaissances en matière de violation de CP est donné. L'exemple de la violation de CP directe est illustrée figure 7.1, où 19 mesures réalisées par *BABAR* sont reportées. Les quelques canaux qui indiquent la possibilité d'une violation de CP directe ne fournissent pas à ce jour une preuve expérimentale indubitable de l'existence de ce phénomène dans le système des mésons B.

7.1 Comparaison des résultats de *BABAR* et de Belle pour $B^0 \to \pi^+\pi^-$

7.1.1 Résultats des mesures

Les résultats des analyses de *BABAR* [55] et de Belle [65] sont donnés dans la table 7.1.1. On voit que les résultats des deux expériences sont marginalement compatibles. Le désaccord est assez marqué pour $S_{\pi\pi}$: le niveau de confiance est de 2,5%. Il apparaît que les mesures de *BABAR* sont dans le domaine physique, c'est-à-dire $S^2_{\pi\pi} + C^2_{\pi\pi} \leq 1$, alors que celles de Belle n'y sont pas. Le fait que les erreurs statistiques conduisent les mesures en dehors du domaine physique n'est pas anormal en soi. Les deux valeurs, à la frontière du domaine physique, qui présente le meilleur accord avec les valeurs de Belle sont $\{S_{\pi\pi} = -0{,}82, C_{\pi\pi} = -0{,}57\}$. Ce point est parfaitement compatible avec les valeurs observées par Belle ($\chi^2 = 1{,}5$ pour deux degrés de liberté).

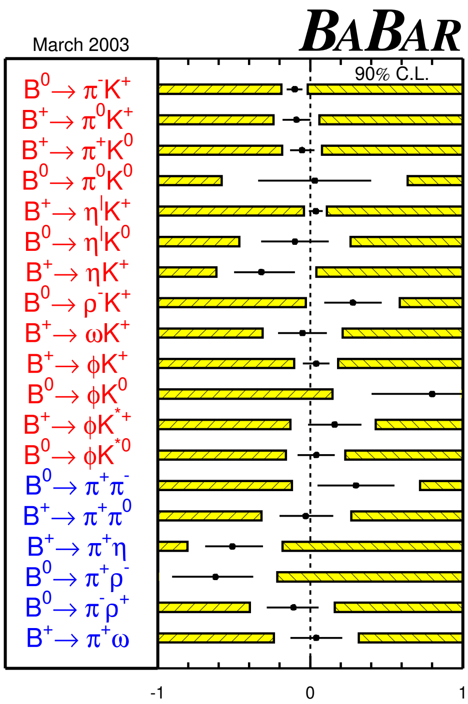


FIG. 7.1 – *Résumé des mesures de la violation de CP directe de l'expérience BABAR, dans les désintégrations hadroniques sans charme. Pour certaines désintégrations de B neutres, notamment $B^0 \to \rho\pi$, l'asymétrie est obtenue par un ajustement dépendant du temps. Les barres hachurées représentent les domaines exclus à 90% de niveau de confiance. L'intersection d'une barre avec l'axe vertical signale donc un canal qui présente une indication de violation de CP directe. En raison du nombre important de canaux considérés, il est normal que certaines indications de violation de CP ne soient dues qu'à des fluctuations statistiques. A ce jour, on ne peut conclure qu'il y ait observation de violation de CP directe.*

	$S_{\pi\pi}$	$C_{\pi\pi}$	ρ
BABAR	$0{,}02 \pm 0{,}34$	$-0{,}30 \pm 0{,}25$	$-0{,}10$
Belle	$-1{,}23 \pm 0{,}42$	$-0{,}77 \pm 0.28$	$-0{,}02$
moyenne	$-0{,}46 \pm 0{,}26$	$-0{,}49 \pm 0{,}19$	$0{,}058$
χ^2	5,35(2,5%)	1,57(21%)	–

TAB. 7.1 – *Résultats des mesures de $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ par les expériences BABAR et Belle, ainsi que leur moyenne. Les statistiques utilisées sont voisines : 88 millions de paires de $B\overline{B}$ pour BABAR et 85 millions pour Belle. Les erreurs statistiques et systématiques ont été additionnées en quadrature. La collaboration Belle adopte la convention $A_{\pi\pi} = -C_{\pi\pi}$. Par souci de cohérence, la convention de BABAR est gardée ici. Les valeurs de χ^2, pour $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ pris séparément, sont indiquées avec le niveau de confiance qui leur correspond : les résultats sont marginalement compatibles. Alors que BABAR n'observe pas d'indication de violation de CP, Belle bénéficie d'une forte fluctuation statistique sur $S_{\pi\pi}$ dont la valeur mesurée sort du domaine physique et exclut l'origine.*

7.1.2 Discussion des résultats de Belle

L'asymétrie dépendant du temps pour l'expérience Belle est illustrée figure 7.2. L'absence de violation de CP est exclue à 99,9% de niveau de confiance. Plusieurs éléments de l'analyse de Belle sont intrigants et méritent d'être indiqués ici, en dehors de tout esprit polémique. La publication de Belle [65] décrit dans le détail l'anomalie concernée. Tout d'abord, les erreurs statistiques et plus particulièrement celles de $S_{\pi\pi}$, données par l'ajustement, sont anormalement petites :

$$\begin{aligned} C_{\pi\pi} &= -0{,}77^{+0{,}20}_{-0{,}23} \\ S_{\pi\pi} &= -1{,}23^{+0{,}24}_{-0{,}15} \,. \end{aligned} \tag{7.1}$$

Des études fondées sur des simulations rapides indiquent que la probabilité d'obtenir une erreur sur $S_{\pi\pi}$ plus petite est de 1%. Pour corriger cela, les erreurs attachées aux mesures par Belle ne sont pas celles de l'ajustement, elles sont obtenues grâce à une simulation rapide. De plus, si on observe les courbes de la fonction vraisemblance pour $C_{\pi\pi}$ et $S_{\pi\pi}$ figure 7.3, on remarque l'existence d'un point frontière qui force le minimum de vraisemblance à ne pas aller en dessous de $S_{\pi\pi} = -1{,}5$. Un événement, appelé "événement frontière", est responsable de la divergence de $\mathcal{L}$: sa densité de probabilité devient négative au voisinage de $S_{\pi\pi} = -1{,}5$. Cet événement retiré, les valeurs obtenues deviennent :

$$\begin{aligned} C_{\pi\pi} &= -0{,}64 \pm 0{,}20 \\ S_{\pi\pi} &= -1{,}91 \pm 0{,}35 \,, \end{aligned} \tag{7.2}$$

le maximum de la fonction de vraisemblance s'écarte alors encore plus du domaine physique. Il l'exclut alors intégralement cette fois à 5 écarts standard. Les données de Belle indiquent ainsi une violation de CP qui sort du cadre du Modèle Standard. L'existence d'un tel point frontière n'est pas anormale. Tout jeu de données comporte

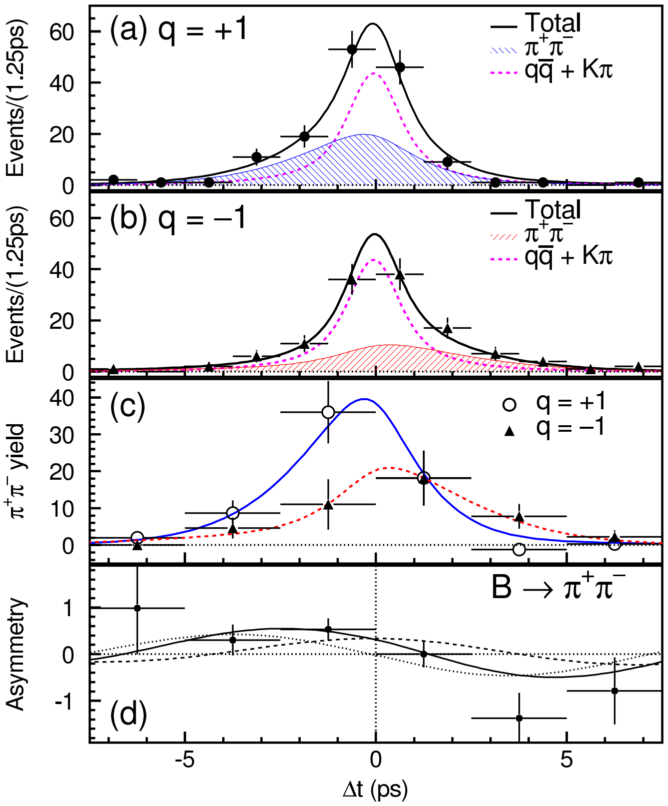


FIG. 7.2 – *La distribution en Δt est représentée pour les 275 candidats $B^0 \to \pi^+\pi^-$ de l'expérience Belle dans la région signal : 148 candidats étiquetés B^0 (a) et 127 candidats étiquetés $\overline{B}^0$ (b). La contribution du signal est indiquée par les zones grisées, celle du bruit de fond par les courbes en pointillés. La figure (c) représente les nombres d'événements $B^0 \to \pi^+\pi^-$ après la soustraction des événements de bruit de fond. La figure (d) représente l'asymétrie CP pour cette désintégration.*

de tels événements. De fait, la contribution $\mathcal{P}_i$ de tout événement à la fonction de vraisemblance totale est une fonction linéaire en $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$:

$$\mathcal{P}_i \;=\; a + bS_{\pi\pi} + cC_{\pi\pi}\ . \tag{7.3}$$

Chaque contribution s'annule donc le long d'une droite Δ_i dans le plan ($S_{\pi\pi}$,$C_{\pi\pi}$). Cette droite Δ_i est d'autant plus tangente au cercle $S^2_{\pi\pi} + C^2_{\pi\pi} = 1$ que l'événement est du type signal $B^0 \to \pi^+\pi^-$, bien étiqueté et doté d'un Δt adéquat. Chaque événement interdit donc à l'ajustement d'explorer le demi-plan défini par $\mathcal{P}_i \leqslant 0$. Les événements les plus nombreux sont à faible Δt ($\sin^2(\Delta m\Delta t) \ll 1$, $\cos^2(\Delta m\Delta t) \simeq 1$), ils définissent des droites $C_{\pi\pi} \simeq$ *constante*. De même, les rares événements avec $\sin^2(\Delta m\Delta t) \simeq 1$ définissent des droites $S_{\pi\pi} \simeq$ *constante*. L'intersection de tous les demi-plans permis ($\mathcal{P}_i > 0$) définit le domaine que peut explorer l'ajustement. La frontière de ce domaine permis est défini par une poignée d'événements frontière : ceux pour lesquels la droite $\mathcal{P}_i = 0$ est localement la plus proche d'une tangente au cercle $S^2_{\pi\pi} + C^2_{\pi\pi} = 1$.

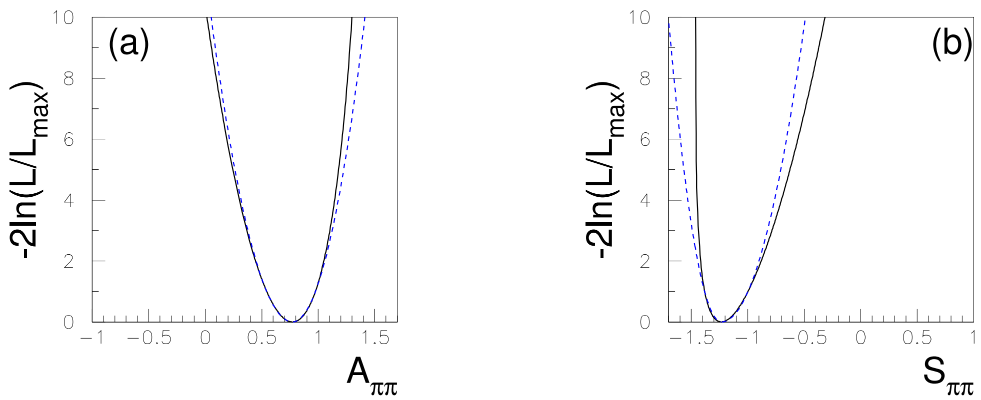


FIG. 7.3 – *Courbes de vraisemblance $-2ln(\mathcal{L}/\mathcal{L}_{\max})$ obtenues par l'expérience Belle, en fonction de $A_{\pi\pi} = -C_{\pi\pi}$ (a) et en fonction de $S_{\pi\pi}$ (b). Les courbes en pointillés représentent la fonction parabolique qui décrit localement le minimum de la fonction. Pour $S_{\pi\pi}$, l'approximation parabolique est mise en défaut. Cela est dû à un événement frontière qui entraîne la divergence de la fonction pour $S_{\pi\pi} \simeq -1{,}5$.*

Pour visualiser le domaine permis par les données de *BABAR*, le plan ($S_{\pi\pi}$,$C_{\pi\pi}$) est représenté de la façon suivante : pour chaque point de ce plan, la contribution de tous les événements qui entrent dans la formule de vraisemblance est évaluée. Si tous les événements ont une contribution positive à la vraisemblance, donc si $\mathcal{P}_i$ est positive pour chaque événement, alors ce point est grisé. S'il existe au moins un événement avec une contribution $\mathcal{P}_i$ négative, la région reste blanche. On obtient ainsi la figure 7.4 : le domaine coloré est celui où peut aller l'ajustement de *BABAR*. Les limites de ce domaine sont démarquées par huit événements frontière. D'après le domaine permis de *BABAR*, l'événement frontière de Belle qui définit la droite $S_{\pi\pi} \simeq -1{,}5$ apparaît parfaitement normal. Les données de *BABAR* contiennent deux événements frontière encore plus contraignants dans cette région du plan. L'anomalie dans les données de Belle ne tient donc pas à cet événement, elle réside dans l'ensemble du lot d'événements qui pousse l'ajustement à aller en dehors du domaine physique et au-delà de cet événement frontière. Les deux paires de valeurs de Belle, avec l'événement frontière (point du haut) et sans cet événement (point du bas), sont indiqués sur la figure 7.4.

7.2 Interprétation des résultats de *BABAR* et de Belle

L'algorithme *CKMfitter* est ici utilisé pour étudier chacun des cadres théoriques décrits section 2.2 et rappelés brièvement ici :

1. $SU(2)$,
2. $SU(3)$ (pur),
3. $SU(\cancel{3})$ (brisure de $SU(3)$),
4. la factorisation QCD.

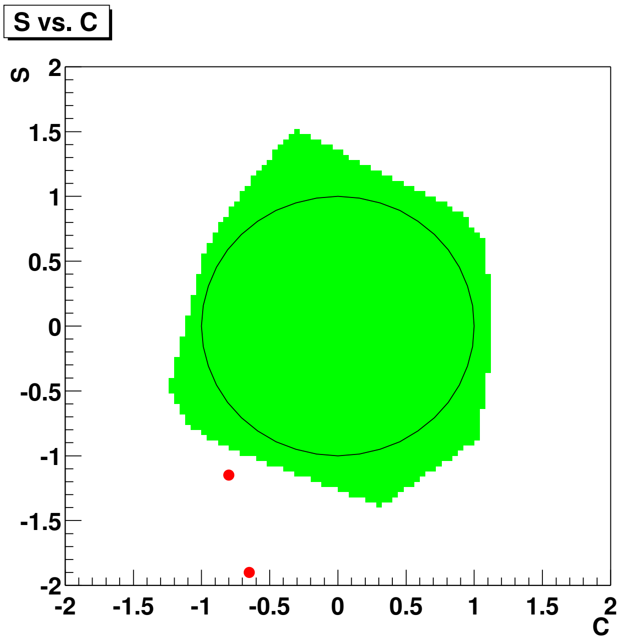


FIG. 7.4 – *Domaine permis par les données de BABAR. Le contour du domaine est défini par des segments de droites déterminés par les événements frontière. En dehors de la zone grisée, la fonction de vraisemblance totale n'est pas définie. Les deux points indiqués correspondent aux mesures de Belle avec (point du haut) et sans (point du bas) l'événement frontière qui déforme la fonction de vraisemblance au voisinage du premier point.*

Les rapports d'embranchements et les asymétries indépendantes du temps sont résumés table 7.2. La moyenne mondiale de chacun est calculée avec les valeurs des trois expériences *BABAR*, Belle et CLEO.

7.2.1 Contraintes dans le plan $(\bar{\rho},\bar{\eta})$

Les mesures qui entrent dans l'ajustement sont pour cette étude :
- les valeurs de $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ pour tous les cadres théoriques considérés,
- les valeurs des rapports d'embranchements $\mathcal{B}(B \to \pi\pi)$ pour $SU(2)$, $SU(3)$ et $SU(\cancel{3})$,
- la valeur du rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to K^+\pi^-)$ pour $SU(3)$.
- la valeur du rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^+ \to K^0\pi^+)$ pour $SU(\cancel{3})$.

A titre de comparaison, sur toutes les figures sont superposées les contraintes obtenues avec l'ensemble des connaissances actuelles, hormis celles liées aux canaux $B \to hh'$. Ce domaine, dont la forme est approximativement celle d'une ellipse, est celui permis à plus de 5% de niveau de confiance. Il est issu de l'ajustement CKM standard décrit section 1.4.2.

Les contraintes obtenues dans le plan $(\bar{\rho},\bar{\eta})$ sont montrées figure 7.5 en ce qui concerne les résultats de *BABAR*. Les conclusions sont les suivantes :

1. L'analyse en isospin n'apporte aucune contrainte. Cela est essentiellement dû

Désintégrations	*BABAR*	Belle	CLEO	Moyenne mondiale
$B^0 \to \pi^+\pi^-$	$4{,}7 \pm 0{,}6 \pm 0{,}2$ [55]	$5{,}4 \pm 1{,}2 \pm 0{,}5$ [58]	$4{,}3\,^{+1{,}6}_{-1{,}4} \pm 0{,}5$ [25]	$4{,}78 \pm 0{,}54$
$B^+ \to \pi^+\pi^0$	$5{,}5\,^{+1{,}0}_{-0{,}9} \pm 0{,}6$ [66]	$7{,}4\,^{+2{,}3}_{-2{,}2} \pm 0{,}9$ [58]	$5{,}6\,^{+2{,}1}_{-2{,}0} \pm 1{,}5$ [25]	$5{,}83 \pm 0{,}96$
$B^0 \to \pi^0\pi^0$	$< 3{,}6$ [67] $(1{,}6\,^{+0{,}7}_{-0{,}6}\,^{+0{,}6}_{-0{,}3})$	$< 6{,}4$ [58] $(3{,}2 \pm 1{,}5 \pm 0{,}7)$	$< 5{,}7$ [70] $(2{,}2\,^{+1{,}7}_{-1{,}3} \pm 0{,}7)$	$2{,}01\,^{+0{,}70}_{-0{,}67}$
$B^0 \to K^+\pi^-$	$17{,}9 \pm 0{,}9 \pm 0{,}7$ [55]	$22{,}5 \pm 1{,}9 \pm 1{,}8$ [58]	$17{,}2\,^{+2{,}5}_{-2{,}4} \pm 1{,}2$ [25]	$18{,}5 \pm 1{,}0$
$B^+ \to K^+\pi^0$	$12{,}8\,^{+1{,}2}_{-1{,}1} \pm 1{,}0$ [66]	$13{,}0\,^{+2{,}5}_{-2{,}4} \pm 1{,}3$ [58]	$11{,}6\,^{+3{,}0}_{-2{,}7}\,^{+1{,}4}_{-1{,}3}$ [25]	$12{,}7 \pm 1{,}2$
$B^+ \to K^0\pi^+$	$17{,}5\,^{+1{,}8}_{-1{,}7} \pm 1{,}3$ [68]	$19{,}4\,^{+3{,}1}_{-3{,}0} \pm 1{,}6$ [58]	$18{,}2\,^{+4{,}6}_{-4{,}0} \pm 1{,}6$ [25]	$18{,}09\,^{+1{,}73}_{-1{,}69}$
$B^0 \to K^0\pi^0$	$10{,}4 \pm 1{,}5 \pm 0{,}8$ [66]	$8{,}0\,^{+3{,}3}_{-3{,}1} \pm 1{,}6$ [58]	$14{,}6\,^{+5{,}9}_{-5{,}1}\,^{+2{,}4}_{-3{,}3}$ [25]	$10{,}34 \pm 1{,}48$
$B^0 \to K^+K^-$	$< 0{,}6$ [55]	$< 0{,}9$ [58]	$< 1{,}9$ [25]	
$B^+ \to K^+\overline{K}^0$	$< 1{,}3$ [68]	$< 2{,}0$ [58]	$< 5{,}1$ [25]	
$B^0 \to K^0\overline{K}^0$	$< 7{,}3$ [69]	$< 4{,}1$ [58]	–	
$A_{CP}(\pi^+\pi^0)$	$-0{,}03\,^{+0{,}18}_{-0{,}17} \pm 0{,}02$ [66]	$+0{,}30 \pm 0{,}30\,^{+0{,}06}_{-0{,}04}$ [58]	-	$+0{,}06 \pm 0{,}16$
$A_{CP}(K^+\pi^-)$	$-0{,}10 \pm 0{,}05 \pm 0{,}02$ [55]	$-0{,}06 \pm 0{,}09\,^{+0{,}01}_{-0{,}02}$ [58]	$-0{,}04 \pm 0{,}16$ [71]	$-0{,}09 \pm 0{,}04$
$A_{CP}(K^+\pi^0)$	$-0{,}09 \pm 0{,}09 \pm 0{,}01$ [66]	$-0{,}02 \pm 0{,}19 \pm 0{,}02$ [58]	$-0{,}29 \pm 0{,}23$ [71]	$-0{,}10 \pm 0{,}08$
$A_{CP}(K^0\pi^+)$	$-0{,}17 \pm 0{,}10 \pm 0{,}02$ [68]	$+0{,}46 \pm 0{,}15 \pm 0{,}02$ [58]	$+0{,}18 \pm 0{,}24$ [71]	$+0{,}04 \pm 0{,}08$
$A_{CP}(K^0\pi^0)$	$+0{,}03 \pm 0{,}36 \pm 0{,}09$ [66]	-	-	$+0{,}03 \pm 0{,}37$

TAB. 7.2 – *Résumé des résultats en juillet 2002 des rapports d'embranchement des désintégrations $B \to hh'$ en unité 10^{-6} et des asymétries directes violant CP. Les limites sont évaluées à 90% de niveau de confiance. Les moyennes mondiales sont calculées en tenant compte des erreurs asymétriques.*

au fait que le rapport d'embranchement de la désintégration $B^0 \to \pi^0\pi^0$ est mesuré avec une précision insuffisante qui ne permet à ce jour que de définir une limite supérieure.

2. Se placer dans le cadre de $SU(3)$ permet de commencer à favoriser un ensemble de valeurs encore restreint : la contrainte apportée est loin d'être comparable à celle de l'ajustement CKM standard.
3. Une information plus importante est amenée par $SU(\not{3})$, mais elle reste encore très inférieure à celle obtenue par l'ajustement CKM standard. Cela est dû au fait qu'ici, seul le module de la contribution des diagrammes pingouins est contraint, la phase ne l'est aucunement.
4. Enfin, c'est seulement avec la factorisation QCD, qui prédit le module et la phase de P/T, que les contraintes fournies rivalisent avec celles de l'ajustement CKM standard, tout en restant compatibles avec ce dernier. On peut noter que la région préférée par la factorisation QCD se situe dans le demi-plan $\overline{\eta} < 0$ en raison de la valeur négative de $C_{\pi\pi}$ mesurée par *BABAR*.

Les résultats obtenus pour les données de Belle, dans le cadre de la factorisation QCD, sont représentés figure 7.6. On observe un désaccord avec l'ajustement CKM standard. La figure de droite est un agrandissement en terme de niveau de confiance de la figure de gauche afin de permettre une évaluation du désaccord : la compatibilité entre les résultats de Belle vus avec la factorisation QCD et l'ajustement CKM standard est inférieure à 4%. La validité des calculs menés dans ce cadre théorique est sujette à caution, ce désaccord ne doit pas être pris comme un indice à l'encontre des résultats de Belle.

7.2.2 Contraintes sur l'angle α

Les contraintes obtenues sur l'angle α pour *BABAR* avec les mêmes données expérimentales apparaissent figure 7.7. Les conclusions demeurent les mêmes que celles établies à partir des contraintes sur $\overline{\rho}$ et $\overline{\eta}$. Même la factorisation QCD ne rivalise pas avec l'intervalle obtenu par l'ajustement CKM standard $[80; 120^o]$. Ce dernier, bien que déjà restreint, induit une contrainte très faible sur $\sin 2\alpha$.

7.2.3 Les prédictions théoriques sur $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$

La figure 7.8 illustre d'une part les prédictions obtenues sur $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ dans les quatre cadres théoriques étudiés et d'autre part, les résultats des mesures de *BABAR* et de Belle de ces deux paramètres, en ignorant les effets de bord pris en compte dans la figure 7.9. Les conclusions demeurent les mêmes que celles exposées précédemment : l'isospin seul n'est pas à même de contraindre $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ en raison de l'imprécision sur le rapport d'embranchement $B^0 \to \pi^0\pi^0$. Peu d'information est extraite de $SU(3)$ et de $SU(\not{3})$, tandis que la factorisation QCD reste très contraignante. L'incertitude observée sur $S_{\pi\pi}$ dans ce dernier cadre est due à la contrainte faible de l'ajustement CKM standard sur $\sin 2\alpha$.

Les mesures expérimentales de *BABAR* et de Belle sont représentées également, ainsi que leur moyenne. La valeur très négative de $C_{\pi\pi}$ mesurée par Belle n'est pas reproductible par la factorisation QCD dans la mesure où la prédiction de la phase forte $\delta_{\pi\pi}$ annoncée a une faible valeur, $\delta_{\pi\pi} \simeq 10^o$.

7.2.4 Contraintes dans le plan $(|P/T|,\delta_{\pi\pi})$

Il est intéressant de considérer le problème autrement et d'observer les contraintes obtenues sur le module et la phase de P/T. Le rapport qui est contraint ici est en fait $r^{+-} \equiv (R_t/R_u)|P^{+-}/T^{+-}|$. Les résultats de cette étude sont illustrés figure 7.10 en ce qui concerne *BABAR*, pour les deux conventions $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{T}$ (section 2.1). Dans le cadre de $SU(2)$, les valeurs d'entrée de l'ajustement sont les paramètres mesurés expérimentalement $S_{\pi\pi}$, $C_{\pi\pi}$ et les rapports d'embranchement, ainsi que les contraintes $\overline{\rho}$ et $\overline{\eta}$ de l'ajustement CKM standard. La contrainte de l'ajustement CKM standard indique une valeur $\overline{\eta}$ positive, donc un angle γ positif. De ce fait, les valeurs de $\delta_{\pi\pi}$ négatives sont préférées pour reproduire la valeur expérimentale négative de $C_{\pi\pi}$. Le troisième cadre $SU(\not{3})$ ici utilisé avec les seuls rapports d'embranchement, ne permet pas de contraindre la phase forte $\delta_{\pi\pi}$. La factorisation QCD, très contraignante, préfère une phase de petite valeur et positive ainsi qu'un faible rapport $|P/T|$. Les cadres théoriques sont tous compatibles entre eux quand ils sont exploités avec ces données.

La figure 7.11 illustre les résultats obtenus pour l'expérience Belle et ceux obtenus pour *BABAR* et Belle combinés.

7.2.5 Contraintes sur $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$

La figure 7.12 illustre les contraintes obtenues sur le rapport d'embranchement de la désintégration $B^0 \to \pi^0\pi^0$ lorsque les rapports d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^+\pi^-)$ et $\mathcal{B}(B^\pm \to \pi^\pm\pi^0)$ et le paramètre $C_{\pi\pi}$ sont utilisés. Les résultats obtenus avec la mesure de $C_{\pi\pi}$ de *BABAR* se situent figure 7.12a, ceux obtenus avec celle de Belle sont sur la figure 7.12b. Il apparaît que le cas de Belle où $|C_{\pi\pi}|$ est plus grand que celui de *BABAR*, apporte une contrainte plus importante sur la valeur inférieure du rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$.

7.3 Perspectives et projections futures

Les résultats exposés précédemment montrent qu'avec la statistique actuelle, de fortes contraintes sur l'angle α ne peuvent être obtenues qu'avec le recours à des modèles théoriques capables de prédire les contributions des diagrammes pingouins. Au-delà des hypothèses théoriques, les seules mesures expérimentales devraient pouvoir permettre de contraindre l'angle α. Cependant, une mesure précise du rapport d'embranchement $B^0 \to \pi^0\pi^0$ manque et sans elle, une analyse dans le cadre de $SU(2)$ ne peut aboutir. On espère mesurer ce rapport d'embranchement dans l'espace de quelques années si la luminosité augmente comme prévu.

Afin d'estimer l'évolution des contraintes sur α dans le futur grâce aux résultats expérimentaux des usines à B uniquement, on se place dans le cadre de $SU(2)$ pour quatre cas de luminosité intégrée :

1. 81 fb^{-1} : luminosité actuelle de *BABAR*. On suppose alors que $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$ est effectivement mesuré.
2. 500 fb^{-1} : luminosité espérée en 2006 pour l'expérience *BABAR*.
3. 2000 fb^{-1} : luminosité hypothétique atteinte dans de longues années après un remaniement de la machine PEP-II et du détecteur *BABAR* ("Super*BABAR*").
4. 10000 fb^{-1} : luminosité fantasmagorique collectée par une éventuelle nouvelle génération d'usine à B.

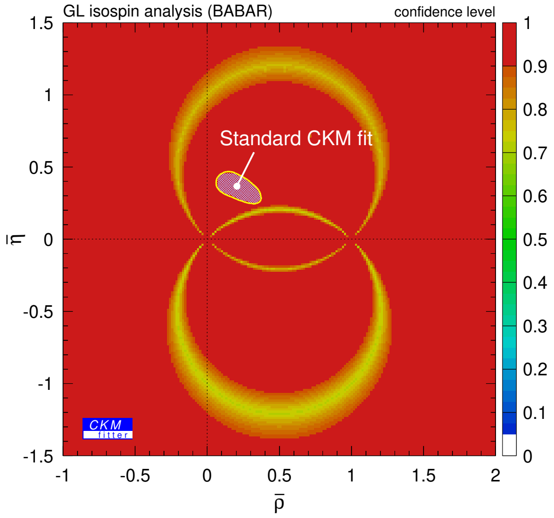
On suppose que les événements $B^0 \to \pi^0\pi^0$ sont étiquetés et que la violation de CP directe est nulle ($|\lambda_{\pi^0\pi^0}| = 1$). Les probabilités de mauvais étiquetage sont pris en compte pour cette extrapolation. La figure 7.13 montre les contraintes obtenues sur $\alpha - \alpha_{\text{eff}}$ pour les valeurs actuelles des rapports d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$ (table 7.2) et des paramètres $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ mesurés par *BABAR*, pour ces quatre luminosités.

On voit qu'à 500 fb^{-1}, des contraintes commencent à apparaître. Une luminosité de 10 ab^{-1} permet de séparer clairement les multiples solutions pour l'angle α. Cependant, une telle luminosité peut ne jamais être atteinte dans la mesure où les projets d'améliorer les usines à B actuelles sont loin d'être approuvés. La théorie peut alors seule permettre de lever les incertitudes, notamment la factorisation QCD. Ce modèle très contraignant, mais qui repose sur de nombreuses hypothèses reste encore à valider.

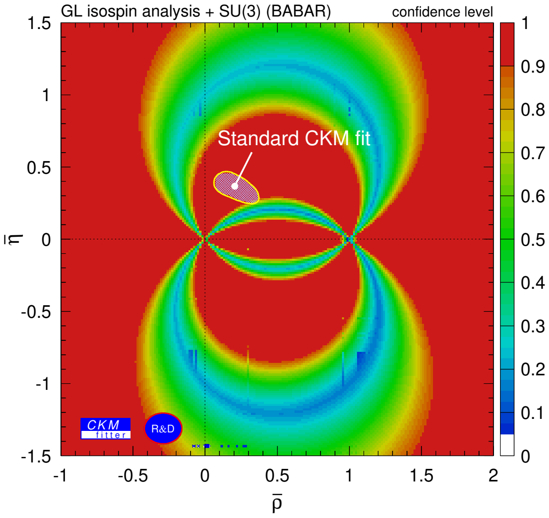
A plus long terme, d'autres expériences vont également explorer la physique du B. La construction actuelle du LHC, qui devrait démarrer en 2007, permet de grands espoirs en ce qui concerne la précision des mesures. Trois des expériences situées sur ce collisionneur étudieront la physique du B, tout particulièrement LHCb qui y est dédiée. Les prédictions prévues après un an de prises de données au LHC sur les erreurs statistiques de $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ sont indiquées dans le tableau suivant :

	Atlas	CMS	LHCb
$\sigma_{stat}(S_{\pi\pi})$	0,21	0,14	0,07
$\sigma_{stat}(C_{\pi\pi})$	0,16	0,11	0,09

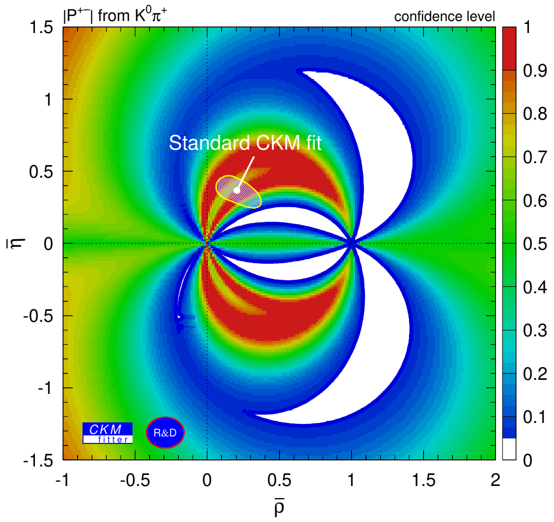
Ainsi, un an après le démarrage du LHC, soit en 2008, la précision sur ces deux paramètres sera au moins aussi bonne (CMS) et même meilleure (LHCb) que celle prévue par *BABAR* en fin de vie, en ce qui concerne le canal chargé h^+h^-. Les usines à B restent cependant irremplaçables quant à la mesure du rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$.



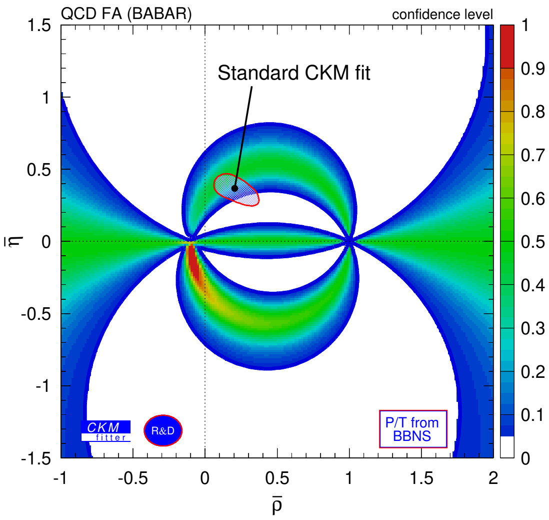
(a)



(b)

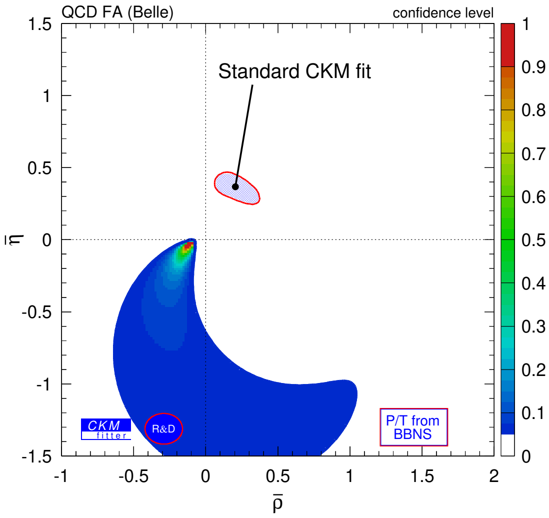


(c)

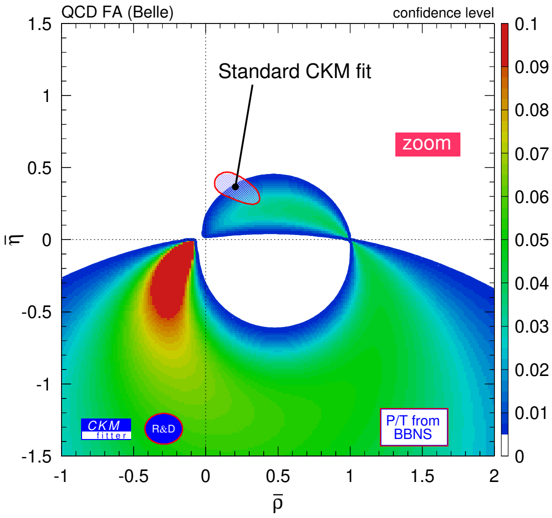


(d)

FIG. 7.5 – *Ces quatre figures représentent le niveau de confiance obtenu dans le plan* $(\bar{\rho},\bar{\eta})$ *pour les quatre modèles théoriques décrits dans la section 2.2. Le code des couleurs est indiqué à droite des figures. Les zones exclues à moins de 5% de niveau de confiance sont indiquées en blanc. La prédiction de l'ajustement CKM standard, qui inclut la dernière mesure de* $\sin 2\beta$*, est superposée sur chaque figure. Des contraintes significatives sont obtenues lorsque la rapport* P/T *est évalué, que ce soit expérimentalement (c) ou théoriquement (d). Tous les résultats sont compatibles avec le Modèle Standard. La phase forte relative* $\delta_{\pi\pi}$ *n'est pas prédite dans les trois premiers cadres, le signe du paramètre* $\overline{\eta}$ *ne peut donc pas être connu. De ce fait, les trois premières figures sont symétriques par rapport à* $\overline{\eta} = 0$.



(a)



(b)

FIG. 7.6 – *La figure (a) représente le niveau de confiance obtenu dans le plan ($\bar{\rho}$,$\bar{\eta}$) pour les résultats de Belle dans le cadre théorique de la factorisation QCD. La figure (b) est un agrandissement en terme de niveau de confiance. La prédiction de l'ajustement CKM standard, qui inclut la dernière mesure de* $\sin 2\beta$*, est superposée. Les valeurs de Belle sont faiblement compatibles ($\sim 4\%$) avec les prédictions de ce cadre théorique. L'ajustement indique que le meilleur accord avec les mesures de Belle est obtenu dans un domaine restreint ($\overline{\rho}$,$\overline{\eta}$) situé au voisinage de l'origine. Un calcul direct confirme qu'en effet, la valeur (complexe) du rapport $P/T \equiv x + iy$, telle qu'elle est calculée par BBNS, ne peut reproduire des valeurs élevées de $C_{\pi\pi}$ et de $S_{\pi\pi}$ que pour $\overline{\rho} \simeq -x - y$ et $\overline{\eta} \simeq -y$ [72].*

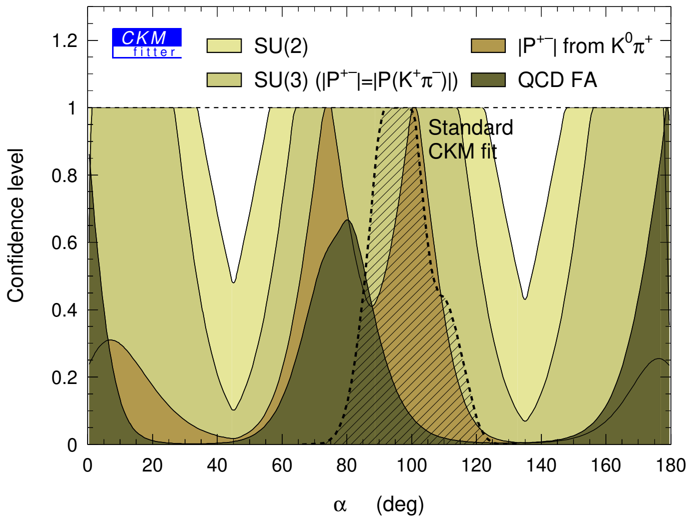


FIG. 7.7 – *Le niveau de confiance est représenté pour les quatre cadres théoriques considérés en fonction de l'angle α. Les résultats des mesures des rapports d'embranchement et des paramètres CP des désintégrations $B \rightarrow hh'$ sont utilisés. Le rayon $(\overline{\rho}^2 + \overline{\eta}^2)^{1/2}$ a été évalué à partir de $|V_{ub}|$. La prédiction de l'ajustement CKM standard qui inclut la valeur de* $\sin 2\beta$ *est représentée par la zone hachurée. Bien que l'intervalle favorisé pour l'angle α* $[80; 120^o]$ *soit étroit, le domaine permis pour* $\sin 2\alpha$ *qui lui correspond est large* $[-0{,}86; 0{,}34]$. *Des contraintes significatives sont obtenues lorsque le rapport P/T est déterminé ($SU(3)$ et factorisation QCD).*

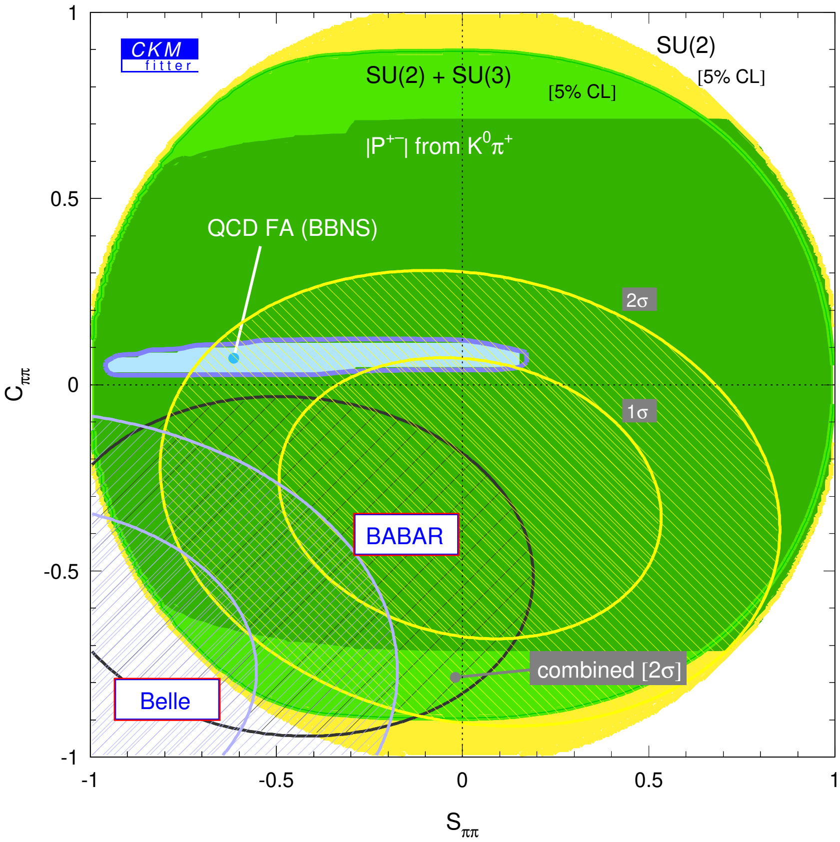


FIG. 7.8 – *Les prédictions sur $S_{\pi\pi}$ et $C_{\pi\pi}$ sont représentées pour les quatre hypothèses théoriques. Les valeurs d'entrée de $\overline{\rho}$ et $\overline{\eta}$ sont celles données par l'ajustement CKM standard. Le paramètre $C_{\pi\pi}$ est proportionnel à $\sin(\gamma)\sin(\delta_{\pi\pi})$. Le fait que la factorisation QCD prédise une phase $\delta_{\pi\pi}$ très faible en module explique la forte contrainte sur ce paramètre dans ce cadre théorique. L'incertitude relativement large sur $S_{\pi\pi}$ est due au fait que $\sin 2\alpha$ est très peu contraint dans l'ajustement CKM standard. Les résultats de Belle et BABAR sont représentés par le contour de leurs contributions à 32% (1σ) et 5% (2σ). Le contour à 5% de leur moyenne est indiqué par l'ellipse en trait noir. La prise en compte du domaine physique dans le calcul des niveaux de confiance n'est pas faite ici, mais figure 7.9.*

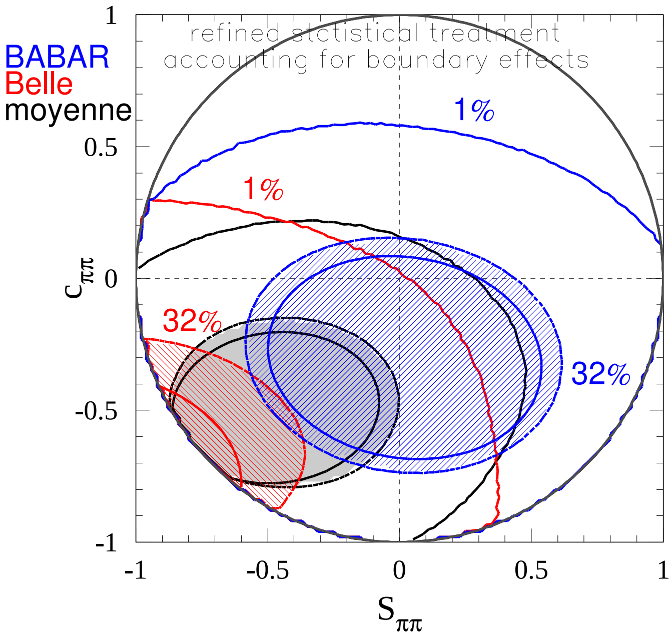
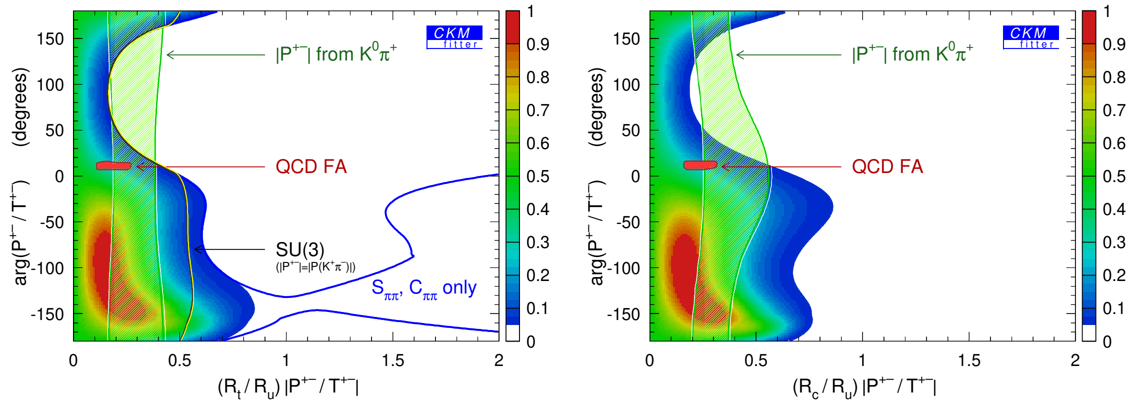
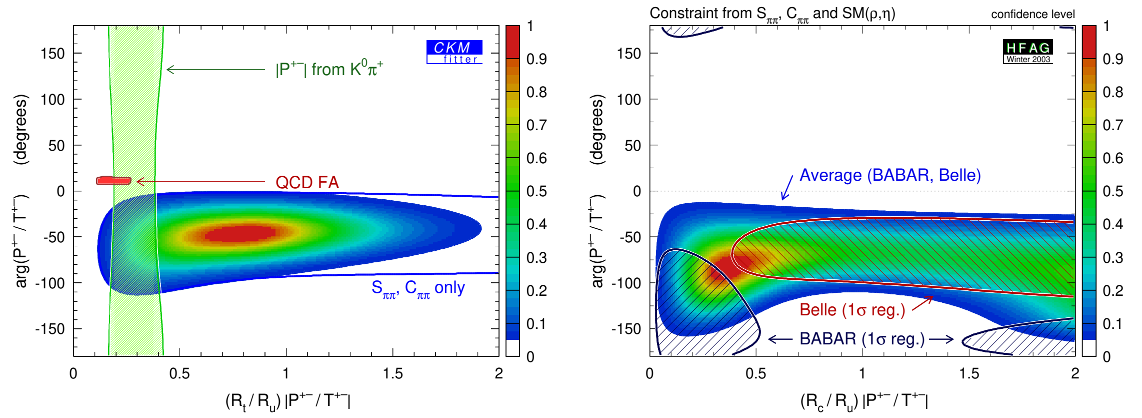


FIG. 7.9 – *Niveaux de confiance à* 32% *et* 1% *correspondant aux mesures de BABAR, de Belle et de leur moyenne. Le calcul prend en compte la connaissance a priori que les valeurs théoriques se trouvent dans le domaine physique* $S_{\pi\pi}^2 + C_{\pi\pi}^2 \leq 1$. *Les ellipses à l'intérieur des domaines grisés indiquent les contours à* 32% *obtenus par le traitement usuel. Avec ce traitement statistique, l'absence de violation de* CP *(*$S_{\pi\pi} = C_{\pi\pi} = 0$*) est exclue à* 1% *de niveau de confiance par Belle.*



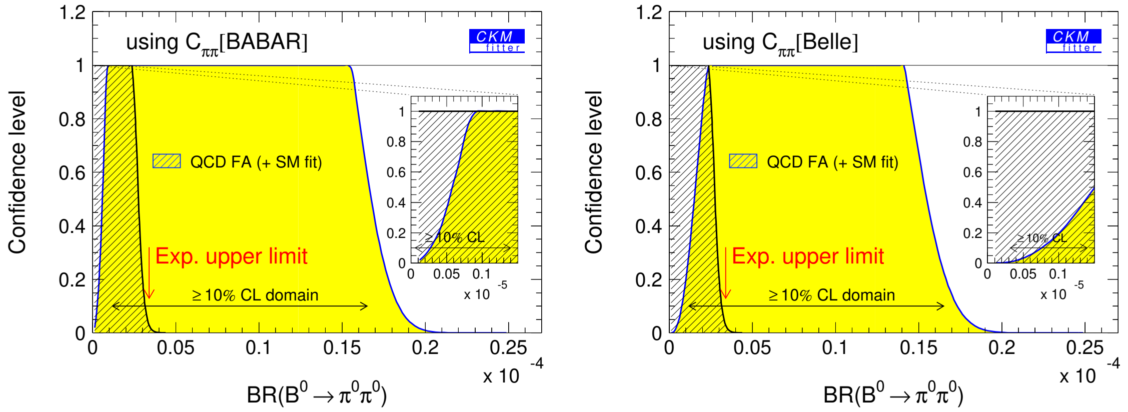
(a) (b)

FIG. 7.10 – *Ces deux figures représentent les contraintes sur le rapport* r^{+-} *et la phase forte relative* $\delta_{\pi\pi}$ *avec les données de BABAR : dans la convention* $\mathfrak{C}$ *(a) et dans la convention* $\mathfrak{T}$ *(b). La région colorée représente les contraintes obtenues dans le cadre de* $SU(2)$*. Dans ce cadre, le plus sûr, les phases fortes négatives sont légèrement préférées et le rapport* r^{+-} *est déterminé comme inférieur à* 0,8*, les valeurs préférées sont au voisinage de* 0,2*.*



(a) (b)

FIG. 7.11 – *Ces deux figures représentent les contraintes sur le rapport* r^{+-} *et la phase forte relative* $\delta_{\pi\pi}$ *pour les resultats de Belle (a) et pour ceux de Belle et BABAR combinés (b). La région colorée représente les contraintes obtenues dans le cadre de* $SU(2)$*. Les valeurs combinées, nonobstant leur accord marginal, conduisent à préférer les valeurs fortement négatives de* $\delta_{\pi\pi}$ *(*$\sim -75^o$*) et un rapport* r^{+-} *au voisinage de* 0,4*.*



(a) (b)

FIG. 7.12 – *Contraintes obtenues sur le rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$ grâce aux mesures de $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^+\pi^-)$, $\mathcal{B}(B^\pm \to \pi^\pm\pi^0)$ et $C_{\pi\pi}$ en utilisant les relations d'isospin. La figure (a) utilise la valeur de $C_{\pi\pi}$ mesurée par BABAR, la figure (b) celle mesurée par Belle. Le petit cadre à droite de chaque figure est un agrandissement du domaine des très petites valeurs de $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0)$: BABAR (Belle) impose à ce rapport d'embranchement d'être supérieur à 0,3 10^{-6} (0,7 10^{-6}) à 90% de niveau de confiance. Les limites supérieures obtenues dans le cadre de $SU(2)$ ne sont pas compétitives avec les limites expérimentales directes $\mathcal{B}(B^0 \to \pi^0\pi^0) < 3{,}6\ 10^{-6}$. Dans le cadre de la factorisation QCD, la limite obtenue est très proche de la limite expérimentale.*

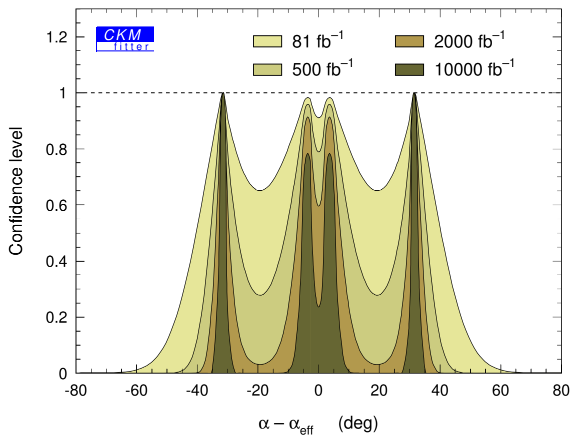


FIG. 7.13 – *Niveau de confiance obtenu pour les valeurs de $\alpha - \alpha_{\rm eff}$ en supposant une luminosité fortement croissante pour les usines à B. Les valeurs centrales sont supposées rester inchangées. L'analyse en isospin est utilisée, on suppose que les événements $B^0 \to \pi^0\pi^0$ sont étiquetées et qu'il n'y a pas de violation de CP directe dans cette désintégration.*

Conclusion

L'étude des canaux $B^0/\overline{B}^0 \to \pi^+\pi^-$, $K^\pm\pi^\mp$, K^+K^- a été menée avec l'échantillon de données collectées par l'expérience *BABAR* entre octobre 1999 et juin 2002. Cela correspond a une luminosité intégrée à la résonance du $\Upsilon(4S)$ de 81 fb^{-1}, soit 88 millions de paires $B\overline{B}$. Cette analyse de désintégrations rares dominées par le bruit de fond a donné lieu à des développements d'outils nouveaux.

La lutte contre le bruit de fond $q\overline{q}$ à l'aide d'un analyseur multidimensionnel a conduit à une meilleure compréhension des différentes variables utilisées et à une amélioration de la séparation entre le signal et le bruit de fond. Le nombre de variables a été diminué de neuf à deux seulement, l'ensemble est maintenant plus simple tout en ayant un pouvoir discriminant supérieur. Il est adopté par la collaboration *BABAR*. L'étude de l'ajustement, qui utilise une méthode de vraisemblance, a permis de comprendre des effets fins de la physique du B qui seront utilisés afin d'amener l'analyse à un niveau encore plus élevé de précision. Un outil nouveau de validation, appelé ${}_s\mathcal{P}lot$, a également été développé et est applicable à toute analyse, même au-delà de *BABAR*.

Les résultats obtenus pour les rapports d'embranchement sont les suivants :

$$
\begin{aligned}
\mathcal{B}(B^0 \to \pi^+\pi^-) &= 4{,}7 \pm 0{,}6 \pm 0{,}2\ 10^{-6}\ , \\
\mathcal{B}(B^0 \to K^+\pi^-) &= 17{,}9 \pm 0{,}9 \pm 0{,}7\ 10^{-6}\ , \\
\mathcal{B}(B^0 \to K^+K^-) &= < 0{,}6\ 10^{-6}\ (90\%)\ .
\end{aligned}
$$

Ils sont en excellent accord avec les valeurs précédemment publiées, mais ont une précision supérieure. Seule une limite est donnée sur le rapport d'embranchement $B^0 \to K^+K^-$, car le signal est très faible comme attendu. Les résultats des paramètres qui mesurent la violation de CP sont :

$$
\begin{aligned}
A_{K\pi} &= -0{,}10 \pm 0{,}05 \pm 0{,}02\ , \\
S_{\pi\pi} &= 0{,}02 \pm 0{,}34 \pm 0{,}05\ , \\
C_{\pi\pi} &= -0{,}30 \pm 0{,}25 \pm 0{,}04\ .
\end{aligned}
$$

Ces trois valeurs sont compatibles avec une absence de violation de CP. L'interprétation de ces résultats montre qu'il est encore difficile de contraindre l'angle α de manière significative avec la statistique actuelle et la symétrie d'isospin qui est le seul cadre théorique dont on soit sûr. On espère multiplier la statistique de *BABAR* par un facteur cinq d'ici 2006 et mesurer précisément le rapport d'embranchement de la désintégration $B^0 \to \pi^0\pi^0$ qui permettra d'atteindre l'angle α. Pour obtenir de fortes contraintes, on peut avoir recours également à des modèles théoriques plus élaborés, mais qu'il reste à valider expérimentalement. Les efforts restent donc à mener aussi bien du côté expérimental que du côté théorique.

Bibliographie

[1] A. D. Sakharov, “Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the Universe”, JETP Lett. **5**, 24-27, (1967).

[2] F. Halzen et A.D. Martin, “Quarks & leptons”, John Wiley & Sons (1984).

[3] M. Kobayashi et T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).

[4] N. Cabibbo, “Unitary symmetry and leptonic decays”, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).

[5] L.-L. Chau et W.-Y. Keung, “Comments on the parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix”, Phys. Rev. Lett. **53**, 1802 (1984).

[6] L. Wolfenstein, “Parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix”, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).

[7] Particle Data Group, K. Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002).

[8] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch et R. Turlay, “Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson”, Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).

[9] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, “Observation of CP violation in the B^0 meson system”, Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001).

[10] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, “Observation of large CP violation in the neutral B meson system”, Phys. Rev. Lett. **87**, 091802 (2001).

[11] P.F. Harrison et H.R. Quinn, editeurs, “The *BABAR* physics book”, SLAC-R-504 (1998).

[12] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, “Search for T and CP violation in $B^0\overline{B}^0$ mixing with inclusive dilepton events”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 231801 (2002).

[13] A. Höcker, H. Lacker, M. Pivk et L. Roos, “Interpreting CP Asymmetries in $B^0 \to \pi^+\pi^-$ Decays”, *BABAR* Analysis Document 519 (octobre 2002).

[14] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, “Measurement of the CP violating asymmetry amplitude sin2β”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 201802 (2002).

[15] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, “Improved measurement of mixing-induced CP violation in the neutral B meson system”, *Phys. Rev. D* **66**, 071102 (2002).

[16] ALEPH collaboration, R. Barate *et al.*, “Study of the CP asymmetry of $B^0 \to J/\psi K^0_{(S)}$ decays in ALEPH”, *Phys. Lett.* **B492**, 259 (2000).

[17] OPAL collaboration, K. Ackerstaff *et al.*, “Investigation of CP violation in $B^0 \to J/\psi K^0_{(S)}$ decays at LEP”, *Eur. Phys. J.* **C5**, 379 (1998).

[18] CDF collaboration, T. Affolder *et al.*, “Measurement of sin2β from $B^0 \to J/\psi K_S^0$ with the CDF detector”, *Phys. Rev. D* **61**, 072005 (2000).

[19] A. Höcker, H. Lacker, S. Laplace and F. R. Le Diberder, *Eur. Phys. J.* **C21**, 225, `hep-ph/0104062` (2001).

[20] http://ckmfitter.in2p3.fr

[21] M. Gronau and D. London, "Isospin analysis of CP asymmetries in B decays", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3381, (1990).

[22] M. Gronau, J. L. Rosner, "Implications of CP asymmetry limits for $B \to K\pi$ and $B \to \pi\pi$", *Phys. Rev.* **D65**, 013004 (2002); Erratum-ibid. **D65**, 079901 (2002).

[23] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, C. T. Sachrajda, "QCD factorization in $B \to \pi K$, $\pi\pi$ decays and extraction of Wolfenstein parameters", *Nucl. Phys.* **B606**, 245 (2001).

[24] G. Buchalla, "Heavy Quark Theory", cours donne a la 55eme Ecole d'été Ecossaise (2001) de St Andrews: "Heavy Flavour Physics" (Editeurs C.T.H. Davies et S.M. Playfer).

[25] CLEO collaboration (D. Cronin-Hennessy *et al.*), "Study of two body B decays to kaons and pions: observation of $B^0 \to \pi^+\pi^-$, $B \to K^\pm\pi^0$, and $B^0 \to K^0\pi^0$ decays", `hep-ex/0001010` (janvier 2000).

[26] J. Seeman, communication privée.

[27] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "The *BABAR* detector", `hep-ex/0105044`, *Nucl. Inst. Meth.* **A479**, 1-116 (2002)

[28] R. Kerth, V. Lüth, T. Mattison et N. A. Roe, "The *BABAR* coordinate system and units", *BABAR* note 230 (1995).

[29] *BABAR* collaboration, R. A. Bell *et al.*, "The *BABAR* superconducting coil: design, construction and test", Nucl. Phys. Proc. Suppl. **78**:559-564 (1999).

[30] R. Santonico et R. Cardarelli, "Development of resistive plate counters", Nucl. Instr. and Meth. **187**, 377 (1981).

[31] G. Cavoto, C. Dallapiccola, N. Danielson, A. Farbin, D. Kovalskyi, F. R. Le Diberder, J. Ocariz, J. Olsen, M. Pivk et L. Roos, "Measurement of Branching Fractions and CP-Violating Asymmetries in $B^0 \to h^+h^-$ Decays", *BABAR* Analysis Document 446 (juillet 2002).

[32] C. Hearty, "Measurement of the number of $\Upsilon(4S)$ mesons produced in Run1 (B counting)", *BABAR* Analysis Document 134 (2001).

[33] S. Laplace, thèse de l'Université Paris VII (2003).

[34] G.C. Fox et S. Wolfram, "Observables for the analysis of event shapes in e^+e^- anihilation and other processes", Phys. Rev. Lett. **41**, 1581 (1978).

[35] G.C. Fox et S. Wolfram, "Event shapes in e^+e^- anihilation", *Nucl. Phys.* **B149**, 413 (1979).

[36] J.D. Bjorken et S. Brodsky, "Statistical model for electron-positron annihilation into hadrons", Phys. Rev. **D1**, 1416 (1970).

[37] A. Drescher *et al.*, "The Argus electron-photon calorimeter", Nucl. Instr. and Meth. **A237**, 464 (1985).

[38] F. R. Le Diberder et M. Pivk, "Statistical tools for rare B decay searches", document en préparation.

[39] U. Berzano *et al.*, "Analysis of Neutral B Decays to $\pi^+\pi^-$, $K^+\pi^-$ and K^+K^-", *BABAR* Analysis Document 160 (mars 2001).

[40] G. Cavoto, C. Dallapiccola, N. Danielson, A. Farbin, D. Kovalskyi, F. R. Le Diberder, J. Ocariz, J. Olsen, M. Pivk et L. Roos, "Measurement of Branching Fractions and CP-Violating Asymmetries in $B^0 \to h^+h^-$ Decays", *BABAR* Analysis Document 357 (mars 2002).

[41] A. Höcker, H. Lacker, F. R. Le Diberder, J. Ocariz, M. Pivk et L. Roos, "Background fighting in charmless two-body analysis", *BABAR* Analysis Document 346 (mars 2002).

[42] R. A. Fisher, "The use of multiple measurements in taxonomic problems", Annals Eugen. **7**, 179 (1936).

[43] O. Deschamps, thèse de l'Université Blaise Pascal (1999).

[44] F. R. Le Diberder et M. Pivk, "The Z-Transform: a Discriminating Variable Standardization", *BABAR* Analysis Document 563 (janvier 2003).

[45] CLEO collaboration, D.M. Asner *et al.*, Phys. Rev. D **53**, 1039 (1996).

[46] U. Berzano *et al.*, "Measurement of Branching Fractions for Charmless Two-Body B Decays", *BABAR* Analysis Document 38 (2000).

[47] V. Shelkov, communication privée.

[48] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, "Measurement of branching fractions for $B \to \pi\pi$, $K\pi$ and KK decays", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 101801 (2001).

[49] D. Boutigny, A. Höcker, S. Laplace, F. R. Le Diberder, J. Ocariz, M. Pivk, L. Roos, V. Shelkov, "Search for $B^0 \to a_0^{\pm}(980)\pi^{\mp}$", *BABAR* Analysis Document 141 (2001).

[50] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Study of time-dependent CP asymmetry in neutral B decays to $J/\psi\pi^0$", `hep-ex/0303018` (mars 2003).

[51] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Observation of the decay $B^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0$, study of $B^{\pm} \to K^{\pm}\pi^0$, and search for $B^- \to \pi^-\pi^0$", `hep-ex/0303028`, soumis à *Phys. Rev. Lett.* (mars 2003).

[52] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Branching fractions in $B \to \phi h$ and search for direct CP violation in $B^+ \to \phi K^+$", `hep-ex/0303029` (mars 2003).

[53] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Observation of B meson decays to $\eta\pi$, ηK", `hep-ex/0303039` (mars 2003).

[54] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Observation of B meson decays to $\omega\pi^+$, ωK^+, and ωK^0", `hep-ex/0303040` (mars 2003).

[55] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, " Measurements of branching fractions and CP violating asymétries in $B^0 \to \pi^+\pi^-$,$K^+\pi^-$,K^+K^- decays", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 281802 (2002).

[56] Argus collaboration, H. Albrecht *et al.*, "Exclusive hadronic decays of B mesons", Z. Phys. **C48**, 543 (1990).

[57] F. R. Le Diberder et M. Pivk, "Radiative corrections in charmless B decays", *BABAR* Analysis Document 620 (printemps 2003).

[58] Belle collaboration, B.C.K. Casey *et al.*, "Charmless hadronic two body B meson decays", *Phys. Rev. D* **66**, 092002,(2002).

[59] F. R. Le Diberder et M. Pivk, "$_s\mathcal{P}lots$", *BABAR* Analysis Document 509 (septembre 2002). Papier en préparation.

[60] S. Versillé, thèse de l'Université Paris XI (1999).

[61] J. Beringer, "BTagger - A Multivariate Tagging Algorithm with Categories Based on the Physics of the Btag Decay", *BABAR* Analysis Document 317 (mai 2002).

[62] J. Stark, thèse de l'Université Paris VI (2001).

[63] M. A. Baak et O. Long, "The Effect of Tag-Side Doubly-Cabbibo-Suppressed Decays on Time-Dependent Asymmetry Measurements", *BABAR* Analysis Document 572 (fevrier 2003).

[64] F. R. Le Diberder, "CP violation as seen from the Δz distribution", *BABAR* note 42 (mai 1990).

[65] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, "Evidence for CP-Violating Asymmetries in $B^0 \to \pi^+\pi^-$ Decays and Constraints on the CKM Angle phi2", `hep-ex/0301032` (2003), soumis à Phys. Rev. D.

[66] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Measurements of branching fractions and Direct CP asymetries in $\pi^0\pi^0$, $K^+\pi^0$ and $K^0\pi^0$", `hep-ex/0207065` (juillet 2002).

[67] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "A search for the decay $B^0 \to \pi^0\pi^0$", `hep-ex/0207063`, (juillet 2002).

[68] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Measurements of charmless two body charged B decays with neutral pions and kaons", `hep-ex/0206053`, présenté à Flavor Physics and CP Violation (FPCP), Philadelphia, Pennsylvania (mai 2002).

[69] *BABAR* collaboration, B. Aubert *et al.*, "Search for B decays into K^0 $\overline{K}^0$", `hep-ex/0109005`, contribué à 9th International Symposium on Heavy Flavor Physics, Pasadena, California, (septembre 2001).

[70] CLEO collaboration, D.M. Asner *et al.*, "Search for $B^0 \to \pi^0\pi^0$ decay", *Phys. Rev. D* **65**, 031103 (2002).

[71] CLEO collaboration, S. Chen *et al.*, "Measurement of charge asymetries in charmless hadronic in B meson decays", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 525-529 (2000).

[72] G. Buchalla, communication privée.