



HAL
open science

Etude expérimentale des fluctuations de vitesse, de température et de pression en turbulence développée

Frederic Moisy

► **To cite this version:**

Frederic Moisy. Etude expérimentale des fluctuations de vitesse, de température et de pression en turbulence développée. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. NNT : . tel-00002777v2

HAL Id: tel-00002777

<https://theses.hal.science/tel-00002777v2>

Submitted on 2 May 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE



THESE de DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS 6

Specialité : Champs, Particules, Matières

Présentée par

Frédéric Moisy

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

**Etude expérimentale des fluctuations
de vitesse, de température et de pression
en turbulence développée**

Soutenue le 25 Janvier 2000 devant le jury composé de

MM.	F. Anselmet	(rapporteur)
	Y. Gagne	(rapporteur)
	D. Salin	(président)
	P. Tabeling	(directeur de thèse)
	M. Vergassola	(examineur)
	J.-E. Wesfreid	(examineur)

Remerciements

C'est un grand privilège que d'effectuer sa thèse au Laboratoire de Physique Statistique, et je commence par remercier vivement Sébastien Balibar et Jacques Meunier qui ont bien voulu m'y accueillir. La diversité des thèmes qui y sont abordés, la qualité des séminaires, les visiteurs prestigieux constituent un environnement particulièrement propice aux échanges et aux discussions, et participent pour beaucoup au plaisir que j'ai eu à passer ces trois années dans ce laboratoire.

Je remercie vivement Patrick Tabeling qui a accepté d'encadrer cette thèse. Durant ces trois années, je crois avoir énormément appris. Dans l'ensemble je préfère moins souvent de bêtises, ou en tout cas avec moins d'aplomb. Merci à Hervé Willaime, pour les quelque 10 000 L d'hélium liquide passés ensemble, mais aussi parce qu'il m'a appris à ne pas renoncer devant les difficultés, même lorsque le rapport signal/bruit s'annonce navrant. Un merci enthousiaste va à Jean Maurer, à son grand savoir-faire et à son "hélium dans une petite boîte" [73]. Il m'a fallu du temps pour comprendre son regard amusé et condescendant lorsque je lui explique quelque chose. Dire n'importe quoi ne sera pour moi jamais plus comme avant.

J'aimerais remercier sincèrement toutes les personnes avec qui j'ai partagé 3 ans de vie en D22. Ces remerciements s'adressent tout naturellement à (par ordre d'apparition) Frédéric Belin, Jérôme Paret, Caroline Jullien, Patrizia Castiglione et Jacob Andersen. Toutes les qualités de bons colocataires : franche rigolade, coup de pouce dans les moments difficiles etc. [173]. J'adresse ici un merci tout particulier à Virginie Emsellem et Olivier Cardoso. C'est un grand plaisir de parler physique en remuant les mains et en regardant tourner des toupies. Je suis particulièrement reconnaissant à Virginie, pour la grande disponibilité qu'elle a montrée lors de la relecture de ce manuscrit. Particulièrement reconnaissant aussi à Olivier, grâce à qui le monde merveilleux de $\text{\textcircled{R}}\text{Windows}^{\text{TM}}\text{\textcircled{C}}$ n'a plus de secret pour moi.

Ma gratitude dépasse les murs et s'adresse également aux voisins, la D20 et la D24. C'est pour moi un plaisir toujours renouvelé que de discuter turbulence et Universalité des ζ_p avec Yves Couder, Stéphan Fauve, Stéphane Douady et Bruno Andreotti. Leurs remarques, leurs critiques et encouragements, leur vision de la physique ont grandement contribué à rendre ce séjour au LPS si enrichissant. Je n'oublie pas Adrien Daerr, Laurent Quartier, André Almeida, Jean Delour, Nicolas Mujica, Sébastien Aumaître, François Pétrelis, Eric Falcon, Christophe Coste et Rémy Berthet : toutes les qualités de bons voisins de palier (cf. ci-dessus *qualités de bons colocataires*). J'arrête là cette liste, même si mes interactions ne se sont pas limitées aux plus proches voisins, mais on ne gagne rien à diluer.

La petite communauté de la turbulence française, étudiants et chercheurs, que j'ai eu l'occasion de rencontrer lors des GDR, a su me communiquer son enthousiasme pour ce domaine difficile. J'en oublierai beaucoup, je n'en cite donc aucun mais les remercie tous.

Faire une thèse au LPS, c'est également bénéficier d'un environnement de travail réellement privilégié. Mes remerciements s'adressent en particulier à l'équipe cryogénie, Samir Ben Youssef, Sébastien Chavin et Luc Ronayette, à l'atelier de mécanique, Jacques Kerboriou, Lucien Brouard et José da Silva Quintas, ainsi qu'à l'atelier d'électronique, Daniel Le Moal et Christophe Her-

rmann, qui ont tous contribué à l'élaboration et au bon fonctionnement de cette expérience de turbulence à l'hélium. Difficile d'oublier Angélique Manchon, Carole Philippe et Nora Sadaoui, qui m'ont appris à remplir un ordre de mission en presque trois ans, merci.

Dans le cadre de ce travail de thèse, j'ai eu l'opportunité de mener deux collaborations : la première de l'autre coté de l'Atlantique au Turbulence Research Laboratory (LASSP, Université de Cornell), dans le groupe d'Eberhard Bodenschatz, Greg Voth et Arthur La Porta. Je les remercie très chaleureusement pour leur accueil, leur grande disponibilité, leur dynamisme ainsi que leur très jolie manip. La seconde de ces collaborations m'a emmené moins loin, en bas de la rue Lhomond, au Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes (ESPCI), dans le groupe de Philippe Petitjeans et d'Eduardo Wesfreid. Je les remercie vivement, ainsi qu'Agnès Maurel, Sébastien Manneville, Frédéric Bautosci et Grégory Baque, de m'avoir accueilli et de m'avoir laissé jouer avec leurs tourbillons, j'ai vu des choses magnifiques.

Mes remerciements s'adressent évidemment à Luc Valentin, Yves Charon, Pierre Binétruy, Jacqueline Dufournet, en bref au DEA CPM et à ses enseignants dont je garde un excellent souvenir, de la belle physique qu'on y apprend et des rencontres qu'on y fait.

Mes remerciements sincères vont à Dominique Salin, président du jury, à Yves Gagne et Fabien Anselmet, qui ont accepté d'être les rapporteurs, ainsi qu'à Massimo Vergassola et Eduardo Wesfreid qui ont examiné ce travail de thèse. Je tiens à leur redire ici l'excellent souvenir que je garderai de cette journée de soutenance, en partie grâce à la spéciale brieveté de leurs questions, encore merci...

Enfin, je saute une ligne pour les remerciements qui suivent,

adressés à mes parents, frère et sœur, à toute ma famille, à mes amis, à Esther.

D'ici quelques années, la totalité du corpus roussellien aura été mis sur fiches et traité selon des méthodes d'analyse statistique d'autocorrélation et de corrélation croisée qui permettront de repérer systématiquement l'ensemble des variations significatives affectant le vocabulaire, la syntaxe, la métrique et même la sémantique (fréquence des bi-mots, associations obligées, etc.). C'est du moins ce qu'affirme le professeur Vance DeGregorio qui est responsable de ce projet à l'Institute for Advanced Research de Parnell. Les résultats d'une telle analyse apporteront sans doute des confirmations éclairantes sur ce que l'on sait déjà. Il est douteux qu'ils permettent d'apprendre quoi que ce soit sur ce que Roussel lui-même n'a pas voulu laisser entrevoir. Le goût des devinettes, bien qu'également insuffisant par lui-même, est, en l'occurrence, un meilleur outil que le plus puissant des ordinateurs.

G. Perec,
Cantatrix Sopranica L. et autres récits scientifiques, Ed. Seuil.

Contents

Introduction	9
1 Les dispositifs expérimentaux dans l'hélium	19
1.1 Le dispositif expérimental	19
1.1.1 Propriétés physiques de l'hélium à basse température	19
1.1.2 Les cellules	20
1.1.3 Les cryostats	23
1.2 Mesures locales : anémométrie et thermométrie	28
1.2.1 Fabrication des sondes	28
1.2.2 Mesures de température	30
1.2.3 Mesures de vitesse	34
1.2.4 Acquisition des données	38
1.3 Caractérisation des écoulements étudiés	38
1.3.1 Définition d'une grande échelle	38
1.3.2 Ecoulements en contrarotation (mesures de vitesse)	40
1.3.3 Ecoulements en corotation (mesures de vitesse et température)	43
1.3.4 Symétries et échelles du forçage de température	45
2 Etude expérimentale des transferts d'énergie	49
2.1 Motivations de cette étude	49
2.2 L'équation de Kolmogorov avec forçage	51
2.2.1 Le terme de forçage dans Navier-Stokes	51
2.2.2 Forçage et injection d'énergie	52
2.2.3 Bilan d'énergie par échelle	53
2.3 Etude expérimentale des transferts d'énergie	57
2.3.1 Protocole de mesure	57
2.3.2 Extensions des lois d'échelle	63
2.3.3 Vérification de l'équation de Kolmogorov avec forçage	64
2.3.4 Evolution de la fonction de Kolmogorov avec R_λ	68
2.3.5 Une interprétation de l'échelle l_s	72
2.3.6 Caractérisation du domaine inertiel	76
2.4 Etude des transferts d'énergie dans d'autres géométries	80
2.4.1 Ecoulement derrière des obstacles	80
2.4.2 Ecoulement en rotation forte	83
2.4.3 Comparaison des différentes configurations	86
2.5 Discussion et conclusion	86
2.5.1 Comparaison avec d'autres approches	86
2.5.2 Conclusion	89

3	Intermittence du champ scalaire passif	91
3.1	Le champ scalaire passif en turbulence	91
3.1.1	L'équation de la chaleur	91
3.1.2	Le modèle d'Obukhov-Corrsin	92
3.1.3	Comportements anormaux	95
3.2	Analyse statistique du champ de température	97
3.2.1	Protocole de mesure	97
3.2.2	Analyse spectrale	98
3.2.3	Densités de probabilité des incréments de température	100
3.2.4	Fonctions de structure	105
3.2.5	Skewness et flatness des incréments de température	115
3.2.6	Statistiques du domaine dissipatif	116
3.3	Analyse des fronts thermiques	120
3.3.1	Définition des fronts	120
3.3.2	Largeur et amplitude des fronts	120
3.3.3	Forme moyenne des fronts	124
3.3.4	Evolution de la taille des fronts avec R_λ	125
3.3.5	Répartition des fronts	127
3.4	Conclusion	134
4	Une étude des structures de basse pression	139
4.1	Les fluctuations de pression en turbulence	139
4.1.1	Approche statistique	139
4.1.2	Lien pression / vortacité	140
4.2	Etude des filaments de basse pression par cavitation	141
4.2.1	Dispositif expérimental	141
4.2.2	Principe de base de la cavitation	143
4.2.3	Visualisation	144
4.2.4	Seuil de déclenchement de la cavitation	145
4.2.5	Dynamique des bulles, équation de Rayleigh-Plesset	146
4.3	Visualisation et analyse des filaments	149
4.3.1	Observations dans l'eau pure et salée	149
4.3.2	Répartition spatiale des filaments et mécanisme de formation	151
4.3.3	Caractérisation des filaments	156
4.3.4	Analyse statistique des fluctuations de pression	160
4.4	Discussion et Conclusion	161
	Conclusion	165
	A Corrélations de vortacité	169
	B Distributions de temps d'attente	171
	C Mesures de pression dans un vortex étiré	181
	Bibliographie	191

Introduction

Description statistique de la turbulence développée

Les raisons d'une approche statistique

Le succès de la physique statistique est d'être parvenue à masquer les quelques 10^{23} degrés de liberté internes d'un gramme de gaz derrière quelques quantités simples et mesurables, comme la *température* et la *pression* : il n'est pas nécessaire de connaître la position et la vitesse de chaque particule lorsque seules importent quelques quantités *moyennes*. Cette simplification est rendue possible grâce à l'important découplage entre les petites échelles d'un gaz (le libre parcours moyen, $\lambda \sim 1000 \text{ \AA}$) et les grandes (taille de la boîte, $\sim 10^8 \lambda$).

L'ingénieur cherchera à optimiser le profil d'une voiture, au moyen de tests en soufflerie ou de simulations numériques. Peu lui importe de connaître le détail des mouvements de chaque petit élément de fluide de l'écoulement turbulent, lorsque seul compte un coefficient de traînée, c'est-à-dire une force de frottement *moyenne*. Il sera donc tentant de mener la même démarche qui a fait le succès de la physique statistique : masquer les degrés de liberté internes et ne retenir que les propriétés moyennes, l'analogie d'une "température" ou d'une "pression" turbulente. L'ingénieur pourra alors se contenter de ne simuler que les grandes échelles de l'écoulement, grâce à une modélisation *ad-hoc* des petites échelles.

Cependant, plusieurs difficultés (non indépendantes) surgissent dans l'application d'un tel programme pour la turbulence :

- Un écoulement turbulent est un système dissipatif, entretenu par un apport d'énergie, et donc loin de l'équilibre. Cet aspect rend impossibles les traitements classiques de la physique statistique à l'équilibre (tels que la définition d'une température).
- Contrairement au cas du gaz, il semble difficile de découpler les grandes échelles (la taille de l'avion) des petites échelles (les plus petits tourbillons) ; écouter le bruit d'un torrent de montagne permet de se convaincre de cet aspect *multi-échelle* de la turbulence : toutes les fréquences participant à ce bruit sont pertinentes dans la description de cet écoulement.
- Enfin, d'un point de vue plus technique, l'obtention de quantités comme l'énergie cinétique moyenne $\langle u^2 \rangle$ implique la connaissance de moyennes d'ordres supérieurs, du type $\langle u^3 \rangle$: la non-linéarité des équations de Navier-Stokes empêche de *fermer* le système d'équations moyennes, c'est-à-dire d'obtenir autant d'équations que d'inconnues.

Les écoulements turbulents présentent certains aspects propres à chaque géométrie ; ceux-ci concernent essentiellement les grandes échelles — instabilités, structure des couches limites etc. D'autres aspects concernent les échelles plus petites, pour lesquelles des comportements plus génériques, peu ou pas dépendants de la géométrie, sont observés. Typiquement, la moitié de l'énergie cinétique totale réside dans les structures à grande échelle de l'écoulement ; l'autre moitié de l'énergie présente des propriétés plus ou moins universelles, sur lesquelles se concentrent les tentatives de description statistique de la turbulence. Le calcul du coefficient de traînée de la voiture devra intégrer *in fine* ces deux aspects. Le nombre de degrés de liberté internes augmentant considérablement avec l'intensité de la turbulence, on comprendra la nécessité d'une description statistique de ces petites échelles pour la simulation de ces écoulements.

Présentation générale de ce mémoire

Dans ce mémoire, nous présenterons des résultats nouveaux obtenus à partir de plusieurs expériences portant sur les statistiques des fluctuations de vitesse et de température, réalisées dans l'hélium à basse température, ainsi que sur les fluctuations de pression dans l'eau. L'utilisation de l'hélium permet l'obtention d'une turbulence extrêmement développée dans une géométrie de taille réduite, ainsi que des mesures dans d'excellentes conditions de stabilité et de rapport signal/bruit.

Ces expériences ont en commun le principe du forçage de l'écoulement turbulent, obtenu au moyen de disques en rotation. Les expériences dans l'hélium ont été réalisées au Laboratoire de Physique Statistique de l'ENS, avec Hervé Willaime, Patrick Tabeling, Jean Maurer et Frédéric Belin. Les expériences de fluctuations de pression dans l'eau ont bénéficié de l'accueil du groupe d'Eberhard Bodenschatz au Laboratory of Atomic and Solid State Physics (Cornell University, USA), et ont été réalisées avec Greg Voth et Arthur La Porta. Enfin, quelques résultats préliminaires (présentés en Annexe C) concernant des mesures de pression au voisinage d'un tourbillon intense ont été obtenus au Laboratoire de Physique et de Mécanique des Milieux Hétérogènes de l'ESPCI, dans le groupe de Philippe Petitjeans et José-Eduardo Wesfreid.

Nous montrerons dans un premier temps comment une approche purement statistique de la turbulence permet de décrire de façon satisfaisante les propriétés du champ de vitesse en ce qui concerne les transferts d'énergie à travers les échelles. Nous serons amené à vérifier une équation fondamentale en turbulence, l'équation de Kolmogorov, décrivant le transfert moyen d'énergie à travers les échelles, et nous nous pencherons sur son évolution vers un régime asymptotique de turbulence pleinement développée. Dans le cas des fluctuations de température, la situation semble un peu plus délicate : nous verrons qu'une approche statistique nécessite la prise en compte explicite des conditions de forçage. Enfin, la dernière partie, consacrée aux structures de basse pression, permettra d'aborder le problème délicat des interactions entre grandes et petites échelles. Nous tenterons en particulier de montrer comment, dans nos expériences, le champ de pression semble échapper à une description statistique indépendante des conditions de forçage.

La cascade d'énergie

Imposer à un volume de fluide de taille L un mouvement de vitesse U demande une énergie par unité de masse $\sim U^2$; la puissance à fournir pour y parvenir pendant un temps L/U est U^3/L . Le temps nécessaire pour dissiper cette énergie est $\tau^{(d)} \sim L^2/\nu$ — environ 1 semaine pour une voiture de 3 m. Une instabilité (un mécanisme non linéaire), capable de produire des échelles inférieures plus rapidement, en un temps typique d'advection $\tau^{(a)} \sim L/U$, aura largement le temps d'intervenir avant que n'agisse la viscosité. Le nombre de Reynolds, défini comme le rapport de ces deux temps, s'écrit

$$\text{Re} = \tau^{(d)}/\tau^{(a)} = UL/\nu.$$

Nous voyons que dans les situations telles que $\text{Re} \gg 1$, la viscosité sera incapable de diffuser la quantité de mouvement imposée. L'écoulement sera dominé par les effets d'inertie, et subira des instabilités qui transféreront l'énergie à des échelles où la viscosité opère en un temps plus raisonnable. Ce processus de transfert pourra se répéter tant que le temps de diffusion à l'échelle considérée sera grand devant celui d'advection : nous obtenons l'image classique d'une cascade des grandes vers les petites échelles, proposée pour la première fois en 1926 par Richardson [68].

Cascade et lois d'échelle

A grand nombre de Reynolds, lorsque les échelles contenant l'essentiel de l'énergie sont découplées des échelles la dissipant, un transfert d'énergie prend place. Nous pouvons supposer que dans la gamme d'échelles intermédiaires entre injection et dissipation, l'écoulement "oublie" localement la géométrie du forçage, et se comporte statistiquement de façon homogène et isotrope.

Généralisons le raisonnement précédent à une échelle quelconque : l'énergie typique u_r^2 à une échelle r sera transférée en un temps typique de diffusion $\tau_r^{(d)} \sim r^2/\nu$, soit en un temps typique

d'advection¹, $\tau_r^{(a)} \sim r/u_r$. Tant que le temps de diffusion reste grand devant celui d'advection, le même mécanisme de transfert d'énergie — quel qu'il soit — sera *a priori* à l'œuvre ; il est donc légitime de supposer que la puissance ainsi transférée sera, en moyenne, indépendante de l'échelle r . Ce transfert s'écrira donc $\epsilon \sim u_r^2/\tau_r^{(a)} \sim u_r^3/r$, d'où :

$$u_r^3 \sim \epsilon r, \quad (1)$$

soit un champ de vitesse dont les fluctuations typiques à une échelle r varient comme $(\epsilon r)^{1/3}$. Notons qu'à ce point, une telle description ne donne aucune *direction* à la cascade, tant que l'on ne spécifie pas le mécanisme physique responsable du transfert d'énergie. L'échelle à laquelle diffusion visqueuse et mécanisme inertiel entrent en compétition, telle que $\tau_r^{(d)} \simeq \tau_r^{(a)}$, s'écrira :

$$\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4} \sim \text{Re}^{-3/4}.$$

C'est l'échelle de Kolmogorov, d'autant plus petite que le fluide est peu visqueux, ou que l'énergie injectée est importante. Le domaine d'échelles $\eta \ll r \ll L$, sur lequel les effets de dissipation visqueuse et l'influence des grandes échelles peuvent être négligés, est le *domaine inertiel*. Il est d'autant plus étendu que le nombre de Reynolds est élevé.

Dans la limite des très grands nombres de Reynolds, Kolmogorov (1941) [88] a montré que les transferts d'énergie suivaient effectivement la loi d'échelle donnée par l'équation (1). En supposant la turbulence *statistiquement stationnaire, homogène et isotrope*, il obtient une équation exacte, la fameuse loi des 4/5 :

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^3 \rangle = -\frac{4}{5}\epsilon r, \quad \eta \ll r \ll L \quad (2)$$

où u est la composante longitudinale (suivant la séparation r) de la vitesse. L'incrément de vitesse $u(x+r) - u(x)$ représente la fluctuation de vitesse à l'échelle r , et les $\langle \cdot \rangle$ dénotent une moyenne d'ensemble. L'analyse dimensionnelle permet d'écrire l'équivalent de cette loi pour les fluctuations caractéristiques,

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle \sim (\epsilon r)^{2/3}, \quad E(k) \sim \epsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (3)$$

où nous avons introduit le spectre d'énergie $E(k)$, représentant la densité d'énergie cinétique au nombre d'onde k . Ces deux lois sont connues sous le nom de loi des 2/3 dans l'espace des échelles, et de loi des 5/3 dans l'espace de Fourier.

Les nombreuses vérifications expérimentales des lois des 2/3 et des 5/3 ont fait le succès de la théorie de Kolmogorov, validant par là même l'image de la cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles. Cependant, passée la description classique et un peu naïve de grands tourbillons se cassant en deux pour donner naissance à de plus petits tourbillons, les mécanismes physiques effectivement à l'œuvre pour faire transférer l'énergie restent en grande partie obscurs. Bien que l'on sache identifier l'étirement tourbillonnaire comme la clef de cette cascade à trois dimensions², il reste encore beaucoup à comprendre pour lier de manière quantitative mécanismes physiques et transferts dans le domaine inertiel.

Intermittence

La théorie de Kolmogorov repose sur l'idée de similitude, c'est-à-dire sur l'hypothèse de fluctuations de vitesse distribuées de façon identique — éventuellement gaussienne — à toutes les échelles. On sait depuis les travaux de Batchelor et Townsend, en 1949 [68], que les statistiques du domaine dissipatif sont fortement *intermittentes* (alternance de zones de forte dissipation et de zones calmes), et que cette intermittence s'accroît avec le nombre de Reynolds. Plus tard, de nombreuses expériences (voir par exemple Anselmet *et al.* (1984) [5]) ont montré qu'il en

¹Advection que l'on peut interpréter comme une diffusion à viscosité effective $\nu_r = ru_r$, si l'on ne s'intéresse qu'aux échelles $\gg r$.

²A deux dimensions, la cascade d'énergie est *inverse*, des petites vers les grandes échelles, et le mécanisme physique associé est la *fusion* (en déclin) ou l'*amasement* (en régime forcé) de tourbillons.

était de même pour les statistiques du domaine inertiel, l’intermittence se manifestant ici par un élargissement des distributions d’incrément de vitesse à échelle décroissante.

Une caractérisation de l’intermittence dans le domaine inertiel peut se faire par le biais des exposants des lois d’échelles apparaissant sur les moments

$$S_n(r) \sim r^{\zeta_n},$$

où $S_n(r) = \langle [u(x+r) - u(x)]^n \rangle$ est le moment d’ordre n des incréments de vitesse sur une séparation r , appelé fonction de structure d’ordre n . Des distributions de vitesse similaires à toute échelle conduisent à un rapport de ces moments constants, soit à des exposants variant linéairement, $\zeta_n = n/3$: c’est la loi dite “normale” (même s’il n’est pas dit que ces fluctuations doivent être distribuées *normalement*). L’intermittence du domaine inertiel se traduit ici par un écart à cette loi linéaire : un excès de gradients intenses conduit à des petites échelles “anormalement actives”, et donc à des exposants d’ordre élevé inférieurs à la prédiction normale. Physiquement, on associe cette intermittence du domaine inertiel aux fluctuations du transfert d’énergie à travers les échelles. Soulignons ici que la loi des 4/5, qui décrit le transfert *moyen* d’énergie à travers les échelles, n’est pas affectée par les *fluctuations* de ce transfert.

Il existe un grand nombre de modèles s’attachant à décrire l’intermittence sous l’aspect des lois d’échelles anormales. Parmi ceux-ci se trouvent les modèles qui supposent une forme particulière aux structures responsables des fluctuations de la dissipation d’énergie — il peut s’agir de structures responsables de la dissipation elle-même, comme les nappes ou feuillets (voir Corrsin, Lundgren), ou de structures retardant cette dissipation, comme les tubes de vorticité (voir Tennekes et Lumley (1972)). Citons ici le modèle de She et L v que (1994) [158], qui considère les tubes de vorticité comme les structures les plus intermittentes, dont les pr dictiones sont en excellent accord avec les mesures expérimentales (voir par exemple Belin *et al.* (1996a) [21], Arn odo *et al.* (1996) [15]).

Une autre classe de modèle se base sur des hypothèses quant à l’évolution de la dissipation moyenn e à travers les échelles. Citons simplement ici le modèle log-normal de Kolmogorov (1962) [89] et le modèle variationnel de Castaing (1989) [41], ainsi que la famille des modèles de cascade fractale : le β -modèle [68], et le modèle multifractal [109].

Soulignons que ces deux classes de modèles n’ont pas de lien directe avec les équations de Navier-Stokes.   l’heure actuelle, les seuls modèles tentant d’exprimer des statistiques d’ordre élevé à partir d’équations d’évolution concernent le champ scalaire passif.

Le mélange turbulent

Dans ce mémoire, nous nous pencherons sur un autre aspect des écoulements turbulents, également fondamental et de grand intérêt pratique : l’étude du mélange d’un traceur passif (tel que de la fumée, un colorant, des fluctuations de température). Ce problème a de larges applications dans l’environnement — citons entre autres exemples la dispersion d’un polluant dans l’atmosphère, une marée noire. . . La combustion des réactifs dans les réacteurs d’une navette est une illustration de l’importance d’un contrôle fin des propriétés de mélange ; la turbulence est ici un phénomène qu’il est primordial de savoir caractériser afin d’en tirer le meilleur profit.

L’approche statistique : cascade vers les petites échelles

Tout d’abord, pour rendre compte du mélange d’un champ scalaire, on peut user d’une description analogue à celle du champ de vitesse : la cascade vers les petites échelles. Dans le cadre du champ scalaire, cette image est beaucoup plus simple à saisir. Sur la figure 1, nous voyons une tache de colorant déformée, étirée et repliée, qui forme avec le temps des échelles de plus en plus petites. Après quelques itérations de ce mécanisme, les filaments (ou nappes à 3D) de colorant ainsi formés vont concentrer un important gradient sur une faible épaisseur, qui va tendre à relaxer sous l’effet de la diffusion.

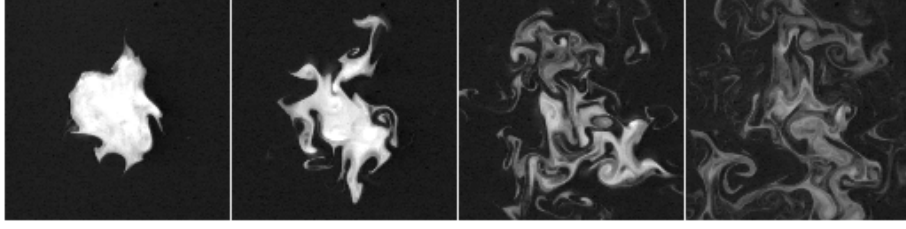


Figure 1: Mélange d’un colorant en turbulence bidimensionnelle (cascade inverse d’énergie) [84]. Bien que dans ce cas la cascade d’énergie s’effectue des petites vers les grandes échelles, le champ scalaire, lui, cascade des grandes vers les petites échelles. Remerciements à M.-C. Jullien.

Notons ici qu’un tel mécanisme ne nécessite pas un champ de vitesse turbulent, c’est-à-dire à caractère rugueux : la cascade de Batchelor illustre parfaitement ce mécanisme avec un champ de vitesse lisse, typiquement dans un liquide visqueux à faible diffusivité thermique³. Cependant, les propriétés du champ de vitesse influencent grandement celles du champ scalaire, en particulier lorsque le champ de vitesse est turbulent et produit lui-même des petites échelles. L’image physique de la production de petites échelles pour le champ scalaire est donc très intuitive, et beaucoup plus simple à illustrer que pour le champ de vitesse.

Dans le cas où cascade d’énergie et “cascade du scalaire passif” interviennent sur une gamme d’échelles commune — c’est la situation qui nous intéressera dans nos expériences —, un parallèle avec la théorie de Kolmogorov peut être effectué : la variance $\langle \theta_r^2 \rangle$ des fluctuations de température à une échelle r (analogue de l’énergie cinétique $\langle u_r^2 \rangle$) sera transférée en un temps d’advection à cette échelle, $\tau_r^{(a)} \sim r/u_r$. Pour les échelles du domaine inertiel-convectif, où n’interviennent ni les conditions de forçage ni la diffusion thermique, on peut supposer que le même mécanisme physique est responsable de la production de petites échelles, à un taux que l’on pourra donc supposer constant : $\epsilon_\theta = \theta_r^2/\tau_r$, d’où :

$$\theta_r^2 u_r = \epsilon_\theta r.$$

Dimensionnellement, il est possible d’en déduire la forme spectrale des fluctuations de température,

$$E_\theta(k) \sim \epsilon_\theta \epsilon^{-1/3} k^{-5/3}.$$

C’est la loi proposée par Obukhov (1949) et Corrsin (1951) [54,125], extension directe des travaux de Kolmogorov (1941) au cas du champ scalaire passif.

Intermittence(s) du champ scalaire passif

Les fluctuations de température étant passivement advectées par le champ de vitesse turbulent, on peut s’attendre *a priori* à ce qu’elles se comportent statistiquement de manière analogue au champ de vitesse. Cependant, des études expérimentales et numériques ont montré que la situation semblait plus compliquée, au regard de l’apparente simplicité du problème, et, sous certains aspects, bien moins *universelle* que pour le champ de vitesse. Cette difficulté se manifeste sous deux aspects, qui sont deux facettes de l’intermittence du champ scalaire passif. D’une part, l’existence des structures intenses — les fronts thermiques pour le champ de température —, responsables de la *persistance d’anisotropie à petite échelle*, et donc de l’incapacité de la turbulence à mélanger complètement du point de vue de l’*oubli* des conditions d’injection [72, 78, 110, 141] ; d’autre part, l’intermittence *interne* du champ scalaire, caractérisée par des *lois d’échelle anormales*, dont on sait qu’elles existent même en l’absence d’intermittence du champ de vitesse (Kraichnan (1994) [90]). En particulier, l’intermittence du champ scalaire apparaît plus prononcée que celle du champ de

³Un exemple bien connu de ce mécanisme d’étirement–repliement par un champ de déformation lisse est la transformation du boulanger [28]. On peut produire des petites échelles pour le scalaire sans nécessairement en produire pour le champ de déformation.

vitesse (voir par exemple Antonia *et al.* (1984) [8]), et le lien entre les deux, s'il existe, est encore loin d'être élucidé.

La simplification du problème du scalaire passif est de plusieurs types : tout d'abord, le champ étudié étant scalaire, les quantités statistiques à traiter sont beaucoup plus simples que dans le cas du champ de vitesse vectoriel. L'équation qui gouverne l'évolution du champ scalaire (l'équation de la chaleur pour le champ de température) est linéaire, contrairement aux équations de Navier-Stokes, et donc beaucoup plus facile à manipuler. Enfin, d'un point de vue expérimental, la mesure d'une quantité scalaire (qu'il s'agisse d'un champ de température ou de concentration) est *a priori* plus aisée que la mesure du champ de vitesse, pour lequel on doit, le plus souvent, se contenter d'une seule composante. Cependant, ces simplifications trouvent leur contrepartie dans d'autres difficultés propres au champ scalaire, comme le mode d'injection des inhomogénéités, qui s'avère beaucoup plus déterminant que la façon dont est forcée la turbulence elle-même ; de ce fait, plus encore que pour le champ de vitesse, la pertinence d'une description statistique universelle du champ scalaire est loin d'être acquise.

La compréhension de l'intermittence du champ scalaire passif suscite actuellement un très grand nombre de travaux théoriques et numériques (voir Shraiman et Siggia (1999) [159], et Warhaft (1999) [185], pour deux revues très récentes sur le sujet). La motivation initiale de ces études est basée sur l'idée que le problème du scalaire passif constitue une version simplifiée du problème plus général de la turbulence. On espère ainsi que la compréhension du phénomène d'intermittence du scalaire passif ouvrira des pistes pour la compréhension de l'intermittence du champ de vitesse.

Les fluctuations de pression en turbulence

Alors que les fluctuations de vitesse semblent bien décrites par la théorie de Kolmogorov, tout du moins en ce qui concerne les fluctuations caractéristiques, la dynamique et les statistiques du champ de pression en turbulence restent en grande partie obscures. Du fait de difficultés à la fois théoriques (aspect non local) et expérimentales (capteurs en volume), il existe peu d'études consacrées à la pression en turbulence. Deux approches peuvent être envisagées :

a) La première est purement statistique, et se focalise sur l'intensité de ces fluctuations à différentes échelles [?, 40], dans un esprit proche des travaux de Kolmogorov pour les fluctuations de vitesse. L'idée est de lier les statistiques des incréments (ou gradients) de la pression à celles de la vitesse, pour lesquelles la théorie de Kolmogorov a pu prédire, avec un certain succès, des lois d'échelles (voir par exemple Batchelor (1950) [19]). L'étude, à la fois expérimentale et théorique, de George *et al.* (1984) [71] présente de façon extensive les premières tentatives de modélisation et de mesure de ces fluctuations de pression. Le lien entre gradient de pression et accélération lagrangienne motive un grand nombre d'études numériques récentes [136].

b) La seconde approche est axée sur les structures remarquables d'un écoulement turbulent. Elle a été initiée beaucoup plus récemment, lorsque Brachet (1990) [30], dans une étude numérique du vortex de Taylor-Green, a souligné le lien entre le champ de pression et le champ de vorticité, dont les simulations numériques avaient montré l'organisation en structures filamenteuses (Siggia (1981) [160], Kerr (1985) [87]). La première observation expérimentale de structures filamenteuses dans un écoulement turbulent, par Douady *et al.* (1991) [61] (voir aussi Cadot *et al.* (1995) [35]), qui a ouvert une voie nouvelle dans la compréhension de l'intermittence, a suscité un engouement exceptionnel dans la communauté turbulente. La géométrie utilisée était celle des disques en contrarotation. De nouveaux dispositifs expérimentaux ont été conçus (dans des géométries similaires [60, 66] ou différentes [180]), et de nombreuses simulations numériques (voir par exemple [77, 140]) ont été réalisées, afin de comprendre le comportement du champ de pression en turbulence, et en particulier le lien entre intermittence et structures filamenteuses.

Comme nous l'avons dit, l'étude des fluctuations de pression est un terrain bien plus délicat que celui des fluctuations de vitesse, à la fois d'un point de vue théorique et expérimental.

Les approches théoriques sont confrontées au double aspect *cause* et *conséquence* du champ de pression. D'un côté, le champ de pression agit comme source du champ de vitesse, qu'il s'agisse d'écoulements générés directement par une différence de pression (conduites, jets) ou par des con-

Expérience	R_λ	Référence
DNS homogène-isotrope	230	Prakash et Yeung (1999) [136]
Grille	100–450	Mydlarski et Warhaft (1996) [117]
Jet axisymétrique, dans l'air	530 – 850	Anselmet <i>et al.</i> (1984) [5]
Jet d'hélium	200 – 1200	Chabaud <i>et al.</i> (1994) [45]
Soufflerie, couche limite	500 – 1 450	Saddoughi et Veeravalli (1994) [154]
Disques contrarotatifs dans l'eau	1000 – 2000	La Porta <i>et al.</i> (1999) [94] (chapitre 4)
Soufflerie S_1 de l'ONERA (Modane)	2000–2720 (Axe) 3400 (Paroi)	Castaing <i>et al.</i> (1990) [34]
Disques contrarotatifs dans l'hélium	100–2000 (dissipatif) 2000–5000 (inertiel)	Zocchi <i>et al.</i> (1994) [191]
Couche limite atmosphérique	2 800 – 13 000	Champagne (1977) [44]
Couche limite atmosphérique	10 000 – 20 000	Sreenivasan et Dhruva (1998) [169]

Table 1: Exemples de gammes de R_λ pour différentes expériences et simulations, classées par R_λ maximum croissant. En caractère gras, les expériences étudiées dans ce mémoire.

ditions aux limites surfaciques (pales de disques par exemple). D'un autre côté, étant donné un champ de vitesse à un instant donné, on peut en déduire le champ de pression par intégration sur tout l'écoulement. Dès lors, les notions d'homogénéité et d'isotropie locales, hypothèses incontournables pour rendre abordables les calculs de statistiques du champ de vitesse, deviennent clairement problématiques pour le champ de pression, intrinsèquement dépendant des conditions de forçage à grande échelle.

En ce qui concerne les études expérimentales, la situation n'est guère plus simple. Passées les descriptions qualitatives des structures de basse pression, une approche plus quantitative est rapidement confrontée à la difficulté de la mesure. Deux voies sont envisageables : La première consiste en l'utilisation de capteurs mesurant localement une force exercée à leur surface. Cette approche souffre généralement de la perturbation de l'écoulement par le capteur et, de façon plus problématique, de l'aspect inévitablement *surfacique* de la mesure d'une quantité intrinsèquement *volumique* ; ces aspects seront discutés dans l'Annexe C. La seconde voie consiste en de nouvelles techniques expérimentales de mesure volumique non intrusive, mettant à profit une propriété physique du fluide liée à la pression⁴. C'est dans cette nouvelle voie que se situent les expériences de cavitation dans l'eau que nous présenterons au chapitre 4 : nous montrerons comment la nucléation de bulles de vapeur dans les régions de basse pression permet non seulement d'effectuer une visualisation à *seuil* des structures de basse pression, mais aussi donne accès à la partie négative des distributions de pression en volume.

Les expériences à très hauts nombres de Reynolds

Survole des expériences classiques

Pour caractériser les propriétés statistiques de la turbulence développée, et en particulier de leur aspect supposé universel à petite échelle, le nombre de Reynolds, $Re = UL/\nu$, n'est pas une quantité très adaptée : sa dépendance explicite en la taille et la vitesse caractéristiques de l'écoulement, et la part d'arbitraire qui leur sont attachées, rendent difficile toute comparaison entre différentes expériences (jets, couches limites, sillages...). En particulier, deux écoulements de même "intensité" turbulente peuvent être advectés par des vitesses moyennes $\langle U \rangle$ très différentes. Afin de

⁴Citons ici, bien qu'il ne s'agisse pas de mesure du champ de pression lui-même, des mesures non intrusives de diffusion d'ultrasons par la vorticité, dans des écoulements turbulents (Dernoncourt *et al.* (1998) [60]) ou au voisinage d'un tourbillon isolé (Manneville *et al.* (1999) [105]).

quantifier cette “intensité”, sans référence explicite aux quantités à grande échelle de l’écoulement, on définit habituellement un nombre de Reynolds microéchelle (ou de Taylor),

$$R_\lambda = u'\lambda/\nu,$$

où $u' = \langle u^2 \rangle^{1/2}$ est l’écart type des fluctuations de vitesse (u est de moyenne nulle), et λ , l’échelle de Taylor, est une échelle caractéristique des corrélations de vitesse. Bien que cette écriture n’exclue pas *a priori* de dépendance vis-à-vis des conditions particulières de forçage, un grand nombre de propriétés à petites échelles de la turbulence semblent bien caractérisées par cet unique paramètre de contrôle (voir par exemple Sreenivasan et Antonia (1997) [168]). D’après les hypothèses de similitude de Kolmogorov, on peut montrer que ces deux nombres de Reynolds sont liés par la loi :

$$R_\lambda \propto \sqrt{\text{Re}},$$

où le préfacteur dépend de la géométrie de l’expérience. Dans la suite, nous utiliserons ce nombre pour caractériser notre écoulement, ainsi que pour comparer nos observations avec d’autres expériences.

Nous avons rassemblé sur le tableau 1 quelques gammes typiques de nombres de Reynolds microéchelle pour différentes expériences.

Les nombres de Reynolds les plus élevés sont atteints en turbulence atmosphérique [169] ; cependant, les conditions de stabilité, le rythme diurne, imposant de ne retenir que quelques extraits utiles du signal, ne permettent pas toujours l’obtention de statistiques importantes. De plus, le taux de fluctuation parfois élevé peut rendre ces mesures délicates à interpréter. Un taux de fluctuation inférieur à 20 % semble limiter les nombres de Reynolds de la turbulence atmosphérique à $R_\lambda \sim 10^4$.

En ce qui concerne les expériences en laboratoire, utilisant le plus souvent l’air comme fluide de travail, les nombres de Reynolds les plus élevés sont atteints dans les grandes souffleries [5, 154]. Cependant, celles-ci sont en grande partie vouées à l’ingénierie aéronautique, et les conditions de contrôle et de stabilité peuvent grandement compliquer la tâche de l’expérimentateur pour l’étude des petites échelles de la turbulence.

Les nombres de Reynolds de la turbulence de grille sont assez faibles, mais cet écoulement est réputé satisfaire les hypothèses académiques d’homogénéité et d’isotropie de façon excellente. Les nombres de Reynolds plus élevés accessibles en jet sont au détriment d’un taux de fluctuation plus élevé. Citons également les expériences de souffleries cryogéniques (dédiées à l’aéronautique), fonctionnant à l’azote gazeux, et pouvant atteindre $R_\lambda \sim 10^4$ (Kilmore (1998) [63]).

Les nombres de Reynolds atteints dans les expériences à l’hélium sont parmi les plus élevés, et surtout présentent les gammes de variation les plus larges⁵. Ces expériences sont les seules capables de couvrir plus d’une décade de R_λ . On trouvera dans Donnelly et Sreenivasan (1998) [63] une revue récente des expériences de turbulence et de convection en environnement cryogénique.

L’hélium à basse température

Afin d’atteindre de très hauts nombres de Reynolds UL/ν , plutôt que de chercher à augmenter UL , l’alternative consiste à diminuer ν ; c’est ce que permettent les fluides à basse température, et en particulier l’hélium autour de 5 K (voir le tableau 2).

Les plus basses viscosités cinématiques, pour les fluides classiques⁶, sont atteintes dans l’hélium liquide : $2.6 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, soit près de 600 fois moins que dans l’air et 40 fois moins que dans l’eau. L’autre avantage offert par l’emploi des fluides cryogéniques, et sans doute le plus important, est la possibilité de faire varier cette viscosité, et donc le nombre de Reynolds, à géométrie fixée, ce qui est impossible avec les fluides usuels. En faisant varier la pression et la température dans

⁵Citons ici le projet de construction d’un cryostat de 10 m, au *Brookhaven National Laboratory* [63], permettant de couvrir des domaines $R_\lambda = 600\text{--}4\,000$ en turbulence de grille, et $3\,000\text{--}30\,000$ en convection (échelles dissipatives non résolues dans ce dernier cas).

⁶Les superfluides ont une viscosité qui chute à 0 à température nulle.

Fluide	T (K)	ρ (kg/m ³)	ν (m ² s ⁻¹)
Air	300	1.2	$1.5 \cdot 10^{-5}$
Eau	300	1000	$1.0 \cdot 10^{-6}$
Azote liquide 1 bar	77	810	$2.0 \cdot 10^{-7}$
Hélium gazeux 10 mbar	6	0.08	
Hélium gazeux 100 mbar	6	0.8	$1.8 \cdot 10^{-7}$
Hélium gazeux 1 bar	6	9	$7.6 \cdot 10^{-8}$
Hélium gazeux 3 bar	6	42	$2.8 \cdot 10^{-8}$
Hélium liquide 1 bar	4	125	$2.6 \cdot 10^{-8}$

Table 2: Densité et viscosité cinématique de quelques fluides.

la région 4 – 6 K, 10 mbar – 3 bar (voir le tableau 2), les propriétés du fluide — et notamment sa densité ρ — varient grandement, et permettent de couvrir une gamme de viscosité cinématique de

$$\nu = 2.8 \cdot 10^{-8} \text{ à } 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} ,$$

soit presque trois ordres de grandeur. Ainsi, dans une géométrie de petite taille ($L = 20$ cm), et avec des vitesses modérées ($U = 0.2\text{--}5$ m/s), il est possible de couvrir plus de 4 ordres de grandeurs

$$\text{Re} \simeq 3 \cdot 10^3 \text{ à } 4 \cdot 10^7.$$

L'équivalent de cette gamme est, en terme de nombre de Reynolds microéchelle,

$$R_\lambda \simeq 100 \text{ à } 5000.$$

Ces valeurs maximales sont proches de celles rencontrées en turbulence atmosphérique ou océanique, ainsi que dans les applications navales ou aérospatiales⁷ ($\text{Re} \simeq 10^8\text{--}10^9$). De telles viscosités cinématiques équivalent, *grosso modo*, à décaler de 4 ordres de grandeur vers le bas la gamme d'échelles de longueur en jeu dans l'écoulement, de l'échelle d'injection à l'échelle de dissipation. Le revers de la médaille est la résolution, spatiale et temporelle, nécessaire pour étudier les statistiques des petites échelles. A titre de comparaison, l'échelle de Kolmogorov, en turbulence atmosphérique, est de l'ordre du millimètre, et peut atteindre le micron dans nos expériences. Cette contrainte limite en pratique notre gamme de nombres de Reynolds à $R_\lambda \simeq 100$ à 2000 ; la gamme 2000 – 5000 a été explorée afin d'étudier l'évolution des lois d'échelles anormales du domaine inertiel, mais ne sera pas étudiée dans le présent mémoire.

Plan de ce mémoire

Chapitre premier — Les dispositifs expérimentaux dans l'hélium Nous décrivons dans ce chapitre les dispositifs utilisés pour les mesures de vitesse et de température des chapitres 2 et 3. Après une rapide description des propriétés de l'hélium gazeux à basse température, nous détaillerons les deux cellules expérimentales, ainsi que les aménagements spécifiques à chaque étude. La fabrication des sondes (thermomètres et anémomètres), leur calibration et leur résolutions seront décrits en détail.

Chapitre deuxième — Etude expérimentale des transferts d'énergie Nous nous consacrons à une étude détaillée des transferts d'énergie, en mettant l'accent sur l'influence des grandes échelles et des effets visqueux à nombres de Reynolds modérés. Nous montrerons que l'équation de Kolmogorov est remarquablement satisfaite dans la gamme $R_\lambda = 100 - 1200$, et nous mettrons en évidence une tendance très lente vers un régime asymptotique ($\text{Re} \rightarrow \infty$).

⁷A titre de borne supérieure, citons la convection turbulente solaire, dont le nombre de Reynolds avoisine 10^{13} [63].

Chapitre troisième — Etude des fluctuations thermiques dans l'hélium Nous présenterons dans ce chapitre de nouvelles expériences de fluctuations de température, considérées comme un champ scalaire passif, dans l'hélium à basse température. Nous détaillerons l'étude des deux aspects de l'intermittence du champ scalaire passif : la persistance de l'anisotropie à petite échelle, et l'observation de lois fortement anormales dans le domaine inertiel. Nous nous pencherons sur les caractéristiques des fronts thermiques, responsables de la persistance de l'anisotropie, et discuterons leur influence sur les lois d'échelles anormales.

Chapitre quatrième — Une étude des structures de basse pression en turbulence Dans ce chapitre il sera traité d'observations nouvelles concernant les filaments de basse pression observés dans l'écoulement turbulent généré entre deux disques en contrarotation. Ces observations sont effectuées grâce à la cavitation dans l'eau, permettant d'obtenir une mesure non intrusive des structures de basse pression en volume. Nous montrerons que la cavitation permet d'obtenir à la partie négative de la distribution de pression en volume, non accessible par une mesure conventionnelle.

Chapter 1

Les dispositifs expérimentaux dans l'hélium

Dans ce chapitre, nous allons nous attacher à décrire les dispositifs expérimentaux utilisés dans cette thèse pour les mesures de fluctuations de vitesse et de température (chapitres 2 et 3). Le fluide utilisé est de l'hélium gazeux à une température voisine de 5 K, et la turbulence est générée par la rotation de deux disques en vis-à-vis dans un cylindre. Deux dispositifs utilisant l'hélium ont été conçus à partir de cette géométrie par J. Maurer et G. Zocchi (voir Zocchi *et al.* (1994) [191] et Belin (1998) [24]).

Après une description rapide des propriétés de l'hélium, nous détaillerons les dispositifs expérimentaux utilisés, l'environnement cryogénique et les contraintes qui y sont associées. Nous décrirons les cellules dans lesquelles l'écoulement turbulent est généré, ainsi que les aménagements spécifiques aux différentes études — mesures de vitesses en contra-rotation ou en couche limite rugueuse, mesures de température en aval d'une grille chauffée.

Nous nous pencherons ensuite sur les capteurs de vitesse et de température que nous utilisons pour les mesures locales, et les techniques associées à chacune de ces mesures. Nous approfondirons plus particulièrement les mesures de températures, nouvellement développées pour ce travail de thèse. Enfin, nous décrirons rapidement l'écoulement dans les différentes configurations.

1.1 Le dispositif expérimental

1.1.1 Propriétés physiques de l'hélium à basse température

Sur la figure 1.1 est représenté un diagramme de phases de l'hélium ^4He . Pour des températures supérieures à 2.2 K, l'hélium se comporte comme un fluide classique. La vitesse du son, de l'ordre de 200 m/s, est grande comparée aux vitesses typiques en jeu dans l'écoulement que nous étudions (de l'ordre du m/s), ce qui nous permet d'utiliser l'approximation de fluide incompressible. Nous travaillerons dans l'hélium gazeux et dans la région inférieure de la phase supercritique, dans un domaine de température de 4.2 à 6.5 K, et de pression entre 10 mbar et 3 bar (voir la zone grisée sur le diagramme des phases). C'est essentiellement cette variation en pression, et donc en densité, d'un facteur 300, qui nous permet de faire varier la viscosité cinématique sur la gamme¹ $\nu = 2.8 \cdot 10^{-8} - 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Il est possible en théorie de travailler également dans la phase liquide² ; cependant, le comportement de nos anémomètres est assez différent dans cette phase : à haute vitesse, le régime de

¹La viscosité dynamique η , elle, varie beaucoup moins, seulement d'un facteur 2 sur le domaine (P, T) étudié. La variation de viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$ dépend donc, pas trop près de la ligne critique, essentiellement de la densité ρ .

²Aussi appelée *hélium I*, par opposition à la phase superfluide appelée *hélium II*.

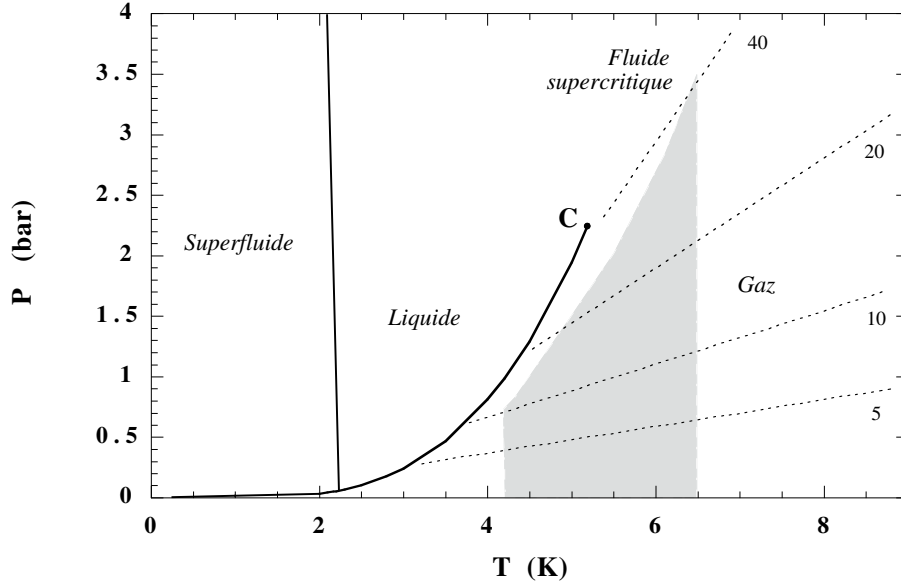


Figure 1.1: Diagramme de phases de l'hélium (la phase solide, non représentée, est à $P > 25$ bar). Les expériences ont lieu dans le gaz. Lorsque la cellule est fermée, le gaz reste sur une ligne isodensité, indiquée par les traits pointillés (de bas en haut : $\rho = 5, 10, 20$ et 40 kg/m³). Le point critique C (5.20 K, 2.29 bar) a la densité la plus élevée qui puisse être atteinte par le gaz, $\rho_c = 69.3$ Kg/m³. Aux faibles densités, $\rho \lesssim 10$ kg/m³, le gaz peut être considéré comme parfait (vérifiant l'équation d'état $P = \rho kT/M$). La zone grisée correspond aux conditions d'expérimentation.

transfert de chaleur semble changer, rendant les calibrations douteuses, et nous avons préféré nous restreindre aux phases gazeuse et supercritique.

Pour les mesures de fluctuations de température, nous avons également besoin de connaître la variation du nombre de Prandtl,

$$\text{Pr} = \nu/\kappa,$$

défini comme le rapport de la viscosité cinématique et de la diffusivité thermique. Suffisamment loin de la ligne critique, dans la région gazeuse, nous avons

$$\text{Pr} \simeq 0.7 \text{ à } 0.9,$$

proche des valeurs obtenues dans la plupart des gaz ; ceci s'explique par le fait que pour un gaz, le même mécanisme physique, l'agitation thermique, est responsable du transport de proche en proche de la chaleur $\rho c_p T$ et de la quantité de mouvement $\rho \vec{u}$. En revanche, à plus haute pression, l'aspect plus "liquide" du fluide supercritique commence à se faire sentir, et le nombre de Prandtl atteint 6.7 au point critique (le nombre de Prandtl de l'eau, à température et pression ambiantes, vaut environ 6). Cependant, pour des raisons qui seront explicitées plus loin, les expériences de fluctuations de température n'ont été menées pour l'instant que dans une gamme de pression restreinte ($0.3 < P < 2$ bar), et nous restons dans la situation $\text{Pr} \simeq 0.7\text{--}0.9$.

1.1.2 Les cellules

Dans la plus grande des deux cellules ont été réalisées les expériences de fluctuations de vitesse en modes contra- et co-rotatif, décrites au chapitre 2, ainsi que les expériences de fluctuations de température en corotatif en aval d'une grille chauffante, décrites au chapitre 3. Dans la seconde ont été réalisées des expériences en contra- et co-rotation avec obstacle, également décrites dans le chapitre 2. Le tableau 1.1 résume quelques caractéristiques de chacune de ces cellules.

La petite cellule

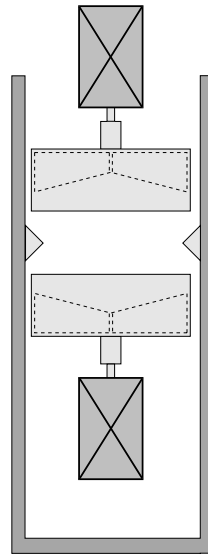


Figure 1.2: Petite cellule à l'échelle 1:3.

Nous nous contenterons ici d'une description sommaire de la petite cellule, en reportant le lecteur à Belin (1998) [24] où la description est plus complète. Outre le rapport d'aspect légèrement supérieur ($h/D = 0.84$ pour la petite, 0.65 pour la grande), la différence réside essentiellement en la présence de 8 obstacles triangulaires dans la petite cellule, disposés radialement (voir la figure 1.2). En corotation, la turbulence est essentiellement produite par la présence de ces obstacles.

La grande cellule

La grande cellule consiste en un cylindre en aluminium de 20 cm de diamètre, dans lequel sont disposés en vis-à-vis deux disques, de même diamètre et distants de 13 cm (voir figures 1.3 et 1.4). Ces disques sont munis de 6 pales de 3 cm de hauteur ainsi que d'une "jupe", cerclage extérieur de la hauteur des pales.

Ces disques sont mis en rotation à l'aide de moteurs (Escap) fonctionnant en courant continu, à des puissances de l'ordre du watt — la puissance à fournir étant fonction de la vitesse de rotation et de la densité du fluide à entraîner. Afin de pouvoir fonctionner à basse température, ces moteurs sont entièrement dégraissés, par nettoyage aux ultrasons. Pour diminuer les frottements, nous allégeons la contrainte mécanique des contacts sur le rotor.

La fréquence de rotation des disques est déterminée en mesurant les oscillations de tension induites par la rotation des moteurs à l'aide d'un analyseur de spectre (décrit en section 1.2.4). Cette calibration doit être effectuée pour chaque densité ainsi que pour les deux modes (co- et contra-rotation) ; on obtient typiquement 1 V pour 4 Hz.

Cellule	Diamètre	Hauteur	h/D	Particularités
Grande	20 cm	13 cm	0.65	<i>cf.</i> tableau 1.2
Petite	6.3 cm	5.3 cm	0.84	Obstacles triangulaires
Expérience à l'eau	20 cm	33 cm	1.65	Milieu "infini"

Table 1.1: Les différentes cellules. Les deux premières cellules concernent les expériences à l'hélium et sont décrites dans ce chapitre. La troisième, donnée à titre de comparaisons, concerne les expériences de cavitation dans l'eau et sera décrite au chapitre 4.

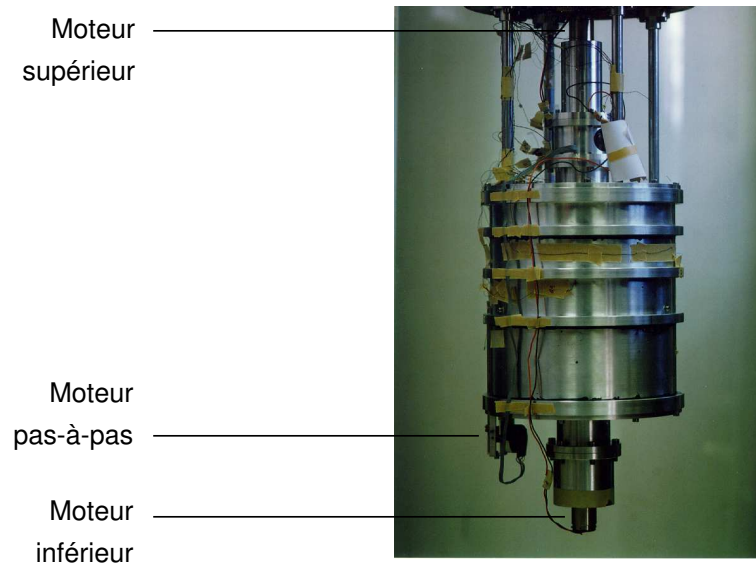


Figure 1.3: Grande cellule vue de l'extérieur.

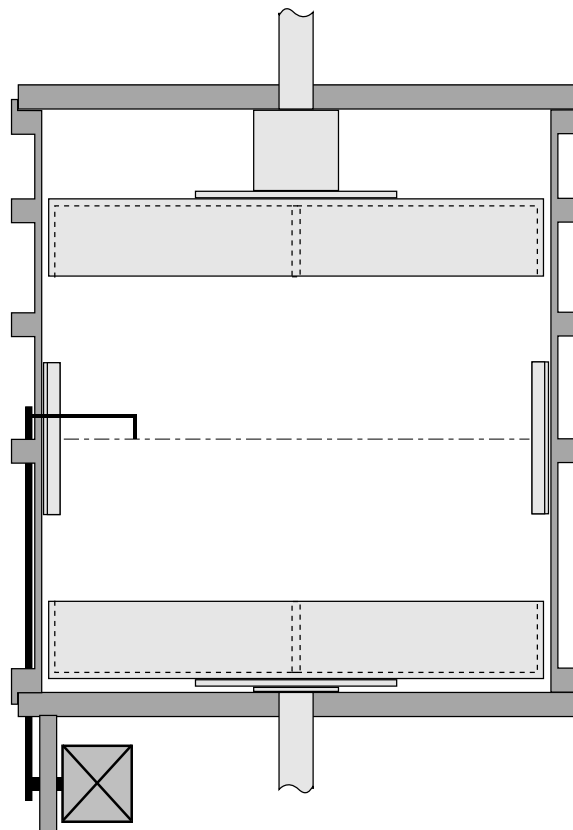


Figure 1.4: Grande cellule, à l'échelle 1:3. La sonde mobile et la rangée d'obstacle (figurée par les rectangles sur la paroi de la cellule) sont utilisées dans la configuration **D** (voir le tableau 1.2, p. 38).

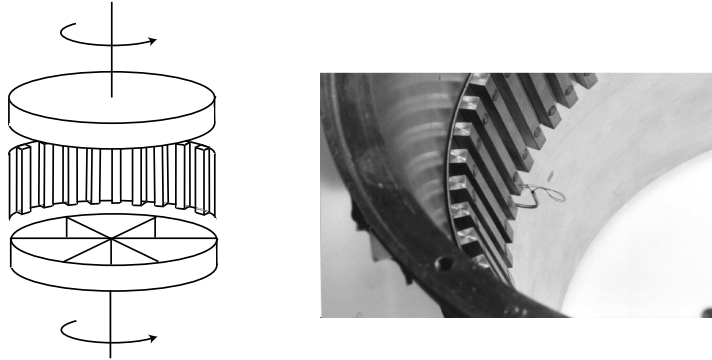


Figure 1.5: Schéma de la rangée d'obstacles utilisée dans les expériences de “couche limite rugueuse” (configuration **D**), à gauche, et photo de ce dispositif avec une sonde fixe, à droite.

En fonction des différents types d'expériences dans cette cellule, des aménagements spécifiques ont été réalisés : une rangée d'obstacles, pour l'étude de la turbulence dans une situation de couche limite rugueuse, et une grille chauffante pour l'étude des fluctuations de température.

Couche limite rugueuse Nous avons disposé une rangée d'obstacles (voir les figures 1.4 et 1.5), constituée de barreaux de section carrée, de 5 mm de côté, 6 cm de haut et équidistants de 1 cm, à la périphérie du cylindre. Dans cette configuration, nous avons utilisé un moteur pas à pas (Escap P310), fixé sous la cellule, permettant de déplacer une sonde à différentes distances de la paroi. La sonde décrit un arc de cercle de rayon 5 cm. Il est donc possible d'explorer la gamme de distance 0–5 cm de la paroi, avec une précision de 50 μm .

Forçage thermique : la grille chauffante Pour l'étude des fluctuations thermiques, le forçage thermique que nous avons adopté est celui d'une grille chauffante, en aval de laquelle sont mesurées les fluctuations de température. Ce choix a été dicté par deux contraintes : les symétries du forçage thermique devaient être suffisamment simples, et les fluctuations induites suffisamment importantes pour être mesurables.

La grille est constituée d'un double réseau de fils de Nichrome (résistivité 33.5 Ω/m , indépendante de la température), de diamètre $d = 250\mu\text{m}$, tendu sur un cadre rigide, de 4.5 cm \times 4.0 cm. La résistance totale du réseau est $R_g = 2 \times 30 \Omega$. La maille de ce réseau est de $M = 2.0$ mm, et la solidité, définie comme le rapport de la surface masquée par les fils sur la surface totale, est de 0.22. La grille est placée à 1.0 cm de la paroi, à 2.5 cm du disque inférieur et à 6.0 cm du disque supérieur. La figure 1.6 est une vue d'ensemble du dispositif expérimental, et les figures 1.7 et 1.8 montrent la situation de la grille et des sondes de température dans la cellule.

1.1.3 Les cryostats

Les figures 1.9 et 1.10 représentent les deux cryostats utilisés, destinés à accueillir les deux cellules que nous venons de décrire.

Le grand cryostat, représenté en figure 1.9, consiste en un réservoir de 200 L en acier inoxydable contenant de l'hélium liquide dans lequel est immergé le dispositif expérimental. Le bain d'hélium liquide est en équilibre avec sa vapeur, à 4.2 K sous pression atmosphérique (connecté au réseau du liquéfacteur d'hélium). Le niveau d'hélium disponible est mesuré par une jauge supraconductrice. Ce réservoir est isolé de l'extérieur par 4 enceintes gigognes, de 2 mm d'épaisseur, entre lesquelles règne un vide moléculaire : 10^{-6} mbar à température ambiante, et jusqu'à 10^{-7} à froid (effet du pompage cryogénique). Chaque enceinte encaisse une fraction de la différence de température entre l'extérieur, à 300 K, et l'intérieur, à 4.2 K.

La cellule est contenue dans un dewar rempli d'hélium gazeux (noté *dewar intérieur* sur la figure 1.9). Afin de pouvoir stabiliser la température du gaz légèrement au-dessus de 4.2 K, ce

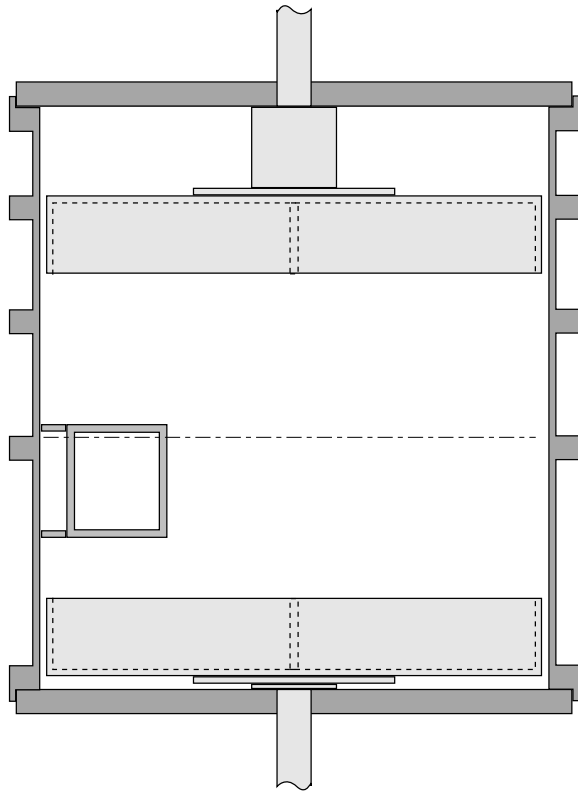


Figure 1.6: Dispositif expérimental utilisé pour le forçage thermique, à l'échelle 1:3. La ligne pointillée représente le plan équidistant aux disques. Le bras mobile n'est pas représenté ici.

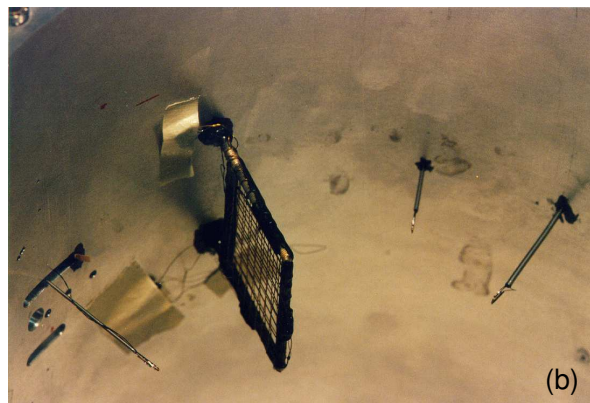
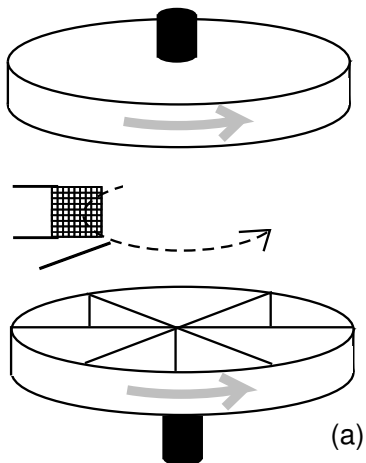


Figure 1.7: (a) : Schéma indiquant la position de la grille et d'une sonde. (b) : Photographie de la grille (vue de dessous). A droite se trouvent deux sondes fixes, distantes de 4.1 et 5.8 cm (soit respectivement $x/M \simeq 20$ et 29), et à gauche la sonde montée sur le bras mobile.

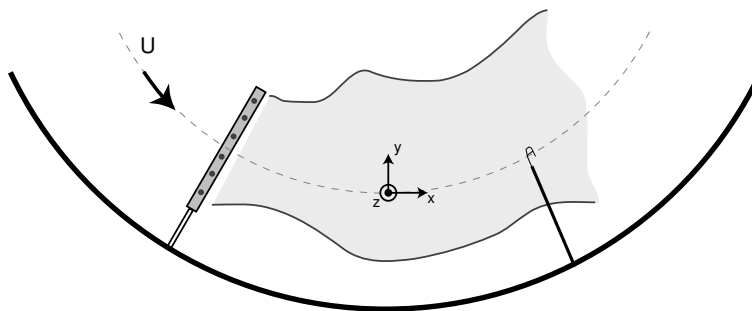


Figure 1.8: Dispositif grille-sonde (vue de dessus, si la sonde représentée est une des deux sondes fixes). Localement, en négligeant la courbure, on peut adopter un système de coordonnées orthogonal (x, y, z) , tel que l'écoulement moyen soit selon x .

dewar est placé à l'intérieur d'un second dewar (noté *dewar extérieur*), entre lesquels règne un vide poussé (jusqu'à 10^{-7} mbar). L'étanchéité des dewars est assurée à l'aide de joints d'indium. Le transfert thermique — évacuation de la chaleur de l'hélium gazeux vers le bain d'hélium liquide — est assuré par un pont thermique, reliant entre eux les plateaux fermant les deux enceintes.

Une fois la cellule et ses deux enceintes placées dans le cryostat, il reste une réserve d'environ 80 L d'hélium liquide. Le taux d'évaporation moyen étant d'environ 0.4 L/h, la cellule peut être conservée à froid, en l'absence d'expérience, pendant une semaine environ. Les expériences de fluctuation de vitesse sont régulées à une puissance typique de 1 W, et augmentent cette dissipation de 1.4 L/h, soit environ 2 jours d'autonomie. Les expériences de fluctuation de température, elles, peuvent consommer jusqu'à 8 L/h aux plus hautes pressions accessibles, ce qui réduit cette autonomie à une dizaine d'heures environ (soit jusqu'à un transfert d'hélium liquide par jour).

Le petit cryostat, représenté en figure 1.10, est d'une conception quelque peu différente. Il est constitué d'un bain d'azote liquide ouvert à la pression atmosphérique (à 77 K), dans lequel est plongé une enceinte contenant l'hélium liquide. Les deux dewars ambient-azote et azote-hélium ont des doubles parois de verres épais, entre lesquelles règne un vide moléculaire. La cellule est immergée dans le bain d'hélium liquide. Elle contient 8 L d'hélium gazeux, isolé thermiquement de l'hélium liquide par une double enceinte, dans laquelle règne un vide cryogénique.

Transferts de chaleur cellule-cryostat

Le maintien de la température dans la cellule est assuré au moyen d'un système de régulation : la chaleur apportée au gaz provient d'un réseau de fils résistifs encerclant la cellule, ainsi que de la puissance fournie par les disques et dissipée par l'écoulement turbulent (échauffement local dû à la dissipation visqueuse). Pour les expériences de fluctuation de température, la chaleur apportée provient de la grille, et il n'est pas nécessaire d'utiliser ce réseau résistif — nous détaillerons les transferts de chaleur dans cette situation dans la section suivante. Ce réseau de résistances est asservi par par une sonde de température en germanium, via un pont de régulation. En régime stationnaire, la puissance P_r apportée par ce réseau compense la puissance transférée de la cellule vers le cryostat, que l'on peut écrire $P_c = \beta(T_0 - T_c)$, où β est la conductance thermique cellule-cryostat. La température d'équilibre du gaz, résultant de ce bilan de puissance, est donc contrôlée par cette conductance. Elle devra être suffisamment basse, afin de permettre de travailler à température élevée (jusqu'à $T_0 \simeq 6.5$ K typiquement) sans dissiper trop vite le bain d'hélium liquide. Par contre, si la conductance est trop basse, la température de la cellule augmente trop rapidement et devient impossible à réguler. C'est la raison pour laquelle la cellule est maintenue dans une double enceinte, isolée par le vide, qui minimise la conduction. Le pont thermique, un cylindre de cuivre d'environ 50 cm^2 de section, conduit la chaleur à raison de $\beta \simeq 1 \text{ W/K}$. Dans ces conditions, la régulation débitera une puissance de l'ordre du watt pour maintenir la température du gaz aux alentours de 5 K.

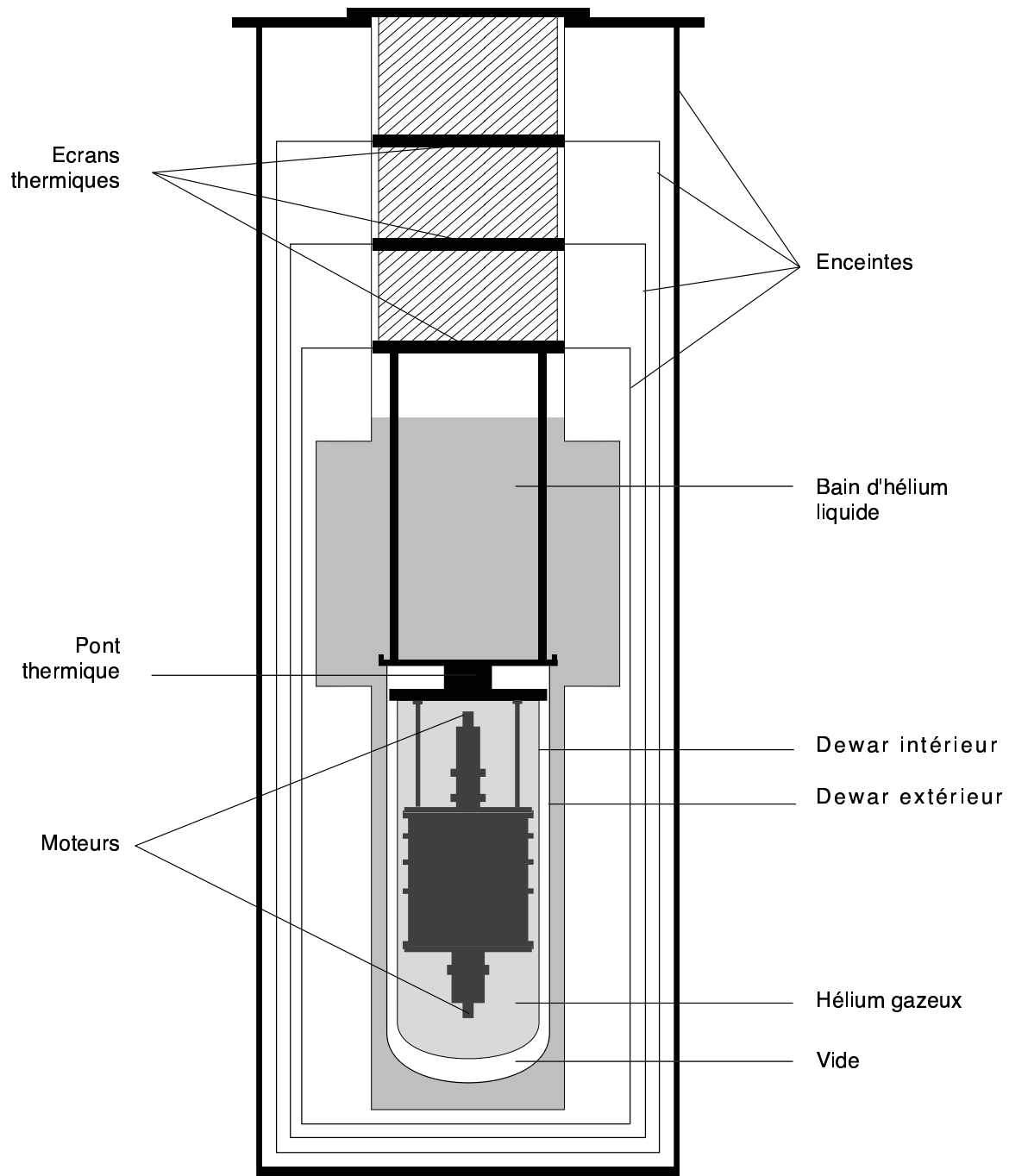


Figure 1.9: Grand cryostat, à l'échelle 1:10.

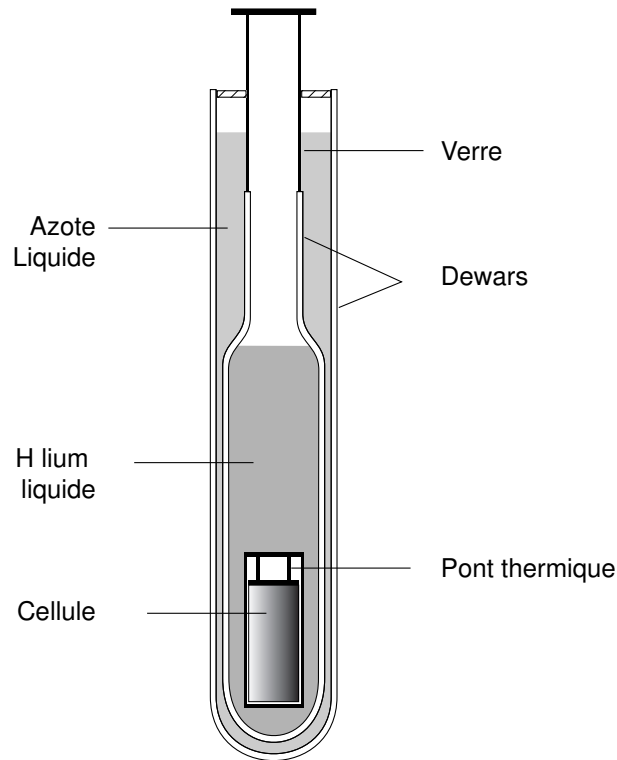


Figure 1.10: Petit cryostat, à l'échelle 1:10.

Transferts de chaleur en présence de la grille chauffante

Nous allons considérer maintenant les transferts de chaleur dans le cas des mesures de température, pour lesquelles le forçage thermique est assuré par une grille chauffante. La géométrie fermée de notre écoulement fait que la puissance injectée par la grille tend à élever la température moyenne, problème qui ne se pose pas en géométrie ouverte où le fluide chauffé est évacué. Les contraintes qui en découlent imposent un compromis entre :

1. Une température moyenne du fluide pas trop élevée, dans la gamme 5–10 K, dans la région de forte sensibilité de notre capteur (cette sensibilité chute d'un facteur 4 environ entre 5 et 10 K).
2. Un chauffage de la grille suffisant, afin d'induire des fluctuations de température d'au moins 10 mK (rapport (signal/bruit)² d'au moins 40 dB, voir section 1.3.4).
3. Enfin, une puissance dissipée par la grille (égale, en régime stationnaire, à la puissance transférée au bain d'hélium liquide du cryostat), raisonnable afin de manipuler pendant un temps suffisant, typiquement de quelques heures. La réserve de 40 L d'hélium liquide du cryostat nous permet, à raison de 1 W \simeq 1.4 L/h, de travailler à une puissance dissipée maximale de l'ordre de 6 W.

Explicitons un peu ces points : la puissance dissipée par la grille est donnée par $P_g = \alpha(T_g - T_0)$, où la fonction $\alpha(\text{Nu})$ inclut la conductivité thermique et la dimension caractéristique de la grille. Le nombre de Nusselt, Nu, caractérise l'efficacité du transfert convectif par rapport au seul transfert par conduction. La dépendance en la vitesse du fluide, par l'intermédiaire du nombre de Nusselt, peut en fait être oubliée : étant en géométrie fermée, le fluide passera plusieurs fois à travers la grille jusqu'à atteindre sa température moyenne d'équilibre T_0 , qui ne dépendra donc pas *in fine* de la vitesse ; nous avons mesuré $\alpha \simeq 1.1$ W/K. La puissance évacuée de la cellule vers le bain

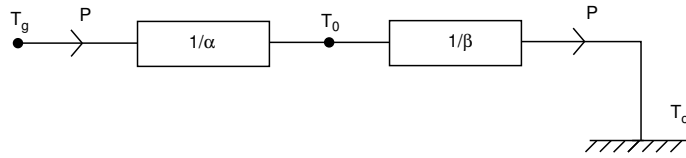


Figure 1.11: Schéma électrique équivalent au système grille–cellule–cryostat. En régime stationnaire, les puissances transférées (analogues au courant) sont égales. On en déduit la différence de température grille–cellule $T_g - T_0$ (analogue à une différence de potentiel électrique)

d’hélium s’écrit comme précédemment $P_c = \beta(T_0 - T_c)$, où $T_c = 4.2$ K est la température de l’hélium liquide, et β la conductance thermique cellule–cryostat. En régime stationnaire³, on a $P_g = P_c$, le système tend donc vers une température moyenne T_0 résultant de l’équilibre entre ces deux puissances :

$$T_0 = \frac{\alpha T_g + \beta T_c}{\alpha + \beta}$$

Ceci est figuré sur un schéma électrique équivalent, figure 1.11. Afin de travailler à T_0 suffisamment bas (points 1 et 3) tout en induisant des fluctuations de température $\propto (T_g - T_0)$ suffisamment élevées (point 2), nous avons cherché à augmenter le coefficient β de transfert cellule–cryostat. Avec un vide moléculaire entre les deux dewars, ce transfert est assuré par le seul pont thermique supérieur (soit environ $\beta \simeq 1$ W/K). S’il est trop élevé, la température dans la cellule sera trop inhomogène (élevée au centre, basse près des parois en contact avec le cryostat) et donc très difficile à mesurer. Nous avons pu augmenter sensiblement ce coefficient de transfert en laissant une pression résiduelle d’environ 1 mbar d’hélium entre les dewars, permettant de réduire la différence de température $T_0 - T_c$ d’un facteur 3 environ (typiquement $T_0 \simeq 6$ K) ; il semble pour l’instant difficile de faire mieux. Dans un proche avenir, une meilleure résolution de nos détecteurs permettra de travailler à puissance de grille bien inférieure, et donc de s’affranchir de cette contrainte.

1.2 Mesures locales : anémométrie et thermométrie

Les mesures effectuées sont de deux types : mesures de vitesse, par anémométrie à fil chaud, et mesures de température, par thermométrie à fil froid. Les mêmes capteurs nous permettent de réaliser ces deux types de mesure, seul diffère l’asservissement électronique. Les capteurs habituels, anémomètres et thermomètres, ne pouvant fonctionner dans un environnement cryogénique, nous devons fabriquer nos propres sondes. Nous reportons le lecteur à Belin (1998) [24] pour les détails de fabrication, nous nous contentons ici d’en rappeler les grandes lignes.

1.2.1 Fabrication des sondes

Nos sondes consistent en une fibre de carbone de $7 \mu\text{m}$ de diamètre et de résistivité environ $10 \Omega/\mu\text{m}$ à basse température, tendue sur un cadre rigide d’environ 2 mm. Le choix du carbone est motivé par son assez bonne dépendance résistivité–température et son très faible coefficient de dilatation thermique. Le support est une fil d’acier inoxydable isolé, de $250 \mu\text{m}$ de diamètre, et coudé sur 2 mm de large (voir la figure 1.12). Sur ce support est fixé un cadre en Invar 36 (alliage fer–nickel), constitué de deux “L” tête-bêche, au moyen d’un collage au stycast (résine d’epoxyde, isolante). La fibre de carbone est tendue et collée en travers de ce cadre, en suspendant un écrou pendant la durée du séchage de la colle. Cette méthode permet d’assurer une bonne tension de la fibre (1 g), et d’éviter les vibrations de celle-ci dans l’écoulement.

³On peut négliger ici la puissance fournie par la rotation des disques, qui contribue beaucoup moins à l’élévation de la température moyenne dans ce cas.

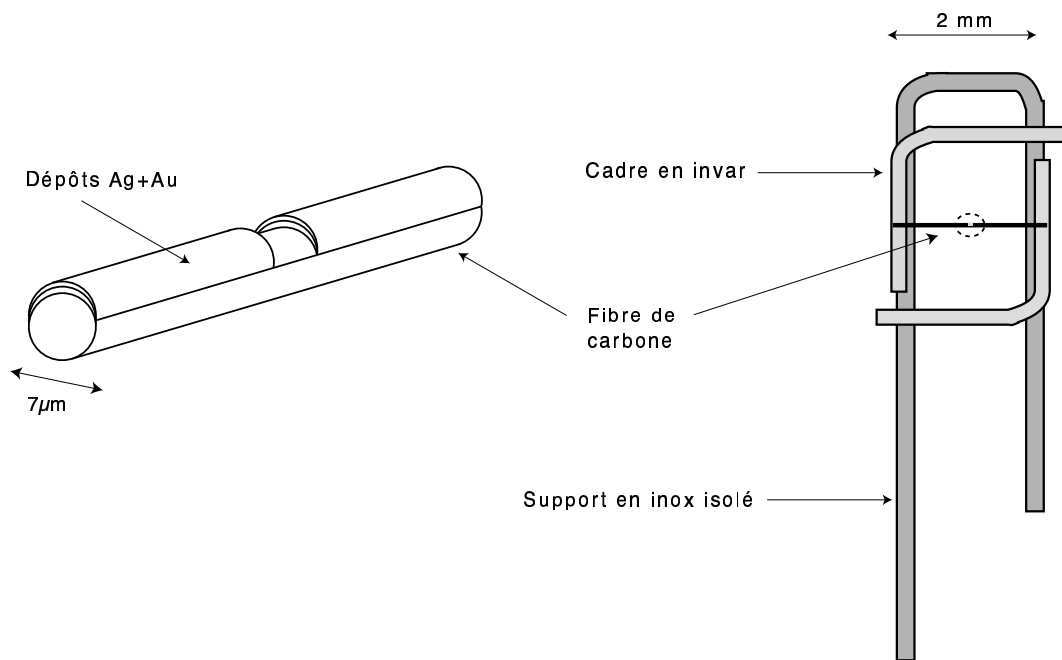


Figure 1.12: Schéma d'une sonde et de son support. Lors de dépôt métallique par évaporation, une seconde fibre est placée perpendiculairement à la première, afin de faire un cache qui empêche le dépôt sur la zone centrale.

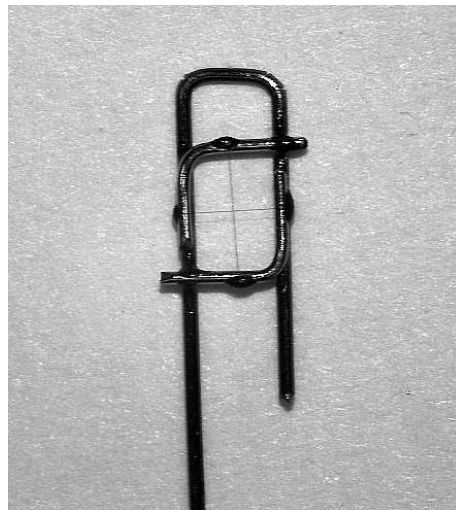


Figure 1.13: Sonde avant évaporation. On distingue la fibre, horizontale, et le cache, vertical, tendus sur le cadre en Invar. Après évaporation, le cache est ôté.

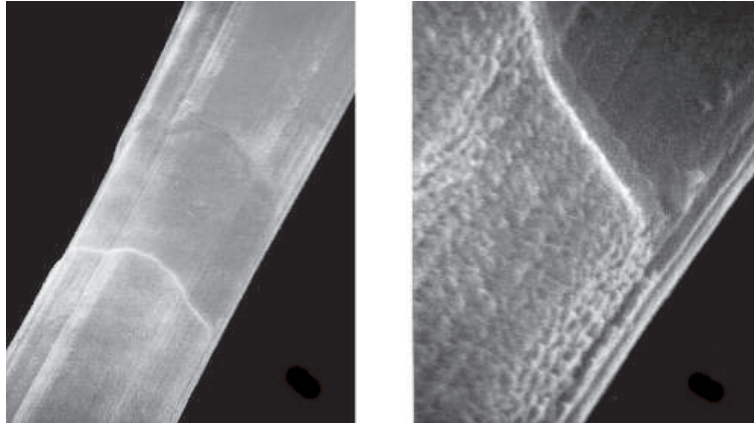


Figure 1.14: Photos par microscopie électronique de la fibre après évaporation. A gauche : 1 cm représente $1.3 \mu\text{m}$. A droite : 1 cm représente $0.25 \mu\text{m}$.

L'intérêt du cadre en Invar est de présenter un coefficient de dilatation thermique très faible, et surtout très proche de celui du carbone⁴ ; ceci permet de garder la fibre correctement tendue lors de la mise à froid. En outre, ce cadre permet de fixer à la fibre les connections électriques sans risque de l'endommager. Ces fixations sont faites au stycast puis, après séchage, en couvrant l'ensemble connections + branche du cadre en Invar + extrémité de la fibre d'une solution de laque d'argent, qui assure une excellente conduction électrique.

La seconde étape consiste à effectuer un dépôt métallique sur l'ensemble de la fibre, à l'exception d'une zone centrale "nue", qui sera la zone sensible de notre capteur. Pour ce faire, nous disposons un cache, en général une fibre du même type que la première fixée sur le cadre perpendiculairement à la première fibre. Nous déposons une double couche argent + or, d'épaisseur 500 à 2000 Å, par évaporation (sous pression 10^{-10} bar, et à vitesse $\sim 10 \text{ \AA/s}$).

Le diamètre du cache impose donc la longueur de la zone sensible. La résistance de la sonde est due essentiellement à cette zone nue, le dépôt métallique étant de résistance bien moindre sur le reste de la fibre ; environ 1/3 de la résistance totale de la sonde est due à cette zone sensible. Elle doit être suffisamment courte pour permettre une bonne résolution spatiale (comparée à l'échelle de Kolmogorov η , comprise entre $1 \mu\text{m}$ et $300 \mu\text{m}$), mais pas trop afin de ne pas affecter la sensibilité (c'est-à-dire la dépendance résistance-température). Pour les mesures en thermométrie, pour lesquelles la sensibilité est un critère bien plus contraignant que la résolution spatiale ($\eta > 40 \mu\text{m}$ aux Reynolds auxquels nous avons travaillé), nous avons utilisé des caches de 7 et $25 \mu\text{m}$; pour les mesures en anémométrie, les caches sont tous de $7 \mu\text{m}$.

1.2.2 Mesures de température

Qu'ils s'agisse des mesures de vitesse ou de température, l'électronique d'asservissement consiste en un pont de Wheatstone amplifié. Dans le cas de la température — le plus simple — il s'agit d'un montage à courant constant (et faible), permettant la mesure des fluctuations de la résistance : c'est la technique de fil froid. Dans le cas de la vitesse, il s'agit d'un montage à température constante, permettant la mesure des fluctuations de puissance dissipée, nécessaire au maintien de la température de la sonde : c'est la technique du fil chaud.

Thermométrie : pont à courant constant

Principe Le principe de la thermométrie à fil froid consiste simplement en la mesure des variations de la résistance en fonction de la température locale du fluide, tirant partie de la grande

⁴Le coefficient de dilatation thermique de l'Invar à température ambiante est de $2 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, à comparer aux valeurs des métaux usuels, autour de $1 - 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

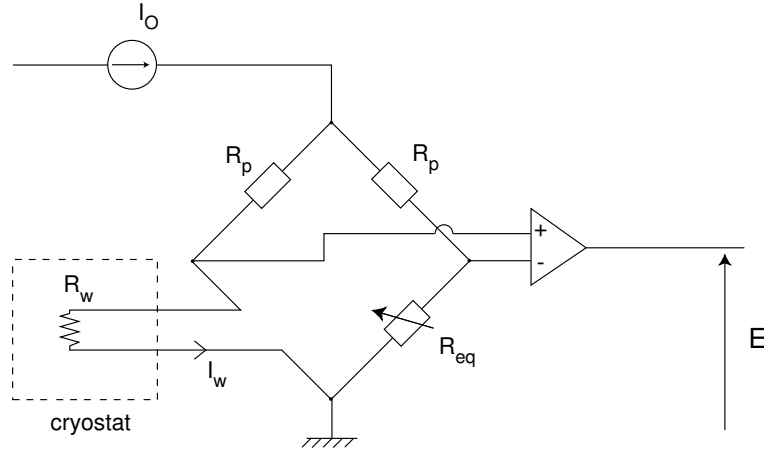


Figure 1.15: Schéma d'asservissement du pont à courant constant. Lorsque le pont est équilibré, $E=0$, et $I_w = I_0/2$.

sensibilité du carbone à basse température. Pour des variations faibles autour d'une moyenne T_0 , on peut linéariser la variation de résistance [100] :

$$R_w = R_0[1 + \alpha(T_w - T_0)], \quad (1.1)$$

où T_w est la température du fil, supposée égale à celle du fluide (ce point sera discuté plus loin). Le coefficient de résistivité $\alpha = 1/R_0(\partial R_w/\partial T)_{T_0}$ est négatif (comme pour la plupart des matériaux à basse température). Afin de mesurer cette résistance $R_w(T)$, on fait circuler un courant faible I_w , et l'on mesure les fluctuations de la tension $E = R_w(T)I_w$. Naïvement, plus I_w sera élevé, plus les fluctuations de tension seront faciles à détecter ; cependant, un fort courant va chauffer la sonde et diminuer sa résistance, et la température mesurée sera celle de la sonde et non celle du fluide. De plus, la puissance dissipée $P = R_w I_w^2$, emportée par le fluide, conduira à une tension mesurée $E = \sqrt{P R_w}$ qui sera essentiellement sensible au transfert de chaleur sonde–fluide, et donc à la vitesse (c'est d'ailleurs le principe de l'anémométrie à fil chaud). Un compromis doit être trouvé, consistant à utiliser un courant maximum sans trop chauffer le fil, afin qu'il ne soit sensible qu'à la température — d'où le nom de thermométrie à fil froid.

Le circuit électronique La figure 1.15 représente le pont à courant constant utilisé à cet effet. Le capteur constitue une des branches du pont, équilibré par une résistance R_{eq} (les deux résistances R_p sont égales à 5 k Ω). On ajuste cette résistance à la valeur $R_0 + R_c$, où $R_0 = R_w(T_0)$ est la résistance moyenne du capteur et R_c la résistance des connections (descente des fils dans le cryostat + supports), de sorte que le pont soit à l'équilibre. Pour un fin contrôle du courant de pont, nous utilisons une source fournissant un courant stabilisé I_0 , ajustable de façon numérique entre 1 μ A et 100 μ A ; lorsque le pont est équilibré, on a $I_w = I_0/2$. Le déséquilibre du pont, causé par une variation de température, est amplifié par un amplificateur opérationnel de gain $G=1000$. La tension en sortie est donc donnée par :

$$E = G I_w (R_s(T) - R_0) = G R_0 I_w \alpha (T_w - T_0),$$

soit des fluctuations

$$\Delta E = G R_0 I_w \alpha \Delta T_w. \quad (1.2)$$

Calibration et performances

Sensibilités D'une manière générale, afin de rendre compte de la réponse du capteur aux variations de température et de vitesse, on peut écrire [100] :

$$\Delta E(T, U) = S_T \Delta T + S_U \Delta U,$$

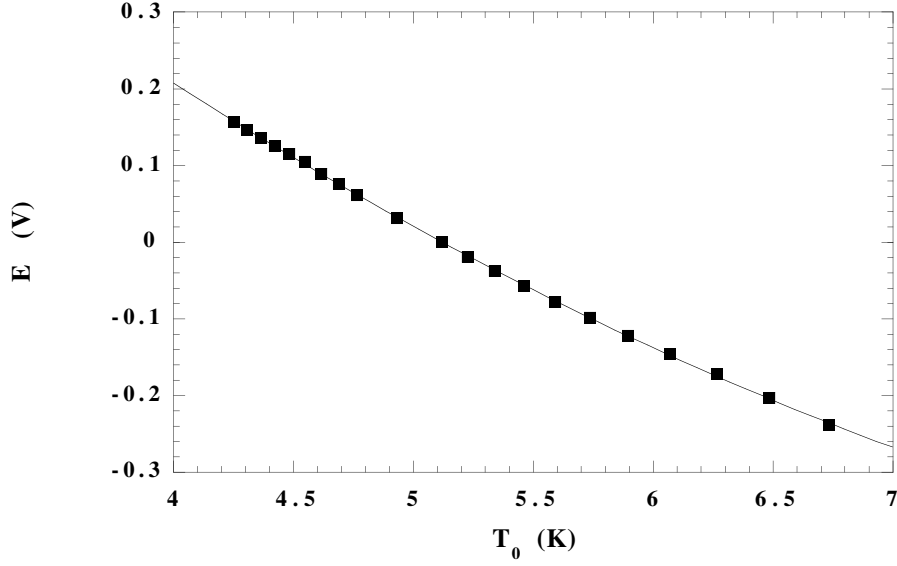


Figure 1.16: Calibration d’une sonde de température, à $I_w = 20 \mu\text{A}$ et $\rho = 12.5 \text{ kg/m}^3$ ($P = 1.2 \text{ bar}$ à $T = 5.6 \text{ K}$). Le trait continu est un ajustement par un polynôme du second degré.

où les coefficients $S_T = \partial E / \partial T)_U$ et $S_U = \partial E / \partial U)_T$ définissent les sensibilités respectives. Elles dépendent *a priori* des propriétés du fluide (conductivité et diffusivité thermiques) ainsi que de celles de la fibre de carbone.

La figure 1.16 représente les variations du signal mesuré à vitesse de rotation constante, en fonction de la température moyenne T_0 du fluide dans la gamme 4.3 – 6.7 K (il est nécessaire d’avoir un écoulement moyen, afin d’homogénéiser la température et d’éviter d’éventuels effets de convection). Nous constatons que localement, pour des variations de température ΔT faibles (de l’ordre de 1 à 10 % de T_0), un ajustement linéaire est tout à fait acceptable. La sensibilité de la sonde évolue légèrement avec la température,

$$S_T = \frac{\partial E}{\partial T} \simeq -0.19 \text{ à } -0.13 \text{ V/K},$$

soit une diminution d’environ 50 % sur 2.5 K. D’après la linéarisation (1.2), on peut en déduire le coefficient de résistivité de la sonde,

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \frac{\partial R}{\partial T} \simeq \frac{1}{GI_w R_0} \frac{\partial E}{\partial T} \simeq -0.04 \text{ K}^{-1},$$

ce qui est assez modeste — à titre de comparaison, les sondes de germanium et Allen-Bradley, que nous utilisons pour mesurer la température moyenne, ont un coefficient α valant respectivement -0.4 K^{-1} et -0.2 K^{-1} à la même température⁵ ; mais leurs résolutions spatiale et temporelle sont évidemment bien moindres. Ces valeurs sont comparables à celles obtenues par Chanal (1997) [46] (de l’ordre de -0.05 K^{-1}) pour des mesures de thermométrie en environnement cryogénique (jet d’hélium et convection turbulente) avec des contraintes de résolutions temporelle et thermique cependant moins importantes.

Afin d’estimer la sensibilité en la vitesse S_U , nous avons effectué des mesures à température fixée. La figure 1.17 montre qu’à partir d’une certaine vitesse moyenne (ici $\langle U \rangle \simeq 0.4 \text{ m/s}$), le signal mesuré est bien indépendant de la vitesse. Une borne supérieure de la sensibilité, pour les

⁵En anémométrie classique, à température ambiante dans l’air, le coefficient α des matériaux usuels (platine, tungstène) est positif, et de l’ordre de $3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

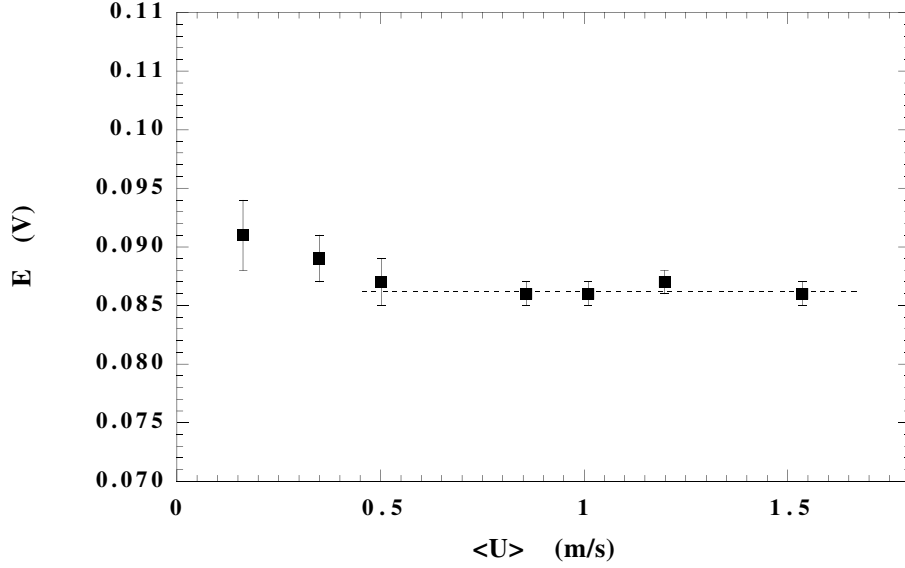


Figure 1.17: Influence de la vitesse moyenne sur le signal de température mesuré. Mêmes conditions (courant, densité), température réglée à 4.93 K. Le trait pointillé représente la valeur moyenne pour $\langle U \rangle > 0.4$ m/s.

faibles vitesses, peut être estimée à

$$|S_U| = \left| \frac{\partial E}{\partial U} \right| \lesssim 0.015 \text{ V / (m/s)}$$

Pour comparer les sensibilités S_U et S_T , il convient de prendre en compte les fluctuations typiques de température et de vitesse attendues. Avec un écoulement moyen de l'ordre de $\langle U \rangle \simeq 0.6$ m/s et un taux de fluctuation de 10 % (valeur typique en corotation), les fluctuations de vitesse sont de $u' \simeq 0.06$ m/s. En considérant des fluctuations de température de $\theta' \simeq 50$ mK, nous obtenons

$$\frac{|S_U u'|}{|S_T \theta'|} \lesssim 0.1. \quad (1.3)$$

Nous sommes donc bien dans une situation où les fluctuations de température dominent la réponse de notre capteur⁶.

Bien entendu, le rapport des contributions (1.3) dépend du courant I_w utilisé pour mesurer E ; on s'attend à ce qu'il augmente avec I_w .

Afin de vérifier expérimentalement que le choix du courant est correct, nous avons réalisé plusieurs expériences à même vitesse de rotation, en chauffant ou non la grille. La figure 1.18 représente la flatness des incréments de température $F_\theta(r)$ (moment d'ordre 4 des fluctuations adimensionné par l'écart-type), calculée à différentes échelles r , lorsque la grille est chauffée ou non. En l'absence de fluctuations thermiques, nous mesurons $F_\theta(r) < 3.4$ à toute échelle, ce qui confirme que le signal résiduel n'est pas un signal de vitesse, mais simplement un bruit quasiment gaussien. A courant plus élevé, en l'absence de fluctuations thermiques, la valeur de la flatness serait liée à celle des incréments de vitesse, et donc bien plus élevée. Ce test valide donc l'asservissement en courant que nous avons choisi.

⁶Si l'on prend en compte la sensibilité aux fluctuations de pression $S_P = \partial E / \partial P$ (dont l'origine physique est la variation de conductivité et diffusivité thermiques, responsables des transferts de chaleur sonde-fluide), on peut montrer que ce coefficient prend des valeurs non négligeables près de la région critique ; toutefois, les fluctuations associées $|S_P p'|$ sont dans tous les cas négligeables par rapport à $|S_U u'|$ et $|S_T \theta'|$ (d'un facteur 10^{-4}).

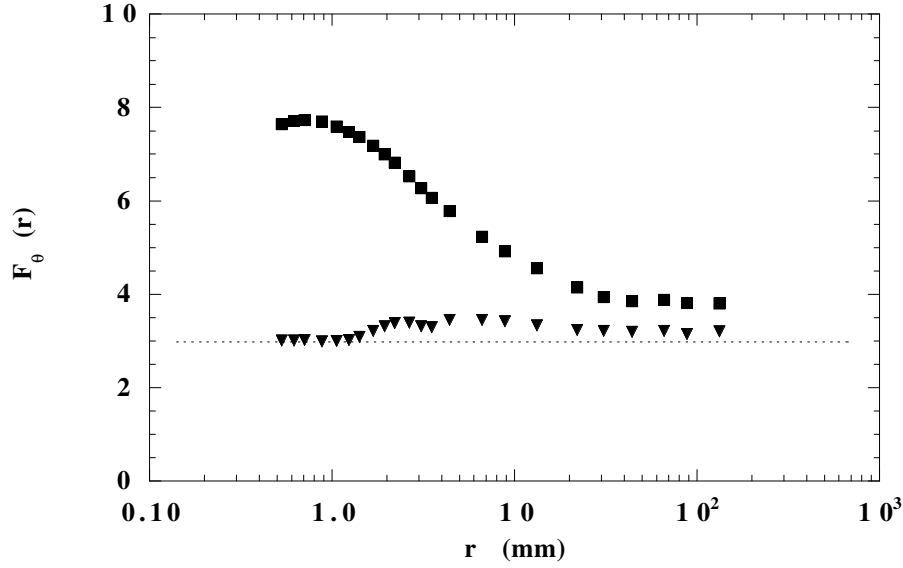


Figure 1.18: Flatness des incréments de température, $F_\theta(r) = \langle \Delta\theta(r)^4 \rangle / \langle \Delta\theta(r)^2 \rangle^2$. $R_\lambda=115$. \square : Grille chauffée, $\theta'=7.5$ mK. \triangle : Grille non chauffée. Le trait pointillé indique la valeur 3 obtenue pour une distribution gaussienne.

Résolution Afin de déterminer le bruit propre à l'électronique d'asservissement, nous avons mesuré la tension en sortie du circuit branché sur une résistance test de même valeur moyenne, suivant la démarche de Cho *et al.* (1993) [53]. Cette tension de sortie est un bruit blanc, de valeur typique $E_{rms} \simeq 40 \mu\text{V}$, soit une résolution de

$$\theta_{\text{res}} \simeq 200 \mu\text{K}.$$

La même procédure, appliquée au capteur lui-même en l'absence de forçage thermique, donne un résultat supérieur — provenant probablement des fluctuations thermiques résiduelles induites par la régulation de température en régime stationnaire, ou de la sensibilité aux fluctuations de vitesse. Cette résolution de $200 \mu\text{K}$ est le principal facteur limitant de nos expériences ; ses conséquences sur les nombres de Reynolds accessibles sont détaillées plus loin. Nous travaillons actuellement à une amélioration de cette résolution, notamment par la mise en œuvre une détection synchrone à haute fréquence.

1.2.3 Mesures de vitesse

La loi de King

L'asservissement que nous utilisons pour les mesures de vitesse est le pont à température constante, dont nous allons expliquer brièvement le principe. Nous avons noté au paragraphe précédent qu'en travaillant à courant I_w élevé, la mesure de la puissance dissipée permet d'avoir accès directement aux fluctuations de vitesse : c'est la technique d'anémométrie à courant constant (abandonnée aujourd'hui au profit de l'anémométrie à température constante [100]).

Nous écrivons le bilan de puissance sous la forme [75] :

$$R_w I_w^2 = \pi l k (T_w - T_f) \text{Nu}, \quad (1.4)$$

où k est le coefficient de conductivité thermique (très peu variable dans l'hélium, entre 10^{-2} et $2 \cdot 10^{-2} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, sur le domaine de pression et de température qui nous concerne) et Nu le nombre de Nusselt (on a typiquement $\text{Nu} \sim 10$). En prenant en compte la dépendance de la

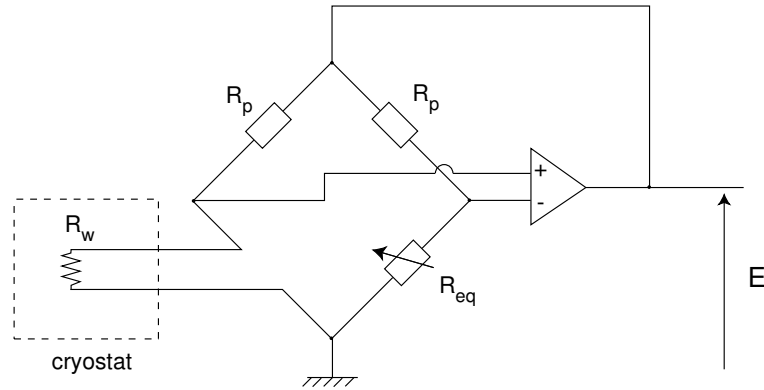


Figure 1.19: Schéma d'asservissement du pont à température constante. Le pont est alimenté par la tension de sortie U elle-même ; il est maintenu en moyenne en léger déséquilibre.

résistance en la température (équation. 1.1), on obtient la loi de King :

$$\frac{I_w^2 R_w}{R_w - R_g} = a + b\sqrt{U}, \quad (1.5)$$

où a et b dépendent des propriétés du fluide (conductivité et diffusivité thermiques) et de facteurs géométriques (longueur, rapport d'aspect). On a utilisé ici le résultat $Nu \simeq cste + \sqrt{Re}$, valable à U suffisamment élevé⁷.

Le circuit électronique

Si un excès de vitesse, produisant un refroidissement de la sonde et donc une augmentation de sa résistance, est immédiatement compensé par une diminution du courant, la résistance — et donc la température — restent constantes. Dans ce cas, la tension de déséquilibre, proportionnelle à $R_0 I_w$, est directement liée à la vitesse par l'équation (1.5) : c'est la méthode de l'anémométrie à température constante, dont le schéma électrique est présenté en figure 1.19⁸. Nous obtenons donc en sortie une loi en :

$$E = \sqrt{A + B\sqrt{U}}.$$

Les constantes A et B sont déterminées expérimentalement, pour chaque paramètre (pression, température) de l'expérience. Pour effectuer cette calibration, les disques sont mis en corotation, à une fréquence f , et la vitesse au point de mesure est estimée à $U = 2\pi r_s f$, où r_s est le rayon de la sonde, en supposant que l'écoulement est une rotation solide (voir la figure 1.26, p. 44).

Dans ce circuit, le signal mesuré E est la tension d'alimentation du pont elle-même. Le pont est maintenu en déséquilibre, en choisissant une résistance R_{eq} légèrement inférieure à la résistance de la sonde non chauffée. Le passage du courant, en chauffant la sonde, rétablit partiellement l'équilibre (un anémomètre conventionnel, pour lequel $\alpha > 0$, fonctionne à l'inverse). Ce déséquilibre est le coefficient de surchauffe,

$$a = R_w / R_{eq}.$$

⁷Ce résultat est obtenu en toute rigueur pour un écoulement potentiel autour d'un cylindre infini [75] ; il permet cependant de reproduire de façon très satisfaisante les données dans des conditions plus réalistes.

⁸Nous ne détaillerons pas le fonctionnement complet de ce pont, qui est relativement compliqué (nous reportons le lecteur à Hinze (1975) [75]), et nous nous contenterons d'un exemple pour l'illustrer : un excès de vitesse refroidit la sonde, donc augmente sa résistance. La tension à ses bornes va augmenter, augmentant du même coup le déséquilibre du pont et par suite sa tension d'alimentation E . Un courant plus important va circuler, réchauffant la sonde et diminuant sa résistance. Tout revient dans l'ordre, et l'augmentation de la tension E est directement liée à l'excès de vitesse.

Nous avons montré que le coefficient de surchauffe optimal est d'environ 15 % (voir Belin (1998) [24], chapitre 2). En-deçà, le niveau de bruit devient important, et au-delà des effets de convection peuvent intervenir.

Rapport (signal/bruit)² Avec une surchauffe de l'ordre de 15 % et des résistances de pont de 4.7 kΩ, la tension de sortie E obtenue est de l'ordre de 5 V, soit un courant d'alimentation moyen de l'ordre du mA. Ce courant étant de deux ordres de grandeur supérieur à celui utilisé dans le pont de thermométrie, on peut considérer que le rapport (signal/bruit)² est de 40 dB supérieur. Typiquement, un rapport (signal/bruit)² de 80-90 dB est atteint.

La mesure de vitesse

Habituellement, les anémomètres utilisés dans l'air ont un rapport d'aspect élevé, de l'ordre de 100. La composante de la vitesse le long du fil ne participe plus au transfert de chaleur, et la puissance mesure le module de la projection de la vitesse dans le plan normal à la fibre, $\sqrt{u^2 + v^2}$. Dans notre cas, le rapport d'aspect est de l'ordre de l'unité, et Emsellem (1996) [65] a montré que la sonde est sensible au module total de la vitesse, $Q = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, de façon quasiment isotrope.

Cependant, dans le cas où il existe un fort écoulement moyen U dans la direction x , la vitesse mesurée devient

$$Q = \sqrt{(U + u)^2 + v^2 + w^2} = U \sqrt{1 + 2\frac{u}{U} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{U^2}} \simeq U + u + o\left(\frac{u^2}{U^2}, \frac{v^2}{U^2}, \frac{w^2}{U^2}\right), \quad (1.6)$$

où l'on a effectué un développement limité au premier ordre. Nous voyons que la sonde est sensible essentiellement à la composante selon x : un fort écoulement moyen souligne les fluctuations de vitesse selon sa direction. Dans la limite où les fluctuations typiques de u, v, w sont petites devant la vitesse moyenne U , nous obtenons $Q \simeq U + u$. Nous noterons

$$\tau = u'/U$$

le taux de fluctuation longitudinal, où $u' = \langle u \rangle^{1/2}$, et nous supposons que $u' \simeq v' \simeq w'$ (isotropie). L'erreur commise⁹ dans l'équation (1.6) étant de $\frac{3}{2}\tau^2$, un taux de fluctuation de 10 – 20 % permet d'écrire $Q \simeq U + u$ à 1.5 – 6 % près, ce qui est très raisonnable.

Taux de fluctuation réel et apparent La seule mesure dont on dispose étant Q , on écrit usuellement le taux de fluctuation sous la forme :

$$\tau_{mes} = \frac{\langle (Q - \langle Q \rangle)^2 \rangle^{1/2}}{\langle Q \rangle}. \quad (1.7)$$

Pour $\tau = u'/U$ petit, on a $Q = U + u$, soit $\langle Q \rangle = U$ et $\langle (Q - \langle Q \rangle)^2 \rangle^{1/2} = u'$, et le taux mesuré est bien égal au taux vrai, $\tau_{mes} = \tau$. Par contre, considérons un taux de fluctuation vrai infini, c'est-à-dire l'absence d'écoulement moyen. Dans ce cas, l'estimation (1.7) conduit à un taux de fluctuation apparent de l'ordre de l'unité : en effet, la moyenne $\langle Q \rangle$ ne sera pas nulle, comme $\langle U \rangle$, mais de l'ordre des fluctuations typiques u' . La figure 1.20 représente le taux de fluctuation apparent τ_{mes} , par construction inférieur à 1, en fonction du taux de fluctuation vrai, qui peut prendre toutes les valeurs entre 0 et l'infini. Nous voyons qu'il est impossible de mesurer un taux de fluctuation supérieur à 40 % environ, correspondant à un taux réel infini¹⁰. Nous constatons qu'à un taux mesuré de 35 % correspond un taux réel de 50 %, ce qui est une différence non négligeable. A un tel taux de fluctuation, $\langle Q \rangle$ surestime la vitesse moyenne de 24 % et $\langle (Q - \langle Q \rangle)^2 \rangle^{1/2}$ sous-estime l'écart-type de 13 %. Pour des taux inférieurs à 25 %, il est cependant tout à fait légitime de considérer que $\tau_{mes} \simeq \tau$.

⁹Nous distinguons ici l'erreur due à la linéarisation $Q \simeq U + u$ de celle due à l'hypothèse de Taylor (introduite plus loin).

¹⁰Pour un anémomètre à grand rapport d'aspect, sensible au module 2D des fluctuations, ce taux apparent limite est de 50 %.

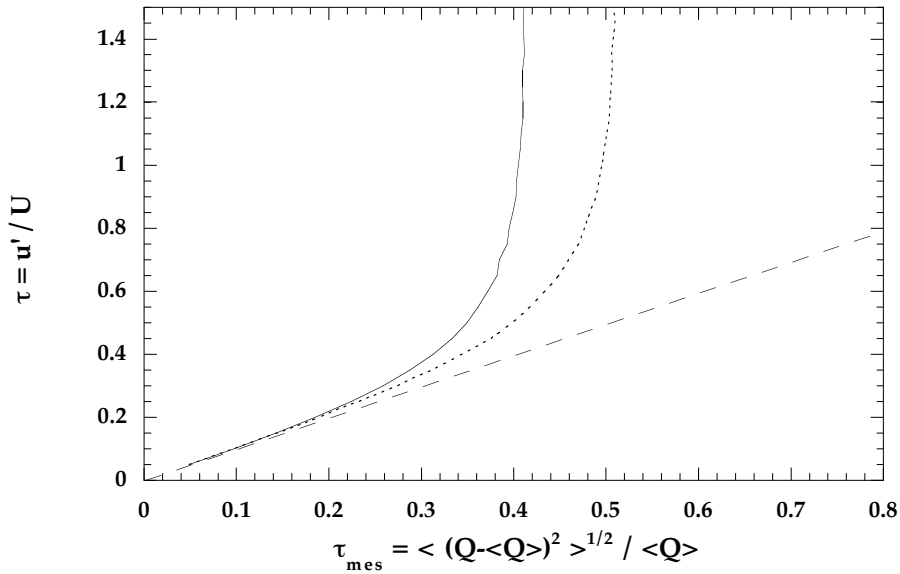


Figure 1.20: Taux de fluctuation réel $\tau = u'/U$, en fonction du taux de fluctuation apparent estimé à partir de l'équation (1.7), pour un anémomètre sensible au module 2D de la vitesse (trait pointillé fin) ou un anémomètre sensible au module 3D (trait continu). Le trait pointillé large correspond au cas idéal $\tau_{mes} = \tau$. Ces quantités ont été calculées à partir de distributions de Q obtenues pour des signaux u, v, w gaussiens et non corrélés.

Hypothèse de Taylor Si nous supposons que $\tau_{mes} \simeq \tau \ll 1$, nous avons donc une bonne mesure de la composante longitudinale de la vitesse, $Q(t) = U + u(t)$. Dans ce cas, l'écoulement turbulent est advecté beaucoup plus rapidement qu'il n'évolue, et les fluctuations temporelles en un point peuvent être interprétées comme des fluctuations spatiales : l'événement $u(t + \delta t)$, mesuré à l'instant $t + \delta t$ au point de mesure x_0 , était déjà présent tel quel dans l'écoulement à l'instant t , à une distance $U\delta t$ en amont du point de mesure, *i.e.* :

$$u(t + \delta t, x_0) \simeq u(t, x_0 - U\delta t).$$

Ceci constitue l'hypothèse de Taylor, ou de la turbulence gelée : on peut s'imaginer un champ turbulent fixe, traversé par une sonde se déplaçant à grande vitesse. Le signal temporel obtenu correspond bien à une coupe spatiale de ce champ de vitesse le long de la trajectoire de la sonde. Bien entendu, cette hypothèse n'est valable que sur des temps courts devant le temps typique pris par l'écoulement pour devenir sensiblement différent de ce qu'il était. Au-delà de ce temps, les fluctuations temporelles ne peuvent plus être interprétées comme des fluctuations spatiales à temps figé, et ne sont plus que des fluctuations temporelles...

Ainsi, l'hypothèse de Taylor nécessite, tout comme la linéarisation $Q \simeq U + u$, des taux de fluctuations faibles. Pour ces deux approximations l'erreur commise est en τ^2 , bien qu'il soit très délicat d'estimer plus précisément l'erreur due à l'hypothèse de Taylor. Dans la suite, nous noterons simplement τ le taux de fluctuation apparent, seul accessible expérimentalement.

Remarque sur l'hypothèse de Taylor pour les mesures de température Notons ici qu'en ce qui concerne les fluctuations de température, la situation est beaucoup plus simple. La seule hypothèse que nous aurons à effectuer sera, comme pour le champ de vitesse, l'hypothèse de Taylor,

$$\theta(t + \delta t, x_0) \simeq \theta(t, x_0 - U\delta t),$$

où l'erreur commise est ici aussi en τ^2 . Les mesures présentées dans ce mémoire ayant été obtenues en corotation, le taux de fluctuation est très faible ($\tau \sim 10\%$), et l'application de l'hypothèse

de Taylor ne pose pas de problème. Cependant, une difficulté supplémentaire provient, dans le cas de fluctuations en aval d'une grille, du caractère stationnaire mais inhomogène du champ de température : l'image d'une sonde traversant à grande vitesse un champ de température figé pose clairement un problème lorsque $U\delta t$ atteint la distance grille-sonde. L'emploi de l'hypothèse de Taylor conduit à interpréter, à tort, la stationnarité du signal temporel en homogénéité des fluctuations spatiales qui en sont déduites.

1.2.4 Acquisition des données

Avant d'être numérisé et enregistré sur ordinateur, le signal est généralement filtré et amplifié. Dans le cas des signaux de vitesse, la composante continue $\langle E \rangle$ est d'abord soustraite par un filtre passe-haut, afin d'utiliser une gamme dynamique plus étendue lors de l'échantillonnage.

Un filtre passe-bas (de pente 115 dB/octave) est utilisé lorsqu'il existe des bruits parasites à haute fréquence. Dans ce cas, l'échantillonnage est effectué à une fréquence au moins double de la fréquence de filtrage, afin de satisfaire le critère de Nyquist. Une amplification, entre 10 et 40 dB (facteur 3 à 100), est souvent nécessaire afin d'utiliser au mieux la gamme d'échantillonnage. Avant acquisition des données, celles-ci sont contrôlées grâce à un analyseur de spectre Hewlett-Packard 3562A fonctionnant à 16 bits, permettant d'ajuster au mieux les fréquences de filtre et gain de l'amplificateur.

Deux systèmes d'acquisition des données ont été utilisés :

Le premier est une carte DSP II (Spectral Innovations), connectée à un Macintosh Quadra 950, permettant l'acquisition du signal sur 16 bits nominaux (mais environ 12 bits réels, soit 72 dB) à 125 kHz. Ce système a été utilisé pour la plupart des données de vitesse présentées dans cette thèse. Son principal défaut, outre sa résolution moyenne, est le bruit introduit par son couplage avec la masse de l'ordinateur. Le champ électromagnétique parasite à 50 Hz induit des courants de masse dans le circuit reliant l'ordinateur et le reste du dispositif expérimental relié à la masse. Ces bruits parasites deviennent rédhitoires dans le cas de faibles signaux de vitesse (turbulence faible, en corotation par exemple).

Pour pallier ces défauts, nous avons fait l'acquisition d'un nouveau système, une carte ITC-18 (InstruTech), connectée à un Power Macintosh G3. Cette carte permet une acquisition sur 16 bits réels (96 dB) à 200 kHz, et les données sont compressées/décompressées en temps réel lors de l'enregistrement et de la lecture. Outre ces améliorations notables, l'avantage premier est le couplage optique entre le signal d'entrée et la carte d'acquisition, sans contact avec la masse de l'ordinateur, permettant de diminuer considérablement le niveau de bruit. Bien que nos mesures de température ne permettent actuellement pas d'aller au-delà de quelques kHz et 55 dB, la réduction du niveau de bruit grâce à ce système s'est avérée déterminante pour la mesure des fluctuations de température.

1.3 Caractérisation des écoulements étudiés

1.3.1 Définition d'une grande échelle

Il existe plusieurs façons de caractériser les grandes échelles d'un écoulement turbulent — nous y reviendrons longuement au chapitre 2. Nous introduirons dans un premier temps la fonction d'autocorrélation de la vitesse :

$$C(r) = \frac{\langle u(x)u(x+r) \rangle}{\langle u(x)^2 \rangle}, \quad (1.8)$$

(vérifiant $C(0) = 1$ et $C(r) \rightarrow 0$ pour r grand). La figure 1.21a représente cette fonction, à nombre de Reynolds relativement faible ($R_\lambda = 370$), aux grandes séparations r . Nous constatons des oscillations périodiques, bien ajustées par une loi en

$$C(r) \simeq A \cos(2\pi r/\ell) \quad (1.9)$$

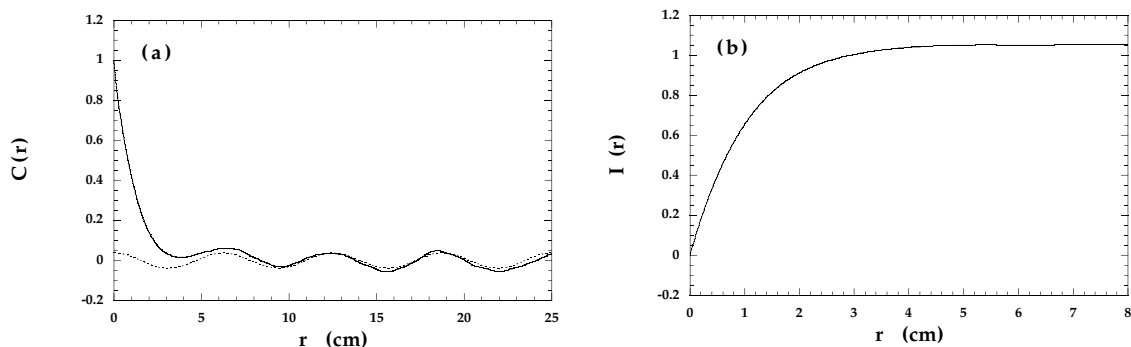


Figure 1.21: (a) Fonction d'autocorrélation de la vitesse (1.8). La ligne pointillée représente le meilleur ajustement, pour $r > 5$ cm, par une fonction cosinus (1.9). (b) Primitive de la fonction $C(r)$, à laquelle est soustrait l'ajustement défini précédemment. Fichier 154V.

pour r suffisamment grand¹¹. Le meilleur ajustement pour cet exemple conduit à $A = 0.038$ et $\ell = 6.26$ cm. Cette oscillation est la trace d'une périodicité persistante dans le signal, due au forçage périodique par les pales. En effet, la distance entre deux pales, vue d'un cercle de rayon $r_s = 6.0$ cm (le rayon de la sonde), est donné par

$$d = \frac{2\pi r_s}{6},$$

et l'on retrouve bien $d \simeq \ell$. La présence de pales permet d'obtenir une vitesse d'entraînement de l'ordre de la vitesse du disque le plus proche (c'est-à-dire une efficacité d'entraînement de l'ordre de 1). Ces oscillations se retrouvent sur les fonctions de structure aux grandes séparations (on a, pour l'ordre 2, $S_2(r) = \langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle = 2u'^2[1 - C(r)]$) ainsi que sur le spectre d'énergie, qui présente un pic à la fréquence $6f$ (où f est la fréquence de rotation des disques).

Puisque nous nous intéresserons par la suite essentiellement aux petites distances, $r \ll \ell$, ces oscillations de grande longueur d'onde n'influencent en rien les résultats qui suivent : cette observation indique simplement que l'écoulement ne peut pas être considéré comme homogène (ni stationnaire¹²) à de telles échelles $r \sim \ell$, mais qu'il reste cependant légitime de parler d'homogénéité-stationnarité *locale* pour $r \ll \ell$.

Cette fonction nous renseigne sur les distances sur lesquelles le système reste corrélé. Nous voyons qu'il n'existe pas à proprement parler d'échelle de décorrélation totale, puisque $C(r)$ ne tend pas complètement vers 0 aux grandes échelles (tout du moins pas sur les 25 cm représentés ici). Ceci est probablement dû à la nature *fermée* de notre écoulement. En géométrie ouverte, comme dans les écoulements de soufflerie ou en turbulence atmosphérique, $C(r)$ tend vers 0 pour r grand. Toutefois, cette persistance de corrélation reste faible (l'enveloppe A de ces oscillations est de l'ordre de 4 %), et non détectable visuellement en inspectant le signal.

Plusieurs méthodes existent pour définir une échelle typique de corrélation à partir de $C(r)$. Des méthodes de type premier minimum, ou premier zéro de $C(r)$, conduisent à des échelles de corrélation typiques de l'ordre de $\ell/2$, qui sont plus le reflet de la persistance de périodicité que de la corrélation à petite échelle elle-même. Une définition plus spécifique à la corrélation à petite échelle est celle de l'*échelle intégrale*,

$$\Lambda = \int_0^\infty C(r) dr. \quad (1.10)$$

¹¹Notons qu'à de telles distances, l'hypothèse de Taylor n'est plus valable, et que ces corrélations doivent être vues comme *temporelles* plutôt que *spatiales*. Ceci n'a cependant pas une grande importance pour ce qui nous intéresse, cette distance r pouvant être vue simplement comme un temps exprimé en unité de longueur.

¹²On ne distingue pas homogénéité et stationnarité, puisque les fluctuations temporelles sont interprétées (via l'hypothèse de Taylor) comme des fluctuations spatiales.

Afin que les oscillations à grande échelle n'affectent pas la convergence de cette intégrale, nous intégrons cette fonction $C(r)$ à laquelle est soustrait l'ajustement (1.9). La figure 1.21b représente la primitive $I(r)$ (intégrée entre 0 et r), qui converge correctement vers la valeur de l'échelle intégrale pour r grand, soit dans cet exemple

$$\Lambda = 1.05 \pm 0.02 \text{ cm.}$$

Cette échelle ne peut pas vraiment être interprétée comme une échelle de décorrélation, puisque $C(\Lambda) \simeq 40\%$: à une telle échelle, les fluctuations de vitesse sont encore largement corrélées entre elles. Bien qu'arbitraire, cette définition présente cependant l'avantage d'être objective, en ce sens qu'elle ne dépend pas de la forme de forçage particulière à l'écoulement.

Les différents types d'écoulement

Les écoulements que nous allons étudier dans les deux cellules sont de deux types, selon le sens de rotation des disques : corotatif et contrarotatif. Le tableau 1.2 présente ces différents écoulements.

	Cellule	Mesure	Mode	Particularités
A	Petite	Vitesse	CTR	Obstacles triangulaires
B	Petite	Vitesse	COR	Obstacles triangulaires
C	Grande	Vitesse	CTR	
D	Grande	Vitesse	COR	Obstacles rectangulaires
E	Grande	Vitesse	COR	
F	Grande	Température	COR	Grille chauffante

Table 1.2: Les différentes configurations étudiées. “CTR” signifie *contrarotatif*, et “COR” *corotatif*. Les cas **A–C** ont été étudiés auparavant dans Belin (1998) [24], et les cas **D–F** sont propres à ce travail de thèse.

Les mesures de vitesse (configurations **A** à **E**), objets du chapitre 2, ont été effectuées dans les deux cellules, en mode co- et contrarotatif. Le mode corotatif a été utilisé soit avec paroi lisse pour une étude de la turbulence en forte rotation (configuration **E**), soit avec les obstacles pour une étude de la turbulence de couche limite (configurations **B** et **D**). Enfin, les mesures de fluctuations de température (configuration **F**), objets du chapitre 3, n'ont été effectuées pour l'instant qu'en écoulement corotatif. Nous allons dans la suite caractériser les écoulements moyens dans chacune de ces configurations.

1.3.2 Écoulements en contrarotation (mesures de vitesse)

Lorsque les deux disques sont en contrarotation, chaque disque entraîne une partie du fluide en rotation et l'écoulement moyen consiste essentiellement en une couche de cisaillement circulaire. L'éjection du fluide à la périphérie des disques et le pompage en leur centre imposent en outre un écoulement de recirculation toroïdal, dont l'amplitude est typiquement de $1/10^0$ de celle de l'écoulement principal. Les deux contributions à l'écoulement moyen sont schématisées sur la figure 1.22. Cet écoulement peut être caractérisé en introduisant le rapport des fréquences de rotation des disques,

$$\gamma = f_{\text{bas}}/f_{\text{haut}}.$$

Cet écoulement dépend *a priori* également du rapport d'aspect de la cellule et de la distance des parois (voir le chapitre 4), ainsi que de la nature des disques (lisses ou munis de pales, voir Cadot *et al.* (1997) [37]).

Lorsque le rapport de contrarotation vaut 1, la couche de cisaillement est centrée à mi-hauteur de la cellule. Cet écoulement a été longuement étudié dans cette configuration dans l'eau, notamment du point de vue des structures cohérentes qui y prennent place. On trouvera en particulier

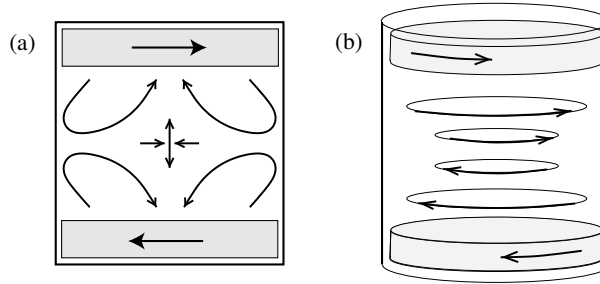


Figure 1.22: Représentation schématique de l'écoulement en contrarotation (avec rapport de contrarotation $\gamma = 1$). (a) pompe centrifuge / éjection centrifuge ; (b) rotation et cisaillement médian.

dans Cadot (1995) [36] une caractérisation des profils azimuthaux de vitesse et de fluctuations. Au chapitre 4 nous décrivons également ce type d'écoulement dans une géométrie voisine, celle de disques en contrarotation dans un environnement "infini", c'est-à-dire lorsque le diamètre du cylindre extérieur est au moins le double de celui des disques.

Lorsque le rapport de contrarotation est différent de 1, le disque plus rapide a tendance à entraîner une plus grande quantité de fluide et la couche de cisaillement est décalée vers le disque le plus lent. La figure 1.23 représente la position de cette couche de cisaillement lorsque la vitesse du disque supérieur est maintenue constante et que celle du disque inférieur augmente. Sur la figure 1.24 sont reportées les mesures du profil de vitesse moyenne (\square) et d'écart-type (barres d'erreur), en fonction du rapport de contrarotation γ . Ces mesures ont été effectuées à l'aide d'une sonde décentrée, située à une hauteur $z = 4.7$ cm (soit $z/h = 0.36$) du disque inférieur. Nous pouvons distinguer trois situations :

- Pour $\gamma < 0.6$, cas (1) : la couche de cisaillement est entre la sonde et le disque inférieur (le plus lent), et la vitesse moyenne est essentiellement fixée par le disque supérieur : on a $\langle U \rangle \simeq 2\pi r_s f_{\text{haut}} = \text{cte}$ (indiquée par la ligne pointillée).
- Pour $\gamma > 0.9$, cas (3) : la couche de cisaillement est plus proche du disque supérieur, et la vitesse au point de mesure est dominée par celle du disque inférieur : on a $\langle U \rangle' \simeq 2\pi r_s f_{\text{bas}} \sim \gamma \langle U \rangle$.
- Enfin, dans le cas intermédiaire (2), la sonde se trouve au milieu de la couche de cisaillement. La vitesse moyenne réelle y est nulle mais, comme nous l'avons vu en section 1.2.3, la vitesse moyenne apparente est dans ce cas de l'ordre de l'écart-type des fluctuations.

L'encart de la figure 1.24 représente le taux de fluctuation apparent $u'/\langle U \rangle$. Nous constatons qu'il est maximum pour un rapport de contrarotation de $\gamma \simeq 0.75$ (pour une sonde centrée à $z = h/2$, le taux de fluctuation serait maximal pour $\gamma = 1$, *i.e.* en contrarotation pure). Notons ici qu'au taux de fluctuation réel infini correspond un taux apparent d'environ 57 %, en bon accord qualitatif avec la figure 1.20. Soulignons enfin qu'à cet endroit, bien que la vitesse moyenne soit nulle, la lente oscillation de la couche de cisaillement conduit à une vitesse azimuthale moyenne non nulle en valeur absolue, avec changement de signe sur des temps longs devant le temps de rotation des disques. C'est dans cette région que la turbulence est la plus intense : une grande partie de la dissipation y a lieu, et le nombre de Reynolds microéchelle local R_λ est maximum pour un nombre de Reynolds grande échelle Re fixé. Nous ne travaillerons cependant pas dans cette région de l'écoulement, du fait du taux de fluctuation trop important et de la nature très particulière de cet écoulement.

Hors de la couche de cisaillement (situations (1) et (3)), le taux de fluctuation n'est plus que de 15 % environ, et semble ne plus dépendre de γ . Bien que faible, ce taux reste supérieur à ceux obtenus en corotation (voir les sections suivantes). L'emploi de l'hypothèse de Taylor (p. 36) nécessitant des taux de fluctuation faibles, nous avons choisi de nous restreindre à un taux de 21 %

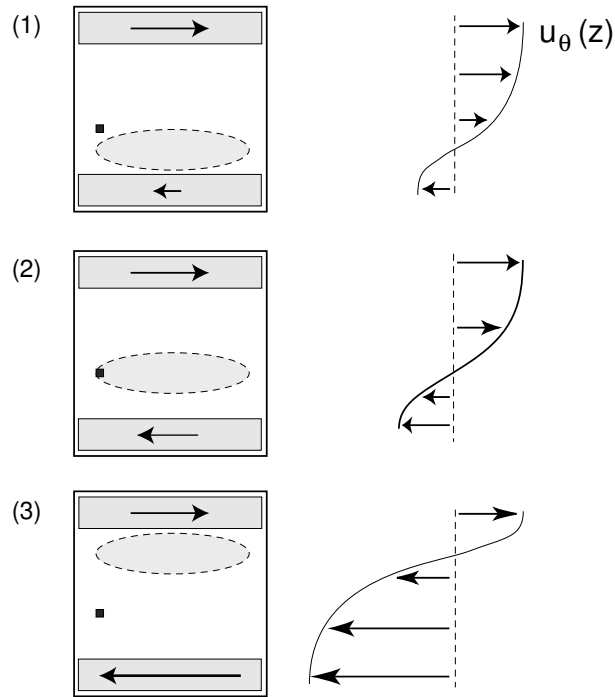


Figure 1.23: Position de la couche de cisaillement (schématisée par l'ellipse en pointillé) pour f_{haut} constant et f_{bas} croissant, et profil de vitesse azimutal correspondant à droite. Le carré représente la position de la sonde (hauteur $z/h = 0.36$) pour les mesures de la figure suivante. (1) : $\gamma < 0.6$. (2) : $\gamma \sim 0.75$. (3) : $\gamma > 0.9$.

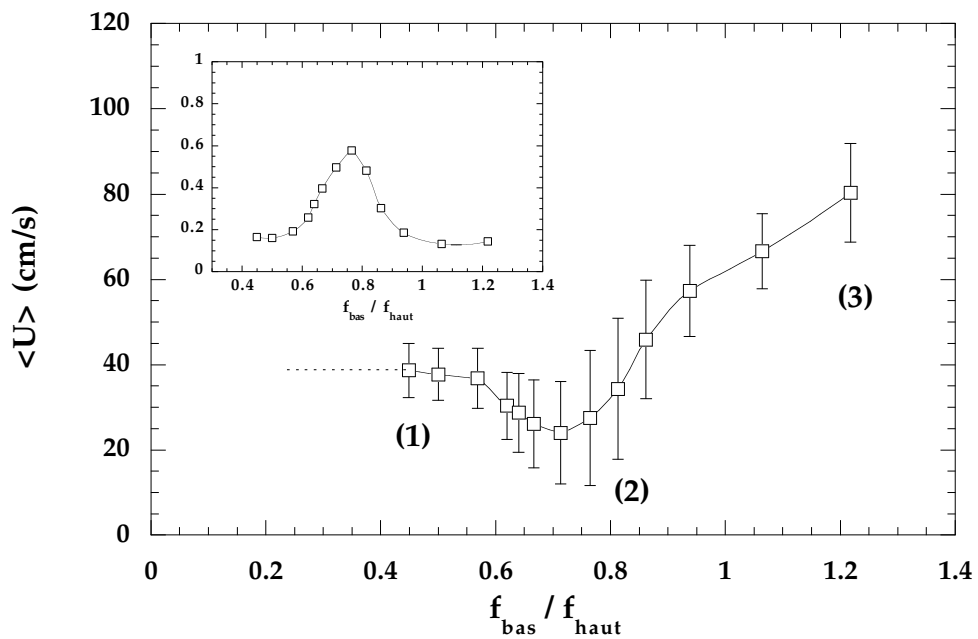


Figure 1.24: Profil de vitesse moyen $\langle U \rangle$ en fonction du rapport de contrarotation $\gamma = f_{\text{bas}}/f_{\text{haut}}$. Les barres indiquent l'écart-type des fluctuations u' . Dans l'encart est représenté le taux de fluctuation apparent $u'/\langle U \rangle$. Les régimes (1) à (3) correspondent aux schémas de la figure 1.23.

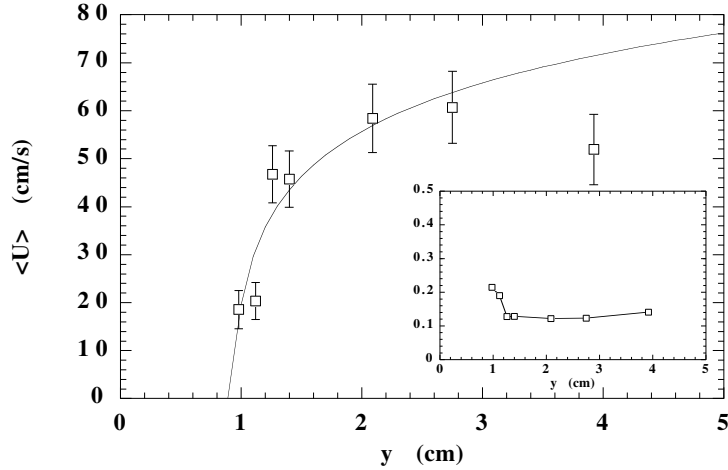


Figure 1.25: Profil de vitesse moyen $\langle U \rangle$ en fonction de la distance à la paroi y , dans la grande cellule (configuration **D**). Les barres indiquent l'écart-type des fluctuations u' . Le taux de fluctuation (représenté dans l'encart) diminue de 21 à 12 % pour y croissant. La courbe représente un ajustement par un profil logarithmique pour $y < 3$ cm, (en prenant une origine à $y = 0.89$ cm).

(voir la section 2.3.1, p. 59). Cette contrainte conduit dans ce cas à un rapport de contrarotation γ hors de l'intervalle $[0.6, 0.9]$. Cette "bande interdite" dépendant de la position z/h de la sonde, nous ne conserverons en pratique que les enregistrements dont le taux de fluctuation est suffisamment faible.

1.3.3 Écoulements en corotation (mesures de vitesse et température)

L'écoulement en corotation est de nature très différente de celui en contrarotation. Tout comme dans le cas précédent, il est possible d'introduire un rapport de corotation $f_{\text{bas}}/f_{\text{haut}}$; cependant, nous nous sommes restreint dans toute la suite à une situation de corotation pure, *i.e.* $f_{\text{bas}} = f_{\text{haut}}$.

Dans ce cas, l'écoulement principal, à une distance suffisante de la paroi, consiste essentiellement en une rotation solide, entraînée à la vitesse des disques. Tout comme dans le cas contrarotatif, il existe un écoulement secondaire de recirculation toroïdale, dû à l'éjection centrifuge et au pompage axial, et dont l'amplitude est encore de l'ordre du $1/10^{\circ}$ de l'écoulement principal. Ce pompage axial, *via* le mécanisme d'étirement tourbillonnaire, à tendance à créer un léger tourbillon central ; cet effet semble mesurable surtout en l'absence de parois extérieures, et pourra être négligé ici.

Nous distinguerons dans les sections suivantes deux situations : l'écoulement en corotation derrière une rangée d'obstacle (mesures de vitesse), et avec parois lisses (mesures de vitesse et de température).

Turbulence derrière une rangée d'obstacles

La rangée d'obstacles (rectangulaires dans la grande cellule, triangulaires dans la petite), décrite en figures 1.4 et 1.5, impose au voisinage de la paroi un écoulement fortement cisailé. En déplaçant la sonde mobile à différentes distances y de cette paroi, nous avons tracé sur la figure 1.25 le profil radial de vitesse moyenne. Pour $y < 3$ cm (soit $y/R < 0.3$), il est possible d'ajuster ce profil par une loi logarithmique [157] :

$$U_{\theta}(y)/u_{\tau} = A + \frac{1}{\kappa} \log y^{+},$$

où A et κ sont des constantes sans dimension et $y^{+} = yu_{\tau}/\nu$ la distance à la paroi exprimée *grosso modo* en échelle de Kolmogorov. Nous avons choisi pour l'ajustement de la figure 1.5 une origine à $y = 0.89$ cm (absorbé dans la définition de A).

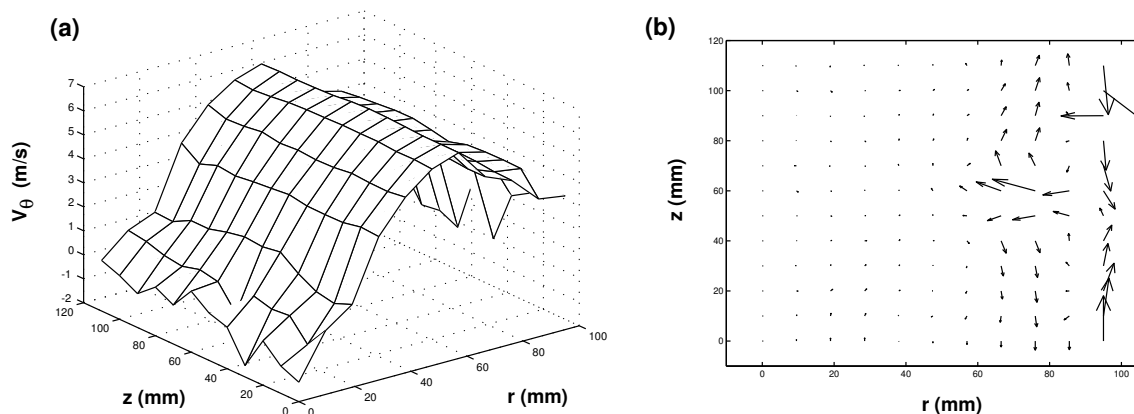


Figure 1.26: Mesures du champ de vitesse par vélocimétrie laser Doppler, effectuées dans l'eau entre deux disques en corotation (à $f=18$ Hz) [162]. (a) : Profil de vitesse orthoradial, (b) : Coupe méridienne de vitesse dans un plan vertical comprenant l'axe. Remerciements à J.-F. Pinton, F. Daviaud et J. Burguete.

Pour $y > 3$ cm, nous retrouvons la décroissance radiale attendue pour un écoulement en rotation solide : $U_\theta(r) = 2\pi r f$, avec $r = R - y$. Les mesures présentées au chapitre 2 ont été effectuées dans la région $y = 2-3$ cm, où l'écoulement est dominé par le cisaillement de couche limite rugueuse.

Au voisinage immédiat des obstacles, le taux de fluctuation est assez élevé (jusqu'à 21 %), comparable à ceux obtenus en contrarotation au voisinage de la couche de cisaillement. Plus loin, dans la région logarithmique ($y > 1.2$ cm), ce taux n'est plus que de 12 %. Un tel taux de fluctuation permet l'emploi de l'hypothèse de Taylor de façon très sûre.

Turbulence en rotation avec paroi lisse

L'écoulement en corotation sur paroi lisse est de même nature que sur paroi rugueuse, à la différence près que la couche limite est maintenant confinée sur une épaisseur bien inférieure aux 3 cm précédents.

Il n'a pas été possible de mesurer un profil de vitesse dans cette configuration. La figure 1.26 représente le champ de vitesse moyen obtenu dans une expérience similaire, dans l'eau, par le groupe de J.-F. Pinton. Nous retrouvons sur ces profils les mêmes caractéristiques que précédemment : une région centrale ($r/R < 0.6$) en rotation solide (et écoulement méridien nul) et une région externe ($r/R > 0.6$) de couche limite (et léger écoulement méridien de recirculation). Aux nombres de Reynolds typiques de l'écoulement dans l'hélium (d'un facteur 10 supérieur à celui de la figure 1.26), la région de transition rotation-couche limite sera bien plus proche de la paroi. Les mesures ayant été effectuées toujours dans la région $y = 2-3$ cm, l'écoulement sera cette fois-ci dominé par l'effet de rotation solide.

Turbulence en aval de la grille chauffante

L'écoulement en aval de la grille chauffante peut être considéré comme étant essentiellement axisymétrique. En effet, la grille étant légèrement décentrée du plan médian, les mouvements de recirculation toroïdaux, qui introduisent dans cette région une éjection selon \vec{e}_z et une convergence radiale, peuvent être négligés au premier ordre (voir la figure 1.26). La distance sonde-grille étant du même ordre de grandeur que la taille de la grille, il est clair que seule la composante orthoradiale de l'écoulement est pertinente ici.

Du fait du faible diamètre des fils chauffants, la production de turbulence par la grille elle-même n'est pas la plus importante ; l'essentiel de la turbulence provient de l'écoulement en rotation forcé par les deux disques corotatifs. Le rôle de la grille est donc d'insérer des inhomogénéités thermiques

sous forme de nappes chaudes dans le sillage de chaque fil. Ces nappes se mélangent en aval au bout d'une distance typique $x/M \simeq U/u \simeq 10$ (pour un taux de fluctuation de 10 %), soit $x \simeq 2$ cm. En ce sens, ce dispositif se rapproche de la *mandoline* utilisée dans les expériences du groupe de Warhaft [118, 175, 183], où une fine grille chauffante est placée en aval de la grille de production de turbulence.

La grille est alimentée à tension constante, et donc à puissance dissipée $P_g = U^2/R_g$ approximativement constante (R_g est indépendant de la température, et le transfert de chaleur, moyenné sur toute la longueur du fil, peut être considéré comme constant). En fonction de la densité de l'hélium gazeux ($\rho = 5\text{--}50$ kg/m³) et de la vitesse moyenne ($U = 15\text{--}55$ cm/s), on ajuste la tension imposée de manière à induire des fluctuations de température suffisantes (on se reportera à la section suivante pour une discussion sur les gammes de paramètres accessibles). En pratique, on impose une tension dans la gamme 4–14 V, soit une puissance dissipée :

$$P_g = 0.5 \text{ à } 6 \text{ W.}$$

La température de la grille est mesurée par une fibre de carbone (du même type que celles utilisées pour les thermomètres), collée sur la cadre, en contact avec un des fils chauffants.

Sonde	Distance paroi	Distance grille	Longueur zone
Fixe 1	2.2 cm	4.1 cm	7 μm
Fixe 2	3.6 cm	5.8 cm	25 μm
Mobile	1–3.5 cm	1–9 cm	7 μm

Table 1.3: Caractéristiques des trois thermomètres utilisés.

Les fluctuations en aval sont mesurées à l'aide des sondes thermorésistives, dont le principe de fonctionnement a été décrit précédemment. Trois sondes ont été utilisées, deux fixes et une mobile, placées de part et d'autre de la grille, et dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau 1.3. La sonde mobile est montée à l'extrémité d'un bras pivotant, commandé par un moteur pas à pas, comme décrit dans [188]. Selon la direction de rotation des disques, les fluctuations de température sont mesurées par une des sondes fixes ou par la sonde mobile.

La figure 1.27 montre la température moyenne $\langle \Theta \rangle$ et l'écart-type des fluctuations $\theta' = \langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ en aval de la grille, en fonction de la température de celle-ci. Nous constatons que les fluctuations varient linéairement avec la température de la grille :

$$\theta' \simeq 0.04(T_g - T_0). \quad (1.11)$$

Le rapport de la variance sur la température moyenne mesurée en aval de la grille, $\theta'/\langle \Theta \rangle$, est de l'ordre de 0.5 à une position $x/M \simeq 29$, une valeur en bon accord avec les mesures détaillées de Warhaft (1983) [184].

1.3.4 Symétries et échelles du forçage de température

Symétries La motivation initiale du forçage thermique par une grille chauffante était la création d'un gradient longitudinal de température. En effet, dans le cas d'un écoulement homogène et isotrope, un comportement anormal (du point de vue de l'anisotropie à petite échelle) n'est attendu que selon la direction du gradient moyen imposé. La taille réduite de notre dispositif expérimental rendant très délicate la mesure de température en deux points suffisamment proches, nous sommes contraints d'utiliser l'hypothèse de Taylor : les incréments et gradients de température que nous mesurons sont nécessairement dans le sens de l'écoulement moyen. Cette contrainte imposerait un gradient moyen *longitudinal*, lui aussi dans le sens de l'écoulement moyen. Pratiquement, ceci exigerait un forçage non stationnaire (rampes linéaires de température dans le temps), ce qui est très délicat à réaliser [32].

En pratique, le gradient longitudinal effectif, dû au refroidissement du sillage en aval de la grille, est négligeable devant le gradient transverse sillage-paroi (voir la figure 1.28). Cependant, comme

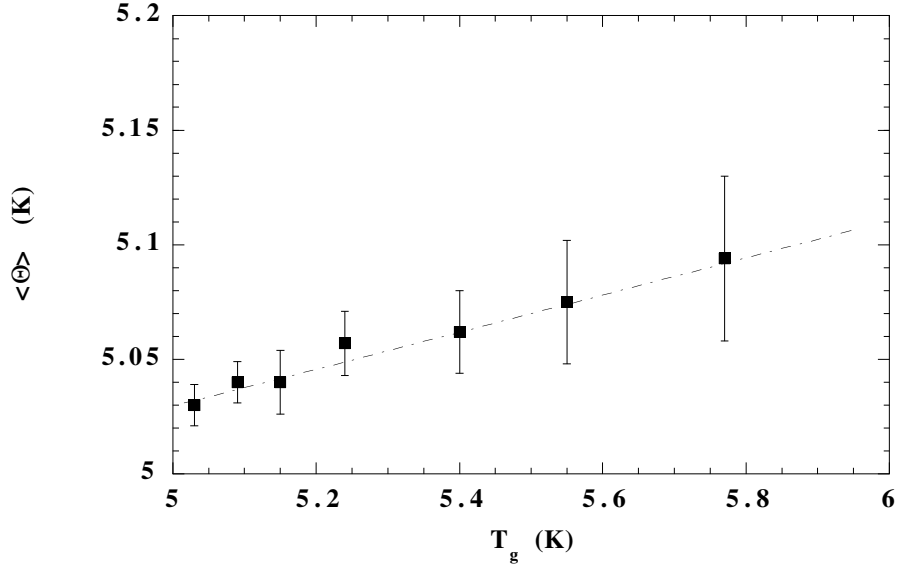


Figure 1.27: Température moyenne $\langle \Theta \rangle$ (carrés) et écart-type θ' (barres d'erreurs) en aval de la grille ($x/M \simeq 29$). Un meilleur ajustement linéaire donne $\langle \Theta \rangle \simeq 0.09(T_g - T_0)$ (trait pointillé) et $\theta' \simeq 0.04(T_g - T_0)$, avec $U = 1.1$ m/s, $T_0 = 5.03$ K et $P_g < 0.5$ W (Sonde fixe 2).

nous le verrons au chapitre 3, ce gradient transverse couplé à la rotation produit également une anisotropie longitudinale¹³. L'objectif de ces expériences étant l'étude des lois d'échelles anormales et la caractérisation des fronts thermiques, le détail du gradient moyen grande échelle importe peu ici.

Echelle du forçage Les domaines inertiel (pour la vitesse) et convectif (pour la température) coïncident lorsque, à nombre de Prandtl proche de l'unité, les forçages thermique et cinétique agissent aux mêmes échelles, *i.e.* $L \simeq L_\theta$ (ou, plus spécifiquement, $\Lambda \simeq \Lambda_\theta$).

Au voisinage immédiat de la grille, il est clair que la grande échelle pertinente est la maille de la grille, soit $L_\theta \simeq M \simeq 2.0$ mm. Cependant, plus en aval de la grille, le gradient transverse sillage-paroi agit à une échelle bien plus importante, $L_\theta \sim 2$ cm, plus proche de la grande échelle cinétique.

Ce point peut se vérifier en calculant l'échelle intégrale des fluctuations thermiques, définie à partir de la fonction d'autocorrélation (analogue à (1.10)) :

$$\Lambda_\theta = \frac{1}{\theta'^2} \int_0^\infty \langle \theta(x)\theta(x+r) \rangle dr. \quad (1.12)$$

Tout comme pour la fonction d'autocorrélation de la vitesse, il apparaît des oscillations aux grandes échelles (due à la périodicité du forçage.), que nous pouvons soustraire afin de calculer cette intégrale. Nous obtenons :

$$\Lambda_\theta = 7.0 \pm 1.5 \text{ mm}, \quad \Lambda = 9.6 \pm 1.0 \text{ mm}, \quad (1.13)$$

(ces faibles valeurs sont propres à l'écoulement en corotatif ; voir le chapitre 2 et Willaime *et al.* (1999) [188]). Nous sommes donc bien dans une situation telle que $\Lambda \simeq \Lambda_\theta$, ce qui permet de confondre domaines inertiel et inertiel-convectif.

¹³Le cisaillement de couche limite étant confiné très près de la paroi, seule la rotation moyenne Ω_{rot} intervient ici.

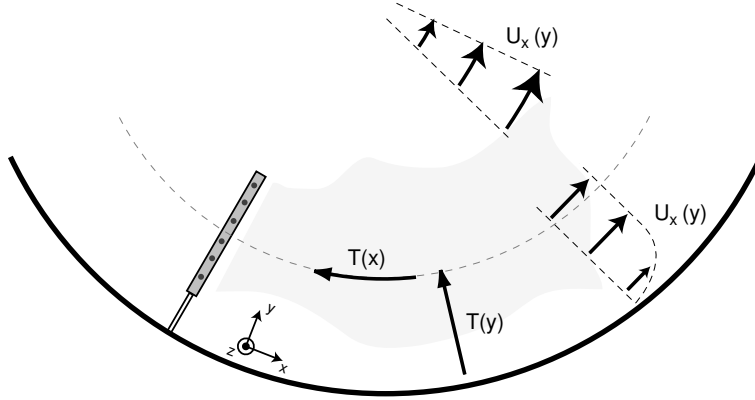


Figure 1.28: Gradients moyens de vitesse et de température dans le plan médian. La rotation globale impose une vorticité $\vec{\Omega}_{\text{rot}} = \Omega_{\text{rot}} \vec{e}_z \simeq \langle \partial U_x / \partial y \rangle \vec{e}_z$, tandis que la couche limite impose une vorticité $\vec{\Omega}_{\text{cl}} = -\Omega_{\text{cl}} \vec{e}_z$. La grille impose un gradient de température moyen sillage-paroi $\langle \vec{\nabla} T \rangle = G \vec{e}_y$ (ainsi qu'un gradient sillage-centre $-G \vec{e}_y$, non représenté). Enfin, le refroidissement du sillage en aval de la grille, dû au mélange, impose un gradient longitudinal effectif $\langle \vec{\nabla} T \rangle = -G_{\text{eff}} \vec{e}_x$.

Contributions aux fluctuations thermiques dans l'hélium

Outre les fluctuations dues au chauffage de la grille que nous cherchons à mesurer, les autres contributions sont de deux types :

1. Les fluctuations liées à la dissipation visqueuse. Localement, un gradient de vitesse à petite échelle $\partial u / \partial x$ est dissipé à un taux $\epsilon \simeq \nu (\partial u / \partial x)^2$. Cette puissance dissipée augmente la température locale :

$$c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} \simeq \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$$

où c_p est la capacité calorifique à pression constante. Une borne supérieure de cet échauffement local est obtenue en considérant que les gradients les plus intenses sont de l'ordre de u' / η , où u' est l'écart-type des fluctuations de vitesse. Nous obtenons :

$$\Delta \theta = \frac{\nu u'}{c_p \eta}.$$

Dans le cas de l'hélium à basse température, avec $c_p \simeq 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, on obtient $\Delta \theta \simeq 1$ à $10 \mu\text{K}$, soit bien en-deçà de la résolution de notre capteur. Cette contribution est donc tout à fait négligeable pour nos mesures.

2. Une autre source de fluctuation de température provient de l'équation d'état des gaz, qui lie les fluctuations de pression à celles de température. En particulier, dans le cas de tourbillons intenses, les dépressions au cœur peuvent donner lieu à une détente du gaz, et donc à un refroidissement local :

$$\Delta \theta \simeq T_0 \frac{\Delta p}{P_0}.$$

Ici encore, nous pouvons donner une estimation de cet effet. Les dépressions les plus intenses en mode contrarotatif atteignent $\Delta p \simeq -\rho U_{\text{disq}}^2$ (voir le chapitre 4), où U_{disq} est la vitesse périphérique des disques. Au plus, nous obtenons $\Delta p \simeq 0.1 \text{ mbar}$, soit des chutes de température de $100 \mu\text{K}$. Ici encore, nous voyons que ces événements extrêmes sont en limite de résolution de notre mesure.

Nous constatons donc qu'en induisant des fluctuations thermiques de typiquement $\theta' \simeq 50 \text{ mK}$, le signal mesuré est largement au-dessus des autres contributions, d'au plus $100 \mu\text{K}$.

La température est-elle un champ scalaire passif ?

Enfin, un dernier point d'une grande importance est l'aspect *passif* des fluctuations de température, question particulièrement pertinente dans le cas où le fluide est un gaz à très basse température. Comme nous l'avons vu, le champ de température peut être considéré comme un *champ scalaire passif* à condition d'être advecté par l'écoulement, sans rétroagir sur celui-ci. Si les fluctuations de température sont trop importantes, celles-ci créeront des fluctuations de densité et donc des forces de flottaison, qui agiront comme un terme source du champ de vitesse.

Cet effet peut être estimé à partir de la vitesse limite de flottaison. La différence de densité d'un élément de fluide, de dimension R^3 et élevé à une température $T_0 + \delta\theta$, produit une force ascendante $\delta F \simeq \delta\theta\rho gR^3/T_0$. Cette force est compensée par les effets de diffusion visqueuse et thermique. La force de traînée visqueuse, $\delta F_v \simeq \rho\nu Rv$, conduit à une vitesse limite

$$v_{\text{lim}} \simeq \frac{\delta\theta}{T_0} \frac{gR^2}{\nu}.$$

Afin que l'effet de flottaison soit négligeable devant l'effet d'advection, cette vitesse devra être faible devant la vitesse moyenne U . En d'autres termes, les fluctuations de température devront satisfaire

$$\frac{\delta\theta}{T_0} \ll \frac{U\nu}{gR^2}. \quad (1.14)$$

Les fluctuations thermiques introduites dans l'écoulement par notre grille peuvent concentrer des sur-températures sur une échelle du diamètre des fils chauffants, soit typiquement sur $200 \mu\text{m}$. Avec $U \simeq 1 \text{ m/s}$ et $\nu \simeq 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, on obtient $\delta\theta/T_0 \ll 20 \%$, condition largement vérifiée dans notre expérience : les fluctuations standards sont usuellement de l'ordre de $\theta' \simeq 20\text{--}40 \text{ mK}$. Nous sommes donc clairement dans la situation d'un champ scalaire advecté *passivement* par l'écoulement.

Gamme de fluctuations de température et de nombres de Reynolds

Récapitulons ici les différents domaines de paramètres accessibles dans notre expérience, et leurs conséquences sur la gamme de nombre de Reynolds que nous allons pouvoir explorer. La contrainte essentielle est le rapport (signal/bruit)² de notre mesure, défini comme

$$RSB_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{\theta'}{\theta_{\text{res}}} \right),$$

où θ' est l'écart-type des fluctuations de température, et θ_{res} la résolution de notre capteur, estimée à $200 \mu\text{K}$ environ. Un RSB de 40 dB semble le minimum, ce qui impose des fluctuations

$$\theta' > 20 \text{ mK}.$$

La seconde contrainte est la puissance maximale dissipée par la grille pour induire les fluctuations de température. En particulier, il ne nous a pas été possible de travailler à densité supérieure à 50 kg/m^3 (soit des viscosités cinématiques de l'ordre de $10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$) : au-delà de cette valeur, la capacité calorifique du gaz devient telle que la puissance cédée par la grille est incapable d'induire des fluctuations de température suffisantes. Pour la même raison, nous avons dû nous restreindre à des vitesses moyennes inférieures à 55 cm/s , soit des fluctuations typiques de l'ordre de 5 cm/s . Toutes ces contraintes nous ont limité expérimentalement à la gamme de nombres de Reynolds microéchelle

$$R_\lambda = 100 \text{ à } 300.$$

Bien que raisonnable, en comparaison avec les expériences usuelles de laboratoire utilisant de l'air, cette gamme est pour l'instant relativement modeste — nous sommes encore loin des nombres de Reynolds microéchelle les plus élevés atteints dans cette expérience, de l'ordre de 5000. Cependant, nous espérons que les améliorations futures concernant la résolution de notre capteur de température vont permettre d'étendre considérablement cette gamme.

Chapter 2

Etude expérimentale des transferts d'énergie

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale des transferts d'énergie en turbulence développée, et en particulier aux effets de nombre de Reynolds fini. Nous allons caractériser en détail la fonction de structure d'ordre 3, à partir de mesures de fluctuations de vitesse effectuées dans la grande et la petite cellule, pour différents écoulements (décrits au chapitre 1).

2.1 Motivations de cette étude

Comme nous l'avons souligné en introduction, la compréhension des transferts d'énergie est essentielle à la construction d'une description statistique de la turbulence. L'observation de spectres d'énergie en loi de puissance $E(k) \sim k^{-n}$, avec $n \simeq 5/3$, pour des nombres de Reynolds modérés et dans des situations ne vérifiant pas exactement les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie, conduit à l'impression d'une grande robustesse de la théorie de Kolmogorov. Par extension, on considère souvent que deux décades de lois d'échelle en $k^{-5/3}$ (typiquement à $R_\lambda \sim 1000$) garantissent l'existence d'un régime de Kolmogorov, dans le sens d'un transfert d'énergie constant vers les petites échelles.

Aux nombres de Reynolds accessibles aux expériences, la coupure visqueuse à petite échelle et l'injection d'énergie à grande échelle limitent l'extension des lois de puissance sur une gamme $L/\eta \sim R_\lambda^{3/2}$. A proprement parler, la gamme d'échelle telle que $S_2(r) \sim r^{2/3}$ ou, de façon à peu près équivalente, $E(k) \sim k^{-5/3}$, n'est pas le domaine inertiel. Celui-ci est défini de façon plus correcte comme la gamme sur laquelle la loi des 4/5 de Kolmogorov,

$$S_3(r) = -\frac{4}{5}\epsilon r, \quad (2.1)$$

est vérifiée. Pour valider expérimentalement cette loi, il est utile d'introduire la fonction de Kolmogorov,

$$K(r) = -\frac{S_3(r)}{\epsilon r} \quad (2.2)$$

(suivant une notation introduite par Sreenivasan et Dhruva (1998) [169]), qui permet d'estimer l'écart au régime asymptotique. Un véritable domaine inertiel pourra être défini comme la gamme d'échelle sur laquelle $K(r)$ atteint la valeur 4/5. Il se trouve que les statistiques d'ordre pair (spectres, corrélations) semblent bien plus robustes, bien moins sensibles aux effets de Reynolds fini que les transferts d'énergie eux-mêmes.

La vérification expérimentale de la théorie de Kolmogorov, et en particulier la caractérisation précise de la limite des très grands nombres de Reynolds, nécessite une étude approfondie de la loi des 4/5 (voir Frisch (1995) [68]). L'étude expérimentale de l'intermittence, sous la forme de

lois d'échelles anormales $S_n(r) \sim r^{\zeta_n}$ (avec $\zeta_n \neq n/3$), suppose souvent l'exactitude de la loi des 4/5 (2.1), *i.e.* d'une loi d'échelle d'exposant $\zeta_3 = 1$. Les modèles théoriques, dont un grand nombre s'attache à la prédiction des exposants anormaux ζ_n , sont en général basés sur ce résultat. L'observation expérimentale de lois d'échelles telles que $\zeta_3 \neq 1$, à nombre de Reynolds modéré et/ou dans des situations loin de l'homogénéité / isotropie, constitue une remise en cause sévère de la loi des 4/5, et par suite conduit à considérer l'observation de lois d'échelles anormales aux ordres plus élevés avec beaucoup de précaution.

Dans ce contexte, une étude détaillée des transferts d'énergie à très hauts nombres de Reynolds, avec un fin contrôle des conditions expérimentales, s'avère indispensable pour éclaircir cette situation. En particulier, la compréhension de l'évolution de ces transferts avec le nombre de Reynolds s'avère cruciale, afin de déterminer (i) si les écarts à la loi des 4/5 sont des effets de faibles nombres de Reynolds, et (ii) si dans la limite des très grands nombres de Reynolds un régime de transfert d'énergie constant s'installe effectivement. En particulier, des nombres de Reynolds $R_\lambda = 500, 1000, 5000$ sont-ils suffisants pour observer précisément la loi des 4/5 ? Etant donné un forçage fortement anisotrope, le nombre de Reynolds minimal à atteindre est-il encore plus élevé ?

Etudes récentes relatives à l'équation de Kolmogorov

Approches théoriques L'équation originalement établie par Kolmogorov (1941) [88] concerne une turbulence en déclin, *i.e.* sans forçage extérieur. Afin d'obtenir des propriétés statistiquement stationnaires, Frisch (1995) [68] souligne l'importance de l'introduction d'un terme de force \vec{f} , fournissant l'énergie à un taux moyen $\epsilon = \langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle$. Il obtient la loi des 4/5 en supposant la turbulence homogène et isotrope, entretenue par ce terme \vec{f} supposé, lui, statistiquement homogène et stationnaire.

Lindborg (1996) [96] discute l'importance des gradients de pression et d'énergie cinétique à grande échelle pour l'injection d'énergie. Hill (1997) [74] démontre l'équation de Kolmogorov en utilisant l'homogénéité locale, sans supposer l'isotropie locale¹. En outre, avec les hypothèses d'homogénéité et de stationnarité globales, il obtient une équation de Kolmogorov généralisée, valable également pour les échelles supérieures au domaine inertiel à très haut nombre de Reynolds. Mann *et al.* (1999) [104], à partir d'une étude expérimentale de suivi de trajectoires de particules à 3D, établissent l'équation de Kolmogorov pour la première fois dans un cadre lagrangien.

Citons enfin Qian [146, 148], qui utilise des modèles de fermeture spectraux pour étudier les effets de nombre de Reynolds fini sur les transferts d'énergie, et en particulier sur la fonction de structure d'ordre 3. Il met en évidence une tendance algébrique vers la loi des 4/5 avec le nombre de Reynolds, dont l'exposant dépend du modèle de forçage spectral utilisé.

Approches expérimentales Anselmet *et al.* (1984), dans des expériences contrôlées en turbulence de conduite ($R_\lambda = 515$) et de jet ($R_\lambda \leq 852$), ont mené une étude détaillée des fonctions de structure, en particulier de S_3 . Pour les échelles du domaine inertiel, les fonctions de structure compensées $r^{-\zeta_n} S_n(r)$ présentent des plateaux "arrondis" sur une décade environ. Il en est de même pour $-S_3/\epsilon r$, qui semble légèrement décroissant avec l'échelle (pouvant conduire à un exposant apparent $\zeta_3 \gtrsim 1$), une observation commune à un certain nombre d'expériences.

Récemment, une étude extensive de l'isotropie locale a été menée par Saddoughi et Veeravalli (1994) [154] en couche limite turbulente, à R_λ jusqu'à 1450. Ces auteurs observent qu'en présence d'un cisaillement moyen S , l'isotropie locale est valide pour des échelles inférieures à $0.1L(u'/SL)^{3/2}$; à $R_\lambda = 1450$, ils vérifient qu'une décade de domaine inertiel complètement isotrope est effectivement obtenue pour $S \lesssim 100/\tau_\eta$, où $\tau_\eta = (\nu/\epsilon)^{1/2}$ est l'échelle de temps de Kolmogorov. Dans ces conditions, la loi des 4/5 est obtenue sur une à deux décades, avec une précision de $\pm 10\%$ environ.

Lindborg (1999) [97], à partir de données de turbulence de grille et de jet, propose de rendre compte de l'effet des grandes échelles en modélisant le terme instationnaire via le modèle $K - \epsilon$

¹Citons également Rasmussen (1999) [151], qui obtient cette équation en relâchant quelques contraintes de symétrie supplémentaire.

(dans une démarche analogue à celle suivie par Danaïla *et al.* (1999b) [58] pour l'équation de Yaglom).

Sreenivasan et Dhruva (1998) [169] ont étudié la fonction de Kolmogorov à partir de données atmosphériques, à $R_\lambda = 10^4$. Cette loi est assez bien vérifiée, mais sur moins de deux décades, ce qui conduit ces auteurs à douter de l'existence de véritables lois d'échelles dans la limite des très grands nombres de Reynolds. Sreenivasan *et al.* (1999) (voir aussi Vainshtein et Sreenivasan (1994) [176]) soulignent l'importance des grandes échelles² sur la fonction de structure d'ordre 3. Ils montrent en particulier qu'un filtrage passe-haut du signal de vitesse affecte grandement $S_3(r)$ dans le domaine inertiel, jusqu'à 2 décades sous la fréquence de filtrage, alors que les quantités paires, en revanche, sont beaucoup moins affectées à des échelles inférieures au filtrage. Cette observation souligne l'aspect non local dans l'espace des échelles des transferts d'énergie.

Van de Water et Herweijer (1999) [186], dans une étude récente de turbulence de grille et de jet ($R_\lambda = 190$ –560 et 810), discutent les effets d'anisotropie en comparant les exposants de fonction de structure transverses et longitudinaux. Ces auteurs vérifient à un degré assez élevé de précision la loi d'échelle $\zeta_3 = 1$ sur S_3 , mais ne vérifient pas l'équation de Kolmogorov (probablement à cause d'une estimation imprécise de la dissipation ϵ).

Enfin, un certain nombre d'études (voir par exemple Pinton *et al.* (1998) [133], Andreotti *et al.* (1998) [3]) d'écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds, dans des géométries très anisotropes (fort cisaillement ou rotation), montrent des fonctions de structure S_3 ne suivant aucune loi de puissance, ou parfois une loi de puissance d'exposant très inférieur à l'unité.

Il est clair que toutes ces études expérimentales donnent un point de vue mitigé sur la validité de la théorie de Kolmogorov. Bien plus que le spectre ou la fonction de structure d'ordre 2, S_3 semble "fragile" à bien des aspects : présence de bruit, convergence des statistiques, taux de fluctuation et hypothèse de Taylor, persistance d'effets des grandes échelles sur le domaine inertiel... Malgré de nombreux efforts et des expériences très contrôlées, nombre d'auteurs mettent en doute l'existence de véritables lois d'échelles en turbulence — tout du moins aux nombres de Reynolds accessibles expérimentalement —, et *a fortiori* la validité de la théorie de Kolmogorov. En particulier, la sensibilité de S_3 aux conditions de forçage, même sur les échelles du domaine inertiel, rend difficile la comparaison entre différentes expériences. La difficulté de variations du nombre de Reynolds à géométrie fixée, dans les expériences classiques de laboratoire, rend très délicate l'étude de l'évolution des transferts d'énergie, et de l'éventuelle tendance vers un régime asymptotique.

Plan de ce chapitre

Nous allons dans un premier temps introduire l'équation de Kolmogorov, en mettant l'accent sur la prise en compte explicite d'un terme de forçage. Nous présenterons le protocole de mesure, en insistant sur le fin contrôle des conditions expérimentales (bruit, taux de fluctuation, stabilité et convergence des moments...). Nous détaillerons ensuite les mesures des fonctions de structure, et la validation de l'équation de Kolmogorov dans l'écoulement contrarotatif. Nous mettrons en évidence la tendance algébrique vers un régime asymptotique dans la limite des très grands nombres de Reynolds. Nous proposerons une équation modèle de la fonction de Kolmogorov, et montrerons comment cette tendance algébrique peut être reproduite. A titre de comparaison, d'autres écoulements ont été étudiés (turbulence derrière des obstacles, turbulence en forte rotation), afin de tester la robustesse de nos observations en contrarotatif. Enfin, nous mettrons en perspective ces résultats, en les comparant avec d'autres approches théoriques et expérimentales.

2.2 L'équation de Kolmogorov avec forçage

2.2.1 Le terme de forçage dans Navier-Stokes

Afin d'exprimer des propriétés statistiques à partir des équations de Navier-Stokes moyennées, il est nécessaire d'avoir recours à plusieurs types d'hypothèses, en particulier concernant (i) les

²Voir aussi Yakhot (1994) [189], qui arrive à la même conclusion en raisonnant dans l'espace de Fourier.

propriétés du champ de vitesse à petite échelle, comme l’homogénéité et l’isotropie, et (ii) l’injection d’énergie aux grandes échelles.

(i) Afin de pouvoir prédire des quantités statistiques simples et accessibles à l’expérience, il est très difficile de ne pas avoir recours aux hypothèses d’homogénéité et d’isotropie. Elles permettent d’exprimer les quantités moyennes sur le champ de vitesse de façon très simple, en fonction des seules différences de vitesse longitudinale.

(ii) En l’absence de forçage, l’énergie cinétique initiale est dissipée par les effets de la viscosité. Il est nécessaire, afin d’obtenir des propriétés statistiquement stationnaires, de prendre en compte un terme de force fournissant une puissance qui compense, en moyenne, cette dissipation. Cette injection d’énergie provenant du forçage, il peut être *a priori* discutable d’en modéliser l’effet *localement* — nous allons examiner ce point. Ceci revient à remplacer le système complet

$$\begin{cases} (\partial_t + \vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} \\ \text{Conditions aux limites} \end{cases} \quad (2.3)$$

par une équation effective

$$(\partial_t + \vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{f}, \quad (2.4)$$

où la force par unité de volume \vec{f} représente, localement, les effets des conditions aux limites. Ces équations sont complétées par l’équation de la conservation de masse, $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ pour un fluide incompressible. Bien entendu, l’équation (2.4), étant exprimée *localement*, est bien plus simple à traiter que le système (2.3), explicitement écrit de façon *non locale*. Il ne faut cependant pas être dupe de cette apparente simplification : l’équation (2.4) reste intrinsèquement non locale, de par l’effet, entre autres, du champ de pression (la pression en un point peut s’exprimer comme une intégrale sur l’ensemble du volume du champ de vitesse au même instant, et donc subir directement les effets des conditions aux limites). Nous allons dans la section suivante nous pencher sur les hypothèses nécessaires à une telle modélisation.

2.2.2 Forçage et injection d’énergie

Terme de force effectif

Afin de faire apparaître un terme de forçage effectif (2.4), nous pouvons considérer un écoulement statistiquement stationnaire, dont le forçage parvient à installer un champ de pression et de vitesse moyens $P_0(\vec{x})$ et $\vec{U}_0(\vec{x})$. Il peut s’agir par exemple d’un écoulement turbulent dans une conduite forcé par une différence de pression. Nous pouvons décomposer les champs de pression et de vitesse en des parties fluctuantes $p(\vec{x}, t)$ et $\vec{u}(\vec{x}, t)$, telles que $\langle p \rangle = 0$ et $\langle \vec{u} \rangle = \vec{0}$, et moyennes P_0 et U_0 . Les $\langle \cdot \rangle$ dénotent ici une moyenne temporelle en un point \vec{x} . Cette démarche est analogue à la décomposition de Reynolds (voir Pope (1999) [135]). En reportant dans les équations de Navier-Stokes (2.3), nous obtenons une équation d’évolution pour la partie fluctuante (2.4) dans laquelle le terme de force \vec{f} s’écrit

$$\vec{f} = -\vec{\nabla} \left(\frac{P_0}{\rho} + \frac{1}{2}U_0^2 + \vec{u} \cdot \vec{U}_0 \right) + \nu\nabla^2\vec{U}_0. \quad (2.5)$$

A la contribution visqueuse près (négligeable à haut nombre de Reynolds), cette force dérive des champs de pression et d’énergie cinétique moyens, ainsi que de l’interaction écoulement moyen – fluctuations turbulentes. Nous constatons qu’un écoulement purement homogène implique $P_0 = \text{cste}$ et $\vec{U}_0 = \vec{\text{cste}}$, soit $\vec{f} = \vec{0}$: il ne peut y avoir d’injection d’énergie dans cette situation. L’inhomogénéité (et *a fortiori* l’anisotropie) à grande échelle de l’écoulement moyen est une condition nécessaire à l’injection d’énergie, via un gradient de pression et/ou d’énergie cinétique. Par contre, il reste *a priori* possible d’envisager les champs fluctuants (p, \vec{u}) comme homogènes et isotropes.

Notons qu’une démarche analogue est souvent effectuée pour l’équation de la chaleur (voir le chapitre 3), afin d’introduire explicitement l’anisotropie à grande échelle. La linéarité de l’équation

de la chaleur permet d'exprimer beaucoup plus simplement ce terme de forçage sous la forme $S = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \Theta_0)$, analogue à la contribution $-\vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{U}_0)$ de \vec{f} .

L'inconvénient de l'écriture de \vec{f} sous forme potentielle (2.5) est qu'elle ne peut pas conduire à une injection volumique d'énergie : la puissance moyenne $\langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle$ s'annule par incompressibilité partout, sauf sur une surface de contrôle, où elle correspond au flux d'énergie cinétique et de pression.

Remarque sur la force aléatoire en volume

Une façon simple de rendre compte du forçage, compatible avec une injection d'énergie en volume, est d'imaginer l'expérience suivante : un ballon rigide étanche est entièrement rempli d'un fluide, initialement en mouvement turbulent. Si l'on agite et tourne violemment ce ballon dans tous les sens, il est possible d'entretenir cet écoulement turbulent par un forçage *en volume*. En effet, dans le référentiel non galiléen du ballon en mouvement, il existe des forces d'inertie (forces d'entraînement et de Coriolis), par définition volumiques, capables d'injecter une puissance $\vec{f} \cdot \vec{v}$. Dans le référentiel de l'expérimentateur, l'énergie est injectée par les couches limites. De simples translations du ballon induisent des forces d'inertie strictement homogènes, et ne provoquent aucun mouvement. En revanche, des rotations induisent des gradients de forces, capables de mettre le fluide en mouvement et d'injecter de l'énergie.

Considérons maintenant que notre ballon étanche est lui-même immergé dans un écoulement turbulent extérieur, dont les grands mouvements (d'échelle supérieure à la taille du ballon) jouent le rôle de l'expérimentateur-agitateur. Si la turbulence extérieure au ballon est statistiquement homogène et isotrope, elle injectera à la turbulence intérieure au ballon une énergie via une force d'inertie en volume, statistiquement homogène et isotrope. L'échelle caractéristique de cette force sera la taille du ballon, et le temps caractéristique celui de l'écoulement extérieur à l'échelle du ballon. Cette force pourra donc être considérée comme une force volumique aléatoire pour l'écoulement intérieur, statistiquement stationnaire, homogène et isotrope.

Bilan local d'énergie

Pour déduire une équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente (par unité de masse) $\frac{1}{2}u^2$, nous multiplions scalairement l'équation (2.4), où \vec{f} est une force aléatoire en volume, par la composante fluctuante \vec{u} et nous moyennons :

$$\partial_t \langle \frac{1}{2}u^2 \rangle = \langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle - 2\nu \langle \sigma_{ij} \sigma_{ij} \rangle, \quad (2.6)$$

où nous avons introduit le tenseur de déformation $\sigma_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$, partie symétrique du tenseur des gradients de vitesse. Le terme d'advection de l'énergie ne contribue pas à ce bilan local : ce terme non linéaire est conservatif, et \vec{u} est responsable que des transferts d'énergie. En régime stationnaire, les termes de production $\langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle$ et de dissipation $2\nu \langle \sigma_{ij} \sigma_{ij} \rangle$ s'équilibrent :

$$\epsilon = \langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle = 2\nu \langle \sigma_{ij} \sigma_{ij} \rangle,$$

où nous introduisons la puissance (par unité de masse) ϵ , qui représente à la fois la puissance moyenne injectée par le forçage \vec{f} et la puissance moyenne dissipée par les effets de la viscosité. Bien entendu, ces deux quantités peuvent fluctuer dans le temps et dans l'espace, mais seules importent leur valeur moyenne pour ce bilan d'énergie local.

2.2.3 Bilan d'énergie par échelle

Nous allons établir, de façon similaire à la section précédente, un bilan de puissance *local*, mais cette fois-ci exprimé *échelle par échelle*. Nous venons de voir que l'expression *locale* sous-entend la possibilité de représenter localement, par le biais d'une force volumique \vec{f} , les effets d'injection d'énergie.

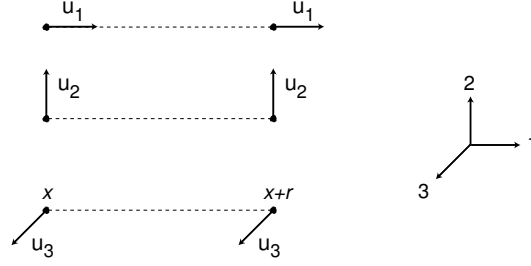


Figure 2.1: Définition des fonctions de structure D_{ij} à 2 points. Les composantes u_1 , u_2 et u_3 de la vitesse sont prises en deux points \vec{x} et $\vec{x} + \vec{r}$, avec $\vec{r} = r\vec{e}_1$. La fonction de structure $D_{LL} = \langle u_1 u'_1 \rangle$ est dite “longitudinale” (et notée S_2), et les fonctions $D_{NN} = \langle u_2 u'_2 \rangle = \langle u_3 u'_3 \rangle$ sont dites “transverses”. Les corrélations du type $\langle u_1 u'_2 \rangle$ sont nulles par isotropie.

L’advection d’énergie est responsable du transfert des grandes vers les petites échelles. Nous avons vu qu’elle n’affecte cependant en rien le bilan de puissance global : elle ne participe ni à la production ni à la dissipation. Afin de mettre en évidence cet effet de transfert à travers les échelles, nous écrivons un bilan de puissance local, de nouveau en multipliant scalairement les équations de Navier-Stokes par le champ de vitesse, mais cette fois-ci en deux points distants de \vec{r} afin d’introduire explicitement l’échelle :

$$\langle u'_j \partial_t u_i \rangle + \langle u'_j u_k \partial_k u_i \rangle = -\langle u'_j \partial_i p \rangle + \nu \langle u'_j \nabla^2 u_i \rangle + \langle u'_j f_i \rangle.$$

Les champs avec prime sont pris en $\vec{x} + \vec{r}$, tandis que ceux sans prime sont en \vec{x} . Nous faisons ici usage de la notation tensorielle, et de la sommation sur les indices répétés.

Cette équation fait intervenir les fonctions de corrélations doubles et triples à deux points, $\langle u_i u'_j \rangle$ et $\langle u_i u_j u'_k \rangle$. Si nous supposons l’homogénéité et l’isotropie, il devient possible d’exprimer cette équation en fonction des seules fonctions de structure doubles et triples en deux points (voir la figure 2.1), plus symétriques,

$$D_{ij}(\vec{r}) = \langle (u'_i - u_i)(u'_j - u_j) \rangle, \quad D_{ijk}(\vec{r}) = \langle (u'_i - u_i)(u'_j - u_j)(u'_k - u_k) \rangle.$$

L’équation ainsi obtenue est l’équation de von Kármán–Howarth [86]. Notons que nous avons considéré ici la partie fluctuante du champ de pression comme isotrope, ce qui permet d’annuler les corrélations où intervient le gradient de pression³ ($\langle u_i \partial_i p \rangle = -\langle p \partial_i u_i \rangle = 0$). Ceci n’est évidemment plus vrai près des parois. Nous nous référons ici à l’isotropie locale, et le terme de forçage représente les effets non locaux.

Enfin, la grande simplification due à l’isotropie est la possibilité d’exprimer ces fonctions de structure à partir de quantités uniquement longitudinales,

$$\begin{aligned} S_2(r) &= D_{LL}(r) = \langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle \\ S_3(r) &= D_{LLL}(r) = \langle [u(x+r) - u(x)]^3 \rangle \end{aligned} \quad (2.7)$$

(où u est la composante selon la séparation r du vecteur vitesse \vec{u}). Explicitons ce point simplement pour la corrélation double : pour un champ isotrope, la fonction de structure $D_{ij}(\vec{r})$ ne peut s’exprimer qu’en fonction de tenseurs isotropes, soit δ_{ij} et $r_i r_j$, ce qui conduit à la seule écriture possible :

$$D_{ij} = D_{NN} \delta_{ij} + [D_{LL} - D_{NN}] \frac{r_i r_j}{r^2},$$

où $D_{LL} = D_{11}$ est la fonction de structure d’ordre 2 longitudinale, et $D_{NN} = D_{22} = D_{33}$ la fonction de structure d’ordre 2 transverse. De plus, l’expression de l’incompressibilité du champ

³On trouvera dans Hill (1997) [74] une dérivation exacte de ce résultat, basée sur l’homogénéité et l’isotropie locale.

de vitesse appliquée à ce tenseur, $\partial D_{ij}/\partial r_i = 0$, permet de lier ces deux fonctions de structure entre elles :

$$D_{NN} = D_{LL} + \frac{1}{2}r \frac{\partial}{\partial r} D_{LL}.$$

Nous voyons donc que seule importe la fonction de structure longitudinale en turbulence isotrope⁴, mesurable expérimentalement grâce à l’emploi de l’hypothèse de Taylor. Le même type de résultat est obtenu pour la fonction de structure d’ordre 3 — nous renvoyons le lecteur à Monin et Yaglom (1975) [115], où tous les calculs sont explicités.

Toute substitution effectuée, nous obtenons *in fine* un bilan de puissance échelle par échelle, exprimé uniquement en terme de fonctions de structure longitudinales

$$S_3(r) - 6\nu \frac{\partial}{\partial r} S_2(r) = -\frac{4}{r^4} \int_0^r r'^4 \langle \vec{f} \cdot \vec{u}' \rangle dr', \quad (2.8)$$

obtenu par Novikov (1964) [122]⁵. C’est une généralisation de l’équation de Kolmogorov, exprimée ici en régime stationnaire et en présence d’un terme de forçage \vec{f} . Cette force n’intervient donc que par le biais de la puissance moyenne injectée.

Expression du terme de forçage

Il ne nous reste plus qu’à exprimer la corrélation à deux points forçage-vitesse apparaissant dans (2.8). Pour $r = 0$, nous avons vu dans la section précédente que cette équation se ramenait à un simple bilan de puissance (sans faire intervenir d’échelle), d’où nous avons tiré la corrélation en un point $\langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle = \epsilon$. Il est nécessaire d’effectuer des hypothèses pour exprimer la corrélation en deux points.

Nous avons dit que le forçage n’était “actif” qu’aux grandes échelles ; cette corrélation ne peut varier de façon significative que sur des échelles grandes. Nous supposons que cette corrélation en deux points, lorsque la distance entre ces deux points est petite, prend des valeurs proches de la corrélation en un point : nous aurons $\langle \vec{f} \cdot \vec{u}' \rangle \simeq \langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle = \epsilon$. Pour des distances très grandes, en revanche, nous nous attendons à ce que la vitesse et la force soient décorréelées, soit $\langle \vec{f} \cdot \vec{u}' \rangle \rightarrow 0$. L’expression la plus simple et la plus générale est un développement au second ordre :

$$\langle \vec{f} \cdot \vec{u}' \rangle = \epsilon \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{L_f^2} + \dots \right), \quad (2.9)$$

où nous avons introduit L_f , l’échelle typique de décorrélation force–vitesse⁶. Ce développement n’est valable que pour un forçage dont l’effet est confiné aux grandes échelles. Notons que cette définition est analogue à l’échelle de Taylor pour l’autocorrélation de vitesse : elle peut s’exprimer à partir de la courbure à l’origine de la fonction d’autocorrélation. Nous nous attendons à ce que cette échelle soit de l’ordre de la grande échelle ; en particulier, elle ne doit pas dépendre du nombre de Reynolds. Ce point devra être vérifié expérimentalement : en supposant ce développement valide, nous allons dans la section suivante déterminer cette échelle.

⁴En particulier, si la fonction de structure longitudinale présente une loi de puissance pour les échelles inertielles, la fonction de structure transverse doit présenter la même loi d’échelle, sur à peu près la même gamme d’échelle. Des lois d’échelles différentes pour D_{LL} et D_{NN} sont donc une violation explicite de l’isotropie.

⁵Voir aussi l’équation (28.93) de Monin et Yaglom (1975) [115].

⁶Une autre façon de se convaincre de la généralité de ce développement est de considérer que cette force “agit” essentiellement à petit nombre d’onde (*i.e.* qu’elle excite les modes à petits nombres d’onde du champ de vitesse), disons $k_f \sim 1/L_f$. Si nous représentons cette force par $f_0 \cos(k_f r)$ (avec f_0 tel que $2\epsilon = f_0 u_0$, où u_0 est ici la fluctuation typique de vitesse), nous obtenons

$$\langle f u' \rangle = \langle f_0 \delta(k_f) u_k^* e^{-ikr} \rangle = 2\epsilon e^{-ik_f r},$$

dont la partie réelle donne bien le développement (2.9) pour $r \ll L_f$.

Si nous substituons le développement quadratique (2.9) de cette corrélation dans l'équation (2.8), en ne retenant que le premier ordre en r^2 , nous obtenons :

$$S_3(r) - 6\nu \frac{\partial}{\partial r} S_2(r) = -\frac{4}{5} \epsilon r \left(1 - \frac{5}{14} \frac{r^2}{L_f^2} \right), \quad (2.10)$$

que nous appelons *Equation de Kolmogorov avec forçage*. Cette équation s'interprète comme un bilan de puissance *échelle par échelle*. L'énergie est injectée, à un taux moyen ϵ , à une échelle caractéristique L_f . Le terme en $S_3(r)$, qui couple les échelles via les interactions non-linéaires, représente le transfert d'énergie à travers une échelle r . Enfin, le terme en $S_2(r)$ représente la dissipation d'énergie aux petites échelles, due aux effets de la viscosité. De cette équation il est impossible, sans hypothèse supplémentaire, d'en déduire une expression de $S_2(r)$ ou $S_3(r)$ séparément.

Flux d'énergie Le lien entre $S_3(r)$ et le flux d'énergie, noté $\epsilon(r)$, peut s'écrire exactement (voir Frisch [68]⁷) :

$$\epsilon(r) = -\frac{1}{12} \left(3 + r \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(5 + r \frac{\partial}{\partial r} \right) \frac{S_3(r)}{r}. \quad (2.11)$$

Par commodité, nous interpréterons cependant $-S_3(r)/r$ comme un flux d'énergie, bien que la définition ci-dessus soit plus correcte⁸. Ces deux définitions se recouvrent (à un facteur près), dans la limite des très grands nombres de Reynolds pour les échelles inertielles.

La loi des 4/5 La limite très grands nombres de Reynolds conduit à considérer une échelle d'injection d'énergie $L_f \rightarrow \infty$. Nous retrouvons dans ce cas ($r \ll L_f$) l'équation de Kolmogorov sans terme de forçage :

$$S_3(r) - 6\nu \frac{\partial}{\partial r} S_2(r) = -\frac{4}{5} \epsilon r.$$

Si de plus nous considérons les échelles $r \gg \eta$, où la dissipation visqueuse peut être négligée, nous retrouvons la loi des 4/5 de Kolmogorov

$$S_3(r) = -\frac{4}{5} \epsilon r,$$

qui correspond donc [voir l'équation (2.11)] à un transfert constant à travers les échelles, c'est-à-dire à $\epsilon(r) = \epsilon$.

A des nombres de Reynolds modérés, pour lesquels il n'existe pas de véritable séparation d'échelles $\eta \ll r \ll L_f$, il importe donc de considérer tous les termes de l'équation (2.10). Pour les faibles nombres de Reynolds, la loi linéaire $S_3(r) \sim \epsilon r$ n'est pas vérifiée, et il n'existe pas de domaine inertiel du point de vue des transferts d'énergie. Dans ce cas, la fonction de structure d'ordre 3 est en grande partie contrainte par les échelles visqueuses $r \sim \eta$ et les grandes échelles $r \sim L_f$.

La vérification de l'équation (2.10) est fondamentale : il s'agit d'une relation exacte, dérivant directement des équations de Navier-Stokes avec les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie, ainsi qu'une injection d'énergie aux grandes échelles modélisée par un forçage volumique \vec{f} . Les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie, assez fortes, ont permis d'exprimer le flux d'énergie de façon très simple, à partir de seules quantités longitudinales, facilement accessibles à l'expérience. Valider cette loi permet de valider les hypothèses dont elle découle ou, tout du moins, de montrer que les éventuels écarts à ces hypothèses sont suffisamment faibles pour conduire à des flux d'énergie correspondant essentiellement à une situation homogène et isotrope. De plus, nous avons cherché le

⁷Voir aussi Andreotti (1999) [4] pour une approche lagrangienne de ce résultat.

⁸Précisons nos notations par rapport à Frisch [68] : le flux d'énergie y est exprimé dans l'espace de Fourier : Π_k est le *flux d'énergie* à travers le nombre d'onde k (vérifiant $\Pi_k = \epsilon$ pour $Re \rightarrow \infty$), et $T(k) = -\partial \Pi_k / \partial k$ le *transfert d'énergie* à travers k . Dans l'espace des échelles, $\epsilon(r)$ est le *flux spatial d'énergie* ; nous le nommons ici simplement *flux d'énergie*, sans ambiguïté avec Π_k .

moyen de reproduire les effets d'injection d'énergie aux grandes échelles, dus à la contribution non locale de la pression et de l'énergie cinétique (nécessairement inhomogène), par un forçage effectif en volume. La validation de l'équation de Kolmogorov avec forçage, et en particulier l'expression du terme de forçage pour les échelles $r \lesssim L_f$, permet de valider par là même la modélisation de cette injection d'énergie par un forçage effectif local. La possibilité d'une telle modélisation est de grande importance pour les modèles théoriques et les simulations numériques, qui ne sont pas capables de prendre en compte explicitement les conditions aux limites de l'écoulement.

2.3 Etude expérimentale des transferts d'énergie

2.3.1 Protocole de mesure

Conf.	Fichier	$\nu \times 10^4$ (cm^2/s)	R_λ	$\langle U \rangle$ (cm/s)	τ $= u' / \langle U \rangle$	η (μm)
C	92V	11.0	715	0.64	0.21	11.2
	117V	4.6	1180	0.69	0.20	5.8
	133V	6.0	1280	1.08	0.17	5.3
	140V	21	510	0.63	0.18	20.4
	143V	21	400	0.36	0.20	29.6
	152V	170	205	0.92	0.19	70.2
	153V	165	140	0.40	0.20	126
	156V	4.4	1590	1.31	0.20	3.4
D	4CL	5.0	1180	1.76	0.10	4.7
	45CL	9.5	440	0.74	0.13	16.8
	55CL	9.5	540	1.29	0.10	9.1
B	175J	10	670	1.79	0.17	56.0
	181J	36	160	0.27	0.16	4.3

Table 2.1: Caractéristiques de quelques fichiers de vitesse analysés dans ce chapitre.

Les mesures présentées dans cette section ont été réalisées dans la petite et la grande cellule, en mode contrarotatif. Dans le tableau 2.1 sont regroupées les caractéristiques de quelques fichiers utilisés dans ce chapitre.

Dans cette section, nous allons détailler le protocole de mesure, et en particulier insister sur les critères suivants :

- Filtrage passe-bas, dû au temps de réponse (sonde + électronique), ou filtrage spatial dû à la taille de la sonde.
- Présence de bruit (pics parasites et bruit blanc), couplé ou non au signal de vitesse.
- Taux de fluctuation faible (limite fixée à 21 %).
- Stabilité et convergence des statistiques (à mieux que le %).

Le premier point a fait l'objet d'importantes précautions. A propos du filtrage spatial, Belin (1998) [24], d'après des données numériques de Jiménez, montre que tant que l'échelle de Kolmogorov est supérieure à $l_{\text{sonde}}/3$ (où l_{sonde} est la longueur de la zone sensible de la sonde), l'erreur commise sur l'estimation des moments des gradients de vitesse est inférieure à 2 %.

Nous allons examiner en détail dans les sections suivantes les trois autres points.

Les différentes sources de bruit

Afin de vérifier avec une grande précision la validité de l'équation de Kolmogorov, il est important de contrôler finement les différentes sources possibles de bruit :

- Bruit électrique : il peut s'agir de bruit blanc, devenant important surtout à haute fréquence, ou de pics parasites (typiquement des contaminations électromagnétiques à 50 Hz).
- Vibration mécanique de la fibre à sa fréquence propre, éventuellement couplée à la fréquence de détachement des tourbillons en aval de la sonde.

Nous allons considérer dans cette section l'influence de bruit sur les calculs des fonctions de structure. Nous aurons à distinguer deux cas : celui d'un bruit indépendant du signal (parasites électroniques, bruit blanc), ou corrélé au signal (dû à une vibration mécanique de la sonde).

Bruit indépendant du signal Nous considérons que la vitesse mesurée $u_m(t)$ est la somme de la vitesse vraie $u(t)$ et d'un bruit $b(t)$. Dans un premier temps, nous simplifions le problème en supposant que le bruit est indépendant du signal ($\langle b(t)u(t) \rangle = 0$) et centré. Dans ce cas, celui-ci n'affecte que les fonctions de structure d'ordre pair ; ce bruit n'a aucune influence sur la fonction de structure d'ordre 3. En effet, on a :

$$S_3^{\text{mes}}(\tau) = \langle \Delta u_m(\tau)^3 \rangle = \langle [\Delta u(\tau) + \Delta b(\tau)]^3 \rangle = S_3(\tau) + 3\langle \Delta u^2 \Delta b \rangle + 3\langle \Delta u \Delta b^2 \rangle + \langle \Delta b^3 \rangle,$$

où Δu et Δb sont les incréments de vitesse et de bruit ($\Delta u(\tau) = u(t + \tau) - u(t)$). Les second et troisième termes s'annulent car bruit et signal sont décorrélés, et le dernier terme s'annule car le bruit est centré. Nous avons donc bien :

$$S_3^{\text{mes}}(\tau) = S_3(\tau).$$

La situation est différente pour la fonction de structure d'ordre 2. Nous allons considérer deux types de bruits : un bruit blanc et une oscillation périodique.

Dans le cas du bruit blanc ($\langle b(t)b(t + \tau) \rangle \sim \delta(\tau)$), la fonction de structure mesurée s'écrit simplement :

$$S_2^{\text{mes}}(\tau) = S_2(\tau) + 2\langle b^2 \rangle. \quad (2.12)$$

Le bruit se fera sentir aux petites échelles (hautes fréquences), pour $S_2(\tau)$ petit.

Dans le cas d'une oscillation parasite (typiquement une contamination à 50 Hz), nous écrivons $b(t) = b_0 \cos(\omega t)$. Nous avons dans ce cas $\langle b^2 \rangle = b_0^2/2$ et $\langle \Delta b(\tau)^2 \rangle = b_0^2[1 - \cos(\omega\tau)]$, soit finalement :

$$S_2^{\text{mes}}(\tau) = S_2(\tau) + b_0^2[1 - \cos(\omega\tau)].$$

La fonction de structure d'ordre 2 sera donc affectée d'oscillations de période $2\pi/\omega$.

Bruit couplé au signal Cette situation se présente dans le cas d'une vibration mécanique de la sonde. Nous pouvons considérer pour simplifier que le bruit est multiplicatif, conduisant à un signal mesuré $u_m(t) = u(t)[1 + b(t)]$. Dans le cas d'une oscillation périodique à la fréquence propre de vibration de la sonde, nous obtenons :

$$\begin{aligned} S_2^{\text{mes}}(\tau) &= S_2(\tau) \left[1 + \frac{1}{2} b_0^2 \cos(\omega\tau) \right] + \langle u^2 \rangle b_0^2 [1 - \cos(\omega\tau)] \\ S_3^{\text{mes}}(\tau) &= S_3(\tau) \left[1 + \frac{1}{2} b_0^2 + b_0^2 \cos(\omega\tau) \right]. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sur le spectre d'énergie, rien ne distingue un bruit périodique couplé ou indépendant du signal : sa signature est la même, un pic à la fréquence d'oscillation. Par contre, nous voyons que sur la fonction de structure d'ordre 3, la conséquence en est très différente : dans le cas d'un bruit indépendant, S_2 est affecté mais S_3 reste inchangé. En revanche, s'il s'agit d'un bruit couplé au signal de vitesse, à la fois S_2 et S_3 sont affectés par des oscillations. Dans le cas de S_3 , qui reflète une légère asymétrie dans les fluctuations de vitesse, une telle oscillation peut grandement modifier les mesures.

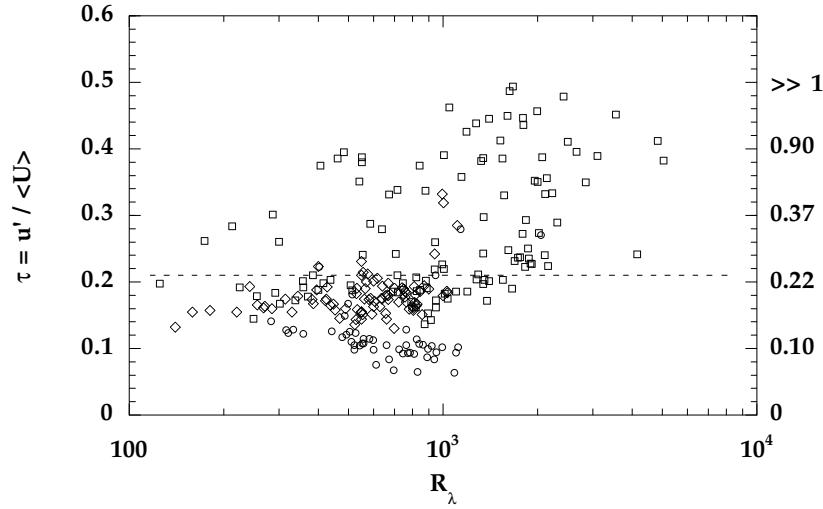


Figure 2.2: Taux de fluctuation pour l'ensemble des fichiers. Carrés : grande cellule, contrarotation. Losanges : petite cellule, co- et contrarotation. Cercles : grande cellule, corotation derrière des obstacles. Le trait pointillé indique la limite à $\tau = 0.21$ (voir texte). L'ordonnée de droite indique le taux de fluctuation réel, estimé à partir du taux apparent, d'après la figure 1.20 du chapitre 1 (p. 36).

Taux de fluctuation

Le critère d'un faible taux de fluctuation est très important pour une vérification précise des lois d'échelle, particulièrement de la fonction de structure d'ordre 3. Pour les mesures en anémométrie à fil chaud, nous avons vu au chapitre 1 que l'exigence d'un faible taux de fluctuation est double : (i) il intervient pour l'estimation de la composante longitudinale à partir du module de vitesse mesuré, et (ii) il intervient de nouveau dans l'application de l'hypothèse de Taylor, afin de convertir les différences temporelles en différences spatiales. Alors qu'il est aisé d'estimer l'incertitude liée au taux de fluctuation pour le premier point (elle est en τ^2), le second point est beaucoup plus délicat. L'erreur commise due à l'hypothèse de Taylor croît avec la séparation ; elle est *a priori* négligeable pour les séparations du domaine dissipatif, mais peut devenir problématique pour le domaine inertiel. On peut considérer que l'hypothèse de Taylor cesse de s'appliquer pour des distances de l'ordre de Λ/τ (Λ est l'échelle intégrale) soit $\sim 5\Lambda$ pour $\tau \simeq 20\%$.

En contrarotation, les faibles taux de fluctuation sont obtenus hors de la couche de cisaillement médiane (où l'absence d'écoulement moyen conduit à $\tau \gg 1$). En ajustant la fréquence de rotation de chaque disque, nous déplaçons cette couche de cisaillement, de sorte que la sonde se situe dans une région de fort écoulement moyen (voir la section 1.3.2, p. 40).

Nous nous sommes fixé comme limite supérieure un taux de fluctuation de 21 %. Sur la figure 2.2 sont représentées les valeurs (R_λ, τ) de l'ensemble des données dans les différentes configurations. Nous voyons qu'une telle sélection limite notre gamme de nombres de Reynolds accessible à

$$120 < R_\lambda < 1600.$$

Cette limitation est très contraignante : des nombres de Reynolds de $R_\lambda \simeq 5000$ sont atteints pour des taux de fluctuation apparents de $\tau \simeq 40\%$. Mais nous avons jugé dans ce cas que les difficultés d'interprétation du signal était trop importantes pour établir de façon précise les lois du domaine inertiel.

Convergence et stabilité des statistiques.

Cette étude ne faisant intervenir que les fonctions de structure d'ordre 2 et 3, il n'y aura pas *a priori* de problèmes de convergence statistique comme pour les moments d'ordre élevé. Cependant,

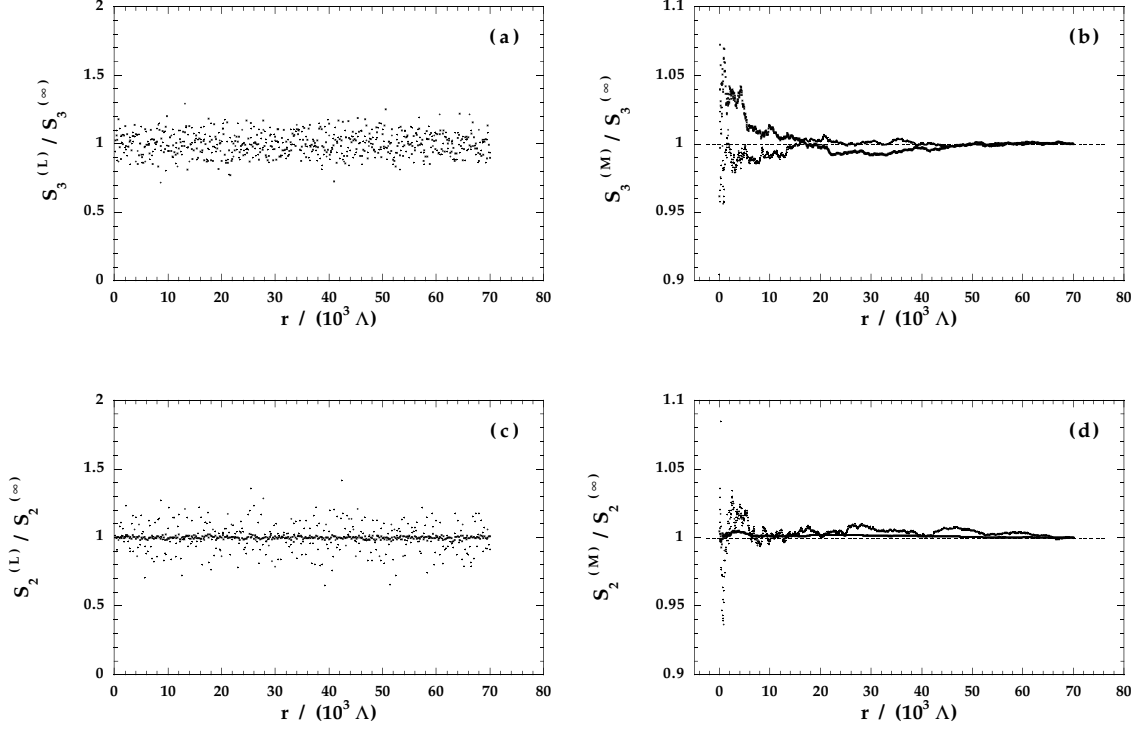


Figure 2.3: Convergence des moments d'ordre 2 et 3. (a) : évolution du moment d'ordre 3, moyenné sur 200 échelles intégrales et normalisé par la moyenne sur tout l'enregistrement, pour un incrément de 4η (+) et 200η (×). (b) : moment d'ordre 3, moyenné du début jusqu'à r . (c) et (d) : idem pour le moment d'ordre 2. Fichier 185J. $R_\lambda=618$.

la fonction de structure d'ordre 3 étant une quantité impaire, il convient de vérifier plus particulièrement sa bonne convergence. En effet, la valeur du moment d'ordre 3 pour une séparation donnée résulte d'un léger déséquilibre entre incréments de vitesse positifs et négatifs. L'amplitude de ce déséquilibre peut être estimée par⁹ :

$$\frac{\langle \Delta u^3 \rangle}{\langle |\Delta u|^3 \rangle},$$

qui est de l'ordre de 10–20 % pour les échelles r du domaine inertiel. Des enregistrements bien plus longs sont nécessaires pour assurer une bonne convergence de $\langle \Delta u^3 \rangle$ par rapport à $\langle |\Delta u|^3 \rangle$.

Pour ces deux moments, nous avons calculé les quantités suivantes : une moyenne glissante "locale" de $S_n(r)$ sur 200 échelles intégrales,

$$S_n^{(L)}(r; \ell) = \frac{1}{200\Lambda} \int_\ell^{\ell+200\Lambda} [u(x+r) - u(x)]^n dx,$$

ainsi que la moyenne calculée depuis le début de l'enregistrement,

$$S_n^{(M)}(r; \ell) = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell [u(x+r) - u(x)]^n dx.$$

Ces moments $S_n^{(L)}(r; \ell)$ et $S_n^{(M)}(r; \ell)$ ont été calculés pour deux incréments, $r = 4 \eta$ (domaine dissipatif) et 200η (domaine inertiel). Ces deux quantités sont tracées en fonction de ℓ sur la

⁹Voir par exemple Malécot *et al.* (1999) [102], et Auriault (1999) [17].

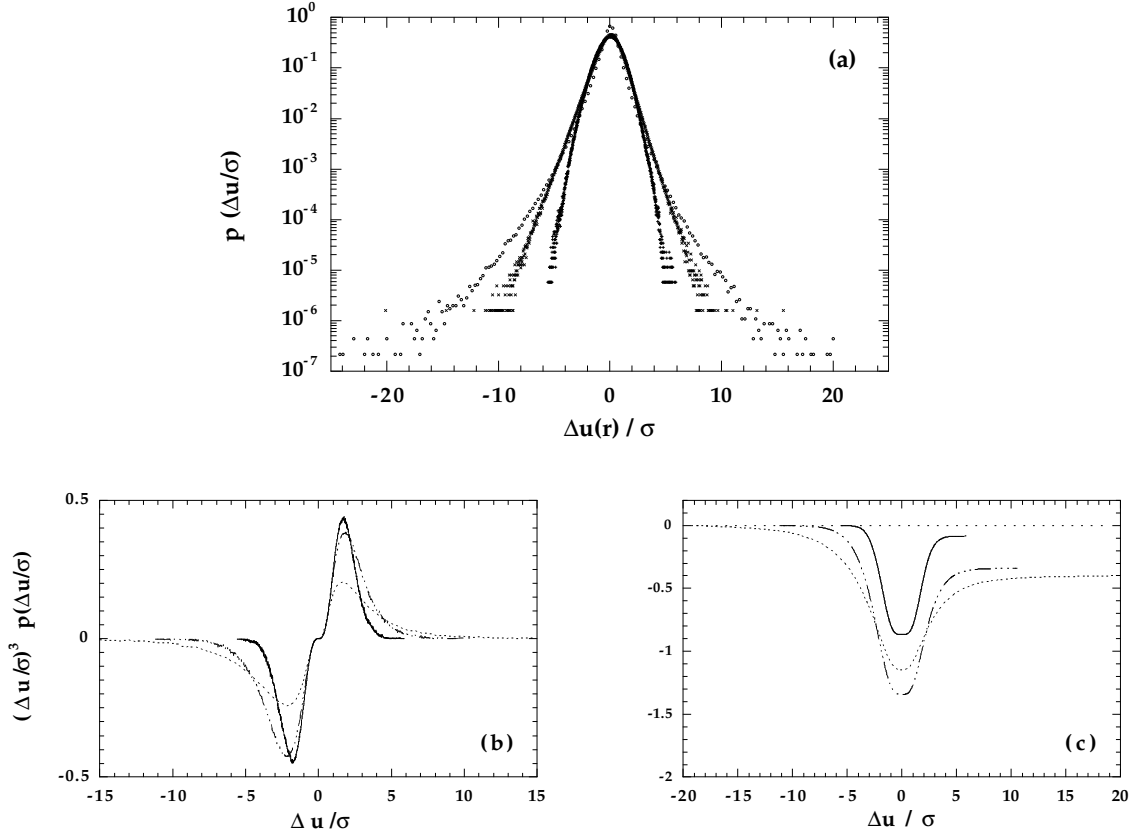


Figure 2.4: (a) Distribution des incréments de vitesse $\Delta u/\sigma$ normalisés par leur écart-type, pour $r=2500$, 75 et 2.5η (de la moins large à la plus large). (b) Intégrand du moment d'ordre 3. (c) Primitive de $(\Delta u/\sigma)^3 p(\Delta u/\sigma)$, intégrée entre $-\infty$ et $\Delta u/\sigma$. $R_\lambda=1090$.

figure 2.3, normalisées par rapport à la valeur moyenne complète $S_n^\infty(r)$ pour $\ell \rightarrow \infty$, en fonction du temps d'enregistrement (jusqu'à $70 \cdot 10^3$ échelles intégrales).

Il est intéressant de noter que les moyennes glissantes (figures a et c) sont extrêmement fluctuantes : même moyennées sur 200 échelles intégrales, les fluctuations restent d'environ 10 %, quelquefois jusqu'à 40 % pour les moments à grande échelle. Bien qu'ils soient très fluctuants, il n'apparaît clairement aucun problème de stabilité aux temps longs (à mieux que 0.1 % sur la durée totale de l'enregistrement).

En revanche, nous constatons que S_3 (figure b) et S_2 (figure d) sont très bien convergés : à partir de 10 000 échelles intégrales (15 % de la longueur totale de cet enregistrement), ces deux moments, pour les deux incréments 4 et 200 η , évoluent à moins de 1 % de leur valeur finale. Les moments à petite échelle convergent légèrement plus rapidement qu'à grande échelle.

Cette bonne convergence peut se voir sur la figure 2.4, où sont représentés les distributions et les intégrands du moment d'ordre 3 à différentes échelles.

En pratique, les enregistrements sur lesquels nous travaillons sont tous d'au moins 20 000 échelles intégrales, et nous pourrions considérer que les fonctions de structure sont convergées à mieux que le pour cent.

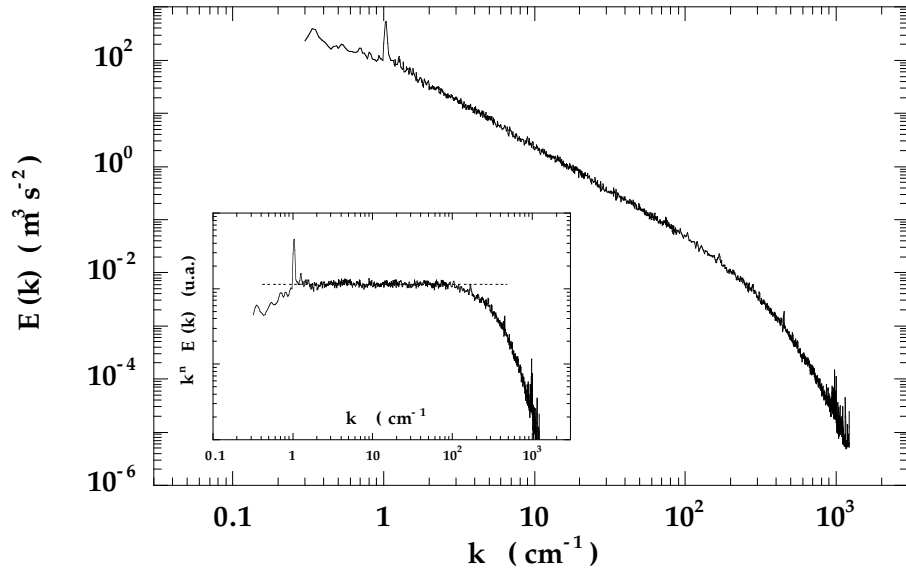


Figure 2.5: Spectre de vitesse. Dans l'insert, spectre compensé $k^n E(k)$, avec $n = 1.69 \pm 0.01$. Fichier 129V, $R_\lambda=1340$.

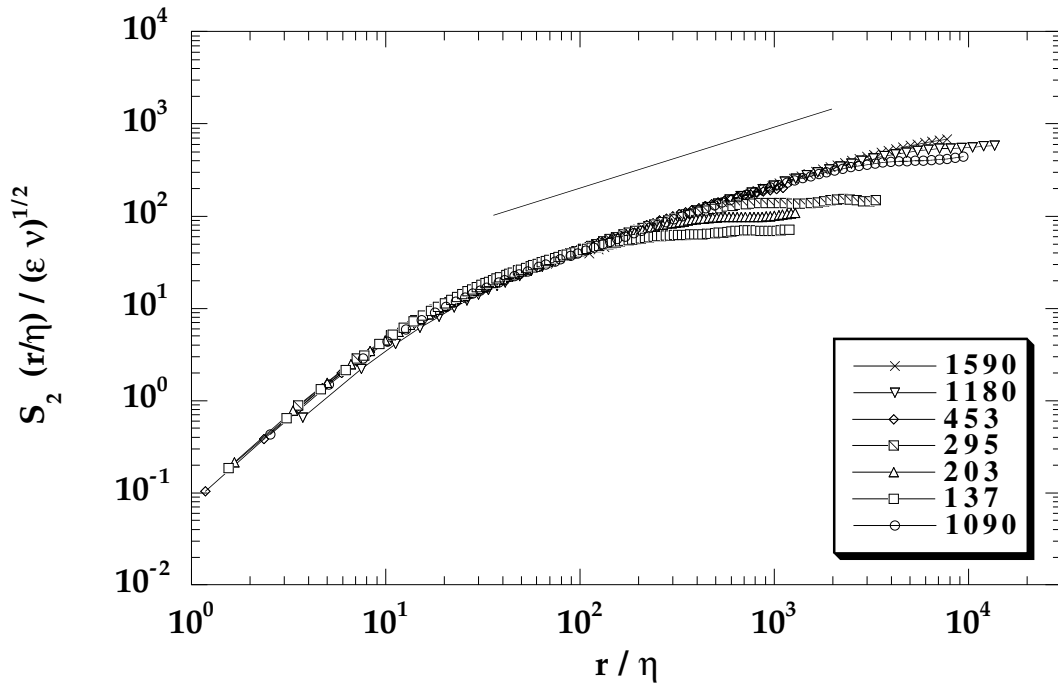


Figure 2.6: Fonction de structure d'ordre 2, adimensionnée par la vitesse de Kolmogorov $u_\eta = (\epsilon\nu)^{1/4}$, en fonction de r/η , pour différents R_λ entre 140 et 1590. La droite indique la pente $2/3$.

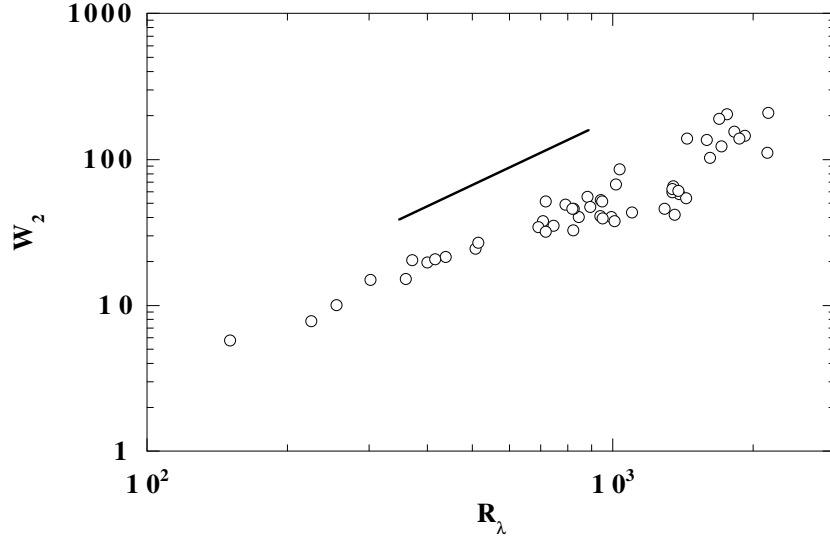


Figure 2.7: W_2 , largeur de la loi de puissance sur $S_2(r)$ calculée à 10 % près, en fonction de R_λ .

2.3.2 Extensions des lois d'échelle

Spectre et fonction de structure d'ordre 2

Le plus simple moyen d'estimer l'extension du domaine en loi de puissance est de définir un intervalle sur lequel une telle loi est vérifiée à mieux qu'une certaine précision. Pour cela nous traçons les fonctions de structure compensées $r^{-\zeta_2} S_2(r/\eta)$ en ajustant la valeur de l'exposant ζ_2 afin de maximiser l'extension du plateau. Nous définissons à partir de ces figures l'intervalle d'échelle vérifiant

$$r \in [r_2^{\min}, r_2^{\max}], \quad [r^{-\zeta_2} S_2(r)] > 0.9 \max_r [r^{-\zeta_2} S_2(r)]$$

Nous appelons $W_2 = r_2^{\max}/r_2^{\min}$ la largeur du domaine en loi de puissance, défini à mieux que 10 %.

La figure 2.7 représente l'évolution de cette largeur W_2 en fonction de R_λ . Nous voyons qu'elle croît approximativement comme $R_\lambda^{3/2}$. Cependant, un ajustement par une loi de puissance donne un exposant légèrement inférieur, plus proche de 1.3. Il est probable que cette croissance légèrement moins rapide provienne d'une surestimation de r_2^{\min} à haut nombre de Reynolds, due à un effet de coupure à haute fréquence. Un meilleur ajustement par une loi en $R_\lambda^{3/2}$ conduit à

$$W_2 = 0.0024 R_\lambda^{3/2}$$

(soit environ $1.5 \log_{10} R_\lambda - 2.6$ décades de loi de puissance à mieux que 10 %). Nous voyons que pour $R_\lambda > 250$, la fonction de structure d'ordre 2 présente au moins une décade de loi d'échelle définie à mieux que 10 % (et au moins deux décades pour $R_\lambda > 1200$). Des résultats similaires sont obtenus en définissant W_2 à partir des spectres d'énergie. Ces observations confirment que, du point de vue des quantités paires, les lois d'échelles de Kolmogorov semblent décrire avec une bonne précision les expériences, même à des nombres de Reynolds aussi modérés que $R_\lambda \sim 250-300$.

Fonction de structure d'ordre 3

Sur la figure 2.8 sont représentées les fonctions de structure d'ordre 3 en fonction de l'échelle, adimensionnées par les quantités à petite échelle u_η et η , pour différents nombres de Reynolds ($R_\lambda = 137$ à 1590). Comparées à la figure 2.6, il est clair qu'à grande échelle S_3 chute plus vite

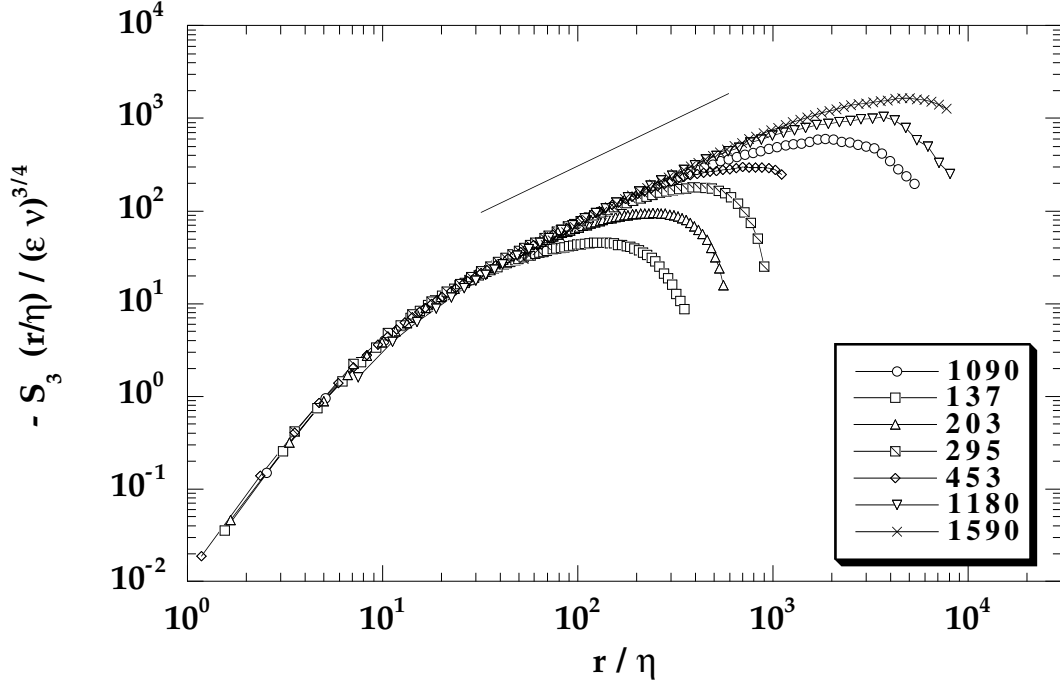


Figure 2.8: Fonction de structure d'ordre 3, adimensionnée par la vitesse de Kolmogorov $u_\eta = (\epsilon\nu)^{1/4}$, en fonction de r/η , pour différents R_λ entre 137 et 1590. La droite indique la pente 1.

que S_2 (par construction, $S_3 \rightarrow 0$ et $S_2 \rightarrow 2u^2$). Il est clair que la loi des 4/5, exprimée ici sous la forme

$$\frac{-S_3}{(\epsilon\nu)^{3/4}} = \frac{4}{5} \frac{r}{\eta},$$

semble très bien ajuster ces données, pour $r/\eta \gtrsim 30$. Dans la section suivante, nous allons détailler beaucoup plus précisément cette observation.

2.3.3 Vérification de l'équation de Kolmogorov avec forçage

Afin de comparer les mesures expérimentales à l'équation (2.10), nous introduisons la quantité $J(r)$, définie comme :

$$J(r) = -\frac{S_3}{r} + \frac{6\nu}{r} \frac{\partial S_2}{\partial r}. \quad (2.14)$$

Cette quantité représente le flux d'énergie à travers les échelles, incluant les effets de dissipation visqueuse. La figure 2.9 représente cette fonction $J(r)$, pour $R_\lambda = 1090$, ainsi que les contributions des moments d'ordre 2 et 3. Le plateau sur $-S_3/r$ s'étend de 0.2 à 5 mm environ. En tenant compte de la contribution visqueuse $6\nu(\partial S_2/\partial r)/r$, le plateau est observé jusqu'à 0.04 mm (4η), soit sur près de deux décades. Nous constatons que les effets visqueux restent significatifs jusqu'à 30η environ, où ils représentent 10 % de $J(r)$; les contributions de dissipation et de transfert s'équilibrent pour $r \simeq 10\eta$ ($r \simeq 0.09$ mm).

Nous remarquons sur cette figure que la contribution visqueuse pour $r = 2\eta$ (pas d'échantillonnage) est supérieure d'environ 40 % au plateau de $J(r)$, remontée que nous pouvons vraisemblablement attribuer à la présence de bruit. D'après l'équation (2.12), où nous avons considéré la présence d'un bruit blanc non corrélé au signal, la contribution de S_2 à $J(r)$ (2.14) devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial S_2^{\text{mes}}}{\partial r} \simeq \frac{1}{r} \frac{\partial S_2}{\partial r} + \frac{2\langle b^2 \rangle}{r^2},$$

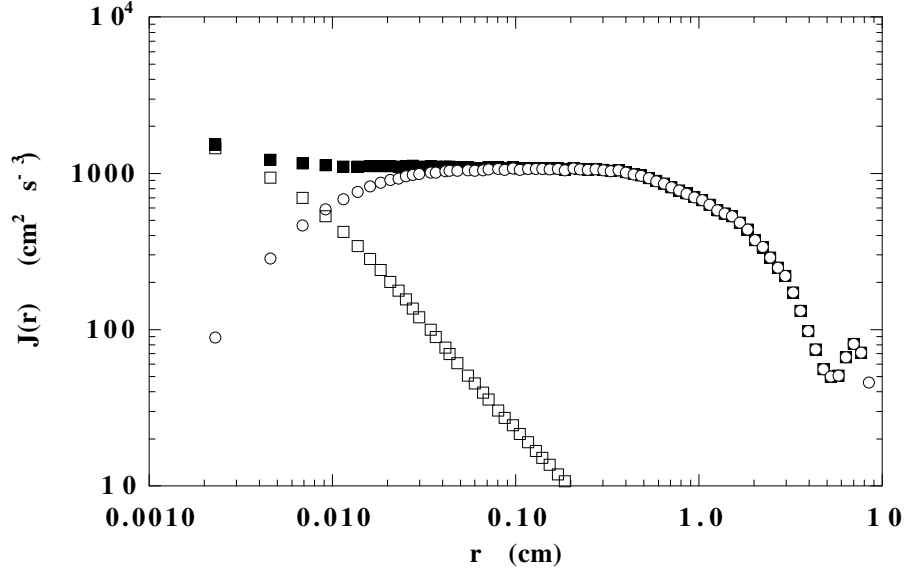


Figure 2.9: \square : $J(r)$ (2.14) en fonction de l'échelle r , pour $R_\lambda = 1090$. Les symboles ouverts indiquent les deux contributions à $J(r)$: $-S_3(r)/r$ (\circ) et $6\nu(\partial S_2/\partial r)/r$ (\square). $\eta = 9.9 \mu\text{m}$. Fichier 90V.

où $S_2^{\text{mes}}(r)$ est la fonction de structure mesurée. Comme nous l'avons souligné, un tel bruit n'affecte pas la fonction de structure d'ordre 3. Un bruit blanc dont l'amplitude est de 20 % de la fluctuation typique de vitesse à l'échelle $r = 2\eta$ permet donc d'expliquer cet écart au plateau. Notons que, sur un spectre représenté en coordonnées logarithmiques, un bruit blanc d'amplitude 20 % celle du spectre d'énergie à ce nombre d'onde est indétectable.

La figure 2.10 représente la fonction $J(r)$ pour un nombre de Reynolds légèrement inférieur ($R_\lambda = 720$), en coordonnées linéaires, avec le meilleur ajustement (2.10) :

$$J(r) = \frac{4}{5}\epsilon \left(1 - \frac{5}{14} \frac{r^2}{L_f^2} \right), \quad (2.15)$$

où ϵ et L_f sont les paramètres libres de l'ajustement. Nous voyons que cet ajustement reproduit de façon remarquable les mesures expérimentales de $J(r)$, sur une gamme d'échelles entre 8η et 900η environ ; les deux paramètres valent ici $\epsilon = 1.38 \cdot 10^3 \text{ cm}^2\text{s}^{-3}$ et $L_f = 0.85 \text{ cm}$, et le nombre de Reynolds microéchelle est calculé à partir de cette mesure de ϵ . Pour des échelles inférieures, nous retrouvons une remontée due à la présence de bruit, d'amplitude comparable à l'exemple précédent. Sur cette gamme d'échelle, l'accord entre la fonction $J(r)$ mesurée et l'ajustement (2.15) est à mieux que 3 %, ce qui est excellent.

La situation à bas nombre de Reynolds est illustrée sur la figure 2.11, pour $R_\lambda = 252$. Nous voyons que la contribution $-S_3/r$ ne présente aucun plateau, mais une simple bosse vers 0.3 cm. A un tel nombre de Reynolds, il n'existe donc pas de régime inertiel à proprement parler, bien que le spectre d'énergie présente la loi d'échelle $E(k) \sim k^{-5/3}$ sur une gamme importante de nombres d'onde. Cette figure montre cependant qu'en prenant en compte le terme visqueux, la fonction $J(r)$ présente un plateau assez étendu, reproduit par l'ajustement (2.15) sur plus d'une décade.

$S_3(r)$ et flux d'énergie $\epsilon(r)$

Dans ce qui précède, nous avons associé la constance de $-S_3/r$ à celle des transferts d'énergie. Afin de vérifier ce point, nous pouvons également déduire des mesures de $-S_3/r$ le "vrai" flux d'énergie $\epsilon(r)$ (2.11). En exprimant les dérivées spatiales sous la forme $r\partial/\partial r = \partial/\partial \ln r$, et en

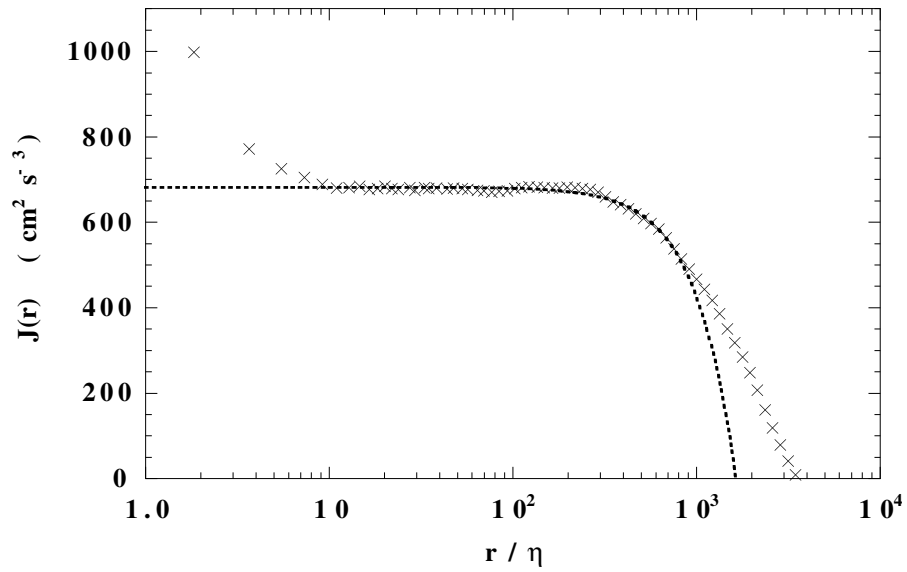


Figure 2.10: \times : $J(r)$, en fonction de l'échelle adimensionnée r/η , pour $R_\lambda = 720$. La ligne pointillée représente le meilleur ajustement (2.15) issu de l'équation de Kolmogorov avec forçage. Fichier 92V.

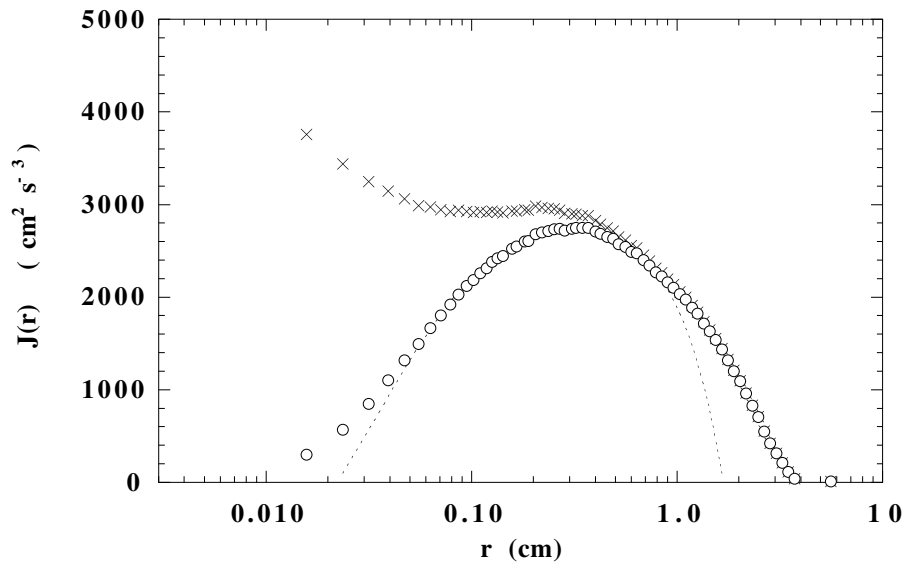


Figure 2.11: $J(r)$ (\times) et $-S_3/r$ (\circ), en fonction de l'échelle r , pour $R_\lambda = 252$. La ligne pointillée représente la différence entre l'ajustement de $J(r)$ (2.15) et la contribution $6\nu(\partial S_2/\partial r)/r$ mesurée. $\epsilon = 3.68 \cdot 10^3 \text{ cm}^2\text{s}^{-3}$, $L_f = 1.04 \text{ cm}$. Fichier 147V.

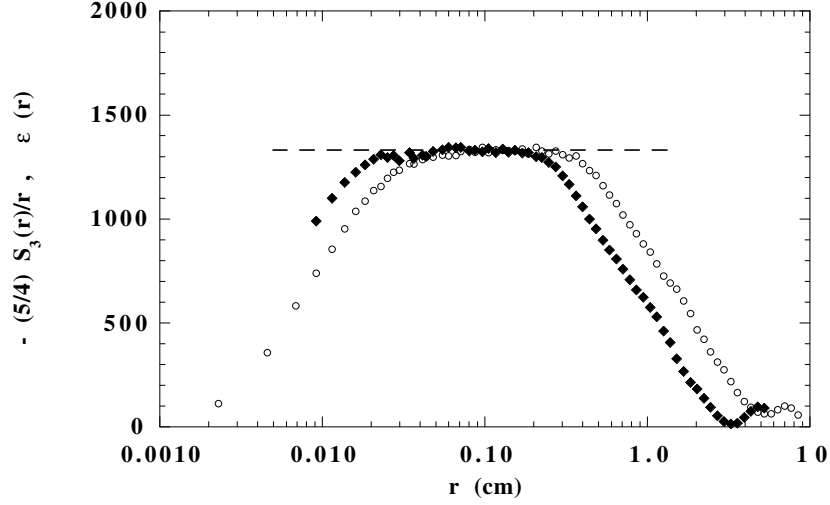


Figure 2.12: \circ : $-\frac{5}{4}S_3(r)/r$ et \diamond : $\epsilon(r)$ en fonction de l'échelle r . Pour la décade d'échelles centrale, ces deux quantités se correspondent. Fichier 90V.

considérant $-S_3(r)/r$ comme une fonction de $\ln r$, cette équation devient

$$\epsilon(r) = \left(\frac{5}{4} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \ln r} + \frac{1}{12} \frac{\partial^2}{\partial (\ln r)^2} \right) \left(-\frac{S_3}{r} \right).$$

La figure 2.12 compare $-\frac{5}{4}S_3(r)/r$ et $\epsilon(r)$ pour $R_\lambda=1090$. Nous voyons que les plateaux se correspondent parfaitement, quoique sur une gamme d'échelle légèrement décalée : le domaine sur lequel $\epsilon(r) \simeq \epsilon$ est bien vérifié s'étend à des échelles légèrement inférieures (d'un facteur 2 environ), lorsque commence à décroître $-\frac{5}{4}S_3(r)/r$. Cependant, il est clair que le comportement semblable de ces deux fonctions nous autorise à considérer que $-S_3(r)/r$ représente bien le flux d'énergie.

Remarque sur la détermination de R_λ

Un point important pour l'étude expérimentale de la turbulence homogène et isotrope est la détermination précise du taux de transfert d'énergie ϵ , notamment afin de définir le nombre de Reynolds microéchelle

$$R_\lambda = u'^2 \left(\frac{15}{\nu \epsilon} \right)^{1/2}.$$

Il existe habituellement deux façons de mesurer cette dissipation :

- La première à partir de quantités du domaine inertiel, via la relation $S_3(r) = -\frac{4}{5}\epsilon r$, pour les échelles $\eta \ll r \ll L_f$, à condition que le nombre de Reynolds soit suffisamment élevé pour que $-S_3/r$ présente un plateau à la valeur $\frac{4}{5}\epsilon$.
- La seconde à partir de quantités du domaine dissipatif, via la relation $15\nu S_2(r)/r^2 \rightarrow \epsilon$ pour $r \rightarrow 0$, à condition que les échelles dissipatives soient correctement résolues, ce qui cesse généralement d'être le cas aux plus hauts nombres de Reynolds.

A nombre de Reynolds modéré, lorsque la loi des 4/5 n'est pas encore satisfaite, la première méthode conduit en général à sous-estimer le taux de transfert ϵ , et donc à surestimer R_λ . En revanche, à plus haut nombre de Reynolds, la décroissance de $S_2(r)$ pour $r \rightarrow 0$ tend à saturer à la valeur du bruit, $\langle b^2 \rangle$, augmentant ainsi le rapport $S_2(r)/r^2 \simeq \langle b^2 \rangle / r^2$ aux petits r ; la valeur d' ϵ ainsi déterminée sera surestimée, conduisant cette fois-ci à une sous-estimation de R_λ .

Dans le cas particulier des très bas nombres de Reynolds, $R_\lambda \sim 100$, même à très bas niveau de bruit, les valeurs d' ϵ déterminées par ces deux méthodes diffèrent d'environ 40 %, soit un écart

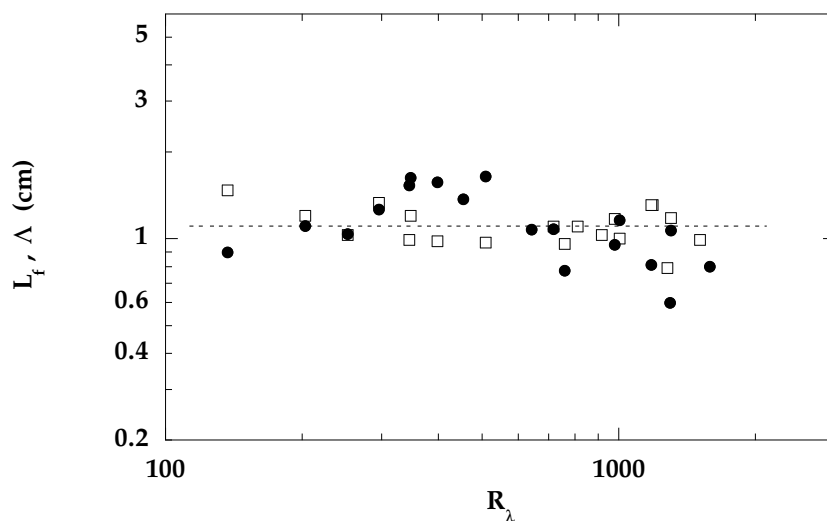


Figure 2.13: Echelle intégrale Λ (\bullet) et échelle de forçage L_f (\square), configuration **C**. Le trait pointillé indique la moyenne 1.1 cm de ces deux échelles.

sur les estimations correspondantes de R_λ d'environ 20 %. Utiliser l'ajustement (2.15) de $J(r)$ pour estimer ϵ permet dans ce cas d'obtenir un plateau bien défini dans le domaine intermédiaire dissipatif-inertiel, et ainsi d'en déduire la valeur de R_λ plus précisément.

L'échelle de forçage

Afin de caractériser l'influence du forçage sur les transferts d'énergie, nous avons introduit l'échelle caractéristique L_f (2.9). Cette échelle est déterminée à partir de l'ajustement de la fonction $J(r)$ (2.15). La figure 2.13 regroupe les mesures de cette échelle L_f , ainsi que de l'échelle intégrale Λ calculée à partir de la fonction d'autocorrélation, pour les expériences en contrarotation dans la grande cellule.

Malgré une certaine dispersion, nous constatons que l'échelle de forçage L_f ne présente pas d'évolution notable avec R_λ . Nous mesurons

$$L_f = 1.1 \pm 0.3 \text{ cm},$$

une valeur très proche de l'échelle intégrale, $\Lambda = 1.1 \pm 0.15 \text{ cm}$. La dispersion est légèrement inférieure pour l'échelle intégrale.

Le comportement de L_f , indépendant de R_λ , est important : il signifie que l'influence du forçage sur le domaine inertiel est bien confiné aux mêmes échelles, et donc que la nature de l'injection d'énergie dans notre écoulement ne change pas avec le nombre de Reynolds. Le fait que $L_f \simeq \Lambda$ a un côté fortuit, chacune de ces échelles ayant une part d'arbitraire dans leur définition. Nous verrons dans la suite (section 2.4.3) que dans d'autres configurations, le rapport de ces deux échelles peut changer.

2.3.4 Evolution de la fonction de Kolmogorov avec R_λ

Fonction de Kolmogorov

Nous avons souligné en introduction que la validation de la théorie de Kolmogorov nécessite la mise en évidence d'un régime asymptotique dans la limite des très grands nombres de Reynolds. Afin d'étudier l'évolution de la loi des transferts d'énergie en fonction du nombre de Reynolds, nous introduisons la fonction de Kolmogorov, définie comme la fonction de structure d'ordre 3

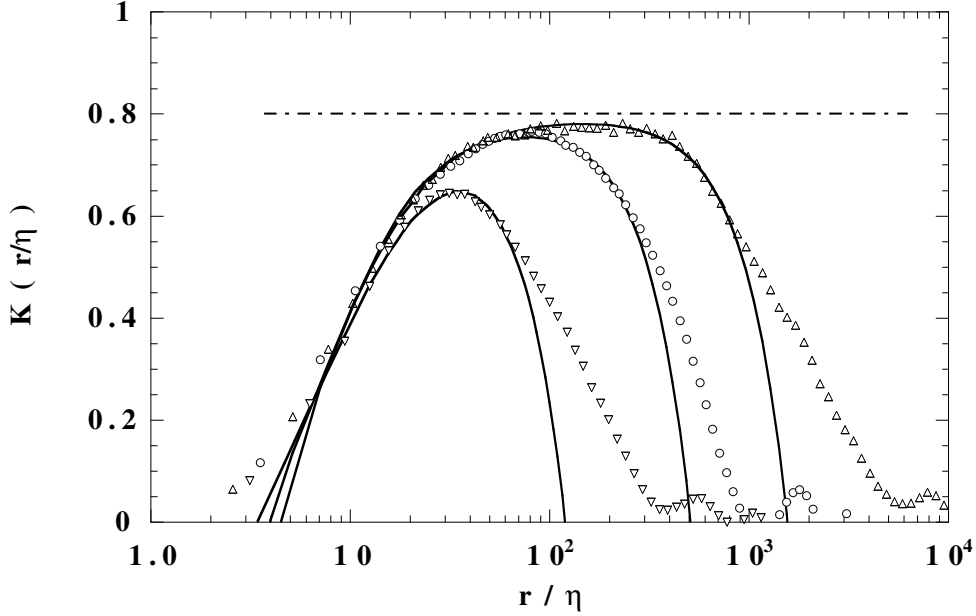


Figure 2.14: Fonction de Kolmogorov $K(r)$ en fonction de l'échelle adimensionnée r/η , pour trois nombres de Reynolds. $\nabla: R_\lambda=120$; $\circ: R_\lambda=300$; $\triangle: R_\lambda=1170$.

adimensionnée par la dissipation ϵ et l'échelle r :

$$K(r) = -\frac{S_3(r)}{\epsilon r},$$

où nous utilisons la valeur d' ϵ obtenue par le meilleur ajustement de $J(r)$ (2.15). Sur la figure 2.14 nous avons représenté une famille de courbes de $K(r)$ pour trois valeurs différentes de R_λ . Comparée à la figure 2.8, cette représentation met bien plus en évidence l'importance des effets de coupure sur le domaine inertiel. A R_λ croissant, $K(r)$ tend à former un plateau dans le domaine inertiel, en accord avec la loi des 4/5 de Kolmogorov. Cependant, nous constatons que cette tendance est extrêmement lente : en deçà de $R_\lambda \sim 1000$ (ce qui est le cas de la plupart des expériences de turbulence), il n'apparaît pas véritablement de domaine inertiel, et à $R_\lambda \simeq 1200$ celui-ci s'étend sur à peine une décade.

Nous pouvons ajuster ces fonctions de Kolmogorov en utilisant l'expression (2.10) de l'équation de Kolmogorov avec forçage,

$$K(r) = -\frac{6\nu}{\epsilon r} \frac{\partial}{\partial r} S_2(r) + \frac{4}{5} \left(1 - \frac{5}{14} \frac{r^2}{L_f^2} \right). \quad (2.16)$$

Les courbes de la figure 2.14 représentent cet ajustement pour chacun des trois nombres de Reynolds ; les paramètres ϵ et L_f sont déterminés à partir de l'ajustement des fonctions $J(r)$, comme décrit dans la section précédente. La fonction de structure $S_2(r)$ mesurée a été utilisée pour l'expression de la contribution visqueuse.

Là encore, nous constatons que ces ajustements reproduisent de façon remarquable nos données, de 5η jusqu'à L_f environ. Au-delà de L_f , la modélisation quadratique du terme de forçage cesse d'être valide.

Modélisation de la fonction de Kolmogorov

L'écart de $K(r)$ au plateau 4/5 provient des coupures visqueuses et de grande échelle. Pour en comprendre l'évolution avec le nombre de Reynolds, nous pouvons modéliser les effets visqueux.

Pour les échelles inférieures du domaine inertiel, il est possible d'utiliser la loi des 2/3 pour exprimer la fonction de structure d'ordre 2,

$$S_2(r) = c_0 \epsilon^{2/3} r^{2/3},$$

où c_0 est une constante sans dimension, supposée universelle à grands nombres de Reynolds, estimée expérimentalement à $c_0 \simeq 2.0$ (voir par exemple [135, 154]). Cette procédure est justifiée par le fait que les lois d'échelle sur la variance des fluctuations de vitesse (ou, de façon équivalente, sur le spectre d'énergie) sont généralement beaucoup mieux définies que sur les transferts. En reportant $S_2(r)$ dans l'équation (2.2), la fonction de Kolmogorov s'écrit sous la forme :

$$K(r) = -4c_0 \nu \epsilon^{-1/3} r^{-4/3} + \frac{4}{5} \left(1 - \frac{5}{14} \frac{r^2}{L_f^2} \right).$$

En adimensionnant l'échelle r par l'échelle de Kolmogorov, $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$, nous obtenons :

$$K(r/\eta) = -4c_0 \left(\frac{r}{\eta} \right)^{-4/3} + \frac{4}{5} - \frac{2}{7} \left(\frac{r}{\eta} \right)^2 \left(\frac{\eta}{L_f} \right)^2.$$

Ainsi adimensionnée, la dépendance en nombre de Reynolds de $K(r/\eta)$ n'apparaît qu'aux grandes échelles. Si nous exprimons l'échelle de Kolmogorov sous la forme $\eta = b L_f R_\lambda^{-3/2}$, où b est une constante sans dimension, nous obtenons enfin :

$$K(r/\eta, R_\lambda) = -4c_0 \left(\frac{r}{\eta} \right)^{-4/3} + \frac{4}{5} - \frac{2b^2}{7} \left(\frac{r}{\eta} \right)^2 R_\lambda^{-3}. \quad (2.17)$$

Dans la limite des très grands nombres de Reynolds ($L_f/\eta \rightarrow \infty$), la fonction de Kolmogorov tend bien vers la valeur 4/5. A nombre de Reynolds modéré, la prise en compte des termes de forçage et visqueux s'avère essentielle pour reproduire le comportement $K(r)$. Afin de quantifier l'importance de ces effets, nous allons étudier l'écart entre la loi observée et la loi asymptotique. Cet écart peut être mesuré par le maximum de la fonction de Kolmogorov, comparé à la valeur 4/5. Nous définissons donc :

$$K_{\max}(R_\lambda) = \max_r K(r/\eta, R_\lambda). \quad (2.18)$$

L'expression (2.17) de la fonction de Kolmogorov, où nous avons utilisé la loi des 2/3 pour la contribution visqueuse et le développement quadratique pour le terme de forçage, permet d'explicitier la position et la valeur de ce maximum en fonction de R_λ . En notant l_s l'échelle de ce maximum, telle que $K_{\max} = K(l_s)$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} K_{\max} &= \frac{4}{5} \left(1 - \left(\frac{R_\lambda}{R_{\lambda 0}} \right)^{-6/5} \right), \\ l_s &= a L_f R_\lambda^{-3/5}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

où les constantes a et $R_{\lambda 0}$ s'écrivent sous la forme

$$a = b^{2/5} (28c_0/3)^{3/10}, \quad R_{\lambda 0} = (25a^2/28)^{5/6}.$$

En pratique, le paramètre $R_{\lambda 0}$ peut être déterminé expérimentalement à partir des mesures de $K_{\max}(R_\lambda)$. Nous reportons à la section suivante les mesures et l'interprétation physique de l'échelle l_s , position du maximum de $K(r)$, en terme de corrélation de vorticité. Sur la figure 2.15 est représentée la fonction de Kolmogorov pour deux nombres de Reynolds ($R_\lambda = 140$ et 1170), ainsi que l'échelle l_s du maximum de $K(r)$. A bas nombre de Reynolds, il n'y a clairement aucune ambiguïté pour définir l_s ni K_{\max} . A plus haut nombre de Reynolds, nous voyons que K_{\max} est très proche de la valeur 4/5, et l'estimation de l_s devient plus approximative.

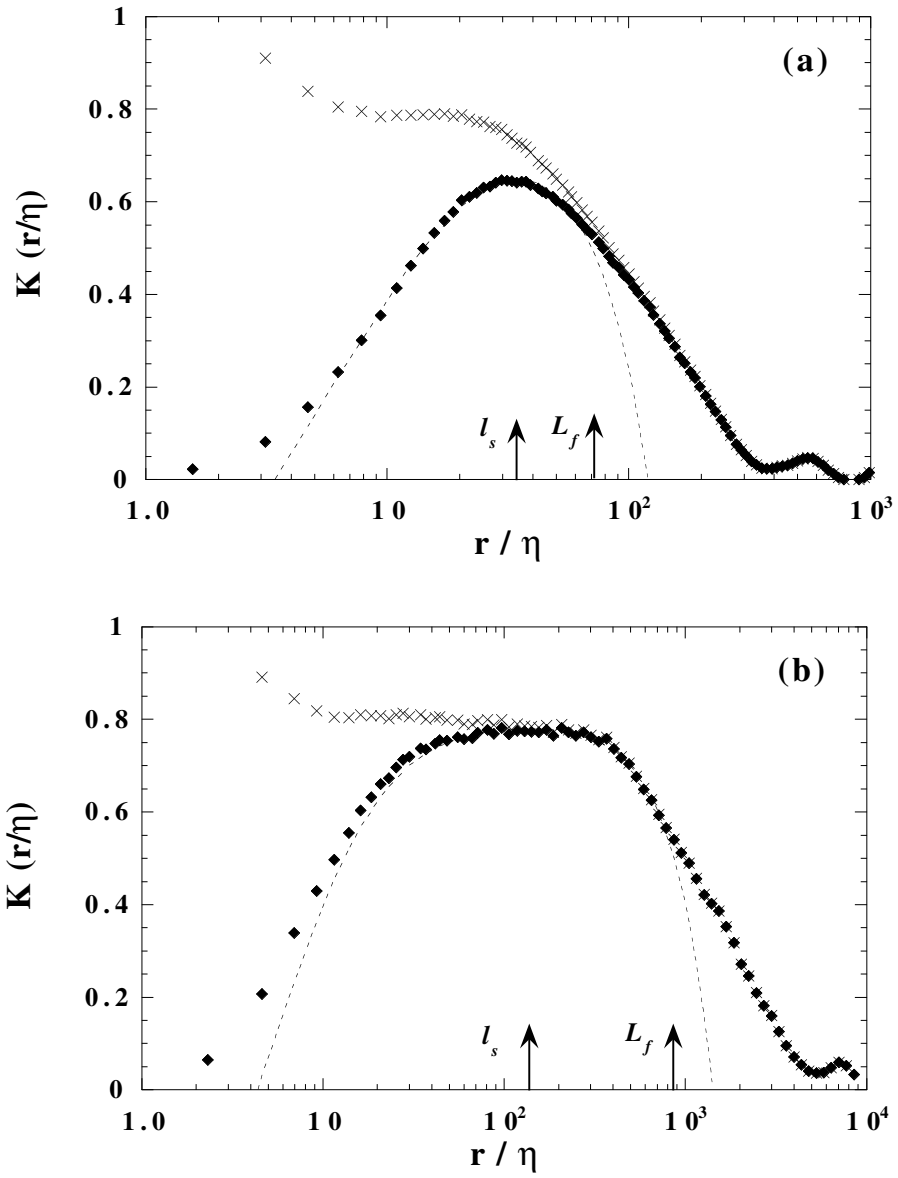


Figure 2.15: \bullet : Fonction de Kolmogorov $K(r)$ en fonction de l'échelle adimensionnée r/η , et \times : Fonction $J(r)$ (2.14), pour $R_\lambda = 140$ (a) et $R_\lambda = 1170$ (b). En trait pointillé, le meilleur ajustement de $K(r)$ (2.16). Les flèches verticales indiquent les échelles l_s (position du maximum de K) et L_f .

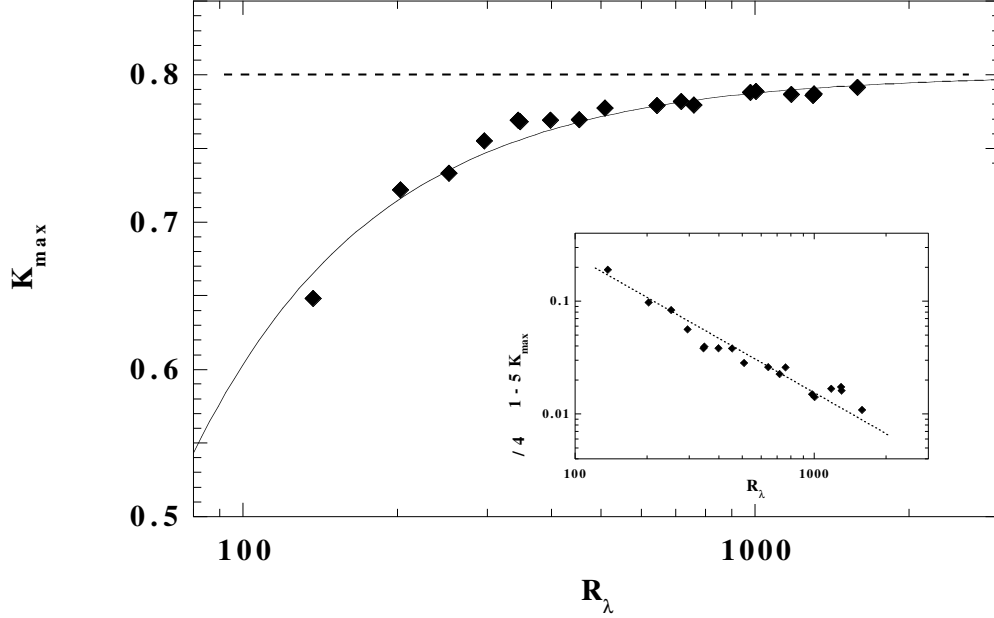


Figure 2.16: Evolution de K_{\max} en fonction de R_λ . Dans l'insert, évolution de l'écart normalisé $1 - \frac{5}{4}K_{\max}$. Le trait pointillé montre le meilleur ajustement déduit de l'équation (2.19), $1 - \frac{5}{4}K_{\max} = (R_\lambda/R_{\lambda 0})^{-6/5}$, avec $R_{\lambda 0} = 31$.

La figure 2.16 représente ce maximum de la fonction de Kolmogorov K_{\max} en fonction de R_λ , ajusté par l'expression (2.19). Nous voyons que cet ajustement reproduit de façon remarquable nos données. Le paramètre libre $R_{\lambda 0}$ est estimé à

$$R_{\lambda 0} = 31 \pm 2.$$

Ce paramètre peut être vu comme le nombre de Reynolds en-deçà duquel il n'existe plus aucun transfert d'énergie (*i.e.* $K_{\max}(R_{\lambda 0}) = 0$). Sa valeur exacte dépend *a priori* des conditions de forçage — nous y reviendrons ultérieurement.

Dans l'insert de la figure 2.16 est représenté, en coordonnées logarithmiques, l'écart normalisé de K_{\max} à la valeur asymptotique $4/5$, soit

$$1 - \frac{5}{4}K_{\max}.$$

Cette représentation met clairement en évidence l'existence d'une loi d'échelle avec R_λ . Le trait en pointillé représente un meilleur ajustement par une loi en $R_\lambda^{-6/5}$. La dispersion devient évidemment plus importante aux grands nombres de Reynolds, pour les plus petites valeurs de cet écart : au-delà de $R_\lambda \simeq 800$, il devient inférieur à 2 %, ce qui atteint notre limite de résolution sur S_3 .

Ces mesures montrent clairement que la turbulence tend de façon **algébrique** vers un régime asymptotique $R_\lambda \rightarrow \infty$ au sens des transferts d'énergie constant à travers les échelles.

2.3.5 Une interprétation de l'échelle l_s

Dans la section précédente, nous avons introduit la quantité l_s , définie comme la position du maximum de $K(r)$, c'est-à-dire comme l'échelle à laquelle les transferts d'énergie sont les plus im-

portants. Nous allons montrer dans cette section le parallèle qui peut être établi entre l'équation de Kolmogorov avec forçage et l'équation de corrélation de vorticité, dérivée par Novikov (1993) [123]. La motivation est double : dans un premier temps, il s'agit d'interpréter les fonctions de structure longitudinales en terme de corrélation de vorticité, moyennant les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie. Dans un second temps, il s'agira de lier l'échelle typique de corrélation de vorticité, obtenue par Novikov, à l'échelle l_s définie à partir de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3. Ce second point est d'une grande importance, puisqu'il permet d'exprimer une échelle caractéristique de la dynamique de la vorticité à partir des mesures longitudinales accessibles expérimentalement.

Bilan d'énstrophie par échelle

Nous allons suivre une démarche parallèle à celle suivie pour établir l'équation de Kolmogorov avec forçage : nous allons dériver un bilan d'énstrophie *échelle par échelle*, analogue au bilan d'énergie *échelle par échelle* établi en section 2.2.3, à une différence majeure près : contrairement à l'énergie, qui est une quantité conservée (dans la limite $\nu \rightarrow 0$), l'énstrophie n'est pas conservée à 3D, du fait de l'étirement tourbillonnaire ¹⁰.

Nous partons de l'équation de la vorticité, qui s'obtient à partir du rotationnel des équations de Navier-Stokes avec un terme de forçage effectif f_i :

$$\partial_t \omega_i + u_j \partial_j \omega_i = \omega_k \partial_k u_i + \nu \nabla^2 \omega_i + \phi_i \quad (2.20)$$

où le champ ϕ_i est le rotationnel du champ de force volumique f_i , soit $\phi_i = \varepsilon_{ijk} \partial_j f_k$. Remarquons ici que seul contribue à ϕ_i le flux d'énergie cinétique, la contribution due à la pression étant nulle.

Si nous multiplions scalairement cette équation par la vorticité au même point ω_i et moyennons, nous obtenons un bilan d'énstrophie, qui lie l'injection d'énstrophie à grande échelle $\langle \phi_i \omega_i \rangle$, sa dissipation à petite échelle $\nu \langle \omega_i \nabla^2 \omega_i \rangle$ ainsi qu'un terme de production "interne", dû à l'interaction vorticité-déformation (étirement tourbillonnaire), agissant comme un terme source d'énstrophie ; le lien entre cette production d'énstrophie et la skewness négative de la dérivée de vitesse a été souligné dans Batchelor et Townsend (1947) [18].

Afin d'obtenir un bilan d'énstrophie *échelle par échelle*, nous multiplions cette équation par la vorticité en un second point, ω'_j , distant de \vec{r} du premier¹¹. Nous utilisons ici la même convention de champs primés pris en $\vec{x} + \vec{r}$ et non primés pris en \vec{x} . Après symétrisation, en gardant les notations introduites dans la référence [123], nous obtenons

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega_{ij} + \frac{\partial}{\partial r_k} \alpha_{ijk} = 2\nu \nabla^2 \Omega_{ij} + 2\langle \phi_i \omega'_j \rangle, \quad (2.21)$$

où $\Omega_{ij}(\vec{r}) = \langle \omega_i \omega'_j \rangle$ est le tenseur de corrélation de vorticité, et en particulier $\Omega_{ii}(0)$ est l'énstrophie moyenne. Nous avons défini

$$\alpha_{ijk}(\vec{r}) = \langle \sigma'_{jk} \omega_i - \sigma_{ik} \omega'_j \rangle, \quad \sigma_{ik} = u_k \omega_i - u_i \omega_k, \quad (2.22)$$

où σ_{ik} est le flux de vorticité, combinant les effets d'advection et d'étirement de la vorticité. L'homogénéité nous permet ici encore d'exprimer ces corrélations indépendamment de \vec{x} . Le tenseur $\alpha_{ijk}(\vec{r})$ représente l'auto-induction de corrélation de vorticité, due à l'advection et à l'étirement tourbillonnaire. Elle provient du couplage entre vorticité et étirement, qui agit comme un terme source de corrélation de vorticité. Dans la limite $r = 0$, ce terme correspond simplement à l'étirement tourbillonnaire, agissant comme un terme source de l'énstrophie. Le premier terme du membre de droite traduit la diffusion de corrélation de vorticité : un maximum local de corrélation

¹⁰En turbulence 2D, où l'étirement tourbillonnaire n'existe pas puisque \vec{u} est toujours normal à $\vec{\omega}$, l'énstrophie est une quantité conservée dans la limite $\nu \rightarrow 0$, tout comme l'énergie [95].

¹¹Mentionnons ici une démarche analogue de Antonia *et al.* (1998) [11], décrivant le transport des fonctions de structure de la vorticité. L'équation d'évolution pour l'ordre 2 correspond au bilan d'énstrophie par échelle dont la dérivation est présentée ici.

conduit à un laplacien négatif, et donc à une diminution de cette corrélation, par diffusion vers un environnement moins corrélé.

Là encore, les hypothèses d'isotropie permettent de grandement simplifier ce bilan d'énstrophie, en particulier d'exprimer le tenseur de flux d'énstrophie en fonction d'une quantité purement scalaire, $\alpha(r)$, comme dans le cas de $S_3(r)$. Plus précisément, nous avons montré (Moisy *et al.* (1999) [111]) qu'il était possible de lier de façon exacte cette amplitude scalaire de flux d'énstrophie à la fonction de structure *longitudinale* d'ordre 3 :

$$\alpha(r) = \frac{1}{24} \left(r \frac{d^3}{dr^3} + 8 \frac{d^2}{dr^2} + \frac{8}{r} \frac{d}{dr} - \frac{8}{r^2} \right) S_3(r). \quad (2.23)$$

Nous renvoyons le lecteur à l'Annexe A, où est détaillé le calcul. Le point important ici est qu'il est possible expérimentalement, à partir de la simple mesure de $S_3(r)$, d'avoir accès à ce tenseur de corrélation de vorticité.e.

Echelle de cor .relation de vorticité.e

A partir du bilan d' .enstrophie  .chelle par  .chelle, et en utilisant l'isotropie qui permet d'exprimer le tenseur de g .n .ration d' .enstrophie en fonction d'une simple amplitude scalaire $\alpha(r)$, Novikov (1993) [123] met en  .vidence l'existence d'une à.chelle caract .ristique des cor .relations de vorticité.e, noté.e l_s ¹². Nous allons nous contenter de retracer les grandes lignes de ce calcul, en notation symbolique, c'est-à.-dire en oubliant les pré.facteurs et les indices et en raisonnant essentiellement par analyse dimensionnelle. Nous montrerons ensuite la fa .on dont cette  .chelle l_s peut à.tre d .terminé.e à. partir de S_3 .

Ecrivons de fa .on symbolique le bilan par  .chelle (2.21) de cor .relation de vorticité.e en deux points :

$$\partial_t \langle \omega \omega' \rangle + \nabla \langle u \omega \omega' \rangle = \nu \nabla^2 \langle \omega \omega' \rangle + \langle \phi \omega' \rangle \quad (2.24)$$

(ici ∇ d .signe la d .rivation par rapport à. la distance r). Le premier terme s'annule en r .gime stationnaire. Le second terme correspond au flux de α , l'auto-induction de cor .relation de vorticité.e. Le terme de for .age $\langle \phi \omega' \rangle$ peut s'exprimer en fonction de la cor .relation force-vitesse $\langle f u' \rangle$ introduite dans la section pré.c .dente :

$$\langle \phi \omega' \rangle = -\nabla^2 \langle f u' \rangle$$

(le calcul exact est pré.sent . en Annexe A). Le d .veloppement quadratique (2.9) introduit en section 2.2.3 permet d' .crire ce terme sous la forme

$$\langle \phi \omega' \rangle = \epsilon / L_f^2$$

Soulignons qu'en l'absence d'un tel d .veloppement pour prendre en compte l'injection à. grande à.chelle, ce terme de for .age serait nul, et il serait impossible de mod .liser les effets du for .age dans le bilan d' .enstrophie par  .chelle : l'expression de la puissance moyenne sous la forme $\langle f u' \rangle = 2\epsilon$ ne fait intervenir aucune à.chelle caract .ristique, et conduit à. $\langle \phi \omega' \rangle = 0$. L'hypoth .se d'un for .age confiné. aux grandes à.chelles est primordiale dans cette approche.

Enfin, nous pouvons exprimer le terme de diffusion de cor .relation de vorticité.e de l' .quation (2.24) sous la forme $\nabla^2 \langle \omega \omega' \rangle \sim -\nabla^4 \langle (u - u')^2 \rangle$, soit, en utilisant la loi des 2/3 pour les  .chelles du domaine inertiel, $\langle (u - u')^2 \rangle \sim r^{2/3}$:

$$\nabla^2 \langle \omega \omega' \rangle \sim -r^{-10/3}$$

L'amplitude $\alpha(r)$, obtenue en int .grant l' .quation (2.24), est donc soumise à. l'effet de diffusion de cor .relation de vorticité.e à. petite à.chelle, en $-r^{-7/3}$, et de for .age à. grande à.chelle, en r . En

¹²L'indice "s" signifie "string", ou "corde" de vorticité.e. Selon cet auteur, l_s repré.sente l' .chelle typique associé.e aux filaments de vorticité.e observé.s en turbulence (voir par exemple [61, 83, 94]).

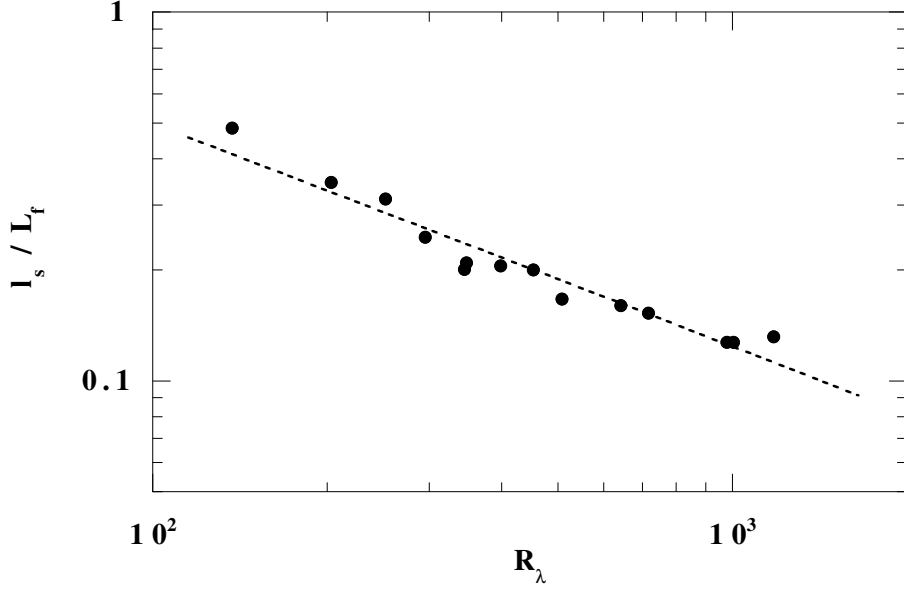


Figure 2.17: Echelle l_s , définie comme la position du maximum de $K(r)$, normalisée par l'échelle de forçage L_f , en fonction de R_λ . Le trait pointillé montre le meilleur ajustement par une loi de puissance, d'exposant -0.57 ± 0.04 .

réintégrant tous les préfacteurs que nous avons oubliés ici, ceci peut s'écrire de façon exacte (voir l'équation (25) de la référence [123]) :

$$\alpha(r) = -\frac{3}{2}a\nu\epsilon^{2/3}r^{-7/3} + \frac{1}{2}\epsilon\frac{r}{L_f^2},$$

où a est une constante sans dimension ($a = 220c_0/243 \simeq 1.8$, et $c_0 \simeq 2.0$ est la constante de la loi des $2/3$). Rappelons que cette équation n'est valable que pour les échelles du domaine inertiel. Elle est analogue l'équation de Kolmogorov avec forçage pour l'enstrophie — à ceci près qu'elle ne décrit pas le transfert d'une quantité conservée. Nous voyons que les deux termes qui constituent cette auto-induction d'enstrophie se compensent à une échelle intermédiaire l_s^* , telle que $\alpha(l_s^*) = 0$, soit

$$l_s^* = (3a)^{3/10}L_fRe^{-3/10} \simeq 1.7L_fR_\lambda^{-3/5}.$$

Pour $r < l_s^*$, on a $\alpha < 0$, correspondant à la diffusion de corrélation de vortacité. Pour $r > l_s^*$, c'est le terme de forçage qui domine. Il est bien entendu possible d'exprimer cette échelle l_s à partir de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3, puisqu'il existe un lien exact entre $\alpha(r)$ et $S_3(r)$ (2.23). Le plus simple consiste à considérer le zéro de $\alpha(r)$ comme le zéro de $\partial^2 S_3 / \partial r^2$, c'est à dire comme le maximum de $-S_3(r)/r$ — c'est ainsi que nous l'avons défini dans la section précédente (2.19) :

$$l_s = \left(\frac{28}{3}c_0\right)^{3/10}L_fR_\lambda^{-3/5} \simeq 2.4L_fR_\lambda^{-3/5},$$

où nous avons utilisé la valeur empirique $c_0 \simeq 2.0$. A un préfacteur 1.5 près, l'échelle l_s ainsi définie correspond à celle, l_s^* , définie à partir de $\alpha(r)$.

Mesure de l'échelle l_s

Sur la figure figure 2.17 est représentée l'échelle l_s , normalisée par l'échelle de forçage L_f , en fonction du nombre de Reynolds microéchelle. Le meilleur ajustement par une loi de puissance sur l_s conduit à

$$l_s = (7.1 \pm 0.6)L_fR_\lambda^{-0.57 \pm 0.04},$$

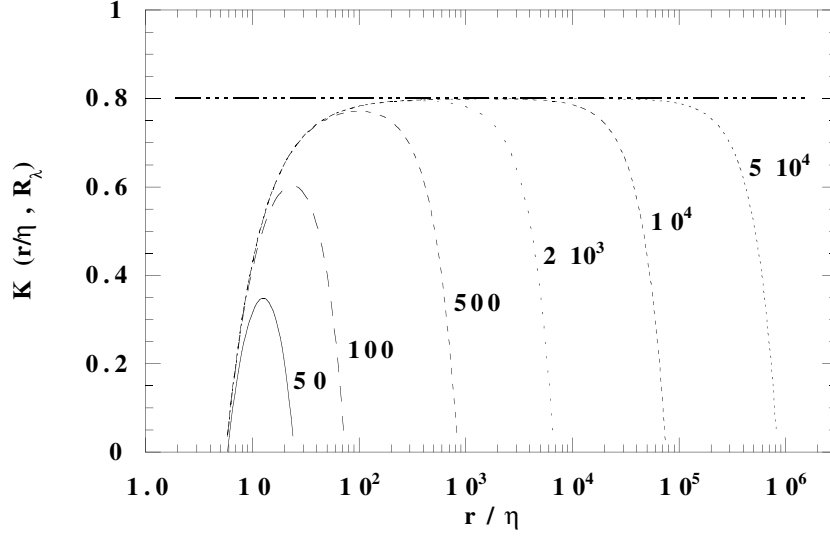


Figure 2.18: Fonction de Kolmogorov (extrapolée), donnée par l'équation (2.25), en prenant $R_{\lambda 0} = 31$ (valeur mesurée dans la grande cellule en contrarotatif), pour des valeurs de R_λ entre 50 et $5 \cdot 10^4$.

soit une valeur très proche de l'exposant $-3/5 = -0.6$ prédit par Novikov. Il semble difficile d'étendre cette loi d'échelle à des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés. En effet, elle est définie comme la position du maximum de la fonction de Kolmogorov $K(r)$, qui tend à former un plateau aux très grandes valeurs de R_λ ; la dispersion sur l_s augmente donc avec R_λ , cette échelle tend à devenir de plus en plus "floue".

2.3.6 Caractérisation du domaine inertiel

Une extrapolation des effets de Reynolds finis sur la fonction de Kolmogorov est indiquée sur la figure 2.18, où nous avons tracé la fonction

$$K(r/\eta, R_\lambda) = -4c_0 \left(\frac{r}{\eta}\right)^{-4/3} + \frac{4}{5} - \frac{2b^2}{7} \left(\frac{r}{\eta}\right)^2 R_\lambda^{-3}. \quad (2.25)$$

en utilisant les valeurs $c_0 = 2.0$ et $b = 22$ (correspondant à la valeur $R_{\lambda 0} = 31$ déterminée expérimentalement), pour des valeurs des nombres de Reynolds R_λ couvrant la gamme $50 - 5 \cdot 10^4$. Cette dernière valeur est bien au-delà de celles rencontrées dans les expériences ; en turbulence atmosphérique, les R_λ maxima sont de $10^4 - 2 \cdot 10^4$ — voir le tableau 1 en Introduction (p. 15).

Nous constatons que la fonction de Kolmogorov n'atteint la valeur $4/5$ que pour des R_λ d'environ 1000, et ne présente un véritable plateau qu'à partir de $R_\lambda \simeq 2000$ — valeur bien au-delà de la plupart des expériences de laboratoire. Les expériences typiques de turbulence de grille dans l'air, pour lesquelles $R_\lambda \simeq 100 - 400$, ne présentent, selon cette modélisation, aucun plateau, et la valeur maximale de K est inférieure de 10 à 25 % à la valeur $4/5$.

Nous allons dans cette section caractériser le domaine inertiel à travers deux observables, l'exposant ζ_3 défini à partir de S_3 et l'extension du domaine inertiel, et comparer nos mesures à l'équation-modèle (2.25).

Exposant de fonction de structure d'ordre 3

Habituellement, la vérification de la loi des $4/5$ se fait via l'estimation d'un exposant sur S_3 :

$$S_3 \sim r^{\zeta_3}.$$

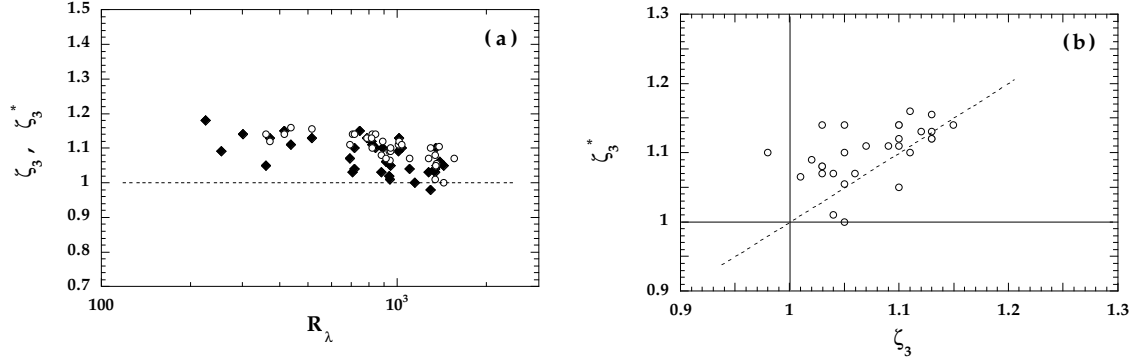


Figure 2.19: (a) Exposants de fonction de structure d’ordre 3 en fonction de R_λ . \diamond : exposant ζ_3 (de $S_3(r) = \langle \Delta u(r)^3 \rangle$), et \circ : exposant ζ_3^* (de $S_3^*(r) = \langle |\Delta u(r)|^3 \rangle$). (b) : ζ_3^* en fonction de ζ_3 ; la droite pointillée indique $\zeta_3^* = \zeta_3$.

Notons qu’à faible nombre de Reynolds, S_3 est dominé par les termes de viscosité et d’injection à grande échelle, et il n’y a pas raison d’obtenir de loi d’échelle, ni *a fortiori* d’exposant $\zeta_3 = 1$.

En l’absence de véritable domaine inertiel, un “meilleur exposant” ζ_3 peut être estimé par deux méthodes. La première consiste à ajuster ζ_3 de telle sorte que la fonction de structure compensée $r^{-\zeta_3} S_3(r)$ présente un plateau le plus large possible. La seconde consiste à calculer un “exposant local” à partir de la dérivée logarithmique

$$\zeta_3(r) = \frac{\partial \ln(-S_3)}{\partial \ln r},$$

et à estimer un “meilleur exposant” ζ_3 à l’endroit où l’exposant local varie très peu — typiquement au point d’inflexion de $\zeta_3(r)$ en échelles log-linéaires. Ces deux méthodes donnent des résultats similaires, mais la seconde est bien plus sensible à la présence de bruits (notamment si S_3 est calculé sur des pas Δr fins).

A titre de comparaison, nous avons également calculé l’exposant ζ_3^* de fonction de structure des valeurs absolues d’incrément

$$S_3^*(r) = \langle |\Delta u(r)|^3 \rangle \sim r^{\zeta_3^*},$$

souvent introduits expérimentalement lorsque le nombre de Reynolds est trop faible pour qu’existe un véritable domaine inertiel. Il n’existe aucun résultat exact concernant $S_3^*(r)$; cependant, l’analyse dimensionnelle — qui ne distingue pas S_3^* de S_3 —, conduit à écrire $\zeta_n = n/3$, soit $\zeta_3^* = \zeta_3 = 1$. Il se trouve que les lois d’échelles sur S_3^* sont souvent mieux définies que sur S_3 , pour une raison déjà évoquée¹³ à propos de S_2 . L’existence d’une loi de puissance sur S_3^* n’implique *a priori* rien sur l’existence d’un régime inertiel pour S_3 .

Sur la figure 2.19a sont représentés les exposants ζ_3 et ζ_3^* en fonction de R_λ , déterminés en ajustant le plateau sur les fonctions de structure compensées. Nous constatons que les “meilleurs exposants” ainsi déterminés sont systématiquement supérieurs à l’unité. La dispersion importante donne une idée de la barre d’erreur ($\sim 10\%$) ; celle-ci provient de la faible extension de domaine inertiel, même à de tels nombres de Reynolds. Malgré cette dispersion, il semble y avoir une légère tendance à la décroissance vers 1 avec le nombre de Reynolds :

	$R_\lambda \sim 400$	$R_\lambda \sim 1400$
ζ_3	1.10 ± 0.06	1.03 ± 0.04
ζ_3^*	1.15 ± 0.04	1.06 ± 0.04

¹³La fonction de structure d’ordre 3 avec valeurs absolues bénéficie en quelque sorte de la plus grande robustesse des statistiques d’ordre pair aux effets de Reynolds fini [102].

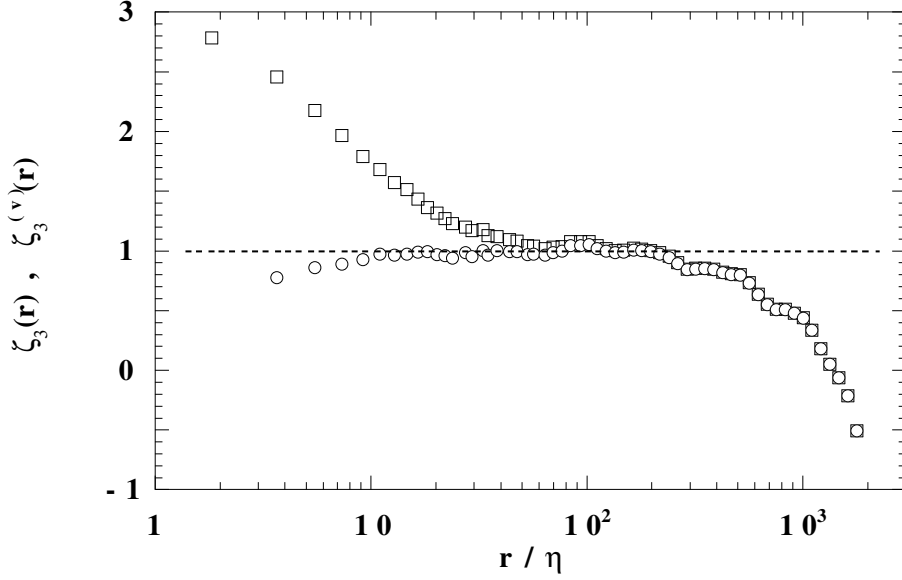


Figure 2.20: Exposants locaux ζ_3 (\square) et $\zeta_3^{(v)}$ (\circ). Mêmes données que la figure 2.10. Fichier 92V.

Nous constatons également une très léger effet systématique $\zeta_3^* > \zeta_3$ (disons $\zeta_3^* \simeq \zeta_3 + 0.04$ pour ces exemples). Cet effet peut être vue sur la figure 2.19b.

Bien entendu, cette observation $\zeta_3 \gtrsim 1$ peut conduire à douter de la validité de l'équation de Kolmogorov à de tels nombres de Reynolds. Pour vérifier ce point, nous pouvons comparer l'exposant ζ_3 à l'exposant $\zeta_3^{(v)}$ incluant la contribution due aux effets visqueux :

$$-S_3(r) + 6\nu \frac{\partial}{\partial r} S_2(r) \sim r^{\zeta_3^{(v)}}.$$

Sur la figure 2.20 nous avons représenté les exposants locaux $\zeta_3(r)$ et $\zeta_3^{(v)}(r)$, ce dernier étant défini comme

$$\zeta_3^{(v)}(r) = \frac{\partial}{\partial \ln r} \ln \left(-S_3(r) + 6\nu \frac{\partial}{\partial r} S_2(r) \right).$$

Nous voyons sur cette figure que $\zeta_3(r)$ est compris entre 0.9 et 1.1 pour des échelles r entre 45 et 270 η , soit sur un facteur 6. En revanche, l'exposant local $\zeta_3^{(v)}(r)$ est beaucoup plus proche de 1 ; il est compris entre 0.9 et 1.1 pour r entre 7.4 et 270 η , soit une gamme d'échelles 6 fois plus étendue que précédemment. La légère décroissance de $\zeta_3^{(v)}(r)$ aux échelles inférieures est due ici encore à la présence de bruit à petite échelle.

L'observation $\zeta_3 \gtrsim 1$ de la figure 2.19 semble donc bien être attribuable à la contribution visqueuse. En tenant compte de cette contribution, l'exposant $\zeta_3^{(v)}$ obtenu est indistinguable de 1. Cette observation ne remet pas en question la validité de l'équation de Kolmogorov pour les présentes mesures.

Modélisation de l'exposant ζ_3 effectif

Afin de comparer ces mesures de ζ_3 à la modélisation de la fonction de Kolmogorov que nous avons proposée, nous avons calculé de même un exposant "effectif" à partir de la dérivée logarithmique de $-S_3(r)$. Cet exposant ζ_3^{eff} est défini à partir du point d'inflexion de l'exposant local représenté en échelles log-linéaires¹⁴. Cette démarche équivaut à ajuster l'exposant ζ_3^{eff} sur la fonction de structure compensée $-S_3(r)r^{-\zeta_3^{\text{eff}}}$, de sorte que celle-ci présente un plateau le plus large possible.

¹⁴Une approche similaire a été menée par Lohse et Groehling (1996) [99], sur les exposants définis à partir des valeurs absolues des incréments de vitesse.

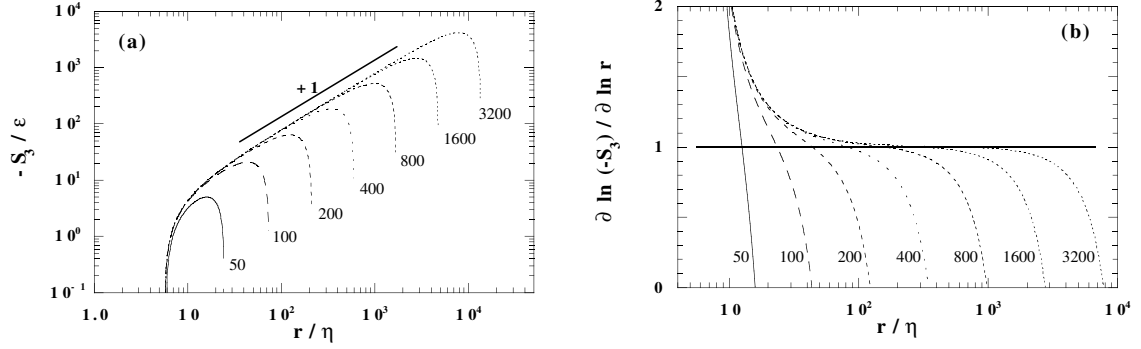


Figure 2.21: (a) : $-S_3(r/\eta)/\epsilon = (r/\eta)K(r/\eta)$, d'après l'équation (2.25), avec $R_{\lambda 0} = 31$, et (b) : Exposant local $\zeta_3(r)$, pour R_λ entre 50 et 3200.

Sur la figure 2.21 sont représentées les fonctions de structures d'ordre 3, d'après notre modélisation de la fonction de Kolmogorov (2.25), ainsi que les dérivées logarithmiques correspondantes, pour R_λ entre 50 et 3200. Pour $R_\lambda \rightarrow \infty$ l'exposant local sature effectivement vers $\zeta_3 = 1$ (il prend des valeurs entre 0.9 et 1.1 sur un peu moins de 2 décades à $R_\lambda = 3200$). Nous voyons que pour des valeurs de R_λ inférieures à 400 environ, il n'apparaît aucune saturation de cet exposant local. Bien entendu, on doit s'attendre à $\zeta_3(r) \rightarrow 3$ pour $r \rightarrow 0$ (champ lisse), ce qui n'est pas le cas pour cette modélisation qui ne décrit que le domaine inertiel.

Dans ce tracé, le point d'inflexion de $\zeta_3(r)$ apparaît à une échelle r située au début de la zone inertielle, et conduit à sur-estimer légèrement ζ_3 par rapport à la valeur théorique $\zeta_3 = 1$. Par exemple à $R_\lambda=200$, le point d'inflexion est à $r = 37\eta$, et $\zeta_3^{\text{eff}} = \zeta_3(37\eta) = 1.06$. Une résolution numérique permet de montrer que cet exposant effectif tend vers 1 selon

$$\zeta_3^{\text{eff}} = 1 + 0.58(R_\lambda/R_{\lambda 0})^{-6/5}. \quad (2.26)$$

Cette tendance est assez rapide, puisqu'on a $\zeta_3^{\text{eff}} \simeq 1$ à mieux que 1 % pour $R_\lambda = 1000$.

Ces calculs sont donc en assez bon accord qualitatif avec nos observations expérimentales (figure 2.19), bien que prédisant une tendance plus rapide vers $\zeta_3 = 1$ que celle observée. La dispersion des exposants ζ_3 ne permet pas de tester le comportement algébrique (2.26). Le point important est que notre modélisation de la fonction de Kolmogorov $K(r)$ puisse reproduire qualitativement nos observations expérimentales $\zeta_3 \gtrsim 1$.

Extension du domaine inertiel

Nous allons maintenant examiner l'évolution de l'extension du domaine inertiel avec le nombre de Reynolds. Cette extension peut se définir en comparant la fonction de Kolmogorov $K(r) = -S_3(r)/\epsilon r$ à sa valeur asymptotique $4/5$. En suivant les notations introduites en section 2.3.2, Nous définissons r_3^{\min} et r_3^{\max} comme les bornes de l'intervalle tel que $K(r) = 4/5$ à mieux que 10 %,

$$r \in [r_3^{\min}, r_3^{\max}], \quad K(r) > 0.9 \frac{4}{5},$$

et $W_3 = r_3^{\max}/r_3^{\min}$ la largeur du domaine ainsi défini.

[Figure à inclure]

Nous pouvons, ici encore, comparer ces observations expérimentales à la modélisation de $K(r)$ proposée (2.25). Une résolution numérique indique que W_3 croît comme

$$W_3 \simeq 0.13(R_\lambda/R_{\lambda 0})^{3/2}, \quad \text{pour } R_\lambda \gtrsim 10R_{\lambda 0}$$

(soit $1.5 \log_{10}(R_\lambda) - 3.1$ décades). L'exposant de cette loi d'échelle est bien entendu celui prédit par l'analyse dimensionnelle : $L/\eta \sim R_\lambda^{3/2}$. En revanche, la valeur du préfacteur est extrêmement

décevante. Il faut atteindre des R_λ de l'ordre de 550 pour obtenir une décade de "vrai" domaine inertiel. Selon cette paramétrisation, les expériences aux plus hauts nombres de Reynolds ($R_\lambda \sim 10^4$) présentent à peine 3 décades de domaine inertiel.

2.4 Etude des transferts d'énergie dans d'autres géométries

Nous avons montré dans la section précédente que l'équation de Kolmogorov était vérifiée avec une grande précision dans notre écoulement entre disques contrarotatifs. D'éventuels écarts aux hypothèses dont cette équation découle — homogénéité, isotropie et forçage aux grandes échelles — sont donc suffisamment faibles pour conduire à un régime de transferts d'énergie effectivement constant à hauts nombres de Reynolds.

Cependant, on peut se demander à quel point le nombre de Reynolds microéchelle est le seul paramètre de contrôle d'un écoulement turbulent. En d'autre terme : quelle est l'influence des spécificités d'un forçage — ses inhomogénéités, anisotropies (cisaillement grande échelle, forte rotation etc.), ou son aspect multiéchelle (comme en couche limite) — sur les statistiques des petites échelles à haut nombre de Reynolds ? Plus un forçage est anisotrope, plus il faut atteindre des nombres de Reynolds élevés afin de retrouver des caractéristiques universelles aux petites échelles ? Peut-on considérer que l'échelle L_f représente une borne inférieure, en deçà de laquelle le forçage n'injecte plus d'énergie et où l'on retrouve une turbulence vérifiant les propriétés de Kolmogorov ? Comment prévoir L_f pour un forçage donné ? Peut-on considérer qu'un nombre de Reynolds du type $L_f u' / \nu$ caractérise complètement notre écoulement ?

Afin d'apporter des éléments de réponse à ces problèmes-clefs, nous allons comparer succinctement quelques aspects de l'étude de la section précédente sur deux autres écoulements-types :

1. L'écoulement derrière une rangée d'obstacles, en corotation, dans la petite (configuration **B**) et la grande (configuration **D**) cellule.
2. Un écoulement en forte rotation, dans la grande cellule (configuration **E**).

Nous allons tenter de caractériser les transferts d'énergie dans ces deux cas, et voir dans quelle mesure un régime de Kolmogorov est observable à petite échelle.

2.4.1 Ecoulement derrière des obstacles

Deux écoulements derrière des obstacles ont été étudiés, dans la grande et dans la petite cellule. Ces écoulements sont en corotation, et la turbulence est générée essentiellement par des rangées d'obstacles fixées sur la paroi (triangulaires dans la petite cellule, rectangulaires dans la grande — voir la description au chapitre 1). Cet écoulement peut être vu comme une couche limite sur paroi très rugueuse. Il est décrit avec détails dans Willaime *et al.* (1999) [188].

Cet écoulement se caractérise par un faible taux de fluctuation, entre 9 et 12 %, avec une légère tendance à la décroissance à nombre de Reynolds croissant. L'échelle intégrale Λ , définie à partir de la fonction d'autocorrélation, vaut

$$\Lambda = 0.96 \pm 0.1 \text{ cm},$$

sans dépendance avec le nombre de Reynolds. Cette valeur est très proche de celle obtenue en contrarotation ($\Lambda = 1.1 \pm 0.15$).

Nous avons représenté sur la figure 2.22 la fonction $J(r)$ (2.14) pour $R_\lambda = 550$, ainsi que le meilleur ajustement (2.15). Nous constatons qu'un plateau très bien défini apparaît sur une décade environ.

En revanche il apparaît que l'ajustement quadratique (2.15) ne reproduit pas la fonction $J(r)$ aussi bien que dans le cas contrarotatif (voir par exemple la figure 2.10). L'échelle de forçage L_f définie à partir de cet ajustement, vaut 0.18 cm, une valeur bien inférieure à l'échelle intégrale (0.96 cm). Cette situation contraste avec le cas contrarotatif, pour lequel nous observons $\Lambda \sim L_f$.

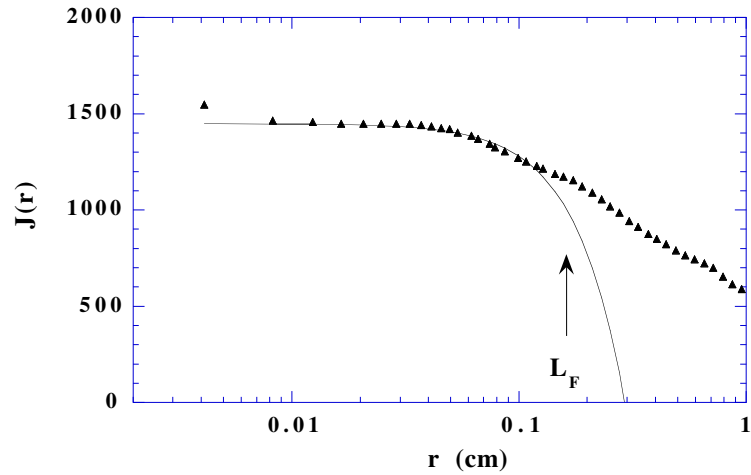


Figure 2.22: Fonction $J(r)$ en fonction de l'échelle r , en configuration **D** (corotation derrière des obstacles dans la grande cellule). La courbe indique un ajustement par l'équation (2.15). $R_\lambda = 550$, fichier 55CL.

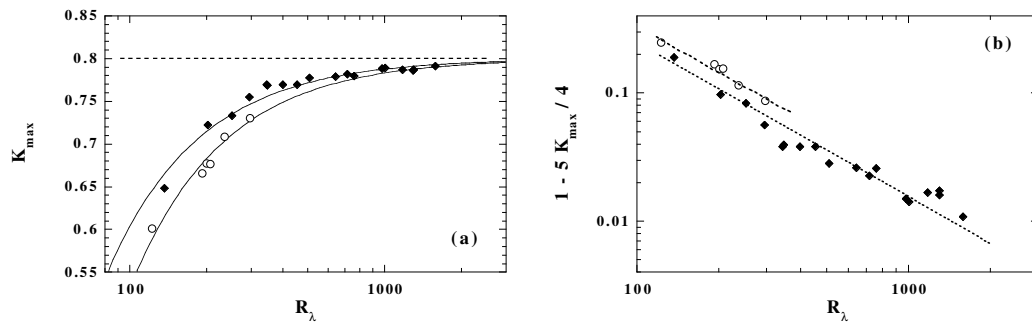


Figure 2.23: (a) K_{\max} , maximum de la fonction de Kolmogorov, en fonction de R_λ . \circ : Petite cellule, en mode corotatif, \diamond : mêmes données que pour la figure 2.16, grande cellule en contrarotatif. Les traits pleins montrent les meilleurs ajustements par une loi de puissance (2.19), avec $R_{\lambda 0} \simeq 40$ pour la petite cellule et $R_{\lambda 0} \simeq 31$ pour la grande. La droite pointillée indique la valeur $4/5$ du régime asymptotique. (b) $1 - \frac{5}{4} K_{\max}$, écart à la valeur asymptotique, en fonction de R_λ .

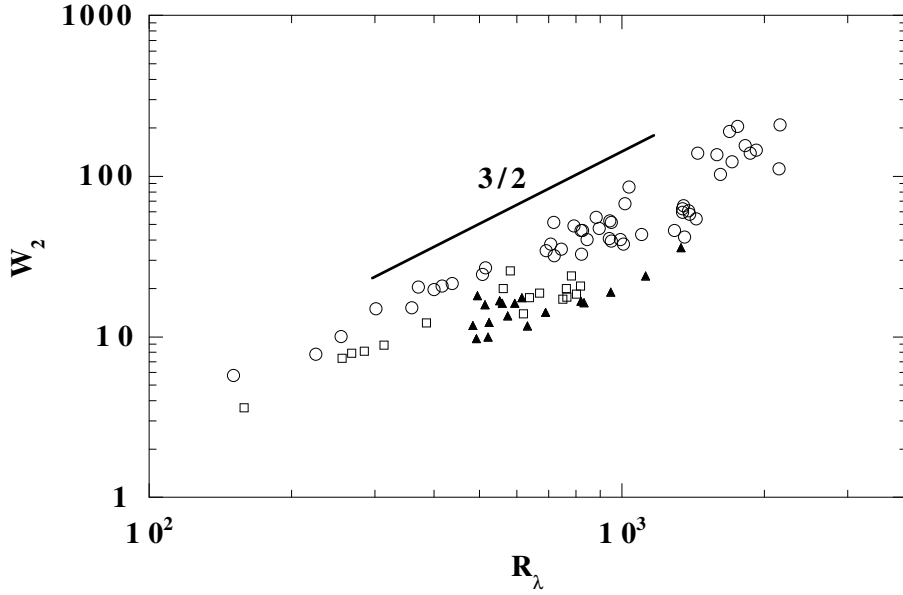


Figure 2.24: W_2 , largeur de la loi de puissance sur $S_2(r)$ calculée à 10 % près, en fonction de R_λ , pour différentes géométries. \square : Petite cellule, corotatif derrière obstacles (**B**). \circ : Grande cellule en contrarotatif (configuration **C**). \triangle : Grande cellule, corotatif derrière obstacles (**D**).

Tendance vers la loi des 4/5

Dans cette configuration, nous avons également vérifié la tendance vers le régime de Kolmogorov, à partir du maximum de la fonction de Kolmogorov K_{\max} . Les mesures de K_{\max} en fonction de R_λ sont reportées sur la figure 2.23 (dans la configuration **B**), où sont également reproduites les mesures en contrarotatif (configuration **D**). Nous observons que dans cette configuration, une tendance vers la valeur asymptotique 4/5 est également observée. Cette tendance est également assez bien ajustée par une loi en $R_\lambda^{-6/5}$ — même si la faible gamme de R_λ couverte ne permet pas de tester précisément cette loi de puissance. En revanche, il apparaît qu'à même R_λ , les valeurs de K_{\max} obtenue dans en corotatif derrière obstacles soient légèrement en-deçà des celles obtenues en contrarotatif. Un meilleur ajustement par la loi (2.19) conduit au paramètre

$$R_{\lambda 0} = 40 \pm 3,$$

une valeur supérieure de 25 % à celle obtenue en contrarotatif ($R_{\lambda 0} = 31 \pm 2$). Cette différence signifie que dans cette configuration, des nombres de Reynolds microéchelle légèrement supérieurs sont nécessaires pour atteindre une turbulence vérifiant les hypothèses de l'équation de Kolmogorov (homogénéité, isotropie, forçage confiné aux grandes échelles). Toutefois, cette différence est faible, et les courbes $K_{\max}(R_\lambda)$ restent tout à fait comparables d'une géométrie à l'autre.

Extension des lois de puissance dans les différentes configurations

Sur la figure 2.24 nous avons regroupé les mesures de l'extension du domaine inertiel, $W_2 = r_2^{\max}/r_2^{\min}$, défini en section 2.3.2, pour les écoulements **A–D**.

Alors que les données en contrarotation dans la grande cellule semblent assez bien ajustées par une loi $W_2 \sim R_\lambda^{3/2}$, il semble que les domaines en loi d'échelle des expériences en corotation derrière obstacle (petite et grande cellule) croissent légèrement moins vite, avec des lois plus proches de $W_2 \sim R_\lambda^1$. La dispersion peut être attribuée en partie à une sur-estimation de r_{\min} aux grands nombres de Reynolds, due à un effet de coupure de notre capteur. L'extension plus faible des lois d'échelle, à même nombre de Reynolds R_λ , corrobore notre estimation du paramètre $R_{\lambda 0}$, légèrement plus élevé pour les écoulement en corotation derrière obstacles.

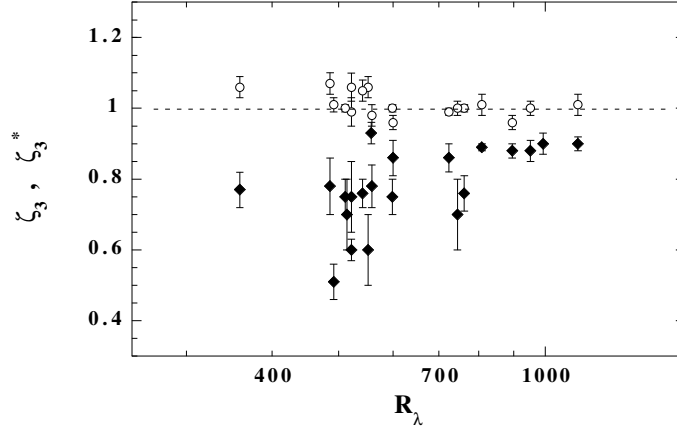


Figure 2.25: Exposants de fonction de structure d'ordre 3, pour l'écoulement derrière des obstacles (Configuration **D**). \circ : ζ_3^* (Avec valeur absolue), et \diamond : ζ_3 (sans valeur absolue). Fichiers CL

Exposants ζ_3 et ζ_3^*

Sur la figure 2.25 sont représentés les exposants mesurés pour les fonctions de structure d'ordre 3, avec ou sans valeurs absolues, en corotatif derrière obstacles dans la grande cellule (Configuration **D**). Ces exposants sont estimés à partir des fonctions de structure compensées ; les barres d'erreur, importantes dans le cas de ζ_3 , sont évalués en estimant la gamme d'exposant conduisant à un plateau raisonnablement bien défini. Cette figure est à comparer à la figure 2.19 obtenue dans le cas contrarotatif.

Nous constatons que l'exposant ζ_3^* est assez bien défini et dépend très peu de R_λ . Nous obtenons en moyenne :

$$\zeta_3^* \simeq 1.00 \pm 0.02$$

pour R_λ entre 370 et 1100. Cette observation est en bon accord avec ce que nous observons en contrarotatif (figure 2.19).

L'exposant sans valeur absolue ζ_3 est, quant à lui, beaucoup plus dispersé, mais semble mieux défini à nombre de Reynolds croissant. Pour $R_\lambda \gtrsim 800 - 1100$, nous mesurons

$$\zeta_3 \simeq 0.89 \pm 0.03.$$

Cette situation contraste par deux points avec le cas contrarotatif (figure 2.19) : (i) les exposants ζ_3 semblaient converger plus rapidement vers 1, et surtout (ii) nous observons systématiquement $\zeta_3 \gtrsim 1$. La différence provient probablement de l'influence plus importantes des grandes échelles qui affectent le domaine inertiel. Nous verrons plus loin (section 2.5.1) une modélisation possible de cet effet.

L'importante différence entre ζ_3 et ζ_3^* obtenue dans cette configuration conduit à être extrêmement prudent dans la définition d'un véritable domaine inertiel. L'observation $\zeta_3^* \simeq 1$ ne signifie pas *a priori* qu'un régime à transfert d'énergie constant est atteint. La plus grande robustesse de $\zeta_3^* \simeq 1$ pour différentes géométries n'est pas comprise.

2.4.2 Écoulement en rotation forte

Nous avons étudié en dernier lieu une situation délibérément inhomogène, celle d'un écoulement en forte rotation ; cette étude a été effectuée uniquement dans la grande cellule. Ici, les parois sont lisses et les disques tournent dans la même direction. La turbulence ainsi produite est une turbulence de couche limite, sans échelle caractéristique d'injection d'énergie¹⁵.

¹⁵Par ailleurs, le pompage axial dû à la rotation des disques a tendance à former un tourbillon central [93, 133], qui précède lentement et parfois se déstabilise. Cependant, les mesures reportées au chapitre 1 (p. 44) montrent que cet effet peut être négligé à cette distance de la paroi.

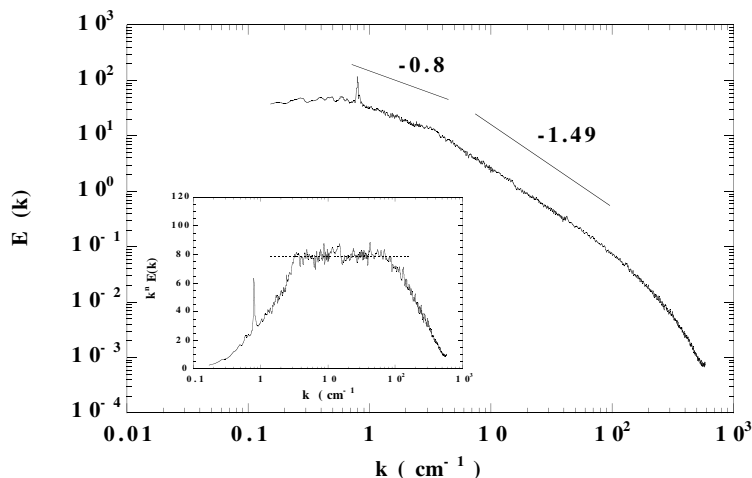


Figure 2.26: Spectre d'énergie, pour un écoulement en forte rotation (Configuration **E**). $R_\lambda \simeq 260$. L'insert montre le spectre compensé $k^n E(k)$, pour $n = 1.49$, en coordonnées log-linéaires. Fichier NV21

Le taux de fluctuation obtenu dans cette configuration est très faible,

$$\tau = u'/U \simeq 6.5 \text{ à } 8.5,$$

conduisant à des nombres de Reynolds microéchelle assez modestes ($R_\lambda \lesssim 650$) même aux fréquences de rotation les plus élevées. Notons que dans une telle situation anisotrope, la définition d'un tel nombre de Reynolds est discutable : les fluctuations typiques de vitesse sont *a priori* différentes selon la direction de l'écoulement moyen et selon la direction de rotation (axe des disques). Nous continuerons cependant à employer cette quantité, gardant à l'esprit qu'il s'agit d'une définition basée sur l'isotropie dans une situation anisotrope.

Les spectres d'énergie dans cette configuration sont très différents de ceux obtenus en contrarotation ou en turbulence derrière des obstacles. Sur la figure 2.26 est représenté un spectre d'énergie typique, pour $R_\lambda \simeq 370$. Il présente une loi de puissance, de pente -1.49 ± 0.02 . Dans l'insert est représenté, en coordonnées log-linéaires, le spectre compensé par $k^{1.49}$; il apparaît très clairement un plateau, sur 1 décade et demie (k compris entre 4 et 100 cm^{-1}), confirmant qu'il existe effectivement une loi de puissance bien définie sur cette gamme. Notons également qu'il semble exister un second régime, à plus bas nombre d'onde (sur une gamme restreinte 0.8 à 4 cm^{-1}), présentant une loi proche de $k^{-0.8 \pm 0.1}$.

La pente -1.49 est très inférieure à la valeur $5/3$ de Kolmogorov. Nous observons cependant une tendance à l'augmentation avec le nombre de Reynolds,

10^{-6}Re	0.77	1.26	1.67	2.05	2.44	2.73	3.16
n	1.49	1.53	1.55	1.57	1.59	1.76	1.73

où n est la pente du spectre, et $\text{Re} = 2\pi R f r_s / \nu$ (correspondant à des fréquences de rotation de 1.6 à 6.6 Hz). L'incertitude sur n est de 0.02.

Pinton *et al.* (1998) [133], dans une géométrie similaire à la nôtre dans l'air, montrent que la pente du spectre évolue de -1.2, près du tourbillon central ($< 0.3R$) à $-5/3$ à plus grande distance ($0.4R - 0.7R$) — et aucune loi de puissance au voisinage de la paroi. Ces observations sont en relativement bon accord avec les pentes de spectre que nous rapportons, pour des mesures effectuées à une distance $0.78 R$ du centre. Citons aussi Andreotti *et al.* (1998) [3], dans une

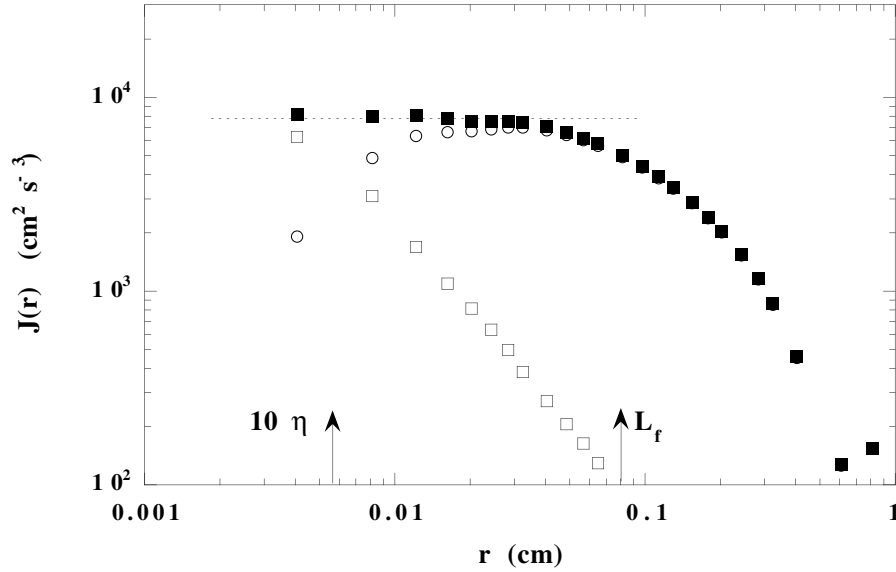


Figure 2.27: \square : $J(r)$ en fonction de l'échelle r , pour $R_\lambda \simeq 370$. Les symboles ouverts indiquent les deux contributions à $J(r)$: $-S_3(r)/r$ (\circ) et $6\nu(\partial S_2/\partial r)/r$ (\square). Dans cet exemple, l'échelle L_f est estimé à 0.8 mm. Fichier NV25

géométrie entre disques corotatifs mais avec un pompage axial (afin de confiner un tourbillon intense au centre), qui observe une évolution similaire : la pente évolue de -1.17 au centre à $-5/3$ près de la paroi, en passant par une région intermédiaire à pentes -0.5 et -2.

Afin de caractériser les transferts d'énergie dans cette situation fortement anisotrope, nous avons tracé sur la figure 2.27 la fonction $J(r)$ et ses deux contributions (en S_2 et S_3). Nous constatons que $J(r)$ ne forme quasiment pas de plateau, sauf peut-être à très petite échelle. Cette situation contraste avec l'écoulement en contrarotation, pour lequel un plateau apparaît très nettement à des nombres de Reynolds équivalents (voir par exemple les figures 2.11 et 2.12). De plus, $J(r)$ décroît très lentement vers les grandes échelles, et l'ajustement quadratique (2.15) est clairement inadapté. Il conduit dans ce cas à une échelle effective de forçage

$$L_f \simeq 0.8 \pm 0.03 \text{ mm},$$

très inférieure à celles obtenus pour les écoulements en contrarotation et en aval d'obstacles.

Ces observations peuvent s'expliquer par l'effet de la forte rotation, qui tend à inhiber les transferts d'énergie vers les petites échelles (la rotation tend à bidimensionaliser l'écoulement, voir par exemple Canuto et Dubovikov (1997) [38]).

Nous pouvons interpréter les faibles valeurs de L_f de la façon suivante : L_f est défini comme l'échelle caractéristique d'injection de l'énergie lorsque le forçage "agit" à une échelle fixée. Dans le cas où le forçage agit sur une gamme étendue d'échelle, L_f peut être vue comme la borne inférieure de cette gamme. En effet, un régime à transfert constant n'a de sens que "loin" (en terme d'échelle) du forçage ; un tel régime ne peut donc apparaître qu'à des échelles inférieures aux plus petites échelles auxquelles agit ce forçage.

Dans cet écoulement en forte rotation, l'injection d'énergie se fait essentiellement par la couche limite sur paroi lisse. Idéalement, dans une telle couche limite de longueur infinie, il n'existe pas d'échelle caractéristique à l'exception de la distance à la paroi. L'injection d'énergie a donc un caractère *multi-échelle*, et ses effets se font sentir à des échelles bien inférieures l'échelle intégrale Λ .

2.4.3 Comparaison des différentes configurations

Rapport L_f/Λ et régime inertiel

Afin de caractériser les grandes échelles, du point de vue des corrélations des fluctuations de vitesse, nous avons défini l'échelle intégrale Λ à partir de la fonction d'autocorrélation. L'étude détaillée de l'équation de Kolmogorov nous a amené à définir, du point de vue des transferts d'énergie, une nouvelle grande échelle, L_f , caractéristique de l'injection d'énergie. Nous avons montré que ces deux échelles étaient indépendantes du nombre de Reynolds. Comment se comparent-elles pour les différentes géométries de forçage étudiées ?

	Cellule	Mode	Particularités	Λ (cm)	L_f (cm)	L_f/Λ
A	Petite	CTR	Obstacles triangulaires	0.47 ± 0.07		
B	Petite	COR	Obstacles triangulaires	0.47 ± 0.05	0.19 ± 0.1	0.4
C	Grande	CTR		1.1 ± 0.15	1.1 ± 0.3	1
D	Grande	COR	Obstacles rectangulaires	0.96 ± 0.1	0.18 ± 0.02	0.19
E	Grande	COR		0.50 ± 0.01	~ 0.1	~ 0.2

Table 2.2: Les grandes échelles dans les différentes configurations d'écoulement.

Le tableau 2.2 résume les mesures de ces deux échelles. Nous constatons que l'échelle intégrale dépend très peu du type de forçage, mais plutôt de la dimension géométrique de l'expérience : les écoulements **A** et **B** de la petite cellule (de rayon $R = 6.3$ cm) ont des échelles intégrales indistingables, de 0.47 cm ; Les deux écoulements **C** et **D** dans la grande cellule (de rayon $R = 10$ cm) ont des échelles intégrales très proches, d'environ 1 cm. En revanche, à même taille d'expérience, l'échelle caractéristique de forçage L_f semble dépendre grandement du type de forçage : proche de Λ dans le cas contra-rotatif, seulement $\Lambda/5$ en corotatif derrière une rangée d'obstacle. Dans le cas de la turbulence en forte rotation (écoulement **E**, dans la grande cellule), nous obtenons une échelle L_f encore inférieure, bien que sa définition devienne discutable (voir la figure 2.27).

Ces observations suggèrent une interprétation du rapport L_f/Λ . A même échelle intégrale Λ , une valeur élevée de l'échelle de forçage L_f signifie que l'effet du forçage reste confiné aux grandes échelles. Au contraire, les faibles valeurs de L_f correspondent à des situations pour lesquelles le forçage injecte l'énergie sur une plus large gamme d'échelles, affectant ainsi le régime de transfert constant dans le domaine inertiel. L'échelle L_f fournit une mesure de la capacité du forçage à produire une turbulence décrite par l'équation de Kolmogorov. Elle est l'échelle en-deçà de laquelle la turbulence peut être considérée en bonne approximation comme homogène, isotrope et forcée essentiellement aux grandes échelles. Alors que l'échelle Λ caractérise l'énergie cinétique, l'échelle de forçage L_f semble plus caractéristique des transferts d'énergie.

2.5 Discussion et conclusion

2.5.1 Comparaison avec d'autres approches

La caractérisation des transferts d'énergie à nombre de Reynolds modéré, et son évolution dans la limite $R_\lambda \rightarrow \infty$, fait l'objet actuellement d'un certain nombre de travaux théoriques et expérimentaux.

Nous avons cité en section 2.1 l'approche de Lindborg (1999) [97], d'après des données de turbulence de grille (Mydlarski et Warhaft (1996) [117]) et de jet (Anselmet (1984) [5]), qui fait usage du modèle $K - \epsilon$ afin de rendre compte des effets du forçage : en turbulence de grille, le déclin des fluctuations en aval de la grille permet d'exprimer explicitement $\partial_t S_2$, l'évolution de l'énergie cinétique, comme un terme source de l'équation de Kolmogorov. Dans nos notations, cette approche conduit à écrire la fonction de Kolmogorov sous la forme

$$K(r/\eta, R_\lambda) = -4c_0 \left(\frac{r}{\eta}\right)^{-4/3} + \frac{4}{5} - Cc_0 \left(\frac{r}{\eta}\right)^{2/3} R_\lambda^{-1},$$

Type de turbulence	Déclin	Cisaillé	Forçage confiné à L_f
Forme spectrale	$G(k) \sim k^{-2/3}$	$G(k) \sim k^{-4/3..-2/3}$	$G(k) \sim \delta(k - 1/L_f)$
Contribution à $K(r)$	$(r/L_f)^{2/3}$	$(r/L_f)^{2/3..4/3}$	$(r/L_f)^2$
l_s	R_λ^{-1}	$R_\lambda^{-1..-2/3}$	$R_\lambda^{-3/5}$
$1 - \frac{5}{4}K_{\max}$	$R_\lambda^{-2/3}$	$R_\lambda^{-2/3..-1}$	$R_\lambda^{-6/5}$
$\zeta_3^{\text{eff}} - 1$	$-R_\lambda^{-5/6}$	$-R_\lambda^{-5/6..0}$	$R_\lambda^{-6/5}$

Table 2.3: Effets de Reynolds fini sur la fonction de Kolmogorov $K(r)$, selon Qian (1999) [148]. La dernière ligne représente l'écart à 1 de l'exposant effectif ζ_3^{eff} que nous avons calculé à partir de ces modèles.

$$K_{\max}(R_\lambda) = \frac{4}{5} \left(1 - \frac{15}{4} C c_0^{2/3} R_\lambda^{-2/3} \right), \quad l_s \sim \lambda \sim R_\lambda^{-1},$$

où C est une constante. Cette équation est à comparer à notre équation (2.17) ; seule l'expression du terme de forçage change (troisième terme). La tendance vers le régime asymptotique ($K_{\max} = 4/5$) est également algébrique, mais plus lente dans ce cas. Il apparaît que cet ajustement de $K(r)$ reproduit assez correctement les données de turbulence de grille ($R_\lambda = 99$ à 449), mais semble moins adapté pour les données de jet ($R_\lambda = 536, 852$).

Les données rapportées par Malécot (1998) [101], obtenues en turbulence de grille ($R_\lambda = 72$ –144) et de jet ($R_\lambda = 350$ –695), semblent également conduire à une tendance légèrement plus lente vers un régime asymptotique. Un ajustement de ses valeurs de K_{\max} en fonction de R_λ n'est pas incompatible avec une tendance algébrique vers la valeur $4/5$, avec un exposant proche de $1/2$.

Mentionnons ici une étude récente de Qian (1999) [148] (voir aussi [146, 147]), qui a caractérisé en détail les effets de Reynolds fini sur les transferts d'énergie à partir de modèles de fermeture spectraux. L'évolution avec le nombre de Reynolds est caractérisée sur deux observables, qui sont (dans nos notations) $K_{\max}(R_\lambda)$ et la courbure (en coordonnées log-linéaires) de $K(r, R_\lambda)$ au voisinage du maximum $r \simeq l_s$. L'effet des grandes échelles sur le transfert d'énergie dans le domaine inertiel est généralisé sous une forme spectrale $G(k) \sim k^{-\alpha}$, avec $\alpha = 2/3$ dans le cas de la turbulence en déclin, $\alpha = 2/3$ à $4/3$ dans le cas de la turbulence avec un cisaillement grande échelle, et $\alpha \rightarrow \infty$ dans le cas où le forçage est confiné à une échelle, *i.e.* $G(k) \sim \delta(k - k_f)$ (avec $k_f \sim 1/L_f$). C'est ce dernier cas que nous avons considéré, en supposant que l'action des grandes échelles conduisait à une corrélation forçage-vitesse quadratique. Qian en déduit l'écart au régime asymptotique sous la forme

$$K_{\max}(R_\lambda) = \frac{4}{5} (1 - C_\delta R_\lambda^{-\mu}), \quad (2.27)$$

où C_δ est une constante, et l'exposant μ dépend du modèle de forçage choisi :

$$\mu = 6\alpha/(3\alpha + 4) \text{ si } \alpha < 2, \text{ et } \mu = 6/5 \text{ si } \alpha \geq 2.$$

Nous retrouvons bien l'évolution algébrique $R_\lambda^{-6/5}$ que nous avons observé (figure 2.16), correspondant au cas limite du forçage confiné aux grandes échelles ($\alpha \rightarrow \infty$). Les comportements de K_{\max} et de l_s en fonction de R_λ pour ces différents types de forçage sont résumés sur la table 2.3. Nous retrouvons également le cas considéré par Lindborg (1999) [97] comme limite inférieure ($\alpha = 2/3$).

La position du maximum l_s de la fonction de Kolmogorov suit une loi d'échelle, entre R_λ^{-1} pour la turbulence en déclin, et $R_\lambda^{-3/5}$ pour la turbulence à forçage confiné aux grandes échelles. Dans tous les cas, il est possible d'étendre l'analyse proposée par Novikov (1993) [123], conduisant à interpréter cette échelle l_s comme caractéristique des corrélations de vorticité. Il est intéressant de noter que, dans le cas de la turbulence en déclin, cette échelle co incide avec l'échelle de Taylor $\lambda \sim R_\lambda^{-1}$.

Exposant effectif de $-S_3(r)$ Dans le cadre de la modélisation de la fonction de Kolmogorov que nous avons effectuée, nous avons pu déduire l'exposant effectif ζ_3^{eff} , défini à partir du point d'inflexion de l'exposant local $\zeta_3(r)$. Nous avons obtenu dans ce cas $\zeta_3^{\text{eff}} \gtrsim 1$, et une évolution algébrique par valeurs supérieures vers $\zeta_3 = 1$. Cette évolution s'est montrée compatible avec nos mesures en contrarotation (figure 2.19), mais en désaccord avec celles en corotatif derrière des obstacles (figure 2.25).

Dans les deux autres situations génériques considérées par Qian, nous avons également effectué une résolution numérique afin de déterminer l'exposant effectif ζ_3^{eff} , en suivant la même démarche que précédemment.

(i) Dans le cas de la turbulence au déclin, l'influence du forçage, modélisées par $(r/L_f)^{2/3}$, se fait sentir jusqu'à des échelles beaucoup plus petites que dans le cas du forçage confiné, ce qui a pour effet de diminuer de façon importante l'exposant effectif. Nous obtenons dans ce cas

$$\zeta_3^{\text{eff}} = 1 - 0.50(R_\lambda/R_{\lambda_0})^{-5/6}$$

pour $R_\lambda \gg R_{\lambda_0}$. Le paramètre R_{λ_0} a été défini comme précédemment, comme le R_λ minimum tel que K_{max} soit défini (*i.e.* $K_{\text{max}}(R_{\lambda_0}) = 0$). L'exposant effectif tend donc algébriquement vers 1 par valeurs inférieures cette fois-ci, et plus lentement encore pour $R_\lambda \gtrsim R_{\lambda_0}$. Pour $R_\lambda = 10R_{\lambda_0}$ par exemple, nous obtenons $\zeta_3^{\text{eff}} = 0.91$ (à titre de comparaison, dans le cas du forçage confiné, nous avons $\zeta_3^{\text{eff}} = 1.035$ pour $R_\lambda = 10R_{\lambda_0}$, soit un écart relatif trois fois moindre). Nous ne retrouvons $\zeta_3^{\text{eff}} \simeq 1$ à mieux que 1 % que pour $R_\lambda \simeq 400R_{\lambda_0}$ (typiquement 10^4 à $2 \cdot 10^4$), ce qui est considérable.

(ii) Pour la turbulence en cisaillement, la contribution à la fonction de Kolmogorov $K(r)$ due au forçage conduit à un terme $(r/L_f)^\alpha$, avec $\alpha = 2/3$ à $4/3$. La borne inférieure est identique à la turbulence en déclin. Dans le second cas, la contribution due au terme de viscosité étant en $(r/\eta)^{-4/3}$, la fonction de Kolmogorov est symétrique¹⁶ par rapport à son maximum en l_s . Nous obtenons par conséquent $\zeta_3^{\text{eff}} = 1$, même aux faibles nombres de Reynolds. Pour les cas intermédiaires $2/3 < \alpha < 4/3$, nous obtenons toujours $\zeta_3^{\text{eff}} < 1$.

Nous constatons que cette seconde situation est en bon accord qualitatif avec l'écoulement derrière obstacle (configurations **B** et **D**), pour lequel nous observons systématiquement $\zeta_3 \lesssim 1$ et une tendance à la croissance vers 1 avec le nombre de Reynolds (voir la figure 2.25). La dispersion sur ces mesures ne permet cependant pas de confirmer la tendance algébrique¹⁷. Nous pouvons cependant remarquer que la tendance $\zeta_3 \rightarrow 1$ est plus lente dans le cas corotatif avec obstacle que contrarotatif, ce qui est également en accord avec la modélisation de ζ_3^{eff} que nous proposons.

Pour conclure, nous observons que notre écoulement en contrarotation est bien modélisé par l'équation de Kolmogorov incluant un terme de forçage confiné aux grandes échelles. Pour l'écoulement en corotation derrière obstacles, nous avons vu que l'équation de Kolmogorov était également bien vérifiée, mais que l'expression du forçage n'était clairement pas aussi adaptée. Le terme de forçage proposé par Qian [148], qui modélise l'effet du cisaillement sur les transferts d'énergie dans le domaine inertiel, semble conduire à un meilleur ajustement de nos données pour l'écoulement en corotation derrière obstacles. En particulier, il reproduit l'effet systématique $\zeta_3 \lesssim 1$ à nombre de Reynolds modéré.

Comparaison avec d'autres expériences et simulations La figure 2.28 représente une compilation du maximum de la fonction de Kolmogorov K_{max} en fonction de R_λ pour différentes expériences et simulations numériques. Il apparaît une certaine variabilité dans cette mesure, qui peut avoir deux origines : (i) Pour les expériences, l'estimation de la dissipation à partir de la fonction de structure d'ordre 2 à l'origine peut être affectée par la présence de bruit à petite échelle, conduisant à une sous-estimation de K_{max} . (ii) La croissance en $R_\lambda^{-6/5}$ correspond à une injection d'énergie confinée aux grandes échelles ; celle-ci peut être plus lente dans le cas d'une injection par cisaillement moyen (2.27), comme c'est le cas pour les données en couche limite de Saddoughi

¹⁶Symétrique en échelles logarithmiques, *i.e.* $K(r/l_s) = K(l_s/r)$, avec l_s la position du maximum de $K(r)$.

¹⁷Citons ici une théorie récente de Holdom (1997) [76], qui conduit également à une tendance algébrique des exposants vers leur valeur normale $n/3$; soulignons que nos observations ne concernent que l'exposant d'ordre 3.

Afin de mettre à l'épreuve la robustesse de ces résultats, nous avons succinctement caractérisé deux autres types d'écoulement : une couche limite rugueuse (corotation derrière des obstacles), et une configuration délibérément très anisotrope de forte rotation. Dans le premier cas, nous avons montré que l'équation de Kolmogorov était également vérifiée de façon satisfaisante, mais à des échelles inférieures, reflétant probablement l'influence du forçage sur une plus large gamme d'échelles. Dans le second cas, la turbulence semble dominée par les effets de forte rotation pratiquement jusqu'aux échelles dissipatives, et il n'apparaît pas de régime inertiel au sens de Kolmogorov ni sur les transferts, ni même sur le spectre d'énergie, dans la gamme de nombres de Reynolds que nous avons pu observer ($R_\lambda \leq 650$). L'aspect multiéchelle du forçage dans ce dernier cas ne permet pas de modéliser simplement la contribution du forçage comme dans l'écoulement en contrarotation.

La caractérisation habituelle du régime de Kolmogorov se fait sur la détermination de l'exposant ζ_3 de la fonction de structure d'ordre 3, $S_3(r) \sim r^{\zeta_3}$. Nous avons mesuré les exposants ζ_3 de $S_3(r)$, ainsi que $\zeta_3^{(v)}$ (exposant fonction de structure incluant la contribution visqueuse). L'exposant ζ_3 est légèrement supérieur à l'unité, et semble tendre vers 1 à haut nombre de Reynolds — un comportement que l'on peut reproduire, du moins qualitativement, avec l'hypothèse du forçage confiné aux grandes échelles. Cette observation n'est pas en désaccord avec le régime de Kolmogorov, puisque nous observons un exposant $\zeta_3^{(v)}$ indistinguable de 1 sur tout le domaine inertiel et dissipatif. L'observation $\zeta_3 \neq 1$ peut donc s'interpréter, dans nos expériences, par une influence des effets visqueux jusqu'à des échelles importantes du domaine inertiel.

Chapter 3

Intermittence du champ scalaire passif

Dans ce chapitre, nous allons présenter de nouvelles expériences de fluctuations de température, considérée comme un champ scalaire passif, dans l'hélium à basse température. Ces expériences ont été réalisées dans la grande cellule. Les fluctuations thermiques sont mesurées en aval d'une grille chauffante, et les disques tournent en corotation. Le dispositif expérimental est décrit au chapitre 1.

Dans un premier temps, nous allons introduire les motivations qui nous ont conduit à étudier les fluctuations de température en turbulence et les questions attachées à ce problème. Nous analyserons les mesures de fluctuations de température, tout d'abord d'un point de vue statistique, abordant le problème de l'intermittence sous l'aspect des lois d'échelle anormales et de l'anisotropie à petite échelle. Nous nous attacherons ensuite à l'étude de la structure à petite échelle du champ de température en tentant de caractériser les fronts thermiques, et en mettant en évidence leur lien avec les propriétés statistiques anormales. Nous tenterons en particulier de comprendre le rôle joué par l'existence de ces fronts dans la tendance à la saturation des exposants de fonction de structure de la température. Enfin, nous présenterons brièvement les nouvelles perspectives et les projets en cours pour l'étude des champs couplés de température et de vitesse.

3.1 Le champ scalaire passif en turbulence

3.1.1 L'équation de la chaleur

Dans tout ce qui suit, afin d'alléger l'exposé, nous nous limiterons au champ de température comme cas particulier de champ scalaire passif. Bien entendu, ceci n'enlève aucune généralité au problème, valable pour d'autres quantités scalaires advectées passivement par l'écoulement, comme le champ de concentration d'un colorant etc. L'aspect *passif* signifie que la température ne rétroagit pas sur le champ de vitesse, elle se comporte comme un traceur de l'écoulement.

Une inhomogénéité thermique est advectée par l'écoulement, et diffusée par agitation moléculaire. L'équation qui gouverne l'évolution du champ de température $\Theta(\vec{x}, t)$ est l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \Theta = \kappa \nabla^2 \Theta + S. \quad (3.1)$$

Afin de prendre en compte les conditions aux limites (les sources de chaleur), nous avons ajouté un terme source $S(\vec{x}, t)$, censé reproduire localement l'effet de ces conditions aux limites. Cette démarche est similaire à celle que nous avons suivie au chapitre 2, en prenant en compte un terme de forçage \vec{f} dans les équations de Navier-Stokes. Idéalement, on a $S(\vec{x}, t) = 0$ en volume et $S(\vec{x}, t) = P/\rho c_p$ à la surface des sources fournissant une puissance thermique P . A la différence des équations de Navier-Stokes, l'équation de la chaleur (3.1) est *linéaire* en Θ , et donc bien plus

simple. Evidemment, la complexité se dissimule dans le terme d'advection par le champ de vitesse turbulent \vec{u} (qui, lui, est solution de Navier-Stokes), ainsi que dans le terme source S .

Forçage du champ scalaire Afin d'illustrer l'origine de ce terme source, nous pouvons décomposer le champ de température en une moyenne temporelle $\Theta_0(\vec{x})$ et une partie fluctuante $\theta(\vec{x}, t)$ telle que $\langle \theta \rangle = 0$. L'équation de la chaleur pour la composante fluctuante devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \theta = \kappa \nabla^2 \theta - \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \Theta_0, \quad (3.2)$$

identique à l'équation (3.1) pour la température totale, dans laquelle le terme source effectif $S(\vec{x}, t) = -\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \Theta_0$ provient du couplage du champ de vitesse avec le gradient du champ de température moyen. Ce terme source peut donc s'interpréter comme la puissance nécessaire pour maintenir un champ de température moyen $\Theta_0(\vec{x})$ dans l'écoulement. Plutôt que de prendre en compte explicitement les conditions aux limites, il sera plus facile par la suite de considérer un tel terme source effectif en volume, bien plus simple à manipuler.

En l'absence de terme source (ou, de façon équivalente, pour $\Theta_0(\vec{x}) = \text{cste}$), et dans la limite de la dissipation nulle, la température devient une quantité conservée : un élément de fluide, initialement à une température Θ_1 , reste à cette même température à tout temps ultérieur ($D\Theta/Dt = 0$). Chaque élément de fluide se trouve ainsi "étiqueté" par sa température à un instant initial, comme il le serait par des particules de traceur. Dans ce cas, une surface isotherme $\Theta = \Theta_1$ est advectée par l'écoulement, déformée, étirée et repliée aléatoirement. Cette propriété illustre le lien étroit qui existe entre le problème de mélange d'un champ scalaire et celui de trajectoire lagrangienne.

Signalons encore une propriété importante du champ de température : il ne peut pas exister dans le fluide de point plus chaud (resp. plus froid) que le point le plus chaud (resp. plus froid) imposé par les conditions aux limites. En d'autres termes, les fluctuations de températures sont bornées dans l'intervalle imposé par les conditions aux limites (soit, en pratique, la température initiale du fluide et la température de la source). En effet, si nous considérons un maximum local de température, son laplacien sera négatif, et la température de ce point (le long de sa trajectoire) évoluera selon l'équation $D\Theta/Dt = \kappa \nabla^2 \Theta < 0$, c'est-à-dire qu'il ne pourra que diminuer par diffusion. Si l'on comprime une région chaude, elle ne s'échauffera pas, au contraire : en intensifiant le gradient thermique dans la direction de compression, on augmentera la diffusion. Bien entendu, le même raisonnement s'applique à un minimum local de température ($\nabla^2 \Theta > 0$). Cette propriété est importante, car elle fixe une borne aux fluctuations possibles de température, et implique une contrainte importante sur les gradients de température. Il n'existe pas de telle contrainte pour les fluctuations de vitesse (en raison du terme de pression).

3.1.2 Le modèle d'Obukhov-Corrsin

Equation-bilan de variance

Afin de caractériser la cascade vers les petites échelles dans le cas de la température, nous allons calquer exactement la démarche de Kolmogorov. Nous commençons par émettre l'hypothèse qu'à nombre de Reynolds suffisamment élevé, le comportement des petites échelles ne dépend plus des conditions (en particulier des symétries) du forçage à grande échelle. Nous ferons donc usage des mêmes propriétés d'homogénéité et d'isotropie pour les champs de vitesse et de température.

Nous allons écrire un bilan de fluctuations de température, analogue au bilan d'énergie obtenu au chapitre 2. L'équivalent de l'énergie cinétique est ici la (demi-)variance des fluctuations de température $\langle \theta^2 \rangle / 2$. L'équation d'évolution de cette variance s'obtient simplement en multipliant l'équation de la chaleur (3.1) par θ (au même point \vec{x}) et en moyennant :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \langle \theta^2 \rangle = -\kappa \langle (\vec{\nabla} \theta)^2 \rangle + \langle S \theta \rangle.$$

On constate que le terme de transport de la variance θ^2 ne contribue donc pas à la *production*

de variance de fluctuations de température¹ ; celle-ci n'est assurée que par le forçage thermique par le biais de la corrélation $\langle S\theta \rangle$, analogue à la puissance injectée $\epsilon = \langle \vec{f} \cdot \vec{u} \rangle$ par un forçage mécanique \vec{f} . Par analogie, afin de construire un formalisme parallèle à celui de Kolmogorov, nous pouvons supposer qu'en régime stationnaire le terme source S soit tel que la “puissance” injectée, c'est-à-dire le *taux de production de variance* $\langle S\theta \rangle$, soit constant et égal au taux de dissipation de variance :

$$\epsilon_\theta = \langle S\theta \rangle = \kappa \langle (\vec{\nabla}\theta)^2 \rangle. \quad (3.3)$$

C'est là le point de départ de la description statistique du champ scalaire, d'où découle le modèle d'Obukhov–Corrsin [54, 125] que nous allons succinctement introduire. Evidemment, cette hypothèse peut sembler quelque peu arbitraire — comment concevoir un dispositif de forçage thermique satisfaisant cette condition ?

Quelques définitions

Nous allons tout d'abord introduire quelques définitions, utiles par la suite, et en grande partie analogues à celles introduites dans le contexte du champ de vitesse, ainsi que les approximations dont nous ferons usage.

Le nombre de Péclet Le nombre sans dimension qui mesure l'importance relative des effets convectifs et diffusifs est le nombre de Péclet Pe , défini comme :

$$Pe = \frac{\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\theta}{\kappa \nabla^2 \theta} \simeq \frac{UL_\theta}{\kappa}, \quad (3.4)$$

où L_θ est une grande échelle associée aux fluctuations de température. Ce nombre est analogue au nombre de Reynolds pour les fluctuations de vitesse. Le rapport de ces deux nombres est le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{\kappa}, \quad (3.5)$$

qui est une propriété du fluide considéré. Ce nombre mesure l'importance relative de la diffusion de quantité de mouvement ($\sim \nu$) et de chaleur ($\sim \kappa$). Dans le cas qui nous intéresse, l'hélium gazeux, nous avons, comme dans la plupart des gaz, un nombre de Prandtl proche de l'unité (plus précisément, $Pr \simeq 0.7$).

En poursuivant l'analogie avec le champ de vitesse, il est intéressant d'introduire le nombre de Péclet microéchelle :

$$Pe_\lambda = \frac{u'\lambda_\theta}{\kappa}, \quad (3.6)$$

où λ_θ (analogue à l'échelle de Taylor) est l'échelle caractéristique de corrélation des gradients de température, définie par

$$\frac{\langle \theta^2 \rangle}{\lambda_\theta^2} = \langle (\partial\theta/\partial x)^2 \rangle.$$

Echelles de diffusion thermique Enfin, nous pouvons définir une échelle de diffusion thermique, notée η_θ : c'est l'échelle en-deçà de laquelle la diffusion thermique est l'effet prédominant et les fluctuations thermiques sont donc lissées. Pour exprimer cette échelle η_θ , il convient de distinguer plusieurs situations, en fonction du nombre de Prandtl :

- **Fluides à petit Pr ($\nu \ll \kappa$).** Dans ce cas, les fluctuations de température sont lissées avant d'avoir pu atteindre des échelles aussi petites que l'échelle de Kolmogorov. Cette échelle de diffusion thermique (ou échelle d'Obukhov–Corrsin) sera très supérieure à l'échelle de Kolmogorov $\eta_\theta \gg \eta$.

¹Ceci suppose que le flux de variance s'annule, *i.e.* que le champ θ est homogène et isotrope ; la contribution non nulle, nécessaire pour assurer l'injection d'inhomogénéités thermiques à grande échelle, est contenue dans le terme de forçage effectif S .

- Fluides à grand Pr ($\kappa \ll \nu$). Dans ce cas, la cascade des fluctuations de température peut se poursuivre au-delà de la cascade d'énergie, et on a $\eta_\theta \ll \eta$ (appelée échelle de Batchelor). Pour des échelles inférieures à l'échelle de Kolmogorov, bien que le champ de vitesse soit lisse, le champ de température peut continuer à subir des étirements-repliements, et donc à générer des petites échelles, avant que n'intervienne la diffusion thermique. C'est dans ce domaine (dit *visqueux-convectif*) que prend place la cascade de Batchelor.
- Cas intermédiaire $Pr \simeq 1$. C'est la situation qui nous concerne : Pour l'hélium gazeux à basse température, nous avons $Pr \simeq 0.7$. Dans ce cas, les diffusions visqueuse et thermique interviennent à la même échelle, et nous obtenons $\eta_\theta \simeq \eta$.

Dans la suite, nous serons donc toujours dans une situation dite *inertielle-convective*, telle que les fluctuations de vitesse et de température cascaded dans la même gamme d'échelles, soit :

$$\eta \simeq \eta_\theta \ll r \ll L \simeq L_\theta$$

(voir les mesures d'échelles intégrales Λ et Λ_θ (1.13), p. 46). Afin d'alléger encore, nous parlerons simplement de *domaine inertiel* pour la gamme d'échelles satisfaisant ces conditions, et nous confondrons échelle de Kolmogorov η et échelle de Batchelor–Obukhov–Corrsin η_θ , ainsi que les nombres microéchelle R_λ et Pe_λ .

L'équation de Yaglom

Nous allons maintenant écrire l'équivalent de l'équation de von Kármán–Howarth pour le champ de température, c'est-à-dire un bilan de puissance entre les fluctuations introduites (terme source S), transférées (terme mixte) et dissipées à petite échelle. En multipliant l'équation de la chaleur (3.1) par θ pris au point $\vec{x} + \vec{r}$ et en symétrisant, nous obtenons l'équation de Yaglom [115] :

$$S_{\theta\theta L}(r) - 2\kappa \frac{\partial S_2^\theta(r)}{\partial r} = -\frac{4}{3}\epsilon_\theta r, \quad (3.7)$$

où nous avons introduit les fonctions de structure de température :

$$S_n^\theta(r) = \langle [\theta(x+r) - \theta(x)]^n \rangle \quad (3.8)$$

et la fonction de structure mixte :

$$S_{\theta\theta L}(r) = \langle [\theta(x+r) - \theta(x)]^2 [u(x+r) - u(x)] \rangle \quad (3.9)$$

(u désigne la composante longitudinale de la vitesse, le long du vecteur \vec{r}). Nous avons supposé ici le mélange statistiquement stationnaire, et avons introduit le taux de production de variance ϵ_θ (3.3) résultant du forçage extérieur.

Ici, malgré la linéarité de l'équation de la chaleur, on retrouve un problème de fermeture similaire à celui rencontré pour l'équation d'évolution de l'énergie cinétique. Mais cette fois-ci, le moment d'ordre 2 (variance) ne fait pas intervenir de moment d'ordre supérieur de la température, mais un moment mixte vitesse-température d'ordre 3, qui traduit le transport de variance de la température.

Des études expérimentales (Chambers et Antonia (1984) [43] en turbulence atmosphérique, Mydlarski et Warhaft (1998a) [118] en turbulence de grille) ont montré que cette équation était assez bien vérifiée à haut nombre de Reynolds. En turbulence de grille, à faible nombre de Reynolds, Danaïla *et al.* (1999b) [58] ont vérifié cette équation en incluant le terme de forçage, suivant une démarche analogue à celle que nous avons suivie au chapitre 2 pour l'équation de Kolmogorov (Moisy *et al.* (1999) [111]).

Si nous considérons maintenant, à grand nombre de Reynolds, les échelles de la gamme inertielle, $\eta_\theta \ll r \ll L_\theta$, nous pouvons négliger le terme dissipatif et écrire l'analogue de la loi des 4/5 pour le transfert de variance :

$$S_{\theta\theta L}(r) = -\frac{4}{3}\epsilon_\theta r. \quad (3.10)$$

Cette loi établit une relation linéaire² entre la fonction de structure mixte température–vitesse et l'échelle r . Il n'existe pas de tel résultat exact pour $S_3^\theta(r)$, la fonction de structure d'ordre 3 de la température, analogue de $S_3(r)$ pour la loi des $4/5$.

Lois d'échelle d'Obukhov-Corrsin

Cependant, l'analyse dimensionnelle nous permet de faire une prédiction sur les lois d'échelle des spectres et fonctions de structure, toujours dans une démarche analogue à K41. Pour des échelles du domaine inertiel-convectif, ces quantités ne doivent dépendre que des paramètres ϵ [$\text{m}^2.\text{s}^{-3}$] et ϵ_θ [$\text{K}^2.\text{s}^{-1}$]. La fonction de structure d'ordre n (3.8), pour des séparations r du domaine inertiel, ne peut donc que s'écrire :

$$S_n^\theta(r) \sim C_n^\theta (\epsilon_\theta^{3/2} \epsilon^{-1/2})^{n/3} r^{n/3} \quad (3.11)$$

pour n pair, où les C_n^θ sont des constantes sans dimension. Lorsque n est impair, l'hypothèse d'isotropie à petite échelle conduit à $S_n^\theta(r) = 0$ par symétrie. Si l'on introduit les exposants de fonctions de structure ξ_n , définis par :

$$S_n^\theta(r) \sim r^{\xi_n}, \quad (3.12)$$

on voit que l'analyse dimensionnelle conduit à la loi linéaire $\xi_n = n/3$ pour n pair, analogue à la loi $\xi_n = n/3$ pour le champ de vitesse. En terme de distribution d'incrément de température, une telle loi linéaire équivaut à des distributions identiques à toute échelle du domaine inertiel-convectif : c'est ce que l'on appelle le comportement *normal*.

De manière équivalente, nous pouvons également introduire le spectre des fluctuations de température, défini comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\langle \theta(x)\theta(x+r) \rangle$, qui peut s'exprimer à partir de la fonction de structure d'ordre 2 :

$$E_\theta(k) = \int S_2^\theta(r) e^{ikr} dr \quad \text{avec} \quad \int E_\theta(k) dk = \theta'^2. \quad (3.13)$$

Toujours en raisonnant par analyse dimensionnelle³, on peut en déduire la loi spectrale, appelée spectre d'Obukhov-Corrsin [54, 125] :

$$E_\theta(k) = C_\theta \epsilon_\theta \epsilon^{-1/3} k^{-5/3} \quad (3.15)$$

(où C_θ est une constante sans dimension), qui suit donc la même loi d'échelle que le spectre de Kolmogorov $E(k) \sim k^{-5/3}$.

3.1.3 Comportements anormaux

Les premières expériences de champ scalaire passif, dès les années 50, se sont attachées à vérifier ces lois d'échelle pour les fluctuations typiques, soit sur la fonction de structure $S_2^\theta(r)$, soit spectralement. On trouvera dans Monin et Yaglom (1975) [115] une excellente revue de tous ces résultats. Ils tendent à donner une image finalement assez simple de ce problème, décrit de façon très satisfaisante par une théorie directement inspirée de Kolmogorov.

Par la suite, de nombreux écarts à cette description ont cependant été observés pour les quantités d'ordre impair [110], reflétant l'isotropie, ainsi que d'ordre élevé [8], reflétant les événements intenses. Ces comportements "*anormaux*" peuvent être classés en deux catégories :

²Nous avons obtenu très simplement ce résultat en Introduction, en supposant que la variance θ_r^2 à une échelle r est transférée sur un temps caractéristique $\tau_r \sim r/u_r$, d'où $\epsilon_\theta \sim \theta_r^2 u_r / r$.

³Rappelons ici le lien entre exposant de fonction de structure (d'ordre 2) et spectre : pour $0 < \xi_2 < 1$, lorsque la loi de puissance prend place sur une gamme d'échelles suffisamment étendue, on a

$$E_\theta(k) \sim k^{-1-\xi_2} \quad (3.14)$$

sur la gamme de nombres d'onde correspondante.

- Anomalies du domaine dissipatif. Elles ont été observées pour la première fois en couche limite océanique par Mestayer *et al.* (1976) [110] et Gibson *et al.* (1977) [72], qui constatent une anisotropie à petite échelle des fluctuations de température, sous la forme d'une asymétrie des gradients de température. Cette anisotropie a été observée ultérieurement dans des écoulements non cisailés par Tong *et al.* (1994) [175], ainsi qu'en simulation numérique par Pumir (1994c) [142]. Cette anisotropie rompt avec l'image classique d'un processus de cascade qui oublie, degré après degré, les conditions de forçage à grande échelle.
- Anomalies, ou intermittence, du domaine inertiel⁴. Les lois d'échelle des fonctions de structure dans le domaine inertiel (3.12) permettent de définir des exposants qui, si les fluctuations de température sont distribuées identiquement à toute échelle, varient linéairement avec l'ordre. Antonia et Van Atta (1978) [7] (voir aussi Antonia *et al.* (1984) [8]), les premiers, ont observé que les distributions tendaient à s'élargir à échelle décroissante, impliquant des exposants de fonction de structure ξ_n inférieurs à la loi normale $n/3$.

Notons que la seconde anomalie est partagée par le champ de vitesse lui-même ; toutefois, comme nous le verrons par la suite, celle-ci est bien plus prononcée pour le champ de température. La compréhension de ces deux types d'anomalies a énormément progressé ces cinq dernières années, grâce à d'importantes contributions théoriques et numériques :

- Kraichnan (1994) [90] a montré que les lois d'échelle anormales apparaissent pour un champ scalaire même lorsque celui-ci est advecté par un champ de vitesse *normal*, c'est-à-dire gaussien à toute échelle, et à temps de corrélation très court. L'intermittence du champ scalaire passif apparaît donc comme une propriété intrinsèque du mélange, indépendante de la turbulence elle-même.
- Holzer et Siggia (1994) [78] ont mis en évidence la persistance d'une anisotropie à petite échelle, même lorsque le champ scalaire est advecté par un champ de vitesse synthétique, donc non intermittent. Cette anisotropie résulte de l'alignement préférentiel des fronts dans la direction orthogonale au gradient moyen imposé, mais ces simulations montrent que de telles structures existent également dans les autres directions, sans pour autant donner lieu à une asymétrie.

Ces deux avancées, toutes deux basées sur l'idée que les anomalies sont des caractéristiques du mélange d'un champ scalaire, indépendamment des propriétés de la turbulence, en font un problème à part entière. Nous allons, dans la suite de ce chapitre, nous pencher sur ces deux aspects de l'intermittence du champ scalaire passif, et tenter d'éclaircir le lien qui les unit, à travers la statistique de répartition des fronts.

⁴ou encore *intermittence interne*, pour la distinguer de l'intermittence des grandes échelles, provenant d'instabilités primaires.

3.2 Analyse statistique du champ de température

3.2.1 Protocole de mesure

Afin de caractériser les enregistrements de fluctuations de température que nous avons effectués, il est primordial de connaître les paramètres associés à notre écoulement au même point (nombre de Reynolds R_λ , échelle de Kolmogorov...). Ceci ne pose pas de problème, puisque nos sondes peuvent être asservies à la fois en fil froid pour les mesures de température et en fil chaud pour la vitesse. L'idéal serait, pour chaque expérience (vitesse, pression, température moyenne), d'enregistrer les données de vitesse et de température au même point.

Cette démarche est quelque peu laborieuse, mais nous avons pu nous contenter de quelques fichiers "chandelles" : pour chaque valeur de la viscosité, nous avons calculé les caractéristiques de l'écoulement à 3 ou 4 vitesses de rotation différentes, puis nous avons interpolé ces caractéristiques pour les conditions précises d'enregistrement des fichiers de température. En pratique, ces fichiers chandelles nous ont permis d'ajuster la loi

$$R_\lambda \simeq 2.7\text{Pe}^{0.5},$$

où Pe est le nombre de Péclet basé sur l'échelle intégrale $\Lambda_\theta \simeq 7.0$ mm (voir le chapitre 1). Le tableau 3.1 résume les caractéristiques de quelques fichiers typiques.

Fichier	κ (cm ² /s)	Pe = $U\Lambda_\theta/\kappa$	R_λ	$\langle U \rangle$ (cm/s)	θ' (mK)	$10^{-6} N^*$
28	0.0091	1910	110	24.8	68.1	0.27
29	0.0097	2550	130	35.3	58.0	0.50
39	0.0075	1520	105	16.3	45.5	0.84
52	0.0070	3650	160	36.5	47.4	0.70
57	0.0014	12000	290	24.8	32.9	5.8
65	0.0017	11300	280	27.2	49.3	2.4
67	0.0017	7680	230	18.4	32.6	3.7
78	0.0017	11000	280	27.4	56.8	14.7
79	0.0017	12370	295	31.0	35.8	9.0

Table 3.1: Caractéristiques de quelques fichiers de température utilisés dans ce chapitre.

La gamme de R_λ sur laquelle nous avons travaillé est 105–295, une gamme assez restreinte en comparaison à celle couverte pour les études de fluctuations de vitesse. Pour de tels nombres de Reynolds, l'échelle de Kolmogorov η est comprise entre 39 et 185 μm . Ces valeurs sont assez élevées comparées à la taille de nos sondes (7 μm), et ne posent clairement aucun problème de résolution spatiale.

Nous avons précisé pour chaque fichier la taille d'enregistrement N^* , définie comme

$$N^* = N \frac{f_\eta}{f_s}, \quad (3.16)$$

(suivant la notation introduite dans Belin *et al.* (1996a) [21]), où N est le nombre de points de l'enregistrement, f_s la fréquence d'échantillonnage et f_η la fréquence de Kolmogorov :

$$f_\eta = \frac{U}{2\pi\eta}.$$

Le rapport N^* mesure en quelque sorte le nombre de points pertinents de l'enregistrement, c'est-à-dire le nombre de points non trivialement corrélés — si l'on considère que deux points distants de moins d'une échelle de Kolmogorov sont trivialement corrélés.

Le fichier le plus long a $N^* = 1.47 \cdot 10^7$ points (soit 4 heures d'enregistrement, plus de 400 000 échelles intégrales), ce qui est suffisant pour la convergence des fonctions de structure jusqu'à

l'ordre 10 (voir Belin *et al.* (1996a) [21]) — ce point sera discuté ultérieurement. Les fichiers plus courts ($N^* < 10^6$ points, 20 minutes d'enregistrement) ont été utilisés essentiellement pour l'étude des spectres et des distributions de fronts thermiques.

Enfin, pour chaque fichier, nous avons vérifié la stationnarité sur toute la durée de l'enregistrement. En particulier, nous avons vérifié la stabilité de l'écart-type des fluctuations θ' et de l'“activité” du signal $\sim (\partial\theta/\partial x)^2$ (voir la figure 3.1). Au besoin, nous avons pu extraire des portions propres de signal pour le traitement.

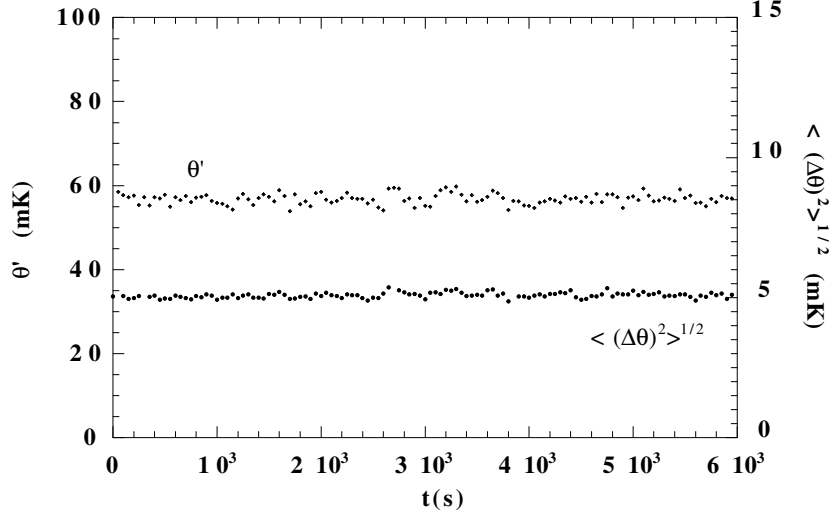


Figure 3.1: Ecart-type des fluctuations de température θ' et des incréments sur 1 point d'échantillonnage ($r \simeq 1\eta$) $\langle [\theta(x+r) - \theta(x)]^2 \rangle^{1/2}$, moyennées sur 50 $s \simeq 34 T_{rot}$. On mesure $\theta' = 56.8$ mK, avec une dérive inférieure à 0.05 mK sur 1h40 d'enregistrement (soit 0.1 %), et $\langle \Delta\theta^2 \rangle^{1/2} = 5.08$ mK avec une dérive inférieure à 0.1 mK (soit 2 %). Fichier 78, $R_\lambda = 280$.

3.2.2 Analyse spectrale

Dans un premier temps, nous allons étudier les spectres des fluctuations de température $E_\theta(f)$, et en particulier les lois d'échelle du domaine inertiel ainsi que leur évolution avec le nombre de Reynolds. L'emploi de l'hypothèse de Taylor permet d'interpréter les fluctuations temporelles en termes de fluctuations spatiales, et de lier la fréquence f au nombre d'onde $k = 2\pi f/(U)$.

La figure 3.2 (1a et 2a) représente deux spectres de température, obtenus à deux nombres de Reynolds différents : $R_\lambda = 160$ et 295. Le rapport (signal/bruit)² est d'environ 45 et 50 dB respectivement. Sur ces spectres, nous distinguons clairement deux régions, un domaine en loi de puissance que nous identifierons au domaine inertiel, sur 1 à 1.5 décades, suivi d'un domaine dissipatif. Les domaines inertiels présentent une loi d'échelle, dont nous pouvons mesurer l'exposant n_θ ,

$$E_\theta(f) \sim f^{-n_\theta},$$

en ajustant le plateau sur le spectre compensé $f^{n_\theta} E_\theta(f)$ (voir les figures 1b et 2b). Nous obtenons les valeurs $n_\theta = 1.35 \pm 0.04$ pour le fichier à $R_\lambda = 160$, et $n_\theta = 1.65 \pm 0.02$ pour le fichier à $R_\lambda = 295$. Ce dernier est très proche de la valeur 5/3 du spectre de Obukhov-Corrsin (3.15). Notons la présence de pics à basse fréquence, signature de la persistance de périodicité due au forçage par pales, de façon similaire aux spectres d'énergie du chapitre 2.

A faible nombre de Reynolds, nous observons des lois de puissance d'exposants sensiblement inférieurs à 5/3. Bien que la gamme d'échelles soit plus réduite, il est clair qu'une loi de puissance ajuste le spectre de façon très satisfaisante. L'obtention d'une loi de puissance avec un exposant différent de 5/3 est difficilement compréhensible dans le cadre de la théorie d'Obukhov-Corrsin.

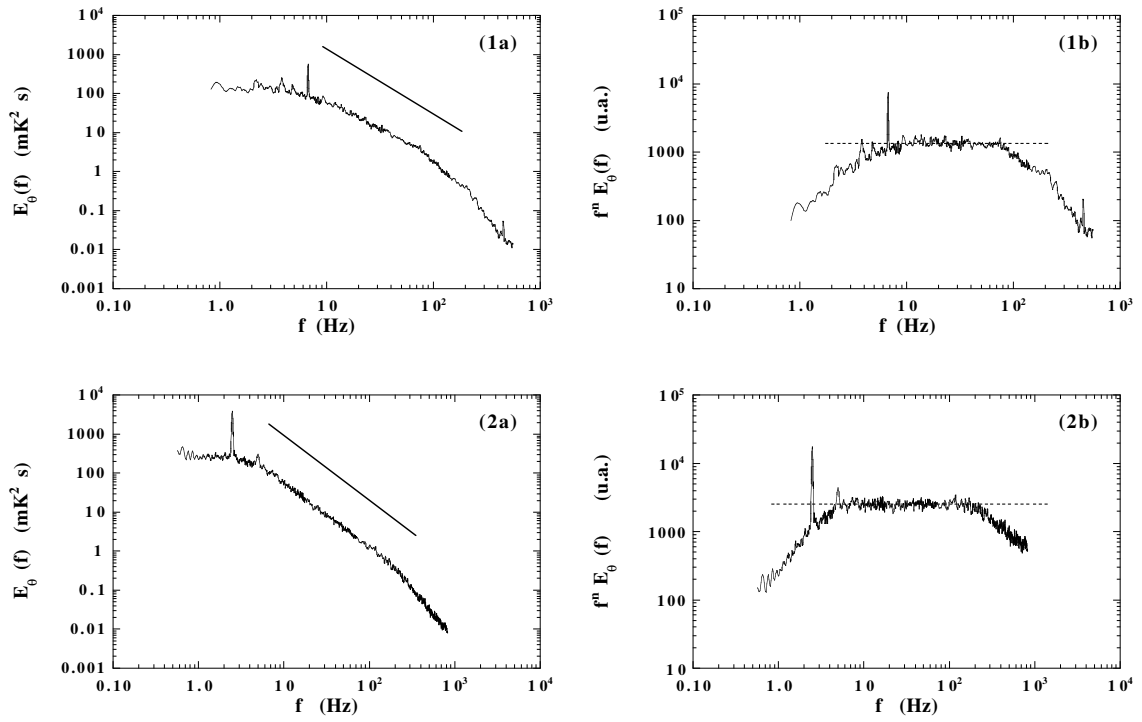


Figure 3.2: Spectres $E_\theta(f)$ et spectres compensés $f^{n_\theta} E_\theta(f)$ de température. (1a) et (1b) : fichier 52, $R_\lambda = 160$, $n_\theta = 1.35$; (2a) et (2b) : fichier 79, $R_\lambda = 295$, $n_\theta = 1.65$. Les traits pleins indiquent la pente $-5/3$ du spectre d'Obukhov-Corrsin (3.15), et les traits pointillés sont les plateaux des spectres compensés, permettant de déterminer la valeur des exposants n_θ . Les caractéristiques des fichiers sont données dans le tableau 3.1.

La figure 3.3 regroupe les exposants obtenus pour différents nombres de Reynolds, entre 110 et 300. Nous constatons tout d'abord une dispersion relativement importante des exposants, particulièrement aux bas nombres de Reynolds, entre 1.10 et 1.66, situation assez différente des spectres de vitesse pour lesquels les exposants semblent bien moins varier. Malgré cette dispersion, et bien que notre gamme de Reynolds soit modeste, nous pouvons noter une tendance assez nette vers la valeur $5/3$ à Reynolds croissant.

Remarquons également que, malgré la dispersion, les exposants trouvés sont systématiquement inférieurs à $5/3$. Cette situation contraste quelque peu avec celle des spectres d'énergie, pour lesquels les exposants sont généralement légèrement supérieurs à la valeur $5/3$ de la loi de Kolmogorov⁵.

Dans les écoulements cisailés, Sreenivasan (1996) [167] reporte une telle évolution de la pente du spectre, de 1.3 à 1.63 (pour R_λ de 200 à 2000). Jayesh *et al.* (1993) [81], dans une expérience de turbulence de grille dans laquelle les fluctuations de température sont insérées en aval de la grille (*mandoline*), notent des valeurs de n_θ proche de 1.3, pour des R_λ variant de 30 à 130. Ce type de forçage thermique est assez proche du nôtre, en ce sens que la turbulence est produite en amont de la grille chauffante, et non par la grille elle-même. Ces valeurs sont en accord avec les nôtres, mais la figure 3.3 suggère qu'à nombre de Reynolds plus élevé la loi d'Obukhov-Corrsin est satisfaite. Enfin, des valeurs plus importantes de R_λ ont été obtenues en turbulence de grille, grâce à l'emploi d'une *grille active*, par Mydlarski et Warhaft (1998a) [118]. La gamme de R_λ atteinte, entre 30 et 730, permet de conclure à une tendance plus rapide vers la valeur $5/3$ dans les écoulements non cisailés.

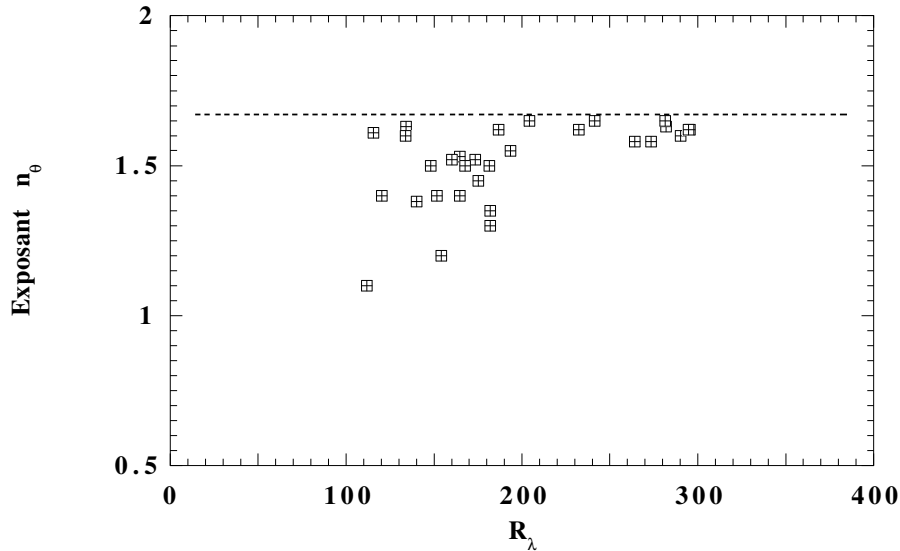


Figure 3.3: Exposants n_θ du spectre de température en fonction de R_λ . La ligne pointillée indique la valeur $5/3$ de la loi d'Obukhov-Corrsin (3.15).

3.2.3 Densités de probabilité des incréments de température

Nous allons maintenant revenir dans l'espace physique, et nous pencher sur les statistiques des fluctuations à une échelle donnée. Commençons par observer une portion de signal de température, figure 3.4. D'emblée, on peut constater que l'allure de ce signal est très différente de celle d'un signal de vitesse (voir des exemples au chapitre 2) : on y trouve beaucoup plus fréquemment des fronts assez raides, d'amplitude élevée (deux à trois fois l'écart-type pour ces exemples). Bien que

⁵Nous ne pouvons cependant pas exclure que cet effet ne soit pas lié à la nature de l'écoulement en corotation (voir le chapitre 2)

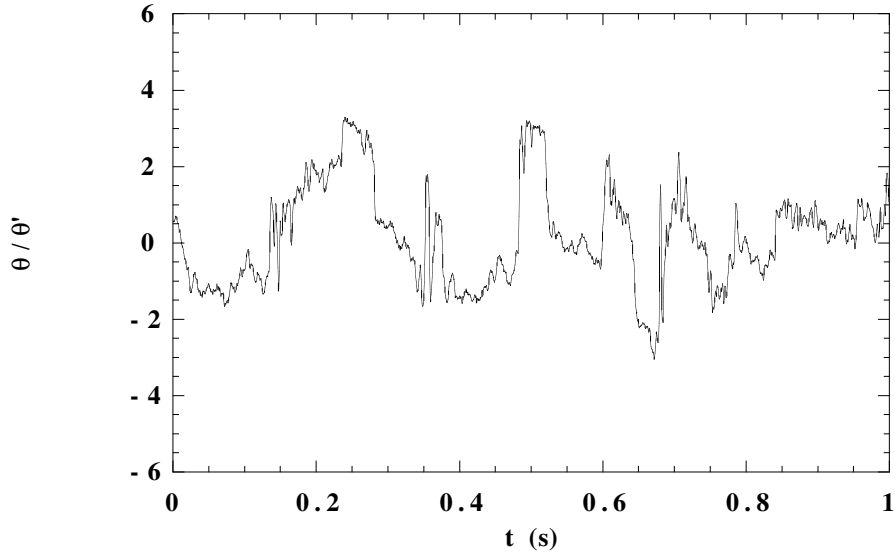


Figure 3.4: Signal de température, normalisé par l'écart-type $\theta' = 49.3$ mK. Fichier 65, $R_\lambda = 280$.

ces fluctuations aient un spectre très proche d'un spectre de vitesse (l'exposant du spectre vaut ici $n_\theta = 1.63 \pm 0.03$), l'aspect général du signal diffère grandement⁶.

La figure 3.5 représente la distribution de ces fluctuations de température. Celle-ci est légèrement sous-gaussienne, avec un léger excès d'événements chauds. Il semble y avoir une certaine variabilité dans la forme de ces distributions, et nous n'avons pas trouvé à les caractériser de façon systématique. Toutefois, il semble qu'aux plus bas nombres de Reynolds, il y ait une légère tendance à la dissymétrie vers les événements froids, alors qu'à plus haut nombre de Reynolds on trouve plus souvent une dissymétrie (parfois exponentielle) vers les événements chauds.

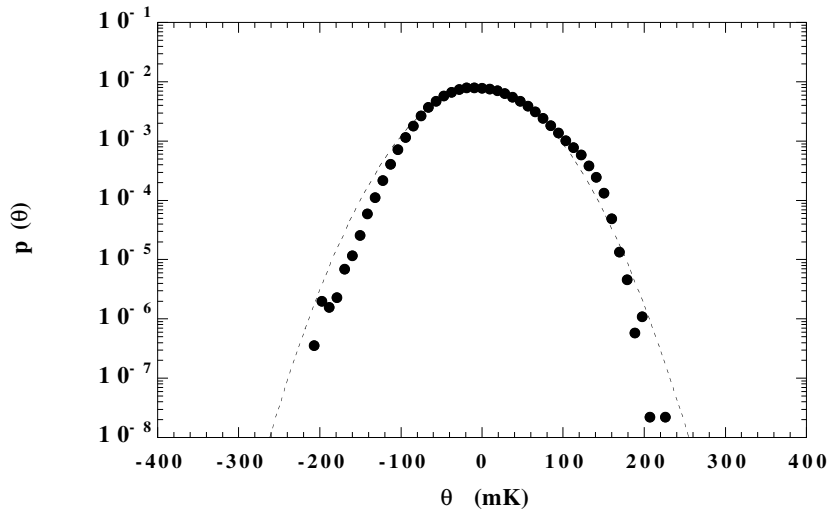


Figure 3.5: Densités de probabilité des fluctuations de température. La ligne pointillée représente un ajustement par une loi gaussienne, d'écart-type 30.9 mK. Fichier 65, $R_\lambda = 280$. Légèrement sous-gaussien : $F \simeq 2.9$ ($F = 3$ pour une distribution gaussienne).

⁶Ceci n'a évidemment rien de contradictoire : l'allure du signal est fortement liée aux événements rares et intenses (ordres élevés) et le spectre à l'amplitude typique (ordre 2).

Il existe des prédictions théoriques concernant la forme de ces distributions, découlant de conditions idéalisées sur la nature du champ de vitesse et le type d'injection du scalaire. Citons par exemple Pumir *et al.* (1991) [139] et Holzer et Siggia (1993) [77] qui obtiennent des ailes exponentielles lorsqu'un gradient moyen de scalaire est imposé. Ces distributions sont clairement liées aux grandes échelles, c'est-à-dire à la façon dont les fluctuations thermiques sont introduites dans l'écoulement.

Mydlarski *et al.* (1998a) [118] obtiennent de même des distributions sous-gaussiennes dans l'expérience de *grille active*, ainsi que Jayesh *et al.* (1991) [80] dans une expérience de couche de mélange thermique. Marchand (1994) [107] observe des distributions proches d'une gaussienne pour les expériences de couche limite, et proches de l'exponentielle pour les expériences dans l'axe de la soufflerie S_1 à Modane. Thoroddsen et Van Atta (1992) [174] observent des distributions gaussiennes en turbulence stratifiée avec gradient moyen transverse. Il est manifestement difficile de saisir une image simple et, de manière analogue aux distributions de pression du chapitre 4, il est probable qu'il ne faille rien attendre d'universel de ces distributions de température.

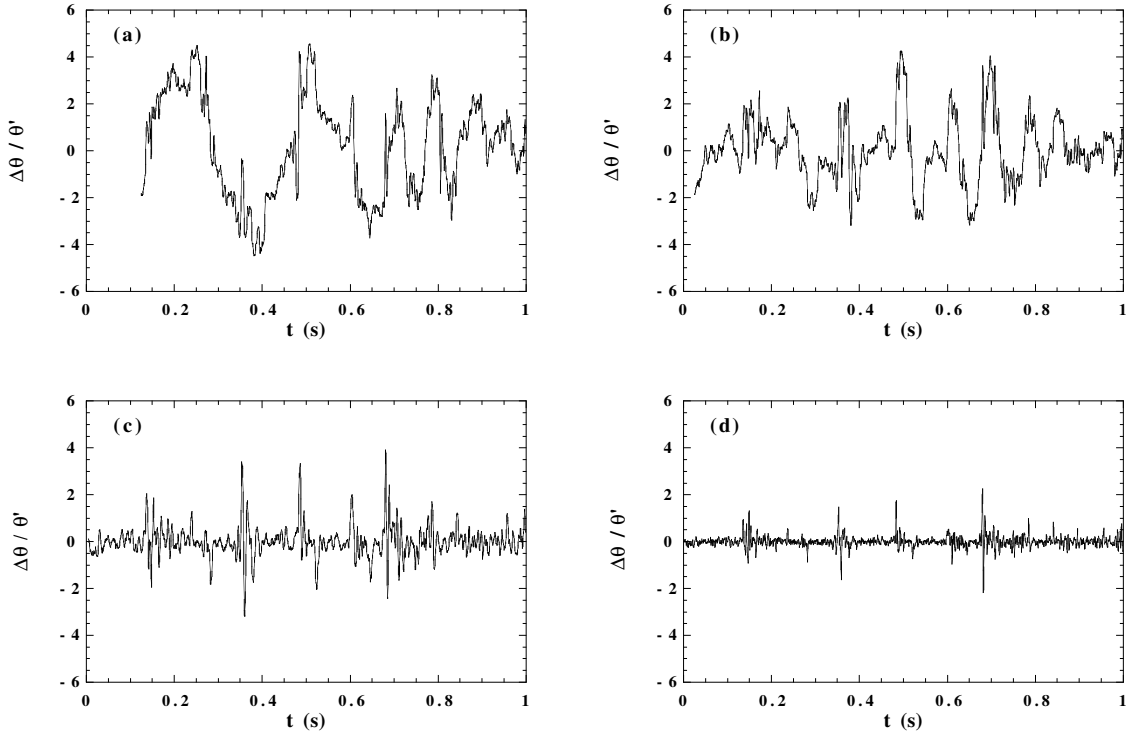


Figure 3.6: Séries temporelles d'incrément de température du signal précédent, à différentes échelles, normalisées par θ' . $r/\eta = 750$ (a), 150 (b), 30 (c), 6 (d). Fichier 65, $R_\lambda = 280$, $\eta = 42 \mu\text{m}$.

Intéressons-nous maintenant à ces mêmes fluctuations en fonction de l'échelle, en étudiant les incréments de température sur une séparation r :

$$\Delta\theta(r) = \theta(x+r) - \theta(x),$$

où nous utilisons l'hypothèse de Taylor afin de déduire les différences spatiales des différences temporelles. La figure 3.6 représente 4 portions d'incrément du même signal que précédemment, pour 4 échelles de plus en plus petite, correspondant à des temps de 150 à 1.2 ms (soit 750 à 6η). Au fur et à mesure que décroît l'échelle de l'incrément, on constate que l'amplitude moyenne du signal diminue et que des pics d'amplitude relativement élevée se détachent progressivement. A petite échelle, les pics les plus intenses sont de l'ordre de l'écart-type des fluctuations θ' . On retrouve également cet aspect *intermittent* sur un signal d'incrément de vitesse, mais il semble

bien plus prononcé dans le cas de la température. Nous reviendrons longuement sur la nature de ces fronts thermiques.

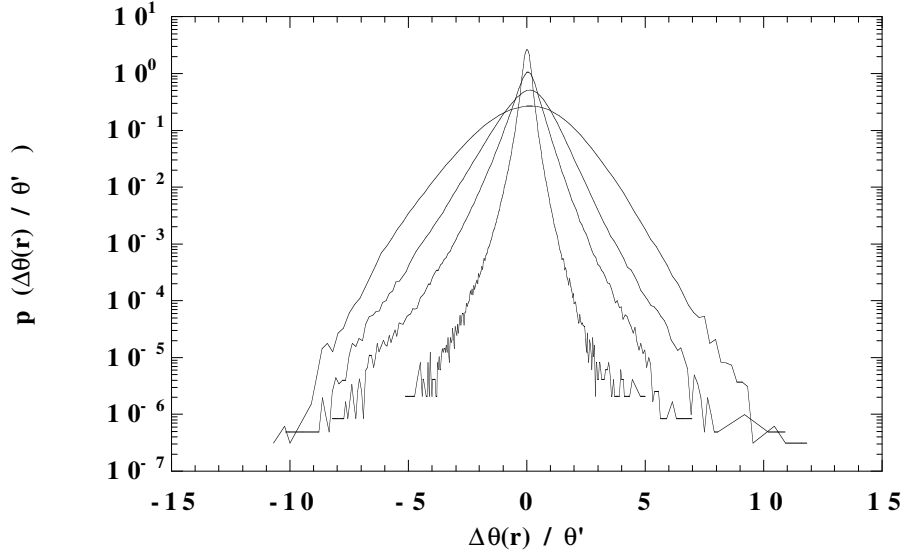


Figure 3.7: Densités de probabilité des incréments de température $\Delta\theta(r)$, pour $r/\eta = 6.5, 26, 96$ et 480 (de l'intérieur vers l'extérieur), normalisés par l'écart-type des fluctuations θ' . Fichier 67, $R_\lambda = 230$.

La figure 3.7 représente les densités de probabilité des différences de température, c'est-à-dire les histogrammes normalisés de sorte que :

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(\Delta\theta) d\Delta\theta = 1.$$

Sur la figure 3.8 nous avons représenté ces mêmes distributions, normalisées par l'écart-type des fluctuations à chaque échelle

$$\sigma = \langle \Delta\theta^2 \rangle^{1/2}.$$

Nous observons qu'à échelle décroissante, ces pdf changent de forme, déployant des ailes de plus en plus larges, reflétant les événements les plus intenses à petite échelle. Notons également que les distributions, surtout à petite échelle, présentent une dissymétrie vers les événements intenses négatifs, révélant un défaut d'isotropie à petite échelle, sur lequel nous reviendrons ultérieurement.

Une façon de représenter ces distributions d'incrément à différentes échelles est l'ajustement par une exponentielle étirée :

$$p(\Delta\theta) \sim \exp(-\beta(\Delta\theta)^\alpha), \quad (3.17)$$

à deux paramètres ajustables α et β . On a en particulier $\alpha = 2$ pour une distribution gaussienne, et $\alpha = 1$ pour une distribution exponentielle. Un tel ajustement a été introduit par Ching (1991) [51] dans un contexte de convection turbulente. La figure 3.9 montre que ces ajustements décrivent de façon remarquable les distributions à toutes les échelles, de $\Delta\theta \simeq \sigma$ jusqu'à 25σ pour les plus petites échelles⁷. La figure 3.10 montre l'évolution de ces paramètres en fonction de l'échelle. Aux plus petites échelles résolues (environ 3η dans ce cas), les incréments donnent une très bonne approximation des gradients de température, et l'on voit que le paramètre α peut atteindre des valeurs extrêmement basses, jusqu'à

$$\alpha(r/\eta \rightarrow 0) \simeq 0.24 \pm 0.04.$$

⁷Notons qu'un ajustement exponentiel est également satisfaisant, à condition de n'ajuster que les ailes extrêmes ($\Delta\theta/\sigma > 10$ à la plus petite échelle sur cette figure).

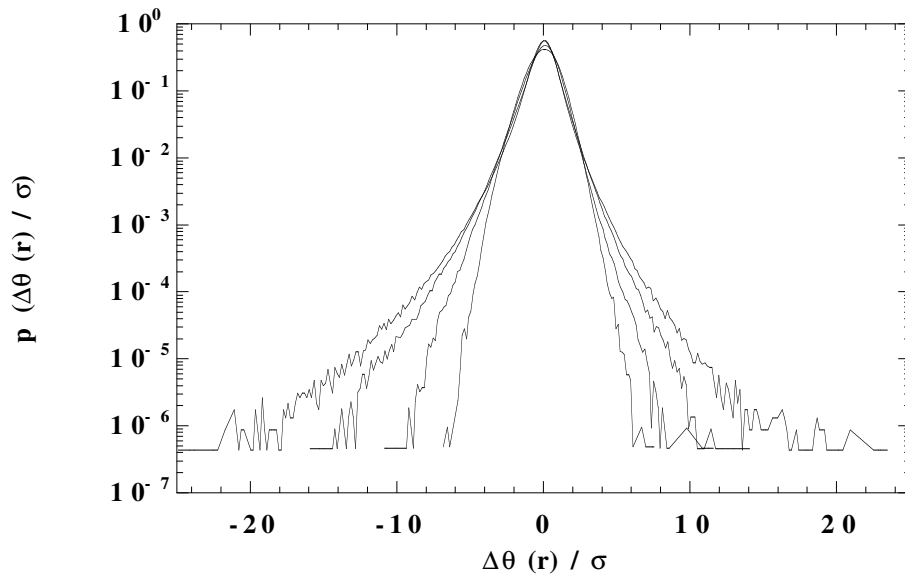


Figure 3.8: Densités de probabilité des incréments de température normalisés $\Delta\theta(r)/\sigma$, pour $r/\eta=6.5, 26, 96$ et 480 (de l'extérieur vers l'intérieur). Fichier 67, $R_\lambda = 230$.

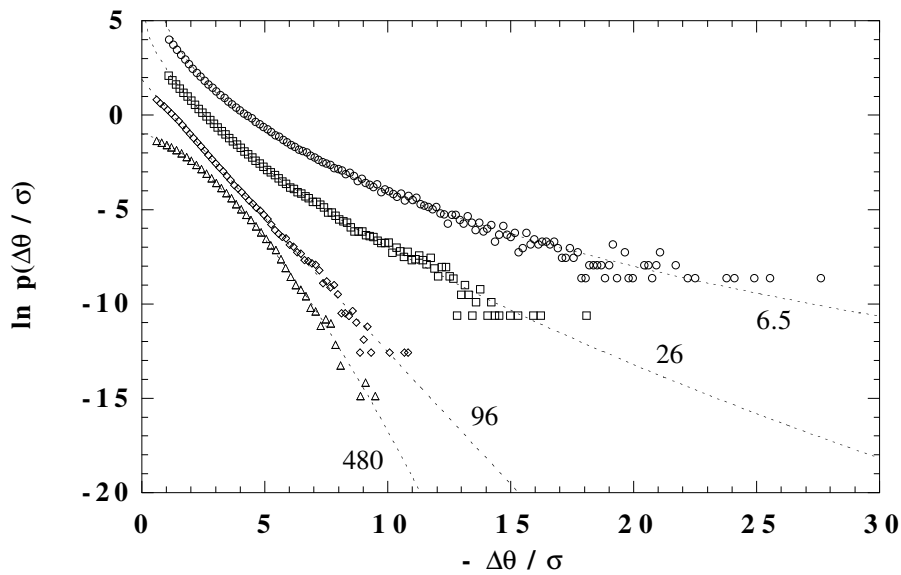


Figure 3.9: Densités de probabilité des incréments de température (fluctuations négatives seulement). Les courbes représentent $\ln p(\Delta\theta(r)/\sigma)$, décalées de 2 unités de l'une à l'autre pour la lisibilité. Les traits pointillés sont des ajustements par une exponentielle étirée, pour $\Delta\theta(r) > \sigma$. De haut en bas : $r/\eta = 6.5$ ($\alpha = 0.27, \beta = 9.2$), 26 ($\alpha = 0.57, \beta = 3.46$), 96 ($\alpha = 0.98, \beta = 1.51$) et 480 ($\alpha = 1.5, \beta = 0.50$). Fichier 67, $R_\lambda = 230$.

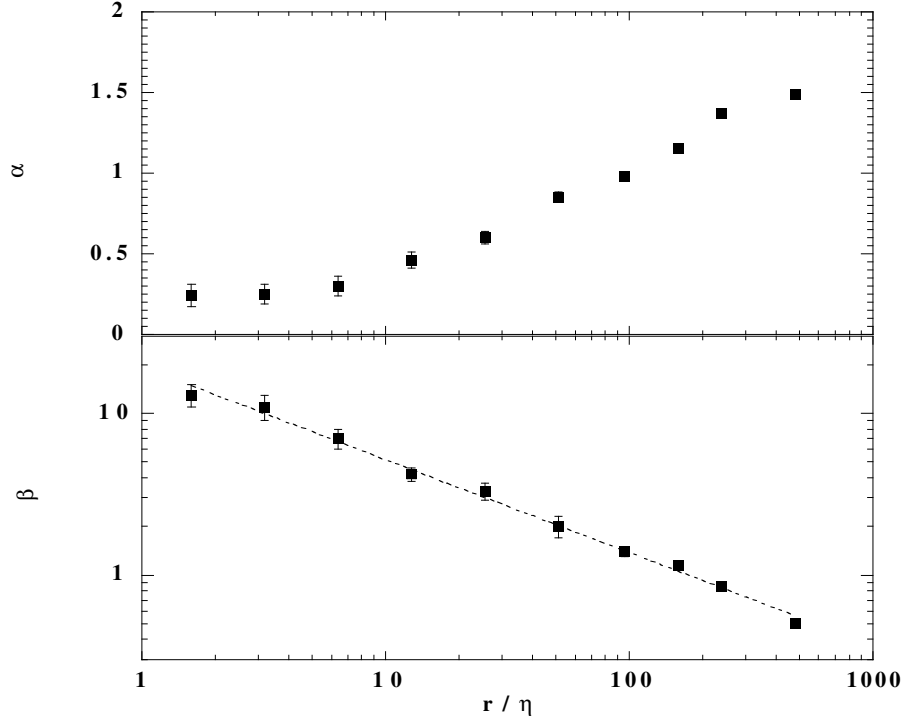


Figure 3.10: Paramètres α et β de l'ajustement des pdf de la figure 3.9 par une exponentielle étirée. Fichier 67, $R_\lambda = 230$.

On ne rencontre pas de telles valeurs pour les distributions d'incrément de vitesse. Dans Tabeling *et al.* (1996) [172] (voir aussi Belin (1998) [24]) par exemple, une compilation de valeurs de ce paramètre pour la dérivée de la vitesse montre que, même aux plus hauts nombres de Reynolds (R_λ jusqu'à 5000), α ne descend pas en-dessous de 0.4. Dans des simulations numériques à trois dimensions, Pumir (1994b) [141] obtient $\alpha = 0.71$ (à $R_\lambda = 66$) ; à deux dimensions, Holzer et Siggia (1994) [78] trouvent des valeurs de α n'atteignant que 0.56 pour les gradients de températures orthogonaux au gradient moyen (ces auteurs n'ont cependant pas effectué ces ajustements pour les gradients longitudinaux, dont la distribution est plus large). Ching (1991) [51] mesure $\alpha \simeq 0.47 \pm 0.01$ en convection turbulente. Thoroddsen et Van Atta (1992) [174] observent des distributions de dérivée de température exponentielles (*i.e.* $\alpha = 1$) en turbulence stratifiée. Clairement, nos distributions de température montrent un comportement extrêmement intermittent, bien qu'à des nombres de Reynolds assez modérés ($R_\lambda = 230$ dans notre exemple).

3.2.4 Fonctions de structure

Nous allons nous intéresser maintenant plus particulièrement à l'évolution des statistiques des incréments de température à travers les échelles. Nous utilisons à cette fin les fonctions de structure (3.8), que nous définissons à partir des densités de probabilité introduites précédemment :

$$S_n^\theta = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta\theta)^n p(\Delta\theta) d\Delta\theta. \quad (3.18)$$

Calculer ainsi les fonctions de structure présente l'avantage de pouvoir contrôler la présence d'événements aberrants dans le signal (dûs à du bruit électronique par exemple), qui donnent lieu à des incréments de température anormalement élevés.

L'obtention de lois de puissance bien définies sur les fonctions de structure d'ordre élevé ne

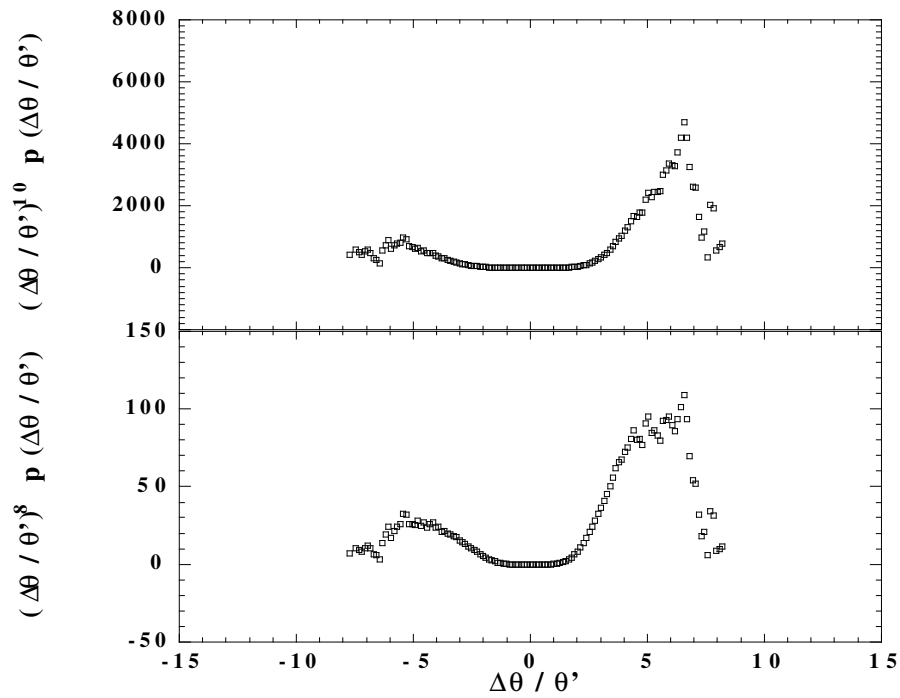


Figure 3.11: Intégrants $p(s)s^n$ des moments d'ordre n , pour $n = 8$ (en haut) et 10 (en bas), à l'échelle $r = 80 \eta$ (au milieu du domaine inertiel). Fichier 67.

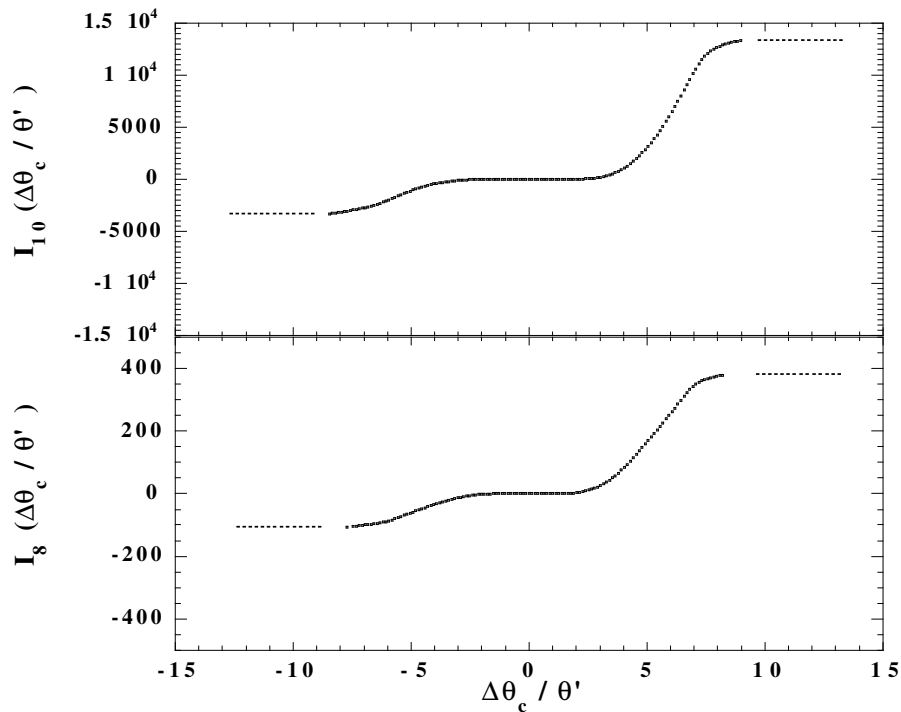


Figure 3.12: Primitives I_n (éq. 3.19) des intégrants de la figure précédente en fonction de la troncature normalisée $\Delta\theta_c/\theta'$, pour les ordres $n = 8$ et 10 , à l'échelle $r=80 \eta$. Les traits pointillés figurent les saturations positive et négative de la primitive pour $\Delta\theta_c \rightarrow \infty$. Fichier 67.

garantit en rien la bonne convergence de ces moments⁸. La méthode la plus sûre consiste à vérifier cette convergence sur l'intégrant $(\Delta\theta)^n p(\Delta\theta)$ de la définition (3.18). Cependant, ce test s'avère souvent trop strict : si la largeur des canaux des histogrammes est choisie trop grande, le nombre moyen d'événements pour les canaux extrêmes est très petit (inférieur à 1), conduisant à une impression visuelle de grande dispersion pour les valeurs extrêmes de $\Delta\theta$. Un meilleur critère visuel, moins dépendant du choix de la largeur des canaux, consiste à vérifier la convergence des moments sur les primitives :

$$I_n(r, \Delta\theta_c) = \int_{-\Delta\theta_c}^{-\Delta\theta_c} (\Delta\theta)^n p(\Delta\theta) d\Delta\theta, \quad S_n^\theta(r) = I_n(r, \Delta\theta_c \rightarrow \infty). \quad (3.19)$$

En pratique, si ces primitives saturent lorsque croît la troncature $\Delta\theta_c$ de l'intégrant, on pourra considérer que les moments sont bien convergés. La figure 3.11 montre les intégrants des moments pour les ordres 8 et 10, et la figure 3.12 montre les primitives de ces mêmes intégrants ; alors que les intégrants sont assez dispersés pour les grandes valeurs de $\Delta\theta/\theta'$ et donnent l'impression de ne pas converger correctement, les primitives, elles, saturent très raisonnablement. Il semble que l'ordre $n = 10$ soit, pour ce fichier, une limite raisonnable pour calculer les fonctions de structure. Notons que, dans cet exemple, les incréments sont calculés pour une échelle du domaine inertiel. Pour des échelles du domaine dissipatif, la convergence est évidemment moins bonne (les distributions sont plus larges), mais cela n'importe pas pour la détermination des exposants du domaine inertiel.

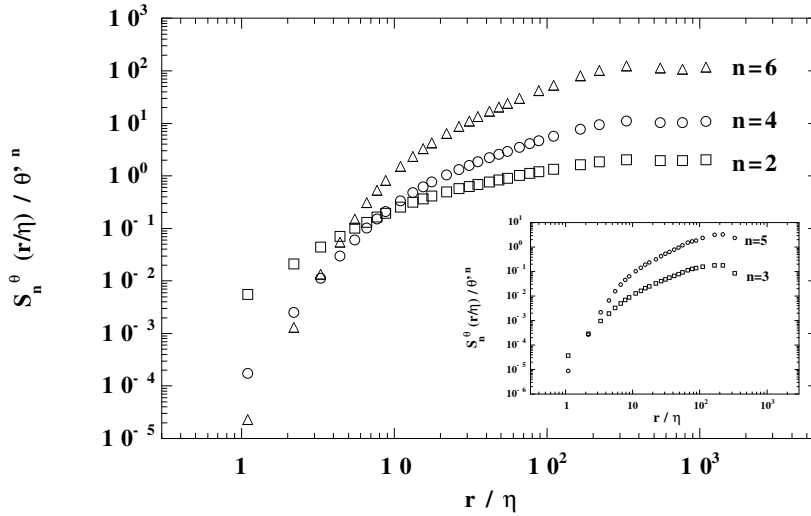


Figure 3.13: Fonctions de structure normalisées S_n^θ/θ'^n en fonction de l'échelle r/η , pour les ordres $n = 2, 4$ et 6 (dans l'encart les ordres impairs $n = 3$ et 5). A grande échelle, $S_2^\theta(r)/\theta'^2 \rightarrow 2$. Fichier 52, $R_\lambda = 160$.

Les figures 3.13 et 3.14 montrent des fonctions de structure pour deux nombres de Reynolds. Le comportement linéaire de ces fonctions de structure en coordonnées logarithmiques permet de mesurer les exposants (3.12). La façon la plus objective de mesurer ces exposants est de procéder de manière analogue à la détermination de n_θ pour les spectres, en ajustant les exposants ξ_n des fonctions de structure compensées $r^{-\xi_n} S_n^\theta$ afin d'obtenir un plateau le mieux défini possible (figure 3.15 a et b). Un plateau apparaît sur une décade d'échelle, entre 20 et 200η à $R_\lambda = 160$,

⁸On pourra se reporter à Andreotti (1999) [4] pour quelques artefacts instructifs liés aux problèmes de convergence.

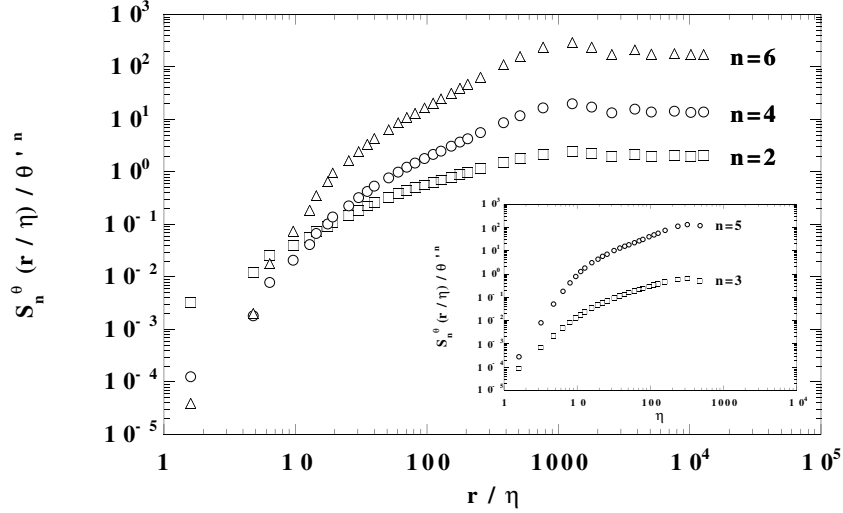


Figure 3.14: Fonctions de structures normalisées S_n^θ / θ^n en fonction de l'échelle r/η . Fichier 67, $R_\lambda = 230$. Même légende que la figure précédente.

et entre 40 et 800η à $R_\lambda = 230$. Dans ce dernier cas, nous constatons que les lois d'échelle sont bien mieux définies ; la plus grande échelle à laquelle débute cette loi de puissance (40η plutôt que 20η) est probablement attribuable à une moins bonne résolution des petites échelles dans ce dernier cas.

Exposant d'ordre 2

Dans un premier temps, intéressons-nous à l'exposant de la fonction de structure d'ordre 2. Nous avons vu (équation 3.14) que, pour des lois d'échelle suffisamment bien définies (c'est-à-dire sur une gamme d'échelles suffisamment grande), celui-ci est lié à l'exposant du spectre par la relation $\xi_2 = n_\theta - 1$. La figure 3.16 compile quelques mesures de ces deux exposants, pour le même ensemble de données que sur la figure 3.3. Nous observons, outre une dispersion comparable, un écart systématique :

$$\xi_2 \gtrsim n_\theta - 1.$$

Toutefois, pour les n_θ proches de la valeur $5/3$, c'est-à-dire aux plus hauts nombres de Reynolds accessibles, nous obtenons

$$\xi_2 \simeq 0.66 \pm 0.03,$$

valeur très proche de $2/3$. Notons que pour les valeurs de ξ_2 obtenues aux petits nombres de Reynolds, l'incertitude sur cet exposant reste faible, comme le montre la figure 3.17(a) ($R_\lambda = 160$) sur laquelle est tracée en fonction de l'échelle la dérivée logarithmique :

$$\frac{d \ln S_n^\theta(r)}{d \ln r}.$$

Cette dérivée logarithmique définit un exposant local, et doit donc être constante, égale à la valeur ξ_n , pour les échelles du domaine inertiel. Nous voyons que, même à de tels nombres de Reynolds, la largeur du plateau permet de déterminer sans ambiguïté un exposant. En revanche, pour les valeurs les plus faibles de n_θ (jusqu'à 1.1), observées aux plus bas nombres de Reynolds

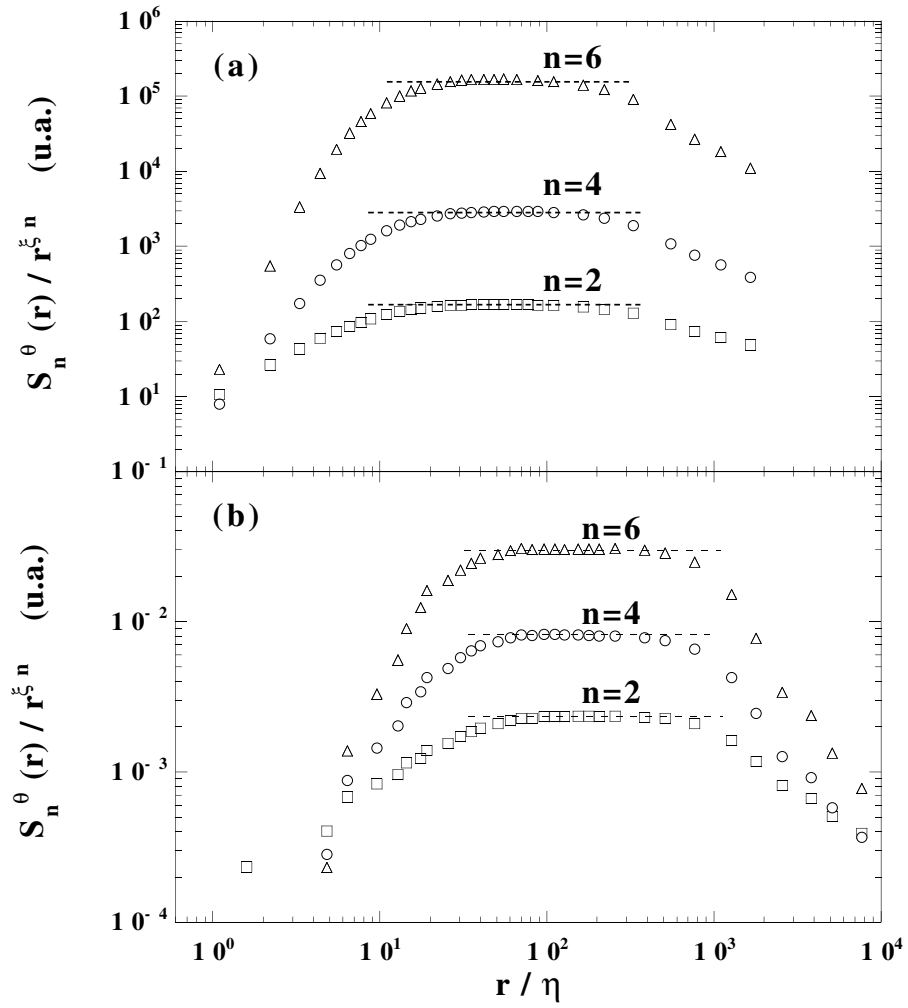


Figure 3.15: Fonctions de structure compensées par $r^{-\xi_n}$, en unités arbitraires, pour les deux fichiers précédents. Les traits pointillés indiquent les plateaux, permettant de déterminer la valeur des exposants. (a) : Fichier 52, $R_\lambda = 160$. $\xi_2 = 0.60 \pm 0.02$, $\xi_4 = 0.98 \pm 0.03$, $\xi_6 = 1.27 \pm 0.05$. (b) : Fichier 67, $R_\lambda = 230$. $\xi_2 = 0.69 \pm 0.01$, $\xi_4 = 1.18 \pm 0.02$, $\xi_6 = 1.38 \pm 0.04$.

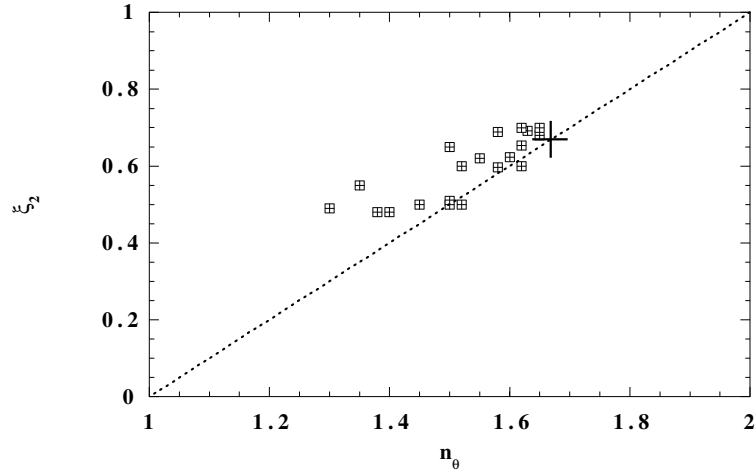


Figure 3.16: Exposant de fonction de structure d'ordre 2 en fonction de l'exposant du spectre. La ligne pointillée représente $\xi_2 = n_\theta - 1$, valable dans la limite des lois d'échelle idéales, et la croix représente les valeurs ($\xi_2 = 2/3$, $n_\theta = 5/3$) de la loi d'Obukhov-Corrsin.

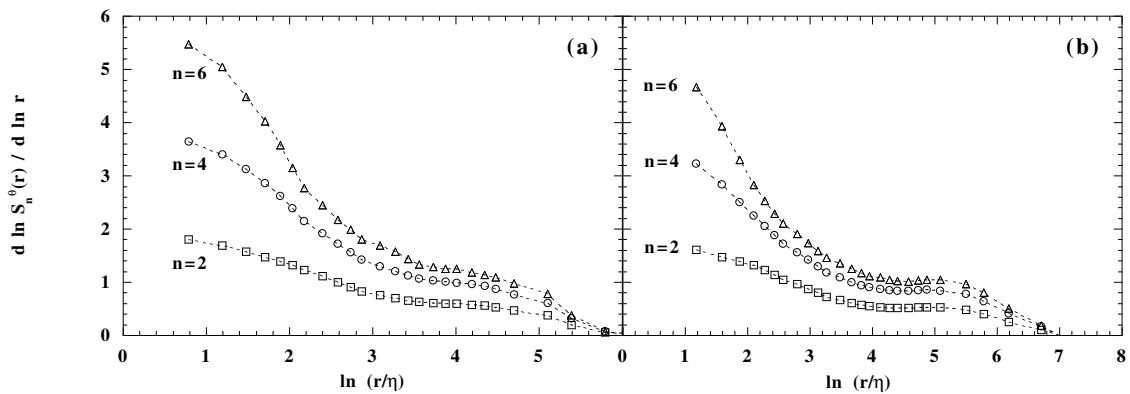


Figure 3.17: Dérivées logarithmiques des fonctions de structure d'ordre 2, 4 et 6, pour (a) : $R_\lambda = 160$ (fichier 52), (b) : $R_\lambda = 280$ (fichier 78). Dans ce second exemple, nous voyons que le domaine dissipatif n'est pas correctement résolu, la dérivée logarithmique n'atteignant pas la valeur triviale des exposants du champ lisse $\xi_n = n$.

($R_\lambda \simeq 100$), les lois d'échelle sont assez mal définies sur les fonctions de structure et, le plus souvent, ne permettent de déterminer aucun exposant.

Exposants d'ordre plus élevé

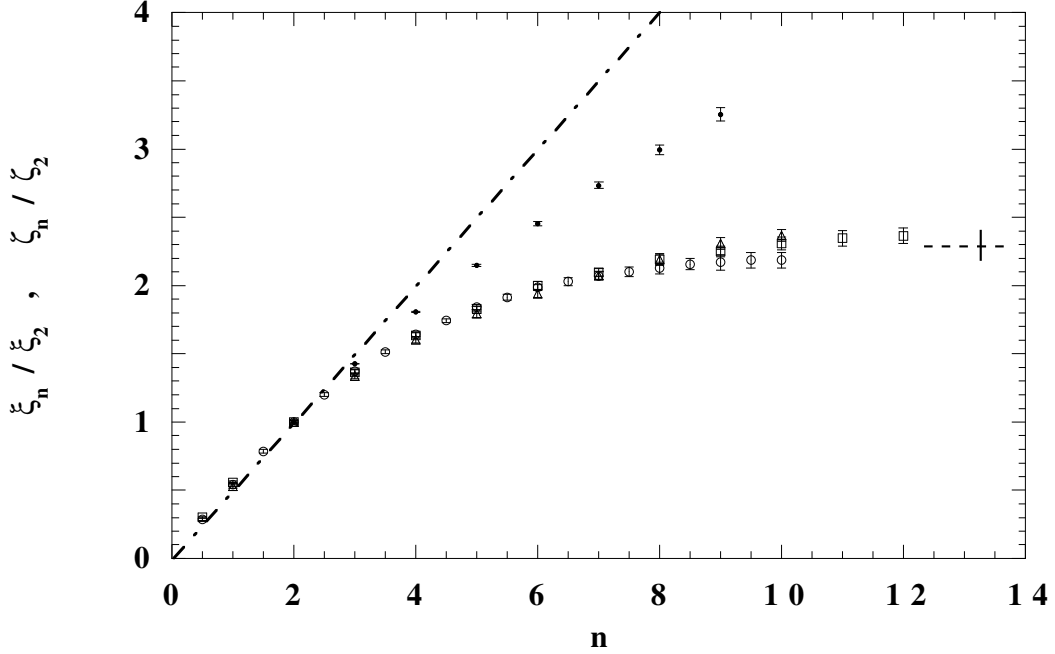


Figure 3.18: Exposants de fonction de structure de température ξ_n normalisés par ξ_2 . \circ : Fichier 67, $R_\lambda=230$; \square : Fichier 78, $R_\lambda=280$; \triangle : Fichier 79, $R_\lambda=295$ (voir le tableau 3.1 pour les caractéristiques de ces fichiers). Les \bullet indiquent les exposants de vitesse typiques ζ_n/ζ_2 [24], et la ligne pointillée la loi linéaire $n/2$ (K41 normalisé par $\xi_2 = 2/3$). Le trait horizontal pointillé représente la valeur 2.3 ± 0.1 , voir texte.

n	1	2	3	4	5
ξ_n/ξ_2	0.54 ± 0.02	1	1.36 ± 0.02	1.63 ± 0.03	1.82 ± 0.04
ζ_n/ζ_2		1	1.43 ± 0.01	1.80 ± 0.01	2.14 ± 0.03
n	6	7	8	9	10
ξ_n/ξ_2	1.98 ± 0.05	2.08 ± 0.06	2.17 ± 0.08	2.24 ± 0.10	2.29 ± 0.13
ζ_n/ζ_2	2.44 ± 0.04	2.71 ± 0.05	2.97 ± 0.06	3.13 ± 0.06	3.29 ± 0.06

Table 3.2: Exposants de température ξ_n/ξ_2 , moyennés pour les trois fichiers de la figure 3.18, et exposants de vitesse ζ_n/ζ_2 (d'après Belin *et al.* (1996b) [22]). Les incertitudes sur ξ_n/ξ_2 sont évaluées à partir de la dispersion des exposants pour chaque fichier.

Nous allons maintenant nous pencher sur l'étude des exposants d'ordre plus élevé, caractérisant les lois d'échelle associées aux événements rares et intenses, et en particulier à leur évolution avec l'ordre. Afin de ne pas introduire de différence entre les moments d'ordre pair et impair, il est usuel d'introduire les fonctions de structure des *valeurs absolues* des différences de température :

$$S_n^{|\theta|}(r) = \langle |\theta(x+r) - \theta(x)|^n \rangle \sim r^{\xi_n} \quad (3.20)$$

(où nous utilisons, tant qu'il n'y a pas d'ambiguïté, la même notation que pour les exposants sans valeur absolue). En outre, cette nouvelle définition peut être étendue aux ordres non entiers.

La figure 3.18 représente ces exposants, calculés en ajustant les plateaux obtenus sur les fonctions de structure compensées (les barres d'erreur sont estimées à partir de l'intervalle d'exposant conduisant à un plateau acceptable). Ils ont été calculés pour les trois fichiers les plus longs ($N^* > 5 \cdot 10^6$, voir (3.16) et le tableau 3.1), et la convergence des moments pour les échelles du domaine inertiel a été vérifiée selon le critère de la saturation des primitives (3.19).

Comme nous l'avons dit plus haut, nous observons une certaine dispersion des exposants du spectre et de la fonction de structure d'ordre 2. Mais il apparaît que la normalisation par ξ_2 des exposants d'ordre supérieur fait se superposer de façon très satisfaisante les exposants pour différents fichiers. Nous n'avons cependant pas de raison forte pour justifier un tel choix⁹. A titre de comparaison, les exposants de fonction de structure de la vitesse, ζ_n/ζ_2 , ont également été tracés, en adoptant la même normalisation par l'ordre 2, ainsi que la prédiction linéaire de Kolmogorov et Obukhov-Corrsin $\zeta_n/\zeta_2 = \xi_n/\xi_2 = n/2$ (en prenant $\zeta_2 = \xi_2 = 2/3$).

Malgré une certaine dispersion pour les ordres élevés, on ne remarque pas d'évolution notable avec le nombre de Reynolds sur la gamme $R_\lambda = 230\text{--}295$. Le tableau 3.2 regroupe les valeurs des exposants pour les trois fichiers, ainsi qu'une estimation des incertitudes obtenue à partir de la dispersion.

Notons que les exposants ainsi normalisés sont proches des *exposants relatifs* que l'on détermine à partir de la méthode Extended Self Similarity (ESS), introduite par Benzi *et al.* (1993) [26, 27] :

$$S_n^{|\theta|}(r) \sim S_2^{|\theta|}(r)^{\xi_n/\xi_2}.$$

Bien que cette méthode conduise à des lois de puissance relatives très bien définies, nous ne l'avons pas adoptée ici, afin de contrôler ordre après ordre la qualité et la gamme d'échelles des lois de puissance. Lorsque les moments sont bien convergés et les lois de puissance correctement définies, la méthode ESS et la méthode des fonctions de structure compensées conduisent aux mêmes exposants.

Nous constatons que les exposants de la température ξ_n sont très inférieurs à ceux de la vitesse ζ_n pour $n > 2$, et, *a fortiori*, à la prédiction Kolmogorov–Obukhov–Corrsin. Ceci signifie que les petites échelles de la température sont *plus intermittentes* que celles de la vitesse. Nous discuterons dans la prochaine section l'implication de cette observation sur la structure à petite échelle du champ de température, et en particulier des fronts thermiques.

Les exposants trouvés sont en assez bon accord, quoique légèrement supérieurs, avec ceux obtenus par Ruiz Chavarria *et al.* (1995) [153], qui ont également utilisé un exposant relatif par rapport à l'ordre 2. Pearson *et al.* (1998) [132] notent que les exposants de scalaire passif sont très proches de ceux des incréments transverses de vitesse, mais dépendent moins du cisaillement moyen. Auriault (1999) [17] observe des exposants comparables aux nôtres sur les données de la soufflerie de Modane ($R_\lambda = 1925$), et légèrement inférieurs pour les mesures en jet chauffé ($R_\lambda = 425\text{--}785$).

Modèles des exposants de fonction de structure

Modèle de Kraichnan Dans un premier temps, comparons ces exposants de fonction de structure à quelques modèles théoriques. Le plus important est celui de Kraichnan [90], qui a ouvert la voie à de nombreuses études très récentes, et qui prédit :

$$\xi_n^K = \frac{1}{2} \sqrt{2nd\xi_2 + (d - \xi_2)^2} - \frac{1}{2}(d - \xi_2), \quad (3.21)$$

où d est la dimension de l'espace, et ξ_2 est imposé par l'exposant ζ_2 du champ de vitesse, qui est un paramètre libre du modèle (*i.e.* $\xi_2 = \zeta_2$). Pour les ordres élevés, on a $\xi_n^K \sim \sqrt{n}$, mais en pratique (aux ordres < 10) ce comportement n'est pas observable.

La figure 3.19a représente, en coordonnées logarithmiques, les exposants normalisés (voir tableau 3.2) pour $R_\lambda \simeq 230\text{--}295$, la prédiction de Kraichnan (3.21) ainsi que la loi normale $n/2$.

⁹On peut argumenter que la fonction de structure d'ordre 2 n'est pas affectée par l'intermittence de ϵ_θ , mais seulement par celle de ϵ [153]. L'ordre 2 apparaît donc comme un *ordre de référence* pour la température, au même titre que l'ordre 3 pour la vitesse.

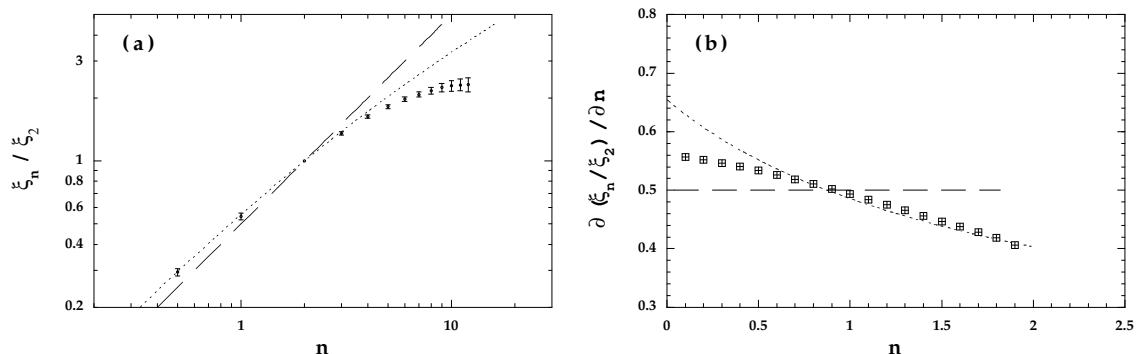


Figure 3.19: (a) \bullet : Exposants de fonction de structure de température ξ_n/ξ_2 moyennés pour les trois fichiers “longs” (cf. tableau 3.2) ; les 2 derniers points sont obtenus à partir du fichier 78. Trait pointillé long : loi normale $n/2$. Trait pointillé fin : exposants ξ_n^K/ξ_2 de la loi de Kraichnan [90] (3.21, avec $d=3$, $\xi_2=2/3$). (b) Dérivée à l’origine \square : mesurée (fichier 67) ; trait pointillé long : valeur normale $1/2$; trait pointillé fin : loi de Kraichnan.

On constate un très bon accord avec la loi de Kraichnan pour $n < 4$, mais un écart, bien au-delà des incertitudes, est observé aux ordres plus élevés. Pour $n \simeq 10$, les exposants de Kraichnan varient localement en $n^{0.68}$, alors que les exposants mesurés varient avec un exposant local¹⁰ inférieur à 0.2. Cette croissance extrêmement lente des exposants mesurés suggère une saturation à $n \rightarrow \infty$.

Si l’on se penche maintenant plus précisément sur le comportement aux petits n de la loi (3.21), il est intéressant d’en regarder la pente à l’origine :

$$\frac{\partial(\xi_n^K/\xi_2)}{\partial n} \longrightarrow \frac{3}{6 - 2\xi_2} \quad \text{pour } n \longrightarrow 0$$

(pour $\xi_2 = 2/3$, la pente à l’origine vaut $9/14 \simeq 0.64$, à comparer à 0.5 pour la loi normale). La figure 3.19b représente la dérivée de ξ_n/ξ_2 pour les petites valeurs de n . L’accord entre l’expérience et cette théorie reste raisonnable, mais l’on observe :

$$\frac{\partial(\xi_n/\xi_2)}{\partial n} \longrightarrow 0.56 \pm 0.01 \quad \text{pour } n \longrightarrow 0,$$

à comparer à la valeur 0.66 pour la loi de Kraichnan en prenant la même valeur de ξ_2 .

Nous observons donc que nos exposants de fonction de structure semblent en assez bon accord avec le modèle de Kraichnan pour les ordres faibles ($n < 4$), mais deviennent bien inférieurs aux ordres plus élevés. L’origine de cet écart se comprend bien si l’on considère que ce modèle ne prend en compte que l’intermittence du champ scalaire advecté par un écoulement gaussien à toute échelle, *i.e.* non intermittent ; on peut supposer qu’un couplage entre les deux mécanismes d’intermittence conduise à des exposants encore inférieurs (voir par exemple Boratav *et al.* (1998) [29]).

Coefficient d’anomalie Pour les petits ordres, Frisch *et al.* (1998) [69] ont mesuré le *coefficient d’anomalie* $\gamma = 2\xi_2 - \xi_4$ dans des simulations numériques du modèle de Kraichnan pour différents exposants ξ_2 du champ de vitesse. Nos mesures conduisent à

$$\gamma \simeq (0.37 \pm 0.02)\xi_2,$$

soit $\gamma \simeq 0.25 \pm 0.02$ pour $\xi_2 = 2/3$. Cette valeur est quelque peu inférieure au $\gamma \simeq 0.35 \pm 0.3$ obtenue par ces auteurs¹¹. Nous pouvons conclure que nous mesurons une intermittence légèrement moins prononcée aux ordres faibles (événements fréquents), mais beaucoup plus prononcée aux ordres élevés (événements rares).

¹⁰Cette observation n’implique en rien que les exposants mesurés varient effectivement selon une loi de puissance.

¹¹A titre de comparaison, le coefficient d’anomalie du champ de vitesse, d’après nos mesures effectuées dans l’hélium [21], vaut $2\xi_2 - \xi_4 \simeq 0.14 \pm 0.01$.

Comportement aux grands ordres Nos données montrent donc une croissance extrêmement lente des exposants pour les ordres élevés ($n \geq 6$), et suggèrent une saturation pour les très grands n . Notant ξ_∞ la valeur de cet exposant asymptotique, une estimation possible est

$$\xi_\infty = (2.3 \pm 0.1)\xi_2 \simeq 1.45 \pm 0.1. \quad (3.22)$$

Une saturation des exposants est le reflet de fluctuations dont les statistiques sont dominées par la présence de fronts extrêmement intenses à petite échelle (Vergassola *et al.* (1994) [177], Yakhot (1997) [190], Celani *et al.* (2000) [42]). Yakhot (1997) déduit, à partir d'hypothèse à la Kraichnan (1994), une saturation des exposants de type bifractal. Celani *et al.* (2000) observent une tendance à la saturation, à une valeur $\xi_\infty \simeq 1.4 \pm 0.1$ en bon accord avec nos observations, dans une simulation numérique de cascade inverse en turbulence 2D. Nous discuterons dans la section suivante les liens entre cette saturation et la statistique des fronts thermiques.

Notons enfin que le modèle introduit récemment par Cao et Chen (1997) [39], adapté du modèle de She et Lévéque (1994) [158] en supposant cette fois que les structures les plus intermittentes sont de dimension 2. Ce modèle prédit

$$\xi_n = 3 - \frac{1}{36}n - 2\left(\frac{3}{4}\right)^{n/6} - \left(\frac{1}{2}\right)^{n/2} + \gamma_b \left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n/6} - \left(\frac{1}{2}\right)^{n/2} + \left(\frac{3}{4}\right)^{n/6} \left(\frac{1}{2}\right)^{n/2} \right]$$

(où le paramètre libre γ_b est lié à la corrélation entre ϵ et ϵ_θ), reproduit de façon excellente nos exposants à tous ordres, avec $\gamma_b \simeq 0.0 \pm 0.1$ (à de tels ordres, l'ajustement est très peu sensible à ce paramètre). Ce modèle ne prédit pas de saturation des exposants, mais une décroissance pour $n \simeq 20$, ce que nous ne pouvons évidemment pas vérifier expérimentalement.

Saturation des exposants de fonction de structure

L'existence d'une saturation des exposants de fonction de structure d'ordre n élevé peut être vérifiée directement à partir des distributions d'incrément de température. En effet, pour deux ordres n et p élevés, une saturation des exposants signifie $\xi_n \simeq \xi_p$, c'est-à-dire $S_n^\theta(r) \propto S_p^\theta(r)$ à toute échelle r du domaine inertiel. Ceci implique que, pour deux échelles r_1 et r_2 appartenant au domaine inertiel,

$$\frac{S_n^\theta(r_1)}{S_n^\theta(r_2)} = \frac{S_p^\theta(r_1)}{S_p^\theta(r_2)}.$$

Les moments d'ordre élevé étant dominés par les ailes des pdf, cette condition est équivalente, pour les incréments $\Delta\theta$ suffisamment élevés — *i.e.* pour ceux qui contribuent le plus aux moments d'ordre n et p — à :

$$\frac{p(\Delta\theta; r_1)}{p(\Delta\theta; r_2)} = \text{cste}$$

Graphiquement, cette condition signifie que les ailes des pdf deviennent parallèles pour les événements extrêmes.

Sur la figure 3.20 nous avons tracé deux pdf d'incrément (a) et leur rapport (b) pour deux échelles r_1 et r_2 du domaine inertiel. Nous constatons que, pour $|\Delta\theta| \geq 4\theta'$, le rapport de ces pdf tend effectivement à saturer vers une valeur constante (différente pour les incréments positifs et négatifs). Les incréments de l'ordre de $4\theta'$ contribuent le plus, pour ces échelles et ce nombre de Reynolds, au moment d'ordre $n \simeq 8$.

Cette observation constitue un indice supplémentaire pour conclure que, pour des ordres supérieurs à 8, les exposants de fonction de structure tendent à saturer. Toutefois, il est clair qu'une statistique plus importante est nécessaire pour apporter une conclusion définitive sur ce point.

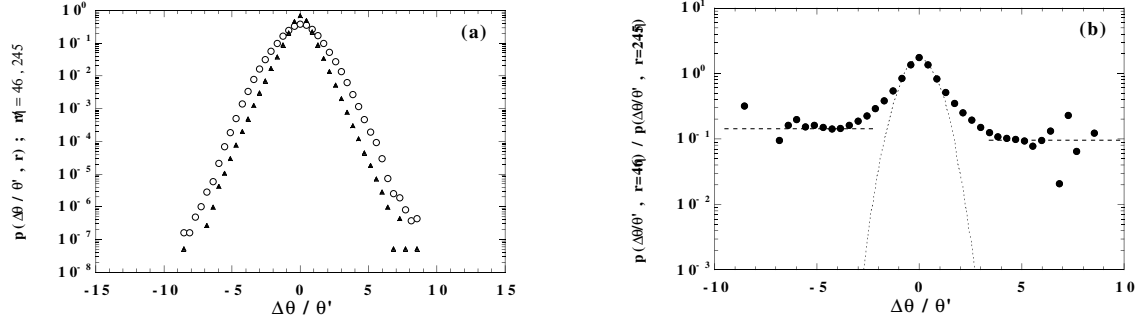


Figure 3.20: (a) : Pdf des incréments de température, normalisés par θ' , pour deux échelles du domaine inertiel, \circ : $r_1 = 46\eta$ et \triangle : $r_2 = 245\eta$. (b) : Rapport entre les deux pdf de (a). Ce rapport sature vers une constante, indiquée par les traits pointillés, pour $|\Delta\theta| \geq 4\theta'$ (fichier 78).

3.2.5 Skewness et flatness des incréments de température

Nous allons maintenant caractériser l'évolution de l'intermittence à travers les échelles par le coefficient d'aplatissement $F_\theta(r)$ et le coefficient d'asymétrie $S_\theta(r)$ (nous suivons l'usage en nommant ces termes *Flatness* et *Skewness*), définis comme les moments d'ordre 3 et 4 adimensionnés par la variance :

$$S_\theta(r) = \frac{S_3^\theta(r)}{(S_2^\theta(r))^{3/2}}, \quad F_\theta(r) = \frac{S_4^\theta(r)}{(S_2^\theta(r))^2}. \quad (3.23)$$

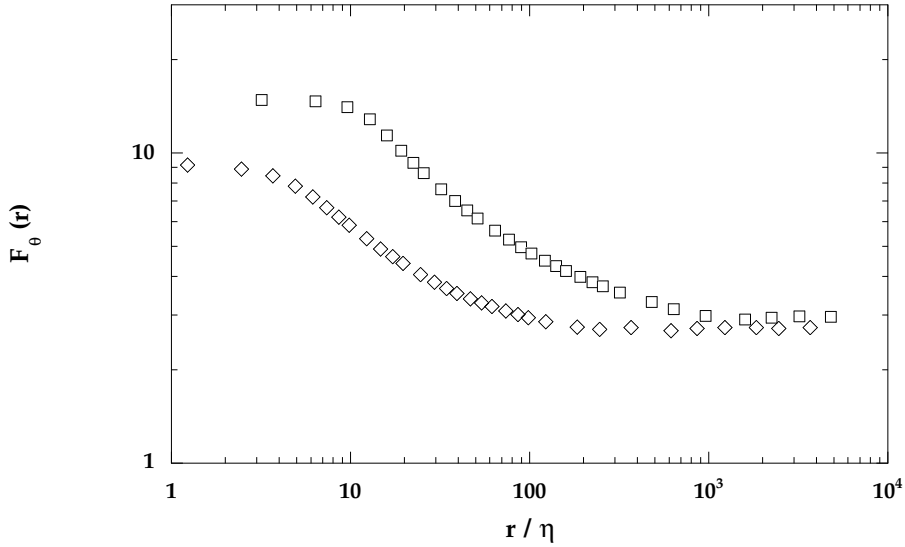


Figure 3.21: Coefficient d'aplatissement (flatness) en fonction de l'échelle adimensionnée. \diamond : $R_\lambda = 140$ (fichier 41) ; \square : $R_\lambda = 280$ (fichier 65).

La courbe $F_\theta(r)$ en fonction de l'échelle r est tracée pour deux nombres de Reynolds, $R_\lambda = 140$ et 280, sur la figure 3.21. Nous obtenons des valeurs légèrement inférieures à 3 pour $r \gtrsim 10^4$, correspondant à des distributions légèrement sous-gaussiennes. Pour $r \rightarrow 0$, la flatness augmente¹² puis tend à saturer à petite échelle. Cette saturation apparaît à $r \simeq 3\eta$ pour les données à $R_\lambda=140$, et dès $r \simeq 10\eta$ pour $R_\lambda = 280$. Dans ce dernier cas, il est probable qu'une résolution imparfaite des petites échelles tende à anticiper la saturation de la flatness.

¹²Dans le cas de lois d'échelle très étendues, la flatness varie dans le domaine inertiel comme r^γ , où γ est le coefficient d'anomalie introduit précédemment. Sur ces tracés il n'apparaît pas de lois d'échelle très bien définies.

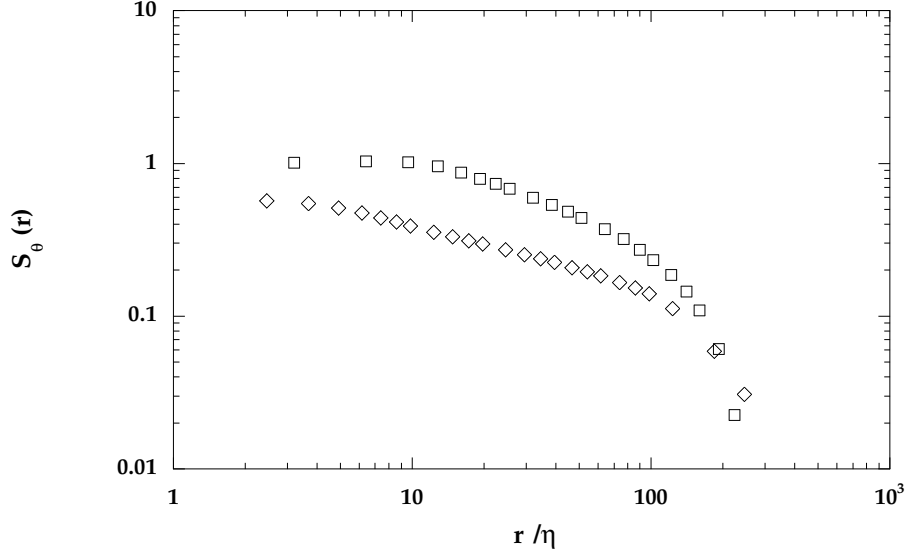


Figure 3.22: Coefficient d'asymétrie (skewness) en fonction de l'échelle adimensionnée. \diamond : $R_\lambda = 140$ (fichier 41) ; \square : $R_\lambda = 280$ (fichier 65).

La figure 3.22 montre la skewness en fonction de l'échelle, pour deux valeurs de R_λ , 140 et 280. Dans ces deux exemples, représentatifs de l'ensemble des fichiers, nous constatons une augmentation de cette quantité pour des échelles décroissantes, suivie d'une saturation aux petites échelles : $S_3^\theta(2\eta) \simeq 0.6$ à $R_\lambda=140$, et $S_3^\theta(6\eta) \simeq 1.0$ à $R_\lambda=280$. La même remarque que précédemment à propos de la résolution des petites échelles dans le cas $R_\lambda=280$ s'applique ici.

L'augmentation de la skewness pour les échelles décroissantes, qui reflète l'asymétrie grandissante des distributions de différence de température, contredit clairement les hypothèses d'isotropie à petite échelle à haut nombre de Reynolds. En effet, l'isotropie implique des distributions symétriques, et donc des moments d'ordre impairs nuls. Une skewness non nulle ne peut s'expliquer que par la présence d'un gradient à grande échelle, G . Si nous supposons que le moment d'ordre 3 ne dépend que du gradient G et, dans le domaine inertiel, des taux de transferts ϵ et ϵ_θ , l'analyse dimensionnelle nous conduit à

$$S_3^\theta(r) \simeq G \epsilon^{1/3} \epsilon_\theta r^{5/3}.$$

La skewness (3.23) s'écrit donc, en utilisant la loi des $2/3$ pour le moment d'ordre 2 :

$$S_\theta(r) = \frac{S_3^\theta(r)}{(S_2^\theta(r))^{3/2}} \simeq G \epsilon^{-1/6} \epsilon_\theta^{1/2} r^{2/3},$$

soit une décroissance pour des échelles décroissantes. Il est clair qu'un tel comportement n'est pas observé sur la figure 3.22, au contraire : il semble même que la skewness augmente plus vite à plus haut nombre de Reynolds (des ajustements par des lois d'échelle donnent des exposants -0.4 et -0.5).

3.2.6 Statistiques du domaine dissipatif

Skewness et flatness des gradients de température

La limite $r \rightarrow 0$ des moments adimensionnés introduits précédemment permet de caractériser les statistiques du domaine dissipatif. Pour des échelles suffisamment petites, les incréments de température donnent une bonne approximation des gradients. En pratique, les plus petites échelles résolues pour nos fichiers sont 2–6 η . On sait qu'en général, les incréments calculés sur 2–3 η sont très proches des gradients.

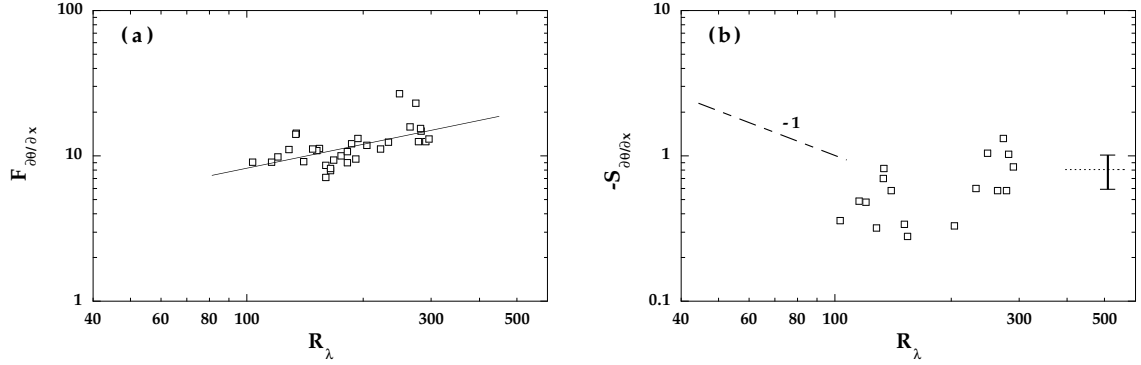


Figure 3.23: (a) Coefficient d’aplatissement (flatness) de la dérivée de température. Le trait plein indique une loi de puissance d’exposant $R_\lambda^{0.55}$. (b) Coefficient d’asymétrie (skewness) de la dérivée de température (avec un signe moins). Le trait pointillé et la barre d’erreur à 0.8 ± 0.2 figurent les données compilées par Sreenivasan et Antonia (1997) [168] dans différentes expériences. Le trait pointillé est une droite de pente -1 , résultat de l’hypothèse d’isotropie (3.26).

Nous pouvons définir la flatness et la skewness de la dérivée de température par

$$F_{\partial\theta/\partial x} = \lim_{r \rightarrow 0} F_\theta(r) \simeq F_\theta(2 - 3\eta)$$

(de même pour la skewness $S_{\partial\theta/\partial x}$). Ces deux moments étant théoriquement des fonctions strictement croissantes pour $r \rightarrow 0$, la présence de bruit aux plus petites échelles conduira à une décroissance de ces moments ; dans ce cas, on pourra utiliser le maximum de $F_\theta(r)$ comme une estimation de $F_{\partial\theta/\partial x}$. En revanche, la saturation de $F_\theta(r)$ pour $r \rightarrow 0$ ne garantit évidemment pas que les échelles dissipatives soient correctement résolues : un filtrage passe-bas, à nombre d’onde $\simeq 1/r_c$, produit des lois d’échelle triviales ($\xi_n = n$) et une saturation des moments adimensionnés pour $r < r_c$, sans pour autant que les échelles dissipatives soient résolues.

La figure 3.23a compile les valeurs de flatness de dérivée de température pour l’ensemble des fichiers. La dispersion très importante semble provenir principalement d’un rapport signal/bruit insuffisant pour un certain nombre de fichiers ; ces valeurs doivent donc être considérées comme des bornes inférieures des valeurs réelles de flatness. Néanmoins, malgré cette dispersion, une tendance à l’augmentation avec le nombre de Reynolds apparaît. Un meilleur ajustement par une loi de puissance conduit à

$$F_{\partial\theta/\partial x} \simeq (0.9 \pm 0.1) R_\lambda^{0.55 \pm 0.2}. \quad (3.24)$$

Cette évolution avec le nombre de Reynolds est en bon accord avec la très récente compilation de Warhaft (1999) [185] (qui reprend en grande partie les données compilées par Sreenivasan et Antonia (1997) [168]), ainsi qu’avec les données de simulation numérique de Overholt et Pope (1996) [128].

Notons que les valeurs typiques obtenues ($F_{\partial\theta/\partial x} \simeq 9 \pm 2$ à 15 ± 4 pour R_λ de 100 à 300) sont très au-dessus, d’un facteur 3 environ, des valeurs typiques de flatness pour la dérivée longitudinale de vitesse : les mesures dans l’hélium (Tabeling *et al.* (1996) [172], Belin *et al.* (1997) [23]) donnent $F_{\partial u/\partial x} \simeq 5$ à 8.5 sur la même gamme de R_λ . En revanche, la croissance de la flatness de $\partial\theta/\partial x$ avec le nombre de Reynolds semble comparable, à R_λ suffisamment élevé, avec celle de $\partial u/\partial x$: le meilleur ajustement donne, dans la gamme $200 < R_\lambda < 700$ [23] :

$$F_{\partial u/\partial x} \simeq 0.3 R_\lambda^{0.5}. \quad (3.25)$$

Quand à la skewness (négative), la figure 3.23b montre une dispersion plus importante encore. C’est aussi le rapport signal/bruit qui semble ici être en cause, la skewness étant plus sensible encore que la flatness à une faible résolution des petites échelles. Ici encore, on peut considérer ces

valeurs comme des bornes inférieures des valeurs réelles. On mesure

$$S_{\partial\theta/\partial x} \simeq -0.6 \pm 0.3,$$

une valeur légèrement inférieure à celles de la compilation Sreenivasan *et al.* (1997) [168], qui présente cependant une dispersion comparable. Il ne semble pas y avoir d'évolution notable avec le nombre de Reynolds, bien qu'une légère augmentation (en valeur absolue) ne soit pas à exclure. Les valeurs de skewness en simulation numérique [128] sont usuellement plus élevées ($|S_{\partial\theta/\partial x}| \simeq 1.5$). Nous allons nous attarder quelque peu sur ces mesures de skewness, ce qui va nous amener à étudier les structures qui en sont responsables, les fronts thermiques, dans la section suivante.

Skewness et anisotropie

Comme nous l'avons dit, une skewness non nulle viole l'isotropie à petite échelle du champ de température, qui subit une influence anormalement importante des grandes échelles. En effet, si l'on considère pour simplifier que la skewness de la dérivée dans la direction d'un gradient moyen de température $\vec{G} = \langle \vec{\nabla}\Theta \rangle = (\Theta/L)\vec{e}_x$ est proportionnelle à ce gradient, l'analyse dimensionnelle conduit à un moment d'ordre 3 de la dérivée $\langle (\partial\theta/\partial x)^3 \rangle \simeq G \langle (\partial\theta/\partial x)^2 \rangle$. En utilisant l'équation (3.3) pour le moment d'ordre 2, on a $\langle (\partial\theta/\partial x)^2 \rangle \simeq \epsilon_\theta/\kappa$, d'où :

$$S_{\partial\theta/\partial x} = \frac{\langle (\partial\theta/\partial x)^3 \rangle}{\langle (\partial\theta/\partial x)^2 \rangle^{3/2}} \simeq \frac{G}{(\epsilon_\theta/\kappa)^{1/2}} \sim R_\lambda^{-1}. \quad (3.26)$$

où l'on a exprimé le taux de transfert de variance en fonction de quantités à grande échelle, $\epsilon_\theta \sim \Theta^2 U/L$. Une telle décroissance de $S_{\partial\theta/\partial x}$ illustre la tendance vers l'isotropie à nombre de Reynolds croissant. Il est clair que, malgré l'importante dispersion, une telle tendance n'est pas observée sur la figure 3.23b. Afin de caractériser la trace à petite échelle de l'anisotropie résultant des grandes échelles, un critère important est le *signe* de la skewness. Il est nécessaire de distinguer deux cas, selon la nature de l'écoulement et du forçage du scalaire :

1. Pour les écoulements non cisailés, situation la plus simple, l'asymétrie à petite échelle découle directement de l'asymétrie du forçage, et l'on a :

$$\text{sgn}(S_{\partial\theta/\partial x}) = \text{sgn}(G), \quad (3.27)$$

et, par symétrie, les skewness des dérivées transverses $S_{\partial\theta/\partial y}$ et $S_{\partial\theta/\partial z}$ sont nulles. Notons qu'en l'absence de gradient moyen, on a évidemment une skewness nulle pour les trois composantes.

2. Pour les écoulements cisailés (ou en rotation), l'asymétrie du gradient thermique se couple avec la vorticité moyenne pour donner une asymétrie à petite échelle non seulement dans la direction du gradient, comme précedemment, mais aussi dans la direction transverse à celui-ci. Une règle des signes en a été établie empiriquement [72, 163]:

$$\text{sgn}(S_{\partial\theta/\partial x}) = \text{sgn}\left(\vec{\Omega} \wedge \vec{G} \cdot \vec{e}_x\right), \quad (3.28)$$

où $\vec{\Omega}$ est la vorticité moyenne. En particulier, pour $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$, on a $S_{\partial\theta/\partial z} = 0$ et les deux autres skewness non nulles. Cette règle se comprend bien si l'on considère que les fronts, orientés perpendiculairement au gradient moyen de température (selon l'équation (3.27)), subissent une rotation locale et affectent également la skewness normale au gradient.

Curieusement, c'est d'abord la seconde règle (3.28) qui a été établie, par des observations en couche limite atmosphérique [72, 110, 163] dans les années 1970. Ce n'est que bien plus tard que l'on a réalisé (Holzer et Siggia (1994) [78], Pumir (1994b) [141]), par des études numériques, que

même en l’absence de cisaillement moyen, l’anisotropie du forçage du scalaire conduisait à une anisotropie persistante à petite échelle (3.27)¹³.

Dans la situation qui nous intéresse (voir la figure 1.28 du chapitre 1, p.45), si l’on considère que le gradient effectif longitudinal $\langle \vec{\nabla} T \rangle = -G_{\text{eff}} \vec{e}_x$ est négligeable devant les gradients transverses (selon \vec{e}_y), seul le couplage avec la vorticité moyenne $\vec{\Omega}_r \simeq 2f \vec{e}_z$ (où f est la fréquence de rotation des disques) permet d’expliquer une skewness longitudinale non nulle. Dans ce cas, avec $\vec{G} = G \vec{e}_y$ le gradient sillage-paroi, la règle des signes (3.28) conduit à :

$$\text{sgn}(S_{\partial\theta/\partial x}) < 0$$

(soit, avec l’emploi de l’hypothèse de Taylor, $\text{sgn}(S_{\partial\theta/\partial t}) > 0$), ce qui correspond bien   ce que nous observons expérimentalement. Nous pouvons donc interpréter la skewness négative que nous observons comme le couplage de la rotation moyenne et du gradient transverse.

Skewness et fronts thermiques La skewness non nulle a été attribuée à l’existence de fronts raides (*cliffs*, ou falaises), séparés par des rampes, dont le gradient est de l’ordre du gradient moyen à grande échelle [72, 110]. Ces fronts, du point de vue de leur épaisseur en tout cas, peuvent être considérés comme des objets petite échelle, et reflètent l’influence du forçage à grande échelle. Ils ont été considérés dans un premier temps comme caractéristiques des écoulements cisailés seulement, puis comme caractéristiques d’un forçage avec gradient moyen même en l’absence de cisaillement [118, 141]. Pumir (1994c) [142] note que, dans un écoulement non cisailé, les fronts sont également observés dans la direction normale au gradient moyen, mais par symétrie n’affectent pas la skewness.

Plus généralement, on peut se convaincre que ces fronts thermiques interviennent systématiquement, même en l’absence de gradient moyen, lors de tout processus de mélange d’un champ scalaire (voir Tong et Warhaft (1994) [175]). En effet, considérons une situation isotrope (comme une tache initialement symétrique advectée par un écoulement turbulent, voir la figure 1 en Introduction). Dans ce cas, un gradient local, à échelle assez grande, provenant d’un premier grand repliement par exemple, réunit *localement* et *temporairement* les conditions, selon l’équation (3.27), pour générer de l’anisotropie à petite échelle, dont on sait qu’elle reflète la présence de ces fronts. Bien entendu, en moyenne la skewness sera nulle, puisque ces gradients temporaires à assez grande échelle peuvent intervenir selon une orientation quelconque. La signature de ces fronts n’est donc pas nécessairement asymétrique : des distributions larges d’incréments à petite échelle *sont* la signature de fronts thermiques. Dans cette image, les rampes ne jouent pas vraiment de rôle ; en l’absence de gradient moyen, elles se trouvent également orientées de façon quelconque. Ainsi, l’image “*dents de scie*” (rampes + fronts) des écoulements à gradient moyen imposé peut être chang e contre une image plus symétrique en “*créneaux*” (plateaux + fronts) en l’absence de gradient. Le point important, ici, est que des objets à petite échelle donnent lieu à des sauts de température de l’ordre des fluctuations à grande échelle, même aux plus hauts nombres de Reynolds, violant l’idée centrale de découplage petites-grandes échelles à la base de toute phénoménologie décrivant le mélange en terme de cascade.

Nous allons dans la suite tenter de caractériser ces fronts, en particulier leur distribution de taille et d’amplitude (saut de température). Puis nous essaierons de comprendre leur rôle et leur influence dans l’intermittence du domaine inertiel (lois d’échelle fortement anormales), en particulier sur la tendance à la saturation des exposants de fonction de structure que nous avons observée.

¹³Pumir et Shraiman (1995) [143] et Pumir (1996b) [145] ont d’ailleurs montré qu’il en était de même pour le champ de vitesse lui-même, mais dans une moindre mesure : A nombre de Reynolds modéré, un cisaillement moyen à grande échelle conduit également à une asymétrie de la vorticité à petite échelle, sur la gamme de nombres de Reynolds résolue ($R_\lambda \leq 90$). La violation d’anisotropie à petite échelle n’est donc pas une particularité du champ scalaire, même si c’est pour ce champ qu’elle est la plus prononcée.

3.3 Analyse des fronts thermiques

Bien qu'ils aient été identifiés depuis longtemps [72] comme responsables de l'anisotropie à petite échelle du champ scalaire, et plus généralement comme propriété générique du mélange en turbulence, il existe peu de caractérisations expérimentales des fronts thermiques, notamment de leur extension spatiale et de leur fréquence. Sreenivasan (1991) [165], dans une expérience de jet avec colorant, souligne le caractère essentiellement *grande échelle* de ces objets (de par leur extension, leur orientation normale à l'axe de compression moyen et leur fréquence d'apparition), déjà noté par Antonia *et al.* (1986) [9].

Les simulations numériques ne sont pas en accord sur le point de l'épaisseur des fronts. Holzer et Siggia (1994) [78], en turbulence 2D avec un champ de vitesse gaussien, observent une épaisseur de front variant comme l'échelle de Taylor ; Pumir (1994c) [142] observe, lui, une épaisseur variant comme l'échelle de Kolmogorov. Les expériences en turbulence de grille de Tong et Warhaft (1994) [175], à partir d'une étude des événements contribuant le plus à la skewness non nulle, parviennent à la même conclusion de fronts à l'échelle de Kolmogorov.

Il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude expérimentale des caractéristiques de ces fronts — épaisseur, amplitude, occurrence — et de leur évolution avec le nombre de Reynolds, ni de leur influence sur les lois d'échelle anormales du domaine inertiel ; c'est ce que nous nous proposons d'aborder dans cette section.

3.3.1 Définition des fronts

L'observation du signal de la figure 3.4 donne clairement l'intuition de la présence de ces fronts thermiques très raides, qui encaissent un saut de température de l'ordre des fluctuations typiques à grande échelle. Nous avons vu que ces fronts échappent de toute évidence à une description classique en loi d'échelle, qui suppose que les sauts de température à une échelle r soient typiquement en $\theta'(r/L)^{1/3}$. Sur la figure 3.24 est représenté le détail d'un front sur le signal de température et sur sa dérivée.

Comme pour toute démarche tentant d'établir une distinction entre *structure* et *reste*, le choix d'un critère s'impose. Le critère le plus simple consiste en un seuillage sur la dérivée de température ; nous suivons là une démarche analogue à celle développée pour la caractérisation des vermisseaux (voir Belin *et al.* (1996b) [22], Belin (1998) [24] et Willaime *et al.* (1998) [187]). Notons que, contrairement à la méthode de détection des vermisseaux, qui nécessite la modélisation du passage d'un tourbillon sur la sonde afin d'interpréter la dérivée longitudinale de vitesse en termes de vorticité locale, le seuillage sur la dérivée de température que nous introduisons ici est exempt de toute modélisation. Nous nous pencherons ensuite sur l'influence du choix d'un tel seuil sur les caractéristiques de ces fronts.

3.3.2 Largeur et amplitude des fronts

La figure 3.25 résume la méthode de seuillage : on détecte dans le signal les événements dont la dérivée de température excède (en valeur absolue) un seuil s , exprimé en unités d'écart-type :

$$|\partial_x \theta(x_0)| \geq s \langle (\partial_x \theta)^2 \rangle^{1/2}.$$

Cette dérivée est approximée par l'incrément à la plus petite échelle correctement résolue (que nous avons définie comme celle à laquelle la flatness est maximale). L'amplitude du front est définie comme $\delta\theta = |\theta(x_2) - \theta(x_1)|$, telle que la dérivée ne change pas de signe dans l'intervalle $[x_1, x_2]$ avec $x_1 < x_0 < x_2$ (*i.e.* $\theta(x_1)$ et $\theta(x_2)$ sont les températures extrêmes qui encadrent le gradient maximal). La largeur du front est définie comme la distance minimale entre les points tels que la dérivée devienne inférieure à 10 % de sa valeur maximale dans l'intervalle (voir figure 3.25b) ; ce critère est arbitraire, mais conduit à une définition visuellement acceptable¹⁴. Notons par ailleurs

¹⁴La définition $\Delta = x_2 - x_1$, également acceptable, conduit à des largeurs de front légèrement supérieures ; les résultats qui suivent ne dépendent pas de ce choix.

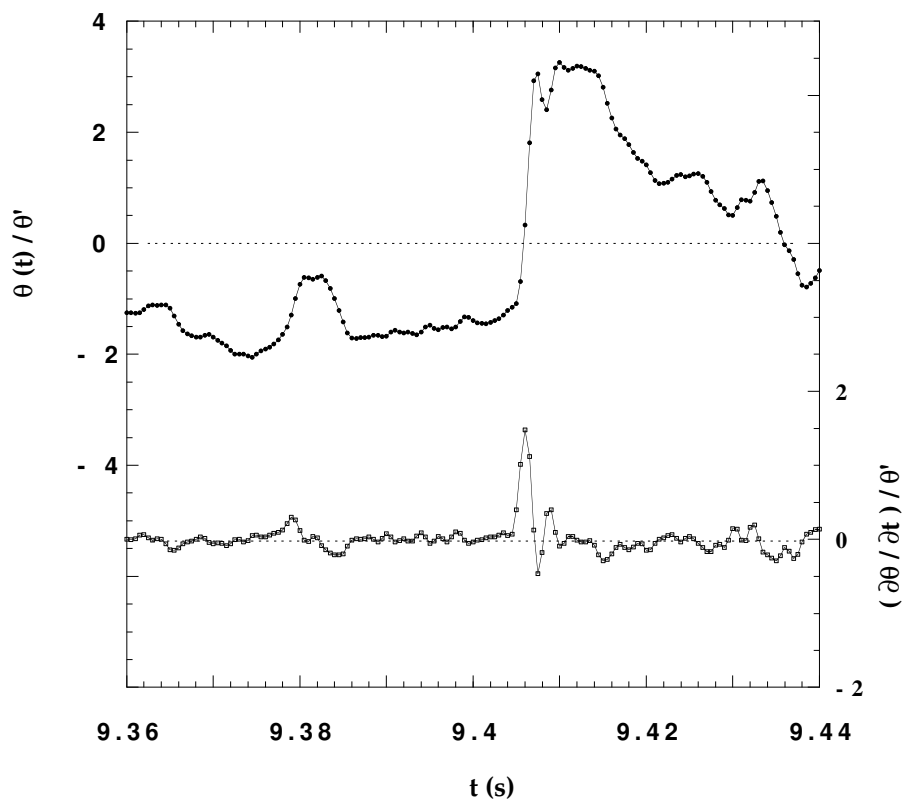


Figure 3.24: Signal de température $\theta(t)/\theta'$ et de la dérivée temporelle de température $\partial\theta/\partial t$, montrant un front thermique en $t=9.406$ s. Amplitude $\simeq 4.3\theta'$, largeur $\simeq 3$ ms. Fichier 65.

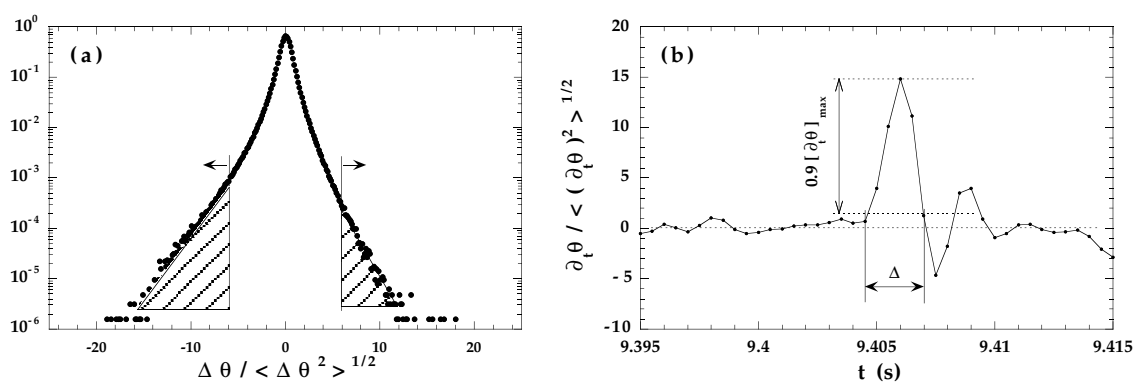


Figure 3.25: (a) Seuillage sur la distribution de dérivée de température (on ne distingue pas les événements positifs et négatifs ; $s = 6$ dans cet exemple, 0.5 % des événements sont sélectionnés, dont 0.35 % d'événements négatifs). (b) Schéma de définition de la largeur d'un front sur la dérivée temporelle de température (voir texte). Fichier 65.

que, dans cette définition, nous ne faisons pas de différence entre gradients positifs et négatifs. Du fait de l'asymétrie à petite échelle observée ($S_{\partial\theta/\partial x} \simeq -0.6$), un tel seuil conduira à un plus grand nombre de fronts négatifs que positifs. Cependant, cet effet n'intervient pas sur les caractéristiques que nous étudierons.

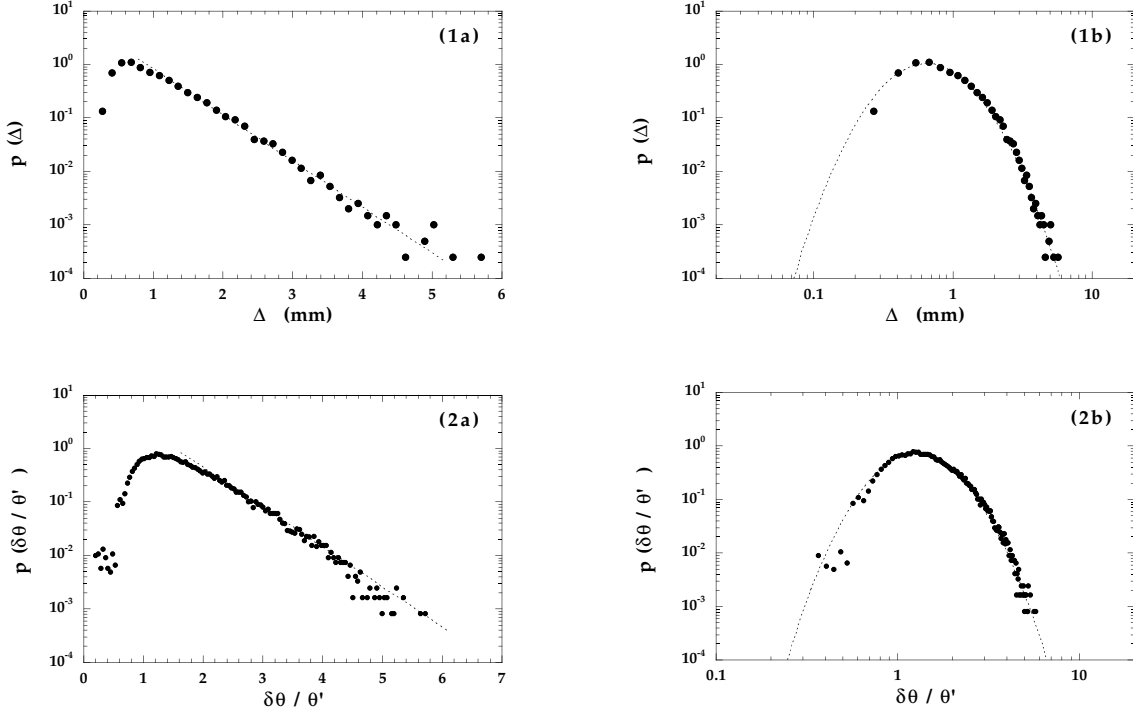


Figure 3.26: Distributions de la largeur et de l'amplitude des fronts, pour un seuil $s = 3$. Fichier 65. $p(\Delta)$ est représenté en coordonnées log-linéaire (1a), avec un ajustement exponentiel, et en coordonnées log-log (1b), avec un ajustement lognormal. De même pour $p(\delta\theta/\theta')$ (2a) et (2b).

Les distributions des largeurs et des amplitudes ainsi définies sont représentées, pour le fichier 65 ($R_\lambda = 280$), sur la figure 3.26 en coordonnées log-log et log-linéaires. Ces figures montrent qu'un ajustement exponentiel reproduit bien les distributions pour $\Delta \geq \langle \Delta \rangle$ et $\delta\theta \geq \langle \delta\theta \rangle$, mais qu'un ajustement log-normal

$$p(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma X}} \exp\left(-\frac{[\ln(X/\bar{X})]^2}{2\sigma^2}\right),$$

(avec $X = \Delta$ ou $\delta\theta$) ajuste mieux la distribution autour des valeurs les plus probables ($X_{max} = \bar{X}e^{-\sigma^2}$). Un tel ajustement a été introduit pour les distributions des caractéristiques des vermiculaires (rayon et vitesse périphérique), avec l'idée que ces objets sont l'étape ultime d'un mécanisme de cascade¹⁵. Sans prétendre ici à aucune analogie, nous constatons que cet ajustement reproduit également de façon remarquable les caractéristiques des fronts thermiques.

Sur les figures 3.27a et 3.28a sont représentés les histogrammes (pdf non normalisées, pour la lisibilité des figures) des largeurs et amplitudes des fronts pour différents seuils. En vis-à-vis nous avons tracé les évolutions des quantités moyennes et quadratiques moyennes en fonction du seuil. Nous mesurons une amplitude de saut dans la gamme $1-5 \theta'$ pour un seuil variant de 3 à 13 unités rms. Cette amplitude croît approximativement linéairement avec le seuil, alors que la largeur du front, elle, dépend à peine du seuil (à moins de 30 %). Nous constatons qu'à seuil plus élevé (c'est-à-dire pour les fronts les plus intenses), les distributions sont légèrement plus piquées

¹⁵Le produit de variables aléatoires gaussiennes suit la loi lognormale, *i.e.* son logarithme suit une loi gaussienne.

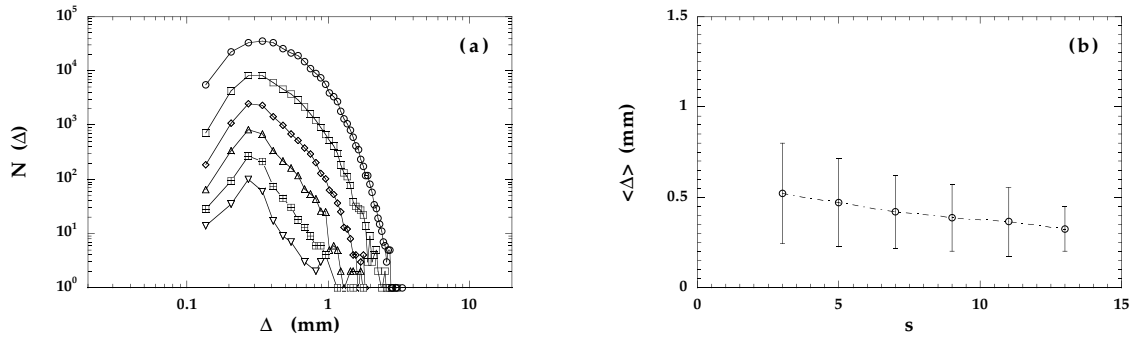


Figure 3.27: (a) : Histogramme des largeurs de fronts pour les valeurs de seuil $s=3, 5, 7, 9, 11, 13$ (de haut en bas). (b) : Largeur moyenne des fronts en fonction du seuil ; les barres d'erreur indiquent la largeur quadratique moyenne. Fichier 78.

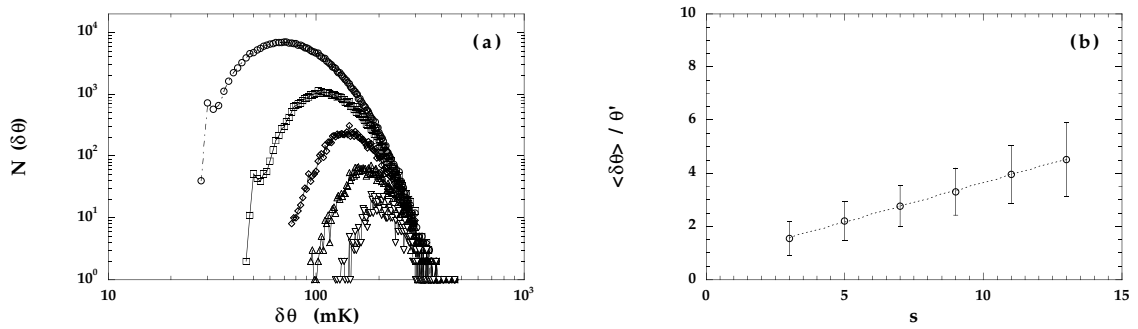


Figure 3.28: (a) : Histogramme des amplitudes de fronts pour les valeurs de seuil $s=3, 5, 7, 9, 11$ (de haut en bas). (b) : Amplitude moyenne des fronts en fonction du seuil ; les barres d'erreur indiquent l'amplitude quadratique moyenne, et le trait pointillé un ajustement linéaire $\langle \delta\theta \rangle / \theta' \sim \gamma s$ (voir texte). Fichier 78.

autour de leur valeur moyenne. Nous constatons que la valeur moyenne $\langle \Delta \rangle$ a tendance à diminuer, mais que la valeur la plus probable reste constante. Dans cet exemple, nous mesurons

$$\begin{aligned} \langle \Delta \rangle &\simeq 0.4 \text{ mm} \simeq 12\eta \\ \langle (\Delta - \langle \Delta \rangle)^2 \rangle^{1/2} &\simeq 5\eta. \end{aligned} \quad (3.29)$$

La faible dépendance de cette largeur de front en fonction du seuil suggère clairement que les objets ainsi définis existent bel et bien dans le signal, et ne sont pas un artefact de notre méthode de seuil.

Si nous supposons que le signal de température est composé d'une distribution de fronts de largeur fixe et d'amplitude variable, notre critère de détection

$$\left| \frac{\partial \theta}{\partial x} \right| \simeq \frac{\langle \delta \theta \rangle}{\langle \Delta \rangle} \geq s$$

conduit effectivement à la dépendance linéaire $\langle \delta \theta \rangle \sim s$ observée. En effet, un tel critère de sélection, basé sur l'intensité du gradient de température, conduit à un biais : à seuil fixé, les fronts les plus larges sont les plus intenses. Cet effet peut être vu sur le coefficient de corrélation amplitude-largeur

$$\rho = \frac{\langle (\Delta - \langle \Delta \rangle)(\delta \theta - \langle \delta \theta \rangle) \rangle}{\langle (\Delta - \langle \Delta \rangle)^2 \rangle^{1/2} \langle (\delta \theta - \langle \delta \theta \rangle)^2 \rangle^{1/2}}. \quad (3.30)$$

La figure 3.29 représente ce coefficient en fonction du seuil. Il prend des valeurs relativement élevées (entre 0.45 et 0.65), ce qui confirme bien la forte corrélation entre largeur et amplitude.

Cette première observation nous permet de conclure que les fronts thermiques, ainsi définis, présentent une certaine dispersion d'amplitude (tout en restant de l'ordre de θ'), mais semblent avoir une épaisseur relativement bien définie.

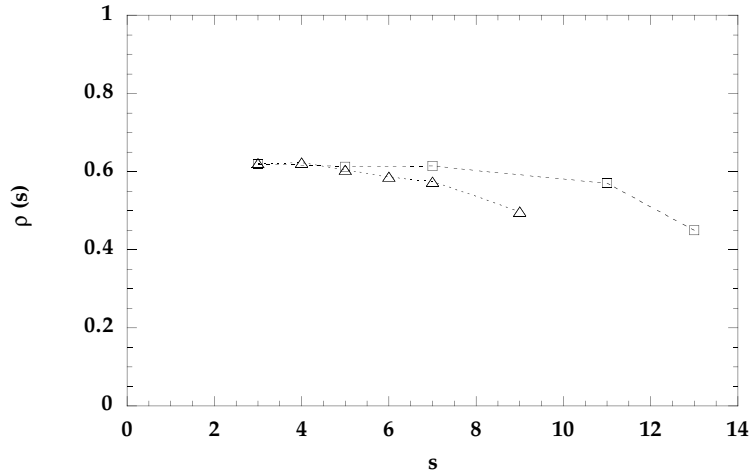


Figure 3.29: Coefficient de corrélation largeur–amplitude de fronts (3.30), en fonction du seuil s . Triangle : $R_\lambda = 230$. \square : $R_\lambda = 280$

3.3.3 Forme moyenne des fronts

La figure 3.30 montre la forme moyenne du signal sélectionné, pour deux valeurs différentes du seuil s . On voit que ces formes sont très proches ; cependant, à seuil élevé, on peut deviner une évolution de la forme moyenne sur les extrémités, plus proche d'une forme en "marche d'escalier" qu'à faible seuil. Cette tendance correspond bien à l'image d'un front séparant deux régions voisines de température très différente. On retrouve visuellement cette allure de signal en créneaux sur l'exemples de la figure 3.24.

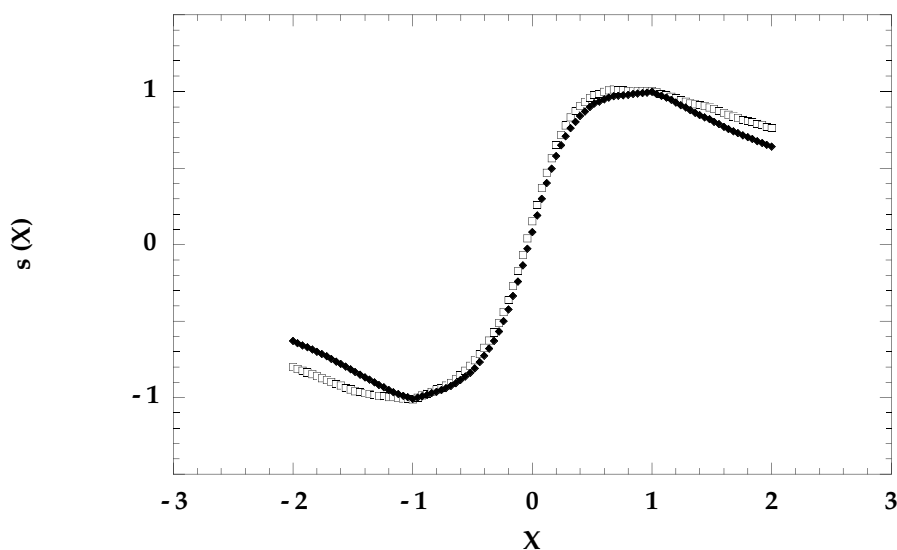


Figure 3.30: Forme moyenne des fronts, normalisée de telle sorte que les valeurs extrêmes soient $s(\pm 1) = \pm 1$. \bullet : $s = 3$, \square : $s = 11$. Fichier 65.

On peut noter également qu'il n'apparaît pas de différence notable de forme entre les fronts sélectionnés par gradients positifs et négatifs — la seule différence réside dans le nombre d'événements sélectionnés, voir la figure 3.25. Cette observation conforte l'image exprimée dans la section précédente, celle de l'aspect “*crénelé*” du signal plutôt que “*dent de scie*”.

Une telle étude de la forme du signal sélectionné par un critère de seuil sur le gradient a été effectuée par Belin (1998) [24] pour le signal de vitesse, afin de déterminer la signature caractéristique des vermisseaux. On observe que la forme moyenne du signal de température est plus proche d'une marche d'escalier que celle du signal de vitesse, qui elle se rapproche d'un “S”. Le même conditionnement sur un signal aléatoire, effectué par Belin (1998) [24], permet également de conclure que la forme associée aux fronts thermiques est bien une caractéristique propre du signal de température. Là encore, l'image d'un front raide séparant deux régions de température à peu près uniforme s'en trouve confirmée.

3.3.4 Evolution de la taille des fronts avec R_λ

Le point crucial est maintenant d'étudier l'évolution de la taille des fronts ainsi définis en fonction du nombre de Reynolds. Il semble délicat d'étudier de même l'évolution de l'amplitude de ces fronts, puisque ceux-ci dépendent de façon importante du seuil ; un seuil fixe risque d'introduire un biais, les distributions de dérivée de température s'élargissant avec le nombre de Reynolds (voir la figure 3.23). Nous nous contenterons donc ici de caractériser la taille des fronts, dont nous avons montré qu'elle était indépendante du choix du seuil.

Il est possible, à partir de la relation linéaire mise en évidence entre le seuil et l'amplitude moyenne des fronts, d'écrire la taille moyenne des fronts en fonction de l'échelle de Taylor. Nous définissons le nombre sans dimension γ tel que

$$\langle \delta\theta \rangle / \theta' \simeq \gamma s, \quad (3.31)$$

à partir d'un ajustement linéaire de l'amplitude moyenne des fronts. Dans l'exemple de la figure 3.28b, nous mesurons $\gamma \simeq 0.30$. Si nous supposons que les fronts sélectionnés à un seuil s ont essentiellement un gradient (normalisé) égal à s , nous obtenons :

$$\langle \delta\theta \rangle \simeq \gamma \theta' \frac{|\partial_x \theta|}{\langle (\partial_x \theta)^2 \rangle^{1/2}} \simeq \gamma \lambda_\theta |\partial_x \theta|,$$

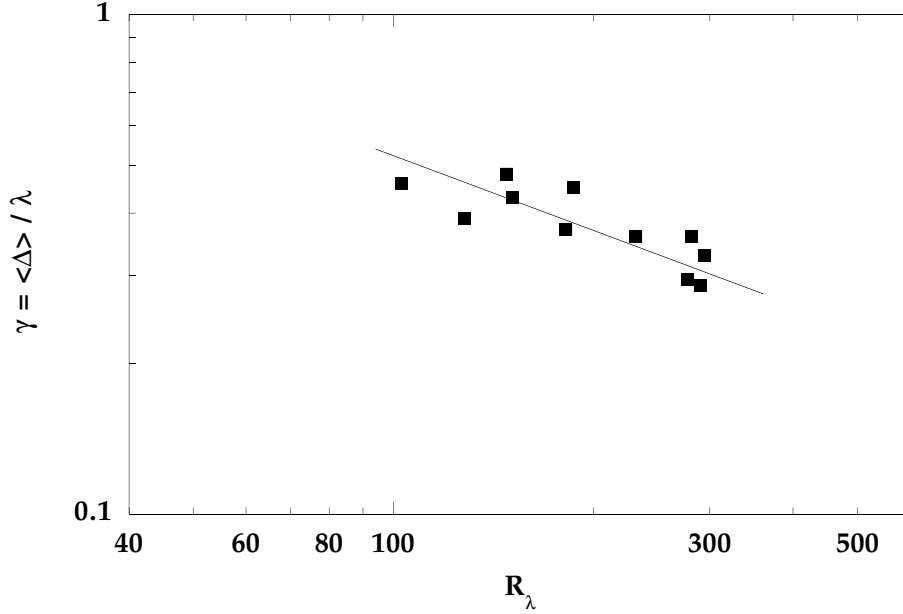


Figure 3.31: Coefficient $\gamma = \langle \Delta \rangle / \lambda_\theta$ en fonction de R_λ , calculé à partir de l'ajustement linéaire (3.31). Le trait plein représente le meilleur ajustement par une loi en $R_\lambda^{-1/2}$.

où nous avons utilisé la définition de l'échelle de Taylor (1.12). Donc la taille moyenne d'un front, que l'on peut écrire $\langle \Delta \rangle \simeq \delta\theta / |\partial_x \theta|$ si l'on suppose un profil linéaire entre ses deux extrémités, devient

$$\langle \Delta \rangle \simeq \gamma \lambda_\theta. \quad (3.32)$$

Le facteur γ , que nous avons introduit dans l'ajustement (3.31), peut donc s'interpréter comme le rapport de la largeur moyenne des fronts et de l'échelle de Taylor. Nous avons représenté sur la figure 3.31 l'évolution de γ en fonction de R_λ . Malgré la dispersion et la faible gamme de nombres de Reynolds, nous constatons néanmoins une décroissance, dont le meilleur ajustement par une loi de puissance donne :

$$\gamma \simeq (5.2 \pm 0.4) R_\lambda^{-0.4 \pm 0.1}. \quad (3.33)$$

Nous pouvons donc en conclure que, sur la gamme de Reynolds accessible, la largeur des fronts diminue plus rapidement que l'échelle de Taylor ($\lambda_\theta \sim R_\lambda^{-1}$), soit un comportement très proche de l'échelle de Kolmogorov

$$\langle \Delta \rangle \sim \eta \sim R_\lambda^{-3/2}.$$

Sur l'ensemble des fichiers, nous obtenons :

$$\langle \Delta \rangle \simeq (13 \pm 3) \eta. \quad (3.34)$$

Nous obtenons par cette démarche une largeur moyenne de fronts variant comme l'échelle de Kolmogorov. Ce résultat a d'importantes conséquences, que nous allons discuter dans la suite. Bien entendu, la loi d'échelle $\langle \Delta \rangle \sim R_\lambda^{-3/2}$ nécessite, afin d'être confirmée, une gamme de nombres de Reynolds plus étendue.

Remarque sur la taille des fronts

Si nous extrapolons l'ajustement (3.33), nous obtenons $\gamma \simeq 1$ pour $R_\lambda \simeq 30 \pm 10$, valeur extrêmement faible pour laquelle on ne peut évidemment pas considérer la turbulence comme développée. A de

tels nombres de Reynolds, la taille des fronts est fixée par l'échelle de diffusion thermique associée à l'étirement grande échelle $S \simeq u'/L$, soit¹⁶ :

$$\langle \Delta \rangle \simeq \lambda \simeq \sqrt{\frac{\kappa}{S}}.$$

Ce résultat est très cohérent : à très faible nombre de Reynolds, les fronts thermiques séparent des structures grandes échelles non mélangées, et leur épaisseur correspond donc à l'épaisseur de la frontière entre ces structures, donnée par l'échelle de Taylor. A nombre de Reynolds plus élevé, les fronts séparent des structures de plus en plus petites, dont la taille suit l'échelle de Kolmogorov, et l'on retrouve bien la loi d'échelle observée $\langle \Delta \rangle \sim R_\lambda^{-3/2}$.

Cependant, il est raisonnable de penser que pour des écoulements cisailés dominés par une instabilité grande échelle $S = u'/L$ (comme à la frontière d'un jet chauffé [9]), même aux plus hauts nombres de Reynolds, on doit retrouver une épaisseur de front attachée à l'échelle de Taylor, et donc une loi d'échelle en R_λ^{-1} . Ce n'est que dans les écoulements suffisamment homogènes qu'un comportement en $\langle \Delta \rangle \sim R_\lambda^{-3/2}$ peut être observé.

3.3.5 Répartition des fronts

Répartition et skewness

Un point crucial, pour la compréhension de la persistance de l'anisotropie petite échelle à haut nombre de Reynolds, est la fréquence d'apparition des fronts, ou la fraction d'espace qu'ils occupent. En effet, si l'on suppose que la skewness est dominée par la présence de fronts d'amplitude $\langle \delta\theta \rangle \sim \theta'$ et de largeur $\langle \Delta \rangle \sim \eta$, leur contribution au moment d'ordre 3 sera de $(\theta'/\eta)^3$. On en déduit pour la skewness la loi

$$S_{\partial\theta/\partial x} = \frac{\langle (\partial\theta/\partial x)^3 \rangle}{\langle (\partial\theta/\partial x)^2 \rangle^{3/2}} \simeq \frac{\Gamma(\theta'/\eta)^3}{(\epsilon_\theta/\kappa)^{3/2}} \sim \Gamma \frac{R_\lambda^{9/2}}{R_\lambda^3} \sim \Gamma R_\lambda^{3/2}, \quad (3.35)$$

où Γ est la fraction (linéique) d'espace occupé par les fronts, suivant ainsi la notation introduite par Holzer et Siggia (1994) [78]. Pour être en accord avec nos données (voir la figure 3.23b), cette loi impose une fraction Γ décroissante avec R_λ .

Pour retrouver un comportement $S_{\partial\theta/\partial x} \simeq \text{cste}$, il faut donc supposer que cette fraction d'espace occupé par les fronts, responsable de cette asymétrie, diminue comme $R_\lambda^{-3/2}$. Nous pouvons relier cette fraction d'espace à la séparation moyenne entre fronts :

$$\Gamma = \frac{\langle \Delta \rangle}{\langle \delta r \rangle}, \quad (3.36)$$

où δr est la distance entre deux fronts successifs. Dans l'analyse de la Ref. [78], l'épaisseur des fronts suit l'échelle de Taylor $\lambda \sim R_\lambda^{-1}$, et la condition de skewness constante conduit à une distance moyenne entre fronts $\langle \delta r \rangle \sim R_\lambda^{1/2}$, c'est-à-dire à des fronts de plus en plus rares. En revanche, nos observations sur l'épaisseur des fronts suggèrent, pour respecter cette contrainte $S_{\partial\theta/\partial x} \simeq \text{cste}$, que leur fraction volumique diminue en $\Gamma \sim R_\lambda^{-3/2}$, impliquant une distance moyenne entre fronts indépendante du nombre de Reynolds.

Distribution de l'espace entre fronts

Pour étudier la distance moyenne entre fronts $\langle \delta r \rangle$, introduisons la densité de probabilité $p(\delta r)$ de distance entre fronts. $p(\delta r)d\delta r$ représente la probabilité pour que, ayant un front en 0, le suivant apparaisse à une distance comprise entre δr et $\delta r + d\delta r$. Bien entendu, cette distribution

¹⁶Cette échelle est l'analogie du rayon de Burgers pour un tourbillon, résultant de l'équilibre entre étirement et diffusion visqueuse.

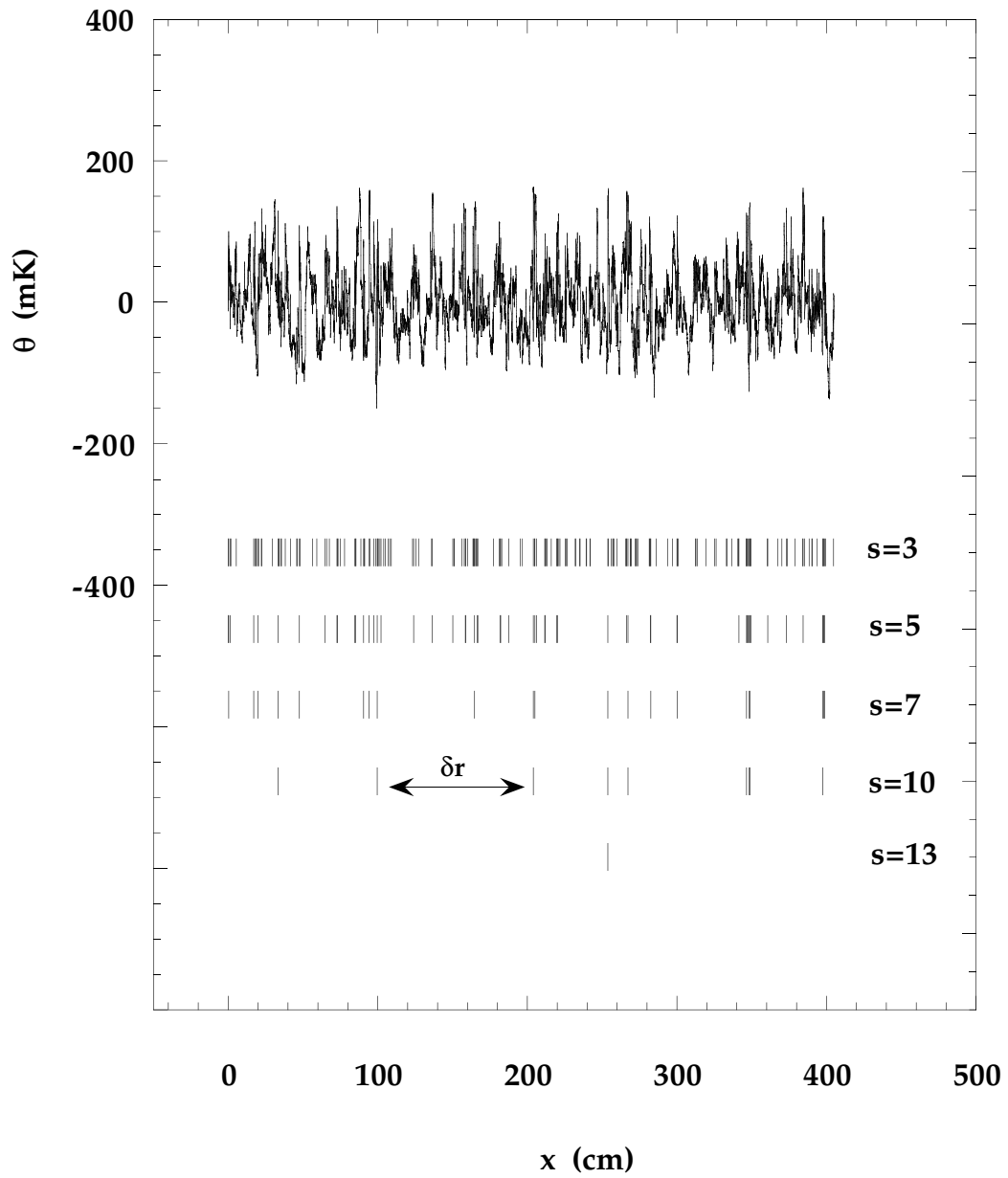


Figure 3.32: Extrait de signal de température (en haut), et position des fronts pour différents seuils $s = 3, 5, 7, 10, 13$; ces positions laissent apparaître une répartition hiérarchique des gradients, qui se reflète dans la distribution des écarts δr entre deux fronts successifs. Fichier 65.

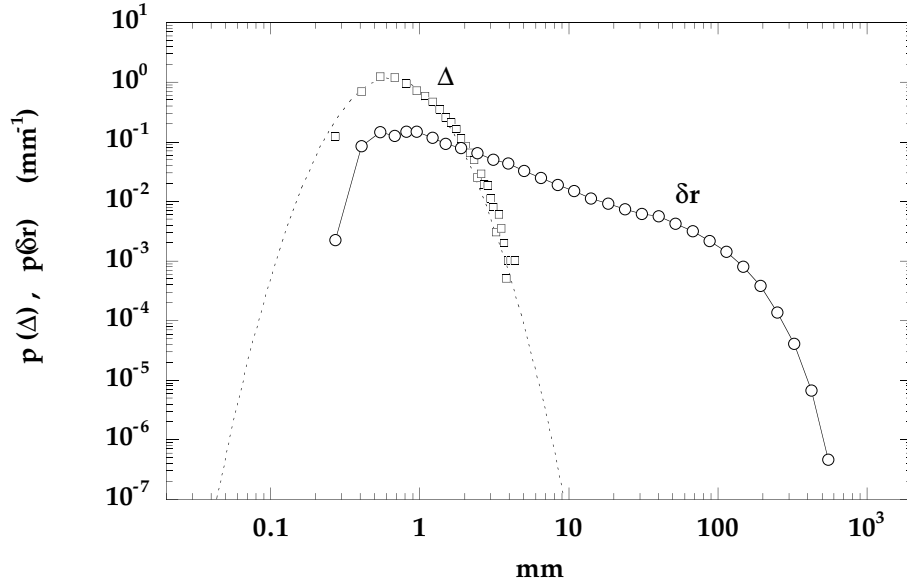


Figure 3.33: \square : Distribution de la largeur des fronts $p(\Delta)$, et \circ : Distribution de la distance d'attente entre fronts $p(\delta r)$, pour un seuil $s=4$. Fichier 65.

dépend du seuil choisi : sur la figure 3.32 sont représentés, en-dessous d'un long extrait de signal (correspondant à 570 échelles intégrales), des segments indiquant la position des fronts, pour 5 seuils différents. Pour le seuil le plus élevé, $s = 13$, seul un front est détecté sur cet échantillon de signal.

Sur la figure 3.33 sont représentées ensemble les distributions de largeurs de fronts Δ et de distances entre fronts δr , en coordonnées logarithmiques. Nous constatons dans un premier temps que la distribution de δr est extrêmement large, entre $\langle \Delta \rangle \simeq 0.3$ mm et 50 cm environ. L'histogramme de cette distribution a été calculé avec des canaux de largeur croissante, afin de garder un nombre moyen d'événements par canal supérieur à 1 et réduire la dispersion pour les événements les plus rares. Par ailleurs, la valeur la plus probable de ces deux distributions coïncide, à environ 0.6 mm : il est naturel que la distance entre fronts soit au moins supérieure à la largeur entre fronts.

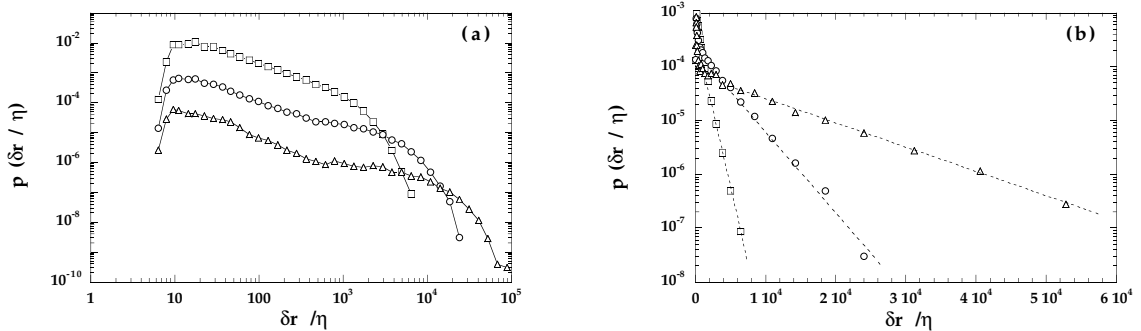


Figure 3.34: (a) : pdfs des écarts entre fronts, pour différents seuils, en log-log. \square : $s=3$; \circ : $s=5$; \triangle : $s=7$. Les pdf pour $s=5$ et $s=7$ ont été décalées de facteurs 10 et 100 respectivement, pour la lisibilité. (b) : mêmes pdfs, tracées en log-linéaire. Les traits pointillés sont des ajustements exponentiels des queues de pdf. Fichier 67.

Les figures 3.34a et b montrent les distributions $p(\delta r/\eta)$ pour différents seuils, en coordonnées log-log et log-linéaires. Deux comportements apparaissent clairement : sur le tracé en échelles log-

log, nous voyons que ces pdf ont un comportement en loi de puissance, *grosso modo* pour $r/\eta = 10$ à 1000 , c'est-à-dire sur toute l'étendue du domaine inertiel. Pour les échelles plus grandes ($r \simeq 1000\eta$), un second régime apparaît, que l'on peut clairement ajuster par une loi exponentielle (figure b).

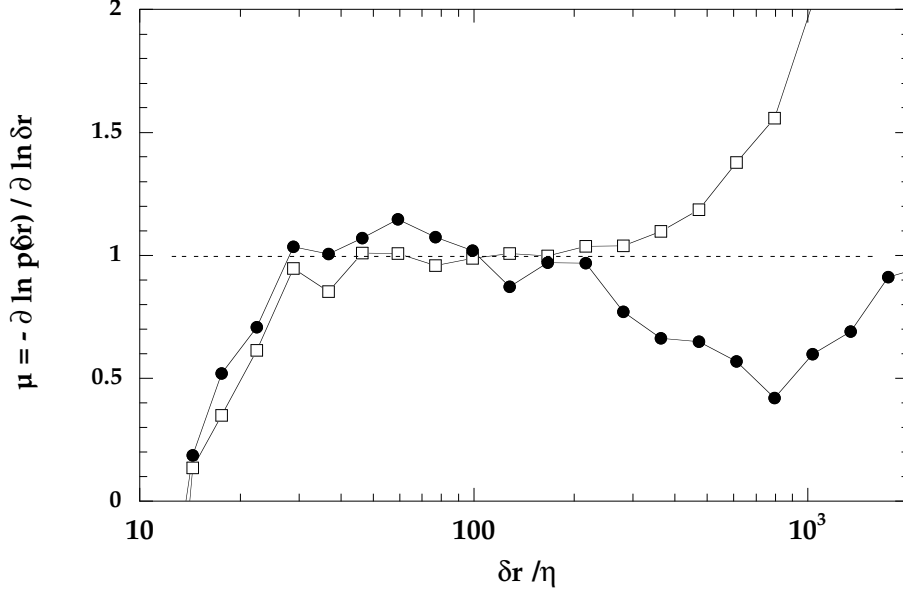


Figure 3.35: Exposant local μ des distributions précédentes, pour \square : $s=3$; \bullet : $s=5$ (la distribution à seuil $s=7$ est très bruitée). Fichier 67.

Pour les distances du domaine inertiel, les écarts entre fronts apparaissent avec une probabilité plus importante pour les plus petits écarts, ce qui signifie que les fronts ont tendance à apparaître groupés. Plus précisément, une telle distribution algébrique des intervalles du domaine inertiel indique une répartition autosimilaire des fronts, c'est-à-dire un amassement hiérarchique des fronts. Nous pouvons ajuster ces distributions par une loi de puissance,

$$p(\delta r) \sim \delta r^{-\mu},$$

dont l'exposant μ est proche de 1. La façon la plus précise de déterminer cet exposant est d'étudier l'évolution de l'exposant local, défini comme (moins) la dérivée logarithmique :

$$\mu = -\frac{\partial \ln p(\delta r)}{\partial \ln \delta r}$$

Sur la figure 3.35 est représenté cet exposant local, qui est très proche de 1 pour $r = 24-300 \eta$, ce qui couvre effectivement tout le domaine inertiel à ce nombre de Reynolds ($R_\lambda = 230$). Cet exposant local est assez dispersé, mais il faut noter que ce critère de la dérivée logarithmique est extrêmement sensible.

Nous voyons qu'aux grandes échelles, les écarts entre fronts suivent une loi de Poisson, caractéristique d'événements statistiquement indépendants. Nous pouvons ajuster avec une excellente précision la queue de distribution par une loi exponentielle

$$p(\delta r) \sim \exp(-\delta r/L_p),$$

où L_p est l'échelle caractéristique de la contribution exponentielle. Par construction, cette échelle croît fortement avec le seuil : les fronts plus intenses sont nécessairement plus distants. Par contre, l'échelle de coupure L_c , définie par l'intersection de la contribution exponentielle et de la contribution algébrique, semble indépendante du seuil. Nous mesurons

$$L_c \simeq (2.4 \pm 0.1)\Lambda_\theta$$

pour $s = 3-9$ (où $\Lambda_\theta \simeq 7.0$ mm est l'échelle intégrale, définie sur la fonction d'autocorrélation). Cette échelle de coupure de la loi algébrique, au-delà de laquelle les fronts peuvent être considérés comme statistiquement indépendants, est donc bien liée à la grande échelle.

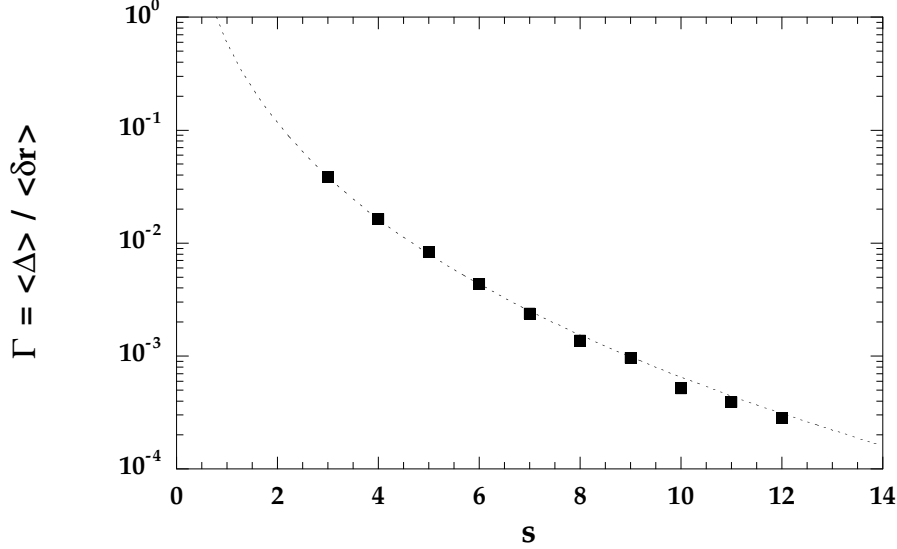


Figure 3.36: Densité linéique de fronts Γ , pour différents seuils. La ligne pointillée est le meilleur ajustement par une exponentielle étirée $\sim \exp[-\beta s^\alpha]$, avec $\alpha = 0.27$ et $\beta = 7.9$. Fichier 67.

Nous pouvons maintenant déduire la fraction d'espace occupé par les fronts Γ , introduite précédemment, de la distribution d'espace entre front :

$$\Gamma = \frac{\langle \Delta \rangle}{\langle \delta r \rangle}, \quad \text{où } \langle \delta r \rangle = \int_0^\infty \delta r p(\delta r) d\delta r. \quad (3.37)$$

La figure 3.36 représente cette fraction en fonction du seuil. Soulignons que la largeur moyenne des fronts $\langle \Delta \rangle$ est, elle, indépendante du seuil (voir la figure 3.27).

Cette figure montre qu'un ajustement en exponentielle étirée (3.17) reproduit remarquablement bien la dépendance de Γ en s , avec les mêmes paramètres α et β que ceux ajustant les distributions de gradient de température (voir par exemple la figure 3.10, p. 105). Ceci peut se comprendre de la façon suivante : Sachant que la largeur des fronts dépend peu du seuil, chaque front contribue également à la distribution des dérivées de température ; on peut alors comprendre la loi $\Gamma(s)$ en écrivant la fraction d'espace occupé par les fronts sous la forme (voir les parties hachurées sur la figure 3.25) :

$$\Gamma(s) = \int_{|\partial_x \theta / \sigma| \geq s} p(\partial_x \theta) d\partial_x \theta.$$

On peut montrer¹⁷ en effet que, pour une pdf se comportant en exponentielle étirée, l'intégrale des ailes de cette pdf se comporte, pour s suffisamment grand, également comme une exponentielle étirée de variable s .

Remarquons que la distribution des gradients seule ne permet en aucun cas d'en déduire la répartition des fronts. La seule information contenue dans la distribution des gradients est la *moyenne* de cette répartition (premier moment de $p(\delta r)$), c'est-à-dire la distance moyenne entre deux fronts.

¹⁷Un changement de variable $t = \beta x^\alpha$ permet d'exprimer l'intégrale de la pdf en fonction de $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt$, dite "fonction Γ incomplète" (voir Arfken [12]), dont on peut montrer qu'elle se comporte asymptotiquement comme la pdf elle-même.

Avec une loi de puissance proche de δr^{-1} , la moyenne ¹⁸ $\langle \delta r \rangle$ (et les autres moments) est contrôlée par les bornes de cette loi de puissance, soit $\langle \Delta \rangle$ et L . Si l'on écrit, pour simplifier à l'extrême (avec $\mu=1$), la distribution d'écart entre fronts sous la forme :

$$p(\delta r) = \begin{cases} A/\delta r & \text{pour } \langle \Delta \rangle \leq \delta r \leq L, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

(où $A = \ln^{-1}(L/\langle \Delta \rangle)$ normalise la pdf à l'unité), on obtient $\langle \delta r \rangle = A(L - \langle \Delta \rangle) \simeq AL$, d'où :

$$\Gamma = \ln(L/\langle \Delta \rangle) \frac{\langle \Delta \rangle}{L} \sim R_\lambda^{-3/2} \ln(R_\lambda),$$

c'est-à-dire une fraction volumique qui, à la correction logarithmique près, décroît comme $R_\lambda^{-3/2}$. Cette situation correspond bien à un nombre de front constant par grande échelle, et donc (voir l'équation (3.35)) à une skewness indépendante du nombre de Reynolds. Nous ne prétendons pas ici démontrer, ni même expliquer, la persistance d'anisotropie à petite échelle pour le champ scalaire. Nous montrons simplement que celle-ci est compatible avec

- Une épaisseur de front variant comme l'échelle de Kolmogorov,
- Un nombre moyen de fronts par grande échelle (*i.e.* une distance moyenne entre fronts) indépendante du nombre de Reynolds.

Une étude systématique sur une grande gamme de nombres de Reynolds est nécessaire pour confirmer ce point.

Echelles associées aux fronts

Résumons nos observations :

1. La répartition des fronts est auto-similaire pour des distances du domaine inertiel. De plus, nous avons montré que la largeur des fronts suit l'échelle de Kolmogorov. Ces quantités semblent liées à l'aspect "*petite échelle*" des fronts, et confortent l'image classique de cascade auto-similaire.
2. D'un autre côté, l'observation de distributions algébriques de temps d'attente conduit à un nombre de fronts constant par grande échelle, en accord avec la persistance d'anisotropie à petite échelle dans la limite des grands nombres de Reynolds. L'amplitude des fronts et leur contribution à l'anisotropie sont des mesures sensibles cette fois-ci à l'aspect "*grande échelle*" des fronts.

Une telle influence "*mixte*" sur les statistiques des fluctuations de température n'est évidemment pas choquante et se comprend aisément sur la géométrie des fronts eux-même : étant sous forme de feuillets, ces objets présentent une extension spatiale petite dans une direction (direction de compression) et grande selon les deux autres. Ces observations confirment qu'une approche locale dans l'espace des échelles est pertinente pour les propriétés moyennes (spectre), mais clairement insuffisante pour caractériser complètement le comportement du champ scalaire passif.

Discussion sur l'influence des fronts sur les exposants de fonction de structure

Nous allons tenter de comprendre comment la présence de fronts dans le signal, dont l'épaisseur est l'échelle dissipative, peut affecter les lois d'échelle apparaissant dans le domaine inertiel. Pour cela, nous pouvons émettre l'hypothèse — très réductrice — que les objets responsables de ces lois anormales sont des fronts d'amplitude $\delta\theta = \theta'$ et de largeur $\Delta \sim \eta$ constantes, et observer les conséquences sur les exposants.

¹⁸Une loi de puissance en $p(x) \sim x^{-\mu}$ a ses moments d'ordre $\geq \mu$ qui divergent. En pratique, une coupure à $x \sim L$ sature les moments $n \geq \mu$ à $\langle x^n \rangle \sim L^n$. (Même remarque pour la divergence à petit x).

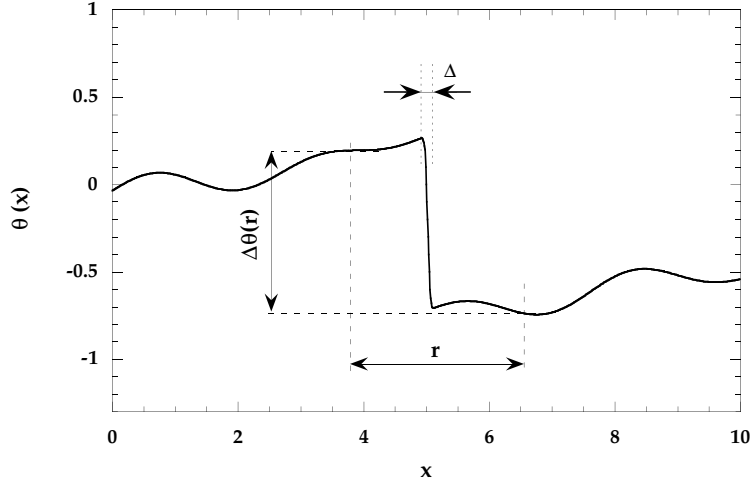


Figure 3.37: Schéma représentant un front isolé ($\delta\theta = 1$, $\Delta \simeq 0.2$) dans un signal régulier. Lorsque l'incrément enjambe le front, on a $\Delta\theta(r) \simeq \delta\theta$, pour $r > \Delta$.

Prenons pour commencer l'exemple (figure 3.37) d'un front isolé, de taille $r = \Delta$ et d'amplitude $\delta\theta$, au milieu d'un signal régulier (*i.e.* d'exposant $\xi_n = n$) de fluctuations typiques très petites devant l'amplitude du front. Pour des distances $r > \Delta$, et pour x tel que l'incrément enjambe le front, on a $\theta(x+r) - \theta(x) \simeq \delta\theta$, d'où

$$[\theta(x+r) - \theta(x)]^n \simeq (\delta\theta)^n r^0$$

soit, si l'on suppose toujours que l'incrément enjambe le front, $\xi_n = 0$ (ainsi qu'un spectre en $k^{-1-\xi_2} = k^{-1}$, de façon similaire à la cascade de Batchelor).

Considérons maintenant le cas d'une distribution de fronts intenses, et voyons, étant donnée la loi $p(\delta r)$ des intervalles entre fronts, quel comportement il est possible de déduire des exposants de fonction de structure. Notant $P(r)$ la probabilité qu'un segment de taille r enjambe au moins un front, on a :

$$\langle [\Delta\theta(r)]^n \rangle = \theta^n P(r).$$

Pour écrire $P(r)$, considérons dans un premier temps un intervalle constant δr_0 entre fronts ; la probabilité, conditionnée par cette contrainte, vaut 1 si la taille du segment est supérieure à la distance entre fronts, et $r/\delta r_0$ sinon, soit :

$$P(r; \delta r_0) = \min\left(1, \frac{r}{\delta r_0}\right).$$

Alors, connaissant $p(\delta r)$ la distribution des intervalles entre fronts, on peut calculer la probabilité $P(r)$ en moyennant les probabilités conditionnelles $P(r; \delta r)$ pondérées par la distribution des intervalles δr , soit :

$$P(r) = \int_0^\infty p(\delta r) P(r; \delta r) d\delta r = \int_0^r p(\delta r) d\delta r + r \int_r^\infty \frac{p(\delta r)}{\delta r} d\delta r.$$

On retrouve bien le résultat précédent en choisissant une répartition périodique entre fronts, c'est-à-dire pour des intervalles distribués selon $p(\delta r) = \delta(\delta r - \delta r_0)$.

Notons que ceci n'est vrai que si les intervalles entre fronts ne sont pas corrélés entre eux¹⁹. Ce point peut être vérifié expérimentalement, en calculant la fonction d'autocorrélation entre deux

¹⁹Ce point est quelque peu délicat : Les fronts sont bien entendu spatialement très corrélés à petite échelle, puisque leur distribution de temps d'attente est algébrique, signature d'un amassement hiérarchique. Ceci ne signifie pas pour autant que les intervalles entre fronts soient eux-mêmes corrélés. Il est difficile de se faire une idée sur ce point par la simple observation des séquences d'apparition des fronts, comme sur la figure 3.32.

intervalles i et $i+n$:

$$\rho_{\delta r}(n) = \frac{\langle \delta r_i \delta r_{i+n} \rangle}{\langle \delta r_i^2 \rangle},$$

où δr_i est le i^{eme} intervalle (de moyenne nulle), entre les i et $i+1^{eme}$ fronts. On obtient expérimentalement $\rho_{\delta r}(1) \simeq 7\%$ et $\rho_{\delta r}(2) \simeq 3\%$, ce qui suggère une très légère tendance à la corrélation entre intervalles proches voisins (une sorte de *sur*-corrélation entre fronts, qui surviennent en cascade). Toutefois celle-ci est suffisamment faible pour être négligée en première approche.

Si nous considérons une distribution d'intervalle δr entre fronts, pour $\mu < 1$, de la forme

$$p(\delta r) = \begin{cases} [(1-\mu)L]^{-1}(\delta r/L)^{-\mu} & \text{pour } \Delta < \delta r < L, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

on obtient la probabilité pour qu'un segment de taille r enjambe (au moins) un front :

$$P(r) = \frac{1}{\mu(1-\mu)} \left(\frac{r}{L} \right)^{1-\mu} + \text{cste}, \quad \Delta < r < L.$$

En reportant cette probabilité dans l'expression des fonctions de structure, on obtient l'exposant asymptotique :

$$\xi_\infty = 1 - \mu,$$

soit $0 < \xi_\infty < 1$, ce qui n'est pas vérifié par l'expérience. Dans le cas $\mu=1$, on obtient

$$P(r) = \frac{1}{\ln(L/\Delta)} \left(1 - \frac{r}{L} + \ln(r/\Delta) \right), \quad \Delta < r < L,$$

c'est-à-dire aucune loi d'échelle. On voit donc que l'hypothèse de fronts d'amplitude fixe et de largeur moyenne $\sim \eta$ conduit nécessairement à un exposant asymptotique < 1 (voire à aucun exposant pour $\mu=1$), beaucoup plus "intermittent" que ce que nous observons (3.22). Il est donc important de tenir compte de la distribution d'amplitude ou de largeur des fronts pour comprendre la saturation des exposants que nous observons.

Le problème de la largeur des fronts est, d'un point de vue expérimental, délicat à aborder lorsqu'on ne dispose que d'une série temporelle $\theta(t)$: La méthode de seuillage sur le gradient ne donne accès qu'aux fronts les plus raides, et les répartitions algébriques observées ne concernent a priori que les fronts de largeur moyenne $\langle \Delta \rangle \simeq \eta$. La question de la contribution des fronts plus larges aux lois d'échelle du domaine inertiel est bien plus compliquée.

Nous voyons qu'il n'est pas possible, à partir d'un simple modèle de fronts intenses distribués algébriquement, de reproduire la tendance à la saturation des exposants que nous observons : un tel modèle conduit nécessairement à un exposant limite $\xi_\infty < 1$. Afin d'expliquer cette saturation des exposants en terme de fronts, il est nécessaire de prendre en compte soit (i) les fronts de toutes les épaisseurs, et pas seulement les plus intenses, soit (ii) la tendance à la "sur-corrélation" des fronts, c'est-à-dire la tendance à la corrélation des intervalles entre fronts.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats de nouvelles expériences de fluctuations de température mélangées par un champ turbulent. De telles mesures sont effectuées pour la première fois dans l'hélium à basse température. Bien qu'elles ne couvrent pour l'instant qu'une gamme de nombres de Reynolds limitée à 100 – 300 (pour les raisons expliquées au chapitre 1), la perspective d'étendre dans un futur proche cette gamme à $R_\lambda \sim 2000$ est extrêmement encourageante.

Dans un premier temps, nous avons analysé les fluctuations thermiques sous l'aspect statistique "classique". Nous avons montré que le spectre de température $E_\theta(k)$ s'approchait de la loi d'Obukhov-Corrsin [54, 125] à nombre de Reynolds croissant (la pente du spectre croissant de 1.3 à 1.65 pour R_λ entre 100 et 300). Nous avons étudié en détail les distributions et les fonctions de structure des incréments de température. Nous avons mis en évidence une très forte intermittence

des fluctuations de température, se traduisant par des coefficients d'aplatissement des gradients de température extrêmement élevés (de l'ordre de 15 ± 4 pour $R_\lambda = 300$, soit environ 3 fois plus que pour la vitesse au même nombre de Reynolds). L'intermittence dans le domaine inertiel se caractérise par des lois d'échelle anormales ($\langle \Delta \theta^n \rangle \sim r^{\xi_n}$ avec $\xi_n \neq n/3$), dont les exposants sont très inférieurs à ceux généralement observés pour la vitesse. En particulier, nous avons mis en évidence une tendance à la saturation aux ordres élevés ($n \simeq 10$) :

$$\xi_\infty = (2.3 \pm 0.1)\xi_2 \simeq 1.45 \pm 0.1, \quad (3.38)$$

sans variation notable sur notre (petite) gamme de nombres de Reynolds. Cette observation nouvelle, en accord avec des résultats numériques très récents [42], suggère que les statistiques du champ de température sont dominées par l'existence de structures très intenses à petite échelle, les fronts thermiques. Par ailleurs, les mesures de coefficients d'asymétrie des gradients de température, de l'ordre de -0.6 ± 0.2 sans tendance à la décroissance avec le nombre de Reynolds, signent un effet de persistance de l'anisotropie à petite échelle. L'origine de cette anisotropie est l'existence de fronts thermiques, sauts de température à grande échelle affectant les statistiques à petite échelle.

Dans un second temps, nous avons effectué une étude statistique de ces fronts thermiques. Les mesures en un point ne procurent qu'une information très partielle du champ de température, en comparaison des simulations numériques qui ont accès à l'intégralité du champ. En contrepartie, ce type de mesures permet d'obtenir plusieurs centaines de milliers d'échelles intégrales, ce qui est considérable comparé aux simulations qui doivent généralement se contenter d'une dizaine de temps de retournement sur une boîte L^3 . Nous avons donc pu effectuer des statistiques détaillées de ces fronts, définis à partir de seuillage sur la dérivée de température. Un certain nombre de conclusions ont pu être tirées :

1. L'amplitude moyenne des fronts (saut en température) varie entre 2 et 10 écarts-types de fluctuations de températures θ' , croissant à peu près linéairement avec le seuil de sélection. La largeur moyenne, elle, est quasiment constante, et varie comme l'échelle de Kolmogorov :

$$\langle \Delta \rangle \simeq (13 \pm 3)\eta,$$

une observation en accord avec les simulations numériques [142] et les expériences [175]. Les distributions des largeurs et des amplitudes sont toutes deux bien décrites par une loi log-normale.

2. La distribution des intervalles d'attente δr entre fronts suit une loi algébrique pour les échelles du domaine inertiel,

$$p(\delta r) \sim \delta r^{-\mu},$$

suivie d'une décroissance exponentielle pour les échelles proches de l'échelle intégrale. L'exposant μ est proche de l'unité, et ne semble pas varier avec le seuil de sélection des fronts. Cette observation suggère une répartition spatiale auto-similaire des fronts.

Cette répartition fractale des événements de forte dissipation thermique²⁰ a déjà été mise en évidence par Sreenivasan et Meneveau (1986) [164] (voir aussi Prasad *et al.* (1988) [137]). Nous pensons que cette répartition est cruciale dans la compréhension des lois d'échelle anormales, et en particulier de la saturation des exposants de fonction de structure. L'étude de ces distributions est rendue possible grâce aux très importantes statistiques dont nous disposons, inenvisageables en simulations numériques — seuls quelques fronts sont visibles dans une simulation, et les statistiques d'ordre élevé risquent d'être dominées par quelques objets particuliers.

Enfin, nous avons conclu en tentant de lier l'observation des distributions de séparations entre fronts algébriques avec la saturation des exposants de fonction de structure. Il apparaît que des lois d'échelles dominées par des sauts dont les intervalles sont distribués algébriquement conduisent à des exposants limites ξ_∞ inférieurs à l'unité, ce qui est en contradiction avec nos observations. Nous en concluons que les seuls fronts à l'échelle dissipative ne sont pas suffisants pour rendre compte des lois d'échelles anormales observées.

²⁰La dissipation thermique locale est généralement estimée à partir du "surrogate" $\epsilon_\theta^{(loc)} = 6\kappa(\partial_x \theta)^2$.

Intermittences du champ scalaire et de la vitesse

Nos observations sur les caractéristiques (épaisseur, amplitude) des fronts peuvent être rapprochées de celles effectuées sur les vermisseaux [22, 83]. Ces structures tourbillonnaires intenses à petite échelle ont été détectées et analysées à partir de seuillage sur les gradients de vitesse. En modélisant l’impact d’un tourbillon sur la sonde, il est possible de déduire le rayon et la vitesse périphérique maximale à partir des fluctuations longitudinales de vitesse. Leur diamètre apparent est de 12η , ce qui conduit à un rayon réel estimé d’environ 3η (intervient un facteur géométrique tenant compte de l’orientation des vermisseaux). Leur différence de vitesse, enfin, est de $\Delta U \sim u'$ (où u' est l’écart-type des fluctuations de vitesse). On sait d’une manière générale que les zones de forte dissipation se présentent sous forme de nappes — gradient de température et cisaillement. La différence essentielle champ de vitesse et champ scalaire réside dans le fait qu’il existe une étape suivante dans le cas des nappes de cisaillement (enroulement conduisant aux tubes de forte vortacité), alors que les nappes de gradient thermique sont stables et diffusent.

Bien que de topologie très différente (les fronts thermiques sont 2D, les vermisseaux sont 1D), les échelles de taille et d’amplitude (température / vitesse) mises en jeu rendent ces objets comparables²¹. En particulier, vermisseaux et fronts thermiques ont en commun d’échapper de la même façon aux lois d’échelles normales $\theta_r \sim \theta'(r/L)^{1/3}$ et $u_r \sim u'(r/L)^{1/3}$. De plus, la distribution des intervalles entre ces objets intenses est algébrique dans le domaine inertiel, signature d’une tendance à l’amasement sans échelle caractéristique autre que la grande échelle. Cet aspect est discuté dans l’Annexe B (voir aussi Moisy *et al.* (2000) [114]).

Toutefois, la contribution à l’intermittence des fronts thermiques et des vermisseaux est très différente — notons qu’une comparaison n’a de sens que du point de vue des statistiques d’ordre pair, puisque l’asymétrie des fluctuations longitudinales de vitesse est une signature des transferts d’énergie et non de l’anisotropie. A nombre de Reynolds égal, la flatness de la dérivée de température est environ 3 fois supérieure à celle de la dérivée de la vitesse — même si la présence de ces objets intenses permet d’expliquer, dans les deux cas, l’évolution observée en $F \sim R_\lambda^{1/2}$. Dans le domaine inertiel, les exposants de la température ξ_n sont très inférieurs à ceux de la vitesse ζ_n (on a par exemple $\xi_{10} \simeq 1.45 \pm 0.10$ et $\zeta_{10} = 2.29 \pm 0.05$). Il est clair que ces objets, bien que partageant les mêmes caractéristiques, ne contribuent pas de la même façon à l’intermittence, *i.e.* ne sont pas aussi “*anormaux*”.

Une interprétation de cette différence d’anomalie, un peu simpliste mais tentante, peut être la suivante : étant bidimensionnels, les fronts thermiques *sentent plus* l’influence des grandes échelles que les vermisseaux, et sont ainsi capables de répercuter cette influence à des échelles plus petites, conduisant à une intermittence accrue.

Perspectives

Nous travaillons actuellement à l’amélioration de la résolution de notre capteur. Pour l’instant, la limitation la plus contraignante est le niveau de bruit de notre capteur, estimé à $200 \mu\text{K}$, imposant des fluctuations induites par la grille chauffante d’au moins à 20 mK d’écart-type. De telles valeurs contraignent considérablement la gamme de nombres de Reynolds accessible ainsi que les temps d’acquisition. Le développement d’une détection synchrone permettra, dans un futur proche, de gagner un facteur 10 sur cette résolution, soit 2 décades de puissance utile. Ce gain diminuera le niveau de fluctuations à mesurer, et donc la puissance dissipée par la grille, d’où des temps d’acquisition bien plus importants — de l’ordre de $N^* \sim 10^8$ (contre 10^7 actuellement). De telles statistiques sont primordiales pour assurer une bonne convergence des moments d’ordre élevé, et confirmer la tendance à la saturation (3.38). De façon tout aussi primordiale, une amélioration de la résolution d’un facteur 10 augmentera la gamme de fréquences résolues d’une décade, et donc les nombres de Reynolds maximum accessibles d’un facteur 6 environ, soit R_λ jusqu’à 2000.

²¹Doit-on attribuer les caractéristiques équivalentes (échelle et amplitude) des objets les plus intenses à la méthode de détection ? On peut en effet soupçonner qu’un seuillage sur les gradients les plus élevés conduise nécessairement à définir des objets dont la taille correspond à l’échelle de coupure des fluctuations — rien cependant ne peut être affirmé quant à l’amplitude de ces objets.

Cette gamme étendue permettra de confirmer la loi d'échelle de l'épaisseur des fronts, en $\langle \Delta \rangle \sim \eta$. De tels nombres de Reynolds peuvent être atteints en contrarotation, avec un écoulement moyen important à la hauteur de la grille. L'écoulement en contrarotation évitera en outre les effets de forte rotation, dont on peut suspecter une influence sur les propriétés de mélange observées.

Nous envisageons également la mise en œuvre d'une telle détection synchrone pour réaliser des mesures couplées température–vitesse en un point. Les mêmes capteurs, dont la constante de temps est de l'ordre de quelques μs , pourront être asservis alternativement en mode fil chaud (mesure de vitesse) et fil froid (mesure de température), en imposant un courant d'entrée alternatif $I_w(t) = I_w^{(\theta)} + I_w^{(u)}(1 + \cos(\omega t))$ (où $I_w^{(\theta)}$ et $I_w^{(u)}$ sont les courants correspondant respectivement à chaque type d'asservissement). L'objectif de telles mesures pourra être dans un premier temps l'étude de l'équation de Yaglom (décrivant le transfert de variance de température à travers les échelles) et son évolution avec le nombre de Reynolds, dans une démarche similaire à celle effectuée au chapitre 2 pour l'équation de Kolmogorov.

Chapter 4

Une étude des structures de basse pression en turbulence

Dans ce chapitre, nous allons présenter des résultats nouveaux concernant les fluctuations de pression en turbulence. Cette étude est le fruit d'une collaboration avec le groupe d'E. Bodenschatz, G. Voth et A. La Porta au LASPP (Laboratory of atomic and solid states physics), à Cornell University.

4.1 Les fluctuations de pression en turbulence

Nous avons évoqué en Introduction et au chapitre 2 l'importance de la compréhension des fluctuations de pression en turbulence : à la fois pour son rôle central dans l'injection d'énergie aux échelles du domaine inertiel, et à la fois pour son lien étroit avec les champs de déformation et de vorticité, dont l'organisation spatiale est probablement la clef du phénomène d'intermittence. Nous avons également évoqué la grande difficulté des études du champ de pression, d'un point de vue théorique comme expérimental. Dans cette section, nous allons brièvement présenter les propriétés statistiques du champ de pression, ainsi que ses liens avec la vorticité.

4.1.1 Approche statistique

Si nous adaptions les arguments dimensionnels de Kolmogorov pour estimer les fluctuations de pression en fonction de l'échelle [115], nous pouvons écrire les fluctuations typiques de pression à une échelle r sous la forme $p_r \sim \rho u_r^2$. A grand nombre de Reynolds, pour des échelles r suffisamment éloignées de la grande échelle L et de l'échelle visqueuse η , seul le taux de dissipation d'énergie intervient et l'on a $u_r^2 \sim \epsilon^{2/3} r^{2/3}$. Si l'on suppose qu'un tel découplage d'échelles est également valide pour le champ de pression, on peut écrire :

$$p_r^2 \sim \rho^2 \epsilon^{4/3} r^{4/3}.$$

L'équivalent spectral de cette loi est, pour des nombres d'onde suffisamment éloignés de $1/L$ et $1/\eta$,

$$E_p(k) \sim \rho^2 \epsilon^{4/3} k^{-7/3}.$$

où $E_p(k)$ est la transformée de Fourier de p_r^2 . Ce spectre est plus pentu que celui de la vitesse ($k^{-5/3}$ pour la pression, et $k^{-5/3}$ pour la vitesse), ce qui suggère que les petites échelles pour la pression sont *moins actives* que celles du champ de vitesse. De même, la variance des fluctuations de pression, que l'on peut relier au spectre défini précédemment,

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^\infty E_p(k) dk,$$

est en grande partie contrôlée par les petits nombres d'onde, c'est-à-dire par les grandes échelles¹.

La modélisation du spectre de pression dans le cas d'écoulements homogènes et isotropes est longuement discutée par George *et al.* (1984) [71], à partir de modèles spectraux pour le champ de vitesse. Cette étude conduit à distinguer deux contributions à $E_p(k)$, l'une due à l'interaction turbulence-turbulence, en $k^{-7/3}$, compatible avec les arguments dimensionnels précédents, et l'autre due à l'interaction turbulence-cisaillement moyen, en $k^{-11/3}$, plus pentue et donc masquée aux grands nombres d'onde. Dans le cas où l'influence des grandes échelles ne peut pas être oubliée, Albertson *et al.* (1998) [2] observent une loi en $k^{-3/2}$ (et une fonction de structure d'ordre 2 en $r^{1/2}$), plus proche de celle du spectre de vitesse.

4.1.2 Lien pression / vortacité

Comme nous l'avons mentionné en Introduction, une motivation essentielle de l'étude des structures de basse pression en turbulence provient de son lien avec la vortacité, dont le comportement intermittent a été souligné. Ce lien peut être mis en évidence simplement, en prenant la divergence de l'équation de Navier-Stokes. Si nous incluons dans ces équations un terme de forçage effectif f_i , comme nous l'avons fait au chapitre 2, nous obtenons

$$\partial_i \partial_i u_i + \partial_i (u_j \partial_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 p + \nu \nabla^2 \partial_i u_i + \partial_i f_i.$$

Les termes $\partial_i u_i$ s'annulent par incompressibilité du champ de vitesse. Cette condition permet de plus d'écrire la divergence du terme d'advection sous la forme $\partial_i u_j \partial_j u_i$. Enfin, le terme de forçage, tel que nous l'avons écrit au chapitre 2 (gradient de pression et d'énergie cinétique), est également de divergence nulle. Nous obtenons donc :

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = -\partial_i u_j \partial_j u_i. \quad (4.1)$$

Nous retrouvons le caractère non local du forçage dans cette équation de Poisson : L'obtention du champ de pression par intégration sur tout l'espace de cette équation nécessite de prendre explicitement en compte les conditions aux limites (parois, gradients de pression imposés, etc.). L'introduction d'un forçage effectif en volume nous a permis de modéliser de façon satisfaisante l'effet des grandes échelles sur les transferts d'énergie dans le chapitre 2, mais n'est à l'évidence d'aucune aide pour le champ de pression.

Oublions ici les conditions aux limites, et regardons de façon *locale* et qualitative ce qui peut être dit de cette équation de Poisson. En exprimant le tenseur des gradients de vitesse en fonction de sa composante symétrique (tenseur de déformation $\sigma_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$) et antisymétrique (tenseur de rotation $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j - \partial_j u_i)$), nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = \frac{1}{2} \omega^2 - \frac{1}{2} \sigma^2, \quad (4.2)$$

où $\omega^2 = 2\omega_{ij}\omega_{ij}$ est le carré de la vortacité $\vec{\omega}$, et $\sigma^2 = 2\sigma_{ij}\sigma_{ij}$ le carré de la déformation, dont la moyenne volumique est liée à la dissipation moyenne d'énergie $\epsilon = \nu \langle \sigma^2 \rangle$.

Ecrite ainsi, l'équation de Poisson souligne le lien entre la pression et la vortacité². En moyenne, déformation et vortacité s'équilibrent³ $\langle \sigma^2 \rangle = \langle \omega^2 \rangle$. Localement, un déséquilibre entre ω^2 et σ^2 se reflète sur le champ de pression. Statistiquement, les simulations numériques montrent que deux tendances apparaissent dans un écoulement turbulent : (i) Dans les régions en intense rotation, ω^2 est grand devant σ^2 , le laplacien est très positif et la pression est localement minimale — c'est cette propriété locale du champ de pression qui est mise à profit dans les techniques de

¹Cette remarque s'applique également, mais dans une moindre mesure, à la variance des fluctuations de vitesse.

²On trouvera dans Cadot (1995) [36] une étude détaillée et pédagogique de quelques situations génériques illustrant le comportement de la pression dans les régions de forte rotation ou de forte déformation.

³Cet équilibre peut s'écrire $\epsilon = \nu \langle \omega^2 \rangle$, mais il convient de garder à l'esprit que ce n'est pas la vortacité qui dissipe, mais bien la déformation.

visualisation des régions de forte vorticité par cavitation ou migration du bulles. (ii) Les régions de fort cisaillement, telles que $\omega^2 \simeq \sigma^2$, se présentent sous forme de nappes, et ne conduisent à aucun motif remarquable sur le champ de pression. Ces nappes sont instables et peuvent s’enrouler, concentrant la vorticité en des tubes et expulsant la déformation à leur périphérie. Notons enfin que les zones de déformation pure, correspondant à un laplacien négatif et donc à un maximum local de pression, sont rares et ne présentent pas d’organisation spatiale particulière.

La vorticité est une quantité au centre de la compréhension de la turbulence.  tant expérimentalement très difficile à mesurer, de grands efforts sont portés sur la caractérisation du champ de pression, en espérant que celui-ci éclaire celle-là. Cependant, ce lien n’a de sens que pour les événements de grande extension spatiale⁴. L’étude de la vorticité par la pression est donc nécessairement biaisée du côté des grandes échelles.

4.2 Etude des filaments de basse pression par cavitation

Les premières observations expérimentales des filaments de vorticité en turbulence ont été réalisées par Douady *et al.* (1991) [61] dans la géométrie des disques contrarotatifs. Dans cette expérience, la visualisation était due à la migration de microbulles d’air vers le cœur des tourbillons, en raison du déséquilibre entre le gradient radial de pression (force centripète $V\vec{\nabla}p$, proportionnelle au volume), et la rotation (force centrifuge $m\omega^2r$, proportionnelle à la masse) subie par une bulle d’air. Ces observations, très riches sur la géométrie des structures, ne nous renseignent cependant que sur le gradient de pression et non sur la pression elle-même, et ne permettent aucune mesure quantitative en volume. Les seules mesures possibles dans ce type d’écoulement sont des mesures de pression *en paroi*, en des points particuliers de l’écoulement (au milieu de la couche de cisaillement par exemple), et apportent des informations qu’il est souvent difficile de lier aux observations en volume.

Dans ce contexte, l’obtention d’informations — mêmes partielles — sur le champ de pression en volume s’avère extrêmement précieuse.

4.2.1 Dispositif expérimental

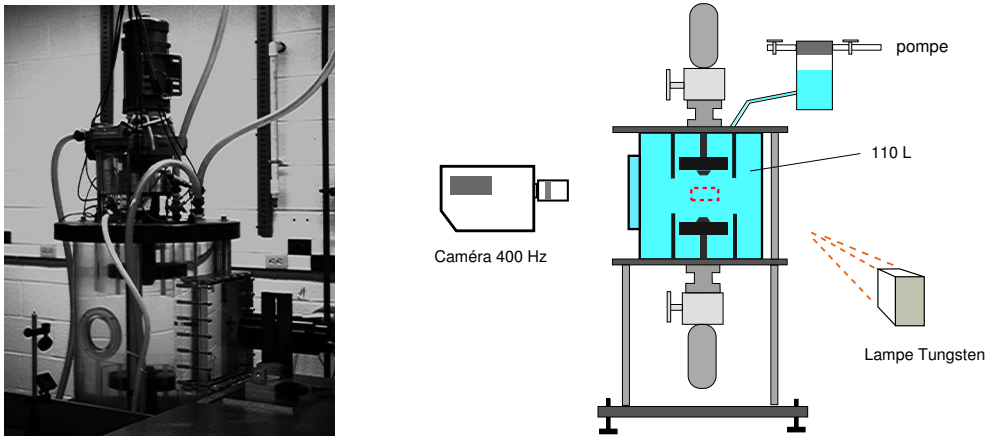


Figure 4.1: Dispositif expérimental ; le rectangle au centre du schéma représente la région de l’écoulement étudiée.

⁴Un moyen de s’en convaincre, pour les fluctuations typiques en tout cas, est de comparer le spectre de la vorticité, $E_\omega(k) \sim k^{1/3}$, à celui de la pression, $E_p(k) \sim k^{-7/3}$, dans le domaine inertiel. Il apparait clairement que la vorticité est une quantité active essentiellement à petite échelle, alors que la pression ne l’est essentiellement qu’à grande échelle.

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé pour ces expériences a été conçu par Greg Voth et Eberhard Bodenschatz, afin d'étudier les statistiques lagrangiennes en turbulence [182]. Il consiste en deux disques tournant en contra-rotation (voir la figure 4.1⁵), dans une géométrie similaire à celle utilisée dans l'hélium. Le fluide utilisé ici est de l'eau.

Les disques, de 20 cm de diamètre, sont munis de 12 pales de 4.3 cm de hauteur, et distants de 33 cm. Le rapport d'aspect de ce dispositif est donc de $h/D = 1.65$, supérieur à celui des expériences dans l'hélium ($h/D = 0.65$ dans la grande cellule, voir le tableau 1.1, p. 21). Ils sont plongés dans une cuve de 110 L d'eau, cylindrique (48.3 cm de diamètre, 60.5 cm de hauteur) à l'exception de deux fenêtres planes : une grande, destinée à visualiser l'écoulement sans déformation, et une plus petite, à 90°, pour l'éclairage. Des cylindres fixes de 25.4 cm de diamètre, maintenus par des pales radiales, ont été également installés autour des disques, afin de réduire les importants mouvements de recirculation qui prennent place dans l'écoulement.

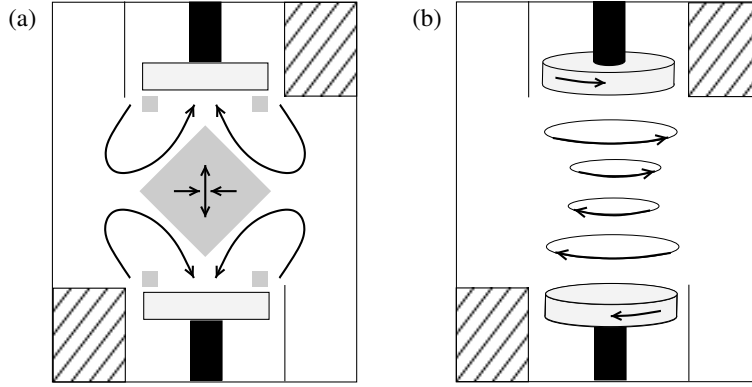


Figure 4.2: Représentation schématique de l'écoulement, vu comme la superposition de deux modes : (a) pompage centripète / éjection centrifuge ; (b) rotation et cisaillement médian. Les zones grisées représentent les régions de forte cavitation. Les zones hachurées figurent les pales fixes et le cylindre extérieur (voir texte).

L'écoulement moyen, schématisé sur la figure 4.2, est du même type que celui décrit au chapitre 1 (voir la figure 1.22, p. 41). Cependant, le diamètre du cylindre étant bien supérieur à celui des disques, les parois jouent certainement très peu de rôle dans la structure à grande échelle de l'écoulement. Cet écoulement peut être vu comme la compétition entre deux tores en rotation opposée, provenant de l'éjection centrifuge à la périphérie des disques et du pompage centripète au centre des disques.

f (Hz)	Re $= \Omega R^2 / \nu$	u_{rms} (m/s)	R_λ	τ_η (ms)	η (μm)	λ (mm)	$\frac{1}{2}\rho U_d^2$ (mbar)
6.5	$4.2 \cdot 10^5$	0.72	1530	0.72	27	2.0	83
9.5	$6.1 \cdot 10^5$	1.05	1850	0.41	20	1.7	178

Table 4.1: Domaine de paramètres, mesurés au centre de l'écoulement.

La fréquence de rotation des disques peut être choisie entre 0 et 9.5 Hz, ajustée à mieux que 1 %, par un asservissement contrôlé par ordinateur. Cependant, afin que les fluctuations de pression soient suffisamment intenses pour déclencher la cavitation, une vitesse limite inférieure de 6.5 Hz est nécessaire. Le tableau 4.1 regroupe les bornes des différents paramètres pour $f = 6.5\text{--}9.5$ Hz.

L'utilisation de la cavitation pour sonder le champ de pression turbulent nécessite un contrôle précis de la pression hydrostatique moyenne, ainsi que de l'ensemencement de l'eau par des microbulles d'air résiduelles. La figure 4.3 représente le dispositif utilisé à cette fin : une boucle de

⁵Les figures 4.1 à 4.3 sont adaptées de Voth *et al.* (1998) [182] et La Porta *et al.* (1999) [94].

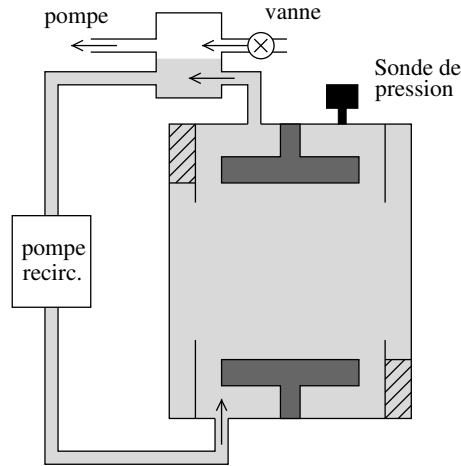


Figure 4.3: Schéma de principe du contrôle de la pression hydrostatique. La vanne est commandée par le capteur de pression placé en haut du volume expérimental.

Le pompage (de débit faible comparé aux vitesses en jeu dans l'écoulement) permet de filtrer l'eau et d'éliminer les bulles piégées en haut du volume expérimental. La pression est ajustée en pompant sur l'interface eau/air contenue dans une chambre auxiliaire disposée sur ce circuit, permettant ainsi de diminuer la pression hydrostatique. Une entrée d'air est assurée dans cette chambre auxiliaire, dont le débit est ajusté de telle sorte que la pression hydrostatique moyenne, mesurée en haut du volume expérimental, reste stationnaire. Cette pression hydrostatique peut être descendue jusqu'à 80 mbar, afin de s'approcher de la pression de vapeur saturante de l'eau ($p_v \simeq 30$ mbar) et ainsi de déclencher la cavitation dans les régions les plus dépressionnaires.

4.2.2 Principe de base de la cavitation

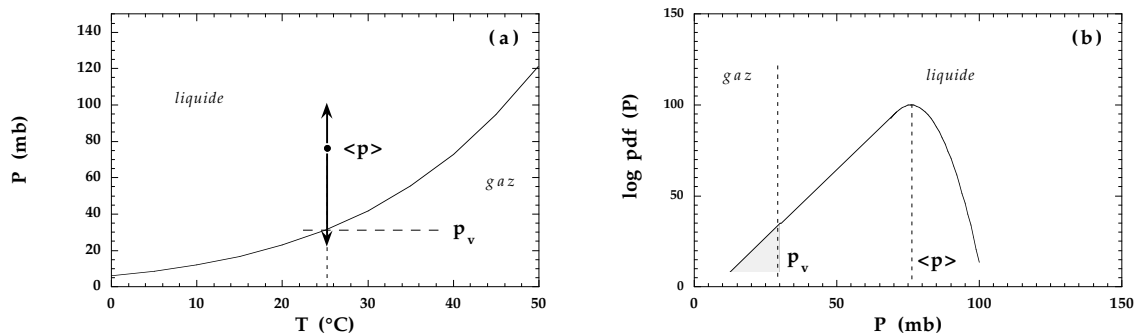


Figure 4.4: Principe de base de la cavitation. (a) Diagramme de phase de l'eau. Localement, la pression fluctue autour de la valeur moyenne $\langle p \rangle$, et les excursions les plus basses peuvent atteindre la ligne de transition liquide-vapeur ($p_v = 30$ mbar à 25°C). (b) Distribution typique des fluctuations de pression, telles qu'observées dans des simulations numériques ou à partir de mesures en paroi.

Sur la figure 4.4 nous avons représenté le principe de base de la cavitation. Chaque élément de fluide du système, à chaque instant, se trouve sur une isotherme (droite pointillée verticale) à une pression $p(\vec{x}, t)$. Si cette pression instantanée est inférieure à la pression de vapeur saturante ($p_v \simeq 30$ mbar à 24°C), l'élément de fluide va subir localement une transition de phase liquide-vapeur (voir la figure 4.5). Localement, une bulle de vapeur va nucléer, relâchant ainsi la tension que

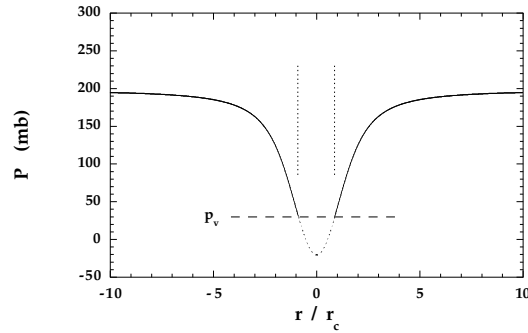


Figure 4.5: Profil radial de pression dans un tourbillon (ici de Burgers) ; la transition de phase liquide-vapeur prend place localement dans la région telle que $p(r) \leq p_v$ (entre les deux traits pointillés verticaux). Une fois la bulle de vapeur nucléée, la partie pointillée du profil n'a évidemment plus de sens.

le liquide n'était plus capable de soutenir. Une telle description est évidemment schématique : en toute rigueur, un diagramme de phases n'a de sens que pour un système homogène et à l'équilibre thermodynamique.

Cependant, la cavitation *ex nihilo* nécessite des dépressions bien en-deçà de la pression de vapeur saturante. En effet, la barrière de pression à franchir, due à la tension de surface $2\sigma/R$, diverge pour des bulles de rayon nul. En général, la cavitation apparaît à partir d'impuretés, d'infractuosités de la paroi, ou de microbulles d'air déjà présentes dans l'eau. Dans notre expérience, le filtrage continu de l'eau assure un haut degré de pureté. De plus, les parois du cylindre extérieur sont éloignées de la partie "active" de l'écoulement. La cavitation provient donc de microbulles d'air résiduelles, migrant vers les régions de basse pression, à partir desquelles nucléent des bulles de vapeur [98]. Nous verrons en section 4.2.5 que l'effet de la tension de surface abaisse légèrement la pression seuil, de quelques mbar.

Le phénomène de migration de bulles de gaz vers les régions de basse pression, augmentant la probabilité de cavitation, a également été observé dans les expériences de Ran et Katz (1994) [150]. Nous supposons que la densité de microbulles d'air est suffisante pour qu'aucune région de basse pression ne soit manquée.

Les expériences ont été réalisées dans l'eau pure et dans l'eau salée (0.27 mol/L NaCl, soit 1.7 % en masse). Dans ce dernier cas, les microbulles d'air présentes dans l'eau semblent beaucoup plus stables, et beaucoup moins susceptibles de coalescer⁶. Ceci nous permet de diminuer la pression hydrostatique à des valeurs très basses. La visualisation est alors due à la migration de ces microbulles d'air plutôt qu'à la cavitation elle-même.

4.2.3 Visualisation

La visualisation de la cavitation est effectuée au moyen d'une caméra rapide (400 Hz). L'écoulement est éclairé à travers le hublot plat installé à mi-hauteur sur la paroi du cylindre, et la surface des bulles diffuse la lumière recueillie à angle droit. Deux types d'éclairage ont été utilisés : un éclairage stroboscopique, synchronisé à la fréquence de la caméra, de temps d'exposition très court (jusqu'à 20 μ s, soit 1 % du temps d'exposition de la caméra), permettant de visualiser des événements individuels de cavitation, et un éclairage continu, au moyen d'une lampe au tungstène, permettant de suivre la trace des bulles advectées pendant le temps d'exposition (2.5 ms).

Afin d'étudier les statistiques des fluctuations de pression, des mesures de diffusion de lumière à haute fréquence ont également été réalisées. La lumière diffusée à angle droit par les bulles de

⁶Nous ne comprenons pas réellement la raison de ce changement de comportement, mais il semble qu'il s'agisse d'un effet de répulsion électrostatique à la surface des bulles (Craig *et al.* (1993) [55]). Les propriétés physiques de l'eau restent pratiquement inchangées (la pression de vapeur saturante, la viscosité et la tension de surface évoluent de moins de 2 % pour une telle concentration de sel).

vapeur, dans une petite région centrale de 3 cm^3 , est collectée par un photodétecteur (30 kHz) et enregistrée. Seule l'eau pure a été utilisée pour ces mesures.

4.2.4 Seuil de déclenchement de la cavitation

Une première approche, globale, pour caractériser l'apparition de la cavitation dans notre système est d'estimer le seuil de déclenchement de la cavitation (*inception index*), largement utilisée en ingénierie hydraulique (voir par exemple [14]), à partir de la pression hydrostatique maximale p_0^{max} en deçà de laquelle apparaissent les premiers événements de cavitation au centre de l'écoulement. Ce seuil est défini comme la "distance" de cette pression à p_v , adimensionnée par la pression dynamique typique du forçage :

$$\Sigma_i = \frac{p_0^{(max)} - p_v}{\frac{1}{2}\rho U_d^2} \quad (4.3)$$

où $U_d = 2\pi Rf$ est la vitesse en périphérie des disques (*i.e.* la vitesse maximale fournie à l'écoulement). L'effet de tension de surface sur la pression seuil est négligé ici. La pression hydrostatique $p_0^{(max)}$ prend en compte le décalage de pression hydrostatique $\rho gh \simeq 30 \text{ mbar}$ entre le haut du volume expérimental, où est mesurée la pression moyenne, et son milieu, où l'on procède à l'observation. Au voisinage des disques, la cavitation apparaît à une pression hydrostatique légèrement supérieure.

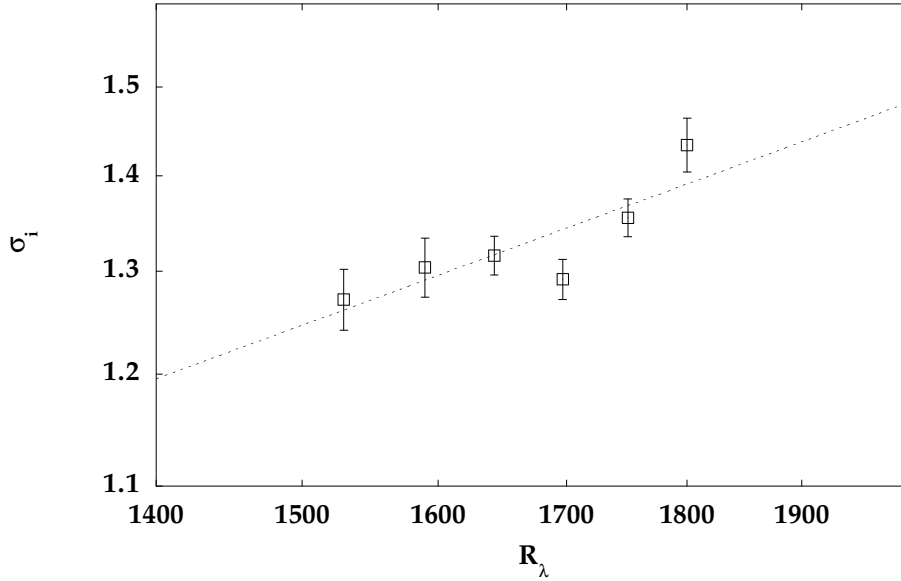


Figure 4.6: Indice de seuil de cavitation (4.3) en fonction du nombre de Reynolds microéchelle. La ligne pointillée est le meilleur ajustement par une loi de puissance $R_\lambda^{0.6}$.

La figure 4.6 présente ce seuil de déclenchement mesuré à différents R_λ . Les valeurs obtenues sont de l'ordre de l'unité, signifiant que la vitesse associée aux dépressions les plus intenses sont de l'ordre de la vitesse de rotation des disques U_d . Malgré une certaine dispersion, une nette tendance à l'augmentation apparaît : A nombre de Reynolds croissant, le système produit des structures dépressionnaires de plus en plus intenses en valeur relative. Un ajustement par une loi de puissance donne

$$\Sigma_i \sim R_\lambda^{0.6 \pm 0.2},$$

alors que les hypothèses de similitude conduisent à $\Sigma_i = \text{cste}$. Notons toutefois que cet ajustement est effectué sur une très faible gamme de nombres de Reynolds, ce qui ne permet pas d'exclure définitivement un seuil de déclenchement constant.

Une telle dispersion des points expérimentaux peut s'expliquer par deux raisons :

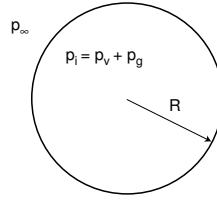


Figure 4.7: Schéma d'une bulle.

- A haut nombre de Reynolds, le taux de cavitation élevé produit des bulles en grand nombre, ce qui augmente la densité de microbulles d'air devenant à leur tour site de nucléation, augmentant ainsi la probabilité de cavitation. En effet, lors du collapse d'une bulle de cavitation, la vapeur d'eau se recondense en liquide, mais l'air initialement dissout dans l'eau peut former de nouvelles microbulles stables.
- La définition de la pression hydrostatique à laquelle apparaissent les premiers événements a un aspect subjectif. En effet, si l'on suppose que les fluctuations négatives de pression sont distribuées de façon exponentielle, il n'existe pas à proprement parler de pression seuil de cavitation : l'observation "pas d'événement" peut signifier "moins d'un événement par seconde" ou "moins d'un événement toutes les 10 secondes"... La sensibilité et la patience de l'expérimentateur interviennent donc quelque peu dans la définition de cette quantité.

Les résultats que nous allons présenter ici correspondent principalement à des situations telles que la pression hydrostatique adimensionnée

$$\Sigma = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2}\rho U_d^2}, \quad (4.4)$$

soit légèrement inférieure au seuil Σ_i , c'est-à-dire telle que le taux de cavitation reste suffisamment faible pour ne pas perturber le champ de pression de l'écoulement. Les situations à très basse pression hydrostatique (en-deçà de $0.5 \Sigma_i$) seront appelées "*cavitation dure*" ; dans ce cas, la visualisation des structures dépressionnaires est due essentiellement à la migration des bulles, présentes en grand nombre, plus qu'à la cavitation elle-même.

4.2.5 Dynamique des bulles, équation de Rayleigh-Plesset

Afin de caractériser les événements de cavitation que nous visualisons, nous allons décrire succinctement le comportement des bulles dans un champ de pression fluctuant. Nous allons en particulier nous intéresser aux constantes de temps associées à la cavitation, afin de s'assurer que celle-ci répond de façon suffisamment rapide aux fluctuations de pression. Ne connaissant pas vraiment la nature des bulles dans le cas de l'eau salée, nous nous restreignons ici au cas de l'eau pure.

La dynamique des bulles est décrite par l'équation de Rayleigh-Plesset [134], qui exprime l'évolution du rayon d'une bulle $R(t)$ dans un champ de pression p_∞ . Cette équation est dérivée de l'équation de Navier-Stokes à symétrie sphérique, intégrée à l'interface eau-gaz, et prenant en compte les effets de tension de surface (saut de pression à l'interface) et de viscosité :

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left\{ p_i - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R}\dot{R} \right\}, \quad (4.5)$$

où p_i est la pression interne de la bulle, que l'on peut écrire

$$p_i(t) = p_v + p_g(t),$$

avec $p_v = 30$ mbar (à 24°C) la pression de vapeur saturante, et $p_g(t)$ la pression partielle de gaz (ici de l'air) — voir la figure 4.7. A la fois p_i et p_∞ sont des fonctions du temps.

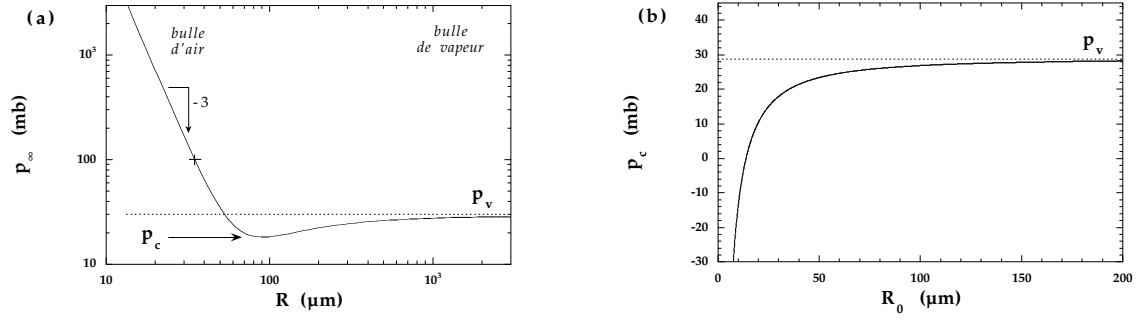


Figure 4.8: (a) Rayon d’une bulle (éq. 4.7), avec la condition initiale $R_0 = 35 \mu\text{m}$, $p_{\infty 0} = 100 \text{ mbar}$ (figurée par une croix). Pour $R \lesssim 60 \mu\text{m}$, régime de bulle d’air ; pour $R \gtrsim 90 \mu\text{m}$, régime de cavitation. La pression minimum p_c , seuil de cavitation, est représentée en (b) pour différentes conditions initiales de R_0 , à $p_0 = 100 \text{ mbar}$ fixé.

Bien entendu, la pression extérieure, $p_{\infty}(t)$ sera ici la pression fluctuante “locale”, si l’on considère que le champ de pression est lisse à l’échelle de la bulle et varie sur des temps longs comparés au temps caractéristique de la dynamique de la bulle.

Le comportement des bulles varie fortement selon qu’il s’agit d’une bulle de gaz (ici de l’air, $p_i \simeq p_g \gg p_v$) ou d’une bulle de vapeur d’eau ($p_i \simeq p_v \gg p_g$). Ces deux types de bulles jouent un rôle dans les observations que nous effectuons : les régions de basse pression concentrent et font grossir de petites bulles d’air résiduelles présentes dans l’eau (pour $p_{\infty} \gtrsim p_v$), qui deviennent alors centres de nucléation pour les plus grosses bulles de vapeur que nous visualisons (pour $p_{\infty} \simeq p_v$). Nous allons décrire succinctement ce phénomène, et tenter de préciser l’échelle de temps associée.

Pression seuil de cavitation Nous allons commencer par déduire de l’équation 4.5 la pression seuil en-deçà de laquelle une bulle d’air va pouvoir caviter. En négligeant le transfert de l’air à travers la surface de la bulle, nous pouvons écrire une relation entre la pression interne $p_i \simeq p_g$ et le volume de la bulle. En admettant que l’air se comporte comme un gaz parfait à température constante, nous avons :

$$p_g R^3 = p_{g0} R_0^3,$$

où p_{g0} et R_0 sont des conditions initiales. Cette pression interne tend à stabiliser les solutions de l’équation de Rayleigh-Plesset, et la bulle subit des oscillations non linéaires amorties. En négligeant les termes dynamiques de l’équation (4.5), nous obtenons l’équilibre entre les pressions interne et externe :

$$p_{\infty} = p_g + p_v - \frac{2\sigma}{R} \quad (4.6)$$

En écrivant cette même équation pour les conditions initiales précédentes (p_{i0} et R_0) et en reportant dans l’équation (4.5), nous obtenons une “équation d’état” pour la bulle :

$$p_{\infty} = \left(p_{\infty 0} - p_v + \frac{2\sigma}{R} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 + p_v - \frac{2\sigma}{R}. \quad (4.7)$$

Nous voyons qu’à pression externe p_{∞} décroissante, la bulle grossit (voir figure 4.8a), jusqu’à atteindre le seuil de cavitation, défini comme la pression minimale :

$$p_c = p_v - 2 \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \frac{\sigma^{3/2}}{R^{3/2} (p_v - p_{\infty 0} - 2\sigma/R)^{1/2}}.$$

Ce seuil, tracé sur la figure 4.8b en fonction du rayon initial R_0 , est légèrement inférieur à la pression de vapeur saturante, en-deçà de laquelle le rayon de la bulle diverge, signature de la cavitation. Comme nous le voyons, ce seuil est différent pour chaque bulle, dépendant de sa condition initiale

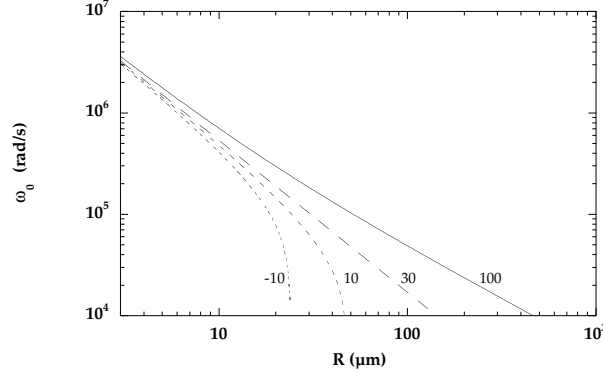


Figure 4.9: Pulsation propre d’une bulle, éq. (4.8), en fonction de son rayon R , pour différentes pressions extérieures $p_\infty=100, 30, 10, -10$ mbar.

(p_{g0}, R_0) particulière. Cependant, pour une distribution de rayons de bulles, les plus grosses vont caviter en premier, imposant une pression seuil proche de p_v .

Nous avons vérifié que, pour une pression hydrostatique de 100 mbar, la distribution de bulles d’air résiduelles avaient un rayon piqué en $R_0 \simeq 35 \mu\text{m}$. Nous obtenons donc un seuil de cavitation moyen, p_c , de 20 mbar environ.

Temps de réponse des bulles L’“équation d’état” (4.7) des bulles de gaz doit être comprise comme une relation statique, c’est-à-dire en supposant que la bulle répond infiniment rapidement aux changements de pression extérieurs. Afin de vérifier ce point, nous devons estimer le temps de réponse caractéristique de la bulle. Une linéarisation de l’équation (4.5) pour une perturbation infinitésimale autour d’un rayon moyen R_0 conduit à la fréquence propre :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3(p_\infty - p_v)}{\rho R_0^2} + \frac{4\sigma}{\rho R_0^3}}. \quad (4.8)$$

Celle-ci est représentée en fonction du rayon R_0 sur la figure 4.9. La fréquence propre d’une bulle de rayon $35 \mu\text{m}$, sous une pression moyenne de 100 mbar, est de $\omega_0/2\pi \simeq 25$ kHz, bien supérieure à la fréquence de Kolmogorov (3 kHz au plus, voir le tableau 4.1). Dans une dépression de $p_v = 30$ mbar, cette fréquence propre décroît à 7 kHz, ce qui est encore tout à fait satisfaisant. En revanche, pour une dépression inférieure à p_v , cette fréquence propre chute considérablement : au moment de la cavitation, la bulle n’est plus capable de suivre les fluctuations temporelles de pression.

Bulles de vapeur (ou de cavitation) Le comportement d’une bulle de vapeur est très différent de celui d’une bulle de gaz, et bien plus compliqué. Nous avons maintenant à faire à une interface liquide/vapeur, à pression voisine de la pression de vapeur saturante, mais dans une situation loin de l’équilibre.

Dans le cas d’une pression interne constante $p_i = p_v$, les solutions de l’équation de Rayleigh-Plesset sont très instables, et conduisent à un collapse rapide⁷, en un temps typique $\sim 1/\omega_0$, ou à une croissance infinie (après un transitoire de durée $\sim 1/\omega_0$) selon que le rayon initial R_0 est au-dessus ou en-dessous du rayon d’équilibre instable $R_{eq} = 2\sigma/(p_v - p_\infty)$ (4.6).

Pour une grande cavité de vapeur (cavitation dure), la pression extérieure p_∞ ne reste pas constante : la région dépressionnaire, qui a donné naissance à la cavitation de cette bulle, a une extension finie, et les plus grosses bulles de vapeur (jusqu’à 3 mm) peuvent aisément atteindre les limites de cette région. Les hypothèses que nous avons utilisées (cavités sphériques, pression

⁷Dans le cas du collapse, les vitesses impliquées peuvent être extrêmement élevées — éventuellement supersoniques —, et l’équation de Rayleigh-Plesset, qui suppose l’incompressibilité du liquide, n’est plus valable.



Figure 4.10: Filament vertical, en éclairage stroboscopique (temps d'exposition $20 \mu\text{s}$), $11.7 \times 6.8 \text{ cm}$ au centre, 2.5 ms entre les deux images. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 141 \text{ mbar}$, $\Sigma \simeq 0.7 \Sigma_i$.

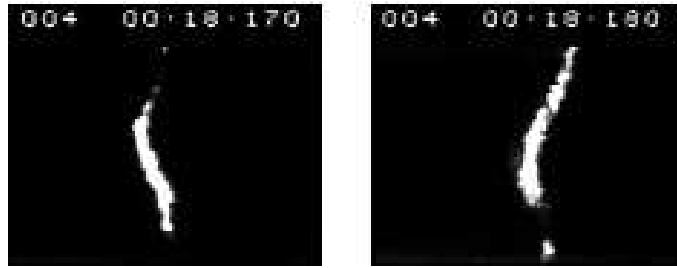


Figure 4.11: Filament vertical, en éclairage continu (temps d'exposition 2.5 ms), $3.5 \times 2.5 \text{ cm}$ au centre, 10 ms entre les deux images. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 120 \text{ mbar}$, $\Sigma \simeq 0.5 \Sigma_i$.

externe uniforme et stationnaire) ne sont plus valides dans ce cas, et cette situation de cavitation dure semble extrêmement délicate à décrire.

En revanche, dans le cas de la cavitation légère, un rapide collapse suit la nucléation de la bulle de vapeur. Après cavitation la bulle disparaît, sur un temps typique $\omega_0 \simeq 20 \mu\text{s}$, et nous visualisons un simple “flash” de lumière diffusée. Ce temps typique est court devant le temps de Kolmogorov τ_η (400 à $700 \mu\text{s}$, voir le tableau 4.1), et la cavitation dans ce régime peut donc être considérée comme un marqueur passif et instantané du champ de pression.

4.3 Visualisation et analyse des filaments

4.3.1 Observations dans l'eau pure et salée

Observation dans l'eau pure : cavitation

En éclairant l'écoulement à l'aide de la lampe stroboscopique, nous obtenons des images instantanées de bulles marquant les régions dépressionnaires⁸. A pression hydrostatique élevée (lorsque seule les dépressions extrêmes donnent lieu à de la cavitation), nous n'observons que quelques bulles alignées le long d'une structure. Sur la figure 4.10 nous voyons environ 2 à 3 bulles par cm, chacune d'un diamètre de 2 mm environ. D'une image à l'autre, les bulles sont différentes, mais il est clair qu'elles nucléent dans la même région.

Lorsque nous éclairons l'écoulement continûment, chaque image représente une moyenne d'environ 100 des instantanés précédents. Nous obtenons alors une image lissée (voir la figure 4.11), permettant d'évaluer l'extension de la région de basse pression, de 2 mm de diamètre environ dans cet exemple.

La situation semble plus complexe à pression hydrostatique plus basse, dans le cas de la “cavitation dure”. Les bulles cavitantes peuvent avoir un très long temps de vie avant de s'effondrer (quelques ms), et ne plus avoir une forme sphérique, comme si elles grossissaient jusqu'à ce que leur surface atteigne des régions de pression plus élevée. Ces grosses cavités de vapeur peuvent également provenir de la coalescence de plusieurs bulles plus petites. La figure 4.12 montre un tel

⁸Quelques animations de filaments sont sur le site http://www.milou.msc.cornell.edu/~moisy/gallery_page.html.

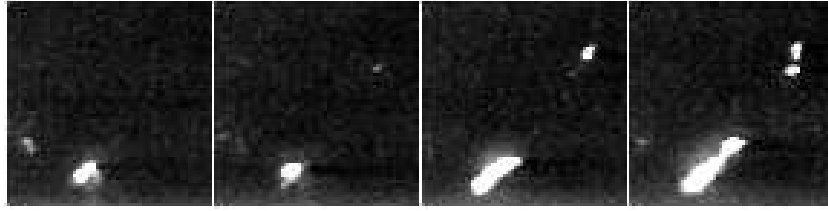


Figure 4.12: Cavité croissant dans une structure, en mode de “cavitation dure”. Eclairage stroboscopique (temps d’exposition $20 \mu s$), 3.75×3.75 cm au centre, 2.5 ms entre les images. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 120$ mbar, $\Sigma \simeq 0.5\Sigma_i$. Le temps d’exposition très court permet de conclure que cette grande cavité de vapeur n’est pas un effet de moyennage.

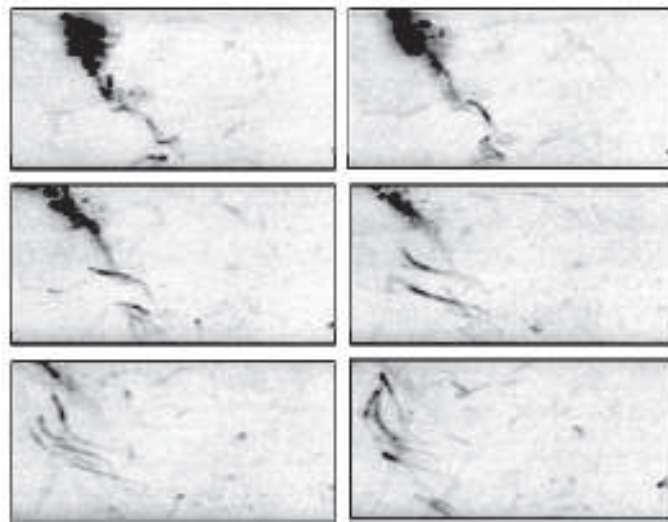


Figure 4.13: Filament entouré de trajectoires de petites bulles d’air, en “cavitation dure” dans l’eau pure. Eclairage continu (exposition 2.5 ms), environ 6×2 cm au centre, 2.5 ms entre chaque image. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 120$ mbar, $\Sigma \simeq 0.5 \Sigma_i$. Les couleurs ont été inversées.

exemple de grosse cavité non sphérique, croissant sur un temps de l’ordre de 10 ms. Il est clair que de telles bulles perturbent fortement la région de l’écoulement où elles naissent, et nous n’avons plus affaire à une mesure non intrusive.

Cependant, cette visualisation de l’écoulement à basse pression hydrostatique est utile, car elle permet de suivre des plus petites bulles d’air, en équilibre dans l’eau, advectées par l’écoulement. En les observant avec un éclairage continu, nous pouvons suivre les trajectoires moyennées sur le temps d’exposition, ce qui permet d’estimer la vitesse en périphérie des grosses structures (voir par exemple la figure 4.13). Nous verrons, en section 4.3.3, comment ces trajectoires permettent d’estimer la vorticité des filaments.

Observation dans l’eau salée : Migration de bulles

Afin d’éviter l’effet des cavités géantes de vapeur dans le cas de “cavitation dure”, nous avons effectué des observations avec de l’eau salée. Dans ce cas, les bulles d’air résiduelles sont plus petites, plus stables (moins susceptibles de coalescer), et marquent l’écoulement plus précisément.

Dans cette configuration, nous pouvons faire décroître la pression hydrostatique bien plus bas que dans le cas de l’eau pure (jusqu’à 80 mbar au centre de l’écoulement), sans obtenir les grosses cavités de vapeur décrites précédemment. La pression seuil de cavitation semble nettement

inférieure à celle de l'eau pure. Diminuer la pression moyenne a donc essentiellement pour effet d'augmenter la concentration et le rayon moyen de bulles d'air présentes dans l'eau. La visualisation des filaments s'effectue maintenant plus par la migration et le grossissement des bulles d'air que par la cavitation de bulles de vapeur.

A des pressions hydrostatiques de l'ordre de 80 mbar, le grand nombre de bulles d'air présentes dans l'écoulement rend les images moins contrastées, mais les filaments restent très visibles. L'augmentation de la concentration de bulles au voisinage d'un filament nous permet d'en suivre la trace durant sa déstabilisation : les images montrent des bulles restant à l'endroit où était présent un filament, jusqu'à 20 ms après que celui-ci a perdu sa cohérence. Nous pouvons donc, dans cette configuration, observer la déstabilisation des filaments (voir section 4.3.3), ce qui est impossible dans l'eau pure.

Permettant d'obtenir une visualisation de meilleur qualité, la plupart des images suivantes ont été obtenues dans l'eau salée — mais les analyses de taux de cavitation effectuée avec le photodétecteur ont évidemment été réalisées dans l'eau pure.

4.3.2 Répartition spatiale des filaments et mécanisme de formation

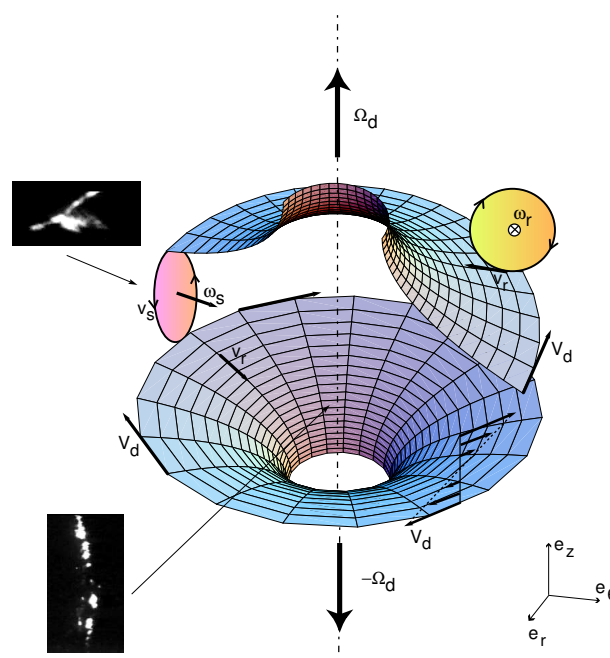


Figure 4.14: Vue d'“artiste” de l'écoulement moyen (surfaces grisées) et des structures dépressionnaires observées. $\pm\Omega_d\vec{e}_z$ est la vorticité moyenne imposée due à la rotation des disques, créant un écoulement $V_d(r, z)\vec{e}_\theta$. Dans le voisinage du plan médian $z = h/2$ le cisaillement $-\omega_s(r, z)\vec{e}_r$ crée un enroulement $\vec{v}_s(r, z) \perp \vec{e}_r$. Enfin, la recirculation toroïdale $\omega_r\vec{e}_\theta$, due au pompage centrifuge, associée à une convergence des lignes de courant \vec{v}_r , est responsable de l'étirement axial.

Nous allons dans un premier temps décrire les différents types d'objets que nous visualisons et l'endroit de l'écoulement où ils apparaissent (voir le schéma figure 4.14).

Les structures que nous observons à l'aide de la cavitation sont essentiellement de longs filaments verticaux, au centre de l'écoulement. Leur longueur est de quelques centimètres, et peut parfois atteindre 10 cm. Leur temps de vie moyen est d'environ 30 ms, et peut aller jusqu'à 100 ms — de l'ordre du temps de retournement $1/f \simeq 100\text{--}150$ ms. Leur rayon, plus délicat à déterminer puisqu'il est de l'ordre du rayon des plus grosses bulles, peut néanmoins être estimé à 2 mm. Cette échelle se trouve être de l'ordre de grandeur de l'échelle de Taylor (1.7–2 mm, voir le table 4.1),

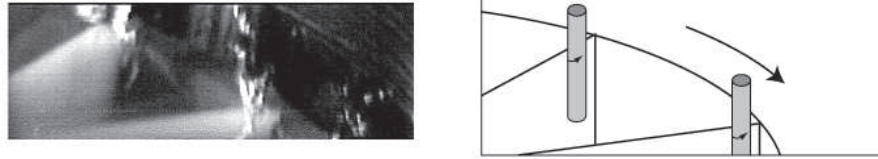


Figure 4.15: Photo et schéma des tourbillons stables localisés entre les pales des disques. Ils restent attachés au coin supérieur gauche du triangle (le disque tourne vers la droite), et ne sont responsables que d'émission de bulles, sans organisation, vers la partie centrale de l'écoulement.

mais il n'est pas possible d'en vérifier la loi d'échelles, du fait du domaine très restreint de R_λ que nous pouvons couvrir (20 %).

En périphérie de la couche de cisaillement médiane, de grandes régions de forte cavitation apparaissent, et semblent envoyer des bouffées de bulles vers le centre. Ces objets sont moins cohérents que les filaments verticaux observés au centre, mais semblent avoir de très grands temps de vie (au moins de l'ordre du temps de retournement $1/f$). Les parois sont trop distantes pour être responsables de la formation de tels objets. Comme nous le verrons, ces bouffées sont vraisemblablement la signature de l'enroulement de la couche de cisaillement, premier stade de formation des filaments.

Enfin, près des disques, une grande quantité de bulles est émise et envoyée dans l'écoulement par l'effet de l'éjection centrifuge. Il apparaît, coincés entre les pales et entraînés à la vitesse du disque, des tourbillons très localisés et manifestement très stables (voir la figure 4.15). Nous pensons que ces tourbillons n'ont rien à voir avec ceux apparaissant au centre de l'écoulement, et ne sont responsables que d'émissions de bulles sans organisation apparente.

Dépendance en la pression moyenne

Grâce aux plus basses pressions hydrostatiques pouvant être atteintes dans l'eau salée (jusqu'à 80 mbar, soit un écart au seuil d'environ 50 mbar), nous pouvons observer des structures de dépressions moins importantes que dans l'eau pure.

Nous observons tout d'abord que les filaments verticaux apparaissent beaucoup plus longs que dans le cas de l'eau pure, les plus grands atteignant 15–20 cm (la distance entre les disques est de 33 cm). De plus, leur temps de vie semble également beaucoup plus long : de 30 ms dans l'eau pure, il peut atteindre 100 ms dans l'eau salée. Ceci signifie que la dépression maximale n'est pas constante dans le temps, mais augmente, probablement au cours de leur intensification par étirement tourbillonnaire. Par contre, leur rayon ne semble pas dépendre de la pression moyenne, ce qui signifie que l'extension de la dépression est très localisée radialement, alors qu'elle est plus "floue" axialement. Le temps de vie ainsi que le temps d'attente moyen entre deux filaments sont tous deux de l'ordre du temps de retournement, soit 100 ms.

Hiérarchie des filaments Alors que les filaments les plus intenses étaient principalement orientés verticalement, les visualisations à très basse pression hydrostatique laissent apparaître une population de filaments moins intenses, dont l'orientation semble beaucoup plus aléatoire. Cette observation confirme l'idée intuitive d'une isotropie croissante à plus petite échelle.

Mécanisme de formation des filaments

Les observations précédentes permettent de construire un scénario de formation des filaments. Ce mécanisme se comprend en supposant que l'écoulement moyen à haut nombre de Reynolds est comparable à l'écoulement stationnaire à bas nombre de Reynolds. Bien que naïve, cette image permet de donner une bonne idée du mécanisme de formation des filaments. Cependant, il est clair que les fluctuations autour de l'écoulement moyen jouent un rôle crucial dans la formation des

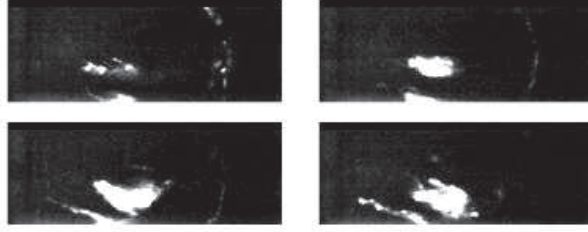


Figure 4.16: Bouffées, émises de la gauche vers la droite, et formation d'un filament horizontal par enroulement de la couche de cisaillement. Eclairage continu (temps d'exposition 2.5 ms), 21.4×6.8 cm, au milieu à gauche de l'écoulement, 10 ms entre deux images. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 120$ mbar, $\Sigma \simeq 0.5 \Sigma_i$.

structures les plus intenses. Nous allons en décrire deux étapes, l'initiation (instabilité du cisaillement médian) et l'intensification (redressement et étirement tourbillonnaire). Sur la figure 4.14 sont illustrés l'écoulement moyen et ces deux étapes d'initiation et d'intensification. La dernière étape, la disparition du filament par instabilité, est plus délicate à décrire du fait de la méthode de visualisation par cavitation : En effet, si un filament subit une déstabilisation, sa dépression n'est plus aussi importante, et plus aucune bulle ne nucléera lorsque la pression sera de nouveau supérieure au seuil. Dans la section suivante nous décrirons quelques cas d'instabilités de filaments, observés dans l'eau salée par migration de bulles.

Initiation Entre des disques contrarotatifs équipés de pales, le cisaillement est confiné dans une couche centrale [36], dont l'épaisseur typique est d'environ $d=0.15h$ (environ 5 cm). Le nombre de Reynolds, basé sur le saut de vitesse $\Delta U_\theta(r = R, z = \pm d/2)$ à travers cette couche, vaut

$$Re = \Delta U_\theta d / \nu \sim 10^5.$$

Les ordres de grandeur de vitesse que nous utilisons ici sont basés sur des mesures effectuées par vélocimétrie laser Doppler, à $f = 9$ Hz, résumées dans le tableau 4.2. A de tels nombres de Reynolds, la couche de cisaillement s'enroule par une instabilité de type Kelvin-Helmoltz. Nous obtenons des tourbillons orientés radialement, d'une vorticité initiale de l'ordre du cisaillement $\sim \Delta U_\theta / \Delta z$, que l'on peut estimer à :

$$\omega_s \sim 40 \text{ rad.s}^{-1}$$

(de l'ordre de la vorticité injectée par les disques $\Omega_d \sim 4\pi f$). Si les filaments étaient directement produits par intensification de la vorticité près des disques, nous ne pourrions pas les observer au centre de l'écoulement, puisque la vitesse axiale est essentiellement dirigée du centre vers les disques.

Nous avons noté la présence d'événements de cavitation, à la périphérie de la couche de cisaillement, qui émettent des bouffées de bulles advectées par l'écoulement radial convergeant vers le centre. Lorsque la pression hydrostatique est suffisamment basse, on peut distinguer l'enroulement

$z/\frac{1}{2}h$	$r = 0$	$r = R/2$	$r = R$
0.48	(-0.1, 0.1, 2.1)	(-0.1, 1.2, 1.4)	(-0.3, 2.4, 0.6)
0.24	(-0.1, 0.1, 1.5)	(-0.7, 0.7, 1.3)	(-0.7, 1.7, 0.3)
0	(0.2, 0.2, 0.0)	(-1.0, 0.1, 0.2)	(-1.2, 0.2, 0.0)

Table 4.2: Vitesses moyennes (U_r, U_θ, U_z) en m/s, mesurées par vélocimétrie laser Doppler à $f=9$ Hz ($2\pi Rf = 5.6$ m/s). Remerciement à G. Voth.

de ces bouffées, et la formation d'un long filament horizontal (voir la Figure 4.16). Ces objets ont un temps de vie relativement long, typiquement de l'ordre du temps de retournement $1/f \sim 100\text{--}150$ ms. En utilisant un éclairage sur une tranche de 4 cm de profondeur, illuminant 6 % du périmètre de la couche de cisaillement centrale, nous pouvons voir environ 1 événement toutes les 3 s. Ceci conduit à un temps d'attente moyen de 200 ms entre deux filaments produits sur la totalité de la couche de cisaillement, soit presque 1 filament par temps de retournement, comparable au temps de vie des filaments. Il apparaît donc que ce processus d'enroulement s'effectue en permanence quelque part sur la couche de cisaillement, une fois par tour de disque environ.

Le détail du mécanisme de formation que nous décrivons ici est probablement propre à la géométrie de notre forçage ; cet enroulement n'est certainement pas aussi intense dans la géométrie employée dans les expériences de Douady *et al.* (1991) [61], du fait de la présence des parois sur lesquelles la vitesse s'annule. Nous discuterons dans la section 4.4 l'influence de la géométrie de forçage sur l'existence de ces structures.

Intensification La seconde étape de ce mécanisme est le redressement des filaments, advectés par l'écoulement moyen. Cet écoulement est d'abord une convergence radiale dans le plan moyen, puis axiale dans la direction des disques. L'orientation, vers le disque supérieur ou inférieur, suivie par le filament dépend des oscillations de la couche de cisaillement. En effet, nous savons que cette couche est extrêmement instable : une légère fluctuation de la vitesse de l'un des disques décale de façon importante la couche de cisaillement vers le disque le plus lent, expliquant pourquoi en alternance un des tores de recirculation prédomine sur l'autre, sur des temps qui peuvent être supérieurs au temps de retournement (voir la figure 4.18). Un tel balancement de la couche de cisaillement apparaît clairement à très basse pression hydrostatique, en éclairant l'écoulement par une tranche verticale et en suivant le mouvement des bulles. Nous notons au passage que la vorticité de filament est toujours orientée dans la même direction que la rotation du disque vers lequel il est advectée.

Si, temporairement, le tore de recirculation supérieur prédomine sur l'inférieur, la couche de cisaillement se trouvera plus basse, et l'importante vitesse axiale ascendante advectera le filament vers le disque supérieur (voir les figures 4.17 et 4.18). Cette advection s'accompagne d'un étirement par le gradient axial de vitesse, d  à la convergence radiale des lignes de courant. L'oscillation de la couche de cisaillement, manifestation de l'intermittence grande échelle, explique ainsi comment un filament peut se trouver temporairement vertical et couper le plan médian.

L'intensification de la vorticité est caus e par le gradient de vitesse le long de l'écoulement convergent radial-axial. Ici encore, les mesures des vitesses moyennes, reportées dans le tableau 4.2, permettent d'estimer cet effet. Le gradient axial peut être évalué par :

$$\gamma_z = \frac{\partial U_z}{\partial z} \simeq \frac{U_z(r=0, z=0.48\frac{1}{2}h) - U_z(r=0, z=0)}{0.48\frac{1}{2}h} \simeq 30 \text{ s}^{-1}.$$

Si une structure de vorticité initiale $\omega_0 \simeq 40 \text{ rad.s}^{-1}$, comme estimé précédemment, subit un tel étirement pendant un temps de retournement $\sim 1/f$, sa vorticité finale sera :

$$\omega_z \simeq \omega_{z0} e^{\gamma_z/f} \simeq 1000 \text{ rad.s}^{-1}.$$

De plus, comme nous l'avons dit, lorsqu'un tore de recirculation prédomine temporairement sur l'autre, le gradient axial de vitesse peut atteindre des valeurs bien plus importantes. La vorticité obtenue devient quoi qu'il en soit nettement supérieure à la vorticité injectée par les disques (au moins d'un ordre de grandeur) : les filaments se découplent du fond, et peuvent être vus comme des tourbillons intenses dans un environnement calme.

Cette étape est celle durant laquelle nous observons les longs filaments verticaux stables. Dans l'eau pure, nous mesurons un temps de vie moyen de 30 ms. Dans l'eau salée, où nous pouvons observer des filaments moins intenses, le temps de vie moyen et le temps d'attente sont tous deux d'environ 90 ms. Dans la section précédente, nous avons observé environ 1 enroulement de la couche de cisaillement par temps de retournement. Ces deux observations permettent de conclure que l'essentiel des filaments verticaux observés au centre, si ce n'est tous, sont produits par l'instabilité de la couche de cisaillement.

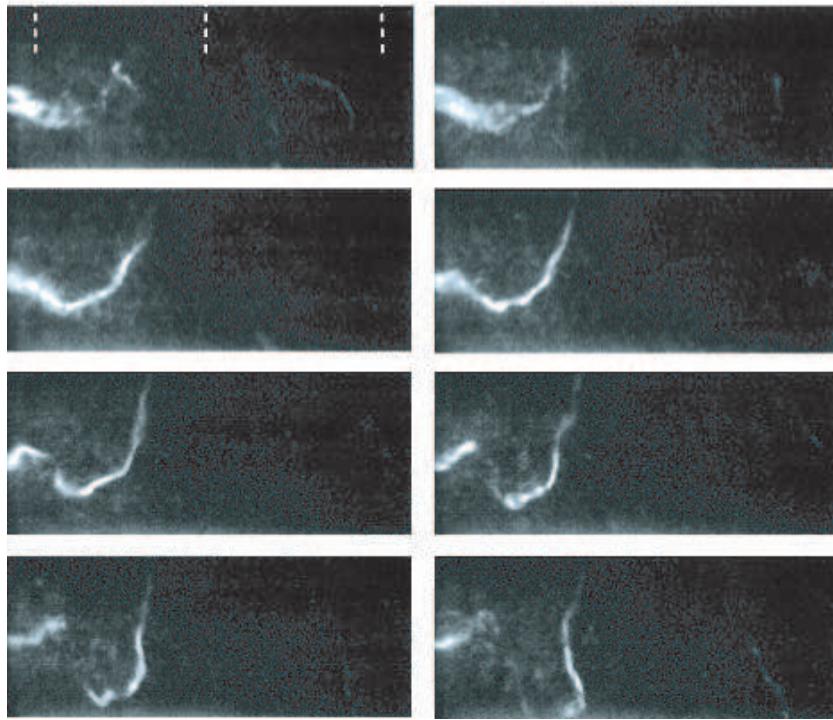


Figure 4.17: Redressement d'un filament, produit dans la couche de cisaillement horizontale et étiré-advecté verticalement, vers le disque supérieur. Pendant la durée de cet enregistrement, le tore de recirculation supérieur est temporairement plus intense (voir schéma 4.18). Sur la première image, les lignes pointillées sont à la verticale du centre et des bords des disques. Eclairage continu (temps d'exposition 2.5 ms, 10 ms entre deux images), image centrée de 23.4×7.5 cm. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 105$ mbar, dans l'eau salée.

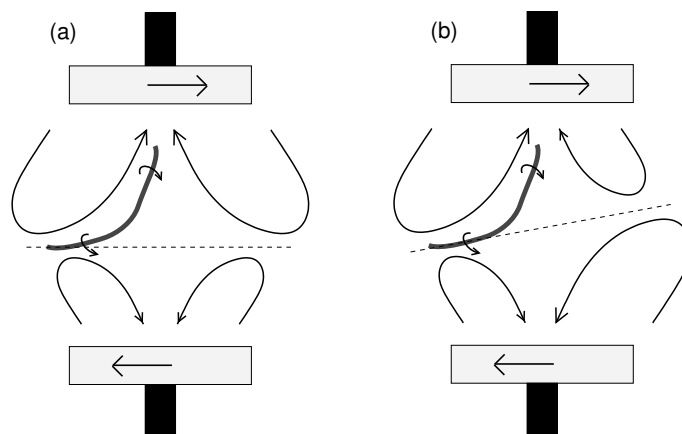


Figure 4.18: Scénario de redressement d'un filament. L'instabilité de la couche de cisaillement (trait pointillé) peut conduire à un décalage (a) ou un balancement (b), sur des temps typiques d'un à 3 temps de rotation des disques.

4.3.3 Caractérisation des filaments

Mesures de circulation

Nous allons maintenant tenter de caractériser un peu plus quantitativement les filaments stables observés au centre de l'écoulement. Les caractéristiques intéressantes d'un tourbillon sont sa circulation et sa vorticité. Celles-ci peuvent être obtenues à partir des visualisations, par deux méthodes :

1. La première consiste à mesurer les vitesses angulaires en périphérie du filament. Pour cela, on éclaire en continu l'écoulement à très basse pression hydrostatique (cavitation dure), et l'on mesure la longueur des trajectoires.
2. La seconde consiste à estimer la dépression au cœur du filament connaissant l'écart entre la pression hydrostatique moyenne et la pression seuil de cavitation.

Pour remonter des vitesses angulaires mesurées à la vorticité, nous devons recourir à un modèle de tourbillon. Le plus simple est le modèle de Rankine, qui suppose la rotation solide d'un cœur de rayon r_c . Sa vorticité est constante dans le cœur ($r < r_c$), et nulle en dehors. Le lien entre la vorticité ω_c et la vitesse angulaire $\omega(r)$ est donné par

$$\begin{cases} \omega(r) = \frac{1}{2}\omega_c & \text{pour } r < r_c \\ \omega(r) = \frac{1}{2}\omega_c \left(\frac{r_c}{r}\right)^2 & \text{pour } r > r_c. \end{cases} \quad (4.9)$$

Cette expression constitue une approximation correcte pour des tourbillons réels, à condition que r ne soit pas trop proche de r_c .

Connaissant le rayon de cœur, nous pouvons en déduire la circulation du tourbillon $\Gamma = \pi r_c^2 \omega_c$. Le suivi de trajectoires de bulles d'air⁹ au voisinage d'un filament permet d'estimer une vitesse angulaire à une distance quelconque, et d'en déduire la circulation $\Gamma = 2\pi r_c^2 \omega(r)$. Lorsque l'étirement axial subit par le tourbillon est important, les trajectoires des bulles sont hélicoïdales, mais ceci n'affecte pas l'estimation des vitesses angulaires.

Sur les images de la figure 4.19, avec $f = 9.5$ Hz et $p_0 = 95$ mbar, nous voyons deux filaments proches (il est difficile de dire s'ils se connectent en un seul gros tourbillon). Le rayon de ce système à deux tourbillons peut être estimé à partir de ces images à $2 r_s = 9$ mm, et la durée d'un demi-tour à 12.5 ms (5 images de 2.5 ms), c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} u_\theta(r_s) &= 1.1 \text{ m/s} \quad (\sim 0.2 U_d) \\ \omega(r_s) &= 250 \text{ rad/s} \quad (f = 40 \text{ Hz}) \end{aligned}$$

où $\omega(r_s)$ est la vitesse angulaire du système. Sachant qu'un système constitué de deux tourbillons parallèles, de même circulation Γ , tourne sur lui-même sous l'effet de l'induction de chacun des tourbillons à une vitesse angulaire $\Gamma/4\pi r_s^2$ [20], nous pouvons en déduire la circulation et la vorticité de chaque tourbillon. Sur la quatrième image nous pouvons estimer le rayon d'un tourbillon à $r_c \simeq 1.3$ mm, et nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Gamma &= u_\theta 4\pi r_s = 0.062 \text{ m}^2/\text{s} = 62 \cdot 10^3 \nu \\ \omega_c &= \frac{\Gamma}{\pi r_c} = 12000 \text{ rad/s, soit } f = 1.9 \text{ kHz} \end{aligned} \quad (4.10)$$

où ω_c est ici la vorticité au cœur de chaque brin, et Γ/ν est le nombre de Reynolds à la périphérie du tourbillon.

Si nous faisons maintenant l'hypothèse que la pression dans le tourbillon est égale à la pression de vapeur saturante [126], et que la pression à l'extérieur du tourbillon est la pression moyenne dans

⁹Nous supposons ici que la bulle agit comme un traceur, c'est-à-dire que sa vitesse est celle de l'écoulement environnant. Ran et Katz (1991) [149] montrent que la vitesse des bulles est environ 90 % de celle de l'écoulement, ce qui justifie cette hypothèse.

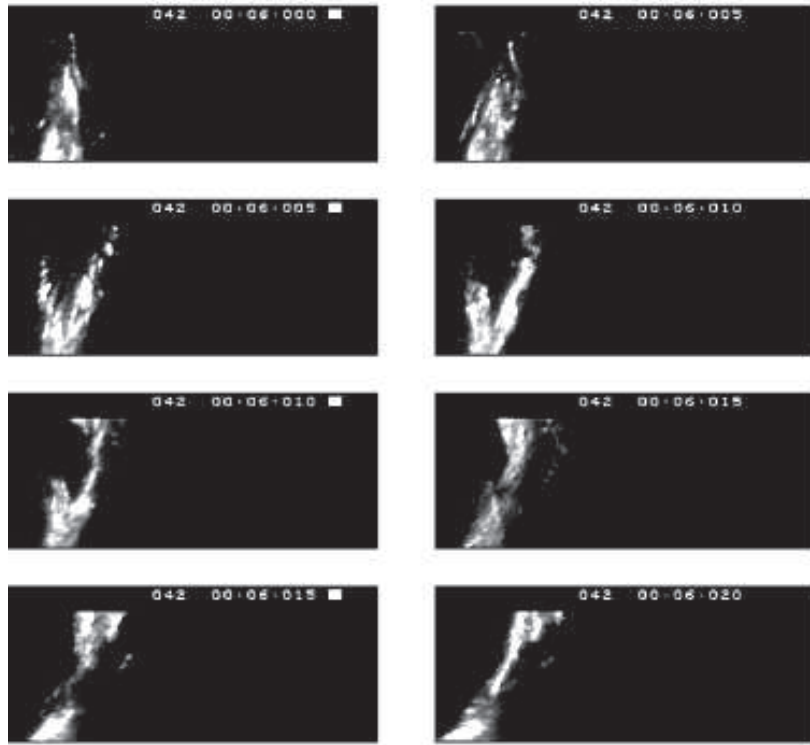


Figure 4.19: Séquence montrant la rotation de deux brins d'un filament double, ou de deux filaments proches. Eclairage continu (temps d'exposition 2.5 ms), 8.38×2.68 cm au centre, 2.5 ms entre deux images. $R_\lambda = 1850$, $p_0 = 125$ mbar, $\Sigma \simeq 0.4 \Sigma_i$.

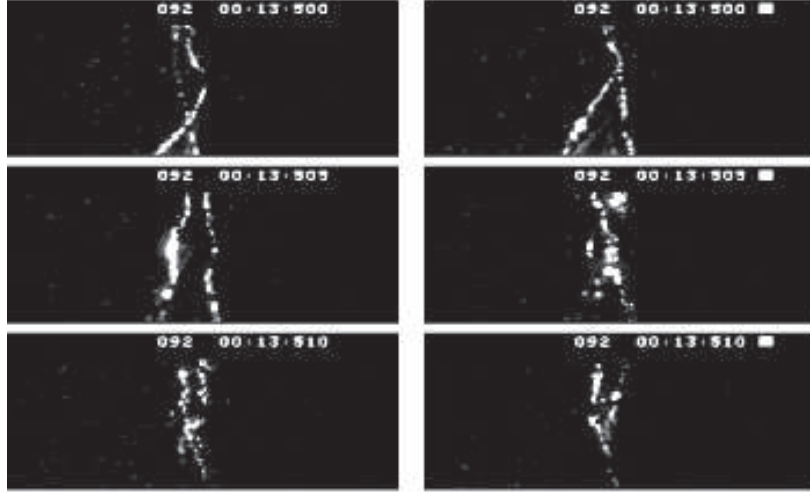


Figure 4.20: Deux filaments, celui de gauche s’enroulant autour de celui de droite. Eclairage stroboscopique (temps d’exposition $20 \mu\text{s}$), $5.94 \times 1.90 \text{ cm}$ au centre, 2.5 ms entre deux images. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 135 \text{ mbar}$, dans l’eau salée.

le reste de l’écoulement, nous pouvons alors estimer la circulation du tourbillon. Dans le cas d’un tourbillon de Burgers, correspondant à une distribution gaussienne de vorticité, la dépression au cœur est liée à la vitesse périphérique maximale [36] $\Delta p = -0.17\rho u_\theta^2$. Pour $\Delta p = p_v - p_0 = 65 \text{ mbar}$, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \Gamma &= 2\pi r_c \left(\frac{p_0 - p_v}{0.17\rho} \right)^{1/2} = 0.060 \text{ m}^2/\text{s} \\ \omega_c &= \frac{\Gamma}{\pi r_c} = 11000 \text{ rad/s, soit } f = 1.8 \text{ kHz} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Comme nous le voyons, ces deux estimations de la circulation sont en excellent accord. Notons que, pendant sa durée de vie d’environ 100 ms (temps de retournement), ce filament a le temps de tourner environ 200 fois, ce qui nous permet évidemment de le considérer comme une *structure cohérente* (par opposition à un “*eddy*” incohérent, supposé tourner typiquement 1 fois avant d’être déstabilisé ou de diffuser).

Rappelons que les hypothèses utilisées ici sont (i) que le rayon du tourbillon est effectivement le rayon délimité par la cavitation, et (ii) que la pression partielle d’air dans les bulles peut être négligé¹⁰.

Comme nous l’avons vu, deux tourbillons parallèles, dont la vorticité est dans le même sens, se propulsent l’un l’autre selon une trajectoire circulaire, à une vitesse angulaire dépendant de la distance entre les axes et de la circulation de chaque tourbillon. Par conséquent, si les deux filaments ne sont pas exactement parallèles, la distance entre leurs axes ne sera pas constante et la vitesse angulaire du système variera le long de l’axe. La figure 4.20 illustre un tel cas de figure. Cette situation intervient typiquement pour deux filaments subissant un étirement selon leur axe ; le gradient axial de vitesse advecte et augmente la vorticité, accessoirement rapproche les axes (du fait de la compression dans le plan normal à l’étirement), et produit au final une double hélice, s’enroulant dans le même sens que la rotation des tourbillons eux-mêmes¹¹.

¹⁰En toute rigueur, il faudrait également tenir compte de la modification de vitesse angulaire due à la différence de densité entre l’eau et l’air : la conservation du moment cinétique $\sim \rho r^2 \omega^2$ lors de la cavitation impose une augmentation de la vitesse angulaire ; cependant, on peut montrer que cet effet est négligeable en pratique dans le cas de la cavitation légère [13].

¹¹Deux artefacts peuvent également conduire à l’impression visuelle d’une double hélice : le premier est dû aux trajectoires circulaires de petites bulles d’air dans la périphérie de filaments intenses (voir par exemple la

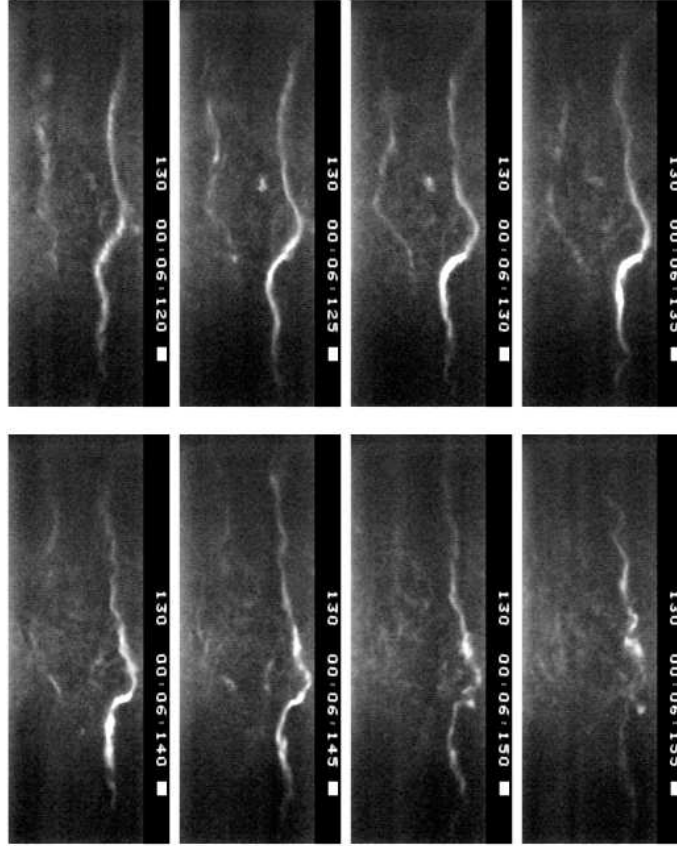


Figure 4.21: Long filament vertical se déstabilisant. Eclairage continu , 16×5.2 cm au centre, 5 ms entre deux images. $R_\lambda = 1700$, $p_0 = 80$ mbar, dans l'eau salée.

Instabilité des filaments

Comme nous l'avons vu en section 4.3.1, la fin des filaments n'a pu être étudiée que dans le cas de l'eau salée à très basse pression moyenne : la migration des petites bulles d'air stables dans le cœur des structures dépressionnaires permet de garder la trace de la structure même lorsque le minimum local de pression n'est plus aussi bas.

Lors du processus d'intensification, les filaments sont longs et d'aspect rigide. Puis se développent des ondulations le long de l'axe du filament, provenant certainement de fluctuations de grande échelle dans l'écoulement environnant. Ces ondulations ont parfois l'aspect de distorsions hélicoïdales, similaires à celles décrites par Hopfinger *et al.* (1982) [79] : si le filament produit une boucle (d'un rayon de l'ordre du cm), l'écoulement de rotation induit une torsion de la boucle, et l'étirement axial concentre la courbure sur une région de plus en plus petite (voir l'exemple de la figure 4.21). Le filament se casse en s'entortillant sur lui-même, jusqu'à ce que la pression ne soit plus suffisamment basse pour que les bulles continuent à en marquer la structure. Nous n'avons pas observé de signature claire de sous-structure provenant de l'éclatement tourbillonnaire.

figure 4.13), en particulier en cavitation dure. Le second est plus subtil : s'il existe une ondulation le long de l'axe du tourbillon dont la période de rotation est de l'ordre du temps d'exposition (l'écoulement induit par une ligne de vorticit e incurv ee entra ene une rotation [20]), un effet de persistance sur l'enveloppe de l'oscillation donnera l'illusion de deux tourbillons vrillées. Dans tous les cas, il convient d'utiliser l'éclairage stroboscopique, à court temps d'exposition, pour étudier ces interactions entre tourbillons.

4.3.4 Analyse statistique des fluctuations de pression

Après avoir caractérisé de manière qualitative les événements attachés aux régions de plus basse pression, nous avons mis à profit la cavitation pour étudier des propriétés statistiques des fluctuations de pression. Il nous a été possible de sonder la distribution de pression en volume, ou tout du moins son aile négative. Le principe de cette mesure est le suivant : en admettant que la cavitation opère comme un seuillage local du champ de pression, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} p(\mathbf{x}, t) \leq p_c \Rightarrow \text{bulle} \\ p(\mathbf{x}, t) \geq p_c \Rightarrow \text{pas de bulle,} \end{cases} \quad (4.12)$$

où p_c est le seuil de cavitation, légèrement inférieur à la pression de vapeur saturante, il devient possible de lier la fraction de temps où l'on observe des bulles dans un volume donné à la probabilité cumulée. En effet, dans la limite où le volume imagé peut être considéré comme ponctuel, cette fraction de temps, ou probabilité d'observer de la cavitation, peut s'écrire :

$$\wp(p \leq p_c; p_0) = \int_{-\infty}^{p_c} f(p; p_0) dp, \quad (4.13)$$

où $f(p; p_0)$ est la densité de probabilité (pdf) de la pression, à pression moyenne donnée.

Bien entendu, cette densité de probabilité peut varier en différentes parties de l'écoulement. Cependant, les mesures d'intensité diffusée que nous avons réalisées ont été effectuées dans un volume de 3 cm^3 , volume sur lequel l'écoulement peut être considéré comme homogène. Dans ce cas, nous pouvons considérer que la pdf intégrée sur ce petit volume est tout simplement proportionnelle à la pdf en un point¹². Nous pouvons donc, en faisant varier la pression moyenne, et donc l'écart au seuil de cavitation, mesurer cette probabilité cumulée, et en déduire l'aile négative de la pdf de pression. Cette méthode constitue ainsi une mesure, non intrusive et en volume, de la distribution de pression pour les événements les plus dépressionnaires.

Des mesures synchronisées à la caméra rapide permettent de s'assurer que le signal lumineux détecté correspond bien aux visualisations de filaments.

Nous reportons le lecteur à l'article *Using Cavitation to measure statistics of low-pressure events in large-Reynolds-number turbulence* [94], pour la description de ces mesures et l'analyse des résultats. Nous nous contenterons ici d'en rappeler les principales conclusions.

Nous avons reproduit, figure 4.22, la fraction de cavitation $\wp(p \leq p_c)$. Il est clair qu'un ajustement exponentiel reproduit très bien les points expérimentaux. De cette observation, on peut en déduire que la pdf, définie comme (moins) la dérivée, à un préfacteur près, de cette fraction de temps, peut s'écrire sous la forme :

$$f(p; p_0) \sim e^{-(p-p_0)/\alpha},$$

où α est le décrétement logarithmique, identique à celui mesuré sur la fraction de temps elle-même (figure 4.22)

Lien entre distribution exponentielle et filaments

Nous allons maintenant tenter de préciser le lien entre les structures filamentaires que nous visualisons et les distributions statistiques. A cette fin, il est intéressant d'étudier la densité de probabilité associée à chaque événement.

Nous avons réalisé une série d'observations au plus bas nombre de Reynolds accessible ($f = 6.5 \text{ Hz}$, $R_\lambda = 1530$, $\frac{1}{2}\rho U_d^2 = 83 \text{ mbar}$), en faisant varier la pression moyenne, et donc l'écart au seuil de cavitation (mesuré, en valeur relative, par le paramètre $\Sigma = \Delta p / (\frac{1}{2}\rho U_d^2)$, avec $\Delta p = p_0 - p_v$). Ces observations sont regroupées dans le tableau 4.3.

Les premiers événements (quelques bulles isolées) apparaissent à un écart au seuil adimensionnée de 1.27, qui est l'indice de déclenchement de cavitation Σ_i (4.3) à un tel nombre de

¹²Ce facteur de proportionnalité peut être vu comme le nombre de petits cubes corrélés qui emplissent le volume imagé, si l'on suppose que la turbulence est une somme de cubes de taille η^3 non corrélés entre eux...

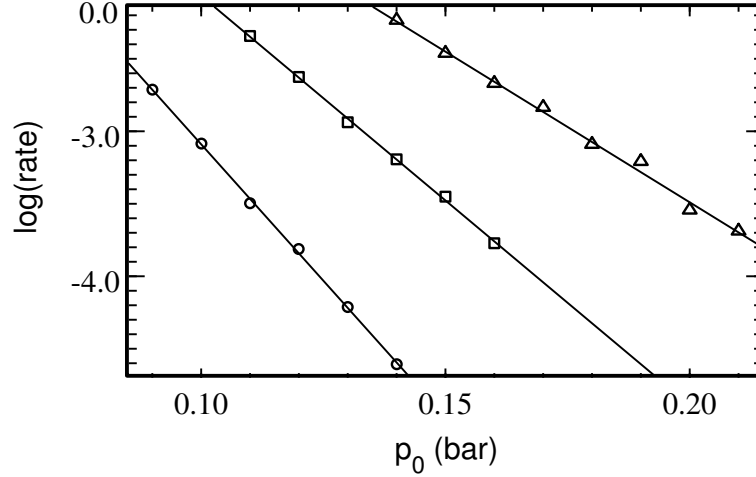


Figure 4.22: Fraction de cavitation en fonction de la pression moyenne, pour trois fréquences de rotation différentes (correspondant à $R_\lambda = 1660$ (\circ), 1770 (\square), 1880 (\triangle)). Les traits pleins représentent un ajustement par une loi exponentielle. Cette fraction de cavitation est proportionnelle à la probabilité cumulée de pression $\wp(p \leq p_c)$ (4.13). Reproduction de la figure 11 de la réf. [94].

Reynolds (figure 4.6). Dès $p_0 = 132$ mbar, l'observation de bulles alignées verticalement indiquent que les dépressions les plus intenses sont bien causées par les filaments verticaux. Cette observation persiste pour des pressions hydrostatiques moindres, marquant les régions de moindre dépression.

4.4 Discussion et Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la cavitation s'avère être un outil robuste pour sonder localement le champ de pression en volume, offrant la possibilité d'une visualisation à seuil du champ de pression. De plus, lorsque le taux de cavitation reste raisonnable, cette méthode permet l'étude statistique des fluctuations de pression, très délicate en volume.

Dans un premier temps, résumons nos observations tirées des visualisations. Les structures de basse pression, observées par cavitation, peuvent être caractérisées comme *grande échelle*, pour les raisons suivantes :

1. Leur longueur, de l'ordre du diamètre des disques pour les plus intenses, et leur orientation, essentiellement verticale, indiquent clairement que ces objets *voient* les grandes échelles ; leur rayon, de l'ordre de 2 mm, se trouve être de l'ordre de l'échelle de Taylor, mais il ne nous a pas été possible d'en vérifier la dépendance avec le nombre de Reynolds.

No. film	p_0 (mbar)	$\Sigma = \Delta p / (\frac{1}{2}\rho U_d^2)$	Observations
50	138	1.27	quelques bulles isolées seulement
51	132	1.20	3 à 4 bulles alignées, approx. verticalement
52	128	1.15	filament clairement visible, toutes les 10 s environ
53	119	1.05	idem.

Table 4.3: Observation des événements à $R_\lambda = 1530$ à différentes pressions hydrostatiques, dans une image centrée de 21.4×6.8 cm. Éclairage stroboscopique. $\Delta p = p_0 - p_v$, avec $p_0=119$ à 138 mbar, et $p_v = 30$ mbar.

2. Leur temps de vie, et le temps d'attente entre deux objets, est de l'ordre du temps de retournement $1/f$. Cette observation nous a permis d'en déduire un mécanisme de formation et d'intensification, contrôlé par l'instabilité de couche de cisaillement médiane et par l'étiement axial dû au pompage centrifuge.
3. Leur vitesse périphérique maximale, enfin, est de l'ordre de la vitesse des disques U_d , et leur dépression correspondante est $\sim \rho U_d^2$.

De ce point de vue, les structures les plus intenses que nous observons sont le fruit de la géométrie particulière du forçage — dans notre cas, le cisaillement médian et l'étiement axial. Des conclusions similaires sont obtenues à partir de mesures de pression en paroi dans cette géométrie (Roux *et al.* (1998) [152], Fauve *et al.* (1998) [67]).

Cependant, nous avons observé que les structures filamenteuses de cet écoulement ne se limitent pas à ces filaments verticaux. Les visualisations de migration de bulles d'air, dans l'eau salée à très basse pression hydrostatique, ont montré l'existence de structures filamenteuses moins intenses, et orientées de façon plus isotrope. Ceci suggère que les filaments plus faibles *voient* moins les grandes échelles de l'écoulement.

Une telle conclusion est en accord avec les observations de Villermaux *et al.* (1995) [180], dans une expérience de turbulence générée par deux grilles en oscillation dans l'eau ($R_\lambda \lesssim 300$) : près des parois, les filaments sont créés par une instabilité de couche limite (mettant en jeu une vitesse de l'ordre de U), alors qu'en volume des filaments moins intenses apparaissent, beaucoup plus rarement. Cette géométrie des grilles oscillantes présente elle aussi des instabilités primaires et donc des structures cohérentes, mais celles-ci sont confinées à la surface, alors que le volume est bien plus homogène, moins affecté par la présence de tels objets.

D'autre part, les mesures de diffusion de lumière nous ont permis d'estimer la distribution de pression pour les événements négatifs, dans la région centrale de l'écoulement où nous observons essentiellement les filaments verticaux. Ces distributions se trouvent être exponentielles avec un décrétement variant légèrement plus rapidement que l'hypothèse de similarité le prédit (même si notre faible gamme de nombres de Reynolds ne permet pas d'être catégorique sur ce point). Enfin, nous avons mis en évidence le lien entre distribution exponentielle des dépressions et filaments intenses.

L'ensemble de ces observations permet de conclure que les ailes de ces distributions exponentielles sont contrôlées par les filaments les plus intenses, objets anisotropes produits par les instabilités primaires d'un forçage particulier. Les filaments à dépression plus faible, moins sujets à l'anisotropie du forçage, contribuent à une région intermédiaire de cette distribution de pression.

Cette observation soulève bien entendu la question de l'*universalité* des fluctuations de pression en turbulence. En particulier, existe-t-il un lien entre les distributions exponentielles que nous obtenons, dues aux structures à grande échelle, et celles obtenues en simulation numérique homogène et isotrope ?

Numériquement, Pumir (1994a) [140] note que les structures contribuant aux événements les plus dépressionnaires sont les vermicelles, objets petite échelle du point de vue de leur rayon (variant comme l'échelle de Kolmogorov) — voir Jimenez *et al.* (1993) [82], Belin *et al.* (1996b) [22], Willaime *et al.* (1998) [187]. D'autre part Holzer et Siggia (1993) [77], constatent qu'un champ de vitesse gaussien (avec un spectre de Kolmogorov) produit également des distributions de pression exponentielles, qui ne sont donc pas une propriété de la turbulence¹³.

Expérimentalement, ces distributions exponentielles ont également été observées, dans un dispositif similaire (deux disques en contrarotation dans l'eau), avec des sondes de pression montées en paroi au niveau de la couche de cisaillement¹⁴, dans les expériences de Cadot *et al.* (1995) [35], Fauve *et al.* (1993) [66], Abry *et al.* (1994) [1], Labbe *et al.* (1996) [93] ; ces expériences soulignent

¹³Pumir (1994a) [140] souligne toutefois quelques légères différences entre les distributions de pression obtenues d'un champ de vitesse gaussien ou turbulent.

¹⁴Lamballais *et al.* (1997) [91] reportent, à partir de simulations numériques, des distributions symétriques de pression en paroi. L'assymétrie observée en paroi à la couche de cisaillement, dans les expériences entre disques contrarotatifs, est donc bien le reflet de la présence des filaments, et non une particularité du champ de pression au voisinage d'une paroi.

qu'une telle asymétrie est marquée essentiellement dans la couche de cisaillement. En dehors de cette région, il est beaucoup moins probable de rencontrer ces structures spécifiques à l'instabilité de cisaillement moyen. Delour (1998) [59] montre qu'au voisinage des disques, de tels tourbillons peuvent également contribuer à des événements de surpression.

Quelle synthèse tirer de ces observations ? Tout d'abord, les filaments de l'écoulement en contrarotation ne semblent pas être une propriété de la turbulence (dans le sens *turbulence pleinement développée homogène et isotrope*), mais plutôt de la spécificité de ce forçage¹⁵. De ce point de vue, les filaments apparaissent comme la persistance d'instabilités primaires plutôt que purement *turbulents* : à nombre de Reynolds modéré, la transition vers la turbulence s'effectue par instabilités successives des grandes échelles — enroulement de couche de cisaillement, décollement de couche limite etc. Du point de vue de la description statistique de la turbulence, ce sont ces instabilités primaires qui fournissent l'énergie, à un taux supposé constant, aux échelles inférieures. Comme nous l'avons montré au chapitre 2, un véritable régime inertiel (*i.e.* à transfert moyen d'énergie constant) n'est censé prendre place qu'à des échelles en-deçà de la gamme d'échelle injectant l'énergie (dont nous avons noté la borne inférieure par L_f). Dans la partie centrale de l'écoulement en contrarotation, si l'effet du forçage se fait sentir jusqu'à des échelles de l'ordre du diamètre des filaments les plus intenses, cela signifierait qu'on ne peut attendre de propriétés statistiques universelles qu'à des échelles inférieures (ici 2 mm environ).

Cependant, l'observation de tourbillons intenses, à distribution plus isotrope, soulignent l'aspect générique des structures filamentaires en turbulence. Même si les filaments à grande échelle ne sont pas une propriété de la turbulence elle-même, leur étude dans le contexte de la turbulence reste pertinente pour deux raisons :

- La première est qu'elle permet d'étudier la dynamique de tourbillons dans un environnement turbulent (influence mutuelle, instabilités). Ces observations restent valables appliquées à des tourbillons de taille inférieure (tant que leur circulation reste importante devant la viscosité), comme observés dans les simulations numériques de turbulence homogène et isotrope.
- La seconde est que les descriptions statistiques de la turbulence se focalisent généralement sur l'intermittence interne (inertielle et dissipative), c'est-à-dire sur la répartition de la dissipation de plus en plus accidentée aux échelles de plus en plus petites, étant donné un apport d'énergie constant (stationnaire et homogène) aux grandes échelles. Cette énergie étant injectée par le biais d'instabilités grandes échelles, l'étude des filaments dans cette géométrie peut être vue comme un cas d'école, où l'énergie est dès le départ injectée de façon particulièrement intermittente aux échelles inférieures.

Nous concluons sur ce second point : quelle est l'influence de l'intermittence grande échelle sur l'intermittence interne ? Bien entendu, toute l'intermittence ne réside pas là, puisque les simulations nous apprennent que l'intermittence interne existe même à injection d'énergie strictement constante.

¹⁵Brachet (c.p.) souligne que la géométrie des disques en contrarotation est celle qui assure un maximum d'hélicité injectée à grande échelle. Cette particularité se retrouve dans l'alignement systématique vorticité moyenne – étirement moyen, conduisant à la formation de tels objets.

Conclusion

Dans ce mémoire nous avons exploré plusieurs aspects de la turbulence développée. Les expériences réalisées dans l'hélium à basse température, exposées aux chapitres 2 et 3, nous ont permis d'étudier les propriétés statistiques des fluctuations de vitesse et de température sur d'importantes gammes de nombres de Reynolds. Nous avons ensuite abordé, au chapitre 4, l'étude du champ de pression en turbulence, à la fois du point de vue structurel et statistique, à partir d'une expérience originale de cavitation dans l'eau. Nous allons conclure ce mémoire en rappelant les résultats essentiels, et en présentant quelques perspectives.

Etude expérimentale des transferts d'énergie

Nous nous sommes dans un premier temps attachés à une description précise des transferts d'énergie échelle par échelle en fonction du nombre de Reynolds, sur la gamme $R_\lambda = 100$ –1600, dans les régions à faible taux de fluctuation de l'écoulement en contrarotation. L'existence d'un régime asymptotique universel, caractérisé par un transfert constant d'énergie à travers les échelles, est central à la construction d'une théorie statistique de la turbulence développée. Cette étude est rendue possible grâce à la grande variabilité de R_λ à géométrie fixée, ainsi qu'aux excellentes conditions de contrôle et de stabilité, offertes par l'utilisation de l'hélium à basse température.

A nombre de Reynolds fini, afin de modéliser l'effet de coupure des grandes échelles sur les transferts d'énergie, nous avons introduit un terme de forçage dans l'équation de Kolmogorov. Nous avons montré que cette équation était remarquablement vérifiée dans cet écoulement, sur toute la gamme de nombre de Reynolds étudiée. Nous avons clairement mis en évidence une tendance vers un régime asymptotique (loi des 4/5), et montré qu'un tel régime ne prenait place qu'à des nombres de Reynolds très élevés, de l'ordre de $R_\lambda \sim 1000$ –2000. Caractérisée en terme d'écart de la fonction de Kolmogorov à sa valeur asymptotique 4/5, nous avons montré que cette tendance était algébrique — alternative à la prédiction d'une évolution logarithmique du modèle variationnel [41].

L'existence d'un tel régime à transfert constant est souvent remis en question, dans le cadre d'expériences à nombre de Reynolds modéré et dans des conditions de forçage non confiné aux seules grandes échelles (comme dans le cas d'une couche limite). Afin d'éclaircir ce point, nous avons également réalisé quelques mesures dans un écoulement au voisinage d'une paroi rugueuse, ainsi que dans un écoulement en forte rotation. Nous avons montré que, dans le premier cas, la tendance vers le régime asymptotique était "ralentie", mais que celui-ci était bien retrouvé aux très hauts nombres de Reynolds. Nous avons caractérisé cette tendance en terme d'évolution de l'exposant de fonction de structure apparent ζ_3 , tendant effectivement vers 1 aux grands Reynolds. Nous avons proposé une modélisation de la fonction de Kolmogorov capable de reproduire cet effet. Dans le cas de la turbulence en forte rotation, en revanche, il n'est pas clair que même aux très hauts Reynolds ce régime de Kolmogorov soit atteint.

Ces deux dernières expériences montrent que, malgré l'évidence d'une tendance vers un régime asymptotique décrit par la loi des 4/5, l'effet du forçage (en particulier s'il est multi-échelle) peut rester important même aux nombres de Reynolds très élevés. De tels régimes peuvent être caractérisés par des exposants ζ_3 différents de 1, ou éventuellement par l'absence de lois d'échelles sur $\langle \Delta u(r)^3 \rangle$. Un fait remarquable est, dans ce cas, la surprenante robustesse des ordres plus élevés lorsque les fonctions de structures sont représentées les unes par rapport aux autres et

non en fonction de l'échelle [15, 26]. C'est peut-être là l'aspect le plus intrigant et le plus excitant de l'intermittence : malgré une certaine variabilité des régimes de transfert d'énergie à nombre de Reynolds modéré, les statistiques des fluctuations conservent toutefois un certain degré d'universalité...

Intermittence du champ scalaire passif

Nous avons présenté au chapitre 3 les premiers résultats de nouvelles expériences de mélange d'un champ scalaire passif réalisées dans l'hélium à basse température. Ces mesures ont été réalisées pour la première fois dans l'hélium — les mesures de température réalisées dans l'hélium jusqu'à présent ne concernent que des expériences de convection turbulente [63], pour lesquelles les contraintes de résolution (spatiale et temporelle) sont bien moindres. Les contraintes de rapport signal/bruit nous ont conduit à retenir dans un premier temps la géométrie de l'écoulement en corotation, advection des fluctuations de température en aval d'une grille chauffée. Ces contraintes limitent pour l'instant la gamme de nombres de Reynolds accessible à $R_\lambda = 100\text{--}300$, mais de prochaines améliorations nous permettront d'étendre cette gamme de façon significative — les très hauts nombres de Reynolds accessibles dans notre expérience (jusqu'à $R_\lambda = 1600$ avec un taux de fluctuation modéré) rendent ces nouvelles mesures extrêmement encourageantes.

Nous avons dans un premier temps conduit une analyse statistique "classique" des fluctuations de température dans les domaines inertiels et dissipatifs. Nous avons mis en évidence une intermittence très forte du scalaire passif, caractérisée par des exposants de fonction de structure ξ_n très anormaux. Nos mesures suggèrent l'existence d'une saturation des exposants aux ordres élevés, à une valeur $\xi_\infty = 1.45 \pm 0.1$. Les statistiques des incréments de température sont dans ce cas dominées par la présence d'événements intenses à petite échelle, les fronts thermiques.

Une analyse statistique de ces fronts, dans une seconde partie, nous a permis de dresser un certain nombre de conclusions — mais aussi de soulever de nouvelles questions. En particulier, sur la petite gamme de nombre de Reynolds que nous avons pu couvrir, la largeur moyenne de ces fronts semble suivre l'échelle de Kolmogorov, $\langle \Delta \rangle \simeq (13 \pm 3)\eta$. Par ailleurs, la répartition de ces fronts suit une loi algébrique $p(\delta r) \sim \delta r^{-\mu}$ pour des intervalles δr du domaine inertiel, avec un exposant μ proche de 1. Une telle loi est la signature d'un amasement auto-similaire des événements intenses, sans échelle caractéristique autre que la grande échelle.

Le lien entre la répartition de ces structures intenses à petite échelle et les lois d'échelles anormales du domaine inertiel reste ouvert. La seule présence des fronts typiques ne permet pas de reproduire la saturation des exposants que nous observons. Celle-ci nécessite probablement la prise en compte d'une distribution large de fronts en terme d'amplitude et d'épaisseur. L'obtention de nombres de Reynolds plus élevés est cruciale afin de confirmer cet effet de saturation, et d'en éclaircir le lien éventuel avec la répartition et les caractéristiques des fronts.

Une étude des structures de basse pression en turbulence

Dans le dernier chapitre, dans le cadre d'une collaboration avec le groupe d'E. Bodenschatz à Cornell University, nous nous sommes penchés sur un autre aspect central des écoulements turbulents : celui des fluctuations de pression, à la fois d'un point de vue structurel et statistique. L'expérience a été réalisée dans l'eau cette fois-ci, dans la même géométrie des disques contrarotatifs, mais avec des parois loin de l'écoulement central. La cavitation de bulles de vapeur dans les régions de basse pression offre la possibilité d'une visualisation à seuil des structures de basse pression, ainsi que de la reconstruction de l'aile négative de la distribution de pression au centre de l'écoulement.

L'étude structurelle nous a conduit à la conclusion que les événements de plus basse pression, dans cet écoulement en contrarotation, étaient essentiellement des filaments alignés avec l'axe des disques, issus de l'enroulement de la couche de cisaillement centrale très instable, et amplifiés par l'étirement axial dû au pompage centrifuge. A l'exception de leur diamètre (de l'ordre de grandeur de l'échelle de Taylor), les quantités attachées à ces objets sont clairement associées aux grandes échelles de l'écoulement : longueur, vitesse azimutale, temps de vie, temps d'attente, orientation, dépression... Ces filaments de basse pression apparaissent comme une particularité de

cet écoulement, qui assure un alignement vorticité moyenne – étirement moyen très favorable. Par ailleurs, dans des conditions de très fort ensemencement de l’écoulement par des bulles d’air, il apparaît au centre des structures filamenteuses beaucoup moins intenses, orientées de façon plus aléatoire, qui “voient” moins la structure à grande échelle de l’écoulement. Il n’est apparu aucun lien de cause à effet entre les grands filaments anisotropes, issus d’instabilités primaires, et ces plus petits filaments.

Dans un second temps, une étude statistique a été rendue possible grâce à la mesure de la lumière provenant de la diffusion sur les bulles de vapeur nucléant au centre de l’écoulement. A partir de la fraction de temps durant laquelle des bulles apparaissent, et en faisant varier la pression hydrostatique moyenne (et donc l’écart à la pression de vapeur saturante), nous avons pu en déduire la forme de la densité de probabilité des événements de basse pression en volume par une méthode non intrusive — une mesure jamais réalisée jusqu’alors. Cette densité de probabilité est clairement exponentielle, et se trouve être contrôlée essentiellement par les filaments anisotropes à grande échelle. Bien que ces filaments ne soient pas à proprement parler une propriété de la turbulence développée, leur signature en terme de distribution de pression se trouve coïncider qualitativement avec celle des vermicelles observés dans les simulations numériques de turbulence homogène et isotrope¹⁶. Les filaments moins intenses et plus isotropes contribuent probablement eux aussi à une aile exponentielle de la distribution de pression, mais celle-ci est en pratique masquée par la contribution des plus grosses structures anisotropes. Dès lors, il est clair que la largeur de cette distribution est essentiellement liée à la géométrie particulière de l’écoulement, et ne peut sans doute pas prétendre à un caractère universel.

Distributions de temps d’attente

Enfin, dans ce travail de thèse, nous avons relevé à plusieurs reprises l’existence de distributions algébriques des intervalles d’attente pour les échelles du domaine inertiel : Entre les fronts thermiques (chapitre 3) ainsi qu’entre les gradients intenses de vitesse (Annexe B) — dans les deux cas il s’agit d’intervalles entre surfaces d’iso-gradient sur la coupe 1D du signal (en adoptant la définition habituelle du “*surrogate*” de la dissipation ϵ ou ϵ_θ , il s’agit là de surfaces d’iso-dissipation). De telles distributions algébriques, dont l’exposant est proche de -1 , sont la signature d’une répartition auto-similaire des événements intenses à toutes les échelles du domaine inertiel. Cette propriété semble également vérifiée pour les intervalles d’attente entre événements iso-vitesse.

Nous avons vérifié en Annexe B que ces distributions algébriques sont également obtenues à partir de signaux aléatoires de spectre en loi de puissance, en effectuant des seuillages iso-signal. Nous avons vérifié en particulier que l’exposant de la distribution algébrique était égal à celui du spectre k^{-n} , pour $1 < n < 3$ (incluant la valeur $n = 5/3$ du spectre de Kolmogorov). Cette caractéristique n’est donc pas propre aux signaux turbulents. En revanche, contrairement aux signaux de température et de vitesse réels, un seuillage sur le gradient de ces signaux aléatoires n’a révélé aucune distribution algébrique, *i.e.* aucune corrélation. Cette observation met en évidence la spécificité d’une corrélation sur les gradients de vitesse ou de température réels, corrélation absente des signaux aléatoires de même spectre.

Une interprétation possible de cette observation provient de la corrélation entre les événements de valeur élevée *et* de gradient élevé. Dans le cas de la vitesse par exemple, cet effet peut se comprendre intuitivement en supposant que les événements de forte vitesse dissipent plus, et contiennent donc statistiquement plus d’événements de fort gradient. Cette interprétation contredit clairement l’hypothèse de l’indépendance supposée entre grandes et petites échelles à haut nombre de Reynolds (*sweeping decorrelation hypothesis*, Praskovsky *et al.* (1993) [138]), à la base de la théorie de Kolmogorov. Des observations récentes de Sreenivasan (1999b) [170], portant sur des statistiques de dissipation locale et de fonctions de structures conditionnées sur la vitesse moyenne locale, semblent confirmer cette interprétation.

¹⁶Voir aussi les distributions obtenues par mesure locale au voisinage d’un tourbillon étiré, reportées en Annexe C.

Quelques remarques et perspectives

Il est probable que la répartition auto-similaire des événements de forte dissipation soit liée aux lois d'échelles anormales du domaine inertiel — cette hypothèse est discutée au chapitre 3 dans le cas des fronts thermiques, dont l'influence sur les statistiques inertielles semble bien plus marquée que les événements de forts gradients de vitesse. La compréhension de l'intermittence du domaine inertiel doit dans ce cas introduire explicitement un tel couplage grandes–petites échelles. Ce couplage va à l'encontre de l'universalité supposée (et en grande partie observée, voir Arneodo *et al.* (1996) [15], Sreenivasan et Antonia (1997) [168]) de l'intermittence du domaine inertiel.

Il est clair que pour l'étude d'un tel couplage entre échelles, les outils statistiques classiques en 2 points / 1 échelle deviennent insuffisants. De nouveaux diagnostics en 3 points / 2 échelles doivent donc être envisagés afin d'éclaircir ces phénomènes d'intermittence, qu'il s'agisse de la vitesse ou du scalaire passif (voir par exemple Mydlarski *et al.* (1998c) [120]). Seules de telles mesures en 3 points permettront une étude des transferts d'énergie dans l'espace des échelles sans aucune hypothèse d'homogénéité–isotropie. Enfin, seules des mesures en 3 points seront capables d'élucider le lien entre statistiques et structures.

En guise de conclusion, ces quelques remarques constituent une invitation à de nouveaux efforts expérimentaux dans la direction de nouvelles mesures en plusieurs points, qui semblent extrêmement riches et probablement porteuses d'un grand nombre de réponses aux questions que les mesures en un point ont ouvertes.

Appendix A

Corrélations de vorticité

Dans cet appendice, nous présentons le détail du calcul introduit au chapitre 2, permettant de lier l'amplitude d'auto-induction de corrélation de vorticité $\alpha(r)$   la fonction de structure longitudinale d'ordre 3, $S_3(r) = \langle [(u(x+r) - u(x))^3] \rangle$.

Le tenseur $\alpha_{ijk}(\vec{r})$

Dans ce qui suit, les champs avec prime sont pris en $\vec{x} + \vec{r}$, et ceux sans prime en \vec{x} . Nous utilisons la notation tensorielle, avec sommation sur les indices répétés. Nous commençons par écrire une équation d'évolution pour le tenseur de corrélation de vorticité, $\Omega_{ij}(\vec{r}) = \langle \omega_i \omega'_j \rangle$. Celle-ci s'obtient obtient en multipliant l'équation d'évolution de ω_i par ω'_j et en moyennant :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega_{ij} + \frac{\partial}{\partial r_k} \alpha_{ijk} = 2\nu \nabla^2 \Omega_{ij} + 2\langle \phi_i \omega'_j \rangle, \quad (\text{A.1})$$

où le champ ϕ_i est le rotationnel du champ de force volumique f_i dans Navier-Stokes, $\phi_i = \varepsilon_{ijk} \partial_j f_k$. Ce champ de force doit être tel que $\epsilon = \langle u_i f_i \rangle$ (corrélation force-vitesse en un point), et rend compte de l'injection d'énergie, à un taux moyen ϵ . Le premier terme du membre de droite de (A.1) traduit la diffusion de corrélation de vorticité. Les effets d'advection et d'interaction vorticité-déformation sont exprimés par le tenseur α_{ijk} ,

$$\alpha_{ijk}(\vec{r}) = \langle \sigma'_{jk} \omega_i - \sigma_{ik} \omega'_j \rangle, \quad \sigma_{ik} = u_k \omega_i - u_i \omega_k, \quad (\text{A.2})$$

où σ_{ik} est le flux de vorticité (antisymétrique). Le membre de gauche de (A.1) représente le terme d'advection et d'auto-induction de corrélation de vorticité. Cette auto-induction provient du couplage entre la vorticité et la déformation, qui peut agir *a priori* comme un terme source ou puit de corrélation de vorticité. Ce terme inclut les effets d'étirement tourbillonnaire, et de retroaction rotation-étirement.

En supposant l'isotropie, ce tenseur $\alpha_{ijk}(\vec{r})$ peut être factorisé en une simple amplitude scalaire $\alpha(r)$, où $r = |\vec{r}|$, et un tenseur isotrope de rang 3. Les seuls tenseurs isotropes de rang 3 sont de la forme $\delta_{ij} r_k$ (+ 2 permutations) et $r_i r_j r_k$. L'incompressibilité appliquée à ce tenseur conduit à la seule écriture possible (voir l'équation (13) de la Ref. [123]) :

$$\alpha_{ijk}(\vec{r}) = \alpha(r) \left(2\delta_{ij} \frac{r_k}{r} - \delta_{ik} \frac{r_j}{r} - \delta_{jk} \frac{r_i}{r} \right).$$

Pour exprimer l'amplitude scalaire $\alpha(r)$ en fonction de $S_3(r)$, nous n'effectuons le calcul que sur une contraction de ce tenseur, $\alpha_{iik} = \delta_{ij} \alpha_{ijk} = \langle u_i \omega'_i \omega'_k \rangle - \langle u'_i \omega_i \omega'_k \rangle$. La contraction de l'équation précédente permet d'exprimer simplement ce vecteur à l'amplitude scalaire :

$$\alpha_{iik}(\vec{r}) = 4\alpha(r) \frac{r_k}{r}. \quad (\text{A.3})$$

Equation de corrélation de vorticité en deux points

L'expression du vecteur α_{iik} s'obtient à partir de l'équation d'évolution de la corélation $\langle \omega_i \omega'_i \rangle$, obtenue en multipliant (scalairement) l'équation de la vorticité par ω'_i et en moyennant :

$$\partial_t \langle \omega_i \omega'_i \rangle + \frac{\partial}{\partial r_k} \alpha_{iik} = 2\nu \nabla^2 \langle \omega_i \omega'_i \rangle + 2 \langle \phi_i \omega'_i \rangle. \quad (\text{A.4})$$

Pour $r = 0$ on retrouve l'équation d'évolution de l'ensrophie. La corélation vorticité-rotationnel-du-forçage en deux points $\langle \phi_i \omega'_i \rangle$ peut s'exprimer en fonction de la corélation force-vitesse $F(r) = \langle f_p u'_p \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle \phi_i \omega'_i \rangle &= \epsilon_{ilm} \epsilon_{inp} \langle \partial_l f_m \partial'_n u'_p \rangle = (\delta_{ln} \delta_{mp} - \delta_{lp} \delta_{mn}) \langle \partial_l f_m \partial'_n u'_p \rangle \\ &= \langle \partial_n f_p \partial'_n u'_p \rangle - \langle \partial_p f_n \partial'_n u'_p \rangle = -\nabla^2 \langle f_p u'_p \rangle = -\nabla^2 F. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

L'énergie étant injectée à grande échelle, nous avons introduit au chapitre 2 un développement quadratique de cette corélation force-vitesse (Novikov (1964) [122]),

$$F(r) = \epsilon \left(1 - \frac{r^2}{2L_f^2} \right), \quad (\text{A.6})$$

où L_f est l'échelle caractéristique du forçage. Soulignons que ce développement n'a de sens que pour un forçage dont l'effet est confiné aux grandes échelles. On en d duit¹ la corélation vorticité-rotationnel-du-forçage en deux points, indépendante de r :

$$\langle \phi_i \omega'_i \rangle = 3\epsilon L_f^{-2}.$$

Expression de $\alpha(r)$ en fonction de $S_3(r)$

Le lien entre la corélation de vorticité à deux points et le tenseur de corélation de vorticité $B_{ij,k}(\vec{r}) = \langle u_i u_j u'_k \rangle$ est donné via la relation

$$\frac{\partial}{\partial r_k} \alpha_{iik} = 2\nabla^2 \frac{\partial}{\partial r_k} B_{ki,i}. \quad (\text{A.7})$$

En utilisant l'isotropie, on peut lier la contraction $B_{ki,i}(\vec{r})$   la fonction de structure d'ordre 3 (voir par exemple Monin et Yaglom [115]) :

$$B_{ki,i} = \frac{1}{6} \left(2S_3 + \frac{r}{2} \frac{dS_3}{dr} \right) \frac{r_k}{r}.$$

En prenant le laplacien de ce tenseur, avec la relation

$$\nabla^2 \left(\frac{r_i}{r} f(r) \right) = \frac{r_i}{r} \left(f'' + 2 \frac{f'}{r} - 2 \frac{f}{r^2} \right),$$

nous obtenons finalement

$$\alpha_{iik} = \frac{1}{6} \frac{r_k}{r} \left(r \frac{d^3}{dr^3} + 8 \frac{d^2}{dr^2} + \frac{8}{r} \frac{d}{dr} - \frac{8}{r^2} \right) S_3.$$

Il ne reste plus qu'à utiliser l'expression du tenseur contracté (A.3) pour obtenir :

$$\alpha(r) = \frac{1}{24} \left(r \frac{d^3}{dr^3} + 8 \frac{d^2}{dr^2} + \frac{8}{r} \frac{d}{dr} - \frac{8}{r^2} \right) S_3.$$

¹Le laplacien en coordonnées sphériques est $\nabla^2 F = 2F'/r + F''$.

Appendix B

Distributions de temps d'attente

Synthèse de signaux aléatoires

Nous avons mis en évidence au chapitre 3 (voir aussi Moisy *et al.* (2000) [114]), des distributions de temps d'attente algébrique, c'est-à-dire en $p(\delta r) \sim \delta r^{-\mu}$ entre les événements de forts gradients de température. Camussi et Guj (1999) [33] observent un comportement similaire à partir des bouffées intenses en champ proche d'un jet. Ce type de distribution est également observé pour les temps d'attente entre dépressions intenses par Abry *et al.* (1994) [1] (forçage par disques contrarotatifs et mesure en paroi), avec un exposant $\mu \simeq 1.6$. Dans cette appendice, nous allons nous pencher sur cette propriété surprenante, et tenter de comprendre en quoi elle est propre aux signaux turbulents.

Notons que nous parlons ici de "temps d'attente", en utilisant une notation, δr , attachée à une *distance* d'attente. La confusion temps/espace n'a pas d'importance ici — expérimentalement, pour les temps petits (typiquement inférieurs au temps de retournement), les deux peuvent être reliés linéairement par l'hypothèse d'advection gelée (hypothèse de Taylor), $\delta r = -U\delta t$.

La première question est : ces distributions algébriques sont-elles une propriété de la turbulence ? Ou sont-elles génériques de signaux ayant les mêmes propriétés spectrales que la turbulence ? Le problème des temps d'attente apparaissant dans un signal aléatoire est un problème très délicat, et il n'existe que peu de résultats exacts sur cette quantité (voir par exemple Derrida *et al.* (1996) [62] et références incluses, et Mandelbrot (1999) [103]). La difficulté provient principalement du fait que cette distribution dépend de toutes les échelles du signal, et pas seulement de la corrélation en deux points (*grosso modo* : pour atteindre une valeur très positive, il faut la conjonction d'un pic positif important juché sur une fluctuation positive de grande échelle).

Afin de tester ce point, nous avons généré un bruit aléatoire $u(x)$, gaussien, dont le spectre de puissance est imposé :

$$|\hat{u}(k)|^2 = E(k),$$

où $\hat{u}(k)$ est la transformée de Fourier de $u(x)$. Ceci revient à imposer la fonction d'autocorrélation $\langle u(x)u(x+r) \rangle$ de ce signal, définie comme la transformée de Fourier de $E(k)$. Pour que le signal généré soit réel, sa transformée de Fourier doit être hermitienne, c'est-à-dire doit vérifier $\hat{u}^*(k) = \hat{u}(-k)$ (où u^* est le complexe conjugué de u). La méthode consiste donc à générer une fonction hermitienne vérifiant, pour $k > 0$,

$$\hat{u}(k) = e^{i\phi(k)} \sqrt{E(k)},$$

où la phase $\phi(k)$ est uniformément distribuée entre $-\pi$ et π , et non corrélée en k^1 , puis à effectuer

¹L'examen de la phase d'un signal turbulent réel (voir par exemple Andreotti (1999) [4]) donne l'impression que celle-ci est effectivement uniformément distribuée et non corrélée en k . Bien entendu, il n'en est à strictement parler pas ainsi, toute la distinction entre un signal synthétique et un signal turbulent réel étant entièrement contenue dans la phase (flux d'énergie et fonction à 3 points, distribution des incréments non gaussienne etc. . .). Cependant, l'allure générale de la phase réelle est difficilement distinguable d'une phase aléatoire non corrélée, ce qui justifie cette approche.

une transformée de Fourier inverse afin d'obtenir un signal synthétique $u(x)$.

Afin de reproduire les spectres expérimentaux observés en turbulence, nous introduisons un spectre synthétique en loi de puissance, suivant une $E(k) \sim k^{-5/3}$ pour des nombres d'onde k compris entre deux coupures k_i et k_d , représentant respectivement la grande échelle d'injection $1/k_i$ et la petite échelle de dissipation $1/k_d$ (l'échelle de Kolmogorov). Nous adopterons la forme

$$E_n(k) \sim \frac{1}{1 + (k/k_i)^n} e^{-(k/k_d)^{4/3}}, \quad (\text{B.1})$$

où le terme de coupure à grand nombre d'onde provient de l'expression de la diffusion dans l'espace de Fourier ; nous laissons libre l'exposant n ($n = 5/3$ pour le spectre de Kolmogorov). Pour une séparation d'échelle suffisante, $k_d/k_i \gg 1$, on retrouve la loi de puissance $E_n(k) \sim k^{-n}$. La figure B.1 représente un spectre imposé (avec $n=5/3$) et un extrait de signal synthétisé à partir d'un tel spectre.

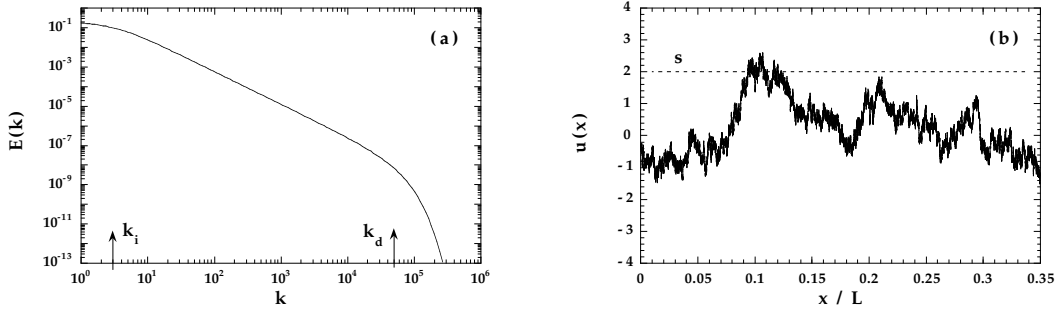


Figure B.1: (a) Spectre idéalisé de Kolmogorov (B.1) avec $n=5/3$, et (b) signal aléatoire obtenu à partir de ce spectre, sur une fraction de grande échelle L (voir l'Eq. (B.2)).

Nous avons fait varier n entre 0 (bruit blanc) et 5, et nous avons choisi les coupures $k_i = 3$ et $k_d = 5 \cdot 10^4$ (en unité de résolution spectrale Δk), soit 4 décades environ entre la grande et la petite échelle (et un nombre de Reynolds correspondant de $Re \simeq (k_d/k_i)^{4/3} \simeq 4 \cdot 10^5$).

Seuillage sur le signal

Dans un premier temps, examinons le cas du bruit blanc $n=0$ (avec coupure à k_d), correspondant à un bruit δ -corrélé en espace : $\langle u(x)u(x+r) \rangle \sim L\delta(r)$. Dans ce cas, les événements franchissant le seuil sont statistiquement indépendants, et donc distribués selon une loi de Poisson

$$p(\delta r) \sim e^{-\delta r/\delta r_0},$$

pour $\delta r > 1/k_d$ (il n'y a pas de coupure à grande échelle dans ce cas). La moyenne est donnée par le temps d'attente caractéristique δr_0 , qui est fixé par la quantité d'événements sélectionnés par le seuil s (c'est-à-dire l'aire sous la distribution entre $u = s$ et $u = \infty$)

Observons maintenant le cas du spectre de Kolmogorov, $n=5/3$. La figure B.2 représente la distribution² des temps d'attente $p(\delta r)$, pour un seuil $s=2$. Sur cette figure, nous avons représenté les échelles de coupure, définies comme :

$$\eta = \frac{k_{max}}{k_d} \simeq 5.2 \text{ et } L = \frac{k_{max}}{k_i} \simeq 9 \cdot 10^4. \quad (\text{B.2})$$

²Ces distributions étant très larges, nous avons procédé comme précédemment, en calculant les histogrammes sur des canaux à largeur variable. Pour des distributions algébriques, il est pratique d'employer des largeurs de canaux augmentant algébriquement, permettant d'avoir un nombre moyen d'événements par canal supérieur à 1, et ainsi de limiter la dispersion sur les événements extrêmes.

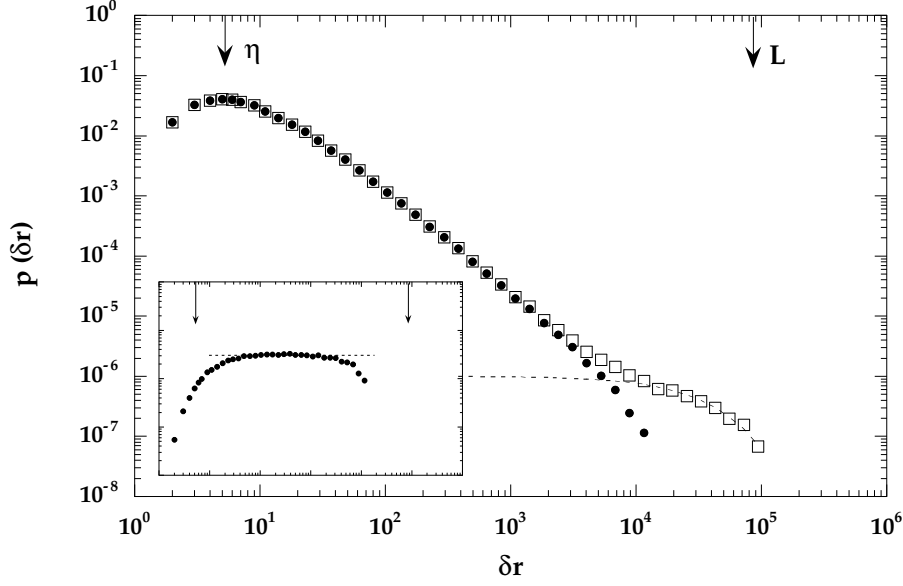


Figure B.2: Distribution de temps d'attente δr , pour un signal synthétique de spectre $E(k) \sim k^{-5/3}$, et seuillé à $s=2$ rms. Cette distribution (\square) est décomposée en la somme d'une contribution exponentielle (trait pointillé) et du reste (\bullet), essentiellement une loi de puissance. Les échelles de coupure η et L (voir Eq. B.2) sont représentées par les flèches. Dans l'encart est représentée la contribution en loi de puissance, compensée par δr^μ , avec $\mu=1.7$.

(où $k_{max} = 2^{18}$ est le nombre de points sur lequel a été calculée la transformée de Fourier discrète). Nous voyons que cette distribution peut se décomposer comme la somme d'une contribution exponentielle, comme dans le cas du bruit blanc, et d'une loi de puissance, dominante pour les temps courts

$$p(\delta r) = a\delta r^{-\mu} + be^{-\delta r/\delta r_0},$$

où les préfacteurs a et b dépendent, entre autre, du seuil choisi. La contribution exponentielle a pour constante de temps, dans cet exemple, $\delta r_0 \simeq 0.4L$, et le cross-over entre les deux régimes se situe à $0.1 L$.

La contribution en loi de puissance, mieux définie lorsque la contribution exponentielle est soustraite, apparaît sur plus de deux décades, entre 6η et $1000\eta \simeq L/20$ environ. L'extension de cette loi de puissance est d'autant plus importante que l'est celle du spectre. L'exposant μ est mesuré en ajustant le plateau sur la distribution compensée $p(\delta r)\delta r^\mu$ (voir l'encart de la figure B.2) conduisant à $\mu \simeq 1.7 \pm 0.05$ (valeur très proche de $5/3$, exposant du spectre utilisé).

La temps d'attente moyen $\langle \delta r \rangle$, défini comme le premier moment de cette distribution, peut également s'écrire comme la somme de ces deux contributions. Celle provenant de la loi de puissance, $\langle \delta r \rangle_{(p)}$ va être dominée par les petites échelles (puisque l'exposant μ est supérieur à 1), alors que celle provenant de la loi exponentielle, $\langle \delta r \rangle_{(e)}$ va être dominée par les grandes échelles. On obtient :

$$\langle \delta r \rangle = \langle \delta r \rangle_{(p)} + \langle \delta r \rangle_{(e)} \simeq 10^{-3}L + 10^{-2}L.$$

Voyons maintenant ce qu'il advient pour différents exposants n . La figure B.3 représente les exposants mesurés sur la distribution des temps d'attente, en fonction de l'exposant imposé sur le spectre. Pour $n \rightarrow 0$, le bruit tend vers un bruit blanc, et la contribution exponentielle (événements statistiquement indépendants) recouvre progressivement la contribution algébrique, rendant difficile l'estimation de l'exposant. Pour $n=0$, seule la contribution exponentielle demeure, et μ n'est pas défini.

Pour $1 \lesssim n \lesssim 2$, l'exposant de la distribution augmente avec celui du spectre. Lorsqu'est augmenté le seuil, c'est-à-dire lorsqu'on ne sélectionne que les événements les plus intenses, la

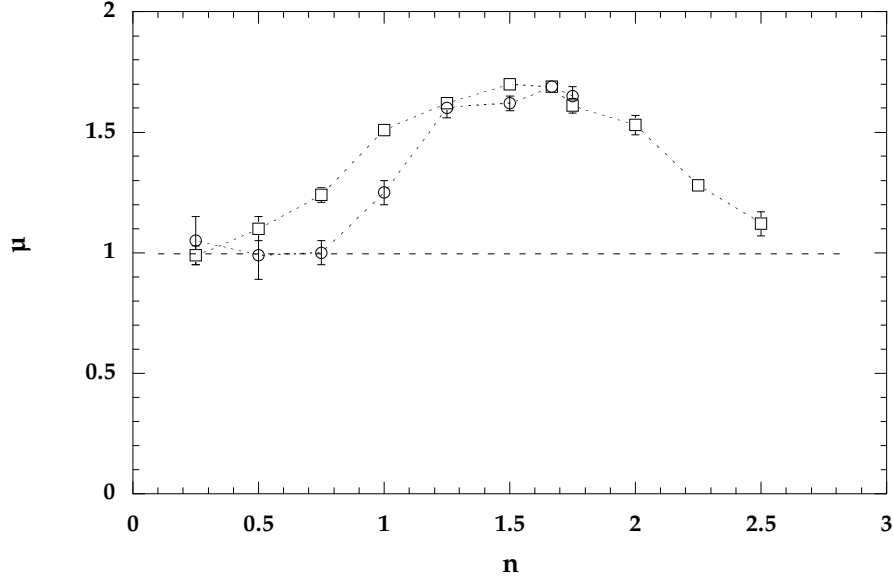


Figure B.3: Exposant μ de la distribution des temps d'attente [$p(\delta r) \sim \delta r^{-\mu}$] en fonction de l'exposant n du spectre du bruit synthétique [$E_n(k) \sim k^{-n}$], pour deux seuils $s=2$ (\square) et 3 (\circ).

dépendance semble tendre vers $\mu = n$; il est difficile de vérifier ce point, car un seuil trop élevé diminue dramatiquement la statistique, et les temps de calcul deviennent prohibitifs. La décroissance pour n supérieur provient probablement de la forme de la coupure à petite échelle adoptée, conduisant à l'estimation d'un exposant effectif inférieur à $\mu = n$.

Notons que les exposants μ mesurés sont systématiquement supérieurs à 1. Soulignons ici encore que l'observation de telles distributions algébriques n'est absolument pas triviale, et même pour des spectres en lois de puissance sans coupure il ne semble pas exister de résultat analytique. L'observation $\mu \simeq n$ en particulier, dans une petite gamme de n , ne peut se déduire d'aucune considération d'ordre dimensionnelle. Seule la moyenne de telles distributions (le temps d'attente moyen) est prévisible, par la fraction d'événements sélectionnés par le seuil.

Seuillage sur le gradient

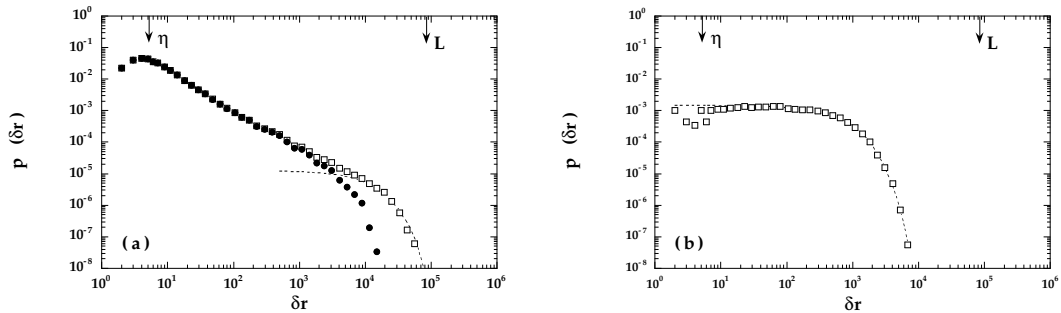


Figure B.4: Distributions de temps d'attente δr , pour un signal synthétique de spectre $E(k) \sim k^{-n}$, et seuillé sur le gradient à $s=3$ rms. (a) : Spectre d'exposant $n=3$, et (b) : $n=5/3$ (cas Kolmogorov). Pour (a), la distribution est décomposée, comme sur la figure B.2, en ses deux contributions exponentielle et algébrique. L'ajustement par une loi de puissance donne $\mu = 1.30 \pm 0.05$. Dans le cas (b), il n'y a pas de composante algébrique.

Afin de se rapprocher des situations expérimentales, nous avons étudié le cas d'un seuillage sur le gradient du signal synthétisé, ou, ce qui est équivalent, à synthétiser un signal selon la loi $k^2 E(k)$. La figure B.4 représente ces distributions pour deux spectres $n=3$ et $5/3$. Dans le cas $n=3$, on retrouve le même type de décomposition en contributions exponentielles (à grande échelle) et algébriques (à petite échelle). L'exposant mesuré, $\mu = 1.30 \pm 0.05$, est proche de la valeur obtenue en seuillant directement sur un signal synthétisé à partir d'un spectre $E(k)$ d'exposant $n = 3 - 2 = 1$ (voir la figure B.3).

Par contre, dans le cas $n=5/3$, seule la contribution exponentielle demeure. Ceci peut s'interpréter par le fait que le spectre de puissance du gradient, en $k^{1/3}$, est proche d'un bruit blanc, dont les hautes fréquences $\sim k_d$ sont accentuées. Il est difficile de dire s'il s'agit d'une exponentielle pure, ou s'il existe un temps d'attente le plus probable autre que η .

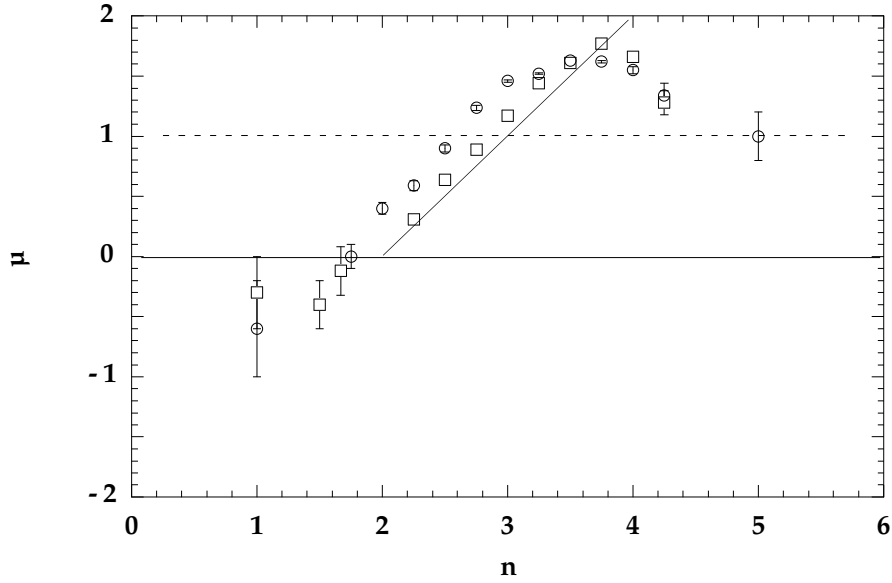


Figure B.5: Exposant μ de la distribution des temps d'attente, seuillé sur le gradient du signal, en fonction de l'exposant n du spectre du bruit synthétique [$E_n(k) \sim k^{-n}$], pour deux seuils $s=2$ et 3. La ligne continue indique $\mu = n - 2$. Pour $n=1/3$, il ne semble pas y avoir du tout de loi algébrique ; l'extrapolation de $\mu = n - 2$ suggère $\mu=-1/3$ dans ce cas, signifiant l'existence d'un léger maximum dans la distribution.

La figure B.5 regroupe les exposants μ des distributions lorsque le seuillage est effectué sur le gradient du signal. Pour n élevé, on retrouve les exposants de la figure B.3, en remplaçant n par $n+2$ (dans ce cas, on a en effet $k^2 E_n(k) \simeq E_{n+2}(k)$ pour $k_i \ll k \ll k_d$). Par contre, nous observons maintenant des exposants inférieurs à l'unité. La situation semble donc légèrement différente pour n faible, et en particulier pour $n=5/3$, pour lequel il n'y a pas de contribution algébrique.

Distributions expérimentales

Comparaison signaux réels / signaux synthétiques

Nous allons maintenant comparer ces observations numériques aux signaux de turbulence réelle — ici sur des signaux de vitesse, dont les nombres de Reynolds plus élevés permettent une estimation des lois de puissance plus précisément que sur nos signaux de température, limités à $R_\lambda = 300$. La figure B.6a représente, pour un fichier à $R_\lambda=1290$, une distribution de temps d'attente entre événements présentant une vitesse longitudinale élevée (seuillée à 2 rms) ; en figure B.6b le seuillage

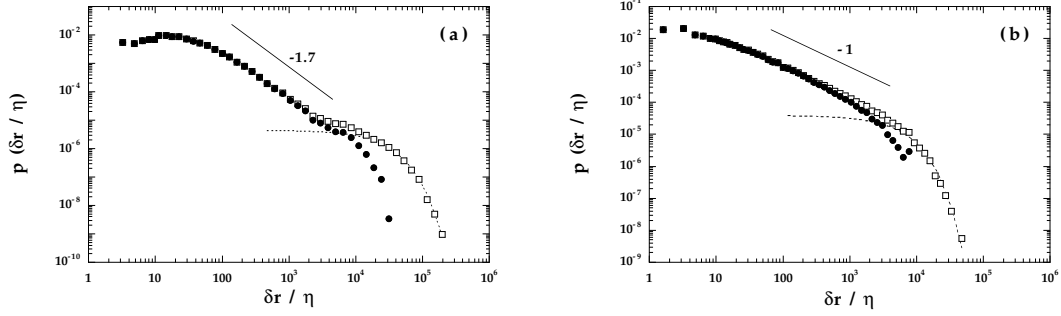


Figure B.6: Distributions expérimentales de temps d'attente sur des signaux de vitesse turbulents, à $R_\lambda=1290$ (Fichier 155V). (a) : Seuillage effectué sur la vitesse $u(x)$, à seuil 2 rms, et (b) : Seuillage effectué sur la dérivée longitudinale de vitesse $\partial u/\partial x$, à seuil 5 rms. Mêmes légendes que précédemment. $\eta=4.5 \mu\text{m}$, $u'/U=21 \%$.

a été effectué sur les gradients longitudinaux élevés (seuillés cette fois-ci à 5 rms, les distributions de gradient étant beaucoup plus larges).

Nous constatons que la figure a présente des caractéristiques semblables à celles observées sur des signaux aléatoires ; la distribution peut être décomposée en deux contributions, l'une algébrique d'exposant $\mu \simeq 1.7$, en très bon accord avec la figure B.2, et l'autre exponentielle à grands temps d'attente. Il est intéressant de souligner au passage que la décroissance exponentielle aux temps longs n'est pas due *a priori* à l'hypothèse de Taylor, qui cesse d'être valide aux grandes séparations : une telle décroissance exponentielle est également observée sur les signaux aléatoires.

Par contre, en ce qui concerne les temps d'attente entre gradients intenses, la distribution algébrique observée expérimentalement, figure b, n'est pas présente sur les signaux aléatoires. Cette loi de puissance, d'exposant μ proche de 1, apparaît comme une spécificité des événements de forts gradients en turbulence. Nous allons nous pencher un peu plus sur cette particularité.

Temps d'attente entre gradients élevés

Sur la figure B.7, nous représentons la distribution des intervalles d'attente entre deux événements consécutifs de dérivée de vitesse élevée, pour 3 seuils s entre 4 et 8 (en unités d'écart-type). Nous constatons que la partie algébrique dépend peu du seuil choisi, tandis que la partie exponentielle en dépend de façon importante. Cet effet se comprend aisément, si l'on considère que cette partie exponentielle contribue majoritairement (d'un ordre de grandeur) à l'intervalle d'attente moyen $\langle \delta r \rangle$, défini comme la moment d'ordre 1 de cette distribution. Cet intervalle d'attente moyen entre dérivées intenses étant inversement proportionnel à la fraction du signal considérée (voir l'équation (3.37) ainsi que la note p. 131), qui peut être ajustée par une exponentielle étirée. Nous pouvons en déduire que l'échelle caractéristique de la contribution exponentielle augmente comme une exponentielle étirée avec le seuil s .

Plus intéressante est la contribution algébrique aux temps courts. Nous avons représenté l'exposant μ de cette contribution en fonction du seuil s sur la figure B.8. Nous constatons qu'aux faibles seuils ($s < 4$), l'exposant n'est pas bien défini. Aux seuils plus élevés ($s > 8$), les statistiques deviennent faibles et l'estimation de l'exposant approximative. Aux seuils élevés, nous pouvons définir un exposant limite,

$$\mu_\infty = 1.00 \pm 0.03.$$

La valeur de cet exposant est surprenante à plus d'un titre : (i) contrairement aux seuillages sur le signal, elle n'est pas liée à la pente du spectre de la dérivée de température (en $k^{-5/3}k^2 \sim k^{1/3}$) ; (ii) la valeur particulière $\mu = 1$ permet d'écrire cette distribution $p(\delta r)$ (en $[\text{L}^{-1}]$) sans paramètre dimensionné : $p(\delta r) = A/\delta r$, où A est une constante numérique.

Une question importante est l'évolution de cette loi avec le nombre de Reynolds. Nous n'avons pu effectuer cette étude que dans le cas des dérivées de vitesse, la gamme de nombre de Reynolds

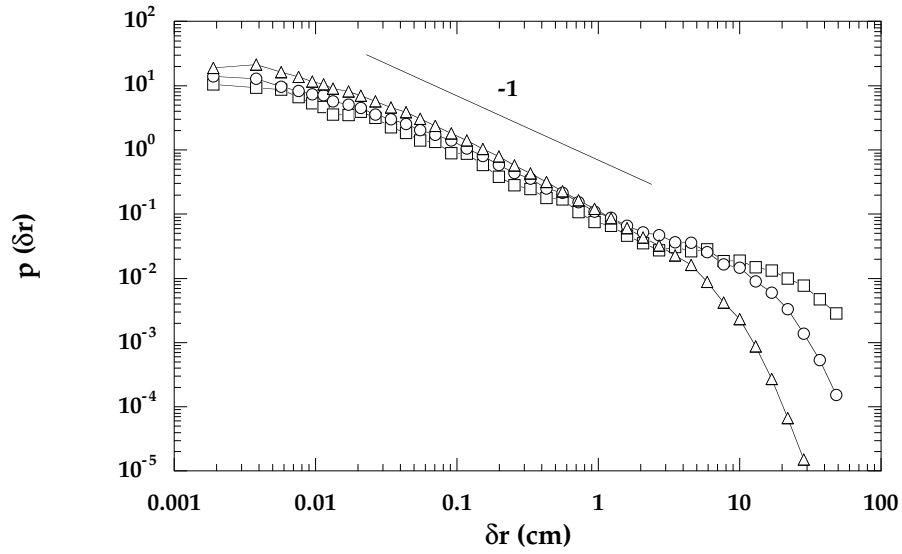


Figure B.7: Distributions expérimentales de temps d'attente entre gradients de vitesse intense $|\partial_x u| > su'$, à $R_\lambda=720$ (Fichier 109V). Triangle : $s = 4$, \circ : $s = 6$, \square : $s = 8$.

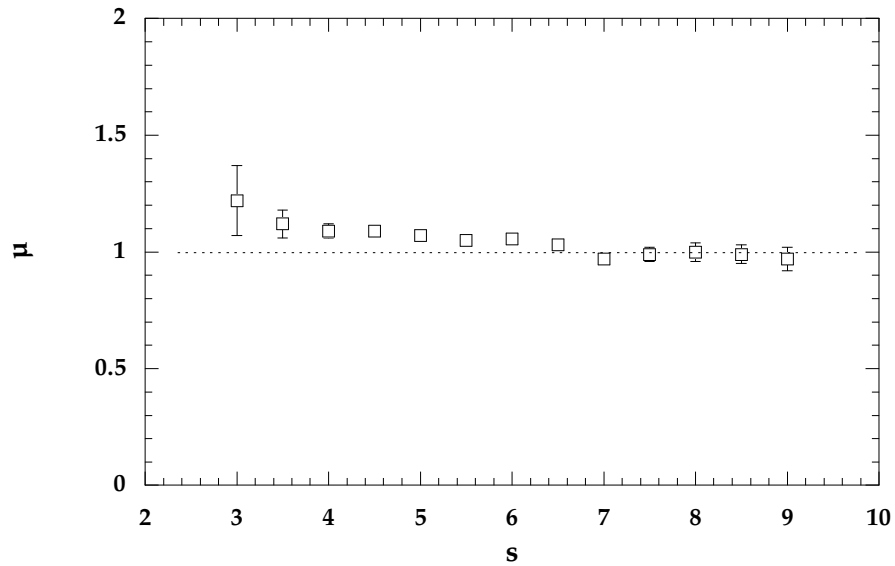


Figure B.8: Exposant de la loi algébrique $p(\delta r) \sim \delta r^{-\mu}$ en fonction du seuil s sur la figure précédente.

étant trop restreinte dans le cas des dérivées de température. La figure B.9 représente les exposants asymptotiques μ_∞ (définis dans la limite de s grand) en fonction de R_λ . Mis à part aux faibles nombres de Reynolds ($R_\lambda < 400$), nous constatons que cet exposant reste très proche de l'unité, et ne présente pas d'évolution particulière avec le nombre de Reynolds. La valeur plus faible, $0.5 < \mu < 1$ à $R_\lambda < 400$, peut s'expliquer par la trop petite gamme d'échelle sur laquelle prend place la loi d'échelle ; dans ce cas, la contribution algébrique pentue est contaminée par la contribution exponentielle, et l'exposant apparent est inférieur. Cette évolution est en accord avec les observations de Gagne (1987) [70], qui obtient un exposant μ proche de $1/2$ à faible nombre de Reynolds ($R_\lambda = 53$) en turbulence de grille.

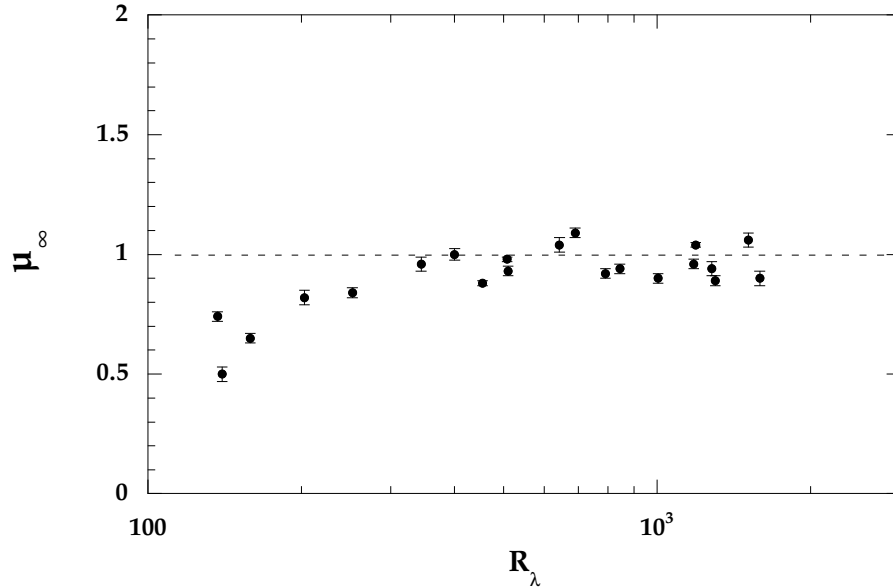


Figure B.9: Exposant asymptotique μ_∞ des distributions de temps d'attente en fonction du nombre de Reynolds R_λ .

La robustesse de cette loi algébrique est remarquable. Son indépendance avec le nombre de Reynolds, pour R_λ suffisamment élevé, suggère que l'effet l'amasement des gradients de vitesse est une propriété universelle des écoulements turbulents.

Signalons ici une étude numérique de Sanada (1991, 92) [155, 156], portant sur la répartition spatiale des événements de forte dissipation et de forte vorticité. Il obtient lui aussi des séparations entre ces événements intenses distribuées algébriquement. Cette propriété mise en évidence ici sur les dérivées longitudinales de vitesse semble donc bien liée à un effet réel, bien que nous ne soyons pas en mesure de distinguer dissipation et vorticité sur notre signal.

Signalons enfin une approche alternative pour l'étude de la répartition d'événements intenses, présentée dans le contexte des distributions de masse pour l'équation de Burgers   d dimensions, dans Vergassola *et al.* (1994) [177]. Ces auteurs considèrent la dependence en le seuil s de la fonction de masse cumulée $N(s)$, définie comme le nombre moyen d'événements d'amplitude supérieure à s .

Discussion

Nous pouvons conclure nos observations de seuillage sur des signaux synthétiques et réels en deux points :

1. Des distributions algébriques de temps d'attente, pour les temps courts (inférieurs à la grande échelle), sont observées sur les signaux turbulents réels ainsi que sur des signaux aléatoires dont le spectre présente une loi d'échelle en k^{-n} , avec $n \gtrsim 1$. En particulier, pour $n =$

5/3, nous observons des distributions algébriques d'exposant $\mu \simeq 5/3$, compatibles avec les distributions expérimentales. Cette propriété n'est donc pas une caractéristique des signaux turbulents.

2. Par contre, dans le cas de seuillages effectués sur les gradients, nous constatons une différence essentielle entre signaux synthétiques et turbulents. Alors que les signaux aléatoires présentent des temps d'attente quasiment statistiquement indépendants (distribution exponentielle, éventuellement précédée d'une légère partie croissante), les signaux turbulents réels, eux, présentent un effet d'amasement des gradients élevés, avec une distribution algébrique d'exposant μ proche de 1. La répartition des gradients, pour un signal turbulent, est donc bien corrélée à petite échelle, contrairement à celle d'un signal aléatoire de même spectre.

Ce second point suggère que les gradients élevés, en turbulence, ont des propriétés statistiques plus proches du signal lui-même que les gradients élevés du signal synthétique. Une interprétation possible est l'existence d'une corrélation gradient–signal, absente du signal synthétique. Le signal synthétique étant de phase aléatoire, l'absence d'une telle corrélation n'est pas surprenante. Cette observation souligne donc l'importance de la corrélation de phase sur un signal réel, bien que celle-ci n'apparaisse pas à l'examen de la fonction d'autocorrélation $\langle \phi(k_0)\phi(k_0 + \Delta k) \rangle$ d'un signal réel, indiscernable de $\delta(\Delta k)$.

Une telle corrélation signal – gradient en turbulence est intrigante : elle souligne le couplage entre grandes et petites échelles, en contradiction avec l'hypothèse de petites échelles universelles de la théorie de Kolmogorov. Si cette interprétation est correcte, la figure B.9 indique qu'une telle corrélation persiste même aux plus grands nombres de Reynolds. Notons qu'un tel couplage a également été envisagée récemment par Sreenivasan (1999b) [?] ; ces auteurs ont montré que les statistiques de quantités à petite échelle conditionnée sur la vitesse moyenne locale dépendent de façon importante de cette vitesse moyenne. L'absence de découplage grandes–petites échelles est d'une importance centrale pour la construction d'une théorie statistique de la turbulence.

Appendix C

Mesures de pression dans un vortex étiré

Introduction

Cette étude a été réalisée en collaboration avec Philippe Petitjeans, au Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes de l'ESPCI. Elle a bénéficié de l'interaction très enrichissante de nombreux membres de ce laboratoire ainsi que du Laboratoire Ondes et Acoustique de l'ESPCI, en particulier de Sébastien Manneville, Agnès Maurel, Eduardo Wesfreid, Frédéric Bautosci et Grégory Baque.

Cette annexe reproduit le compte-rendu de conférence "Structure et dynamique de Vortex", à paraître dans les *Lecture Notes* de Springer-Verlag (Moisy et Petitjeans (1999) [113]).

Experimental set-up

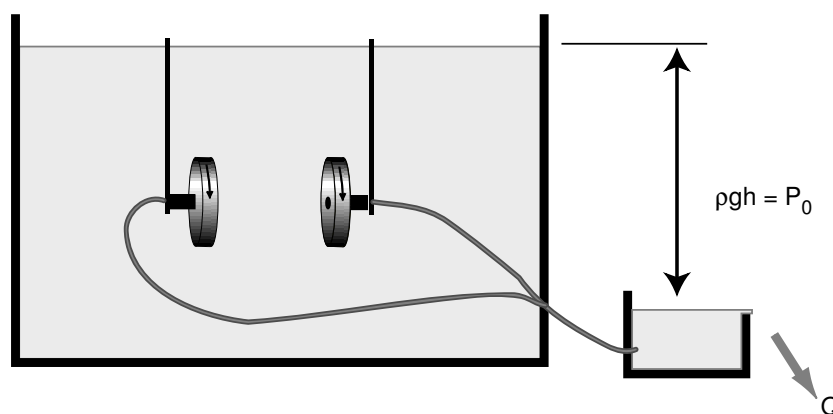


Figure C.1: Experimental set-up.

The experiment is performed in a large water tank, and the flow is driven between two smooth disks, 10 cm in diameter, rotating in the same sense (see figure C.1). The frequency can be adjusted from 0 to 25 Hz. In the center of each disk, a 0.5 cm diameter hole is made which is used to create an axial pumping. The suction is generated by gravity, from a constant level auxiliary tank, under the main tank level. The imposed level difference h , between 0 and 90 cm, allows to impose a depression $P_0 = \rho gh$ between 0 and 90 mbar.

The axial velocity from the center to a hole due to the suction ranges from 0 to 5 m/s, leading to a mean axial velocity gradient $\langle \gamma_z \rangle \simeq \langle \partial U_z / \partial z \rangle$ from 0 to 50 s⁻¹. The combined effects of rotation and stretching generate a strong vortex (see figure C.2), slowly precessing in the same direction as its rotation. The stability of this vortex has been extensively studied by Manneville *et al.* [106], by means of an ultrasound scattering technique [105]. An easy way to illustrate the strength of the depression is to inject air via a small tube near the core. An air bubble gets caught in the core without escaping through the pumping holes, which means that the vortex depression in the center is much deeper than the Bernoulli depression $\frac{1}{2} \rho u_z^2$ due to the strong axial velocity.

The water leaving the auxiliary tank allows an accurate measurement of the flow rate Q (within 1 %). This flow rate is related to the mean axial stretching,

$$\langle \gamma_z \rangle = \frac{Q}{4Sd},$$

where S is the hole area and d the distance between the disks. The measured flow rate lies between 0 and 3 L/min, and depends both on the imposed suction pressure and on the frequency of the disks. In the absence of rotation of the disks, the imposed depression P_0 leads to a flow rate Q_0 . Varying the height of the auxiliary tank we perform a calibration $Q_0 = F(P_0)$. Inverting this calibration allows to deduce, from the measurement of Q , the actual pressure P in the presence of the vortex.

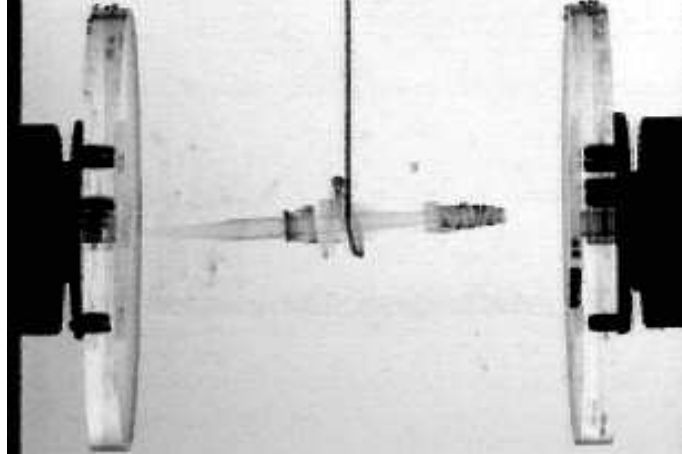


Figure C.2: Visualization of the stretched vortex. Dye is injected in the periphery of the vortex, through the vertical tube in the center.

The control parameters are (Ω, P_0, d) , where $\Omega = 2\pi f$ is the disk frequency. In the experiments described in this paper the distance d has been kept fixed to 10 cm, and only (Ω, P_0) are varied.

Global measurement and vortex characterization

In the absence of disk rotation, a suction pressure P_0 is imposed and a constant flow rate Q_0 is measured. When the disks begin to rotate, after a few seconds, the flow rate decreases from Q_0 to a smaller value Q . From this change we can deduce the pressure change at the axis level, inverting the calibration $Q = F(P)$ described above. The new pressure at the axis is then given by

$$P'_{\text{axis}} = P_{\text{axis}} + P_0 - F^{-1}(Q),$$

We then define $\Delta P = |P'_{\text{axis}} - P_{\text{axis}}|$ as the magnitude of this depression, which can be seen as the additional depression caused by the presence of the stretched vortex. We will hereafter note ΔP the vortex depression; we have $\Delta P=0$ in the absence of disk rotation [$Q = Q_0 = F(P_0)$]. Since

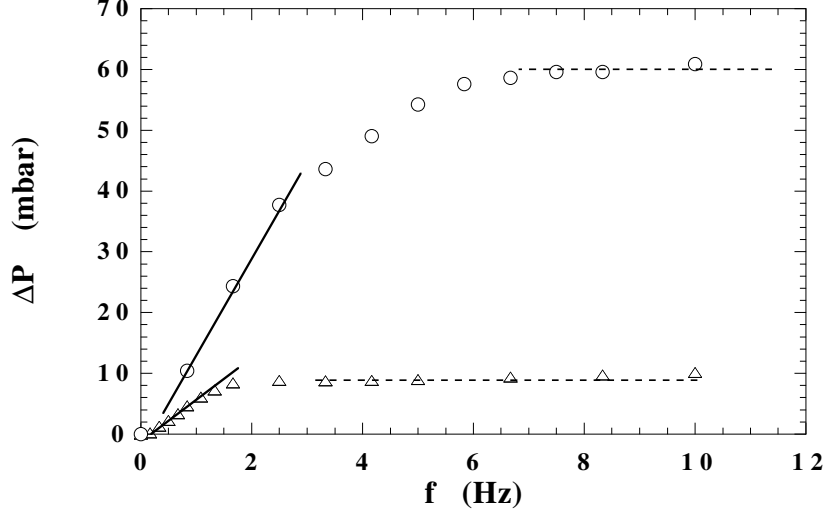


Figure C.3: Vortex depression ΔP versus disk frequency f , for two different suction pressures. Δ : $P_0 = 10$ mbar and \circ : $P_0 = 70$ mbar. Solid lines indicate the linear regimes and dashed lines the saturated regimes.

this procedure is based on a calibration covering the whole range of pressure and flow rate, it is free of assumption and gives confidence in the determination of the vortex depression.

Figure C.3 shows measurements of the vortex depression ΔP for increasing disks velocity, at two different suction depressions P_0 . We can see, for each case, two different regimes: the first one, called the “linear regime”, for low disks velocity, corresponds to vortex depressions roughly behaving as $\Delta P \propto f$. After some frequency limit, depending on the suction depression, a new behavior arises, called the “saturated regime”, where the vortex depression remains constant as the frequency is increased. This vortex depression ΔP is found to be slightly lower than the suction depression P_0 .

The vortex depressions, normalized by the suction depressions, are found to collapse well, when plotted versus the non dimensional ratio

$$B = \left(\frac{\rho \Omega^2 R^2}{P_0} \right)^{1/2}, \quad (\text{C.1})$$

where R is the disk radius. $\rho \Omega^2 R^2$ can be interpreted as the depression caused by a solid-body rotation due to the disk rotation, in the absence of axial pumping. However, the R dependence of B has to be checked in more detail, performing new experiments with different disk diameters. Figure C.4 shows measurements of the normalized vortex depressions versus B , for 8 different suction depressions P_0 , ranging from 20 to 90 mbar. These curves are well fitted by the empirical formula

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \sigma \tanh \left(\frac{B - B_s}{B_c} \right), \quad (\text{C.2})$$

where B_s represents the lower threshold, below which there is no measurable vortex depression, and B_c represents the cross-over between the linear and the saturated regimes. For large values of B , the normalized depression saturates to the limiting value σ . We obtain $B_s \simeq 0.02$ and $B_c \simeq 0.38$, with no noticeable dependence on P_0 . Values of σ are found to lie around 0.85 ± 0.05 . We observe a very slow increase of σ for increasing P_0 , but this effect seems to be very weak (less than 10 % for the range of P_0 we have spanned) and may allow to consider σ as a constant. The fact that $\sigma < 1$ means that the vortex never becomes strong enough to invert the flow rate, *i.e.* to pump the auxiliary tank water through the holes.

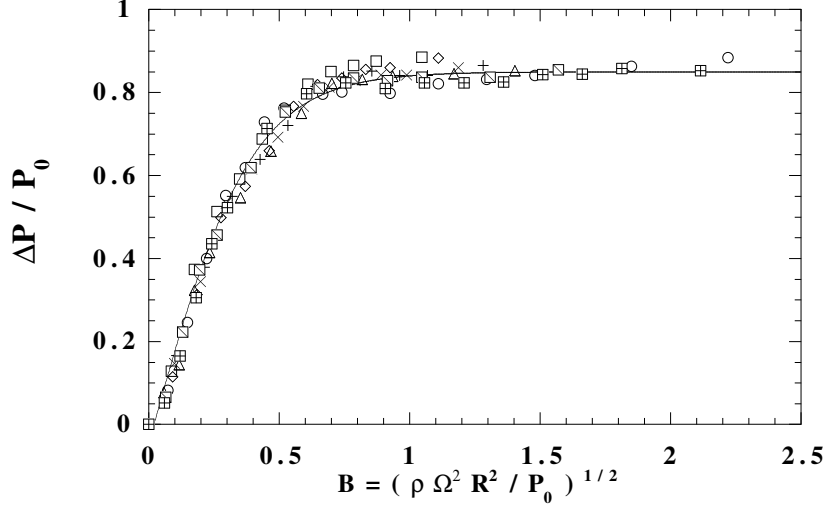


Figure C.4: Normalized vortex depressions $\Delta P/P_0$ versus the rotation–stretching ratio B . The different symbols represent 8 different suction depressions P_0 from 20 to 90 mbar. The full line is a best fit by the empirical formula (C.2), with $B_s = 0.02$, $B_c = 0.38$ and $\sigma = 0.85$.

The saturation of $\Delta P/P_0$ for $B > B_c$ can be understood in terms of rotation–stretching interaction. For low frequencies ($B < B_c$), the axial suction is very efficient and highly enhances the low vorticity level injected by the disks. In this regime the vortex becomes relatively strong. For higher values of the frequency, the vorticity becomes important and tends to bidimensionalize the flow, reducing the axial strain. The stretching becomes less efficient, and unable to enhance vorticity any more. The vortex pressure tends to saturate at some ratio of the suction depression, given by $\sigma \simeq 0.85$. This saturating value may result from the equilibrium between the enhancement of rotation by stretching and the decrease of stretching by rotation.

The $\Delta P \propto \Omega$ behavior of the linear regime allows to deduce some scaling properties of this vortex. Manneville *et al* [106] have shown that in this regime the circulation Γ behaves as $\Omega^{3/4}$. Writing the depression as $\Delta P \sim \rho u_{\theta\max}^2$, where $u_{\theta\max}$ is the maximum azimuthal velocity, and the circulation as $\Gamma \sim u_{\theta\max} r_c$ (r_c is the vortex core radius), we can deduce

$$u_{\theta\max} \sim \Omega^{1/2}, \quad r_c \sim \Omega^{1/4}.$$

Nothing is known about the vortex properties in the saturated regime. New experiments, using both acoustic and pressure measurements, are needed to provide more insight into these behaviors, and to characterize in more details the transition between the two regimes.

When the frequency is increased to higher values ($B \simeq 5$), we observe a new behavior (not shown here): The normalized vortex pressure begins to decrease from the saturated value σ down to much lower values (around $\sigma/2$). This may be due to vortex instabilities occurring at this higher Reynolds numbers: The vortex becomes unstable, breaks up and another one is generated. The measured pressures then result from a time-averaged flow rate, and can be interpreted as a mean value of the pressure due to the break up and reforming vortex. Indeed, in order to confirm this scenario, dye visualizations are needed, but are hard to perform because of the high speeds involved. Another explanation may come from a change in the forcing efficiency, due to the thinning of the boundary layer at higher frequencies.

Pressure sensor and local measurements

We are now interested in more classical local measurement of the pressure near the vortex core. Here, the aim is to characterize the measurement itself by an invasive detector, and additionally

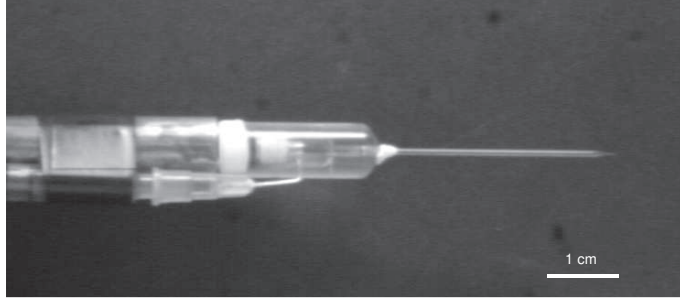


Figure C.5: The pressure probe consists of a piezoelectric transducer, placed at the end of a $200\ \mu\text{m}$ diameter capillary tube. The needle, connected to a syringe, allows to expel residual air bubbles in the cavity, causing pressure fluctuation damping.

to estimate the vortex perturbation by the presence of the probe in this configuration.

The pressure measurements are performed using a piezoelectric transducer (see figure C.5), 5 mm in diameter, placed in a water filled cavity, connected to a small glass tube. In order to minimize perturbations due to the presence of this probe in the flow, we make use of a fine capillary tube, whose initial diameter is 1 mm, which can be stretched down to $50\ \mu\text{m}$. We denote ϕ the tube external diameter (the internal diameter is around $0.7\ \phi$). The viscous damping frequency is around $10^5\ \text{Hz}$, and the vortex shedding frequency around 1 kHz for the typical velocities involved here. The most limiting constraint is given by the resonance frequency of the cavity, which is above 100 Hz for the smallest diameter. The pressure probe position is controlled by a 3D displacement system, with $1\ \mu\text{m}$ accuracy. The distance from the probe to the disk axis is denoted r_s , and for the present experiments the probe is kept at mid-distance between the disks.

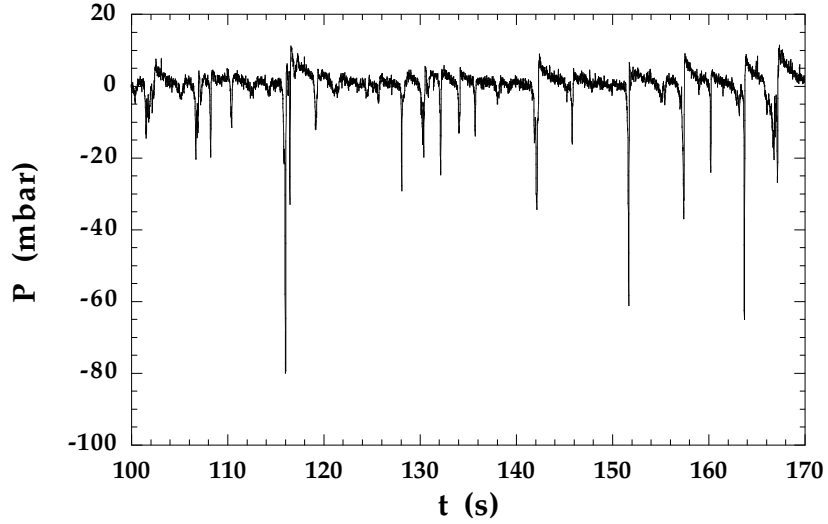


Figure C.6: Typical time series of pressure. The slight overshoot following the sharp drops are due to residual air microbubbles in the sensor cavity. $f_{\text{disk}}=5.1\ \text{Hz}$, $Q = 2 \times 3\ \text{L/min}$, and $\phi = 260\ \mu\text{m}$.

Because of the slow precession, the vortex frequently sweeps in the close vicinity of the pressure probe, causing a sharp pressure drop. Figure C.6 shows a typical pressure time series, when the pressure sensor is at a distance $r_s=1\ \text{mm}$ from the axis. In this example, the probe diameter at the tube end is $\phi = 260\ \mu\text{m}$. The pressure drops can reach $-80\ \text{mbar}$, a value rather low compared to the solid-body rotation pressure $\frac{1}{2}\rho U_{\text{disk}}^2 \simeq 13\ \text{mbar}$ and to the mean dynamic pressure caused by the axial stretching, $\frac{1}{2}\rho U_z^2 \simeq 30\ \text{mbar}$. The mean waiting time between successive events is 1.9 s,

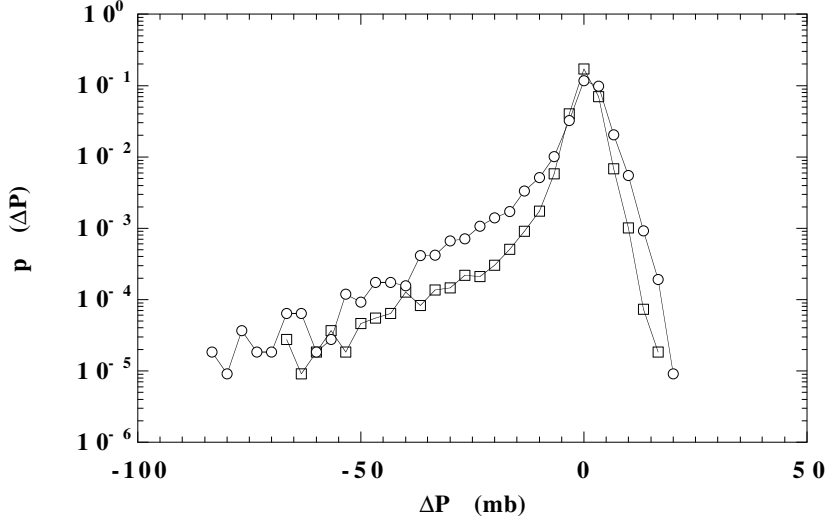


Figure C.7: Distribution of pressure for two distances, circle: $r_s = 1$ mm and square: $r_s = 4$ mm. $f_{\text{disk}} = 5.1$ Hz, $Q = 2 \times 3$ L/min, and $\phi = 260$ μm .

leading to a mean precession frequency $f_p \simeq 0.5$ Hz $\simeq f_{\text{disk}}/10$, a value in good agreement with ultrasound scattering measurements [106].

Two distributions of the pressure fluctuations are plotted on Figure C.7, for two different probe distances, $r_s = 1$ and 4 mm. Pressure drops caused by the vortex sweeping account for the large negative tails of these distributions, which can be roughly fitted by exponentials for $\Delta p < -15$ mbar. Their width, around 3 mbar, give a rough measure of the noise level. The slight positive tail is mainly due to an overshoot following the pressure drops, possibly caused by the presence of residual air microbubbles in the sensor cavity.

We can see that the further the probe is from the axis, the rarer the pressure drops. However, the slope of the negative tails remains unchanged for different values of r_s . This suggests that, for large r_s , the pressure drops typically reach the same values, but the vortex sweeps less frequently in the probe vicinity. As r_s is increased, the negative tail decreases and vanishes for $r_s \geq 8$ mm; this value is found to be independent of the the disk frequency, and gives a rough estimate of the precession radius.

From the mean width Δt of the pressure drops, we can estimate the core size r_c of the vortex. For the measurements performed with the $\phi = 260$ μm sensor, we obtain $\Delta t = 160 \pm 60$ ms, leading to

$$r_c = \frac{2\pi R_p f_p}{\Delta t} \simeq 1 \text{ mm.}$$

where $2\pi R_p f_p$ is the mean precession velocity, typically 5 mm/s, obtained from a mean precession radius $R_p \simeq 6$ mm and the precession frequency $f_p \simeq 0.5$ Hz. Although the uncertainty is high, this estimation of $r_c \simeq 1$ mm is in qualitative agreement with measurements of Manneville *et al.* [106]. It does not seem to depend on the probe diameter, at least for $\phi < 1$ mm.

We will now address the delicate issue of the influence of the probe on the vortex characteristics. Figure C.8 shows two pressure distributions, at the same distance from the axis $r_s = 3$ mm, for two different probe sizes $\phi = 0.26$ mm and 1 mm. As in figure C.7, the negative tails can be well fitted by exponentials, for $\Delta p < -15$ mbar. But, in contrast with figure C.7, where the exponential slope is not affected by the distance r_s , now we can see that it is strongly decreased in the case of the bigger probe. This clearly indicates the strong influence of the probe size on the local pressure measurement.

It is important to determine whether this influence originates from the probe characteristics, or from a change in the vortex itself due to the presence of the probe; both are relevant in the

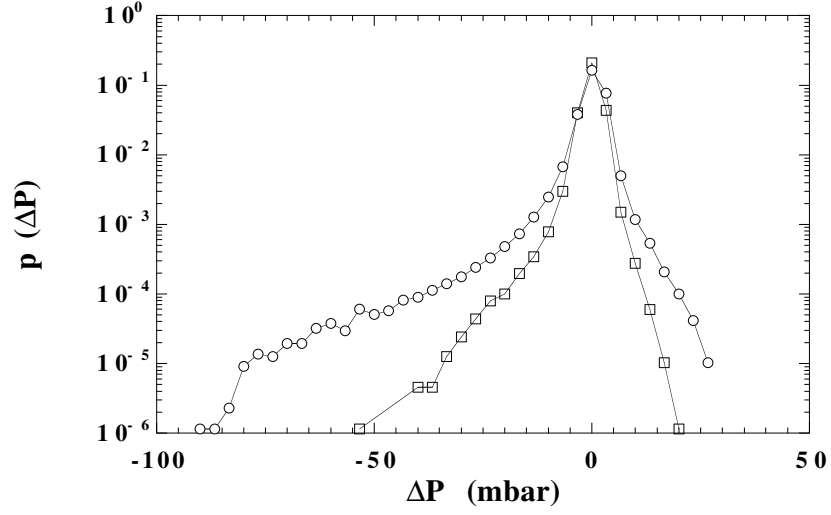


Figure C.8: Distribution of pressure for two probe sizes, at $r_s = 3$ mm. Circle: $\phi = 260 \mu\text{m}$, square: $\phi = 1$ mm. The best fit by an exponential $\exp[\Delta P/\alpha]$ for $\Delta p < -15$ mbar leads to $\alpha = 17$ mbar for $\phi = 260 \mu\text{m}$, and $\alpha = 6.7$ mbar for $\phi = 1$ mm.

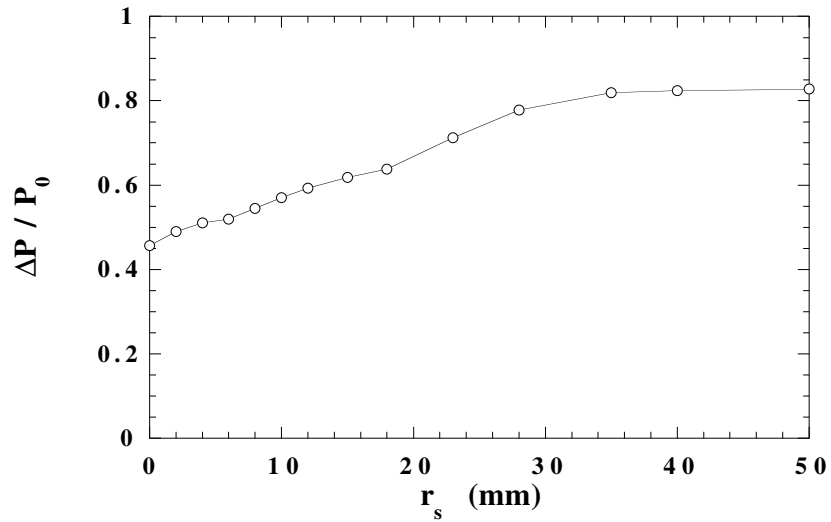


Figure C.9: Vortex depression ΔP normalized by the imposed suction depression P_0 in the saturated regime ($B = 1.05$), versus the probe distance from the axis r_s (diameter $\phi = 0.7$ mm).

context of pressure measurements in the bulk of turbulent flows. A detailed comparison between global measurements, described in the previous section, and local measurements is in progress. Preliminary results are given on figure C.9, which represents the change of the global vortex depression with the probe distance from the axis r_s . For $r_s > 40$ mm, we obtain $\Delta P/P_0 = \sigma \simeq 0.83$, in good agreement with the figure C.4 in the saturated regime ($B = 1.05 \sim 3B_c$). When r_s is decreased down to 0, the rescaled depression falls down to $\Delta P/P_0 = 0.45$, meaning that the vortex (time-averaged) depression is roughly twice as small as without the probe. Even when the probe is farther than the mean precession radius ($R_p \simeq 8$ mm), the vortex depression is strongly decreased.

Visualization by means of dye injected in the periphery of the vortex (as in figure C.2) shows that no instability occurs when r_s is larger than a few probe diameter ϕ . These observations suggest that, even when the vortex remains stable, the presence of the probe at a distance $r_s < 10r_c$ significantly decreases its strength. This clearly illustrates the long-range sensitivity of such vortex to localized perturbation. Synchronized visualizations together with local pressure measurements are needed to get more insight into this behavior.

Discussion and Conclusion

In this paper we have reported first results obtained with a new experiment allowing to generate a strong and controlled stretched vortex. Two kinds of pressure measurements have been performed, global and local.

The global time-averaged pressure measurement allows to characterize the vortex strength for different rotation rates Ω and suction depressions P_0 . We give evidence of a transitional behavior between two regimes, labeled with the non-dimensional ratio $B = (\rho\Omega^2 R^2/P_0)^{1/2}$, measuring the relative magnitude of the rotation effect compared to the stretching effect. For $B < B_c \simeq 0.38$, stretching highly enhances the small level of vorticity injected by the disks, and the vortex depression is found to scale as B . For $B > B_c$, the strong rotation tends to saturate the stretching efficiency, which is unable to strengthen the vortex any more. In this second regime, the vortex depression ΔP saturates at the final value σP_0 , where P_0 is the imposed suction depression and σ is found to be 0.85 ± 0.05 . These observations are in good agreement with those of Nore *et al.* [121], who investigated both numerically and experimentally the rotation–stretching interaction mechanisms. The originality of our experimental set-up is to keep the flow rate Q (thus the stretching) free to adjust with the actual vorticity, giving clear evidence of the stretching saturation effect of the strongly rotating flow. We plan to use this global pressure measurement together with the ultrasound scattering technique [105, 106] to investigate the circulation, vorticity and vortex radius evolution in these two regimes, and in particular to understand the observed values of the threshold B_c and the saturation ratio σ .

Local measurements, by means of conventional invasive probes, have been performed too, in order to investigate the relevance of bulk measurements in turbulent flows. In the particular configuration of a strong vortex in a quiet background flow, we show that such a method provides a reasonable measurement of the pressure drops, whose magnitude is in qualitative agreement with values obtained via the global measurements described above. However, we give evidence of a strong influence on both the probe size and the vortex–probe distance. These two effects are presumably due to the probe characteristics itself, and to the perturbation of the flow caused by the presence of the probe. This second point is illustrated by the strong decrease (by a factor 2) of the vortex depression in the presence of the probe, even when it remains farther than the mean precession radius.

These observations are of great importance in the context of pressure measurements in the bulk of turbulent flows. It appears that depressions caused by vortices whose radii are smaller than the probe size are likely to be missed, not only because of a spatial averaging effect, but essentially by perturbation of the flow caused by the probe itself. We mention here that the use velocity measurements by means of hot wire anemometry to detect small scale filaments [22], the mean advection velocity (typically one order of magnitude higher than the fluctuating velocity) makes

the advection time lower than the typical timescale of perturbation. In this case, the measurement is believed not to be affected by the finite probe size. More work has to be done in order to clarify what is due to a pure probe size effect, and what is due to the perturbation of the vortex in this geometry.

Bibliography

- [1] ABRY, P., FAUVE, S., FLANDRIN, P., ET LAROCHE, C. (1994) : Analysis of pressure fluctuations in swirling turbulent flows, *J. Phys. II France* **4**, 725–733.
- [2] ALBERTSON, J.D., KATUL, G.G., PARLANGE, M.B. ET EICHINGER, W.E. (1998) : Spectral scaling of static pressure fluctuations in the atmospheric surface layer : the interaction between large and small scales, *Phys. Fluids* **10** (7), 1725–1732.
- [3] ANDREOTTI, B., MAURER, J., COUDER, Y. ET DOUADY, S. (1998) : Experimental investigation of turbulence near a large scale vortex, *Eur. J. Mech. B/Fluids* **17** (4), 451–470.
- [4] ANDREOTTI, B. (1999) : Action et Réaction, entre Etirement et Rotation, du Laminaire au Turbulent, Thèse Univ. Paris 7.
- [5] ANSELMET, F., GAGNE, Y., HOPFINGER, E.J., ANTONIA, R.A. (1984) : High-order velocity structure functions in turbulent shear flows *J. Fluid Mech.* **140**, 63–89.
- [6] ANSELMET, F., DJERIDI, H. ET FULACHIER, L. (1994) : Joint statistics of a passive scalar and its dissipation in turbulent flows, *J. Fluid Mech.* **280**, 173–197.
- [7] ANTONIA, R.A. ET VAN ATTA C.W. (1978) : Structure functions of temperature fluctuations in turbulent shear flows, *J. Fluid. Mech.* **84**, 561–580.
- [8] ANTONIA, R.A., HOPFINGER, E., GAGNE, Y., ANSELMET, F. (1984) : Temperature structure functions in turbulent shear flows, *Phys. Rev. A* **30**, 2704–2707.
- [9] ANTONIA, R.A., CHAMBERS, A.J., BRITZ, D., ET BROWNE, W.B. (1986) : Organized structures in a turbulent plane jet : topology and contribution to momentum and heat transport, *J. Fluid Mech.* **172**, 211–229.
- [10] ANTONIA, R.A., ZHU, Y., ANSELMET, F., ET OULD-ROUIS, M. (1996) : Comparison between the sum of second-order velocity structure functions and the second-order temperature structure function, *Phys. Fluids* **8** (11), 3105–3111.
- [11] ANTONIA, R.A., OULD-ROUIS, M., ZHU, Y., ET ANSELMET, F. (1998) : Transport of turbulent vorticity increments, *Phys. Rev. E* **57**, 5483–5488.
- [12] ARFKEN, G. (1985) : Mathematical methods for physicist, ed. Academic Press.
- [13] ARNDT, R.E.A. (1982) : Cavitation in fluid machinery and hydraulic structures, *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **13**, 273–328.
- [14] ARNDT, R.E.A. ET MAINES, B.H. (1994) : Vortex cavitation : a progress report, Cavitation and gas-liquid flow in Fluid Machinery and Devices, *ASME 1994, FED-Vol.* 190.
- [15] ARNÉODO, A., BAUDET, C., BELIN, F., BENZI, R., CASTAING, B., CHABAUD, B., CHAVARRIA, R., CILIBERTO, S., CAMUSSI, R., CHILLÀ, F., DUBRULLE, B., GAGNE, Y., HEBRAL, B., HERWEIJER, J., MARCHAND, M., MAURER, J., MUZY, J.F., NAERT, A.,

- NOULLEZ, A., PEINKE, J., ROUX, F., TABELING, P., VAN DE WATER, W. ET WILLAIME, H. (1996) : Structure functions in turbulence, in various flows configurations, at Reynolds number between 30 and 5000, using extended self-similarity, *Europhys. Lett.* **34**, 411–416.
- [16] AUMAÎTRE, S. (1999) : Etude des fluctuations de grandeurs globales dans les systèmes dissipatifs hors-équilibre, Thèse Univ. Lyon.
- [17] AURIAULT, C. (1999) : Intermittence en turbulence 3D : Statistiques de la température et de son transfert, Thèse Univ. Grenoble I.
- [18] BATCHELOR, G.K., ET TOWNSEND, A.A. (1947) : Decay of vorticity in isotropic turbulence, *Proc. R. Soc. Lond. A* **190**, 534–550.
- [19] BATCHELOR, G.K. (1950) : Pressure fluctuations in isotropic turbulence, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **47**, 399.
- [20] BATCHELOR, G.K. (1976) : An introduction to fluid dynamics, Cambridge University Press.
- [21] BELIN, F., TABELING, P. ET WILLAIME, H. (1996) : Exponents of the structure functions in a low temperature helium experiment, *Physica D* **93**, 52–63.
- [22] BELIN, F., MAURER, J., TABELING, P. ET WILLAIME, H. (1996) : Observation of intense filaments in fully developed turbulence, *J. Phys II* **6**, 573–584.
- [23] BELIN, F., MAURER, J., WILLAIME, H. ET TABELING, T. (1997) : Velocity gradient distributions in fully developed turbulence: An experimental study, *Phys. Fluids* **9**, 3843–3850.
- [24] BELIN, F. (1998) : Turbulence dans l'hélium à basse température, Thèse Univ. Paris 7.
- [25] BELIN, F., MOISY, F., TABELING, P. ET WILLAIME, H. (1999) : Worms in a turbulence experiment, from hot wire time series, *Trends in Mathematics*, Birkhäuser Verlag Basel/Switzerland.
- [26] BENZI, R., CILIBERTO, S., BAUDET, C., RUIZ CHAVARRIA, G. ET TRIPICCIONE, R. (1993) : Extended self-similarity in the dissipation range of fully developed turbulence, *Europhys. Lett.* **24**, 275–279.
- [27] BENZI, R., CILIBERTO, S., TRIPICCIONE, R., BAUDET, C., MASSAIOLI, F. ET SUCCI, S. (1993) : Extended self-similarity in turbulent flows, *Phys. Rev. E* **48**, R29–R32.
- [28] BERGÉ, P., POMEAU, Y., ET VIDAL, C. (1988) : L'ordre dans le chaos, Ed. Hermann, Paris.
- [29] BORATAV, O.N., ET PELTZ, R.B. (1998) : Coupling between anomalous velocity and passive scalar increments in turbulence, *Phys. Fluids* **10** (9), 2122–2124.
- [30] BRACHET, M.-E. (1990) : Géométrie des structures à petite échelle dans le vortex de Taylor-Green, *C.R. Acad. Sci. Paris* **311 Série II**, 775–780.
- [31] BRACHET, M.-E. (1991) : Direct numerical simulation of the three dimensional turbulence in the Taylor-Green vortex, *Fluid Dynamics Research* **8**, 1–8.
- [32] BUDWIG, R., TAVOULARIS, S. ET CORRISIN, S. (1985) : Temperature fluctuations and heat flux in grid-generated turbulence with streamwise and transverse mean-temperature gradients, *J. Fluid. Mech* **153**, 441–460.
- [33] CAMUSSI, R. ET GUJ, G. (1999) : Experimental analysis of intermittent coherent structures in the near field of a high Re turbulent jet flow, *Phys. Fluids* **11**, 2, 423–431.
- [34] CASTAING, B., GAGNE, Y. ET HOPFINGER, E.J. (1990) : Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence, *Physica D* **46**, 177–200.

- [35] CADOT, O., DOUADY, S. ET COUDER, Y. (1995) : Characterisation of the low pressure filaments in a 3D turbulent shear flow, *Phys. Fluids* **7** (1), 630–646.
- [36] CADOT, O. (1995) : Etude des structures de basse pression dans la turbulence développée, Thèse Univ. Paris 7.
- [37] CADOT, O., COUDER, Y., DAERR, A., DOUADY, S., ET TSINOBER, A. (1997) : Energy injection in closed turbulent flows : Stirring through boundary layers versus inertial stirring, *Phys. Rev. E* **56** (1), 427–433.
- [38] CANUTO, V.M., ET DUBOVIKOV, M.S (1997) : A dynamical model for turbulence. V. The effect of rotation, *Phys. Fluids* **9** (7), 2132–2140.
- [39] CAO, N., ET CHEN, S. (1997) : An intermittency model for passive scalar turbulence, *Phys. Fluids* **9** (5), 1203–1205.
- [40] CAO, N., CHEN, S., DOOLEN, G.D. (1999) : Statistics and structures of pressure in isotropic turbulence, *Phys. Fluids* **11** (8), 2235–2250.
- [41] CASTAING, B. (1989) : Conséquences d’un principe d’extremum en turbulence, *J. Phys.* **50**, 147.
- [42] CELANI, A., LANOTTE, A., MAZZINO, A, ET VERGASSOLA, M. (2000) : Universality and saturation of intermittency in passive scalar turbulence, *Phys. Rev. Lett* **84** (11), 2385–2388.
- [43] CHAMBERS, A.J. ET ANTONIA, R.A. (1984) : Atmospheric estimates of power law exponents μ and μ_θ , *Boundary Layer Meteorology* **28**, 343–52.
- [44] CHAMPGANE, F. H. (1978) : The fine-scale structure of the turbulent velocity field *J. Fluid Mech.* **86** (1), 67–108.
- [45] CHABAUD, B., NAERT, A. PEINKE, J., CHILLÀ, F., CASTAING, B., ET HÉBRAL, B (1994) : Transition toward developed turbulence, *Phys. Rev. Lett* **73** (24), 3227–3230.
- [46] CHANAL, O, BAGUENARD, B., BÉTHOUX, O., ET CHABAUD, B. (1997) : Micronic-size cryogenic thermometer for turbulence measurements, *Rev. Sci. Instrum.* **68** (6), 2442–2446.
- [47] CHANAL, O. (1998) : Vers les échelles dissipatives dans un jet d’hélium gazeux à basse température, These Univ. Grenoble.
- [48] CHAVANNE, X. (1997) : Etude du régime turbulent en convection de Rayleigh-Bénard dans l’hélium liquide ou gazeux autour de 5 K, These Univ. Grenoble 1.
- [49] CHAISNAIS, P., ABRY, P., ET PINTON, J.-F. (1999) : Intermittency and coherent structures in a swirling flow: a wavelet analysis of joint pressure and velocity measurements, à paraître dans, *Phys. Fluids*.
- [50] CHEN, S., KRAICHNAN, K.R. (1998) : Simulations of a randomly advected passive scalar field, *Phys. Fluids* **10**, 2867–2884.
- [51] CHING, E.S.C. (1991) : Probabilities for temperature differences in Rayleigh-Bénard convection, *Phys. Rev. A* **44** (6), 3622–3629.
- [52] CHING, E.S.C. (1993) : Probability densities of turbulent temperature fluctuations, *Phys. Rev. Lett.* **70** (3), 283–286.
- [53] CHO, J.R., ET KIM, K.C. (1993) : A simple high-performance cold-wire thermometer, *Meas. Sci. Technol.* **4**, 1346–1349.
- [54] CORRSIN, S. (1951) : On the spectrum of isotropic temperature fluctuations in an isotropic turbulence, *J. Applied Phys.* **22** (4), 469–473.

- [55] CRAIG, V.S.J., NINHAM, B.W. ET PASHLEY, R.M. (1993) : The effects of electrolytes on bubble coalescence in water, *J. Phys. Chem.* **97**, 10192–10197.
- [56] DANAILA, L., ANSELMET, F., LE GAL, P., DUSEK, J., BRUN, C. ET PUMIR, A. (1997) : Predictions of small-scale statistics for a passive scalar in turbulent mixing, *Phys. Rev. Lett* **79** (23), 4577–4580.
- [57] DANAILA, L., ANSELMET, F., LE GAL, P., DUSEK, J., BRUN, C. ET PUMIR, A. (1999a) : Planar isotropy of passive scalar turbulent mixing with a mean perpendicular gradient, *Phys. Rev. E* **60** (2), 1691–1707.
- [58] DANAILA, L., ANSELMET, F., ZHOU, T., ANTONIA, R.A. (1999b) : A generalization of Yaglom’s equation which accounts for the large-scale forcing in heated decaying turbulence, *J. Fluid. Mech* **391**, 359.
- [59] DELOUR, J. (1998) : Mesure des signaux de pression dans les écoulements de turbulence pleinement développée, rapport de stage de DEA.
- [60] Dernoncourt, B., Pinton, J.-F., Fauve, S. (1998) : Experimental study of vorticity filaments in a turbulent swirling flow, *PHYSICA D*.
- [61] DOUADY, S., COUDER, Y. ET BRACHET, M.E. (1991) : Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence, *Phys. Rev. Lett.* **67** (8), 983–986.
- [62] DERRIDA, B., HAKIM, V., ET ZEITAK, R. (1996) : Persistent spins in the linear diffusion approximation of phase ordering and zeros of stationary gaussian processes, *Phys. Rev. Lett.* **77** (14), 2871–2874.
- [63] (1998) Flow at ultra-high Reynolds and Rayleigh numbers, a status report, Springer-Verlag New York, R.J. Donnelly and K.R. Sreenivasan Eds.
- [64] (1997) DHARVA, B., TSUJI, Y., ET SREENIVASAN, K.R. Transverse structure functions in high-Reynolds-number turbulence, *Phys. Rev. E* **56** (5), R4928–4930.
- [65] EMSSELLEM, V. (1996) : Simulation de l’écoulement autour d’un anémomètre à fil chaud, *C. R. Acad. Sci. Paris* **322**, Série IIb, 11–18.
- [66] FAUVE, S., LAROCHE, C. ET CASTAING B. (1993) : Pressure fluctuations in swirling turbulent flows, *J. Phys. II France* **3**, 271–278.
- [67] FAUVE, S., AUMAITRE, S., ABRY, P., PINTON, J.-F., ET LABBE, R. (1998) : Large scale fluctuations in swirling flows, *Advances in Turbulence VII*, Kluwer Ac. Publishers, Uriel Frisch Ed.
- [68] FRISCH, U. (1995) : *Turbulence : the legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [69] FRISCH, U., MAZZINO, A. ET VERGASSOLA, M. (1998) : Intermittency in passive scalar advection, *Phys. Rev. Lett* **80** (25), 5532–5535.
- [70] GAGNE., Y. (1987) : Etude expérimentale de l’intermittence et des singularités dans le plan complexe en turbulence développée, Thèse, Université Grenoble.
- [71] GEORGE, W.K., BEUTHER, D., ET ARNDT, R.E.A. (1984) : Pressure spectra in turbulent free shear flows, *J. Fluid. Mech* **148e**, 155–191.
- [72] GIBSON, C.H., FRIEHE, C.A., ET MCCONNELL, S.O. (1977) : Measurements of sheared turbulent fields, *Phys. Fluid.* **20**, S156–167.

- [73] GLEICK, J. (1987) : La théorie du chaos, vers une nouvelle science, Vicking Press, New York [Trad. Française Ed. Albin Michel, Paris, (1989) 239–268].
- [74] HILL, R.J. (1997) : Applicability of Kolmogorov’s and Monin’s equations of turbulence, *J. Fluid. Mech.* **353**, 67–81.
- [75] HINZE, J.O. (1975) : Turbulence, McGraw-Hill Book Cie, Inc.
- [76] HOLDOM, B. (1997) : Intermittency and the slow approach to Kolmogorov scaling, *Phys. Rev. E* **55** (6) 7000-7004.
- [77] HOLZER, M., ET SIGGIA, E. (1993) : Skewed, exponential pressure distributions from gaussian velocities, *Phys. Fluids A* **5** (10), 2525–2532.
- [78] HOLZER, M., ET SIGGIA, E. (1994) : Turbulent mixing of a passive scalar, *Phys. Fluid* **6** (5), 1820–1837.
- [79] HOPFINGER, E.J., BROWAND F.K. ET GAGNE Y. (1982) : Turbulence and waves in a rotating tank, *J. Fluid. Mech* **125**, 505–534.
- [80] JAYESH, CHENNING TONG ET WARHAFT, Z. (1991) : Probability distribution of a passive scalar in grid-generated turbulence, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3503–3506.
- [81] JAYESH, CHENNING TONG ET WARHAFT, Z. (1993) : On temperature spectra in grid turbulence, *Phys. Fluids* **6** (1), 306–312.
- [82] JIMENEZ, J., WRAY, A.A., SAFFMAN, P.G. ET ROGALLO, R.S. (1993) : The structure of intense vorticity in isotropic turbulence *J. Fluid. Mech* **255**, 4, 65–90.
- [83] JIMENEZ, J. (1998) : Small scale intermittency in turbulence, *Eur. J. Mech. B/Fluids* **17** (4), 405–419.
- [84] JULLIEN, M.-C. (1999) : communication privée.
- [85] KATZ, J. ET O’HERN, T.J. (1986) : Cavitation in large scale shear flows *Journ. Fluids Eng.* **108**, 373–376.
- [86] KÁRMÁN, T. VON ET HOWARTH, L. (1938) : On the statistical theory of isotropic turbulence *Proc. R. Soc. Lond. A* **164**, 192–215.
- [87] KERR, R.M. (1985) : Higher order derivative correlations and the alignment of small-scale structures in isotropic numerical turbulence, *J. Fluid. Mech* **153**, 31.
- [88] KOLMOGOROV, A.N. (1941) : The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **30**, 301–305 ; On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **31**, 538–540 ; Dissipation of energy in locally isotropic turbulence, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **32**, 16–18 [Version anglaise : *Turbulence – Classic papers on statistical theory*, édité par S.K. Friedlander et L. Topper, Interscience Publishers, Inc., New-York (1961)]
- [89] KOLMOGOROV, A.N. (1962) : A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number, *J. Fluid Mech.* **13**, 82–85.
- [90] KRAICHNAN, R.H. (1994) : Anomalous scaling of a randomly advected passive scalar, *Phys. Rev. Lett.* **72** (7), 1016–1019.
- [91] LAMBALLAIS, E., LESIEUR, M., ET MÉTAIS, O. (1997) : Probability distribution functions and coherent structures in a turbulent channel, *Phys. Rev. E.* **56** (6), 6761–6766.

- [92] LABBE, R., PINTON, J.-F., ET FAUVE, S. (1995) : Study of the von Karman flow between coaxial corotating disks, *Phys. Fluids* **8** (4), 914–922.
- [93] LABBE, R., PINTON, J.-F., ET FAUVE, S. (1996) : Power fluctuations in turbulent swirling flows, *J. Phys. II France* **6**, 1099–1110.
- [94] LA PORTA, A., VOTH, G.A., MOISY, F., ET BODENSCHATZ, E. (1999) : Using cavitation to measure statistics of low-pressure events in large-Reynolds-number turbulence, soumis à *Phys. Fluids*.
- [95] LESIEUR, M. (1990) : *Turbulence in fluids*, 2nd revised edition. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [96] LINDBORG, E. (1996) : A note on Kolmogorov’s third-order structure-function law, the local isotropy hypothesis and pressure-velocity correlation, *J. Fluid. Mech* **326**, 343–356.
- [97] LINDBORG, E. (1999) : Correction to the four-fifth law due to variations of the dissipation, *Phys. Fluids* **11**, 510–512.
- [98] LIU, Z., KUHN DE CHIZELLE, Y. ET BRENNEN, C.E. (1993) : Cavitation event rates and nuclei distributions, Cavitation inception, *ASME 1993, FED-Vol. 177*, 13–23.
- [99] LOHSE, D., ET MÜLLER-GROELING, A. (1996) : Anisotropy and scaling corrections in turbulence, *Phys. Rev. E* **54** (1), 395–405.
- [100] LOMAS, C.G (1986) : Fundamentals of hot wire anemometry, Cambridge Univ. Press.
- [101] MALÉCOT, Y. (1998) : Intermittence en turbulence 3D : Statistiques de la vitesse et de la vorticité, Thèse Univ. Grenoble 1.
- [102] MALÉCOT, Y., AURIAULT, C., KAHALERRAS, H., GAGNE, Y., CHANAL, O., CHABAUD, B., ET CASTAING, B. (1999) : A statistical estimator of turbulence intermittency in physical and numerical experiments, soumis   *J. Fluid. Mech*.
- [103] MANDELBROT, B.B. (1999) : Multifractals and $1/f$ noise, Springer.
- [104] MANN, J., OTT, S., ET ANDERSEN, J.S. (1999) : Experimental study of relative, turbulent diffusion, *Risø report*, ISBN 87-550-2370-3 (<http://www.risoe.dk/rispubl/VEA/ris-r-1036.htm>)
- [105] MANNEVILLE, S., ROBRES, J.H., MAUREL, A., PETITJEANS, P., ET FINK, M. (1999) Vortex dynamics investigation using an acoustic technique, *PhysFluids* **11** (11), 3380-3389.
- [106] MANNEVILLE, S., MAUREL, A., BOTTAUSCI F., ET PETITJEANS, P. (1999) : The “double rotating suction system”: Acoustic characterization of a vortex in infinite medium,   paraître dans Lecture Notes, Springer Verlag. Voir aussi MANNEVILLE, S., MAUREL, A., PRADA, C., TANTER, M. ET FINK, M. (1999) : Ultrasound Propagation Through a Rotational Flow: Numerical Methods Compared to Experiments, in *proceeding of the 9th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics*, soumis   *The Journal of Computational Acoustics*.
- [107] MARCHAND, M. (1994) : Propriétés statistiques des petites structures dans les  coulements turbulents : Influence du nombre de Reynolds sur l’intermittence, Thèse Univ. Grenoble.
- [108] MAURER, J., TABELING, P. ET ZOCCHI, G. (1994) : Statistics of turbulence between two counterrotating disks in low-temperature helium gas *Europhys. Lett.* **26** (1), 31–36.
- [109] MENEVEAU, C.M., ET SREENIVASAN, K.R. (1991) : The multifractal nature of turbulent energy dissipation, *J. Fluid. Mech.* **224**, 429.

- [110] MESTAYER, P.G., GIBSON, C.H., COANTIC, F.M., ET PATEL, A.S. (1976) : Local anisotropy in heated and cooled turbulent boundary layers, *Phys. Fluid.* **19** (9), 1279–1287.
- [111] MOISY, F., TABELING, P. ET WILLAIME, H. (1999) : Kolmogorov Equation in fully developed turbulence *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3994–3997.
- [112] MOISY F., LA PORTA A., VOTH G.A. ET BODENSCHATZ, E. (2000) : Using cavitation as a local pressure probe in turbulence, soumis à *Lecture Notes, Springer-Verlag*.
- [113] MOISY, F., PETITJEANS, P. (2000) : Pressure measurements in a stretched vortex, à paraître dans *Lecture Notes, Springer-Verlag*.
- [114] MOISY, F., WILLAIME, H., ANDERSEN, J.S., TABELING, P. (2000) : Passive Scalar Intermittency: Statistics of the Cliffs, à paraître dans *Advances in Turbulence VIII*.
- [115] MONIN, A.S. ET YAGLOM, A.M. (1975) : *Statistical Fluid Mechanics*, The MIT press, Cambridge.
- [116] Mordant, N., Pinton, J.-F., Chillà, F. (1997) : Characterization of turbulence in a closed flow, *J. Phys. II France* **7**, 1729–1742.
- [117] MYDLARSKI, L., ET WARHAFT, Z. (1996) : On the onset of high-Reynolds-number grid-generated wind tunnel turbulence, *J. Fluid. Mech.* **330**, 331–368.
- [118] MYDLARSKI, L., ET WARHAFT, Z. (1998) : Passive scalar statistics in high-Péclet-number grid turbulence, *J. Fluid. Mech.* **358**, 135–175.
- [119] MYDLARSKI, L., ET WARHAFT, Z. (1998) : Three-point statistics and the anisotropy of a turbulent passive scalar, *Phys. Fluids* **10** (11), 2885–2894.
- [120] MYDLARSKI, L., PUMIR, A., SHRAIMAN, B., SIGGIA, E. ET WARHAFT, Z. (1998) : Structure and multipoint correlators of turbulent advection : predictions and experiments, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4373–4376.
- [121] NORE, C., ANDREOTTI, B., DOUADY, S., ET ABID, M. (1999) : On Burgers' vortex: the missing mechanism, à paraître dans *Lecture Notes, Spinger-Verlag*.
- [122] NOVIKOV, E.A. (1964) : Functionals and the random-force in turbulence theory *Zh. Eksp. Theor. Fiz.* **47**, 1919–1926 [1965 *Sov. Phys. JETP* **20**, 1290–1294].
- [123] NOVIKOV, E.A. (1993) : Statistical balance of vorticity and a new scale for vortical structures in turbulence *Phys. Rev. Lett.* **71**, 17, 2718–2720.
- [124] NOVIKOV, E.A. (1994) : Vortical scales for two- and three-dimensional turbulence *Phys. Rev. E* **49** (2), R975–977.
- [125] OBUKHOV, A (1949) : Structure of the temperature field in turbulent flows, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **13** [Version anglaise : *Turbulence – Classic papers on statistical theory* édité par S.K. Friedlander et L. Topper, Interscience Publishers, Inc., New-York (1961)]
- [126] O'HERN, T.J. (1990) : An experimental investigation of turbulent shear flow cavitation, *J. Fluid. Mech.* **215**, 365–391.
- [127] OULD-ROUIS, M. (1995) : Intermittence interne pour un scalaire passif en turbulence pleinement développée, Thèse Univ. Aix-Marseille II.
- [128] OVERHOLT, M.R., ET POPE, S.B. (1996) : Direct numerical simulation of a passive scalar with imposed mean gradient in isotropic turbulence, *Phys. Fluids* **8** (11), 3128–3148.
- [129] PADET, J. (1991) : Fluides en écoulement, méthodes et modèles, Ed Masson, Paris.

- [130] PARET, J. ET TABELING, P. (1997) : Experimental observation of the two-dimensional inverse energy cascade, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4162–4165.
- [131] PARET J. ET TABELING, P. (1998) : Intermittency in the 2D inverse cascade of energy: experimental observations, *Phys. Fluids* **10**, 3126–3136.
- [132] PEARSON, B.R., ZHOU, T. ET ANTONIA, R.A. (1998) : Relative scaling exponent of n -th-order velocity and temperature structure functions, *Europhys. Lett.* **44** (2), 156–161.
- [133] PINTON, J.F., CHILLÀ, F., MORDANT, N. (1998) : Intermittency in the closed flow between coaxial corotating disks *Eur. J. Mech. B/Fluids* **17** (4), 535–547.
- [134] PLESSET, M.S. ET PROSPERETTI, A. (1977) : Bubble dynamics and cavitation, *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **9**, 145.
- [135] POPE, S.B. (1998) : Turbulent flows (draft of chapters 1–12), non publié à ce jour.
- [136] PRAKASH, V., ET YEUNG, P.K. (1999) : Similarity scaling of acceleration and pressure statistics in numerical simulations of isotropic turbulence, *Phys. Fluids* **11**, 1208–1220.
- [137] PRASAD, R.R., MENEVEAU, C., ET SREENIVASAN, K.R. (1988): Multifractal nature of the dissipation field of passive scalars in fully turbulent flows, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1), 74–77.
- [138] PRASKOVSKY, A.A., GLEDZER, E.B., KARYAKIN, M. YU, ET ZHOU, Y. (1993) : The sweeping decorrelation hypothesis and energy-inertial scale interaction in high Reynolds number flows, *J. Fluid. Mech* **248**, 493–511.
- [139] PUMIR, A., SHRAIMAN, B., SIGGIA, E. (1991) : Exponential Tails and Random Advection, *Phys. Rev. Lett* **66** (23), 2984–2987.
- [140] PUMIR, A. (1994a) : A numerical study of pressure fluctuations in three-dimensional, incompressible, homogeneous, isotropic turbulence, *Phys. Fluids* **6** (6), 2071–2083.
- [141] PUMIR, A. (1994b) : A numerical study of the mixing of a passive scalar in three dimensions in the presence of a mean gradient, *Phys. Fluid.* **6** (6), 2118–2132.
- [142] PUMIR, A. (1994c) : Small-scale properties of scalar and velocity differences in three-dimensional turbulence, *Phys. Fluids* **6** (12), 3974–3984.
- [143] PUMIR, A., ET SHRAIMAN, B. (1995) : Persistent small scale anisotropy in homogeneous shear flows, *Phys. Rev. Lett.* **75** (17), 3114–3117.
- [144] PUMIR, A. (1996a) : Anomalous scaling behavior of a passive scalar in the presence of a mean gradient, *Europhys. Lett.* **34**, 25–29.
- [145] PUMIR, A. (1996b) : Turbulence in homogeneous shear flows, *Phys. Fluids* **8** (11), 3112–3127.
- [146] QIAN, J. (1997) : Inertial range and the finite Reynolds number effect of turbulence, *Phys. Rev. E* **55** (1), 337–342.
- [147] QIAN, J. (1998) : Normal and anomalous scaling of turbulence, *Phys. Rev. E* **58** (1), 7325.
- [148] QIAN, J. (1999) : Slow decay of the finite Reynolds number effect of turbulence, *Phys. Rev. E* **60** (3), 3409–3412.
- [149] RAN, B. ET KATZ, J. (1991) : The response of microscopic bubbles to sudden changes in the ambient pressure, *J. Fluid. Mech.* **224**, 91–115.
- [150] RAN, B. ET KATZ, J. (1994) : Pressure fluctuations and their effect on cavitation inception within water jets, *J. Fluid. Mech.* **262**, 223–263.

- [151] RASMUSSEN, H.O. (1999) : A new proof of Kolmogorov's 4/5-law, *Phys. Fluids* **11** (11), 3495–3498.
- [152] ROUX, S., MUZY, J.-F., ET ARNEODO, A. (1998) : Detecting vorticity filaments using wavelet analysis : about the statistical contributions of vorticity filaments to intermittency in swirling turbulent flows, *Eur. J. Phys. B*.
- [153] RUIZ CHAVARRIA, G., BAUDET, C., CILIBERTO, S. (1995) : Extended self-similarity of passive scalars in fully developed turbulence, *Europhys. Lett.* **32** (4), 319–324.
- [154] SADDUGHI, S.G. ET VEERAVALLI, S.V. (1994) : Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number, *J. Fluid Mech* **268**, 333–372.
- [155] SANADA (1991) : Statistics of energy-dissipation clusters in three-dimensional homogeneous turbulence, *Prog. Th. Phys.* **85** (3), 527–539.
- [156] SANADA (1992) : Concentration, clustering and stretching in homogeneous turbulence, *Prog. Th. Phys.* **87** (6), 1323–1333.
- [157] SCHLICHTING, H. (1979) : Boundary-layer theory, McGraw-Hill, USA.
- [158] SHE, Z.-S., ET LEVEQUE, E. (1994) : Universal scaling laws in fully developed turbulence, *Phys. Rev. Lett* **72** (3), 336–339.
- [159] SHRAIMAN, B, ET SIGGIA, E. (1999) : Scalar turbulence, soumis à *Nature*.
- [160] SIGGIA E.D. (1981) : Numerical study of the small-scale intermittency in three-dimensional turbulence, *J. Fluid. Mech.* **107** (3), 375–406.
- [161] SIGGIA E.D. (1985) : Collapse and amplification of a vortex filament, *Phys Fluids* **28** (3), 794–805.
- [162] SIMAND, C., CHILLÀ, F., PINTON, J.-F., soumis à *Phys. Fluids* (1999).
- [163] SREENIVASAN, K.R., ET TAVOULARIS, S. (1980) : On the skewness of the temperature derivative in turbulent flows, *J. Fluid Mech.* **101** 783–795.
- [164] SREENIVASAN, K.R., ET MENEVEAU, C. (1986) : The fractal facets of turbulence, *J. Fluid Mech.* **173**, 386.
- [165] SREENIVASAN, K.R. (1991) : On local isotropy of passive scalars in turbulent shear flows, *Proc. R. Soc. Lond. A* **434**, 165–182.
- [166] SREENIVASAN, K.R. (1995) : On the universality of the Kolmogorov constant, *Phys. Fluids* **7**, 2778–2784.
- [167] SREENIVASAN, K.R. (1996) : The passive scalar spectrum and the Obukhov-Corrsin constant, *Phys. Fluids* **8**, 189-196.
- [168] SREENIVASAN, K.R., ET ANTONIA, R.A. (1997) : The phenomenology of small-scale turbulence, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **29**, 435–72.
- [169] SREENIVASAN, K.R. ET DHRUVA, B. (1998) : Is there scaling in high-Reynolds-number turbulence ? *Prog. Theor. Phys.* **130**, 103–120.
- [170] SREENIVASAN, K.R., DHRUVA, B., ET SAN GIL, I. (1999) : The effects of large scales on the inertial range in high-Reynolds-number turbulence, preprint.
- [171] STOLOVITZKY, G., KAILASNATH, P. ET SREENIVASAN, K.R. (1995) : Refined similarity hypotheses for passive scalars mixed by turbulence, *J. Fluid. Mech* **297**, 275–291.

- [172] TABELING, P., ZOCCHI, G., BELIN, F., MAURER, J. ET WILLAIME, H. (1996) : Probability density functions, skewness, and flatness in large Reynolds number turbulence, *Phys. Rev. E* **53**, 1613–1621.
- [173] THANK, H., ET YOU, B. (1973) : Acknowledgements and congratulations: Basic rules and things to be avoided, *J. Soc. Educ. Courtesy* **34**, 411–412.
- [174] THORODDSEN, S.T., ET VAN ATTA, C.W. (1992) : Exponential tails and skewness of density-gradient probability density functions in stably stratified turbulence, *J. Fluid. Mech* **244**, 547–566.
- [175] TONG, C., ET WARHAFT, Z. (1994) : On passive scalar derivative statistics in grid turbulence, *Phys. Fluids* **6**, 2165–2176.
- [176] VAINSHTAIN, S.I., ET SREENIVASAN, K.R. (1994) : Kolmogorov’s 4/5th law and intermittency in turbulence, *Phys. Rev. Lett.* **73** (23), 3085–3088.
- [177] VERGASSOLA, M., DUBRULLE, B., FRISCH, U., ET NOULLEZ, A. (1994) : Burger’s equation, Devil’s staircases and the mass distribution for large-scale structure, *Astron. Astrophys.* **289**, 325–356.
- [178] VERGASSOLA, M., ET MAZZINO, A (1997) : Structures and Intermittency in a passive scalar model, *Phys. Rev. Lett.* **79** (10), 1849–1852.
- [179] VILLERMAUX, E. ET GAGNE, Y. (1994) : Line dispersion in homogeneous turbulence : stretching, fractal dimensions and micromixing, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 252–255.
- [180] VILLERMAUX, E. ET GAGNE, Y. (1995) : Intense vortical structures in grid-generated turbulence, *Phys. Fluids* **7** (8), 2008–2013.
- [181] VINCENT, A., ET MENEGUZZI, M. (1990) : The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence, *J. Fluid. Mech* **225**, 1–20.
- [182] VOTH, G.A., SATYAMARAYAN, K., ET BODENSCHATZ, E. (1998) : Lagrangian Acceleration Measurements at Large Reynolds Numbers, *Phys. Fluids* **10** (9), 2268–2280.
- [183] WARHAFT, Z., ET LUMLEY, J.L. (1978) : An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence, *J. Fluid. Mech* **88**, 659–684.
- [184] WARHAFT, Z. (1983) : The interference of thermal fields from line sources in grid turbulence, *J. Fluid. Mech* **144**, 363–387.
- [185] WARHAFT, Z. (2000) : Passive scalars in turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **2000** **32**, 203–240, preprint.
- [186] WATER, W. VAN DE, ET HERWEIJER, J.A. (1999) : High-order structure functions of turbulence, *J. Fluid. Mech* **387**, 3–37.
- [187] WILLAIME, H., BELIN, F. ET TABELING, P. (1998) : Structures and transition in a high Reynolds number experiment, *Eur. J. Mech. B/Fluids* **17** (4), 489–504.
- [188] WILLAIME, H., MAURER, J., MOISY, F., TABELING, P. (1999) : Turbulence over arrays of obstacles in low temperature helium gas, submitted to *Eur. J. Phys. B*.
- [189] YAKHOT, V. (1994) : Spectra of fluctuations of velocity, kinetic energy and dissipation rate in strong turbulence.
- [190] YAKHOT, V. (1997) : Passive scalar advected by a rapidly changing random velocity field :Probability density of scalar differences, *Phys. Rev. E* **55**, 329–336.
- [191] ZOCCHI, G., TABELING, P., MAURER, J. ET WILLAIME, H. (1994) : Measurement of the scaling of the dissipation at high Reynolds numbers, *Phys. Rev. E* **50** (5), 3693.

Etude expérimentale des fluctuations de vitesse, de température et de pression en turbulence développée

Résumé

L'utilisation de l'hélium à basse température en turbulence développée s'avère décisive pour l'étude des propriétés statistiques des champs de vitesse et de traceur passif, grâce à une gamme de nombres de Reynolds inégalée et à d'excellentes conditions de stabilité. Les expériences présentées dans cette thèse sont effectuées en géométrie confinée, entre deux disques en rotation.

Nous décrivons dans un premier temps les transferts d'énergie à travers les échelles, et en particulier l'existence d'une tendance algébrique vers un régime asymptotique (loi des 4/5 de Kolmogorov) dans la limite des très grands nombres de Reynolds. Nous discutons en détail la validité de l'équation de Kolmogorov dans différentes configurations d'écoulement, et caractérisons en particulier l'influence des grandes échelles sur un tel régime asymptotique.

Nous présentons dans un second temps de nouveaux résultats concernant des mesures fluctuations de température, réalisées pour la première fois dans l'hélium à basse température. Nous caractérisons notamment l'intermittence du scalaire passif sous l'aspect des lois d'échelles anormales. Nous montrons que l'évolution des exposants de fonction de structure suggère la présence d'une saturation aux ordres élevés, signature de statistiques dominées par la présence de fronts intenses. Nous étudions les propriétés statistiques de ces fronts, et mettons en évidence leur répartition auto-similaire.

Enfin, nous présentons de nouveaux résultats concernant les fluctuations de pression en turbulence, à partir d'une expérience originale de cavitation dans l'eau. Nous menons une étude qualitative des structures cohérentes de basse pression dans l'écoulement en contrarotation. Nous nous penchons ensuite sur leur contribution aux distributions de pression exponentielles, mesurées en volume, soulignant l'importance des grandes échelles dans la description des fluctuations de pression.

Mots-Clés : Turbulence développée, Intermittence, Mélange, Scalaire passif, Fronts, Structures cohérentes, Tourbillons, Hélium, Anémométrie, Thermométrie, Cavitation.

Summary

The use of low temperature helium in fully developed turbulence experiments is crucial in the study of the statistical properties of the velocity and passive scalar fields : it offers an unbeatable range of Reynolds numbers and excellent stability conditions. The experiments presented in this work are performed in a confined geometry, between two rotating disks.

We first describe the energy transfers from scale to scale, pointing on the algebraic trend toward an asymptotic regime (Kolmogorov's 4/5 law) in the limit of very high Reynolds numbers. We discuss in detail the validity of the Kolmogorov equation in different flow configurations, and characterise the influence of the large scales on this regime.

Then we present new results concerning temperature fluctuation measurements, performed for the first time in low temperature helium. We characterise the passive scalar intermittency through the anomalous scaling laws. We show that the evolution of structure function exponents suggests a saturation at high orders, revealing statistics dominated by intense cliffs. We study the statistical properties of these cliffs, and give evidence of their self-similar distribution.

Last, we present new results about pressure fluctuations in turbulent flows, from an original experiment using cavitation in water. We qualitatively describe the low pressure coherent structures in this counter-rotating flow. We discuss their contribution to the skewed exponential pressure distribution, measured in the bulk of the flow, highlighting the relevance of large scales in the pressure fluctuation description.

Key-words: Developed turbulence, Intermittency, Mixing, Passive scalar, Cliffs, Coherent structures, Vortices, Helium, Anemometry, Thermometry, Cavitation.