



**HAL**  
open science

# Interaction électron-électron dans les fils mésoscopiques

Frédéric Pierre

► **To cite this version:**

Frédéric Pierre. Interaction électron-électron dans les fils mésoscopiques. Matière Condensée [cond-mat]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. NNT: . tel-00002410

**HAL Id: tel-00002410**

**<https://theses.hal.science/tel-00002410>**

Submitted on 17 Feb 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité :  
Physique des Solides

présentée par Frédéric Pierre  
pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

INTERACTIONS ELECTRON-ELECTRON  
DANS LES FILS MESOSCOPIQUES

soutenue le 13 octobre 2000  
devant le jury composé de :

H. Bouchiat  
R. Combescot (président)  
M. Devoret  
H. Grabert (rapporteur)  
Y. Imry  
L. Lévy (rapporteur)



# Remerciements

J'ai beaucoup apprécié ces trois années passées à préparer ma thèse dans le groupe Quantronique. L'atmosphère très sympathique qui règne dans ce groupe, ainsi que l'immense réservoir de compétences mis à la disposition des étudiants, en font un groupe idéal pour démarrer dans la recherche.

Je suis particulièrement reconnaissant à Hugues Pothier qui m'a initié aux techniques les plus subtiles de la fabrication et de la mesure, et m'a suivi de près pendant cette thèse. Ses jeux de mots et sa gentillesse ont beaucoup contribué à rendre ce travail si agréable. Encore merci p'tit gars !

Je tiens également à remercier tout spécialement Daniel Estève qui, malgré les très nombreuses sollicitations dont il fait l'objet, a su prendre le temps de répondre à mes questions et a souvent donné l'impulsion essentielle qui fait avancer la compréhension. Je n'oublierai pas toute l'aide que Daniel s'est toujours empressé de m'apporter.

Discuter avec Michel Devoret a toujours été un grand plaisir et l'occasion de revenir sur la compréhension de concepts fondamentaux en physique mésoscopique. La profonde compréhension physique, la très large culture scientifique et les grandes qualités pédagogiques de Michel en font un interlocuteur idéal pour un étudiant en thèse.

Norman Birge, Marcelo Goffman, Adel Gougam, Philippe Joyez, Pief Orfila, Andy Steinbach, Cristián Urbina et Denis Vion ont su m'accompagner de leurs conseils et de leur bonne humeur pendant ces trois ans. J'ai beaucoup apprécié toutes les discussions que nous avons pu avoir sur la physique, l'informatique, le football, le parapente ...

Comment oublier mes compagnons de thèse avec qui j'ai squatté si souvent la salle café et les salles de cinéma : Anne Anthore prend ma suite dans le groupe Quantronique; Audrey Cottet travaille sur la réalisation de bits quantiques; Ronald Cron s'occupe de l'expérience sur les contacts atomiques; Sophie Guéron m'a précédé dans le groupe Quantronique et a maintenant la chance de travailler au LPS de l'université Paris XI.

En dehors du groupe Quantronique, j'ai bénéficié de l'atmosphère sympathique et stimulante qui règne au SPEC. J'ai beaucoup apprécié la compagnie de Fabien Portier (un vrai amateur de Reggae !), Franck Selva, Valentin Rodriguez, Sophie Djordjevic, Patrice Roche et tous les étudiants qui venaient participer aux repas thésards.



Je remercie Jacques Hammann et Tito Williams d'avoir bien voulu m'accueillir dans ce service.

Je suis également très reconnaissant à Mme Marciano de toute l'aide qu'elle a bien voulu m'apporter dans les démarches administratives. Merci à Pierre Janvier qui m'a toujours accueilli au magasin dans la bonne humeur alors que mes commandes d'hélium étaient systématiquement en retard.

Je remercie Herman Grabert et Laurent Lévy d'avoir bien voulu être rapporteurs de ma thèse, et Hélène Bouchiat, Roland Combescot, et Yossef Imry d'avoir accepté de faire partie du jury.

Enfin un grand merci à ma famille et mes amis qui m'ont soutenu et ont largement amélioré la période de rédaction du manuscrit. Je leur dédie ce travail !

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	Les électrons dans les métaux	9
1.2	Echanges d'énergie entre électrons	12
1.3	Décohérence électronique	21
1.4	Modification de la densité d'états tunnel	28
<b>2</b>	<b>Techniques expérimentales</b>	<b>35</b>
2.1	Fabrication des échantillons	35
2.1.1	Préparation de la bicouche	35
2.1.2	Fabrication du masque suspendu	39
2.1.3	Dépôt des couches métalliques et fabrication des jonctions tunnel	40
2.2	Dispositif expérimental	42
Partie 1: Echanges d'énergie entre électrons dans des fils métalliques mésoscopiques		45
<b>1</b>	<b>Mesure des échanges d'énergie entre électrons par spectroscopie tunnel</b>	<b>47</b>
1.1	Interactions et échanges d'énergie	47
1.2	Réalisation d'une situation hors-équilibre stationnaire	48
1.2.1	Comment mesurer les échanges d'énergie entre électrons ?	48
1.2.2	Limite des électrons indépendants	48
1.2.3	Limite des électrons thermalisés : le régime des électrons chauds	50
1.3	Une sonde tunnel pour mesurer la distribution en énergie des électrons	52
1.3.1	Principe de la mesure	52
1.3.2	Procédure expérimentale	53
1.3.3	Test des déconvolutions	54
1.4	Géométrie et propriétés électriques des échantillons	56
<b>2</b>	<b>Prédictions théoriques pour les échanges d'énergie</b>	<b>61</b>
2.1	Equation de Boltzmann dans le régime diffusif	61
2.1.1	Electrons indépendants	62
2.1.2	Electrons chauds	62
2.2	Intégrale de collision pour des électrons en interaction	63
2.2.1	Forme de l'intégrale de collision	63
2.2.2	Noyau des interactions prédit par la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée	63
2.3	Intégrale de collision résultant des interactions électron-phonon	67
2.3.1	Cadre théorique	67
2.3.2	Intégrale de collision	68
2.4	Couplage électron-impureté magnétique	69
2.5	Couplage électron-système à deux niveaux	71
2.5.1	Intégrale de collision résultant des interactions électron-TLS	71
2.5.2	Modèle microscopique pour les TLS	73
2.6	Calcul de la fonction de distribution	77

<b>3</b>	<b>Comparaison entre les fonctions de distribution mesurées et les prédictions théoriques</b>	<b>79</b>
3.1	Distribution en énergie dans les fils d'argent	79
3.1.1	Energy redistribution between quasiparticles in mesoscopic silver wires (article)	79
3.1.2	Comparaison mesures-prédictions	90
3.1.3	Conclusion pour les fils d'argent	93
3.2	Distribution en énergie dans des fils de cuivre et d'or	94
3.2.1	Taux d'échange d'énergie dans des fils de cuivre et d'or	94
3.2.2	Propriété d'invariance d'échelle des fonctions de distribution	96
3.2.3	Interactions entre électrons médiées par des impuretés magnétiques	101
3.2.4	Echanges d'énergie via des systèmes à deux niveaux	102
3.3	Tests expérimentaux	107
3.3.1	Les mesures sur des échantillons d'argent	107
3.3.2	Les collisions de surface	107
3.3.3	Chauffage des réservoirs	107
3.3.4	Effet de la distribution hors-équilibre dans le fil sur la densité d'états BCS dans le doigt de mesure supraconducteur	110
3.3.5	Effet de la couche d'alumine sur le doigt de mesure supraconducteur	110
3.3.6	Effet des cyclages thermiques	113
<b>4</b>	<b>Interactions entre électrons et effet de proximité</b>	<b>115</b>

Partie 2: Cohérence de phase des électrons dans des fils métalliques mésoscopiques 123

<b>1</b>	<b>Principe de l'expérience et dispositif expérimental</b>	<b>125</b>
1.1	La cohérence de phase : une alternative pour sonder les interactions inélastiques	125
1.2	Magnétorésistance et temps de cohérence de phase	127
1.2.1	Effet de la cohérence sur les propriétés de transport	127
1.2.2	Effet du champ magnétique	128
1.3	Dispositif expérimental	130
1.4	Appendice : effet du couplage spin-orbite sur les corrections de localisation faible	133
<b>2</b>	<b>Prédictions théoriques pour le temps de cohérence de phase</b>	<b>135</b>
2.1	Décohérence par les interactions entre électrons	135
2.1.1	Calcul du temps de cohérence de phase à partir du noyau de l'interaction Coulombienne écrantée	135
2.1.2	Calcul du temps de cohérence de phase à partir des fluctuations du champ électromagnétique	137
2.1.3	Expression du temps de cohérence de phase pour différents types d'interactions entre électrons	138
2.2	Décohérence induite par les interactions électron-système à deux niveaux	140
2.2.1	Expression du temps de cohérence de phase	140
2.3	Décohérence induite par des impuretés magnétiques	142
2.4	Décohérence par les interactions électron-phonon	143
2.4.1	Expression du temps de cohérence de phase	143

<b>3 Mesures du temps de cohérence de phase et comparaison avec les prédictions théoriques</b> .....	<b>145</b>
3.1 Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires (article) .....	145
3.2 Mesures complémentaires et comparaison avec les prédictions théoriques .....	157
3.2.1 Mesures récentes .....	157
3.2.2 Comparaison avec les prédictions théoriques .....	160
3.3 Procédure expérimentale et contrôles .....	169
3.3.1 Décohérence par injection de bruit à travers les lignes de mesures .....	169
3.3.2 Procédure d'extraction du temps de cohérence de phase .....	169
3.3.3 Résistivité en fonction de la température .....	171
3.3.4 Mesures de bruit .....	172
3.4 Conclusion : que savons-nous sur les processus inélastiques ? .....	175

Partie 3: Conductance d'une jonction tunnel comme sonde des interactions 181

<b>1 Introduction</b> .....	<b>183</b>
<b>2 Conductance tunnel et processus inélastiques</b> .....	<b>185</b>
2.1 Conductance tunnel des électrons indépendants .....	185
2.2 Modification de la TDOS et anomalie de la conductance tunnel .....	188
2.2.1 Effet de la TDOS sur la conductance tunnel .....	189
2.2.2 Modification de la TDOS par les interactions .....	189
2.3 Effet de l'environnement électromagnétique sur la conductance tunnel (blocage de Coulomb) .....	191
<b>3 Théorie microscopique de l'influence des interactions entre électrons sur la conductance tunnel</b> .....	<b>193</b>
3.1 Théorie microscopique des interactions électron-électron .....	194
3.1.1 Expression générale des corrections de la TDOS dans l'espace réel .....	194
3.1.2 Simplification essentielle : électroneutralité des métaux .....	195
3.1.3 Modification de la TDOS en fonction de l'impédance .....	196
3.1.4 Expression de la conductance tunnel avec l'impédance électromagnétique .....	196
3.1.5 Expression non-perturbative de la conductance tunnel .....	199
3.2 Propagation du champ électromagnétique et critère de dimensionnalité .....	200
3.2.1 Propagation du champ électromagnétique dans l'électrode d'une jonction tunnel .....	200
3.2.2 Critère de dimensionnalité .....	202
3.2.3 Limite tri-dimensionnelle .....	203
3.2.4 Limite bi-dimensionnelle .....	204
3.2.5 Limite uni-dimensionnelle .....	205
3.2.6 Limite zéro-dimensionnelle .....	205
3.2.7 Test numérique du critère de dimensionnalité .....	205
3.3 Effet des interactions entre électrons sur la densité d'états tunnel .....	208
3.3.1 Interactions effective entre électrons en présence d'une contre-électrode .....	208
3.3.2 Expression des corrections de TDOS en fonction du potentiel effectif d'interaction .....	209
<b>4 Mesure de la conductance dynamique d'une longue jonction tunnel</b> .....	<b>211</b>

4.1	Electrodynamic dip in the local density of states of a metallic wire (article) .....	211
4.2	Mesures de la conductance tunnel et tests expérimentaux .....	217
4.2.1	Dispositif expérimental .....	217
4.2.2	Mesures effectuées et comparaison avec la théorie .....	219
4.2.3	Tests expérimentaux .....	224
4.3	Récapitulatif .....	227
<b>5</b>	<b>Théorie standard du blocage de Coulomb .....</b>	<b>229</b>
5.1	Qu'est ce que le blocage de Coulomb ? .....	231
5.1.1	Environnement électromagnétique d'une jonction tunnel .....	231
5.1.2	Expression de la conductance tunnel dans la théorie standard du blocage de Coulomb .....	233
5.2	Extension simple au cas particulier d'une longue jonction tunnel .....	235
5.2.1	Description d'une longue jonction tunnel .....	235
5.2.2	Calcul de l'impédance d'environnement étendue $Z_{env}$ .....	235
5.2.3	Expression de la conductance dynamique .....	237
5.2.4	Limitations intrinsèques de cette procédure .....	238
5.3	Domaine de validité de la théorie standard du blocage de Coulomb .....	239
5.3.1	Quels critères déterminent le domaine de validité de la théorie du blocage de Coulomb ? .....	239
5.3.2	Exemple de géométrie mettant en défaut la théorie standard du blocage de Coulomb sur une petite jonction tunnel .....	240
5.4	Appendice : Dérivation de la conductance tunnel dans la théorie standard du blocage de Coulomb .....	244
5.4.1	Jonction tunnel connectée à une inductance .....	244
5.4.2	Impédance d'environnement quelconque .....	246

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Les électrons dans les métaux

Dans un métal, les électrons sont fortement couplés entre eux par l'interaction Coulombienne. Pourtant, la plupart des propriétés électroniques s'expliquent dans le cadre du modèle des électrons indépendants développé par Drude et Sommerfeld. Cette simplification extrême résulte de l'écrantage très efficace de l'interaction Coulombienne par la polarisation du fluide électronique dans son ensemble [1]. Typiquement, dans un bon métal, l'interaction Coulombienne est en effet écrantée sur une distance de l'ordre de la distance moyenne entre électrons. A basse température et pour des énergies proches de l'énergie de Fermi, les électrons dans des films métalliques subissent essentiellement des collisions élastiques, avec les imperfections du réseau cristallin ou sur les bords du conducteur. Dans ce régime dit diffusif, les collisions élastiques diminuent la polarisabilité dynamique du fluide électronique et donc l'efficacité de l'écrantage de l'interaction Coulombienne. Il est prédit que, à des températures inférieures à 1 K, l'interaction Coulombienne prend le pas sur l'interaction électron-phonon et est à l'origine de la plupart des collisions inélastiques, qui elles seules permettent la redistribution de l'énergie entre électrons [2].

Plusieurs expériences ont mesuré l'effet des interactions entre électrons dans les métaux sur le temps de vie  $\tau_\phi(T)$  d'un état électronique au niveau de Fermi dans un bain thermique à la température  $T$ . Alors que dans certaines de ces expériences [3, 4] le temps de vie des électrons vérifie la dépendance en loi de puissance de  $T$  prédite par la théorie de l'interaction

Coulombienne écrantée [2] , dans d'autres [5,6] il présente une saturation à basse température incompatible avec les prédictions. Nous avons porté sur la figure 1.1 le résultat des deux expériences les plus significatives effectuées sur des métaux à basse température.

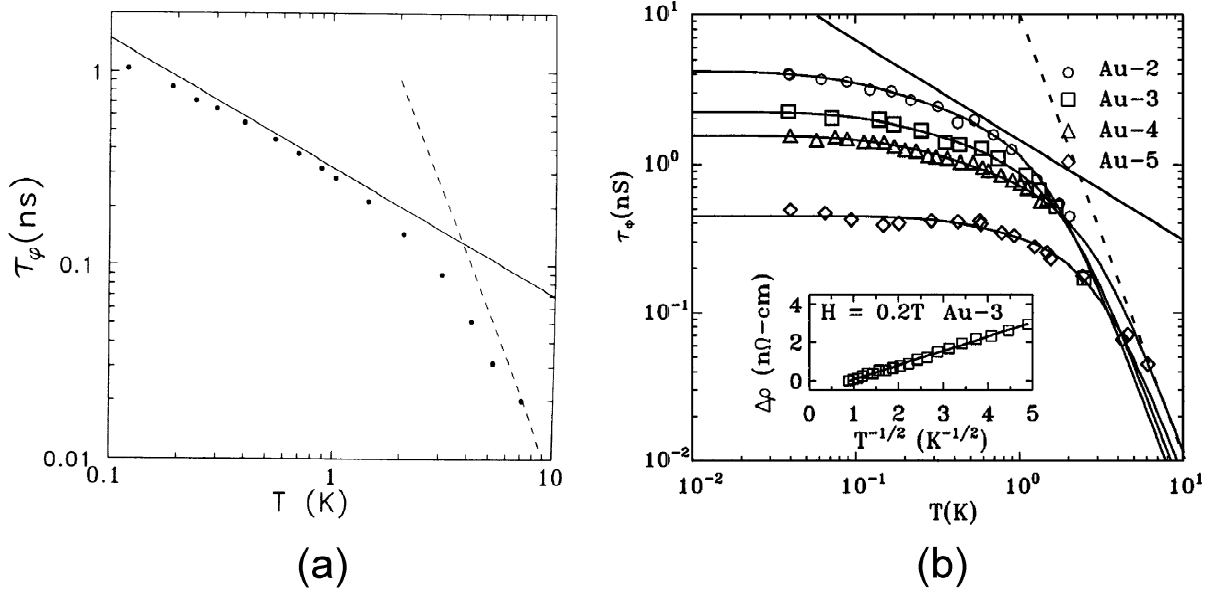


Fig. 1.1. (a) Mesures de  $\tau_\phi$  effectuées par Echternach et al. [3] en 1993 sur un fil d'or pour des températures supérieures à 100 mK. Ces mesures vérifient la dépendance en température prédite par la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée [2] (traits continus) entre 100 mK et 1 K. (b) Série de mesures effectuées en 1997 par Mohanty et al. [5] sur des fils d'or ayant des coefficients de diffusion différents pour des températures comprises entre 30 mK et 10 K. Le temps de cohérence de phase présente systématiquement une saturation à basse température.

Dans cette thèse nous présentons différents types d'expériences visant mesurer directement les interactions inélastiques subies par les électrons dans les métaux diffusifs à basse température, afin d'en élucider le mécanisme.

Dans la première partie, nous présentons la mesure du taux avec lequel les électrons échangent de l'énergie dans des fils mésoscopiques en argent, en cuivre et en or.

Dans la deuxième partie, nous présentons la mesure du temps de cohérence de phase des électrons,  $\tau_\phi$ , en fonction de la température, également dans des fils d'argent, de cuivre et d'or. Ce temps  $\tau_\phi$  est limité par tous les processus pour lesquels l'énergie échangée se situe entre  $\hbar/\tau_\phi$  et  $\sim k_B T$ . Nous avons déduit  $\tau_\phi$  de la mesure des corrections dites de localisation faible à la conductance du fil.

Dans la troisième partie, nous présentons des mesures de l'anomalie de conductance d'une

longue jonction tunnel aux petites tensions, qui est un autre effet de l'interaction Coulombienne. Lorsqu'un électron traverse une barrière isolante entre deux métaux par effet tunnel, il doit en effet vaincre la répulsion Coulombienne du milieu formé par les électrons de l'autre côté de la barrière. Il en résulte une diminution de la conductance à basse tension. Nous avons mesuré la conductance d'une jonction tunnel entre un fil d'aluminium et un plan de masse, et nous l'avons comparée aux prédictions de la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée.

Cette introduction a pour objet de présenter brièvement l'ensemble des résultats de la thèse.



## 1.2 Echanges d'énergie entre électrons

La mesure des taux d'échange d'énergie entre électrons est possible si l'on place un système d'électrons dans une situation hors-équilibre stationnaire. Une telle situation s'obtient simplement en connectant un fil métallique à deux électrodes portées à des potentiels différents. Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 1.2. Les électrodes épaisses jouent le rôle

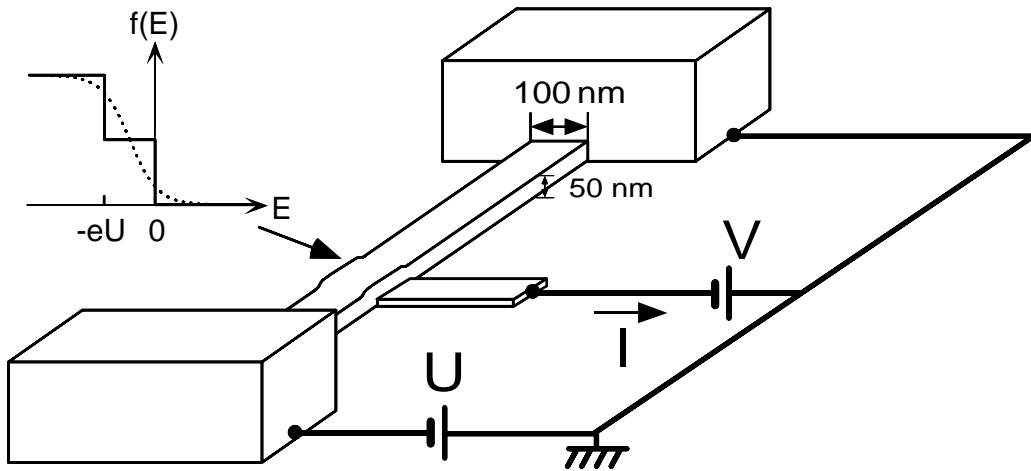


Fig. 1.2. Schéma du montage expérimental : un fil métallique de longueur  $L$  est connecté à deux électrodes massives portées à des potentiels électrochimiques différent de  $eU$ . La fonction de distribution en énergie en un point du fil est déduite de la mesure de la conductance différentielle  $\frac{dI}{dV}(V)$  d'une jonction tunnel entre le fil et une électrode supraconductrice placée en-dessous. En l'absence d'interactions, la fonction de distribution des électrons a une marche intermédiaire à  $f(E) = 1 - x$ , où  $xL$  est la distance du point de mesure à l'électrode à la masse, pour les énergies  $E$  entre  $-eU$  et  $0$  (ligne continue). Quand les interactions sont suffisamment fortes pour thermaliser les électrons, la fonction de distribution est une fonction de Fermi avec une température et un potentiel électrochimique qui dépendent de la température (ligne pointillée).

de réservoirs d'électrons, imposant à chaque bout du fil des distributions en énergie données par des fonctions de Fermi-Dirac, à la température de l'échantillon, et avec des potentiels électrochimiques dont la différence est la tension appliquée. Les électrons diffusent d'un réservoir à l'autre en un temps de l'ordre de  $\tau_D = L^2/D$ , où  $L$  est la longueur du fil et  $D$  la constante de diffusion. La fonction de distribution en énergie n'est donc affectée de manière sensible par les interactions inélastiques que subissent les électrons que si le temps de diffusion  $\tau_D$  est suffisant pour que l'énergie d'une proportion appréciable des électrons soit modifiée d'une quantité comparable à la tension appliquée. La fonction de distribution en un point du fil est déduite de la caractéristique courant-tension d'une jonction tunnel entre le fil métallique et un doigt de mesure supraconducteur.

Ce type d'expérience a d'abord été réalisé dans le groupe quantronique [7], un peu avant le début de cette thèse, sur deux échantillons de cuivre. Nous présentons ici l'ensemble des expériences effectuées avec des fils d'argent, de cuivre et d'or, dont le comportement, de manière inattendue, est différent. On peut voir sur la figure 1.3 un exemple de faisceau de fonctions de distribution mesurées dans ces différents métaux, pour les différences de potentiel appliquées  $U = 0.1, 0.2, 0.3$  et  $0.4$  mV, et tracées en fonction du paramètre réduit  $E/eU$ .

La première observation sur ces distributions est qu'elles résultent essentiellement d'un processus d'échange d'énergie entre électrons et non d'un échange d'énergie avec un autre système en équilibre thermique. En effet, l'énergie totale du système électronique, déduite du premier moment des fonctions de distribution, est identique dans l'or et le cuivre à ce que l'on attend en l'absence d'interactions, traduisant ainsi une simple redistribution de l'énergie entre les électrons. Dans les fils d'argent, qui sont plus longs, nous observons une faible diminution de l'énergie du système électronique pour les tensions supérieures à  $0.3$  mV, qui s'explique quantitativement par le couplage électron-phonon.

Les courbes présentées sur la figure 1.3 permettent de comparer l'intensité des échanges d'énergie dans les trois types d'échantillons. Alors que le temps de diffusion des électrons dans le fil d'argent (panneau supérieur gauche,  $\tau_D = 19$  ns) est sept fois plus long que dans le fil de cuivre (panneau supérieur droit,  $\tau_D = 2.8$  ns), l'arrondi des fonctions de distribution est comparable. Cet arrondi correspond à un début de thermalisation par rapport à la distribution en double marche que l'on attend en l'absence d'interactions<sup>1</sup>. Ainsi, les échanges d'énergie dans le fil de cuivre se font typiquement un ordre de grandeur plus vite que dans le fil d'argent pour des énergies de l'ordre de  $0.1$  meV. Les fonctions de distribution mesurées dans un fil d'or (panneau inférieur) sont beaucoup plus arrondies que dans le cuivre alors que le temps de diffusion des électrons  $\tau_D = 1.9$  ns est légèrement inférieur. Il y a donc un plus grand taux d'échange d'énergie dans le fil d'or que dans le fil de cuivre et *a fortiori* que dans le fil d'argent.

Une deuxième caractéristique des échanges d'énergie ressort de la forme des fonctions de distribution : on observe sur la figure 1.3 que les distributions en énergie prises aux différentes

---

<sup>1</sup> A une position donnée dans le fil, un électron a des probabilités  $p_m$  et  $p_u = 1 - p_m$  de venir respectivement de l'électrode à la masse et au potentiel  $U$ . En l'absence d'interactions, la distribution en énergie des électrons provenant d'une électrode particulière est égale à la distribution en énergie dans cette électrode. Il en résulte que la fonction de distribution à un point donné du fil est la somme de deux fonctions de Fermi, décalées par la différence de potentiel électrochimique  $eU$  et pondérées par les probabilités  $p_m$  et  $p_u$ .

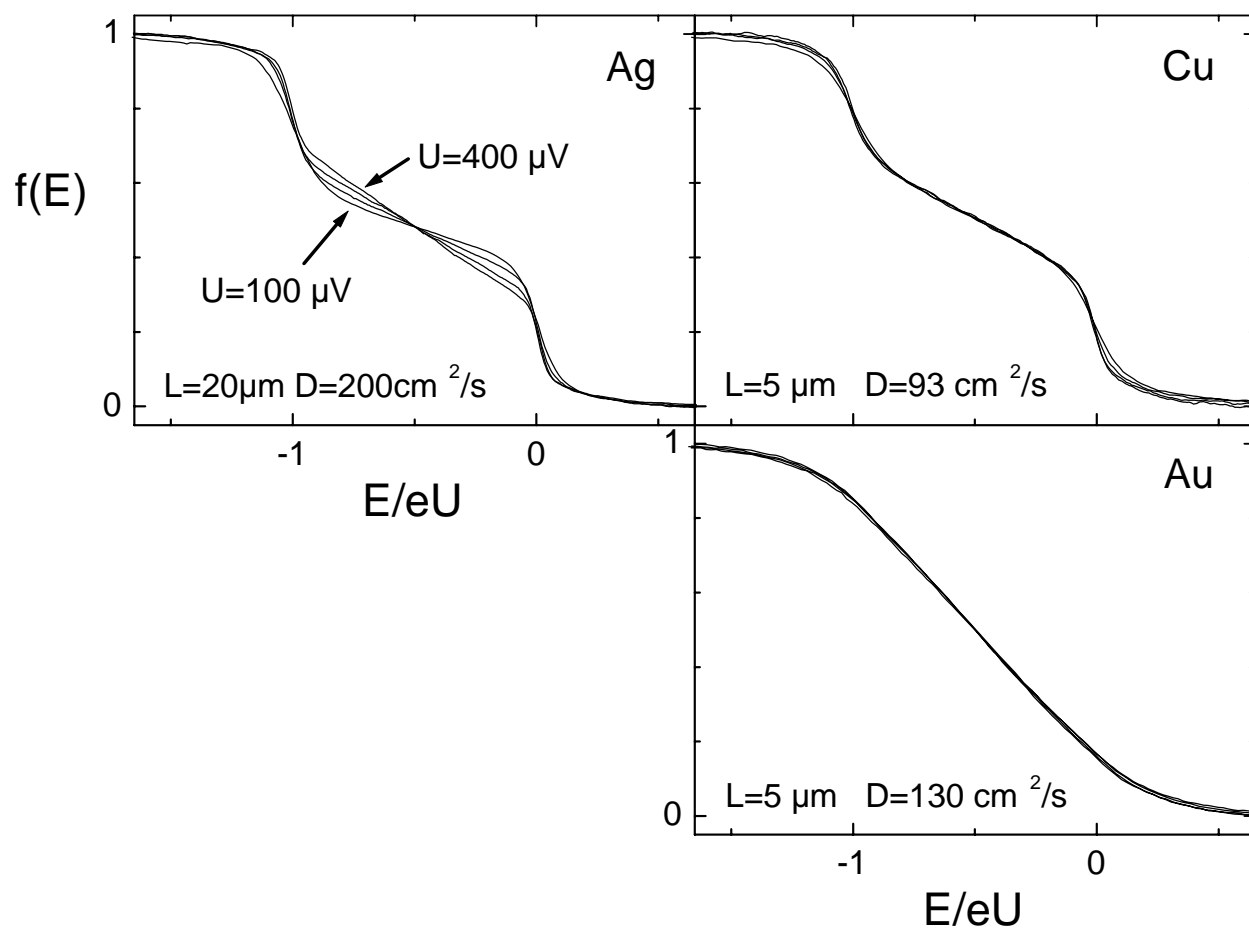


Fig. 1.3. Fonctions de distribution des électrons mesurées au milieu d'un fil métallique pour les tensions appliquées  $U = 0.1, 0.2, 0.3$  et  $0.4$  mV, et tracées en fonction du paramètre réduit  $E/eU$ . Panneau supérieur gauche : distributions dans un fil d'argent; panneau supérieur droit : distributions dans un fil de cuivre; panneau inférieur droit : distributions dans un fil d'or.

tensions se superposent dans les fils d'or et de cuivre, contrairement au fil d'argent pour lequel la pente du plateau intermédiaire augmente avec la tension. Cela signifie que le taux d'échange d'énergie entre électrons ne varie pas avec l'énergie échangée de la même façon dans le fil d'argent d'une part, et les fils de cuivre et d'or d'autre part. Malgré une différence quantitative importante, le fil d'or et le fil de cuivre ont la même dépendance du taux d'échange d'énergie en fonction de l'énergie échangée<sup>2</sup>. Les propriétés observées sur les mesures présentées à titre d'exemple sur la figure 1.3 ont été vérifiées systématiquement sur sept fils de cuivre, deux fils d'or et six fils d'argent.

Comment se comparent ces résultats aux prédictions de la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée dans les métaux diffusifs [2] ? Le lien entre les collisions inélastiques et les fonctions de distribution est décrit par l'équation de Boltzmann. En régime diffusif et stationnaire, celle-ci s'écrit :

$$\tau_D^{-1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, E) + I_{\text{coll}}(x, E) = 0 \quad (1.1)$$

où  $I_{\text{coll}}$  est un terme de collisions inélastiques et  $xL$  est la position dans le fil. Dans l'hypothèse où les collisions inélastiques sont dominées par des collisions à deux électrons, le terme de collisions inélastiques s'écrit comme la différence d'un terme entrant et d'un terme sortant. Le terme entrant s'écrit :

$$\int d\varepsilon \int dE' K(\varepsilon) f(E + \varepsilon) (1 - f(E)) f(E') (1 - f(E' + \varepsilon))$$

où  $K(\varepsilon)$  est un coefficient de couplage appelé par la suite *noyau de l'interaction*. Le terme sortant présente une structure analogue.

Le noyau de l'interaction s'obtient à partir de la règle d'or de Fermi et est proportionnel au module au carré du potentiel d'interaction microscopique  $U(\varepsilon/\hbar, q)$ . Pour un fil métallique diffusif, il s'écrit :

$$K(\varepsilon) = \frac{\nu_F S}{\pi^2 \hbar^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dq |U(\varepsilon/\hbar, q)|^2 \left[ \text{Re} \frac{1}{Dq^2 - i\varepsilon/\hbar} \right]^2 \quad (1.2)$$

où  $S$  est la section du fil, et  $\nu_F$  la densité d'états par unité de volume au niveau de Fermi. La théorie des interactions entre électrons dans les métaux diffusifs prédit que le noyau de

---

<sup>2</sup> Les fonctions de distributions dans le fil d'or présentées sur la figure 1.3 ne permettent pas réellement de relier la loi d'échelle observée avec la dépendance en énergie des interactions car les électrons sont pratiquement thermalisés (avec une température proportionnelle à la tension  $U$  appliquée au fil). Toutefois, les fonctions de distribution mesurées sur le bord de ce même fil sont loin d'être des fonctions de Fermi et vérifient la loi d'échelle.

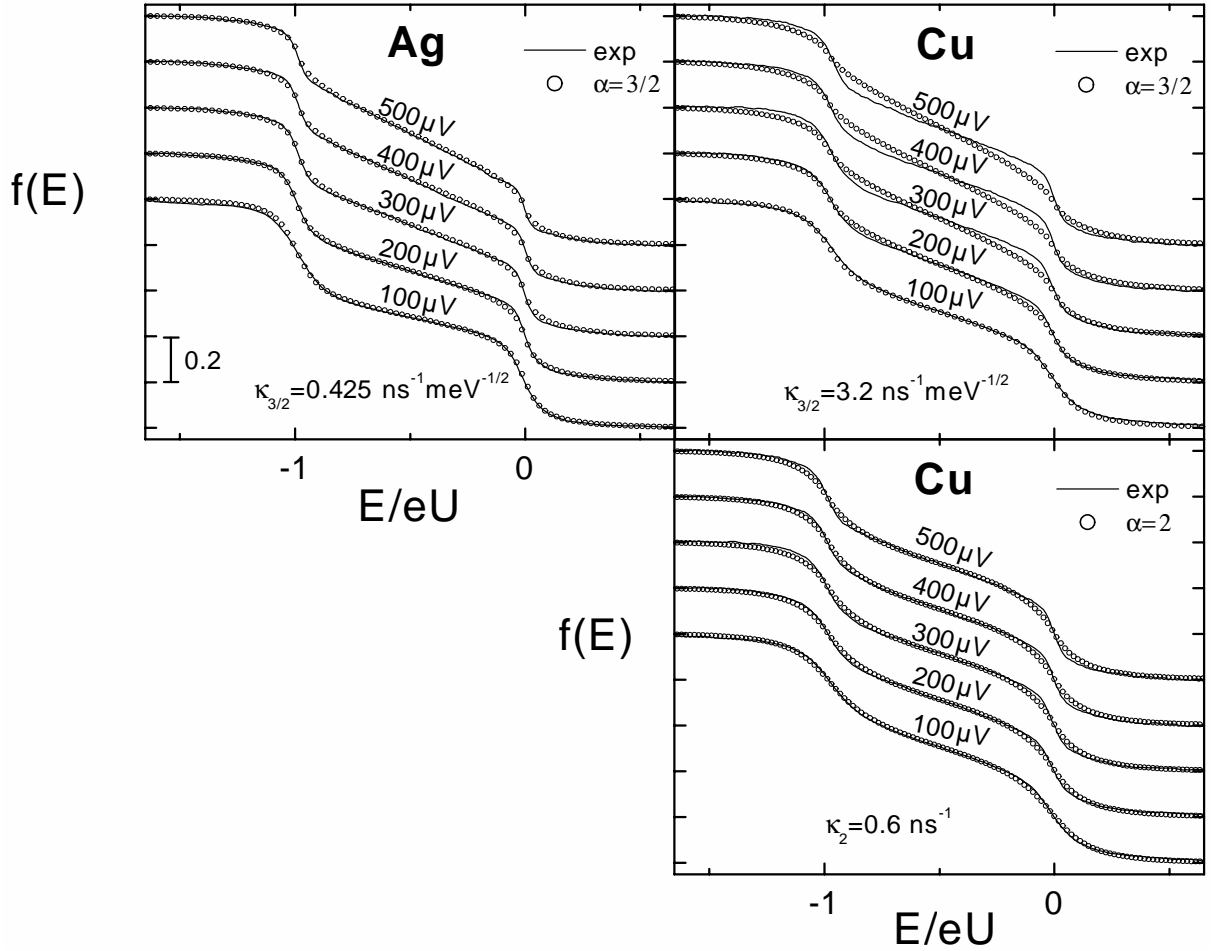


Fig. 1.4. Les fonctions de distribution mesurées au milieu d'un fil de cuivre et d'un fil d'argent sont tracées en traits pleins en fonction du paramètre réduit  $E/eU$  et décalées verticalement l'une par rapport à l'autre. Les cercles ouverts représentent les fonctions de distributions calculées en utilisant l'équation de Boltzmann avec un terme de collision inélastique. Dans les panneaux supérieurs les calculs utilisent la forme du noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2}\varepsilon^{-3/2}$  ( $\alpha = 3/2$ ) prédite par la théorie des interactions entre électrons dans les métaux diffusifs, et le terme de collision provenant des interactions électron-phonon. Dans le panneau du bas, les calculs utilisent le noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_2\varepsilon^{-2}$  ( $\alpha = 2$ ) déduit de la loi d'échelle observée.

l'interaction dans un fil a la forme [2] :

$$K(\varepsilon) = \frac{\kappa_{3/2}}{\varepsilon^{3/2}}, \quad (1.3)$$

où  $\kappa_{3/2}$  est une constante, fonction de  $\nu_F$ ,  $D$  et de la géométrie.

Le terme de collisions inélastiques entre électrons et phonons est aussi la somme d'un terme entrant et d'un terme sortant de même structure. Lorsque la température des phonons est négligeable devant la largeur des fonctions de distribution électroniques, le terme sortant s'écrit :

$$\int_0^\infty d\varepsilon K_{\text{ph}}(\varepsilon) f(E)(1 - f(E - \varepsilon)) \quad (1.4)$$

avec

$$K_{\text{ph}}(\varepsilon) = \kappa_{\text{ph}} \varepsilon^2, \quad (1.5)$$

où  $\kappa_{\text{ph}}$  est le coefficient de couplage.

En ajoutant aux interactions électron-électron ce terme de collision dans l'équation de Boltzmann, on rend très bien compte des données mesurées dans l'argent (voir le panneau de gauche de la figure 1.4) en prenant  $\kappa_{3/2}$  comme paramètre de fit et en déduisant  $\kappa_{\text{ph}}$  des mesures de cohérence de phase présentées dans la section suivante. La meilleure valeur de  $\kappa_{3/2}$  est toujours plus faible mais du même ordre de grandeur que la prédiction théorique. A ce problème près, les prédictions théoriques des interactions entre électrons dans le régime diffusif permettent donc de rendre compte très précisément des fonctions de distribution mesurées dans les fils d'argent.

Nous avons aussi effectué ce type de mesure dans des échantillons où les réservoirs en métal normal sont remplacés par des réservoirs supraconducteurs en aluminium. La structure des fonctions de distribution est alors plus riche que dans le cas normal en raison des réflexions d'Andreev multiples qu'un électron subit aux interfaces avec les électrodes supraconductrices avant de sortir du fil d'argent. Nous pouvons encore rendre compte précisément des fonctions de distribution mesurées en tenant compte des interactions électron-électron et des interactions électron-phonon (voir figure 1.5).

Les distributions mesurées dans nos fils d'or et de cuivre ont des propriétés différentes et ne vérifient pas les prédictions théoriques comme pour le fil d'argent. Sur le panneau supérieur droit de la figure 1.4, nous avons ajusté le coefficient  $\kappa_{3/2}$  pour rendre compte au mieux de la

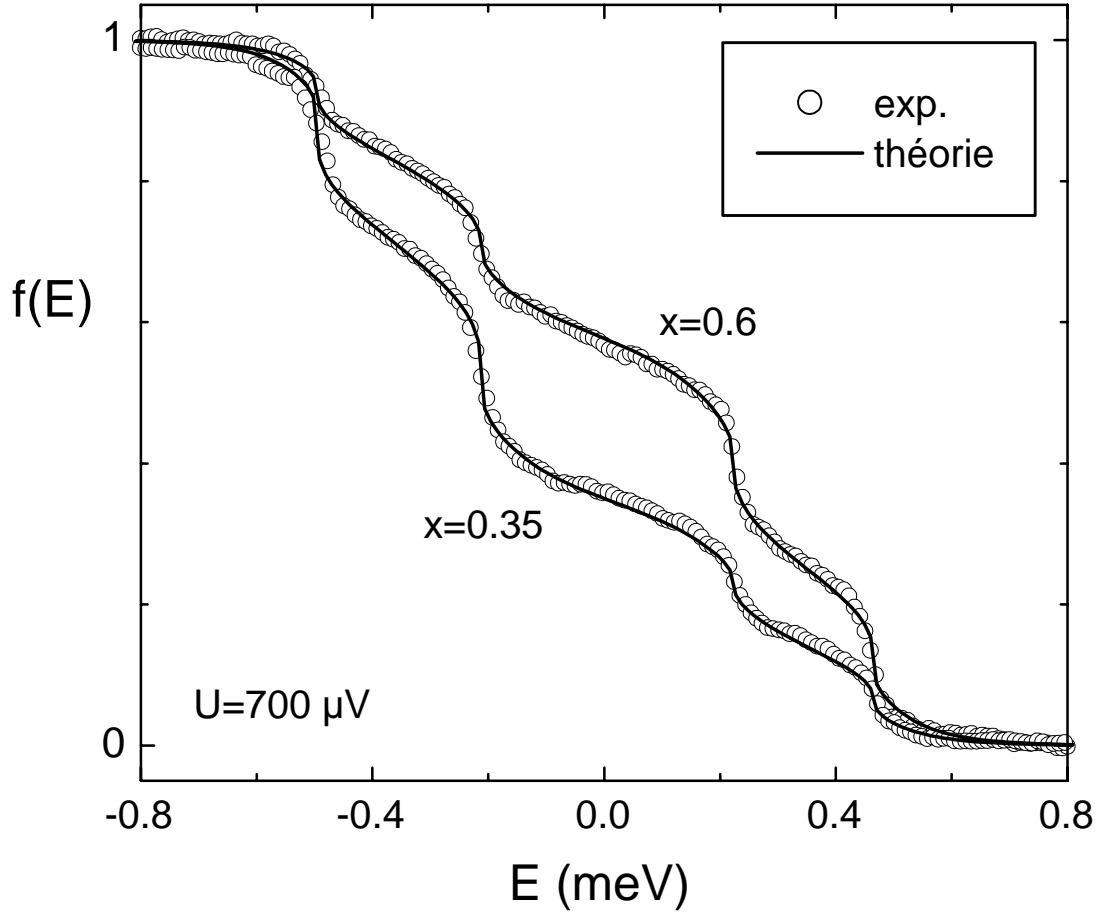


Fig. 1.5. Fonctions de distribution mesurées aux positions relatives  $x = 0.35$  et  $x = 0.58$ , dans un fil d'argent de longueur  $L = 5 \mu\text{m}$ , connecté en  $x = 0$  à une électrode supraconductrice en aluminium, mise à la masse, et en  $x = 1$  à une deuxième électrode supraconductrice portée au potentiel  $U = 700 \mu\text{V}$ . Les lignes continues sont les prédictions théoriques tenant compte des interactions entre électrons, des interactions électron-phonon et des réflexions d'Andreev multiples subies par les électrons aux interfaces avec les électrodes supraconductrices.

fonction de distribution obtenue dans un fil de cuivre en appliquant une tension de 0.1 mV, puis calculé  $f(E)$  pour  $U = 0.2, 0.3, 0.4$  et  $0.5$  mV. L'écart avec les mesures augmente avec la tension appliquée. De fait, la loi d'échelle que nous observons impose  $U^2 K(\varepsilon U)$  indépendant de  $U$ , c'est à dire<sup>3</sup> :

$$K(\varepsilon) = \frac{\kappa_2}{\varepsilon^2}. \quad (1.6)$$

Les échanges d'énergie obéissent donc à des lois différentes des prédictions théoriques pour l'interaction Coulombienne écrantée en régime diffusif. Il faut ensuite tester si une interaction à deux corps, avec le noyau donné par l'expression (1.6), permet de rendre compte des mesures. Le meilleur fit des fonctions de distribution, obtenu en faisant varier le paramètre  $\kappa_2$ , est présenté sur le panneau inférieur droit de la figure 1.4. La forme des fonctions de distribution est globalement assez bien reproduite mais il n'est pas possible de rendre compte parfaitement de la raideur des contre-marches (à  $E/eU = -1$  et  $0$ ), dont la forme est plus sensible aux petits échanges d'énergie. Cela signifie, pour les fils de cuivre et d'or que nous avons mesurés, soit que les interactions entre électrons ne sont pas bien décrites par des collisions à deux corps, soit que les échanges d'énergie se font par le biais d'interactions avec d'autres degrés de liberté localisés, comme des systèmes à deux niveaux. En régime *stationnaire* de tels degrés de liberté (*localisés*) redistribuent localement l'énergie disponible dans le système d'électrons. Un modèle très simple basé sur la présence de systèmes à deux niveaux permet effectivement d'obtenir de meilleurs fits des mesures si on suppose, pour retrouver la loi d'échelle observée, que la distribution de l'écart en énergie  $\varepsilon$  entre les deux niveaux est proportionnelle à  $1/\varepsilon$ . On peut également envisager que les interactions électron-électron soient médiées par des impuretés magnétiques. En effet, des calculs théoriques actuellement en développement indiquent que la présence d'impuretés magnétiques induit un couplage supplémentaire entre électrons qui pourrait permettre d'obtenir, dans le cadre non-perturbatif de la théorie de l'effet Kondo, un noyau des interactions entre électrons de la forme (1.6) avec une coupure aux petites énergies  $\varepsilon$  fonction de la tension  $U$  appliquée [8].

Cette série d'expériences montre que le mécanisme d'échange d'énergie entre électrons est non-universel, contrairement aux prédictions théoriques de l'interaction Coulombienne écrantée, pour nos échantillons fabriqués avec des métaux différents mais ayant une géométrie, un coefficient de diffusion électronique, une densité d'états et une sphère de Fermi analogues. Un

<sup>3</sup> En supposant que la fonction  $K(\varepsilon)$  ne dépend pas de  $U$ , comme prédit dans le cadre de la théorie des liquides de Fermi.



autre phénomène physique doit donc dominer les échanges d'énergie entre électrons à basse température dans nos échantillons d'or et de cuivre. Un couplage avec des systèmes à deux niveaux permettrait, sous certaines hypothèses, de rendre compte des distributions mesurées. La présence d'impuretés magnétiques dans ces fils pourrait également être à l'origine des échanges d'énergie anormaux.

## 1.3 Décohérence électronique

L'essentiel des propriétés électroniques en régime mésoscopique reposent sur la cohérence quantique des électrons à cette échelle. C'est le cas de l'effet Aharonov-Bohm, qui consiste en des oscillations de la conductance d'un anneau connecté lorsque les différentes trajectoires électroniques sont déphasées par un champ magnétique. Dans un autre registre, la réalisation d'un ordinateur quantique passe par la réalisation et la conservation d'un bit quantique électronique, c'est à dire d'une superposition cohérente de deux états électroniques macroscopiques.

La cohérence quantique des électrons est limitée par toutes les collisions inélastiques, indépendamment de l'énergie échangée. Le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  est donc sensible aux collisions quasi-élastiques qui ne modifient pas ou très peu la distribution en énergie des électrons. La mesure de  $\tau_\phi$  en fonction de la température permet donc de compléter la mesure du taux d'échange d'énergie entre les électrons. Dans l'hypothèse où les collisions inélastiques proviennent essentiellement des interactions à deux électrons, le temps de cohérence de phase s'écrit en fonction du noyau de l'interaction  $K(\varepsilon)$  :

$$\tau_\phi^{-1} \simeq k_B T \int_{\hbar/\tau_\phi}^{k_B T} K(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (1.7)$$

La cohérence dans les métaux tend à localiser les électrons (anti-localiser quand le couplage spin-orbite est fort) et donc à augmenter (diminuer) la résistivité du métal. L'application d'un champ magnétique, qui brouille les effets de cohérence, permet d'extraire la longueur de cohérence de phase  $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$ .

Nous avons mesuré avec Adel Gougam et Norman Birge la magnétorésistance de fils de cuivre, d'or et d'argent en fonction de la température. La géométrie des échantillons mesurés est présentée sur la figure 1.6. Les fils font entre 136 et 271  $\mu\text{m}$  de long, pour 100 nm de large et 45 nm d'épaisseur. Le champ magnétique est appliqué perpendiculairement au plan du fil.

Les temps de cohérence de phase extraits des courbes de magnétorésistance sur un fil de cuivre, un fil d'or et un fil d'argent sont portés sur la figure 1.7 en fonction de la température. La hiérarchie entre l'argent, le cuivre et l'or, observée dans les mesures du taux d'échange d'énergie, est respectée : le temps de cohérence de phase dans l'argent est plus long que dans le cuivre, lui-même plus long que dans l'or. Les variations en température dépendent de plus du métal mesuré : dans le fil d'argent, le temps de cohérence de phase augmente

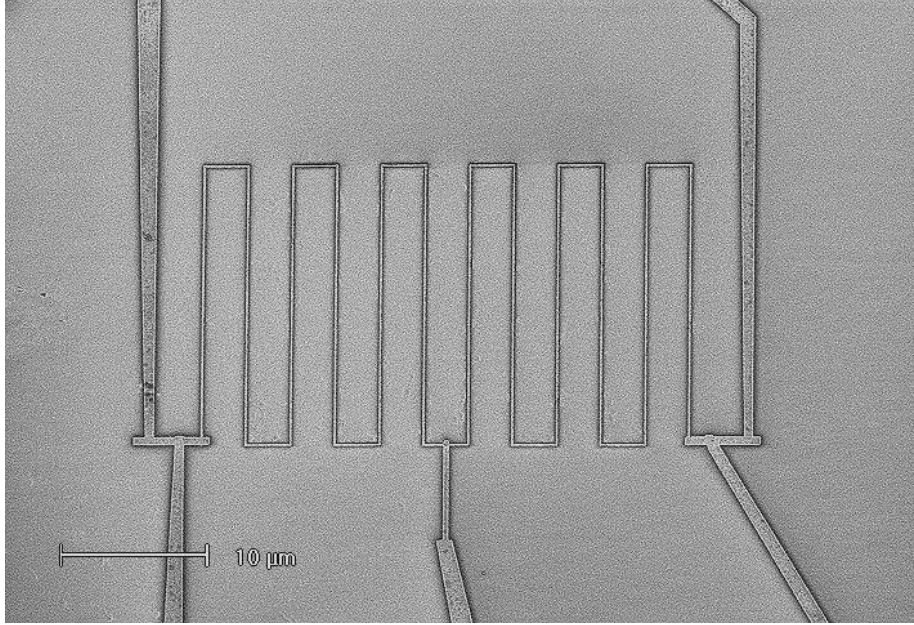


Fig. 1.6. Photographie au microscope électronique d'un échantillon utilisé pour mesurer le temps de cohérence à partir des variations de la résistance en fonction du champ magnétique (appelées correction de localisation faible). Le fil fait 270  $\mu\text{m}$  de long, 100 nm de large et 45 nm d'épaisseur. Le champ magnétique est appliqué perpendiculairement au plan du fil.

continûment jusqu'à la température de base du réfrigérateur (37 mK); dans le cuivre, le temps de cohérence de phase sature à basse température; enfin dans l'or, le temps de cohérence de phase est constant entre 7 K et 200 mK puis augmente aux plus basses températures. Les caractéristiques, aussi bien qualitatives que quantitatives, des courbes  $\tau_\phi(T)$  dans ces trois métaux ont été confirmées par une deuxième série de mesures effectuée récemment par Adel Gougam et Norman Birge sur des échantillons que nous avons fabriqués à Saclay.

Nous avons cherché à reproduire la dépendance en température du temps de cohérence de phase mesuré dans l'argent avec la fonctionnelle :

$$\tau_\phi^{-1} = AT^p + BT^3 \quad (1.8)$$

où  $BT^3$  correspond à la contribution des phonons et  $AT^p$  décrit l'effet d'une autre source de décohérence. Le meilleur fit, représenté par une ligne continue sur la figure 1.7, est obtenu pour  $p = 0.61$ ,  $A = 0.7 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-0.61}$  et  $B = 55 \mu\text{s}^{-1}\text{K}^{-3}$ . Les prédictions théoriques pour l'interaction Coulombienne écrantée [9], que l'on peut aussi obtenir en injectant le noyau de l'interaction (Eqs. ((1.3) et (1.4)) dans l'équation (1.7), sont  $p = 2/3$  et  $A = 0.6 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-2/3}$  :

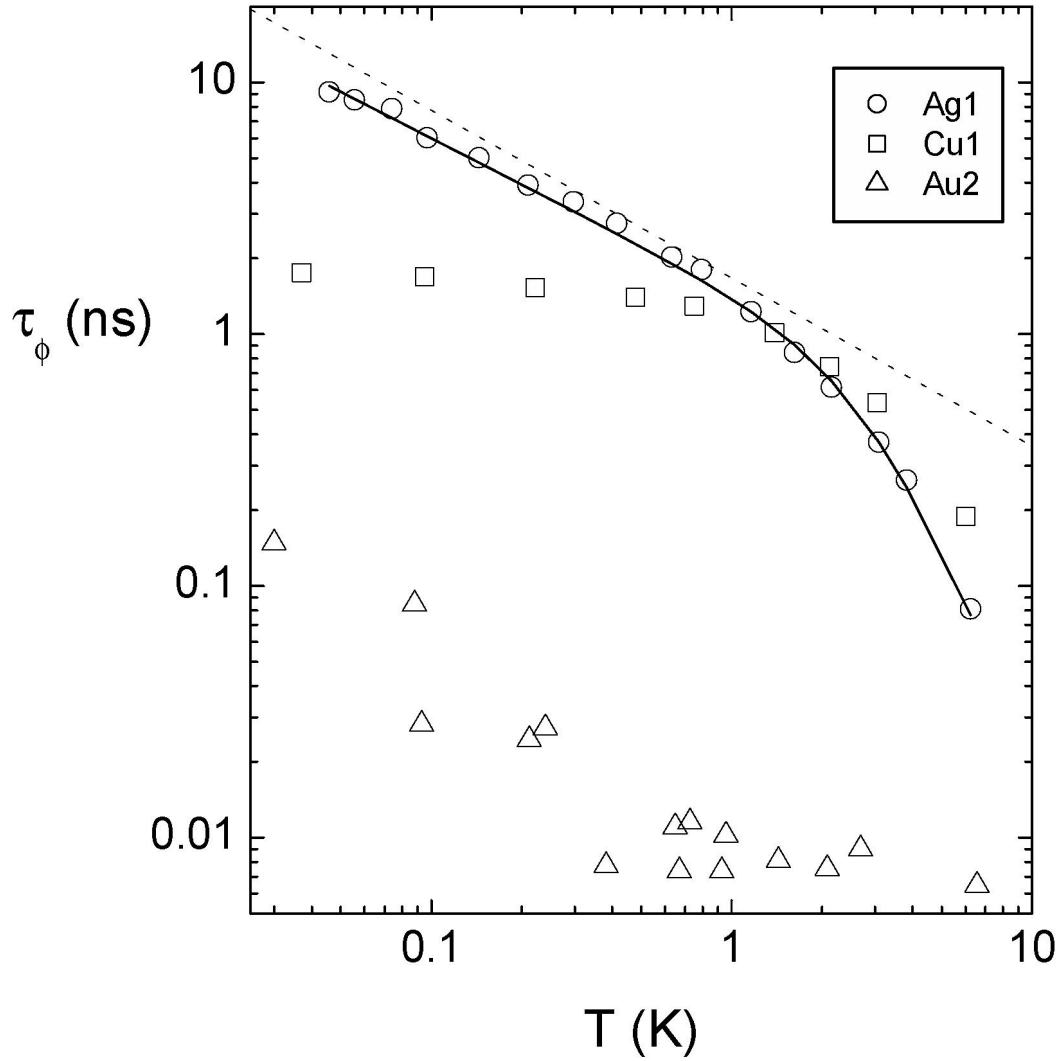


Fig. 1.7. Temps de cohérence de phase dans des fils d'argent, de cuivre et d'or en fonction de la température  $T$ . La ligne continue est un fit des mesures faites sur le fil d'argent avec la fonctionnelle donnée par l'expression (1.8). La ligne pointillé est la prédiction théorique de l'interaction Coulombienne écrantée pour le fil d'argent (sans tenir compte des phonons).

les variations avec la température du temps de cohérence de phase mesuré dans l'argent sont donc en bon accord quantitatif avec les prédictions théoriques. Nous avons donc montré que les collisions inélastiques dans nos fils d'argent sont bien décrites par la théorie des interactions entre électrons en régime diffusif, en tenant compte de l'interaction électron-phonon, qui n'a un effet appréciable qu'aux plus grandes énergies sondées. Les mesures de relaxation en énergie et de localisation faible sont complémentaires car la première approche permet d'accéder en détail à l'effet des processus inélastiques pour des énergies échangées de l'ordre ou supérieures à  $50 \mu\text{eV}$ , tandis que la deuxième approche permet de tester l'effet des processus quasi-élastiques impliquant des échanges d'énergie de l'ordre de  $\hbar/\tau_\phi$ .

L'observation d'une saturation du temps de cohérence de phase dans le cuivre et, sur une plage de température intermédiaire, dans l'or, mais pas dans l'argent, prouve que cette saturation n'est pas un artefact expérimental qui pourrait provenir du bruit injecté dans l'échantillon par les lignes de mesure [10]. Les différents échantillons ont en effet la même géométrie, pratiquement la même résistance et ont été mesurés de la même façon. La corrélation observée dans le cuivre entre le taux d'échange d'énergie et le temps de cohérence de phase suggère que la saturation de  $\tau_\phi$  à basse température et l'existence d'une loi d'échelle sur les fonctions de distribution ont la même origine physique<sup>4</sup>. Toutefois, le noyau des interactions extrait, dans l'hypothèse de collisions à deux électrons, de la mesure des échanges d'énergie, n'explique pas la saturation de  $\tau_\phi$ . En effet, en utilisant le noyau  $K(\varepsilon) = \kappa_2/\varepsilon^2$  dans l'équation (1.7), on obtient :

$$\tau_\phi^{-1} \simeq \sqrt{k_B T \tau_0^{-1} / \hbar}, \quad (1.9)$$

qui correspond bien à une variation plus douce du temps de cohérence de phase avec la température que la loi en  $T^{2/3}$ , mais pas à une saturation (voir la figure 1.8). De plus, la valeur quantitative de  $\tau_\phi$  est un ordre de grandeur plus grande que ce que nous attendrions à partir de la mesure des échanges d'énergie. Pourrait-on alors expliquer la saturation et la valeur quantitative de  $\tau_\phi$  par un couplage avec des systèmes à deux niveaux ? Dans le cadre théorique simple qui a permis de reproduire remarquablement la forme des fonctions de distribution dans les fils de cuivre et d'or, le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  obéit à la

---

<sup>4</sup> Nous pensons que les fils d'or fabriqués à Saclay contiennent des impuretés magnétiques qui limitent le temps de cohérence de phase. Toutefois, ces impuretés ne sont pas nécessairement à l'origine des échanges d'énergie anormaux observés.

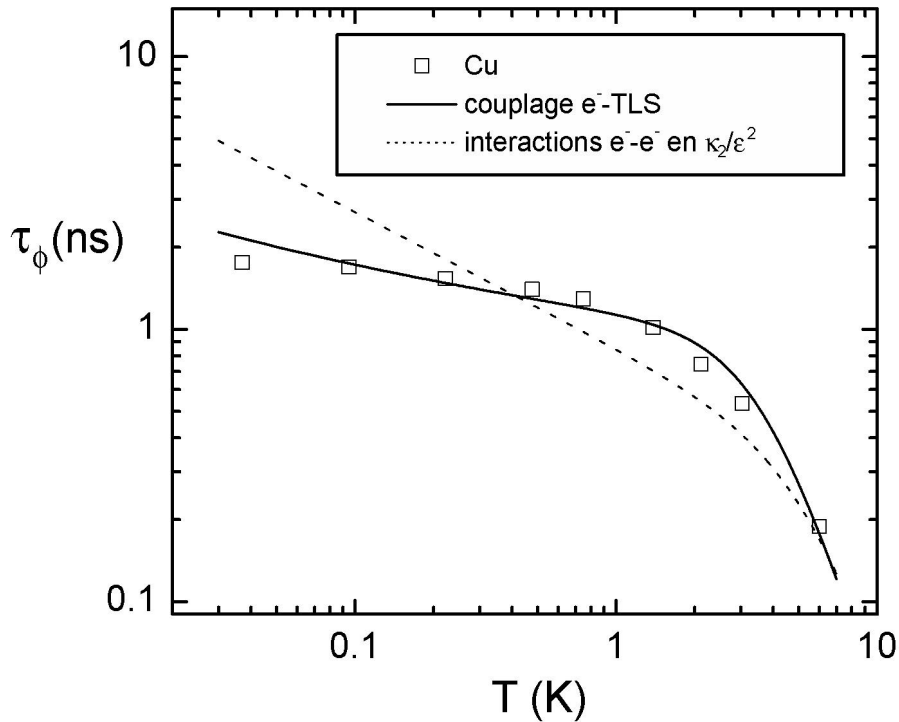


Fig. 1.8. Temps de cohérence de phase mesuré dans le fil de cuivre Cu (symboles ouverts). Les lignes représentent des fits incorporant les interactions électron-phonon et, respectivement, les interactions électron-système à deux niveaux (trait continu, voir Eq. (1.10)) et les interactions électron-électron anormales (trait pointillé, voir Eq. (1.9)). Quantitativement, le modèle où les processus inélastiques sont dominés à basse énergie par un couplage électron-système à deux niveaux permet de rendre compte de manière cohérente de  $\tau_\phi$  et des taux d'échange d'énergie, contrairement au modèle d'interactions anormales entre électrons.

relation :

$$\tau_\phi \log(2k_B T \tau_\phi / \hbar) \frac{1}{2} \kappa_{\text{tls}} \simeq 1, \quad (1.10)$$

avec

$$\kappa_{\text{tls}} = \eta_{\text{tls}} \lambda_{\text{tls}}, \quad (1.11)$$

où  $\eta_{\text{tls}}/\varepsilon$  est la densité de systèmes à deux niveaux séparés par l'énergie  $\varepsilon$  et  $\lambda_{\text{tls}}$  le coefficient de couplage avec les électrons qui intervient dans la règle d'or de Fermi. En résolvant numériquement cette équation, également obtenue par Y. Imry *et al.* [11] en suivant une approche différente, on prédit que  $\tau_\phi$  ne présente pas une vraie saturation dans la gamme de température pertinente. Toutefois, l'écart avec les mesures est faible (voir la figure 1.8) et

l'amplitude du paramètre  $\kappa_{\text{tIs}}$  correspond bien avec celui extrait de la mesure des échanges d'énergie. L'hypothèse d'un couplage avec des systèmes à deux niveaux est donc plausible. De plus, l'approche perturbative utilisée pour décrire les interactions électron-système à deux niveaux n'est pas valable lorsque l'énergie échangée est inférieure à  $k_B T_K$ , où la température de Kondo  $T_K$  est un paramètre fonction du couplage électron-système à deux niveaux. Le temps de cohérence de phase étant sensible aux collisions quasiélastiques, son calcul par l'approche perturbative pourrait être incorrect. A basse température, il faut utiliser le cadre complexe de l'effet Kondo à deux canaux<sup>5</sup>, et il est alors prédit [12] que le temps de cohérence de phase sature sur une échelle de température donnée par la température de Kondo  $T_K$ . Toutefois, ces prédictions ne sont pas suffisamment quantitatives pour permettre une comparaison avec nos mesures.

Nous pouvons également rendre compte des mesures de  $\tau_\phi(T)$  dans nos fils de cuivre en supposant que des impuretés magnétiques ayant une température de Kondo du système électron-impureté magnétique de l'ordre de  $T_K = 100$  mK sont présentes dans le métal à une concentration de 0.15 ppm. Cette hypothèse est confortée par le fait que des impuretés magnétiques sont vraisemblablement présentes dans les fils d'or que nous avons fabriqués. En effet, l'observation d'une désaturation du temps de cohérence de phase à basse température, la valeur  $\tau_\phi \simeq 10$  ps sur la plage de température où le temps de cohérence de phase présente une saturation, la forme de la magnétorésistance à grands champs et la variation en température de la résistance du fil peuvent être interprétées de manière cohérente en supposant que nos fils d'or contiennent 30 ppm d'impuretés magnétiques de fer.

Pour déterminer l'influence de la procédure de fabrication sur les processus inélastiques, Norman Birge a fabriqué un fil d'or dans son laboratoire. La courbe  $\tau_\phi(T)$  déterminée sur cet échantillon est presque identique à celle obtenue pour les fils d'argent, et est incompatible avec les taux d'échanges d'énergie mesurés sur les échantillons fabriqués à Saclay. Si, comme nous le pensons, les échanges d'énergie dans ces échantillons d'or suivaient les prédictions théoriques, il faudrait invoquer la présence de défauts structurels ou d'impuretés, qui dépendent du matériau et de la procédure de fabrication, pour expliquer les échanges d'énergie anormaux et la saturation de  $\tau_\phi$  dans nos échantillons. Toutefois, des mesures complémentaires doivent encore être effectuées pour déterminer précisément le ou les facteurs modifiant

<sup>5</sup> Les deux niveaux sont décrits comme un pseudo-spin en interaction avec les électrons. Les deux états de spin électronique forment les deux canaux.

la nature et la quantité des processus inélastiques à basse température. Au delà de son intérêt fondamental, la détermination de ces facteurs permettrait de fabriquer des échantillons dans lesquels le taux de processus inélastiques serait contrôlé. Ce taux joue un rôle important dans le fonctionnement des détecteurs de rayonnement utilisant des jonctions tunnel entre des métaux supraconducteurs (superconducting tunnel-junction detector) [13] ou des fils métalliques mésoscopiques à la transition normal-supraconducteur (superconducting transition-edge sensor) [14] .



## 1.4 Modification de la densité d'états tunnel

Historiquement, l'effet des interactions entre électrons dans le régime diffusif a d'abord été observé sur la conductance dynamique  $G(V) = dI/dV$  de grandes jonctions tunnel. En effet, lorsqu'un électron traverse la barrière tunnel, il doit aussi repousser le fluide électronique formé par les autres électrons. Il en résulte une dépression de la conductance tunnel à basse tension pouvant être interprétée comme un effet de la modification, par les interactions, de la densité d'états  $\nu$  des électrons près du niveau de Fermi. Aucune expérience n'avait été faite sur des fils métalliques auparavant<sup>6</sup>.

A température nulle, et lorsque la modification de la densité d'états dans l'une des électrodes domine<sup>7</sup>, la relation entre modification de la conductance tunnel et de la densité d'états électronique se réduit à :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = \frac{\delta \nu}{\nu}(eV). \quad (1.12)$$

Par ailleurs, dans le formalisme de la théorie microscopique des interactions entre électrons dans les métaux, que nous avons utilisé avec succès pour rendre compte des mesures de la relaxation en énergie et de la cohérence de phase dans nos fils d'argent, la modification de la densité d'états à température nulle et dans l'espace réel s'écrit en un point  $r_0$  [16] :

$$\frac{\delta \nu}{\nu}(\varepsilon, r_0) = -\frac{1}{\hbar} \text{Im} \int_0^{|\varepsilon|/\hbar} \frac{d\omega}{2\pi} \int d^3r d^3r' p_\omega(r_0, r) p_\omega(r_0, r') U(\omega, r, r'), \quad (1.13)$$

où  $p_\omega(r_0, r)$  est la transformée de Fourier temporelle de la densité de probabilité de trouver en  $r$  et au temps  $t$  un électron qui était au point  $r_0$  à  $t_0 = 0$ , et  $U(\omega, r, r')$  est le potentiel d'interaction Coulombienne écrantée entre électrons introduit précédemment pour calculer les échanges d'énergie et la cohérence de phase des électrons (voir Eq. (1.2)). La densité d'états peut également être modifiée par un couplage avec d'autres degrés de liberté dans le métal. Ainsi, les systèmes à deux niveaux, que nous avons introduit pour rendre compte au mieux de la forme des fonctions de distribution dans notre expérience sur la relaxation en énergie des électrons dans des fils de cuivre et d'or, peuvent contribuer à l'anomalie de la conductance tunnel.

Nous avons mesuré la conductance dynamique d'une jonction tunnel connectant un long

<sup>6</sup> Exception faite de l'expérience réalisée par White et Garno [15] qui ont utilisé un fil d'aluminium granulaire proche de la transition métal-isolant.

<sup>7</sup> Sinon il faut sommer les variations relatives de la densité d'état tunnel dans les deux électrodes.

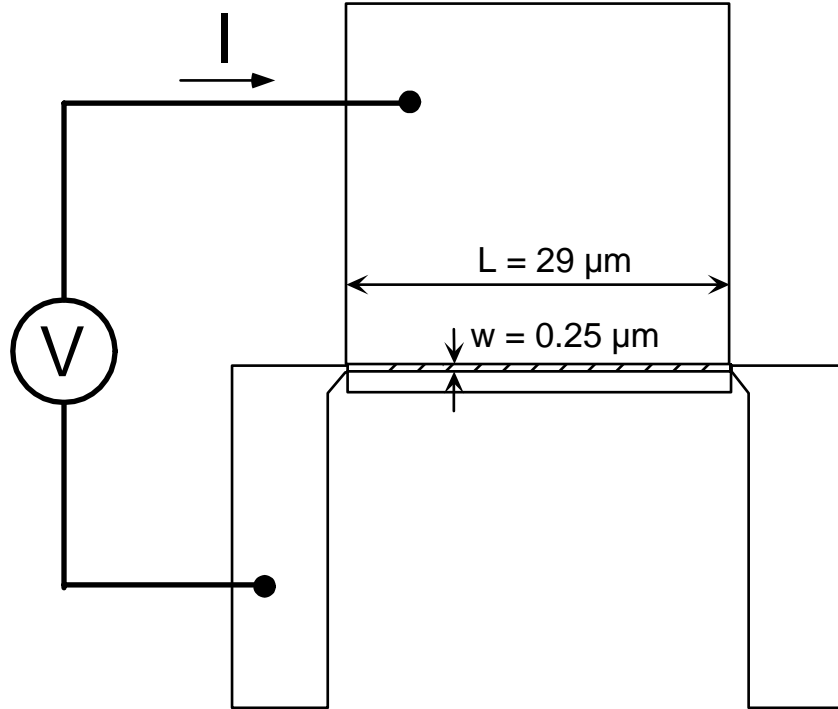


Fig. 1.9. Schéma de l'expérience. Une jonction tunnel (zone hachurée) est formée par le recouvrement d'un fil de  $29 \mu\text{m}$  de long avec une contre-électrode épaisse, tous deux en aluminium. On applique un champ magnétique perpendiculairement au substrat afin de détruire la supraconductivité. La conductance est mesurée entre une extrémité du fil et la contre-électrode.

fil d'aluminium et une contre-électrode épaisse, également en aluminium (voir figure 1.9), sous un champ magnétique suffisant pour détruire la supraconductivité. Par rapport à un fil isolé, la présence d'une contre-électrode améliore l'écrantage et donc diminue les interactions Coulombiennes à longue portée entre électrons. Le fil que nous avons mesuré est de largeur  $w = 0.25 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $\ell = 22 \text{ nm}$  et de longueur  $L = 29 \mu\text{m}$ .

La dépendance en tension de la conductance tunnel  $G(V)$  à 26 et 376 mK est représentée sur la figure 1.10 par des symboles ouverts. Dans l'inset, les cercles ouverts correspondent à la profondeur de la dépression de la conductance tunnel mesurée pour différentes températures.

Il est très difficile de calculer les prédictions de l'expression (1.13) pour un fil de taille finie car il faut connaître le potentiel d'interaction  $U(\omega, r, r')$  dans un système non-invariant par translation et en présence de la contre-électrode. Le calcul microscopique de la seule influence de la contre-électrode, dans le cas simple d'un jonction bidimensionnelle infinie, est l'objet d'un article d'Altshuler, Aronov et Zyuzin [16] publié en 1984. Beaucoup plus récemment, Sukhorukov *et al.* [17] ont montré que le problème est considérablement simplifié lorsque

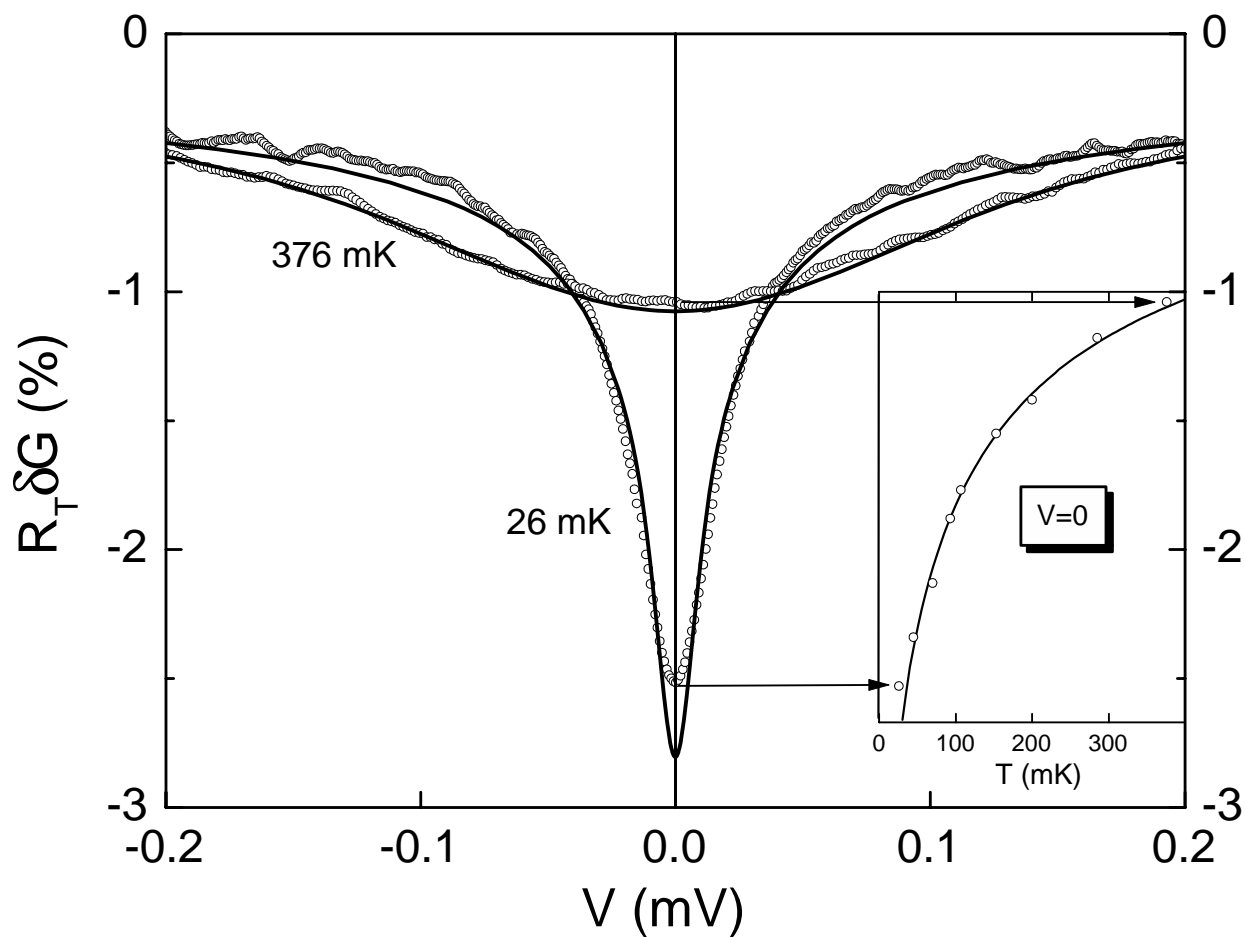


Fig. 1.10. Symboles : conductance dynamique de la jonction tunnel mesurée, normalisée à  $G_\infty = 26.932 \mu\text{S}$ , en fonction de la tension  $V$  ou (inset) de la température  $T$ . L'acquisition de chaque courbe, obtenue en moyennant 10 à 20 balayages de la tension, a pris plus de 12 heures. Lignes continues : fit avec la théorie des interactions entre électrons dans les métaux diffusifs.

l'électroneutralité des électrodes est bien vérifiée. En effet, un électron qui traverse la barrière tunnel laisse son nuage d'écrantage dans l'électrode de départ et en mobilise un nouveau lorsqu'il pénètre dans l'électrode d'arrivée. Une fois l'électron écranté dans l'électrode, il n'est plus source de champ électromagnétique. La seule charge qui reste est celle laissée par le déplacement de charge qui forme le nuage d'écrantage, sur la capacité de la jonction<sup>8</sup>. Le potentiel dû à cette charge à la position de l'électron écranté est simplement décrit par l'électromagnétisme ordinaire, ce qui revient à écrire [17] :

$$\int d^3r' p_\omega(r_0, r') U(\omega, r, r') = e^2 z_\omega(r_0, r), \quad (1.14)$$

où  $z_\omega(r_0, r) = V(r, \omega)/I(r_0, \omega)$  est l'impédance électromagnétique à deux points usuelle, reliant la tension  $V(r, \omega)$  au point  $r$  au courant  $I(r_0, \omega)$  injecté à la position  $r_0$  du saut tunnel. Déterminer la conductance tunnel revient donc essentiellement à résoudre dans le fil la propagation du champ électromagnétique consécutif au saut tunnel. En combinant les équations (1.13) et (1.14), la modification de la densité d'états, au point  $r_0$ , par l'interaction Coulombienne s'écrit, à température nulle :

$$\frac{\delta\nu}{\nu}(\varepsilon, r_0) = -\frac{1}{R_K} \text{Im} \int_0^{|\varepsilon|/\hbar} \frac{d\omega}{2\pi} \int d^3r p_\omega(r_0, r) z_\omega(r_0, r), \quad (1.15)$$

où  $R_K = h/e^2$  est le quantum de résistance. Ce point de vue est tout à fait analogue à celui qui est utilisé pour décrire le blocage de Coulomb, c'est à dire la dépression de la conductance tunnel des petites jonctions sur lesquelles on peut considérer que la charge de l'électron passé par effet tunnel est instantanément étalée sur toute la jonction. Dans la description théorique du blocage de Coulomb, l'effet des interactions entre électrons est encapsulé dans le couplage d'un électron avec le champ électromagnétique créé par les autres électrons. La dépression de la conductance dynamique est alors entièrement déterminée par l'impédance  $Z_{\text{env}}(\omega)$  aux bornes de l'élément tunnel, qui reflète la relaxation du potentiel à la jonction. Dans la limite perturbative et à température nulle, la modification de la conductance tunnel est :

$$\frac{\delta G(V)}{G} = - \int_0^{e|V|/\hbar} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re} Z_{\text{env}}(\omega)}{R_K}. \quad (1.16)$$

En définissant, suivant Nazarov, une impédance effective [18] :

$$Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) = i\omega \int d^3r z_\omega(r_0, r) p_\omega(r_0, r), \quad (1.17)$$

<sup>8</sup> Techniquement, cet effet se manifeste dans les calculs par une compensation des diffusons.

on retrouve exactement l'expression (1.15). Cette équivalence entre la formulation microscopique des interactions et le blocage de Coulomb, obtenue en utilisant l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$ , est valable à toutes températures. La conductance de la jonction s'obtient en intégrant  $r_0$  sur la surface  $\mathcal{B}$ , d'aire  $A_{\mathcal{B}}$ , de la barrière tunnel :

$$\frac{\delta G(V)}{G} = \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2 r_0}{A_{\mathcal{B}}} \frac{\delta \nu}{\nu}(eV, r_0). \quad (1.18)$$

La limite standard du blocage de Coulomb correspond aux situations où le champ électromagnétique  $ez_{\omega}(r_0, r)$  est homogène sur l'échelle spatiale donnée par l'étalement diffusif des électrons et la taille de la jonction. La théorie standard du blocage de Coulomb s'applique donc naturellement aux petites jonctions<sup>9</sup>. Pour une grande jonction, l'impédance effective rend compte en particulier de ce que la charge ne s'étale pas instantanément sur toute la jonction.

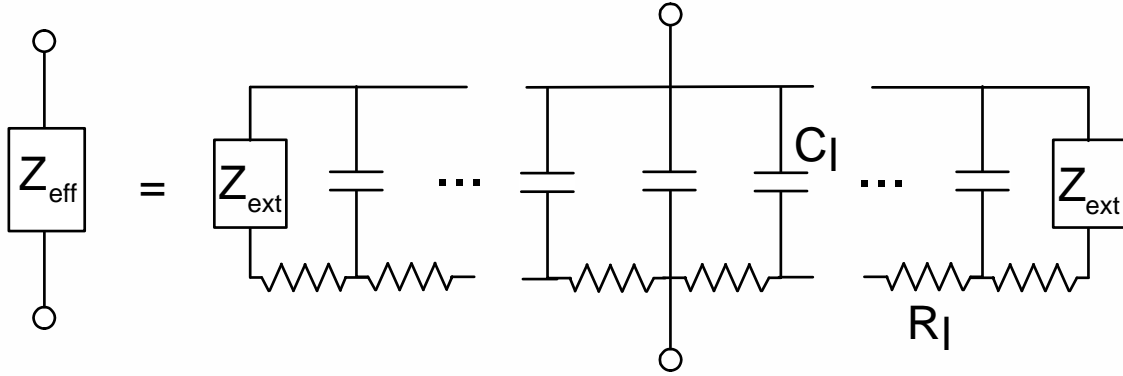


Fig. 1.11. Impédance effective correspondant à une jonction tunnel entre un fil résistif et une électrode massive. L'environnement électromagnétique de l'électron qui traverse la barrière tunnel est une ligne de transmission  $RC$  terminée à chaque extrémité par l'impédance terminale  $Z_{\text{ext}}$ .

Dans notre géométrie, le champ électromagnétique se propage diffusivement, d'abord très rapidement sur la largeur, puis le long du fil, avec pour coefficient de diffusion  $D^* = 1/R_{\square}C_S \simeq 10 \text{ m}^2/\text{s}$ , où  $R_{\square}$  est la résistance par carré du fil et  $C_S$  la capacité par unité de surface. En terme d'impédance effective, la jonction fil est décrite par une ligne de transmission  $RC$  de taille finie et terminée par l'impédance externe  $Z_{\text{ext}}$ , voir figure 1.11. L'impédance  $Z_{\text{ext}}$  affecte la conductance tunnel aux énergies  $\varepsilon$  telles que le champ électrique a eu le temps de

<sup>9</sup> Toutefois, lorsque l'impédance d'environnement  $Z_{\text{env}}(\omega)$  est accolée à la barrière tunnel, la théorie microscopique peut prédire des déviations significatives par rapport à la théorie standard du blocage de Coulomb. En effet, l'électron qui traverse la barrière peut alors explorer, aux fréquences considérées, une région extérieure à la jonction où le champ électromagnétique n'est pas homogène.

diffuser jusqu'aux extrémités du fil pendant le temps  $\hbar/\varepsilon$ , soit pour  $\varepsilon < \hbar D^*/L^2 \simeq 7 \mu\text{eV}$ . Contrairement aux raisonnements standards de physique mésoscopique où la dimensionnalité dépend de l'énergie de Thouless  $E_{Th} = \hbar D/L^2$  calculée avec la constante de diffusion  $D$  des électrons, pour une jonction tunnel il faut utiliser l'énergie de Thouless modifiée  $E_{Th}^* = \hbar D^*/L^2$ , associée à la propagation du champ électromagnétique. Aux fréquences que nous explorons, l'impédance  $Z_{\text{ext}}$  est essentiellement une résistance dont la valeur est attendue dans la gamme 10 – 100 Ohm. Les meilleurs fits sont obtenus pour une résistance en série  $Z_{\text{ext}} = 50$  Ohm. Les courbes de conductance, calculées en fonction de la tension pour  $T = 26$  mK et 376 mK, et en fonction de la température à tension nulle dans l'inset, sont représentées par des lignes continues<sup>10</sup> sur la figure 1.10.

Cette expérience montre que la conductance dynamique d'une longue jonction tunnel entre un fil d'aluminium et une électrode massive a bien la forme prédite par la théorie des interactions entre électrons dans le régime diffusif. Nous avons de plus établi le lien entre le calcul microscopique de la densité d'états tunnel avec les interactions entre électrons dans un métal et le blocage de Coulomb, et reformulé la théorie microscopique en terme d'impédance électromagnétique. Dans cette expérience nous n'avons pas eu besoin d'invoquer l'effet d'autres degrés de liberté du métal, comme des systèmes à deux niveaux, pour expliquer la densité d'états tunnel des fils d'aluminium mesurés.

---

<sup>10</sup> Nous attribuons l'écart avec la théorie, observé aux petites tensions sur les données à 26 mK, à un chauffage des électrons. En effet, nous pouvons rendre compte de la profondeur de la dépression avec une température électronique de 37 mK.

## REFERENCES

- [1] D. Pines et P. Nozières, *The theory of quantum liquids* (W.A. Benjamin, New York, 1966).
- [2] B.L. Altshuler et A.G. Aronov dans *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A.L. Efros et M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985).
- [3] P.M. Echternach, M.E. Gershenson, H.M. Bozler, A.L. Bogdanov et B. Nilsson, *Phys. Rev. B* **48**, 11516 (1993).
- [4] S. Wind, M.J. Rouks, V. Chandrasekhar et D.E. Prober, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 633 (1986).
- [5] P. Mohanty, E.M.Q. Jariwala et R.A. Webb, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3366 (1997).
- [6] R.M. Mueller, R. Stasch et G. Bergmann, *Solid State Commun.* **91**, 255 (1994).
- [7] H. Pothier, S. Guéron, Norman O. Birge, D. Estève, et M.H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3490 (1997).
- [8] A. Kaminski et L.I. Glazman, article en préparation.
- [9] I.L. Aleiner, B.L. Altshuler et M.E. Gershenson, *Waves in Random Media* **9**, 201 (1999).
- [10] Ce point est discuté dans les références [9] et [5] .
- [11] Y. Imry, H. Fukuyama, et P. Schwab, *Europhys. Lett.* **47**, 608 (1999).
- [12] A. Zawadowski, J. van Delft et D. Ralph, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2632 (1999).
- [13] K. Segall, C. Wilson, L. Frunzio, L. Li., S. Friedrich, M.C. Gaidis, D.E. Prober, A.E. Szymkowiak et S.H. Moseley, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 3998 (2000).
- [14] K.D. Irwin, G.C. Hilton, D.A. Wollman, et J.M. Martinis, *J. Appl. Phys.* **83**, 3978 (1998).
- [15] Alice E. White, R.C. Dynes et J.P. Garno, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 532 (1986).
- [16] B.L. Altshuler, A.G. Aronov, et A. Yu. Zyuzin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **86**, 709 (1984) (*Sov. Phys. JETP* **59**, 415).
- [17] E.V. Sukhorukov et A.V. Khaetskii, *Phys. Rev. B* **56**, 1456 (1997); G.M. Minkov, A.V. Germanenko, S.A. Negachev, O.E. Rut, et E.V. Sukhorukov, *Phys. Rev. B.* **59**, 13139 (1999).
- [18] Appendice dans le chapitre de G.-L. Ingold et Yu. V. Nazarov, dans *Single Charge Tunneling*, édité par H. Grabert et M. H. Devoret (Plenum Press, New York, 1992), p. 91.

# Chapitre 2

## Techniques expérimentales

### 2.1 Fabrication des échantillons

Tous les échantillons mesurés ont été fabriqués par les techniques de lithographie électronique [1–3] . Les principales étapes de la procédure de fabrication sont présentées sur la figure 2.1.

La première étape consiste à déposer une bicouche de polymères électrosensibles sur un substrat. En exposant cette bicouche au faisceau d'électrons d'un microscope électronique à balayage, selon un dessin prédéfini, on obtient un masque, dont les parties les plus fines sont suspendues au dessus du substrat. Les matériaux constituant l'échantillon sont ensuite déposés par évaporation sous différents angles à travers ce masque qui est finalement dissous dans de l'acétone.

#### 2.1.1 Préparation de la bicouche

Les substrats que nous utilisons sont des galettes de silicium de 2 pouces de diamètre, oxydées thermiquement sur une épaisseur de 500 nm. Nous déposons d'abord une couche de copolymère meta-acrylate acid / polymethyl-meta-acrylate (MAA/PMMA) d'épaisseur typique 600 nm, au dessus de laquelle est ensuite déposée une couche de polymère polymethyl-meta-acrylate (PMMA) de 100 nm d'épaisseur (voir Fig. 2.2).

La sous-couche de MAA/PMMA, plus électrosensible que le PMMA, sert à soutenir le masque suspendu au travers duquel les différents matériaux seront déposés sur le substrat,



# Lithographie avec une bicouche

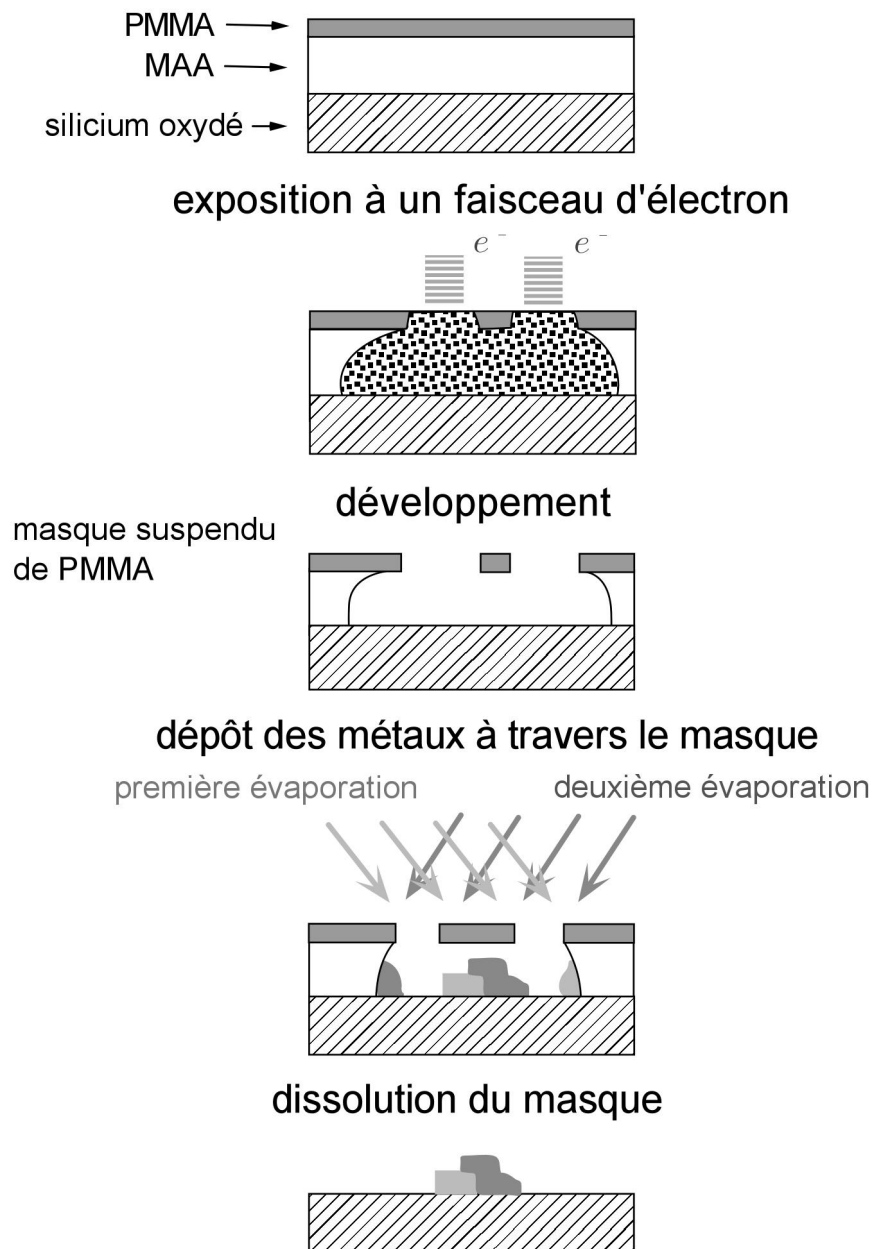


Fig. 2.1. Principe de la fabrication des échantillons par lithographie électronique.

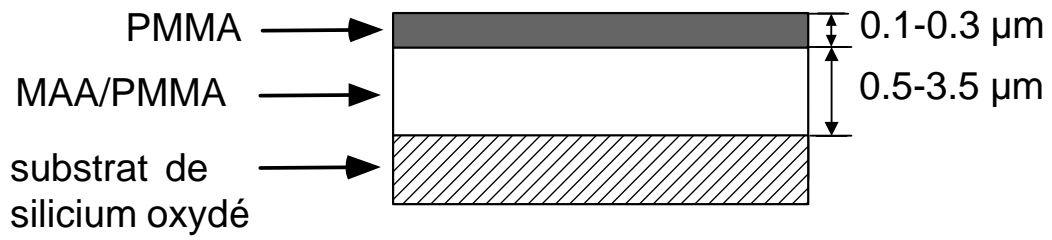


Fig. 2.2. Bicouche utilisée pour fabriquer un masque suspendu.

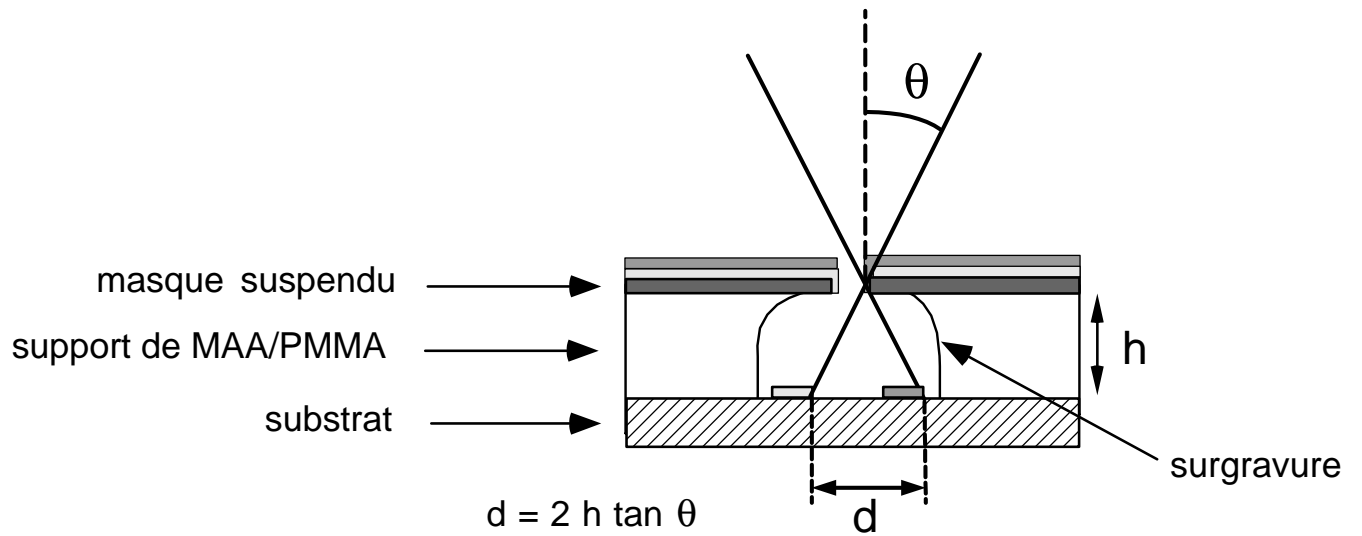


Fig. 2.3. Principe du dépôt de différents matériaux à travers le masque suspendu en utilisant plusieurs angles d'évaporation.

tout en permettant un profil en surplomb près des régions exposées (voir Fig. 2.2, troisième dessin). Le substrat de silicium surmonté d'une bicouche est découpé par clivage, à l'aide d'une pointe de diamant, en morceaux de  $6 \times 6$  ou  $8 \times 8$  mm<sup>2</sup>. Chaque morceau (chip) est utilisé séparément pour la fabrication des échantillons.

Nous avons utilisé des bicouches fines pour la fabrication des échantillons destinés à la mesure des échanges d'énergie et de la cohérence de phase des électrons (partie 1 et 2), et des bicouches très épaisses pour fabriquer des longues jonctions tunnel<sup>11</sup> (partie 3).

La procédure exacte de fabrication des différents types de bicouches utilisées est décrite ci-dessous.

### 2.1.1.1 Bicouche fine

Ce type de bicouche permet d'obtenir une lithographie très fine.

#### Couche inférieure de MAA/PMMA

Le copolymère MAA/PMMA est dilué à une concentration massique de 10% dans du 2-ethoxyethanol. La masse moléculaire du MAA est de 8.5K. La solution de MAA/PMMA est déposée sur le substrat de silicium oxydé et tournée à 5000 t/mn, pendant une minute, pour obtenir une couche d'environ 500 nm d'épaisseur. La couche est ensuite séchée en plaçant le substrat pendant une minute sur une plaque chauffante à 160 °C.

#### Couche supérieure de PMMA

Le PMMA, de masse moléculaire 950K, est dilué à 3% dans de l'anisole. Cette solution est déposée sur le substrat puis tournée à 8000 tpm, pendant une minute, pour obtenir une couche de PMMA d'approximativement 100 nm d'épaisseur. Finalement, la bicouche est cuite pendant 20 à 30 minutes sur une plaque chauffante à 170 °C.

### 2.1.1.2 Bicouche épaisse

Ce type de bicouche permet d'obtenir des décalages importants entre les métaux déposés sur le substrat par la technique d'évaporation sous angle (voir Fig. 2.3).

#### Couche inférieure de MAA/PMMA

Le copolymère MAA/PMMA est dilué à une concentration massique de 10% dans de l'ethyl-

<sup>11</sup> Pour fabriquer ces échantillons nous utilisons un pont suspendu de même longueur que la jonction tunnel. Le pont est large (5  $\mu\text{m}$ ) afin d'être plus solide. Pour combiner des évaporations sous différents angles, nous devons alors utiliser une bicouche épaisse qui permet d'obtenir des décallages importants sur le substrat.

lactate. La masse moléculaire du MAA est ici de 17.5K. La solution de MAA/PMMA est déposée sur le substrat et tournée à 1000 tpm pendant une minute pour obtenir une couche d'environ 900 nm d'épaisseur. La couche est ensuite séchée pendant une minute sur une plaque chauffante à 110 °C.

Ces deux opérations sont répétées quatre fois de suite de sorte que la couche de MAA/PMMA fasse environ 3.5  $\mu\text{m}$  d'épaisseur.

### Couche supérieure de PMMA

Le PMMA, de masse moléculaire 950K, est dilué à 6% dans de l'anisole. Cette solution est déposée sur le substrat puis tournée à 2000 t/mn pendant une minute, pour obtenir une couche de PMMA d'environ 300 nm d'épaisseur<sup>12</sup>. Ensuite, la bicouche est cuite pendant 25 minutes sur une plaque chauffante portée à la température de 165 °C.

### 2.1.2 Fabrication du masque suspendu

Le masque souhaité est obtenu en exposant la bicouche avec le faisceau d'électrons d'un microscope électronique (JEOL 840 ou Philips XL30 SFEG). Les électrons pénètrent à la fois la couche de MAA/PMMA et la couche de PMMA, et cassent les polymères en plus petits fragments qui sont ensuite dissous dans une solution de methyl isobutyl ketone (MIBK) diluée à 25% en volume dans de l'isopropanol. Le faisceau d'électrons est piloté par ordinateur avec les programmes Proxy-writer ou ELPHY Quantum de Raith GmbH. Nous utilisons habituellement une tension d'accélération des électrons de 35 keV, pour laquelle on obtient des masques avec une finesse de trait de 50 nm. A cette tension, la dose d'exposition est de l'ordre de 2 pC/ $\mu\text{m}^2$ . Les parties fines du masque suspendu sont exposées au grossissement  $\times 5000$ , qui correspond à un champ de  $120 \times 90 \mu\text{m}^2$  sur le JEOL. Les parties à plus grande échelle sont exposées à un plus faible grossissement.

Comme représenté sur la figure 2.1, une région plus large de la couche de MAA/PMMA est affectée par l'exposition au faisceau d'électrons, que dans la couche supérieure de PMMA. Le copolymère est en effet plus sensible au faisceau d'électrons que le PMMA. Ce contraste de sensibilité crée une cavité sous le masque suspendu qui permet l'évaporation sous angle. Nous avons également tiré parti du contraste de sensibilité pour contrôler précisément les zones creusées sous le masque en exposant la bicouche à de très faibles doses, de l'ordre de

<sup>12</sup> Afin de mieux résister aux contraintes plus importantes observées lorsque la couche de MAA/PMMA est épaisse.

$0.25 \text{ pC}/\mu\text{m}^2$ . En pratique, nous avons fabriqué des ponts suspendus de  $0.700 \mu\text{m}$  et  $5 \mu\text{m}$  de large respectivement avec les bicouches fines et épaisses.

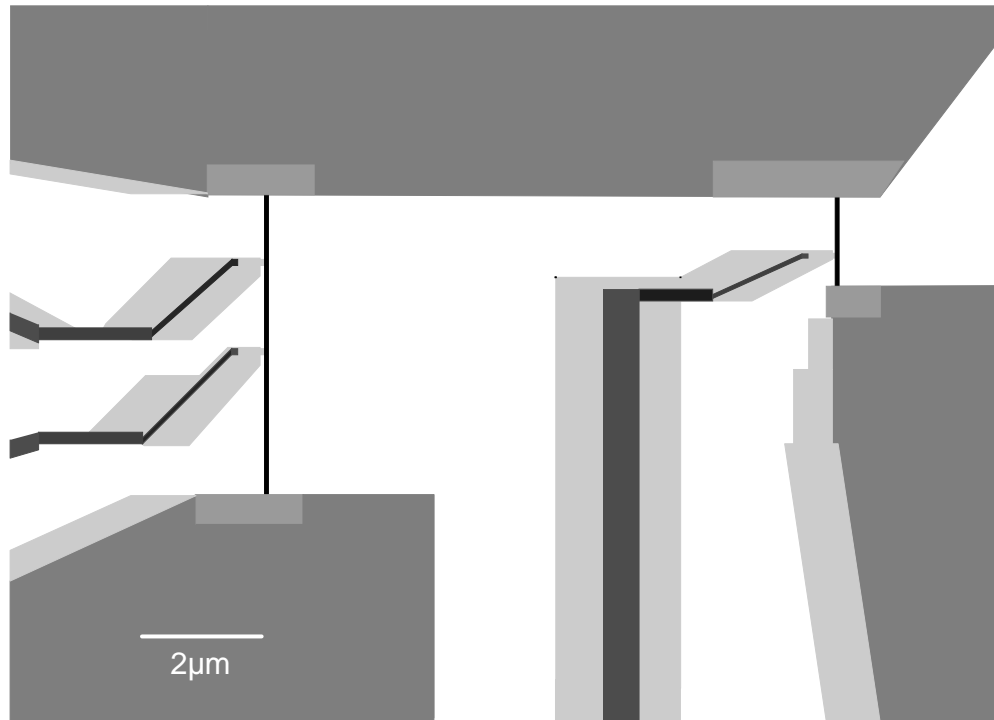


Fig. 2.4. Dessin d'exposition utilisé pour fabriquer un masque suspendu pour les échantillons mesurant le taux d'échange d'énergie (ici avec deux fils de  $1.5$  et  $5 \mu\text{m}$ ). La dose d'exposition est proportionnelle au niveau de gris sur le dessin. Les régions les plus claires sont suffisantes pour creuser la couche inférieure de MAA/PMMA mais pas la couche supérieure de PMMA. On obtient donc sur ces régions un masque suspendu au dessus du substrat.

La figure 2.4 représente la partie centrale du dessin d'exposition utilisé pour fabriquer des échantillons destinés à la mesure des échanges d'énergie dans des fils métalliques de  $1.5$  et  $5 \mu\text{m}$  de longueur.

### 2.1.3 Dépôt des couches métalliques et fabrication des jonctions tunnel

Les différents métaux (Ag, Al, Au et Cu) sont déposés sur le substrat, à travers le masque suspendu, dans un évaporateur à canon à électrons. Le chip est placé dans l'évaporateur sur un porte-échantillon inclinable. Nous déposons les métaux sous une pression résiduelle de  $10^{-6}$  mbar, à un taux de  $1 \text{ nm/s}$  pour l'aluminium et le cuivre,  $0.5 \text{ nm/s}$  pour l'or,  $0.2 \text{ nm/s}$  pour les parties fines en argent et  $1 \text{ nm/s}$  pour les parties plus épaisses en argent.

Toutes les jonctions tunnel que nous avons fabriquées ont une électrode en aluminium. Ce métal a l'avantage de former une couche d'oxyde qui constitue une barrière tunnel de bonne qualité. Après avoir oxydé en surface l'électrode d'aluminium, nous déposons sur la couche d'oxyde la contre-électrode. Pour une petite jonction tunnel ( $\sim 100 \times 100 \text{ nm}^2$ ) ayant une résistance dans la gamme  $10 - 100 \text{ k}\Omega$ , l'aluminium est oxydé pendant trois à quinze minutes sous quelques  $10^{-1} \text{ mbar}$  d'un mélange oxygène(10%)- argon(90%). Pour fabriquer la longue jonction tunnel ( $29 \times 0.25 \mu\text{m}^2$ ) de résistance tunnel  $R_T = 38 \text{ k}\Omega$  présentée dans la troisième partie de cette thèse, l'aluminium a été oxydé sous une pression de  $700 \text{ mbar}$  d'oxygène pur pendant presque 3 heures.

Pour nos expériences, nous avons fabriqué des jonctions Al-Al, Al-Ag, Al-Au et Al-Cu. Les jonctions Al-Al et Al-Cu sont remarquablement stables et robustes. Par contre, les jonctions Al-Au ont tendance à passer en court-circuit, tandis que les jonctions Al-Ag dérivent vers un circuit ouvert sur une échelle de temps de l'ordre de l'heure à température ambiante. Il est possible d'améliorer la stabilité de ces jonctions en déposant sur l'aluminium oxydé une fine couche de  $1 - 2 \text{ nm}$  de cuivre. Nous avons utilisé cette méthode pour fabriquer plus confortablement le deuxième échantillon d'argent utilisé pour la mesure des échanges d'énergie dans la géométrie SNS (chapitre 4 de la première partie). La fine couche de cuivre est déposée uniquement au dessus du doigt de mesure supraconducteur, et non pas sous tout le fil d'argent.

## 2.2 Dispositif expérimental

L'échantillon est collé avec de la laque à l'argent sur une plaquette de cuivre pour bien le thermaliser. Cette plaquette de cuivre est elle-même sur un support comportant 20 contacts de cuivre, qui se branche sur un support femelle installé sur le réfrigérateur à dilution. Les connections électriques avec le porte-échantillon sont effectuées par soudure ultrason avec des fils d'or ou d'aluminium de  $25\ \mu\text{m}$  de diamètre. Le porte-échantillon est placé dans une boîte de cuivre connectée thermiquement à la chambre de mélange d'un réfrigérateur à dilution. Toutes les connections électriques entre l'échantillon et les instruments de mesure sont faites au travers de lignes coaxiales soigneusement filtrées (voir Fig. 2.5). Nous avons utilisé des filtres à poudre métallique et des filtres RC distribués [4]. L'atténuation à 4 K pour ces deux types de filtres est meilleure que 60 dB à 1 GHz.

Les mesures sont effectuées par détection synchrone avec un lock-in Stanford SR830. Les données sont accumulées sur un oscilloscope numérique Nicolet Pro34 puis transférées par liaison IEEE sur un ordinateur, afin de procéder à leur traitement. Pour les mesures de la conductance d'une grande jonction tunnel (partie 3 de la thèse), nous avons également utilisé un transformateur de rapport pour compenser le signal moyen à l'entrée de la détection synchrone.

Une propriété importante du dispositif expérimental est la possibilité de mesurer plusieurs circuits à l'aide d'une seule ligne de polarisation et d'une seule ligne de mesure. Pour cela, la sortie du dernier filtre commun à la ligne de mesure et à la ligne de polarisation est connectée à un sélecteur à 12 positions, réalisé à partir d'une roue codeuse (Cherry) dépouillée de son mécanisme et de ses ressorts, en bon contact thermique avec la chambre de mélange. La position du sélecteur est commandée par un moteur électrique commercial Escap 712L61 fixé sur l'étage à 1 K du réfrigérateur à dilution et auquel on applique de courtes impulsions électriques jusqu'à ce que la position désirée soit atteinte. La transmission entre le moteur et le sélecteur est faite par une tige en plastique.

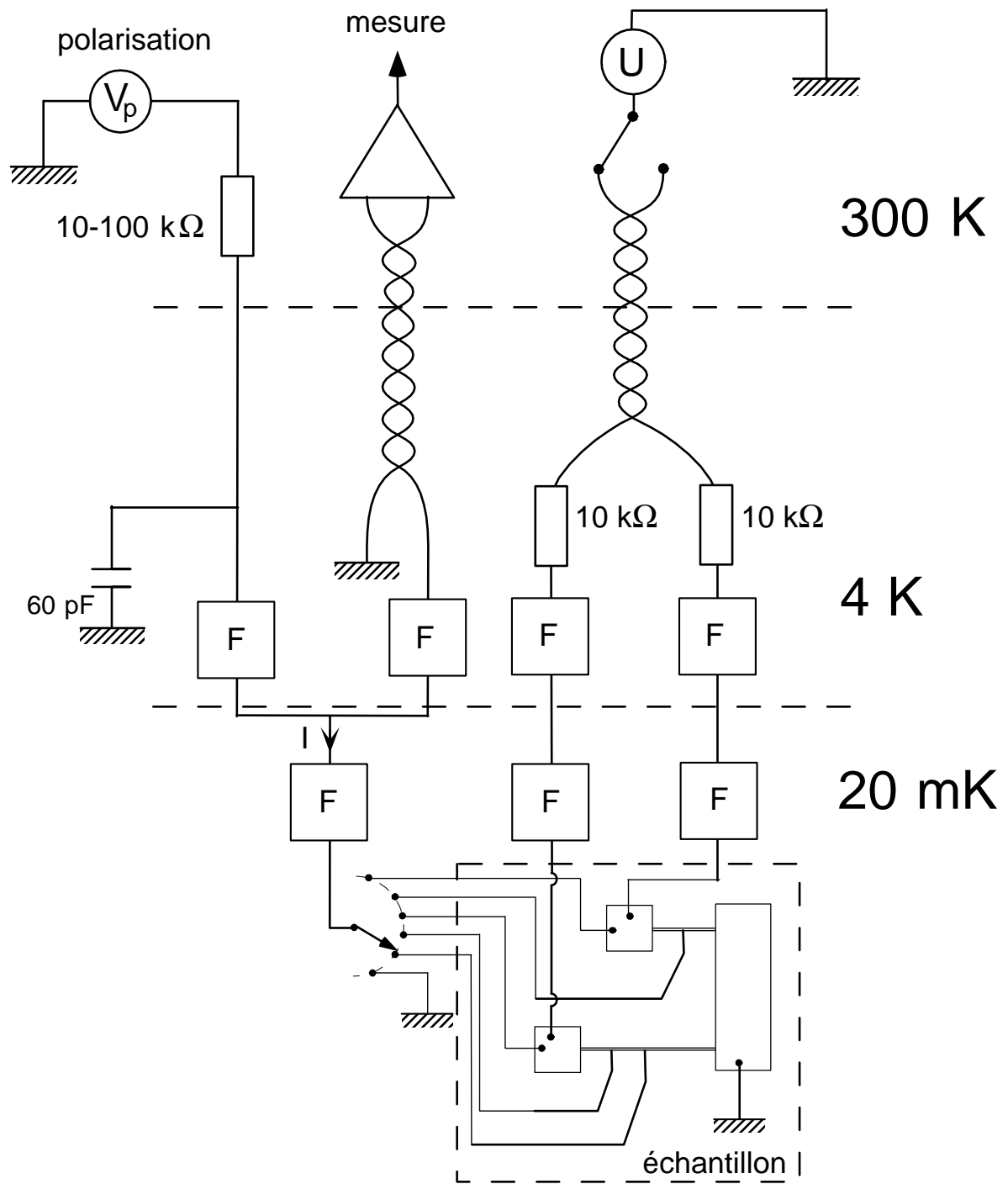


Fig. 2.5. Schéma du câblage électrique dans le réfrigérateur à dilution, pour l'expérience mesurant les échanges d'énergie entre électrons. Le courant injecté à l'échantillon est fourni par la source  $V_p$  à travers la ligne de polarisation. La tension aux bornes de l'échantillon en série avec un filtre F est mesurée par un amplificateur à température ambiante connecté par une ligne bifilaire blindée.



## REFERENCES

- [1] G.J. Dolan et J.H. Dunsmuir, *Physica B* **152**, 7 (1988).
- [2] J. Romijn et E. Van der Drift, *Physica B* **152**, 14 (1988).
- [3] T.A. Fulton et G.J. Dolan, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 109 (1987).
- [4] D. Vion, P.F. Orfila, P. Joyez, D. Esteve, et M.H. Devoret, *J. Appl. Phys.* **77**, 2519 (1994).

**Partie 1**  
**Echanges d'énergie entre**  
**électrons dans des fils**  
**métalliques mésoscopiques**



# Chapitre 1

## Mesure des échanges d'énergie entre électrons par spectroscopie tunnel

### 1.1 Interactions et échanges d'énergie

Dans un métal, l'interaction Coulombienne est efficacement écrantée par la polarisation du fluide électronique constitué de l'ensemble des électrons. Les électrons en mouvement sont “entourés” par un nuage d'écrantage, dont l'extension spatiale est de l'ordre de la distance moyenne entre électrons.

Les défauts statiques du réseau atomique, les impuretés et les bords d'un échantillon diffusent les électrons de façon élastique. Ces processus déterminent la constante de diffusion des électrons  $D$  à basse température. Dans ce régime dit diffusif, les collisions élastiques ont aussi un effet sur les collisions inélastiques entre électrons car elles modifient le nuage d'écrantage de l'interaction Coulombienne et augmentent le recouvrement des fonctions d'onde électroniques [1]. Il est prédit qu'aux plus basses températures, typiquement en dessous de 1 K, les interactions entre électrons prennent alors le pas sur les collisions électron-phonon comme source dominante d'échanges d'énergie et de décohérence.

Dans cette partie nous présentons une expérience destinée à mesurer directement les échanges d'énergie entre électrons dans des fils métalliques mésoscopiques. Des résultats préliminaires avaient été obtenus par Hugues Pothier *et al.* [2] sur deux échantillons en cuivre, un peu avant le début de cette thèse.

## 1.2 Réalisation d'une situation hors-équilibre stationnaire

### 1.2.1 Comment mesurer les échanges d'énergie entre électrons ?

L'idée est de réaliser une situation hors-équilibre stationnaire, dans laquelle les échanges d'énergie tendent à restituer un équilibre local.

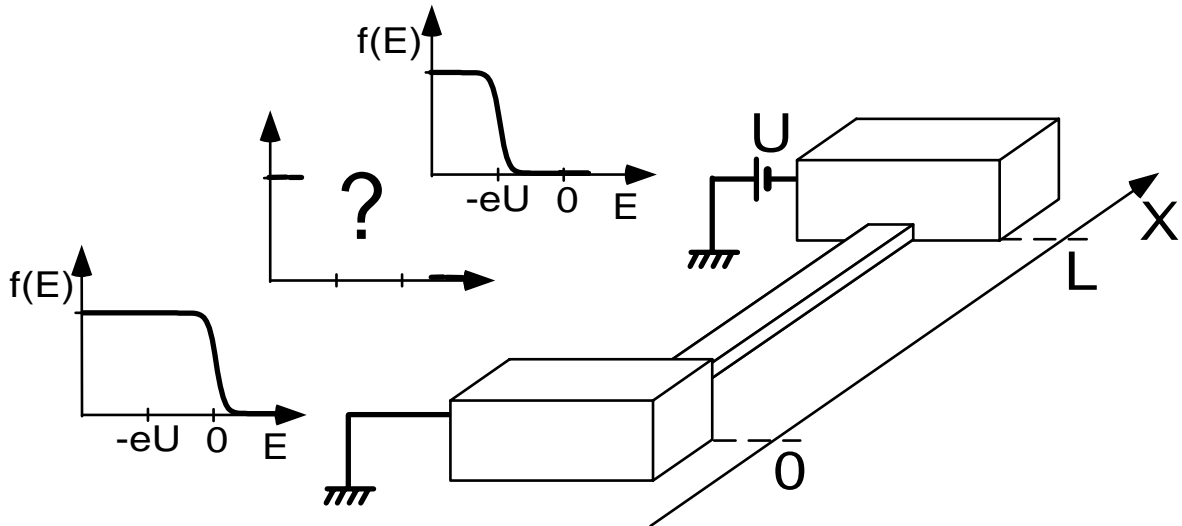


Fig. 1.1. Principe de l'expérience : un fil de longueur  $L$  est connecté à deux électrodes massives. Une différence de potentiel  $U$  est appliquée aux bornes du fil. Les fonctions de distribution des électrons dans les électrodes sont des fonctions de Fermi décalées en énergie par la différence de potentiel électrochimique  $eU$ .

Pour mettre en oeuvre cette idée simple, on connecte un fil métallique à deux électrodes massives portées aux potentiels électriques  $0$  et  $U$  (voir figure 1.1). Ces électrodes sont des "réservoirs" d'électrons, au sens de Landauer [3], avec des distributions en énergie données par des fonctions de Fermi dont les potentiels électrochimiques sont décalés de l'énergie  $eU$ .

La fonction de distribution en énergie des électrons dans le fil dépend des échanges d'énergie, comme le montre l'analyse des cas limites des électrons indépendants et des électrons en équilibre thermique local.

### 1.2.2 Limite des électrons indépendants

Un électron présent à la position  $x = X/L$ , où  $L$  est la longueur du fil, a une probabilité  $p_m = 1 - x$  de venir de l'électrode au potentiel  $0$  et  $p_u = x$  de l'électrode au potentiel  $U$ . Pour

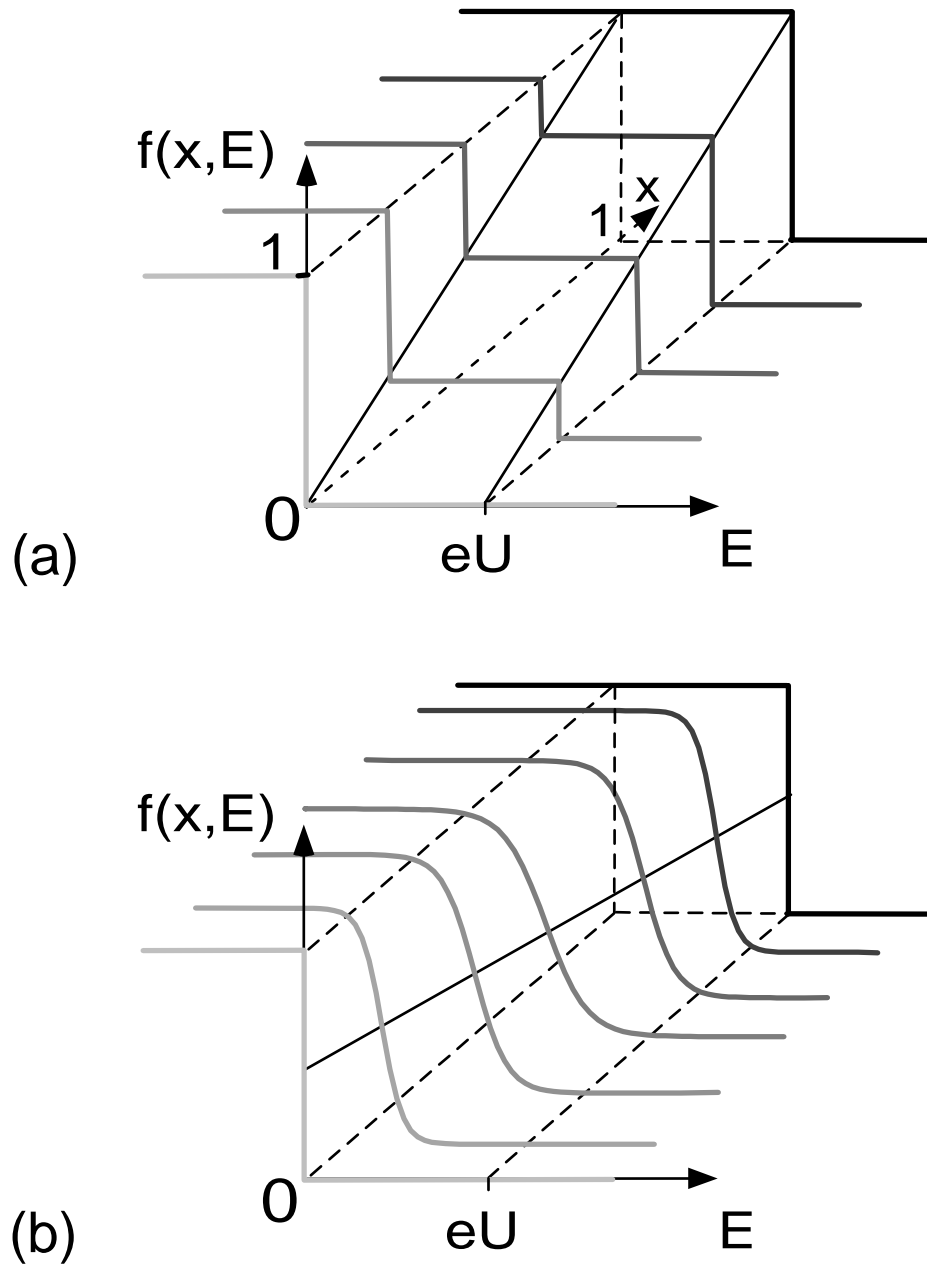


Fig. 1.2. Fonctions de distribution  $f(x, E)$  tracées en fonction de l'énergie  $E$  pour différentes positions  $x = X/L$ , dans la limite des électrons indépendants (a), et dans la limite des fortes interactions entre électrons en négligeant le couplage électron-phonon (b). Nous avons supposé  $k_B T \ll eU$  dans ces deux limites.

des électrons indépendants, qui diffusent dans le fil à énergie totale constante, la distribution en énergie est simplement celle de l'électrode d'origine. La fonction de distribution dans le fil est donc la somme de deux fonctions de Fermi décalées et pondérées par les probabilités  $p_m$  et  $p_u$  (voir figure 1.2 (a)) :

$$f(x, E) = x f_T(E) + (1 - x) f_T(E + eU), \quad (1.1)$$

où  $f_T(E) = 1/(1 + \exp(E/k_B T))$ .

Lorsque les électrons sont indépendants, la fonction de distribution en énergie a donc la structure d'une double marche.

### 1.2.3 Limite des électrons thermalisés : le régime des électrons chauds

Dans la limite opposée des forts échanges d'énergie entre électrons, un équilibre thermique local s'établit : la fonction de distribution dans le fil est une fonction de Fermi dont la température et le potentiel électrochimique dépendent de la position :

$$f(x, E) = f_{T_e(x)}(E + eUx). \quad (1.2)$$

On parle pour cette limite du régime des électrons chauds (voir figure 1.2 (b)). Pour déterminer la dépendance spatiale de la température, on résout l'équation de la chaleur [4–6] :

$$\frac{\pi^2}{6} \partial_{xx} (k_B T_e(x))^2 + (eU)^2 = 0, \quad (1.3)$$

avec les conditions aux limites  $T_e(0) = T_e(1) = T$ . On obtient ainsi l'expression de la température électronique  $T_e(x)$  en fonction de la position dans le fil et de la tension  $U$  appliquée :

$$T_e(x) = \sqrt{T^2 + x(1-x)U^2/\mathfrak{L}} \quad (1.4)$$

où  $\mathfrak{L} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \simeq 2.4 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2 \text{K}^{-2}$  est le nombre de Lorentz.

La forme des fonctions de distribution, très différente dans les deux limites considérées, reflète bien le résultat de la compétition entre le flux d'électrons provenant directement des électrodes et le taux d'échange d'énergie  $\tau_{\text{in}}^{-1}$  entre les électrons. Pour déterminer précisément la nature et la quantité des échanges d'énergie dans le système d'électrons, il faut se placer au mieux entre ces deux limites génériques. Pour cela, nous pouvons adapter la longueur du fil. En effet, la forme de la distribution en énergie dépend essentiellement du rapport entre

le temps de diffusion des électrons à travers le fil  $\tau_D = L^2/D$  et le temps  $\tau_{in}(eU)$  nécessaire pour échanger une énergie de l'ordre de  $eU$ . Les interactions inélastiques ont donc un impact sur la fonction de distribution qui augmente quadratiquement avec la longueur du fil. Nous avons ainsi utilisé dans nos expériences des fils de  $1.5 \mu\text{m}$  à  $20 \mu\text{m}$ .



## 1.3 Une sonde tunnel pour mesurer la distribution en énergie des électrons

Il est essentiel dans cette expérience de pouvoir mesurer la fonction de distribution des électrons dans le fil. Nous utilisons pour ce faire un doigt de mesure supraconducteur connecté au fil à travers une petite jonction tunnel (voir Fig. 1.3).

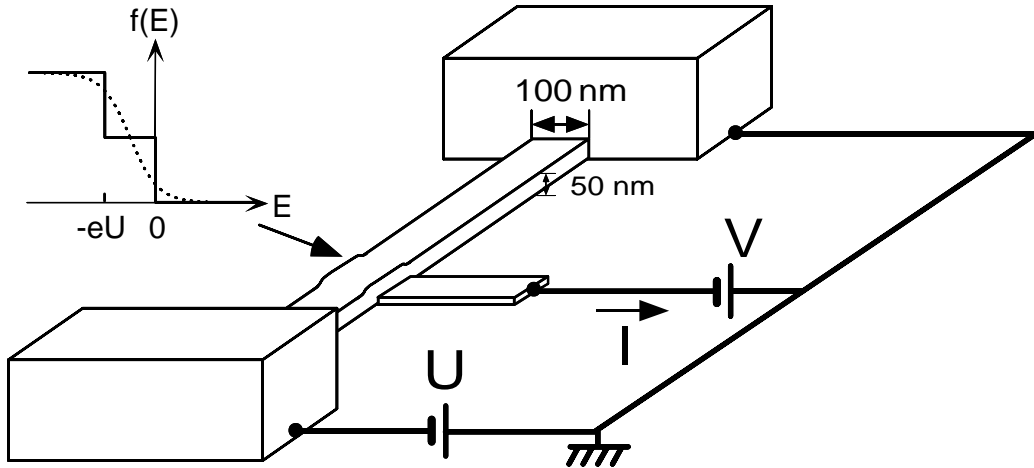


Fig. 1.3. La fonction de distribution en énergie en un point du fil est déduite de la mesure de la conductance différentielle  $\frac{dI}{dV}(V)$  d'une jonction tunnel entre le fil et une électrode supraconductrice placée en dessous.

### 1.3.1 Principe de la mesure

Une jonction tunnel est une connection entre deux électrodes conductrices à travers une fine couche isolante, typiquement de 1 ou 2 nm (voir la figure 1.4). Pour les électrons de conduction, cette couche isolante est une barrière de potentiel infranchissable d'après les lois de la physique classique. Toutefois, cette barrière peut être fabriquée suffisamment fine pour que les sauts quantiques par effet tunnel permettent un transport de charge significatif.

Lorsque les énergies mises en jeu sont petites par rapport à la hauteur de la barrière tunnel (typiquement 1 eV pour nos expériences) et que l'impédance électrique en série avec la jonction est petite par rapport au quantum de résistance  $R_K = h/e^2 \simeq 25.8 \text{ k}\Omega$ , la conductance de la jonction tunnel  $G(V) = \frac{dI}{dV}(V)$ , où  $V$  est appliquée entre le fil métallique et le doigt de mesure, dépend uniquement de la densité d'états électronique et de la distribution en énergie dans les deux électrodes qu'elle connecte (cf. Partie 3 de cette thèse, quand  $Z_{\text{env}} \lesssim 50 \text{ }\Omega \ll R_K$ ). Pour

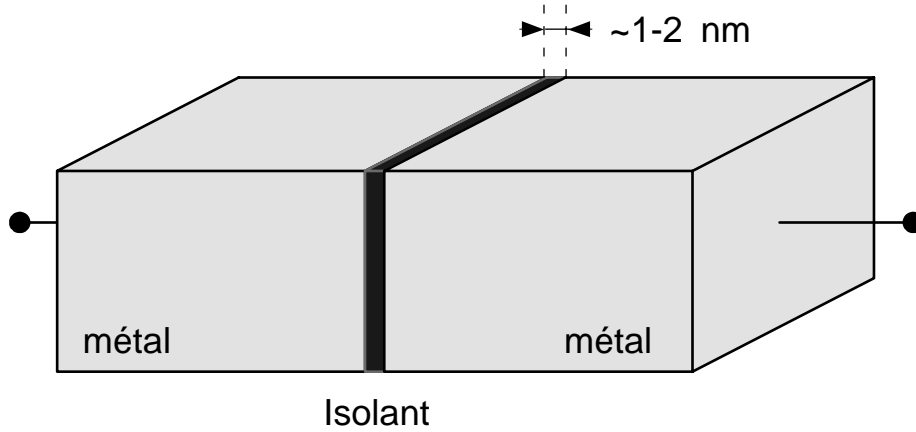


Fig. 1.4. Jonction tunnel entre des électrodes métalliques. Une jonction tunnel est caractérisée par sa résistance tunnel  $R_T$  et sa capacité géométrique  $C$ .

notre dispositif, cette conductance tunnel s'écrit :

$$G(V) = \frac{1}{R_T} \left( 1 + \int dE \frac{\partial n_{\text{BCS}}}{\partial E}(E - eV) f(x, E) \right), \quad (1.5)$$

où  $n_{\text{BCS}}(E) = \text{Re}\left[\frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}\right]$  est le rapport, donné par la théorie BCS, entre la densité d'états du supraconducteur et celle du même métal à l'état normal;  $\Delta$  le gap du supraconducteur;  $f(x, E)$  est la distribution en énergie des électrons dans le fil à la position  $x$  de la jonction tunnel; et  $R_T$  est la résistance tunnel de la jonction. Nous avons supposé ici que la densité d'états dans le fil métallique est constante sur la gamme d'énergie explorée, et que la température des électrons dans le doigt de mesure supraconducteur est petite par rapport au gap supraconducteur  $\Delta$ . Ces conditions sont satisfaites dans notre expérience.

### 1.3.2 Procédure expérimentale

La détermination de la distribution en énergie des électrons dans le fil nécessite deux étapes.

D'abord il faut mesurer les paramètres de la jonction sonde. Pour cela, on mesure la conductance tunnel sans appliquer de tension aux bornes du fil. La distribution  $f(x, E)$  est alors une fonction de Fermi dont la température est voisine de celle du réfrigérateur. Avec cette forme de distribution, nous déterminons le gap supraconducteur  $\Delta$  et la résistance tunnel  $R_T$  en ajustant ces deux paramètres, en même temps que la température des électrons, pour rendre compte le plus précisément possible de la dépendance en tension de la conductance tunnel mesurée. En pratique, nous observons parfois un faible hystérésis sur la caractéristique

courant-tension de la jonction tunnel, lorsque la tension est de l'ordre de  $\Delta/e$ . Pour l'éliminer, et être ainsi capable de rendre compte de la conductance tunnel mesurée par la simple convolution d'une densité d'états BCS et d'une fonction de Fermi, nous appliquons un petit champ magnétique, de l'ordre de 5 mT.

Ces deux paramètres déterminés, on peut "déconvoluer" l'expression (1.5) pour déduire la fonction de distribution  $f(x, E)$ , à la position  $x$  de la jonction tunnel, lorsque  $U \neq 0$ . Pour cela, on minimise l'écart quadratique moyen entre les conductances tunnel calculée et mesurée [7].

### 1.3.3 Test des déconvolutions

Nous avons représenté sur la figure 1.5 trois caractéristiques courant-tension mesurées et les fonctions de distribution qui leur correspondent.

La fonction de distribution du panneau supérieur est obtenue en déconvoluant la conductance tunnel mesurée à  $U = 0$  sur un fil de cuivre, avec les paramètres  $R_T = 41 \text{ k}\Omega$  et  $\Delta = 212 \text{ }\mu\text{eV}$  que nous venons d'ajuster sur cette même conductance. Il s'agit bien d'une distribution de Fermi, à la température  $T_e = 40 \text{ mK}$ , légèrement supérieure à la température du réfrigérateur à dilution (30 mK).

La fonction de distribution présentée dans le panneau centre droit provient de la conductance tunnel d'une jonction placée au centre d'un fil d'argent de  $5 \text{ }\mu\text{m}$  de long et aux bornes duquel la différence de potentiel est  $U = 328 \text{ }\mu\text{V}$ . La distribution en énergie est proche de la double marche, tracée en pointillés, attendue dans la limite des électrons indépendants. La position des contre-marches, à  $E = 0$  et  $-328 \text{ }\mu\text{eV}$ , correspond bien à la tension appliquée.

Sur le panneau inférieur droit, nous présentons la distribution en énergie obtenue au milieu d'un fil d'or de  $5 \text{ }\mu\text{m}$  pour  $U = 300 \text{ }\mu\text{V}$  appliquée au fil. Dans cette configuration, la fonction de distribution des électrons est très proche d'une fonction de Fermi à la température  $T = \frac{U}{2\sqrt{2}} \simeq 960 \text{ mK}$  (ligne pointillée) attendue dans le régime des électrons chauds.

## Déconvolution des conductances mesurées

Conductance tunnel  $\longrightarrow$  Fonction de distribution

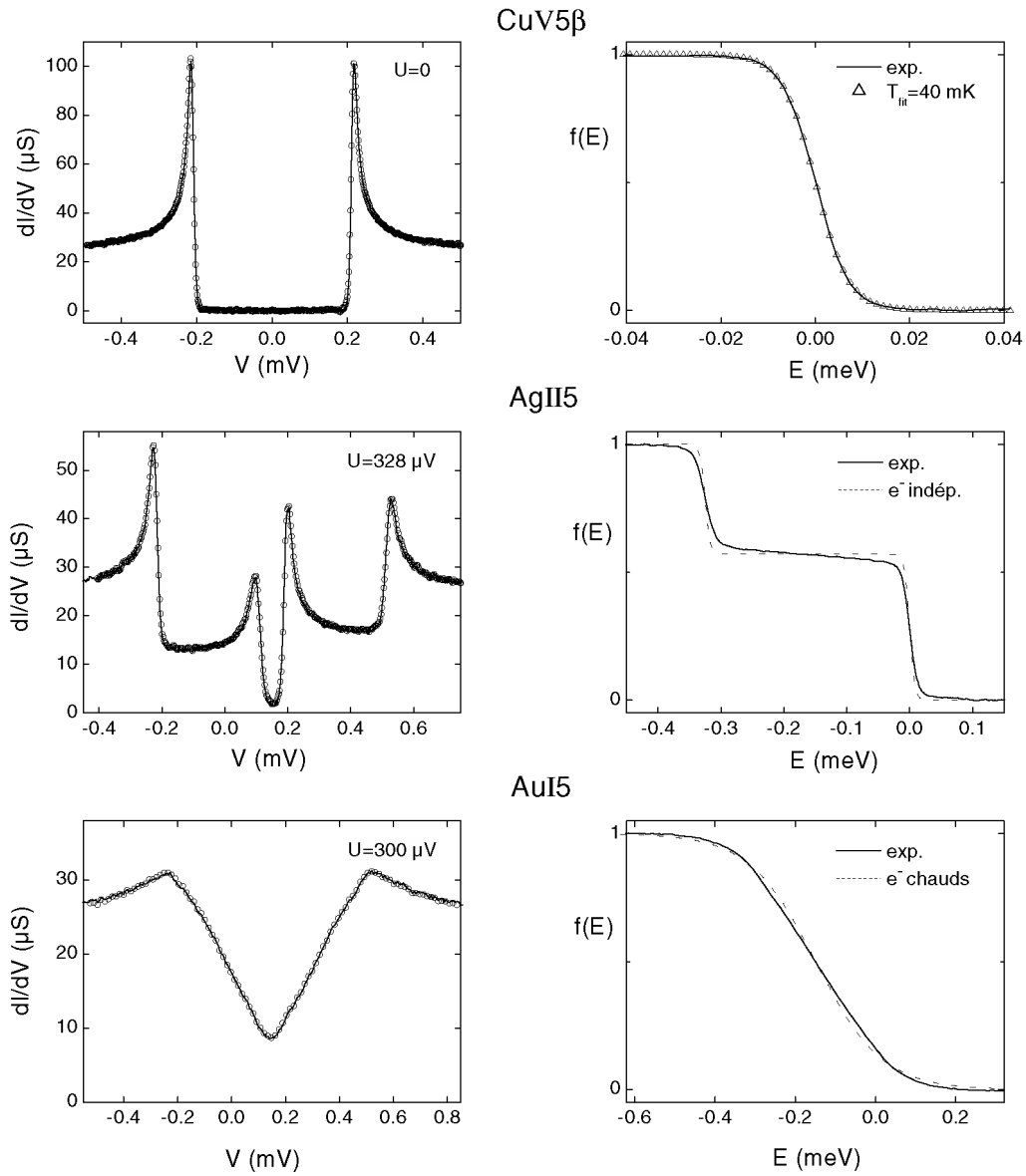


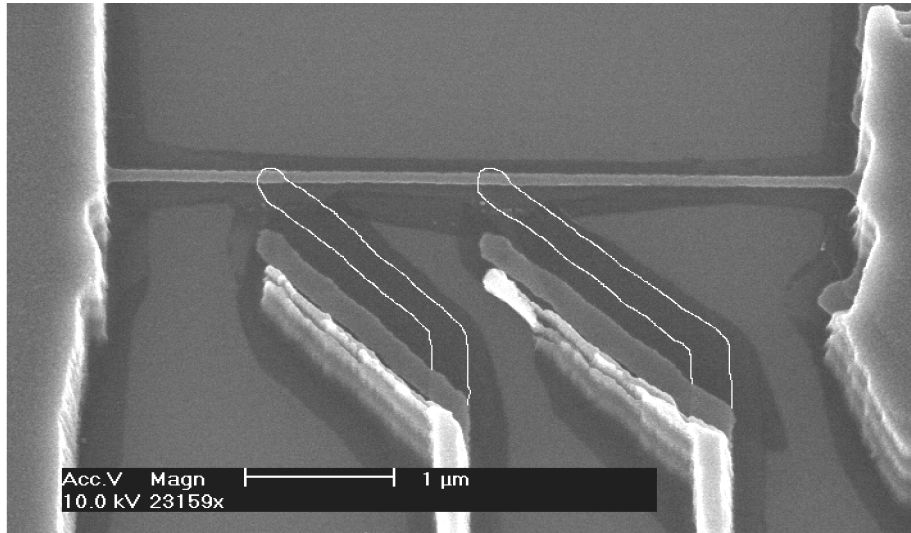
Fig. 1.5. Traits pleins sur les panneaux de gauche : conductance dynamique de la sonde tunnel. Traits pleins sur les panneaux de droite : fonctions de distribution obtenues en déconvoluant la conductance dynamique mesurée. Les conductances dynamiques correspondant précisément à ces distributions sont tracées avec des symboles ouverts sur les panneaux de gauche.

## 1.4 Géométrie et propriétés électriques des échantillons

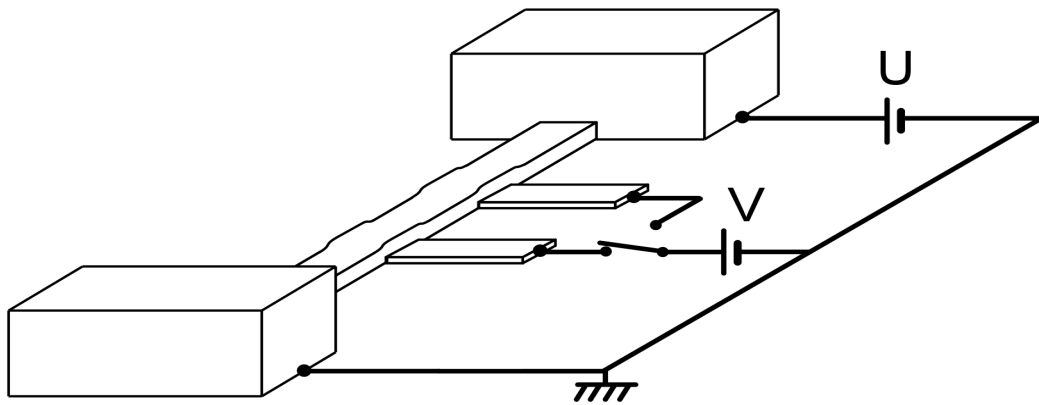
La photo d'un échantillon contenant un fil de cuivre de  $5 \mu\text{m}$  est présentée sur la figure 1.6. Les fils que nous avons mesurés font  $1.5, 5, 10$  ou  $20 \mu\text{m}$  de long, pour  $45 \text{ nm}$  d'épaisseur (sauf l'échantillon CuIII, qui fait  $90 \text{ nm}$  d'épaisseur) et de  $65$  à  $165 \text{ nm}$  de large. Nous avons fabriqué des échantillons de 3 métaux différents : argent, cuivre et or. Les fils ont été déposés sur un substrat de silicium oxydé à travers un masque suspendu fabriqué par lithographie électronique. La distribution en énergie des électrons est mesurée en un ou deux points par des doigts de mesure en aluminium ( $\Delta \simeq 210 \mu\text{eV}$ ), connectés au fil métallique à travers une jonction tunnel. Les doigts de mesure ont une épaisseur d'environ  $25 \text{ nm}$ . Les électrodes aux bornes du fil doivent être épaisses pour constituer de bons réservoirs d'électrons. Elles ont une épaisseur typique de  $450 \text{ nm}$ . Afin de combiner ces différents matériaux et épaisseurs, nous utilisons trois angles d'évaporation. C'est ce qui explique les images parasites que l'on voit autour des doigts de mesure<sup>13</sup>. Les principales caractéristiques géométriques et électriques des échantillons sont récapitulées dans la table 1.1. Pour classer les échantillons nous utilisons le système décrit sur la figure 1.7.

Le coefficient de diffusion  $D$  est déduit de la relation d'Einstein  $\sigma = \nu_F e^2 D$ , où  $\sigma = L/(Rw\ell)$  et  $\nu_F$  est la densité d'états au niveau de Fermi par unité de volume et d'énergie. Le libre parcours élastique  $l_e$  est donné par la relation  $D = \frac{1}{3}v_F l_e$ , où  $v_F$  est la vitesse de Fermi. Les valeurs de  $\nu_F$  et  $v_F$  que nous avons utilisées pour l'argent, le cuivre et l'or sont récapitulées dans la table 1.2.

<sup>13</sup> Les images parasites du fil sont déposées sur les flancs du masque suspendu, ou sur le masque suspendu lui-même, qui est dissous dans de l'acétone à la fin de la fabrication.



(a)



(b)

Fig. 1.6. (a) Photographie au microscope électronique d'un échantillon. Le conducteur des deux doigts de mesures supraconducteurs est surligné en blanc. Les images parasites des doigts de mesure résultent du procédé de fabrication des échantillons. (b) Représentation schématique d'un échantillon.

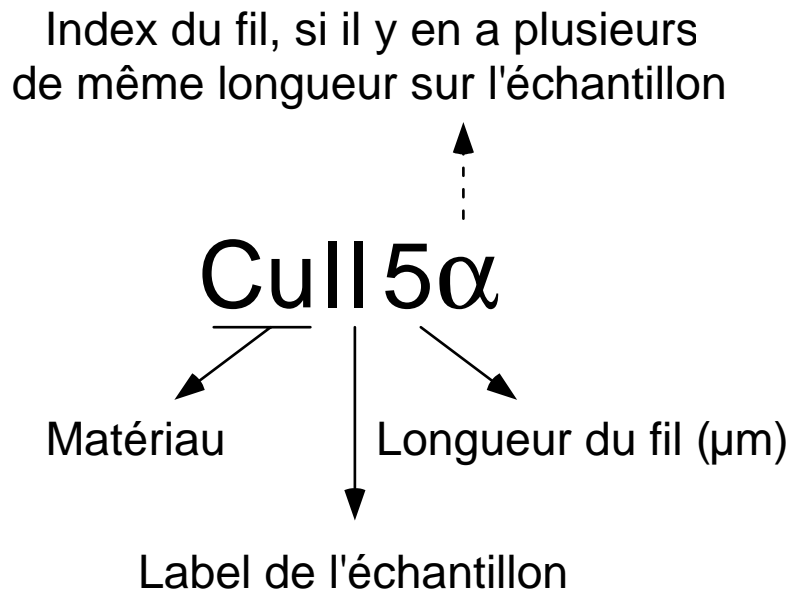


Fig. 1.7. Système de notation des échantillons.

Echantillon	$w$ (nm)	$\ell$ (nm)	$R$ ( $\Omega$ )	$D$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$l_e$ (nm)	$\tau_D$ (ns)
CuI1.5	95	45	14.5	58.5	11	0.36
CuI5	95	45	53	55	10.5	4.5
CuII5	125	45	76	29	5.5	8.5
CuIII1.5	170	90	1.9	120	23	0.17
CuIII5	150	90	5.5	99	19	2.6
CuIV5	95	45	47	64	12.5	4.2
CuV5 $\alpha$	85	45	36	93	18	2.8
CuV5 $\beta$	98	45	31	94	18	2.8
AuI1.5	165	45	5.5	130	27.5	0.18
AuI5	165	45	17	135	29.5	1.8
AgI5	90	45	41	115	24.8	2.2
AgII5	66	45	44	150	32	1.8
AgII10	65	45	81	165	35.5	6.4
AgIII20	160	45	45	230	50	16.7
AgIV20 $\alpha$	95	45	86	205	44	19
AgIV20 $\beta$	100	45	91	184	39.5	21

Table 1.1. Caractéristiques géométriques et électriques des échantillons mesurés. La largeur est notée  $w$ , l'épaisseur  $\ell$ , la constante de diffusion  $D$ , la résistance  $R$ , le libre parcours élastique  $l_e$  et le temps de diffusion  $\tau_D$ . Les échantillons CuI et CuII ont été fabriqués et mesurés par H. Pothier *et al.* [2] avant le début de cette thèse.

	$\nu_F$ ( $\text{J}^{-1}\text{m}^{-3}$ )	$v_F$ (m/s)
Ag	$1.03 \cdot 10^{47}$	$1.39 \cdot 10^6$
Cu	$1.56 \cdot 10^{47}$	$1.57 \cdot 10^6$
Au	$1.14 \cdot 10^{47}$	$1.39 \cdot 10^6$

Table 1.2. Densité d'états au niveau de Fermi et vitesse de Fermi dans l'argent, le cuivre et l'or [8].





# Chapitre 2

## Prédictions théoriques pour les échanges d'énergie

Nous présentons dans ce chapitre le cadre théorique dans lequel nous calculons la distribution en énergie des électrons. Nous traitons le cas des interactions entre électrons, des interactions électron-phonon, et des échanges d'énergie avec des systèmes à deux niveaux. Nous mentionnons également la possibilité que les interactions entre électrons soient médiées par des impuretés magnétiques.

Dans tout le chapitre nous supposons que l'énergie des états électroniques est bien définie par rapport aux énergies sondées<sup>14</sup>.

### 2.1 Equation de Boltzmann dans le régime diffusif

Suivant Nagaev [9] et Kozub et Rudin [10], nous déterminons la fonction de distribution en énergie dans le fil avec l'équation de Boltzmann. Pour un fil diffusif, et en régime stationnaire, celle-ci s'écrit [9, 10] :

$$\frac{1}{\tau_D} \frac{\partial^2 f(x, E)}{\partial x^2} + \mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\}) = 0 \quad (2.1)$$

où  $\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\})$  est l'intégrale de collision des chocs inélastiques,  $\tau_D = L^2/D$  est le temps de diffusion, avec  $L$  la longueur du fil et  $D$  le coefficient de diffusion des électrons dans le fil.

---

<sup>14</sup> L'incertitude  $\delta E_i$  sur l'énergie d'un état électronique  $i$  est donnée par la relation d'incertitude temps-énergie de Heisenberg :  $\delta E \sim \hbar/\tau_i$  où  $\tau_i$  est le temps de vie de l'état  $i$ .  $\tau_i$  dépend de la fonction de distribution des électrons.

Les réservoirs aux bornes du fil imposent les conditions aux limites :

$$f(0, E) = f_T(E) \quad (2.2)$$

$$f(1, E) = f_T(E + eU), \quad (2.3)$$

où  $f_T(E)$  est la fonction de Fermi à la température  $T$  des électrodes.

### 2.1.1 Electrons indépendants

La limite des électrons indépendants s'obtient en négligeant l'intégrale de collision dans l'équation (2.1). Dans ce cas, la fonction de distribution varie linéairement avec la position  $x$ , et on retrouve l'expression (1.1) :

$$f(x, E) = x f_T(E) + (1 - x) f_T(E + eU).$$

### 2.1.2 Electrons chauds

Pour déterminer la fonction de distribution dans le régime des électrons chauds, il faut intégrer sur l'énergie  $E$  le produit de l'équation de Boltzmann (2.1) par  $E$ . Cette opération permet d'éliminer le terme de collision  $\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\})$ , car  $\int dE E \mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\}) = 0$  en raison de la conservation locale de l'énergie des électrons. Nous obtenons alors l'équation :

$$\int dE E \frac{\partial^2 f(x, E)}{\partial x^2} = 0. \quad (2.4)$$

En supposant alors que la fonction de distribution est une fonction de Fermi  $f(x, E) = f_{T_e(x)}(E + eUx)$ , nous pouvons effectuer l'intégration sur l'énergie dans l'équation (2.4) et on obtient l'équation de la chaleur (1.3) :

$$\frac{\pi^2}{6} \partial_{xx} (k_B T_e(x))^2 + (eU)^2 = 0. \quad (2.5)$$

## 2.2 Intégrale de collision pour des électrons en interaction

Nous explicitons dans cette section l'expression de l'intégrale de collision résultant de l'interaction Coulombienne écrantée en régime diffusif.

### 2.2.1 Forme de l'intégrale de collision

Lorsque les collisions inélastiques résultent d'une interaction à courte portée entre électrons, l'intégrale de collision s'écrit comme la différence entre deux termes locaux, l'un entrant, le taux auquel un état d'énergie  $E$  se peuple, l'autre sortant :

$$\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\}) = \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{in}}(x, E, \{f\}) - \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{out}}(x, E, \{f\})$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{in}}(x, E, \{f\}) &= \int d\varepsilon dE' f(x, E + \varepsilon)(1 - f(x, E)) \\ &\quad \times K(\varepsilon)f(x, E')(1 - f(x, E' + \varepsilon)) \end{aligned} \quad (2.6)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{out}}(x, E, \{f\}) &= \int d\varepsilon dE' f(x, E)(1 - f(x, E - \varepsilon)) \\ &\quad \times K(\varepsilon)f(x, E')(1 - f(x, E' + \varepsilon)). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Le "noyau" de l'interaction  $K(\varepsilon)$  est proportionnel à l'élément de matrice au carré de l'interaction pour un transfert d'énergie  $\varepsilon$  entre les deux électrons. Nous supposons que  $K(\varepsilon)$  ne dépend que de  $\varepsilon$  car les énergies  $E$  et  $E'$  sont proches de l'énergie de Fermi  $E_F$ , et que  $\varepsilon \ll E_F$ .

### 2.2.2 Noyau des interactions prédit par la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée

L'effet des interactions entre électrons dans les métaux diffusifs a été calculé par Altshuler *et al.* [1] au début des années 1980.

D'après la règle d'or de Fermi, le noyau de l'interaction  $K(\varepsilon)$  s'écrit :

$$K(\varepsilon) = \frac{2\pi}{\hbar} (\nu_F \Omega)^3 \langle |M(\varepsilon)|^2 \rangle_{\text{désordre}} \quad (2.8)$$

où  $\langle \rangle_{\text{désordre}}$  est une moyenne sur la position des diffuseurs,  $\Omega$  est le volume de l'échantillon, et  $|M(\varepsilon)|^2$  est la valeur moyenne du module au carré de l'élément de matrice des collisions pour

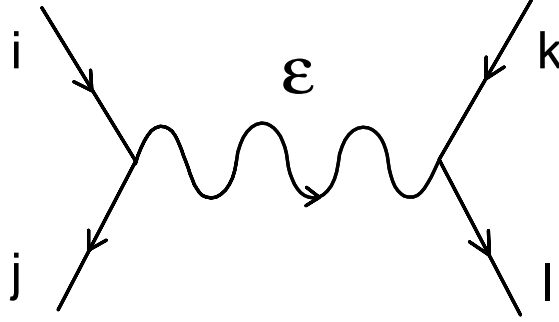


Fig. 2.1. Diagramme représentant l'échange d'une énergie  $\varepsilon$  entre deux électrons initialement dans les états  $i$  et  $k$ .

lesquelles une énergie  $\varepsilon$  est échangée (voir figure 2.1) :

$$|M(\varepsilon)|^2 = \langle |M_{ijkl}|^2 \rangle_{\substack{E_j - E_i = -\varepsilon \\ E_l - E_k = \varepsilon}}$$

avec

$$\begin{aligned} M_{ijkl} &= \int dr dr' \Psi_i(r) \Psi_j^*(r) U_{\varepsilon/\hbar}(r - r') \Psi_k(r') \Psi_l^*(r') \\ &\pm \int dr dr' \Psi_i(r) \Psi_j^*(r') U_{\varepsilon/\hbar}(r - r') \Psi_k(r') \Psi_l^*(r) \end{aligned}$$

où les  $\Psi(r)$  sont les fonctions d'onde dans l'espace réel des électrons en interaction, le terme  $\pm$  fait référence à la symétrie de l'état de spin ( $-$  si l'état de spin des deux électrons est symétrique,  $+$  si il est antisymétrique), et où  $U_{\varepsilon/\hbar}(r - r')$  est la transformée de Fourier temporelle, à la fréquence  $\varepsilon/\hbar$ , du potentiel d'interaction microscopique entre électrons. La moyenne sur le désordre de  $|M(\varepsilon)|^2$  élimine tous les termes pour lesquels il reste une phase associée à l'organisation spatiale des diffuseurs. Cela revient à ne conserver que les diagrammes dont les branches se referment sur elles mêmes. Finalement, en oubliant les collisions pour lesquelles il n'y a pas d'énergie échangée, seuls les diagrammes tels que  $i' = j$ ,  $j' = i$ ,  $k' = l$ ,  $l' = k$  contribuent (voir figure 2.2). Le noyau de l'interaction s'écrit donc :

$$\begin{aligned} K(\varepsilon) &= \frac{2\pi}{\hbar} (\nu_F \Omega)^3 \int dr dr' dr'' dr''' U_{\varepsilon/\hbar}(r - r') U_{-\varepsilon/\hbar}(r'' - r''') \\ &\times \left\langle \left\langle \Psi_i(r) \Psi_j^*(r) \Psi_j(r'') \Psi_i^*(r'') \Psi_k(r') \Psi_l^*(r') \Psi_l(r''') \Psi_k^*(r''') \right\rangle_{\substack{E_j - E_i = -\varepsilon \\ E_l - E_k = \varepsilon}} \right\rangle_{\text{désordre}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dans le régime diffusif et loin de la transition métal-isolant<sup>15</sup>, la quantité  $\langle \Psi_i(\mathbf{r}) \Psi_j^*(\mathbf{r}) \Psi_j(\mathbf{r}') \Psi_i^*(\mathbf{r}') \rangle_{E_j - E_i = -\varepsilon}$

<sup>15</sup> La transition métal-isolant survient lorsque la longueur de cohérence de phase  $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$  est du même ordre de grandeur que la longueur de localisation  $\xi \simeq \frac{LR}{\pi R}$ . Dans nos expériences  $L_\phi \ll \xi$ .

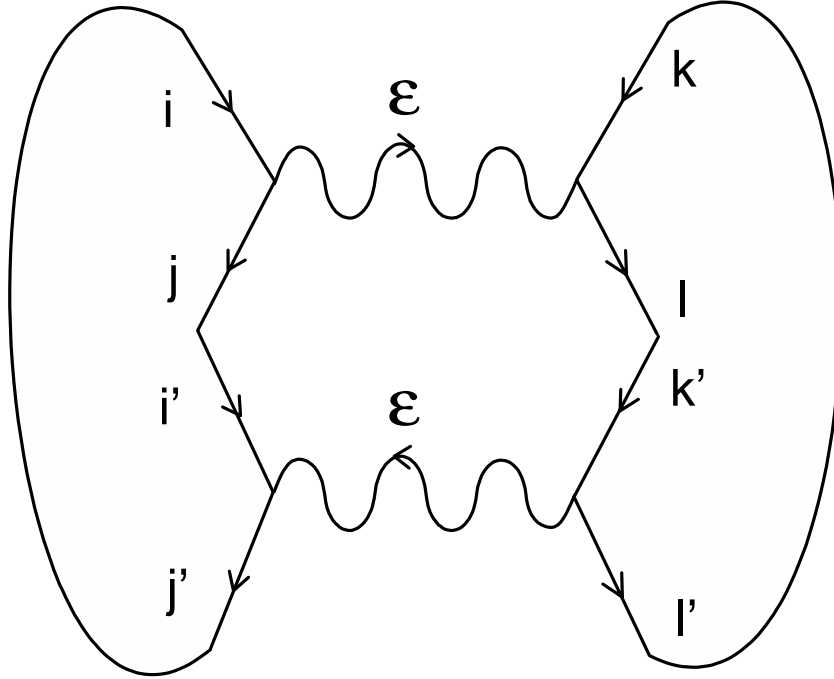


Fig. 2.2. Diagrammes contribuant au module au carré de l'élément de matrice moyenné sur le désordre.

moyennée sur le désordre est simplement la transformée de Fourier de la densité de probabilité classique symétrisée  $P(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', |t|)$  de diffuser de  $\mathbf{r}$  à  $\mathbf{r}''$  en un temps  $t$  [1, 11] :

$$\begin{aligned} \left\langle \left\langle \Psi_i(\mathbf{r}) \Psi_j^*(\mathbf{r}) \Psi_j(\mathbf{r}'') \Psi_i^*(\mathbf{r}'') \right\rangle_{E_j - E_i = \varepsilon} \right\rangle_{\text{désordre}} &= \frac{1}{\hbar \nu_F \Omega} \int dt e^{i\varepsilon t / \hbar} P(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', |t|) \quad (2.10) \\ &= \frac{1}{\hbar \nu_F \Omega} \tilde{P}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', \varepsilon). \end{aligned}$$

Dans un fil métallique, lorsque les énergies  $\varepsilon$  sondées sont suffisamment petites, c'est à dire lorsque  $\varepsilon < \hbar D / \max(w, \ell)$  où  $w$  et  $\ell$  sont respectivement la largeur et l'épaisseur du fil, seuls les modes de propagation uniformes dans les dimensions transverses interviennent dans  $\tilde{P}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', \varepsilon)$ . On a alors :

$$\tilde{P}(x, x'', \varepsilon) = \frac{1}{\pi} \int dq e^{iq(x-x'')} \operatorname{Re} \frac{1}{Dq^2 - i\varepsilon/\hbar}. \quad (2.11)$$

En utilisant les équations (2.10) et (2.11) dans (2.9), nous obtenons l'expression :

$$K(\varepsilon) = \frac{\nu_F S_e}{\pi^2 \hbar^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dq |U_{\varepsilon/\hbar}(q)|^2 \left[ \operatorname{Re} \frac{1}{Dq^2 - i\varepsilon/\hbar} \right]^2, \quad (2.12)$$

où  $S_e$  est la section du fil.

L'interaction Coulombienne écrantée a la forme :

$$U_{\varepsilon/\hbar}(q) = \frac{U^0(q)}{1 + \Pi(q, \varepsilon/\hbar)U^0(q)}, \quad (2.13)$$

où  $\Pi(q, \varepsilon/\hbar)$  est la polarisabilité du fluide électronique et  $U^0(q)$  est l'interaction Coulombienne nue. La polarisabilité, calculée dans un fil métallique loin de la transition métal-isolant en tenant compte du mouvement diffusif des électrons, est [1] :

$$\Pi(q, \varepsilon/\hbar) = \nu_F S_e \frac{Dq^2}{Dq^2 - i\varepsilon/\hbar}.$$

Dans un métal, la densité d'états  $\nu_F$  est généralement très élevée (typiquement  $\nu_F \sim 10^{47} \text{J}^{-1} \text{m}^{-3}$ ), de sorte que l'on peut faire l'approximation<sup>16</sup> :

$$U_{\varepsilon/\hbar}(q) \simeq \frac{1}{\Pi(q, \varepsilon/\hbar)}. \quad (2.14)$$

Le noyau de l'interaction s'écrit donc explicitement :

$$K(\varepsilon) = 2\sqrt{2} \frac{R_{Th}(\varepsilon)}{R_K} \frac{1}{\hbar\varepsilon}, \quad (2.15)$$

où  $R_K = h/e^2$  est le quantum de résistance et  $R_{Th}(\varepsilon)$  est la résistance d'une portion de fil de longueur  $L_{Th}(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\hbar D}{\varepsilon}}$ , dite longueur de Thouless. Cette longueur est la distance moyenne parcourue par les électrons pendant le temps  $\hbar/\varepsilon$ .

Par la suite, nous utiliserons un préfacteur deux fois plus grand qui correspond au calcul de Andreev et Kamenev<sup>17</sup> [12] :

$$K(\varepsilon) = \kappa_{3/2} \varepsilon^{-3/2}, \quad (2.16)$$

avec

$$\kappa_{3/2} = \left( \sqrt{D/2\pi} \hbar^{3/2} \nu_F S_e \right)^{-1}. \quad (2.17)$$

<sup>16</sup> En effet,  $\Pi(q, \varepsilon/\hbar)U^0(q) \sim \nu_F S_e e^2 / \varepsilon_0 \sim 10^6 \gg 1$ .

<sup>17</sup> Car nous ne sommes pas tout à fait sûr du préfacteur qui intervient dans l'équation (2.10).

## 2.3 Intégrale de collision résultant des interactions électron-phonon

Nous présentons dans cette section la dérivation de l'intégrale de collision résultant des interactions électron-phonon.

### 2.3.1 Cadre théorique

Nous supposons que la température des phonons  $T_p \simeq T$  est petite devant la température de Debye  $\theta_D$ . Nous pouvons donc tenir compte uniquement de la branche acoustique des phonons, et l'énergie d'un phonon de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  est  $\varepsilon_q = \hbar s q$ , où  $s$  est la vitesse du son.

Nous allons considérer que les fonctions d'ondes électroniques sont des ondes planes, et non pas les fonctions d'ondes diffusives qui nous ont permis de calculer l'intégrale de collision résultant des interactions entre électrons. Cette hypothèse délicate est justifiée car les interactions électron-phonon jouent un rôle uniquement aux grandes énergies qui correspondent, via la relation  $\varepsilon_q = \hbar s q$ , à des longueurs de l'ordre ou inférieures au libre parcours élastique dans nos fils. En effet, dans l'argent, le cuivre et l'or, la vitesse du son est typiquement  $s \sim 3500$  m/s. Pour des énergies échangées de l'ordre ou plus grandes que  $300 \mu\text{eV}$  (ou 3 K), le vecteur d'onde échangé est supérieur à  $0.15 \text{ nm}^{-1}$  ce qui correspond à des longueurs plus petites que 40 nm, et donc du même ordre de grandeur que le libre parcours élastique. Le véritable test de cette hypothèse est qu'elle permet, en particulier, de bien rendre compte de la variation du temps de cohérence de phase en fonction de la température dès que les collisions électron-phonon prennent le pas sur les interactions entre électrons (typiquement au dessus de 1 K).

Nous supposons que les phonons sont ceux du solide tridimensionnel. Dans la mesure où, dans nos fils, le libre parcours élastique est inférieur aux dimensions transverses cette condition est automatiquement vérifiée dans le cadre de l'hypothèse précédente.

Finalement, nous supposons aussi que l'interaction électron-phonon est un potentiel scalaire de déformation. Ainsi seul le mode longitudinal des phonons est couplé aux électrons, et le module au carré de l'élément de matrice électron-phonon s'écrit [13] :

$$|M|^2(\mathbf{q}) = |M_0|^2 q/\Omega, \quad (2.18)$$

où  $|M_0|^2$  ne dépend pas de la géométrie. Cette approximation est bonne lorsque la surface de Fermi est sphérique, ce qui est le cas à une bonne approximation dans l'argent, le cuivre et



l'or.

### 2.3.2 Intégrale de collision

D'après la règle d'or de Fermi, le taux de transition  $\Gamma_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$  d'un état électronique de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  à  $\mathbf{k}'$  est

$$\Gamma_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|M_0|^2 |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|}{\Omega} \left\{ \delta(E_k - E_{k'} + \varepsilon_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|}) (1 - f(E_{k'} + \varepsilon_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|})) n_{\text{ph}}(\varepsilon_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|}) \right. \\ \left. + \delta(E_k - E_{k'} - \varepsilon_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|}) (1 - f(E_{k'} - \varepsilon_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|})) (n_{\text{ph}}(\varepsilon_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|}) + 1) \right\}, \quad (2.19)$$

où  $n_{\text{ph}}(\varepsilon)$  est la fonction de distribution en énergie des phonons.

Pour obtenir le taux  $\Gamma_{\mathbf{k}}(\varepsilon)$  auquel un électron de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  émet ( $\varepsilon > 0$ ) ou absorbe ( $\varepsilon < 0$ ) un phonon d'énergie  $|\varepsilon|$ , il faut intégrer l'équation (2.19) sur tous les états  $k'$  à  $\varepsilon$  fixé. On obtient :

$$\Gamma_{\mathbf{k}}(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{2\pi\hbar^5 s^3 v_F} |M_0|^2 (1 - f(E_k - \varepsilon)) (n(|\varepsilon|) + \theta(\varepsilon)), \quad (2.20)$$

où  $\theta(\varepsilon)$  est la fonction marche, valant 1 si  $\varepsilon > 0$  et 0 sinon. La contribution des phonons  $\mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph}}(x, E, \{f\})$  à l'intégrale de collision peut toujours s'écrire comme la différence entre un terme entrant et un terme sortant :

$$\mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph}}(x, E, \{f\}) = \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph},\text{in}}(x, E, \{f\}) - \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph},\text{out}}(x, E, \{f\})$$

avec

$$\mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph},\text{in}}(x, E, \{f\}) = \int d\varepsilon f(x, E + \varepsilon) (1 - f(x, E)) \kappa_{\text{ph}} \varepsilon^2 (n_{\text{ph}}(|\varepsilon|) + \theta(\varepsilon)) \quad (2.21)$$

et

$$\mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph},\text{out}}(x, E, \{f\}) = \int d\varepsilon f(x, E) (1 - f(x, E - \varepsilon)) \kappa_{\text{ph}} \varepsilon^2 (n_{\text{ph}}(|\varepsilon|) + \theta(\varepsilon)), \quad (2.22)$$

où

$$\kappa_{\text{ph}} = \frac{|M_0|^2}{2\pi\hbar^5 s^3 v_F}. \quad (2.23)$$

En pratique, pour inclure l'effet des phonons dans le calcul de la fonction de distribution, nous déduisons  $\kappa_{\text{ph}}$  de la dépendance en température du temps de cohérence de phase  $\tau_{\phi}(T)$  mesuré sur des fils fabriqués de la même manière. Le lien entre la contribution des phonons aux échanges d'énergie et à la perte de cohérence de phase est détaillé dans la deuxième partie de cette thèse.

## 2.4 Couplage électron-impureté magnétique

Au premier ordre en perturbation, les impuretés magnétiques ne jouent pratiquement aucun rôle dans les échanges d'énergie entre électrons. En effet, les états de spin d'une impureté magnétique sont presque dégénérés et, en conséquence, les collisions électrons-impureté magnétique sont pratiquement élastiques au sens où l'énergie de l'électron est conservée. Toutefois, les termes d'ordre supérieur permettent des échanges d'énergie entre électrons car les états virtuels qui interviennent dans la théorie des perturbations ne conservent pas l'énergie totale (voir Fig. 2.3).

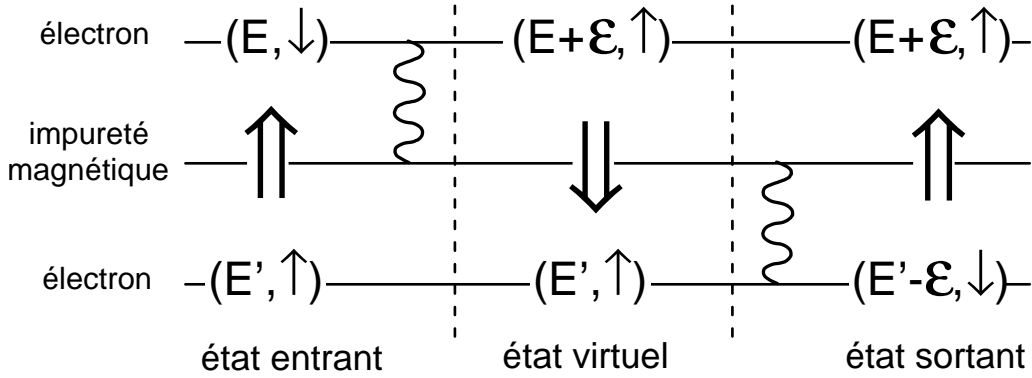


Fig. 2.3. Les interactions électron-impureté magnétique permettent de véhiculer les échanges d'énergie entre électrons à partir du deuxième ordre en perturbation.

A l'ordre deux, l'effet des interactions électron-impureté magnétique est équivalent à une interaction effective entre électrons proportionnelle à l'inverse de l'énergie  $\varepsilon$  échangée [14] :

$$U_{\text{eff}}(\varepsilon) \propto 1/\varepsilon. \quad (2.24)$$

D'après la règle d'or de Fermi, le noyau des interactions  $K_{e-im}(\varepsilon)$  est proportionnel au module au carré du potentiel effectif d'interaction. En conséquence, on obtient :

$$K_{e-im}(\varepsilon) = \kappa_{e-im}/\varepsilon^2. \quad (2.25)$$

Dans le cadre perturbatif, le préfacteur  $\kappa_{e-im}$  doit être très petit car il est proportionnel au potentiel d'interaction électron-impureté magnétique à la puissance 4. Toutefois, cette théorie perturbative simple n'est pas valable lorsque les énergies échangées et la température électronique sont de l'ordre de la température de Kondo  $T_K$ , dont la valeur est caractéristique

du système électron-impureté magnétique.

Des calculs théoriques actuellement en développement [15] indiquent que, pour des énergies sondées plus grande que la température de Kondo, l'effet des interactions à N-électrons revient essentiellement à renormaliser vers le haut le coefficient de couplage  $\kappa_{e-im}$  dans l'équation (2.25). Ceci pourrait permettre aux impuretés magnétiques de médier les échanges d'énergie entre électrons avec une efficacité suffisante pour être appréciable expérimentalement. Pour les énergies sondées inférieures à  $k_B T_K$ , le spin de l'impureté magnétique est écranté par les électrons de conduction [14]. Cet écrantage, qui est notamment à l'origine de la saturation de la résistivité, introduit une coupure inférieure à  $k_B T_K$  sur la dépendance du noyau des interactions en  $1/\varepsilon^2$ .

## 2.5 Couplage électron-système à deux niveaux

Dans cette section, nous présentons l'effet d'un couplage entre le fluide électronique et d'autres degrés de liberté du système. Nous nous limitons à des systèmes à deux niveaux (TLS, pour Two Level Systems) localisés et couplés uniquement aux électrons, qui ont été évoqués pour expliquer les mesures récentes d'une part du temps de cohérence de phase des électrons [16,17], et d'autre part les échanges d'énergie [18,19].

La première sous-section présente le calcul de l'intégrale de collision en présence d'une interaction électron-TLS. La deuxième sous-section traite de la réalité physique de ces systèmes.

### 2.5.1 Intégrale de collision résultant des interactions électron-TLS

Nous traitons l'effet des interactions entre les électrons et les systèmes à deux niveaux par une approche perturbative au premier ordre avec la règle d'or de Fermi (voir Fig. 2.4).

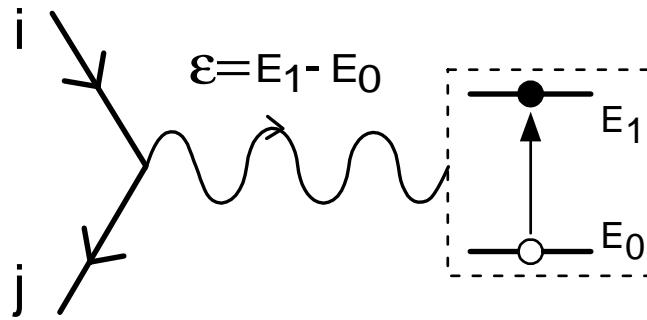


Fig. 2.4. Les échanges d'énergies entre électrons peuvent être médiés par des systèmes à deux niveaux.

Les taux  $\Gamma_+(\varepsilon)$  et  $\Gamma_-(\varepsilon)$  auxquels un système à deux niveaux, dont l'écart en énergie entre l'état excité et l'état fondamental est  $\varepsilon$ , change d'état s'écrivent respectivement, d'après la règle d'or de Fermi :

$$\Gamma_+(x, \varepsilon) = \lambda(\varepsilon)h(x, \varepsilon) \quad (2.26)$$

et

$$\Gamma_-(x, \varepsilon) = \lambda(\varepsilon)h(x, -\varepsilon),$$

où  $\lambda(\varepsilon)$  est un coefficient de couplage avec le fluide électronique, proportionnel au module au

carré de l'élément de matrice de l'interaction électron-système à deux niveaux, et où

$$h(x, \varepsilon) = \int dE f(x, E)(1 - f(x, E + \varepsilon)). \quad (2.27)$$

Les dérivées temporelles des probabilités  $P_+(x, \varepsilon)$  et  $P_-(x, \varepsilon)$  pour que le système à deux niveaux soit dans son état excité ou son état fondamental sont respectivement :

$$\partial_t P_+(x, \varepsilon) = P_-(x, \varepsilon)\Gamma_-(x, \varepsilon) - P_+(x, \varepsilon)\Gamma_+(x, \varepsilon) \quad (2.28)$$

et

$$\partial_t P_-(x, \varepsilon) = P_+(x, \varepsilon)\Gamma_+(x, \varepsilon) - P_-(x, \varepsilon)\Gamma_-(x, \varepsilon).$$

En régime stationnaire, on en déduit :

$$\frac{P_+(x, \varepsilon)}{P_-(x, \varepsilon)} = \frac{h(x, -\varepsilon)}{h(x, \varepsilon)},$$

ce qui permet d'écrire :

$$P_+(x, \varepsilon) = \frac{h(x, -\varepsilon)}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)} \quad (2.29)$$

et

$$P_-(x, \varepsilon) = \frac{h(x, \varepsilon)}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)}.$$

La contribution des collisions électron-système à deux niveaux à l'intégrale de collision s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{tls, in}}(x, E, \{f\}) &= \int_0^\infty d\varepsilon \lambda(\varepsilon)\eta_{\text{tls}}(\varepsilon) \{f(x, E + \varepsilon)(1 - f(x, E))P_-(x, \varepsilon) \\ &\quad + f(x, E - \varepsilon)(1 - f(x, E))P_+(x, \varepsilon)\} \\ &= \int_{-\infty}^\infty d\varepsilon f(x, E + \varepsilon)(1 - f(x, E)) \\ &\quad \times \lambda(|\varepsilon|)\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|) \frac{h(x, \varepsilon)}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{tls, out}}(x, E, \{f\}) &= \int_{-\infty}^\infty d\varepsilon f(x, E)(1 - f(x, E - \varepsilon)) \\ &\quad \times \lambda(|\varepsilon|)\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|) \frac{h(x, \varepsilon)}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

où  $\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)$  est la densité par unité de volume de systèmes dont les deux niveaux sont de  $\varepsilon$ . Les équations (2.30) et (2.31) sont tout à fait similaires à l'intégrale de collision qui résulte

des interactions directes entre électrons (Eqs. (2.6) et (2.7)). La différence essentielle est qu'il faut introduire un noyau de l'interaction  $K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\})$  qui dépend aussi de la distribution en énergie des électrons:

$$K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\}) = \frac{\lambda(|\varepsilon|)\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|)}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)}. \quad (2.32)$$

## 2.5.2 Modèle microscopique pour les TLS

Dans un métal diffusif, il existe de nombreux défauts dans le réseau atomique par rapport à l'état fondamental cristallin. Il est possible que des petits groupes d'atomes puissent se réorganiser localement selon deux ou plusieurs configurations métastables d'énergie voisine. Comme la probabilité de trouver de tels groupes d'atomes est certainement faible, nous pouvons raisonnablement supposer qu'il n'y a que deux configurations d'énergie voisine accessibles. Ces groupes d'atomes formeraient donc des systèmes à deux niveaux (TLS).

Pour une revue sur les systèmes à deux niveaux, le lecteur peut se référer à [20] (les références aux articles récents traitant du régime de couplage fort entre électrons et TLS sont citées dans [16]).

L'objectif de cette sous-section est de déterminer la forme du terme  $\lambda(\varepsilon)\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)$  qui apparaît dans l'équation (2.32).

### 2.5.2.1 Description Hamiltonienne des TLS

Si on suit le chemin de "difficulté minimale" (minimisant l'intégrale d'action) reliant les deux états métastables, on obtient un potentiel avec deux minimums locaux séparés par une barrière de potentiel, comme décrit sur la figure 2.5. On note  $\Psi_G$  et  $\Psi_D$  la fonction d'onde de l'état fondamental dans les puits de potentiels, respectivement de gauche et de droite, pris séparément. Comme l'écart en énergie entre deux états dans un même puits est de l'ordre de l'énergie de Debye  $\hbar\omega_0 \gg k_B T$ , nous pouvons généralement négliger les états excités. Dans la base des états  $|\Psi_G\rangle$  et  $|\Psi_D\rangle$ , le Hamiltonien de ce système à deux niveaux s'écrit :

$$\hat{H}_{\text{tls}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta & -\Delta_0 \\ -\Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

où  $\Delta$  est l'écart en énergie entre les deux configurations métastables,  $\Delta_0 \simeq \hbar\omega_0 \exp[-\lambda]$  caractérise le couplage tunnel entre les états  $|\Psi_G\rangle$  et  $|\Psi_D\rangle$  ( $\Delta_0 \propto \hbar\omega_0 \langle \Psi_G | \Psi_D \rangle$ ),  $\lambda \simeq d\hbar^{-1} \sqrt{2mV}$  est le facteur de Gamow,  $d$  est la distance entre les puits,  $V$  est la hauteur de la barrière de

potentiel et  $m$  est la masse effective des atomes qui se réorganisent. On obtient l'écart en énergie  $\varepsilon = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2}$  en diagonalisant le Hamiltonien  $\hat{H}_{\text{tls}}$ .

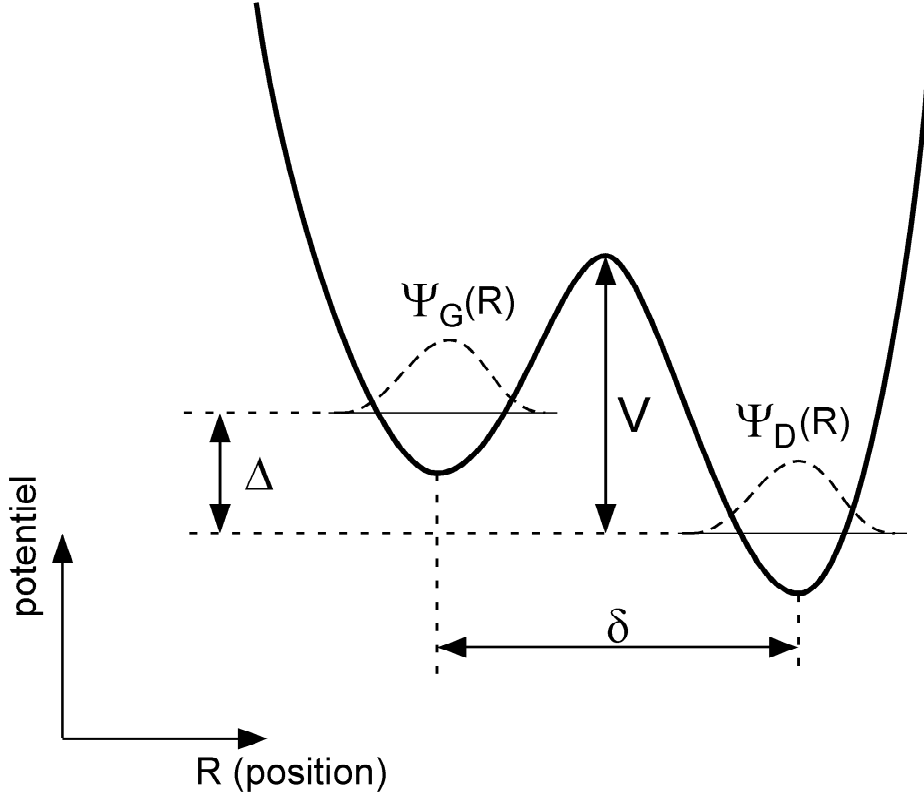


Fig. 2.5. Représentation schématique de la barrière de potentielle séparant les deux états du TLS.

### 2.5.2.2 Hamiltonien de couplage électron-TLS

Le potentiel qui diffuse les électrons dépend de la configuration atomique. Il en résulte un terme de couplage électron-TLS qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} &= \sum_{j,\alpha} U(\hat{\mathbf{r}}_j - \hat{\mathbf{R}}_\alpha) \\ &= \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',s,\alpha} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \exp\left[i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \hat{\mathbf{R}}_\alpha\right] \hat{c}_{\mathbf{k}s}^+ \hat{c}_{\mathbf{k}'s}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

où  $\hat{\mathbf{r}}_j$  est l'opérateur position de l'électron  $j$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_\alpha$  est l'opérateur position de l'atome  $\alpha \in \{1, N\}$  ( $N$  étant le nombre d'atomes impliqués dans le système à deux niveaux considéré), et  $\hat{c}_{\mathbf{k}s}^+$  et  $\hat{c}_{\mathbf{k}s}$  sont respectivement les opérateurs créations et destruction d'un électron de spin  $s$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . En tronquant l'Hamiltonien  $\hat{H}_{\text{int}}$  dans la base  $\{|\Psi_G\rangle, |\Psi_D\rangle\}$ , on obtient

l'expression :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', s} \begin{pmatrix} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z & U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x \\ U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x & -U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z \end{pmatrix} \hat{c}_{\mathbf{k}s}^+ \hat{c}_{\mathbf{k}'s}, \quad (2.35)$$

où  $U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x \sim U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z \langle \Psi_G | \Psi_D \rangle \ll U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z$  décrit une modification du couplage tunnel du fait des interactions avec les électrons (electron-assisted tunneling).

### 2.5.2.3 Terme de couplage électron-TLS

Le Hamiltonien  $\hat{H}_{\text{int}}$  peut être réécrit dans la base  $\{|\Psi_F\rangle, |\Psi_E\rangle\}$ , où  $\hat{H}_{\text{tls}}|\Psi_F\rangle = -\frac{\varepsilon}{2}|\Psi_F\rangle$  et  $\hat{H}_{\text{tls}}|\Psi_E\rangle = \frac{\varepsilon}{2}|\Psi_E\rangle$  sont respectivement l'état fondamental et l'état excité de  $\hat{H}_{\text{tls}}$  :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', s} \left( \begin{array}{c|c} \frac{\Delta U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z + \frac{\Delta_0}{\varepsilon} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x}{\frac{\varepsilon}{\Delta_0} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z + \frac{\Delta}{\varepsilon} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x} & \frac{\Delta_0 U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z + \frac{\Delta}{\varepsilon} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x}{-\frac{\varepsilon}{\Delta_0} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^z - \frac{\Delta}{\varepsilon} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^x} \\ \hline & \end{array} \right) \hat{c}_{\mathbf{k}s}^+ \hat{c}_{\mathbf{k}'s}. \quad (2.36)$$

En conséquence, le terme de couplage  $\lambda(\varepsilon, \Delta_0)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \lambda(\varepsilon, \Delta_0) &= \frac{2\pi}{\hbar} \nu_F \Omega \left\langle \left| \langle \Psi_E | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_F \rangle \right|^2 \right\rangle_{\varepsilon} \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} \nu_F \Omega \left( (\Delta_0/\varepsilon)^2 |U^z|^2 + (1 - (\Delta_0/\varepsilon)^2) |U^x|^2 \right), \end{aligned} \quad (2.37)$$

où  $\Omega$  est le volume de l'échantillon et  $|U^{x,z}|^2 = \left\langle |U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{x,z}|^2 \right\rangle_{\varepsilon}$ , avec  $\langle \rangle_{\varepsilon}$  la moyenne sur tous les états électroniques  $\{|\mathbf{k}\rangle, |\mathbf{k}'\rangle\}$  vérifiant  $E_{\mathbf{k}'} = E_{\mathbf{k}} - \varepsilon$ . Nous faisons l'approximation usuelle  $|U^{x,z}|^2$  indépendant de l'énergie  $\varepsilon$ , car  $\varepsilon \ll E_F$ .

### 2.5.2.4 Densité d'états des TLS

L'hypothèse la plus courante pour les matériaux vitreux est de supposer que les paramètres  $\Delta$  et  $\lambda$  sont distribués uniformément [20]. La densité de probabilité d'avoir le couplage tunnel  $\Delta_0 \simeq \hbar\omega_0 \exp[-\lambda]$  est donc proportionnelle à  $1/\Delta_0$ , car le paramètre  $\lambda$  caractérisant la barrière tunnel est distribué uniformément. En conséquence, la densité de probabilité  $P(\varepsilon, \Delta_0)$  d'avoir l'écart en énergie  $\varepsilon$  et le couplage tunnel  $\Delta_0$  s'écrit :

$$\begin{aligned} P(\varepsilon, \Delta_0) d\varepsilon d\Delta_0 &= P(\varepsilon, \Delta_0) \partial_{\Delta} \varepsilon d\Delta d\Delta_0 \propto \frac{d\Delta d\Delta_0}{\Delta_0} \\ \Rightarrow P(\varepsilon, \Delta_0) &\propto \frac{\varepsilon}{\Delta_0 \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_0^2}}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Le terme  $\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)\lambda(\varepsilon)$  défini dans la sous-section précédente, s'écrit :

$$\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)\lambda(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} P(\varepsilon, \Delta_0)\lambda(\varepsilon, \Delta_0) d\Delta_0 \quad (2.39)$$



$\sim$  constante,

où  $P(\varepsilon, \Delta_0)$  et  $\lambda(\varepsilon, \Delta_0)$  sont donnés respectivement par les équations (2.38) et (2.37).

Si, comme Ralph et Buhrman [21] pour interpréter leurs mesures de la conductance d'une nanoconstriction de cuivre, nous supposons que les deux états métastables  $|\Psi_G\rangle$  et  $|\Psi_D\rangle$  sont quasiment dégénérés ( $\Delta \sim 0$ ), alors  $\varepsilon \simeq \Delta_0$  et en conséquence,  $\eta_{\text{tls}}(\varepsilon) \propto 1/\varepsilon$  et  $\lambda(\varepsilon) \simeq \frac{2\pi}{\hbar} \nu_F \Omega |U^z|^2$ . On trouve alors dans ce cas :

$$\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)\lambda(\varepsilon) \propto 1/\varepsilon. \quad (2.40)$$

L'argument avancé pour justifier l'hypothèse  $\Delta \sim 0$  est que les emplacements vacants, les dislocations et les autres défauts du réseau atomique à l'origine des TLS, se trouvent dans un environnement quasi-cristallin à l'échelle de la distance interatomique et de la longueur d'écrantage [21, 22]. Ainsi, les symétries du réseau cristallin pourraient garantir que les deux états métastables  $|\Psi_G\rangle$  et  $|\Psi_D\rangle$  soient quasi-dégénérés.

## 2.6 Calcul de la fonction de distribution

Pour calculer la fonction de distribution dans un fil connecté à ses bornes à deux réservoirs portés à des potentiels différents, nous avons écrit un programme en C++ qui utilise l'évolution temporelle de la distribution en énergie des électrons pour trouver la solution stationnaire (voir figure 2.6). Nous partons d'une forme initiale de fonction de distribution évoluant ensuite selon l'équation de Boltzmann diffusivité non stationnaire :

$$f(x, E, t + \delta t) = f(x, E, t) + \Lambda \left( \frac{1}{\tau_D} \frac{\partial^2 f(x, E, t)}{\partial x^2} + \mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\}, t) \right), \quad (2.41)$$

où  $\Lambda$  est un paramètre optimisé à chaque itération pour accélérer l'évolution. Lorsque l'on atteint une distribution en énergie qui reste stable, c'est la solution de l'équation de Boltzmann stationnaire (2.1).

Nous nous sommes assurés que la forme finale de la fonction de distribution ne dépend pas de la fonction de distribution initiale choisie. En augmentant le couplage entre électrons, on retrouve bien le régime des électrons chauds avec la température donnée par l'équation (1.4). Le programme permet également de donner l'amplitude du bruit de grenaille du courant :

$$S_I = \frac{4}{R} \iint dx dE f(x, E)(1 - f(x, E)). \quad (2.42)$$

Nous avons vérifié que le rapport entre le bruit dans le régime des électrons chauds  $S_I = (\sqrt{3}/4)2eI$  [9, 10, 23] et le bruit dans le régime des électrons indépendants  $S_I = (1/3)2eI$  [9] est égal à  $\frac{\sqrt{3}/4}{1/3} \simeq 1.3$ . Enfin ce programme permet de calculer la fonction de distribution et le bruit de grenaille dans la géométrie particulière où les réservoirs en métal normal (placés aux extrémités du fil) sont remplacés par des réservoirs supraconducteurs (voir chapitre 4).

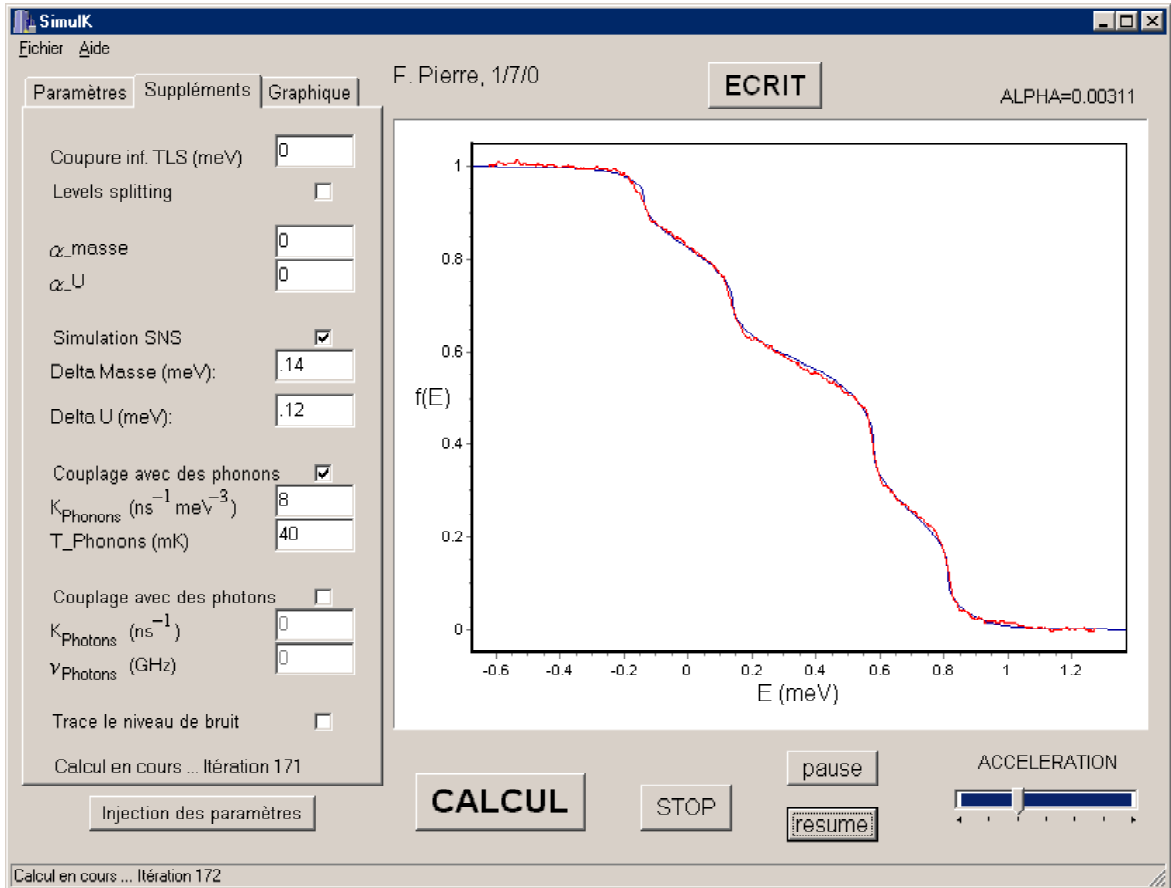


Fig. 2.6. Interface graphique du programme écrit en langage C++ permettant de calculer la fonction de distribution des électrons dans un fil métallique connecté à ses extrémités à des électrodes en métal normal ou supraconducteur, et de comparer le résultat aux courbes expérimentales.

# Chapitre 3

## Comparaison entre les fonctions de distribution mesurées et les prédictions théoriques

### 3.1 Distribution en énergie dans les fils d'argent

#### 3.1.1 Energy redistribution between quasiparticles in mesoscopic silver wires (article)

Cette sous-section reproduit l'article intitulé "Energy redistribution between quasiparticles in mesoscopic wires", par F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve et M. H. Devoret, publié dans *Journal of Low Temperature Physics* **118**, 437 (2000).

Cet article présente les fonctions de distribution mesurées dans quatre fils d'argent<sup>18</sup>. Les fonctions de distribution y sont analysées dans le cadre de la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée, sans interactions électron-phonon, mais en considérant la contribution d'éventuels systèmes à deux niveaux. Nous verrons dans la prochaine sous-section que la prise en compte des interactions électron-phonon, en plus de l'interaction Coulombienne écrantée, permet de rendre compte très précisément de ces mesures sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir des systèmes à deux niveaux dans les fils d'argent.

La correspondance entre la désignation des échantillons utilisée dans cette thèse et celle

---

<sup>18</sup> La pureté de la source d'évaporation était 99.9999%.

utilisée dans l'article qui suit est donnée sur la table 3.1.

# Energy Redistribution Between Quasiparticles in Mesoscopic Silver Wires

F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, and M.H. Devoret

*Service de Physique de l'Etat Condensé, Commissariat à l'Energie Atomique,  
Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

*We have measured with a tunnel probe the energy distribution function of quasiparticles in silver diffusive wires connected to two large pads (“reservoirs”), between which a bias voltage was applied. From the dependence in energy and bias voltage of the distribution function we have inferred the energy exchange rate between quasiparticles. In contrast with previously obtained results on copper and gold wires, these data on silver wires can be well interpreted with the theory of diffusive conductors either solely, or associated with another mechanism, possibly the coupling to two-level systems.*

*PACS numbers: 73.23.-b, 73.50.-h, 71.10.Ay, 72.70.+m.*

The present understanding of metals at low temperature relies on Landau's theory of Fermi liquids. In this theory, the elementary excitations of the electron fluid are nearly independent fermionic quasiparticles.<sup>1</sup> The residual interactions depend on the efficiency of the screening of Coulomb interactions, and increase if electrons are scattered by impurities, surface or lattice defects.<sup>2,3</sup> These interactions can be probed through the shape of the energy distribution function in an out-of-equilibrium situation. We have found in previous experiments on copper<sup>4</sup> and gold<sup>5</sup> wires that the energy exchange rate between quasiparticles is stronger and has a different energy dependence than predicted by Altshuler and Aronov's (AA) theory of diffusive conductors.<sup>3</sup> In the present paper, we report measurements of distribution functions in silver wires, where the interactions appear to be in closer agreement with AA theory.

The experimental setup used to probe the energy exchange rate is shown in Fig. 1. A metallic diffusive wire of length  $L$  is connected at both ends

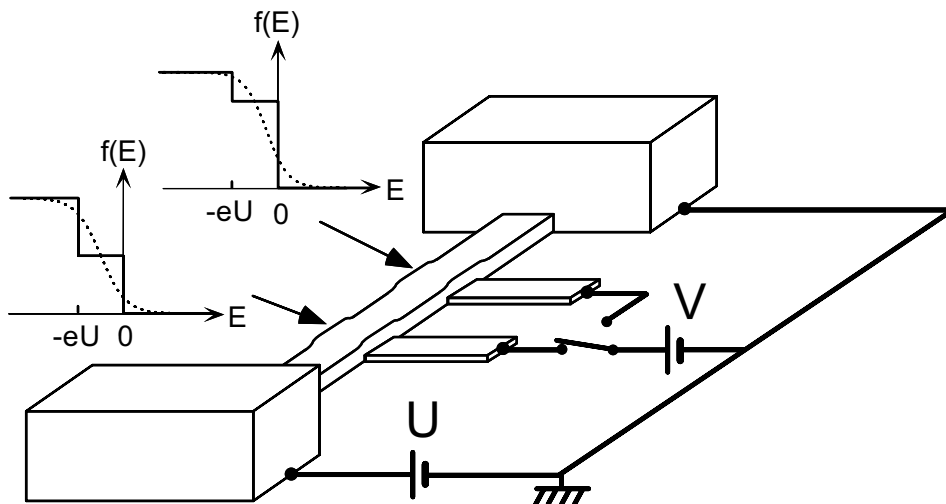


Fig. 1. Experimental layout: a metallic wire of length  $L$  is connected to large reservoir electrodes, biased at potentials  $0$  and  $U$ . In absence of interaction, the distribution function at a distance  $X = xL$  from the grounded electrode has an intermediate step  $f(E) = 1 - x$  for energies between  $-eU$  and  $0$  (solid curves) (we assume  $U > 0$ ). When interactions are strong enough to thermalize electrons, the distribution function is a Fermi function, with a space-dependent temperature and electrochemical potential (dotted curves). In the experiment, the distribution function is obtained from the differential conductance  $dI/dV(V)$  of the tunnel junction formed by the wire and a superconducting electrode placed underneath.

to large and thick electrodes called “reservoirs” in the following. The quasi-particle energy distribution  $f(x, E)$  at a distance  $X = xL$  from the right electrode, is obtained from the differential conductance  $dI/dV(V)$  of a tunnel junction between the wire and a superconducting electrode.<sup>4,6</sup> A voltage difference  $U$  is applied between the reservoirs in order to implement a stationary out-of-equilibrium situation. The shape of the distribution function  $f(x, E)$  depends on the average number of inelastic collisions a quasiparticle experiences during its diffusive motion from one of the electrodes to the position  $X$ , and on the amount of energy exchanged at each collision.

We present the results of four experiments, labeled A, B, C and D in the following. The wire length  $L = 5, 10, \text{ or } 20 \mu\text{m}$  is appended to the label; for instance the samples A5 and C20 are  $5$  and  $20 \mu\text{m}$ -long, respectively. All samples were fabricated by electron-gun evaporation of silver at several angles through a PMMA suspended mask patterned using e-beam lithography. The substrate was, as in our experiments on Cu and Au, thermally oxidized silicon. Samples with same labels (B5 and B10 on the one hand, D20a and

## Energy Redistribution Between Quasiparticles in Silver Wires

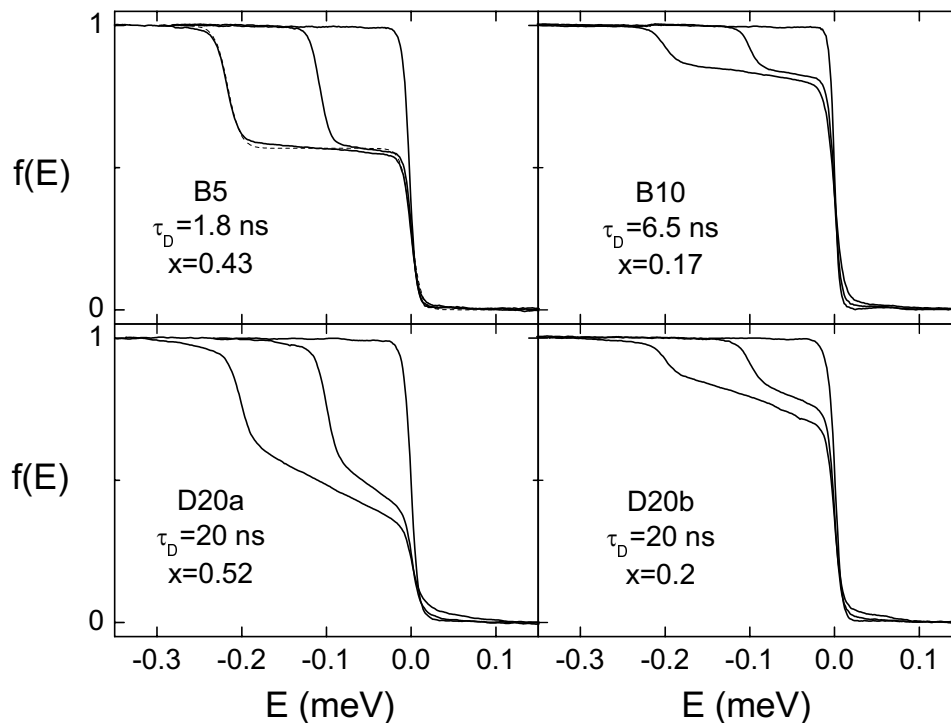


Fig. 2. Measured distribution functions for  $U = 0, 0.1$  and  $0.2$  mV in samples B5, B10, D20a and D20b (see Table 1). In the top left panel, the dotted line is the prediction for the non-interacting regime (Eq. (2)) for  $U = 0.2$  mV.

D20b on the other hand) were fabricated simultaneously. The thickness of the wires is 45 nm and their width  $w$  ranges between 65 nm and 150 nm. The electrodes at the ends of the wires are 400 nm-thick silver pads with an area of about  $1 \text{ mm}^2$ , thereby implementing adequate reservoirs.<sup>7</sup> The superconducting probes, made of aluminum,<sup>8</sup> were positioned at  $x = 0.5$  and/or at  $x = 0.2$ . The areas of the tunnel junctions are  $w \times 150 \text{ nm}$  and their tunnel resistances range between 23 k $\Omega$  and 130 k $\Omega$ . We estimated the diffusion coefficient  $D$  of quasiparticles, and hence the diffusion time  $\tau_D = L^2/D$ , from the low-temperature resistance of the wires. The samples were mounted in a copper box thermally anchored to the mixing chamber of a dilution refrigerator. Electrical connections were made through filtered coaxial lines,<sup>9</sup> and measurements were carried out at a temperature of 40 mK.

The distribution functions obtained at  $U = 0, 0.1$  and  $0.2$  mV are shown in Fig. 2. For  $U = 0$ ,  $f(E)$  is close to the expected Fermi function at the temperature of the refrigerator. For  $U \neq 0$ , the functions  $f(E)$  measured near the middle of the wire B5 (top left panel) display a sharp double step



with a plateau at height  $1 - x = 0.57$ . For comparison, we have plotted as a dotted line the best fit at  $U = 0.2$  mV with a linear combination of the Fermi functions of the reservoirs,<sup>10</sup> which is the expected distribution function in the non-interacting regime (see Refs.<sup>4,11</sup> and Eq. (2) below). The deviations from this regime are more apparent in sample D20a (bottom left panel), for which the diffusion time  $\tau_D = 20$  ns is significantly longer than in sample B5 where  $\tau_D = 1.8$  ns. In the right panels of Fig. 2 we show the distribution functions measured at the lateral position of samples B10 (top right panel) and D20b (bottom right panel). The height of the plateau well agrees with  $1 - x \approx 0.8$ , and the distribution functions are again more rounded for the wire with the longer diffusion time.

The distribution functions obtained in the experiments on copper and gold wires systematically display a scaling property:<sup>4</sup> as shown for a copper sample<sup>12</sup> in the right panel of Fig. 3,  $f(x, E)$  only depends, at each position, on the reduced variable  $E/eU$ . Such a scaling law is not observed in our silver samples: in particular, the slope of the plateau in the distribution functions of the wire D20a increases with  $U$  when plotted in reduced units (see the left panel of Fig. 3). This indicates that interactions between quasiparticles have a different energy dependence in the two types of samples. Interactions are also weaker in silver samples: as illustrated in Fig. 3, similar distribution functions are obtained for longer diffusion time in silver than in copper or gold samples.

In order to compare the energy distribution functions  $f(x, E)$  obtained experimentally with the theoretical predictions, we now explain how the energy exchange rate between quasiparticles determines  $f(x, E)$ . The stationary distribution function  $f(x, E)$  obeys the Boltzmann equation:<sup>11,13</sup>

$$\frac{1}{\tau_D} \frac{\partial^2 f(x, E)}{\partial x^2} + \mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\}) = 0 \quad (1)$$

where  $\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\})$  is the collision integral due to interactions between quasiparticles. The boundary conditions are imposed by the reservoirs at both ends:  $f(0, E) = \left(1 + \exp \frac{E}{k_B T}\right)^{-1}$  and  $f(1, E) = \left(1 + \exp \frac{E+eU}{k_B T}\right)^{-1}$ .

In the absence of inelastic scattering  $\mathcal{I}_{\text{coll}} = 0$  and the distribution function  $f_0(x, E)$  is:<sup>11</sup>

$$f_0(x, E) = (1 - x)f(0, E) + xf(1, E). \quad (2)$$

The function  $f_0(x, E)$  has a well-defined plateau for  $|eU| \gg k_B T$ , as observed in sample B5 (see Fig. 2).

The collision term  $\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\})$  is the difference of two terms: an in-collision term, the rate at which particles are scattered into a state of energy

## Energy Redistribution Between Quasiparticles in Silver Wires

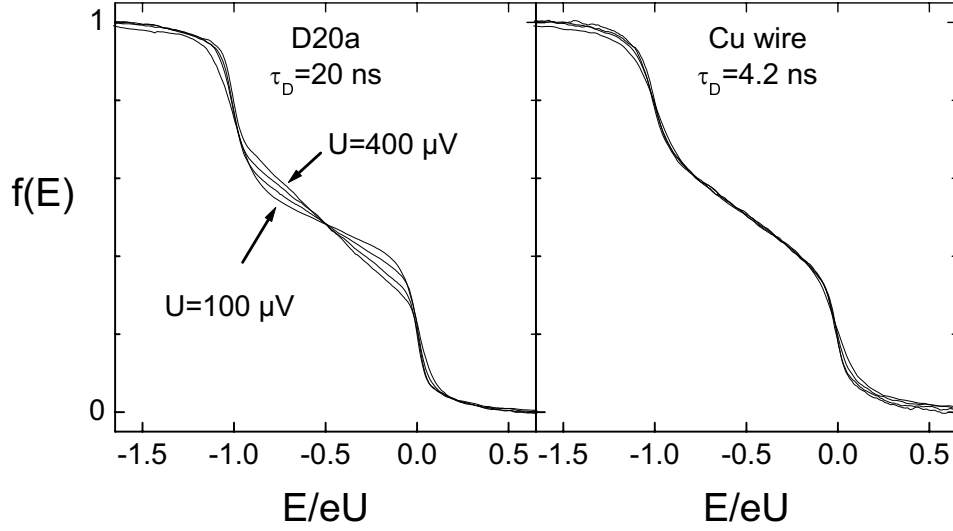


Fig. 3. Distribution functions for  $U = 0.1, 0.2, 0.3,$  and  $0.4$  mV, plotted as a function of the reduced energy  $E/eU$ . Left panel: Ag sample D20a; right panel: Cu sample,  $L = 5 \mu\text{m}$ .

$E$ , and an out-collision term:

$$\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E, \{f\}) = \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{in}}(x, E, \{f\}) - \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{out}}(x, E, \{f\}) \quad (3)$$

with

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{in,out}}(x, E, \{f\}) = & \int d\varepsilon dE' K(\varepsilon) \\ & \times f_{E+\varepsilon}^x (1 - f_{E,E-\varepsilon}^x) f_{E'}^x (1 - f_{E'+\varepsilon}^x) \end{aligned} \quad (4)$$

where the shorthand  $f_E^x$  stands for  $f(x, E)$ . Following Landau's approach,<sup>1</sup> we have first assumed that the dominant process is a two-quasiparticle interaction. Moreover the interaction is assumed to be local on the scale of variations of the distribution function. The kernel function  $K(\varepsilon)$  is proportional to the averaged squared interaction between two quasiparticles exchanging an energy  $\varepsilon$ . The scaling property observed for copper samples implies<sup>4</sup>  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-2}$ , as opposed to the AA prediction  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-3/2}$  for a diffusive conductor in the 1D regime.<sup>3</sup> In silver samples we have assumed that the interaction kernel still obeys a power law  $K(\varepsilon) = \kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}$ , with  $\kappa_\alpha$  and  $\alpha$  taken as fitting parameters. These best fit theory curves, obtained with the parameters given in the columns "fit  $\kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}$ " of Table 1, are plotted in Fig. 4 with full squares. For comparison, the best fits obtained with the exponent set at its predicted value  $\alpha = 3/2$  are plotted with open diamonds. Note that the same fitting parameters were used for all the samples

sample	parameters		fit $\kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}$			fit TLS+AA		theory
	$w$	$D$	$\alpha$	$\kappa_\alpha$	$\kappa_{3/2}$	$\kappa_{\text{TLS}}$	$\kappa_{3/2}$	$\kappa_{3/2}^{\text{thy}}$
A5	90	0.011	$1.6 \pm 0.2$	1.02	1.30	$0.7 \pm 0.7$	$1.15 \mp 0.15$	0.14
B5,10	65	0.015	$1.4 \pm 0.2$	0.73	0.62	$0.9 \pm 0.9$	$0.41 \mp 0.21$	0.17
C20	160	0.023	$1.2 \pm 0.15$	1.23	0.70	$2.1 \pm 0.5$	$0.19 \mp 0.11$	0.06
D20a,b	100	0.020	$1.2 \pm 0.15$	0.95	0.49	$1.5 \pm 0.4$	$0.20 \mp 0.08$	0.10

Table 1. Samples parameters and fit parameters. The wire width  $w$  is in nm, the diffusion constant  $D$  in  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ . The fit parameters  $\kappa_\alpha$  are given in  $\text{ns}^{-1}\text{meV}^{\alpha-2}$ , and  $\kappa_{\text{TLS}}$  is given in  $\text{ns}^{-1}\text{meV}^{-1}$ .

of a given experiment. We obtained the exponent values  $\alpha = 1.6 \pm 0.2$  and  $1.4 \pm 0.2$  for experiments A and B, respectively, which are compatible with the prediction  $\alpha = 3/2$  (the diamonds in the top panels of Fig. 4 are practically superimposed with the squares). This compatibility is not found for the experiments C and D, for which  $\alpha = 1.2 \pm 0.15$ : the quality of the fits is visibly degraded by imposing  $\alpha = 3/2$ , as shown in the bottom panels of Fig. 4. The slope of the intermediate plateau in the theoretical curve (open diamonds) is systematically too large at  $U = 100 \mu\text{V}$  and  $U = 200 \mu\text{V}$ .

In order to explain the discrepancy between the predicted exponent  $\alpha = 3/2$  and the value  $\alpha = 1.2 \pm 0.15$  extracted from experiments C and D, we have investigated theoretically the effect of two-level systems (TLS) on the energy exchange between quasiparticles. The relevance of TLS on phase relaxation has recently been suggested by several authors.<sup>15,16</sup> We assume here that the quasiparticles are weakly coupled to the TLS, which are equally distributed along the wire. These TLS could be atoms moving across crystalline defects, or impurities in the crystal, for example. The TLS are assumed to have a flat energy distribution, and to be all equally coupled to the quasiparticles. We treat the absorption and emission of energy by the two-level systems in the perturbative limit: the absorption rate  $\Gamma_+^x(\varepsilon)$  (respectively the emission rate  $\Gamma_-^x(\varepsilon)$ ) by a TLS at position  $x$  with an energy separation  $\varepsilon$  is given by Fermi's golden rule:  $\Gamma_+^x(\varepsilon) = \lambda p_-^x(\varepsilon) h^x(\varepsilon)$  (resp.  $\Gamma_-^x(\varepsilon) = \lambda p_+^x(\varepsilon) h^x(-\varepsilon)$ ). In these expressions,  $\lambda$  is the coupling constant between quasiparticles and the TLS,  $p_-^x(\varepsilon)$  (resp.  $p_+^x(\varepsilon)$ ) is the occupation probability of the low-energy level (resp. the high-energy level), and  $h^x(\varepsilon) = \int dE f_E^x(1 - f_{E-\varepsilon}^x)$ . Assuming that the TLS reach a local equilibrium with the quasiparticles, *i.e.*  $\Gamma_+^x(\varepsilon) = \Gamma_-^x(\varepsilon)$ , one obtains  $p_\pm^x(\varepsilon) = h^x(\pm\varepsilon)/(h^x(-\varepsilon) + h^x(\varepsilon))$ . Each term  $\lambda p_-^x(\varepsilon) f_E(1 - f_{E-\varepsilon})$  in  $\Gamma_+(\varepsilon)$  corresponds to an energy transfer of  $\varepsilon$  from a quasiparticle at energy  $E$  to a TLS. Therefore, it gives an ‘‘out’’ collision term in the Boltzmann equation

## Energy Redistribution Between Quasiparticles in Silver Wires

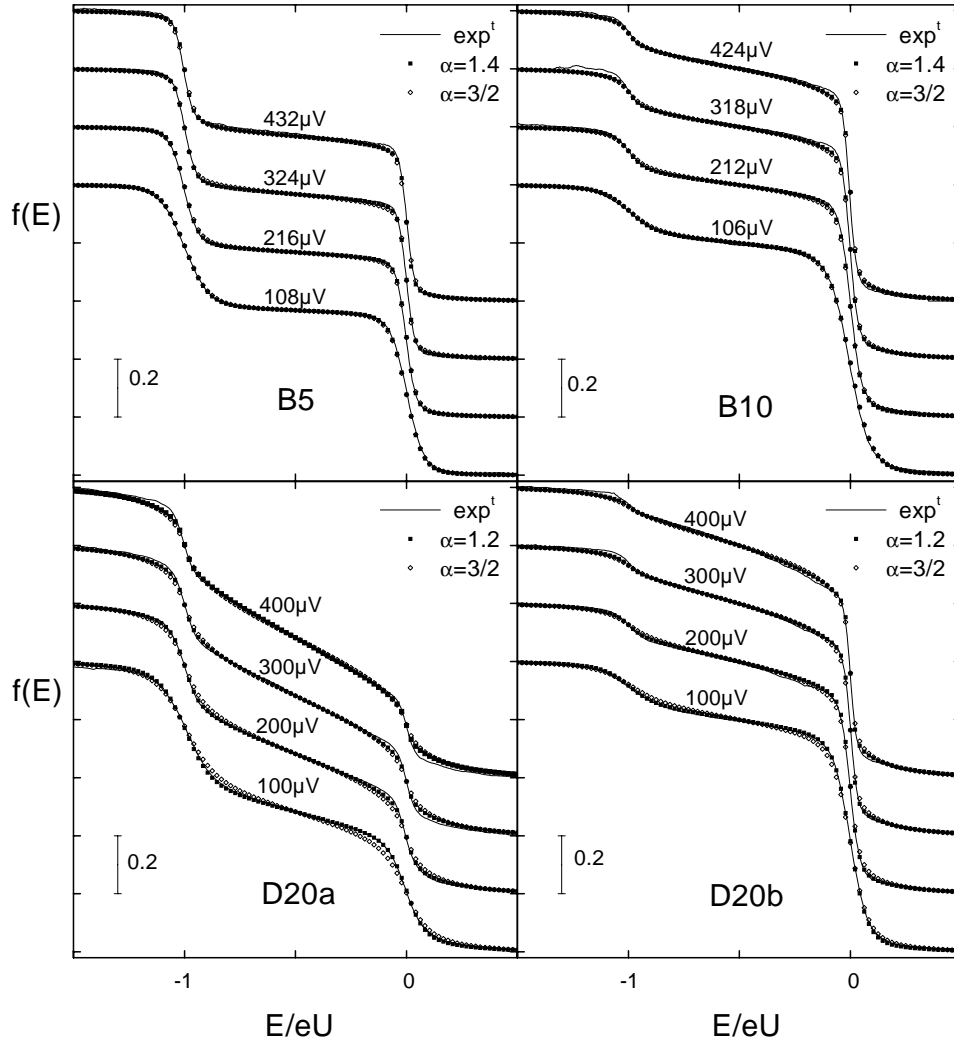


Fig. 4. Continuous lines in all four panels: measured distribution functions, plotted as a function of the reduced variable  $E/eU$  for  $U = 0.1, 0.2, 0.3$  and  $0.4$  mV, for the same samples as in Fig. 2. Successive curves were shifted vertically by 0.2, for clarity. Full squares are the best fits of the data to the solution of the Boltzmann equation with an interaction kernel  $K(\varepsilon) = \kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}$ . Open diamonds are the best fits obtained with  $\alpha$  set to the theoretical value  $3/2$ , and adjusting the prefactor  $\kappa_{3/2}$ . Detailed fit parameters are given in Table 1.

(Eq. (1)) for quasiparticles at energy  $E$ . One then finds directly that the coupling to TLS can be written as an effective kernel function in Eq. (4), which depends on the local distribution function:  $K_{\text{eff}}^x(\varepsilon) = \kappa_{\text{TLS}} / (h^x(-\varepsilon) + h^x(\varepsilon))$ . The parameter  $\kappa_{\text{TLS}}$  is proportional to the density of TLS and to the coupling constant  $\lambda$ . The effective kernel  $K_{\text{eff}}^x(\varepsilon)$  is not a power-law function of  $\varepsilon$ : at energies large compared to  $eU$ ,  $K_{\text{eff}}^x(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-1}$ , but  $K_{\text{eff}}^x(0)$  remains finite. Without assuming an unrealistic heating of the reservoirs, it was not possible to fit the data with this model alone. However, we found that all the experimental data could be well accounted for by assuming the presence of two phenomena: direct quasiparticle-quasiparticle interaction, described by the AA theory:<sup>3</sup>  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2} \varepsilon^{-3/2}$ ; and quasiparticle-TLS coupling, described by  $K_{\text{eff}}^x(\varepsilon)$ . The parameters  $\kappa_{\text{TLS}}$  and  $\kappa_{3/2}$  for the best fits (which are not shown because they are hardly distinguishable from the fits with the best value of  $\alpha$  in Fig. 4) are given in the columns “fits TLS+AA” of Table 1. Note that the error bars on  $\kappa_{\text{TLS}}$  and  $\kappa_{3/2}$  are correlated: the weighted sum of  $\kappa_{\text{TLS}}$  and  $\kappa_{3/2}$  must remain constant. Apart from sample A5, the theoretical value for  $\kappa_{3/2}^{\text{thy}}$  are of the same order of magnitude as  $\kappa_{3/2}$ . For the experiments A and B, extra contributions to AA theory are minimal. In contrast, in the experiments C and D the slope of the plateau in the distribution function is well explained by the TLS, whereas the AA mechanism, which dominates at low energy, is responsible for the rounding of the steps.

The differences that we observed between copper, gold and silver wires in the energy exchange rate experiments were also found in measurements of the phase coherence time  $\tau_\phi$  in wires fabricated using the same procedure. In a silver sample, the temperature dependence of  $\tau_\phi$  follows closely the theoretical prediction down to the base temperature  $T = 50$  mK of the refrigerator (where  $\tau_\phi = 9$  ns), whereas  $\tau_\phi$  saturates below 1 K at  $\tau_\phi = 1$  ns in our copper sample, and below 6 K at  $\tau_\phi = 10$  ps in our gold sample. These measurements are further discussed in this volume<sup>17</sup>.

In conclusion, we have found that interactions between quasiparticles in silver wires are much weaker and have a different qualitative behavior than in copper or gold wires. The energy exchange rate in our silver samples is close to the theoretical predictions for a diffusive medium in the 1D regime, provided that one includes an extra contribution, which might be due to two-level systems. The difference in the behavior of interactions in gold, copper and silver samples, as seen from the energy exchange rate experiments, is correlated to the measured saturation of  $\tau_\phi$  at low temperature which did occur in copper and gold, but not in silver. A possible interpretation could be that two-level systems are more numerous and/or better coupled to quasiparticles in copper and gold than in silver, leading to faster phase and energy relaxation. Moreover, preliminary calculations in the strong coupling regime

## Energy Redistribution Between Quasiparticles in Silver Wires

account for the scaling property of the distribution functions found in copper and gold samples.<sup>16</sup> Experiments are in progress to test this interpretation.

Acknowledgments: We are grateful to Norman Birge, P. Joyez, H. Kroha and C. Urbina for useful discussions and comments, and to P.F. Orfila for technical assistance. We acknowledge A. Steinbach for carefully reading the manuscript. This work has been partly funded by the Bureau National de la Métrologie.

## REFERENCES

1. D. Pines and P. Nozières, *The Theory of Quantum Liquids*, W.A. Benjamin (1966).
2. A. Schmid, *Z. Phys.* **271**, 251 (1974).
3. For a review, see B.L. Altshuler and A.G. Aronov, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A.L. Efros and M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985).
4. H. Pothier, S. Guéron, Norman O. Birge, D. Esteve, and M. H. Devoret, *Z. Phys. B* **104**, 178 (1997); *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3490 (1997).
5. F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, and M.H. Devoret, unpublished.
6. J. M. Rowell and D.C. Tsui, *Phys. Rev. B* **14**, 2456 (1976).
7. R. Landauer, *IBM J. Res. Develop.* **1**, 223 (1957); **32**, 306 (1988).
8. In all the experiments we have performed (on copper, gold and silver wires), the sheet resistance of the aluminum probe was of the order of 1  $\Omega$ . The superconducting finger was therefore far from the transition to an insulator, which makes the interpretation of our results in copper presented by B.N. Narozhny, I.L. Aleiner and B.L. Altshuler in *Phys. Rev. B* **60**, 7213 (1999) doubtful. Moreover, the stronger rounding of the distribution functions measured in longer wires, which was systematically observed in experiments, is in strong contradiction with the conclusions of this model.
9. D. Vion, P.F. Orfila, P. Joyez, D. Esteve, and M. H. Devoret, *J. Appl. Phys.* **77**, 2519 (1995).
10. The best fit was obtained with a reservoir temperature of 80 mK.
11. K.E. Nagaev, *Phys. Lett. A* **169**, 103 (1992); *Phys. Rev. B* **52**, 4740 (1995).
12. The width of this 5- $\mu\text{m}$ -long copper wire was  $w = 95$  nm, and the diffusion constant  $D = 0.0065$  m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>.
13. V.I. Kozub and A. M. Rudin, *Phys. Rev. B* **52**, 7853 (1995).
14. We have used here a numerical prefactor which was deduced (along the lines of the Appendix in Ref. 17) from the corrected expression of the phase coherence time  $\tau_\phi$  given in: I.L. Aleiner, B.L. Altshuler, and M.E. Gershenson, *Waves Random Media* **9**, 201 (1999). This prefactor is larger by a factor  $\pi\sqrt{2}$  than the one deduced from the expression of the lifetime in Eq. (4.4) of Ref. 3.
15. Y. Imry, H. Fukuyama and P. Schwab, *Europhys. Lett.* **47**, 608 (1999).
16. A. Zawadowski, Jan von Delft, D. C. Ralph, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2632 (1999); Johann Kroha and A. Zawadowski, private communication.
17. A.B. Gougam, F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, and N.O. Birge, this volume.

### 3.1.2 Comparaison mesures-prédictions

Dans l'article qui précède, nous montrons que les fonctions de distribution dans l'argent sont proches de celles calculées en utilisant la forme du noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2}\varepsilon^{-3/2}$  prédite par la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée. Nous avons envisagé que la petite différence observée entre les distributions calculées et mesurées pouvait être due à la présence de systèmes à deux niveaux dans le fil ou bien à un noyau des interaction de la forme  $K(\varepsilon) = \kappa_\alpha\varepsilon^{-\alpha}$ , avec  $\alpha$  variant entre 1.2 et 1.6 selon les échantillons.

Nous montrons ci-dessous que la prise en compte des interactions électron-phonon permet en fait d'obtenir un accord excellent entre mesures et prédictions sans faire appel à des TLS.

Dans nos expériences, l'énergie  $eU$  est toujours nettement supérieure à l'énergie thermique  $k_B T$ . C'est encore plus vrai dans les situations ( $U \geq 300 \mu\text{V}$ ) où l'effet des interactions électron-phonon est visible. En conséquence nous supposons par la suite que la température des phonons est nulle<sup>19</sup>. D'après les expressions (2.21) et (2.22), les phonons interviennent par des termes supplémentaires à l'intégrale de collision qui s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph,in}}(x, E, \{f\}) &= \int_0^\infty d\varepsilon f(x, E + \varepsilon)(1 - f(x, E))\kappa_{\text{ph}}\varepsilon^2 \\ \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{ph,out}}(x, E, \{f\}) &= \int_0^\infty d\varepsilon f(x, E)(1 - f(x, E - \varepsilon))\kappa_{\text{ph}}\varepsilon^2, \end{aligned} \quad (3.1)$$

où le paramètre  $\kappa_{\text{ph}}$  ne dépend pas de la géométrie du fil (voir l'expression (2.23)). Dans le calcul des fonctions de distribution nous utilisons ces expressions avec toujours la même valeur pour  $\kappa_{\text{ph}}$ , déduite des mesures de temps de cohérence de phase sur des fils d'argent fabriqués de manière identique, qui sont présentées dans la partie 2 de cette thèse :

$$\kappa_{\text{ph}} = 8 \text{ ns}^{-1} \text{ meV}^{-3}. \quad (3.2)$$

L'intensité des interactions électron-phonon introduite dans le calcul des fonctions de distribution n'est donc pas un paramètre de fit supplémentaire. Cette valeur de  $\kappa_{\text{ph}}$  est compatible avec d'autres mesures [6, 24].

Nous présentons sur la figure 3.1 le résultat du fit des fonctions de distribution mesurées dans des fils d'argent de 10 et 20  $\mu\text{m}$  de long en tenant compte des phonons. La table 3.2 récapitule les caractéristiques de tous les échantillons d'argent mesurés.

La dépendance en énergie des interactions entre électrons est très bien vérifiée et permet

<sup>19</sup> Nous avons vérifié numériquement que le résultat n'est pas modifié lorsque les phonons sont à la température du réfrigérateur.

Thèse	AgI5	AgII5	AgII10	AgIII20	AgIV20 $\alpha$	AgIV20 $\beta$
Article	A5	B5	B10	C20	D20a	D20b

Table 3.1. Correspondance entre, en haut, la désignation des échantillons dans la thèse et, en bas, la notation utilisée dans l'article "Energy redistribution between quasiparticles in mesoscopic wires", par F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve et M.H. Devoret.

expérience	$L$ ( $\mu\text{m}$ )	$w$ (nm)	$D$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$\tau_D$ (ns)	$\kappa_{3/2}^{\text{fit}}$ ( $\text{ns}^{-1}\text{meV}^{-1/2}$ )	$\kappa_{3/2}^{\text{thy}}$
AgI5	5.0	90	115	2.2	$1.2 \pm 0.2$	0.13
AgII5	5.2	65	150	1.8	$0.45 \pm 0.2$	0.15
AgII10	10.3	65	165	6.4	$0.55 \pm 0.15$	0.15
AgIII20	19.6	160	230	16.7	$0.5 \pm 0.05$	0.05
AgIV20 $\alpha$	19.7	95	205	19	$0.4 \pm 0.05$	0.09
AgIV20 $\beta$	19.9	100	185	21	$0.4 \pm 0.1$	0.09

Table 3.2. Paramètres des échantillons et paramètres de fit des échantillons d'argent.



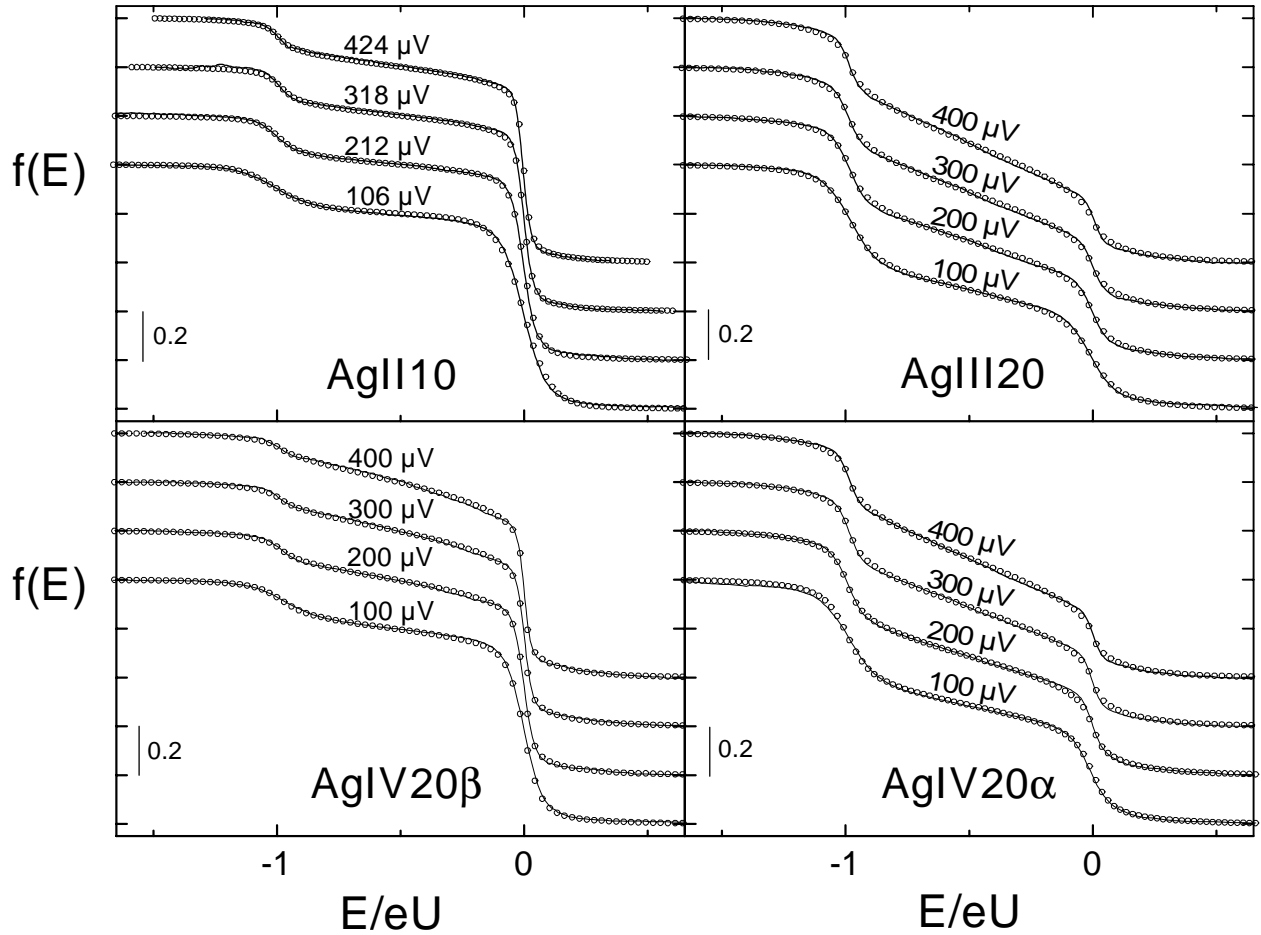


Fig. 3.1. Traits pleins : fonctions de distribution mesurées dans des fils d'argent à  $x = 0.2$  (panneaux de gauche) et  $x = 0.5$  (panneaux de droite). Cercles ouverts : fonctions de distribution calculées en utilisant un noyau des interactions  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-3/2}$ , comme prédit par la théorie microscopique des interactions entre électrons, et en tenant compte des interactions électron-phonons avec un coefficient de couplage fixé par les mesures de cohérence de phase présentées dans la deuxième partie de cette thèse.

de reproduire remarquablement les fonctions de distribution mesurées. On note toutefois que le paramètre de fit  $\kappa_{3/2}^{\text{fit}}$  est toujours significativement plus grand que la valeur théorique  $\kappa_{3/2}^{\text{thy}}$  donnée par l'expression (2.17). Cette incohérence ne peut pas être attribuée à l'incertitude sur le paramètre de fit  $\kappa_{3/2}^{\text{fit}}$  et les valeurs  $w$ ,  $\ell$  et  $D$ , et ne peut résulter non plus d'un simple facteur numérique dans le calcul.

### 3.1.3 Conclusion pour les fils d'argent

Nous avons montré que la théorie microscopique des interactions électron-électron dans un métal diffusif s'applique bien, tout au moins qualitativement, aux fils d'argent que nous avons mesurés. Le fait que nous puissions rendre compte précisément de la forme des fonctions de distribution mesurées prouve que le dispositif expérimental et le cadre théorique sont bien adaptés pour déterminer les échanges d'énergie.

Ce dernier point est important car il indique que ce sont bien les échanges d'énergie que l'on mesure : le comportement différent observé sur les autres métaux, détaillé par la suite, n'est donc pas un artefact expérimental.

## 3.2 Distribution en énergie dans des fils de cuivre et d'or

Nous avons aussi mesuré les échanges d'énergie dans des fils de cuivre et d'or. L'argent, le cuivre et l'or ont des propriétés électroniques très similaires : leur densité d'états se situe entre  $10^{47}$  et  $1.5 \cdot 10^{47} \text{ J}^{-1}\text{m}^{-3}$ , les trois surfaces de Fermi sont quasiment identiques et presque sphériques, le coefficient de diffusion des échantillons mesurés reste dans la gamme de  $50 - 200 \text{ cm}^2/\text{s}$  et nous avons fabriqué les échantillons de manière très semblable. Pourtant les échanges d'énergie entre électrons présentent des différences significatives dans les trois types de fils. On notera néanmoins que la pureté des sources utilisées pour l'évaporation n'était pas la même. Pour l'argent, c'était 99.9999%; pour le cuivre 99.999%; pour l'or 99.99%.

### 3.2.1 Taux d'échange d'énergie dans des fils de cuivre et d'or

Pour comparer les taux d'échange d'énergie dans différents échantillons nous avons porté sur la figure 3.2 les fonctions de distribution mesurées au milieu d'un fil d'argent, de cuivre ou d'or pour une tension  $U = 0.1 \text{ mV}$ . Le fil d'argent, de longueur  $L = 20 \text{ }\mu\text{m}$ , est quatre fois plus long que les fils de cuivre et d'or.

#### 3.2.1.1 Comparaison qualitative

On peut observer que les échanges d'énergie ont, à peu près, autant modifié la fonction de distribution mesurée dans le fil de cuivre que dans le fil d'argent. Pourtant les électrons traversent le fil de cuivre en un temps moyen  $\tau_D = 2.8 \text{ ns}$  contre  $\tau_D = 19 \text{ ns}$  pour l'échantillon d'argent. Cela signifie que le taux d'échange d'énergie dans le fil de cuivre est un ordre de grandeur plus important que dans le fil d'argent pour des énergies échangées de l'ordre de  $0.2 \text{ mV}$ .

De la même manière, alors que le temps de diffusion à travers le fil d'or  $\tau_D = 1.8 \text{ ns}$  est légèrement inférieur au temps de diffusion dans le fil de cuivre, la distribution en énergie des électrons mesurée dans le fil d'or est beaucoup plus proche de la prédiction du régime des électrons chauds. Nous avons tracé en pointillés la fonction de Fermi à la température prédite  $T = \frac{U}{2\sqrt{\varepsilon}} \simeq 640 \text{ mK}$  (panneau inférieur de la figure 3.2). Il y a donc plus d'échanges d'énergie dans ce fil d'or que dans le fil de cuivre.

Ces résultats sont génériques pour l'ensemble des échantillons que nous avons mesurés, dans

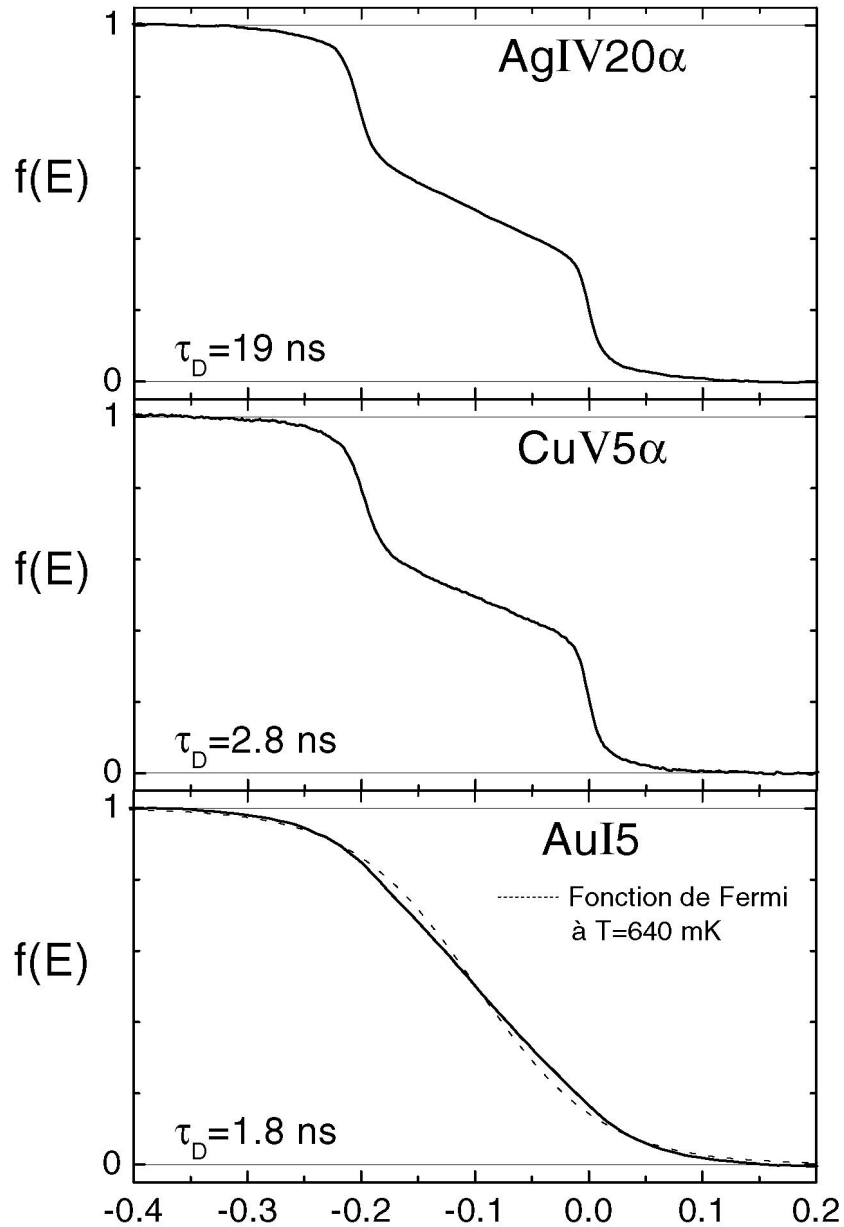


Fig. 3.2. Fonctions de distributions mesurées au centre de fils d'argent, de cuivre et d'or respectivement de  $20\ \mu\text{m}$ ,  $5\ \mu\text{m}$  et  $5\ \mu\text{m}$  de long, pour une tension appliquée  $U = 200\ \mu\text{V}$ . Les fonctions de distribution sont aussi arrondies dans le fil d'argent (panneau supérieur) que dans le fil de cuivre (panneau central) alors que le temps de diffusion  $\tau_D$  est 7 fois plus long dans le fil d'argent. Ce temps  $\tau_D$  est légèrement plus petit dans le fil d'or que dans le fil de cuivre alors que la fonction de distribution y est beaucoup plus arrondie : elle est même proche de la fonction de Fermi attendue dans le régime des électrons chauds (tracée en pointillé). Quantitativement, pour des énergies échangées de l'ordre de  $100\ \mu\text{V}$ , il y a donc plus d'échanges d'énergie dans les fils d'or que dans les fils de cuivre, eux même ayant un taux d'échanges d'énergie un ordre de grandeur plus grand que dans les fils d'argent.

la gamme d'énergie sondée  $50 - 500 \mu\text{eV}$  : il y a plus d'échanges d'énergie entre électrons dans nos fils d'or que dans nos fils de cuivre, qui eux-même présentent un taux d'échange d'énergie plus important que nos fils d'argent.

### 3.2.1.2 Comparaison quantitative

Nous présentons sur la figure 3.3 par des traits continus, les fonctions de distribution mesurées à 0.1, 0.2, 0.3 et 0.4 mV sur deux fils de cuivre et d'or, au centre et sur le côté. Nous avons essayé de rendre compte des fonctions de distribution avec un noyau de la forme  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2}\varepsilon^{-3/2}$ . Pour cela, nous avons ajusté le paramètre  $\kappa_{3/2}$  afin de rendre compte au mieux de la distribution en énergie obtenue à  $U = 0.1$  mV. Ensuite, nous avons calculé les distributions en énergie aux tensions 0.2, 0.3 et 0.4 mV en utilisant cette valeur de  $\kappa_{3/2}$  : l'écart entre les fonctions de distribution mesurées (traits continus sur la figure 3.3) et calculées (symboles ouverts) augmente avec la tension  $U$  appliquée aux bornes du fil. Contrairement aux échantillons d'argent, le taux d'échange d'énergie entre électrons dans les fils de cuivre et d'or ne suit donc pas la loi  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-3/2}$  prédite par la théorie microscopique des interactions entre électrons.

## 3.2.2 Propriété d'invariance d'échelle des fonctions de distribution

### 3.2.2.1 Observation d'une loi d'échelle sur les fonctions de distribution mesurées dans l'or et le cuivre

Malgré une importante différence dans l'intensité des échanges d'énergie, toutes les fonctions de distribution mesurées dans les échantillons d'or et de cuivre ont en commun une propriété remarquable qui est illustrée sur les deux panneaux inférieurs de la figure 3.4 : les fonctions de distribution mesurées sur une même jonction tunnel sont quasi-identiques lorsqu'on les porte en fonction de l'énergie réduite  $E/eU$ . Cette propriété n'est pas vérifiée pour les échantillons d'argent. Le panneau supérieur de la figure 3.4 montre en effet que la pente des fonctions de distribution tracées en fonction de  $E/eU$  augmente avec la tension  $U$  sur ces échantillons.

### 3.2.2.2 Implications pour le noyau de l'interaction

Si l'on reste dans l'hypothèse que ce sont bien des collisions inélastiques entre électrons qui sont à l'origine des échanges d'énergie, alors la loi d'échelle observée expérimentalement impose au noyau de l'interaction la forme suivante :

$$K(\varepsilon) = \kappa_2\varepsilon^{-2}. \quad (3.3)$$

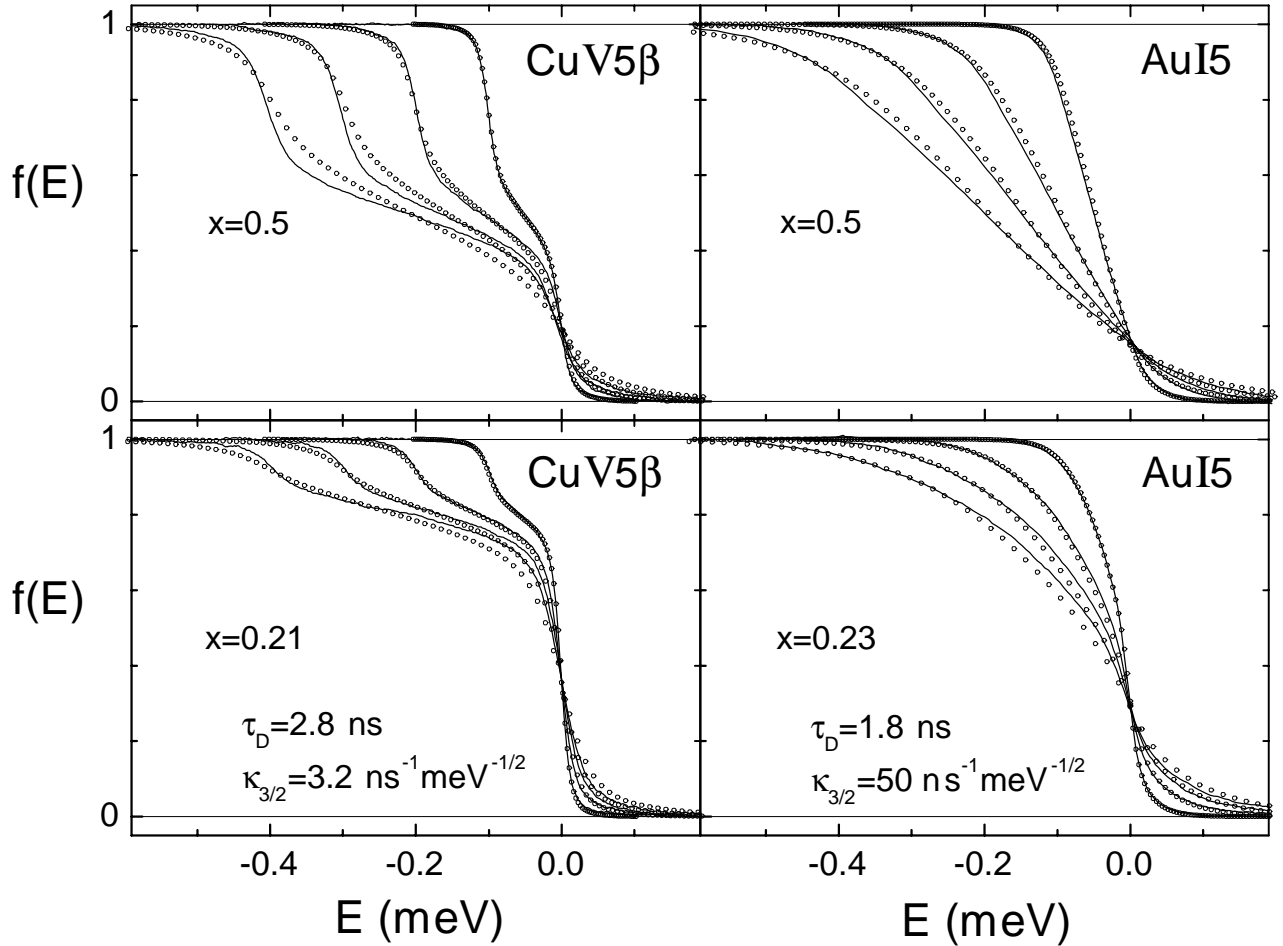


Fig. 3.3. Traits pleins : fonctions de distribution mesurées dans un fil de cuivre (panneaux de gauche) et dans un fil d'or (panneaux de droite), aux positions  $x = 0.2$  (panneaux inférieurs) et  $x = 0.5$  (panneaux supérieurs), pour les tensions appliquées  $U = 0.1, 0.2, 0.3$  et  $0.4$  mV. Cercles ouverts : fonctions de distribution calculées avec un noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2}\varepsilon^{-3/2}$ , où le paramètre  $\kappa_{3/2}$  est choisi pour rendre compte au mieux des mesures à  $U = 0.1$  mV. L'écart entre fonctions de distribution mesurées et calculées augmente avec la tension appliquée.

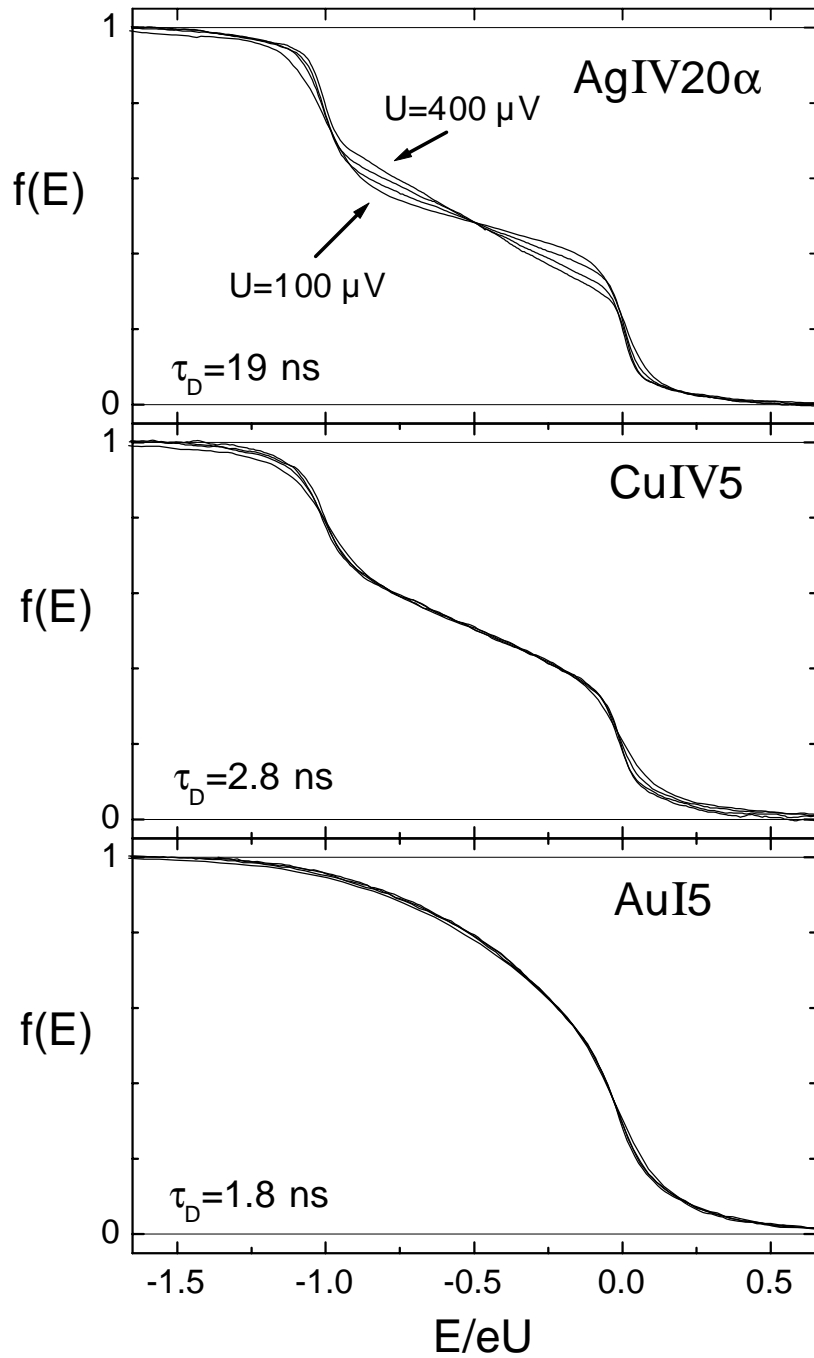


Fig. 3.4. Les fonctions de distribution mesurées dans les échantillons de cuivre et d'or pour différentes tensions  $U$  appliquées au fil se superposent les unes aux autres lorsqu'elles sont tracées en fonction du paramètre réduit  $E/eU$ . Ce n'est pas le cas dans les échantillons d'argent.

En effet, la loi d'échelle implique<sup>20</sup> qu'il existe une fonction  $f_0$  telle que, pour toutes les tensions  $U$ , on ait l'identité :

$$f_U(x, E) = f_0(x, E/eU), \quad (3.4)$$

où nous avons rajouté l'indice  $U$  à la fonction  $f(x, E)$  pour souligner le fait qu'elle dépend de la tension appliquée. En injectant cette forme pour la fonction de distribution dans l'équation de Boltzmann (2.1), on obtient :

$$\frac{1}{\tau_D} \frac{\partial^2 f_0(x, E_r)}{\partial x^2} = -\mathcal{I}_{\text{coll}}(x, E_r eU, \{f_0\}), \quad (3.5)$$

avec  $E_r = E/eU$ ,  $\mathcal{I}_{\text{coll}} = \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{in}} - \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{out}}$  et :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{in}}(x, E_r eU, \{f_0\}) &= \int d\varepsilon_r dE'_r (eU)^2 K(\varepsilon_r eU) \\ &\quad \times f_0(x, E_r + \varepsilon_r)(1 - f_0(x, E_r)) \\ &\quad \times f_0(x, E'_r)(1 - f_0(x, E'_r + \varepsilon_r)), \\ \mathcal{I}_{\text{coll}}^{\text{out}}(x, E_r eU, \{f_0\}) &= \int d\varepsilon_r dE'_r (eU)^2 K(\varepsilon_r eU) \\ &\quad \times f_0(x, E_r)(1 - f_0(x, E_r - \varepsilon_r)) \\ &\quad \times f_0(x, E'_r)(1 - f_0(x, E'_r + \varepsilon_r)), \end{aligned} \quad (3.6)$$

où  $E'_r = E'/eU$  et  $\varepsilon_r = \varepsilon/eU$ . Le terme de gauche de l'équation (3.5) est indépendant de la tension  $U$ . Pour que cette propriété soit également vérifiée par le terme de droite quelle que soit la forme de la fonction  $f_0$ , il faut et il suffit que le terme  $(eU)^2 K(\varepsilon_r eU)$  dans l'intégrale de collision (Eq. (3.6)) ne dépende pas de  $U$ . Le noyau de l'interaction doit donc être de la forme :

$$K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}. \quad (3.7)$$

### 3.2.2.3 Test de consistance avec les distributions mesurées

La forme (3.7) que nous avons obtenue pour le noyau de l'interaction ne garantit pas de pouvoir rendre compte des mesures : c'est une condition nécessaire pour l'interprétation des interactions électron-électron mais pas suffisante.

Sur la figure 3.5, le paramètre  $\kappa_2$  est ajusté pour rendre compte au mieux de la forme des fonctions de distribution mesurées dans un fil d'or et un fil de cuivre. L'allure des distributions

<sup>20</sup> Nous supposons ici que la loi d'échelle est vérifiée à toutes les positions  $x$  dans le fil.



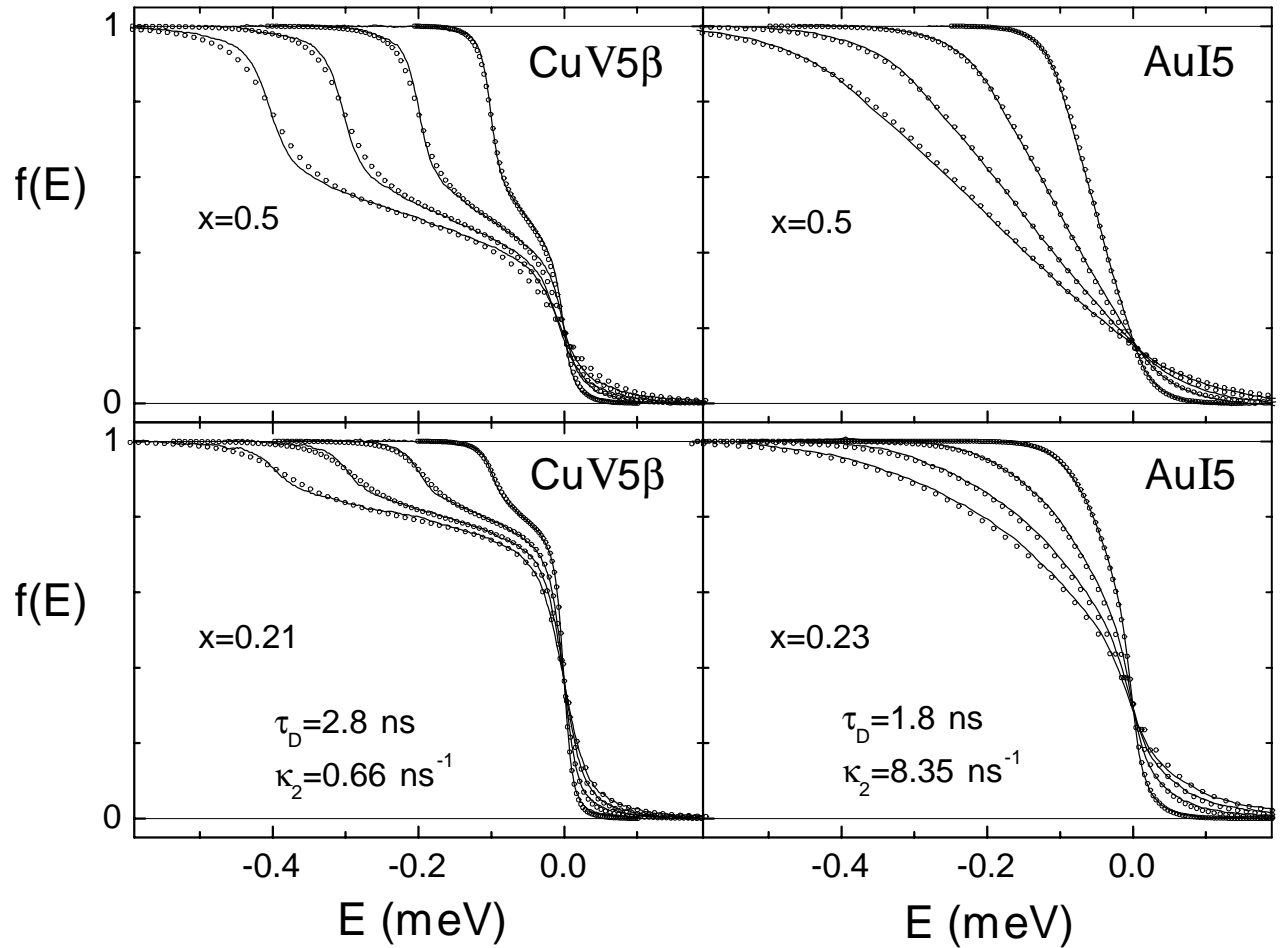


Fig. 3.5. Traits pleins : fonctions de distribution mesurées dans un fil de cuivre (panneaux de gauche) et dans un fil d'argent (panneaux de droite), aux position  $x = 0.2$  (panneaux inférieurs) et  $x = 0.5$  (panneaux supérieurs), pour les tensions appliquées  $U = 0.1, 0.2, 0.3$  et  $0.4$  mV. Cercles ouverts : fonctions de distribution calculées avec un noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}$ . Le paramètre  $\kappa_2$  est choisi, pour chaque fil, afin de rendre compte au mieux des données.

calculées reproduit assez bien nos mesures, exception faite de la raideur des contre marches (à  $E/eU = -1$  et  $0$ ) au milieu du fil de cuivre (panneau supérieur gauche), dont la forme est particulièrement sensible aux petits échanges d'énergie. Cet effet n'est pas observable sur les distributions mesurées aux positions latérales car la redistribution de l'énergie au niveau des contre-marches est masquée par le chauffage de l'électrode à la masse quand un courant traverse le fil. De plus, les fonctions de distribution obtenues au milieu du fil d'or sont trop proches du régime limite des électrons chauds pour permettre d'accéder de façon aussi détaillée au taux d'échange d'énergie. Cet effet n'avait également pas été observé sur les deux échantillons de cuivre (CuI et CuII) mesurés un peu avant cette thèse, et présentés dans [2]. Cela vient de ce que les échantillons CuI et CuII ont un taux d'échange d'énergie relativement important (voir la table 3.3) qui arrondi trop les contre-marches pour permettre la mise en évidence de ce petit effet<sup>21</sup>. De plus, les techniques de mesure, le traitement des données et la procédure de déconvolution ont été très appréciablement améliorés depuis ces deux expériences pionnières.

Nous pensons que l'écart entre les distributions calculées et mesurées est suffisamment appréciable, compte tenu de la qualité des fits dans les expériences avec des fils d'argent, pour justifier l'examen de processus d'échanges d'énergie impliquant d'autres degrés de liberté. Notons que le couplage avec les phonons ne permet pas ici de rendre compte des distributions mesurées car il est beaucoup trop faible et n'a pas la bonne dépendance avec l'énergie échangée. De plus, nous avons vérifié que l'énergie disponible reste dans le système d'électrons. La meilleure preuve en est la qualité des fits que nous obtenons en supposant que les échanges d'énergie sont médiés par des systèmes à deux niveaux localisés et couplés uniquement aux électrons (voir la sous-section 3.2.4).

### 3.2.3 Interactions entre électrons médiées par des impuretés magnétiques

Le calcul perturbatif des interactions électron-impureté magnétique prédit un noyau des interactions  $K_{\text{mag}}(\varepsilon) \propto 1/\varepsilon^2$  (voir l'équation (2.25) dans le chapitre "Prédictions théoriques"), en assez bon accord avec la mesure des échanges d'énergie.

Il faut également noter que l'expression (2.25) doit être coupée à basse énergie, lorsque

---

<sup>21</sup> Et dans le cas du fil court CuII.5, le chauffage des réservoirs masque cet effet, comme pour le fil d'or AuI.5.

$\varepsilon \lesssim k_B T_K$ , où  $T_K$  est la température de Kondo. En effet, la théorie de l'effet Kondo prédit que le spin de l'impureté magnétique est alors exactement écranté par les électrons de conduction. Cette coupure pourrait correspondre avec la raideur légèrement trop importante des contre-marches des fonctions de distribution mesurées par rapport aux calculs avec le noyau des interactions (3.7).

Nous n'avons pas pu faire d'estimation quantitative car l'intensité des interactions électron-impureté magnétique est d'autant plus fortement renormalisée vers le haut que les énergies sondées s'approchent par valeurs supérieures de  $k_B T_K$ , traduisant les limites de l'approche perturbative. Cette renormalisation du coefficient de couplage est essentielle pour obtenir une quantité observable d'échanges d'énergie car la forme (3.7) du noyau des interactions n'apparaît pas au premier ordre en perturbation. Le calcul de cet effet reste à faire.

### 3.2.4 Echanges d'énergie via des systèmes à deux niveaux

Nous supposons ici que les électrons sont couplés localement à des systèmes à deux niveaux uniformément distribués le long du fil. Nous avons calculé, dans le chapitre précédent, l'effet de ce type d'interactions sur les échanges d'énergie entre électrons lorsque le couplage électron-système à deux niveaux est suffisamment faible pour pouvoir être traité perturbativement. Tout se passe alors comme dans le cas des interactions entre électrons, mais avec un noyau de l'interaction  $K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\})$  qui dépend de la fonction de distribution (voir l'expression (2.32)) :

$$K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\}) = \frac{\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|)\lambda(|\varepsilon|)}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)}, \quad (3.8)$$

où  $\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|)$  et  $\lambda(|\varepsilon|)$  sont, respectivement, la densité de TLS pour lesquels l'écart entre niveaux est  $|\varepsilon|$ , et le coefficient de couplage moyen de tels TLS avec le fluide électronique, et  $h(x, \varepsilon)$  est reliée à la distribution en énergie des électrons par l'expression :

$$h(x, \varepsilon) = \int dE f(x, E)(1 - f(x, E + \varepsilon)). \quad (3.9)$$

#### 3.2.4.1 Effet de la loi d'échelle

Quelles contraintes la loi d'échelle impose-t-elle au noyau  $K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\})$  ?

En injectant l'expression (3.4) de  $f_U(x, E)$  dans l'expression de  $h(x, \varepsilon)$  ci-dessus, on obtient :

$$h(x, \varepsilon_r eU) = eU \int dE_r f_0(x, E_r)(1 - f_0(x, E_r + \varepsilon_r)). \quad (3.10)$$

où  $f_0$  ne dépend pas de  $U$ . Or la loi d'échelle observée expérimentalement impose toujours la condition  $(eU)^2 K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, eU, \{f_U\})$  indépendant de  $U$ . Pour la vérifier il faut donc que le produit  $\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|)\lambda(|\varepsilon|)$  de la densité de TLS par leur couplage avec le fluide électronique soit proportionnel à  $1/\varepsilon$ . En d'autres termes, on doit avoir :

$$K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\}) = \frac{\kappa_{\text{tls}}/|\varepsilon|}{h(x, \varepsilon) + h(x, -\varepsilon)}, \quad (3.11)$$

où  $\kappa_{\text{tls}}$  est un paramètre qui peut dépendre de l'échantillon et du métal, et qui vérifie  $\kappa_{\text{tls}}/\varepsilon = \eta_{\text{tls}}(\varepsilon)\lambda(\varepsilon)$ .

### 3.2.4.2 Comparaison avec les mesures

En utilisant l'expression (3.11) pour le noyau de l'interaction, nous pouvons rendre compte en ajustant le paramètre  $\kappa_{\text{tls}}$  de toutes les fonctions de distribution mesurées dans les fils de cuivre et d'or. A titre de comparaison, la figure 3.6 présente un faisceau de fonctions de distribution mesuré au milieu du fil CuIV5 avec, sur les panneaux gauche et droit, les fonctions obtenues avec l'équation de Boltzmann en supposant que les échanges d'énergies sont décrits, respectivement, par un noyau de l'interaction  $K_{\text{tls}}(x, \varepsilon, \{f\})$  donné par l'expression (3.11), et un noyau de l'interaction de la forme  $K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}$ . On observe que le problème de la raideur des contre-marches est résolu par l'introduction de systèmes à deux niveaux.

Les valeurs des paramètres  $\kappa_2$  et  $\kappa_{\text{tls}}$  obtenues pour les différents échantillons avec les deux types de fit sont récapitulées sur la table 3.3.

### 3.2.4.3 Quelle réalité physique pour les TLS ?

A priori, nous ne connaissons pas la nature microscopique des TLS. Toutefois, il pourrait s'agir de groupes d'atomes qui se réarrangent selon deux configurations atomiques métastables.

### Prédictions de l'approche perturbative des interactions électron-TLS

Nous avons discuté deux possibilités dans la section 2.5 consacrée aux interactions électron-TLS dans le chapitre "Prédictions théoriques". Tout d'abord nous avons supposé que l'écart en énergie  $\Delta$  entre les deux configurations atomiques, ainsi que la transparence de la barrière tunnel séparant ces deux états métastables, sont distribués uniformément. Ce cadre minimal a déjà fait ses preuves dans les matériaux vitreux (voir [20] et les références qu'il contient),

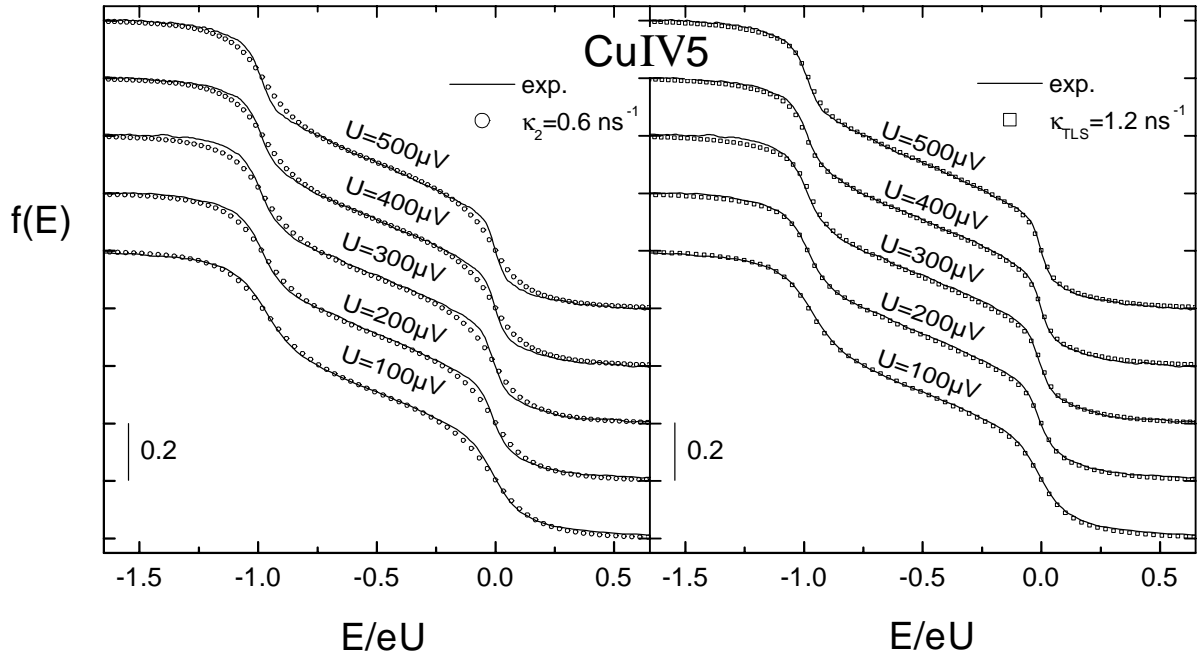


Fig. 3.6. Traits pleins : fonctions de distributions mesurées au centre de l'échantillon CuIV5 pour les tensions appliquées  $U = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  et  $0.5$  mV. Cercles ouverts (panneau de gauche) : fits des mesures avec le noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}$ . Carrés ouverts (panneau de droite) : fits des mesures avec le noyau des interactions  $K_{\text{tls}}(\varepsilon) = \kappa_{\text{tls}} \varepsilon^{-1} / (h(\varepsilon) + h(-\varepsilon))$ .

Echantillon	$\kappa_2$ (ns $^{-1}$ )	$\kappa_{\text{tls}}$ (ns $^{-1}$ )
AuI1.5	$9 \pm 1$	$20 \pm 2$
AuI5	$9 \pm 1$	$17 \pm 2$
CuI1.5	$1.4 \pm 0.3$	$2.5 \pm 0.5$
CuI5	$1 \pm 0.2$	$2.5 \pm 0.3$
CuII5	$2.5 \pm 1$	$6 \pm 2$
CuIII1.5	$2 \pm 1$	$4 \pm 2$
CuIII5	$0.6 \pm 0.05$	$1.15 \pm 0.1$
CuIV5	$0.6 \pm 0.1$	$1.2 \pm 0.15$
CuV5 $\alpha$	$[0.55 - 0.7] \pm 0.1$	$[1.1 - 1.3] \pm 0.15$
CuV5 $\beta$	$[0.55 - 0.8] \pm 0.1$	$[0.95 - 1.55] \pm 0.15$

Table 3.3. Valeurs de  $\kappa_2$  et de  $\kappa_{\text{tls}}$  obtenues en fittant les fonctions de distributions mesurées dans les échantillons d'or et de cuivre suivant l'un ou l'autre modèle (voir texte 3.2.4.2). Les échantillons CuV5 $\alpha$  et CuV5 $\beta$  ont subi plusieurs cyclages thermiques, voir la table 3.3 pour le détail des paramètres d'interaction.

mais conduit à l'expression (voir l'équation (2.39)) :

$$\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)\lambda(\varepsilon) = \text{constante},$$

incompatible avec nos mesures. Si par contre, nous supposons comme Ralph et Buhrman [21] que  $\Delta \sim 0$  (voir la section 2.5.2.4 dans le chapitre "Prédictions théoriques"), alors on obtient bien (voir l'équation (2.40)) :

$$\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)\lambda(\varepsilon) = \kappa_{\text{tls}}/\varepsilon.$$

Cette deuxième hypothèse donne un résultat en accord avec nos expériences mais reste mal justifiée.

On peut également envisager que le cadre théorique simple dans lequel nous traitons les interactions électron-TLS (au premier ordre en perturbation) ne soit pas adapté à ce problème [18, 19] .

### L'effet Kondo à deux canaux

Le couplage électron-TLS présente de fortes analogies avec les interactions électron-impureté magnétique qui interviennent dans l'effet Kondo [25] . Les deux niveaux du TLS et les deux combinaisons de moment angulaire qui se couplent le mieux aux TLS correspondent, respectivement, au spin de l'impureté magnétique et au spin de l'électron dans l'effet Kondo. Le spin de l'électron est conservé par les interactions électron-TLS. Ainsi, les deux états de spin électronique correspondent à deux canaux indépendamment couplés aux TLS. Expérimentalement on sonde les électrons sur une gamme d'énergie  $E$  autour de l'énergie de Fermi  $E_F$ . Dans le traitement non-perturbatif de l'effet Kondo à deux canaux, les autres électrons (d'énergie supérieure à  $E$ ) renormalisent le couplage électron-TLS près de l'énergie de Fermi et la valeur de l'écart en énergie  $E$  entre les deux états d'un TLS. Ces corrections se produisent sur une échelle d'énergie donnée par la température de Kondo  $T_K$ .

Lorsque la température  $T$  est inférieure à la température de Kondo  $T < T_K$ , un état lié se forme entre électrons et TLS. La nature de cet état est différente dans l'effet Kondo standard (à un canal) et dans l'effet Kondo à deux canaux. En effet, dans l'effet Kondo standard l'impureté magnétique est liée antiferromagnétiquement à un électron de conduction qui écrante exactement son spin. Ainsi, l'effet de l'impureté magnétique sur les propriétés électroniques disparaît à basse température. Ce n'est pas le cas dans l'effet Kondo à deux

canaux car si le TLS s’attache un électron dans un canal, par symétrie, il doit en être de même dans l’autre canal. L’objet de “spin”  $1/2$  qui en résulte, composé de deux électrons et du TLS, se couple aussi aux électrons de conduction et produit un nouvel effet Kondo. Cette série infinie<sup>22</sup> d’effets Kondo ne parvient jamais à écranter les interactions électron-TLS.

Si on suppose que la température de Kondo est supérieure à 1 K, les échanges d’énergie doivent être traités dans le cadre complexe de l’effet Kondo à deux canaux. Actuellement le théoricien Hans Kroha travaille sur l’interprétation de nos mesures dans ce cadre théorique.

Lorsque la température  $T$  est supérieure à la température de Kondo  $T > T_K$ , les corrections à la théorie perturbatives sont essentiellement la renormalisation vers le haut du couplage électron-TLS et l’augmentation de la densité  $\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)$  aux petits  $\varepsilon$  [25]. Ce deuxième point est important car il pourrait expliquer la densité  $\eta_{\text{tls}}(\varepsilon) \propto 1/\varepsilon$  nécessaire pour expliquer nos données dans le cadre perturbatif, sans pour autant recourir à l’hypothèse délicate  $\Delta \sim 0$ .

Le principal problème de cette théorie provient de ce que les estimations théoriques [26] indiquent une température de Kondo dans la gamme<sup>23</sup>  $T_K \in [10^{-4} \text{ K}, 10^{-2} \text{ K}]$ . Si c’est le cas, les corrections à la théorie perturbative sont négligeables pour notre expérience sur les échanges d’énergie. Toutefois, les expériences menées par Ralph et Buhrman [21], mesurant les anomalies de conductance d’une nano-constriction de cuivre, ont été interprétées avec succès dans le cadre de l’effet Kondo à deux canaux avec une température de Kondo de l’ordre de 5 K.

<sup>22</sup> En pratique, l’écart en énergie  $\varepsilon$  introduit une asymétrie qui gèle l’effet des interactions électrons-TLS lorsque  $k_B T < \varepsilon^2/T_K$ . Cette coupure limite aussi la série d’effets Kondo.

<sup>23</sup> La suggestion par Zarand et Zawadowski [27] que les états excités du TLS augmentent la température de Kondo est fautive. Au contraire [26, 28], la prise en compte complète de ces excitations diminuent la valeur de  $T_K$ . Notez que ces calculs sont faits en supposant qu’il existe une symétrie exacte entre électrons et trous. Très récemment, Zawadowski a trouvé, en levant cette hypothèse, que la température de Kondo pouvait atteindre 100 K (communications privées).

## 3.3 Tests expérimentaux

### 3.3.1 Les mesures sur des échantillons d'argent

Le bon accord que nous obtenons avec les prédictions théoriques pour les échantillons d'argent signifie que, ni le substrat de silicium oxydé, ni la géométrie de l'échantillon, ni les lignes de mesure qui connectent l'échantillon à froid aux appareils situés à l'extérieur du réfrigérateur, ni le champ électromagnétique résiduel [29], n'ont un effet appréciable sur les échanges d'énergie entre électrons. Cela assure également que la sonde tunnel permet de déterminer précisément la forme de la distribution en énergie des électrons, et que la cadre théorique basé sur l'équation de Boltzmann diffusive est bien adapté à notre expérience.

### 3.3.2 Les collisions de surface

Des systèmes à deux niveaux, ou d'autres types de degrés de liberté, localisés près de la surface des fils pourraient être responsables des échanges d'énergie entre électrons. Pour tester cette éventualité nous avons fabriqué l'échantillon CuIII contenant deux fils de cuivre de 90 nm d'épaisseur (contre 45 nm pour tous les autres échantillons) pour une largeur d'environ 150 nm<sup>24</sup>. Le nombre relatif de collisions de surface est donc diminué approximativement d'un facteur deux par rapport aux autres échantillons. Le paramètre  $\kappa_2 = 0.6 \text{ ns}^{-1}$  (ou  $\kappa_{\text{tls}} = 1.15 \text{ ns}^{-1}$ ) extrait du fit des fonctions de distribution est dans la fourchette de paramètres obtenus sur l'ensemble des échantillons de cuivre. Il ne semble donc pas y avoir d'effet significatif des collisions de surface, mais nous ne pouvons pas conclure nettement car les valeurs de  $\kappa_2$  ou de  $\kappa_{\text{tls}}$  pour les autres échantillons de cuivre se distribuent largement, entre  $\kappa_2 = 0.5$  et  $2.5 \text{ ns}^{-1}$ , pour une même épaisseur de 45 nm.

### 3.3.3 Chauffage des réservoirs

Lorsqu'on applique une tension  $U$  aux bornes du fil métallique, la puissance  $P = U^2/2R$  est injectée dans chacun des deux réservoirs. Ces réservoirs sont épais ( $\ell_R \sim 400 \text{ nm}$ ), notamment pour limiter les effets du chauffage. Toutefois, lorsque la résistance  $R$  du fil est faible, le chauffage n'est pas négligeable [30]. Cet effet est particulièrement visible sur les fils courts, comme illustré sur la figure 3.7 pour le fil court et large AuI1.5 (de résistance  $R(\text{AuI1.5}) =$

<sup>24</sup> De sorte que le rapport entre la circonférence du fil et sa section soit approximativement diminué d'un facteur 2 par rapport à la géométrie habituelle des échantillons de cuivre.



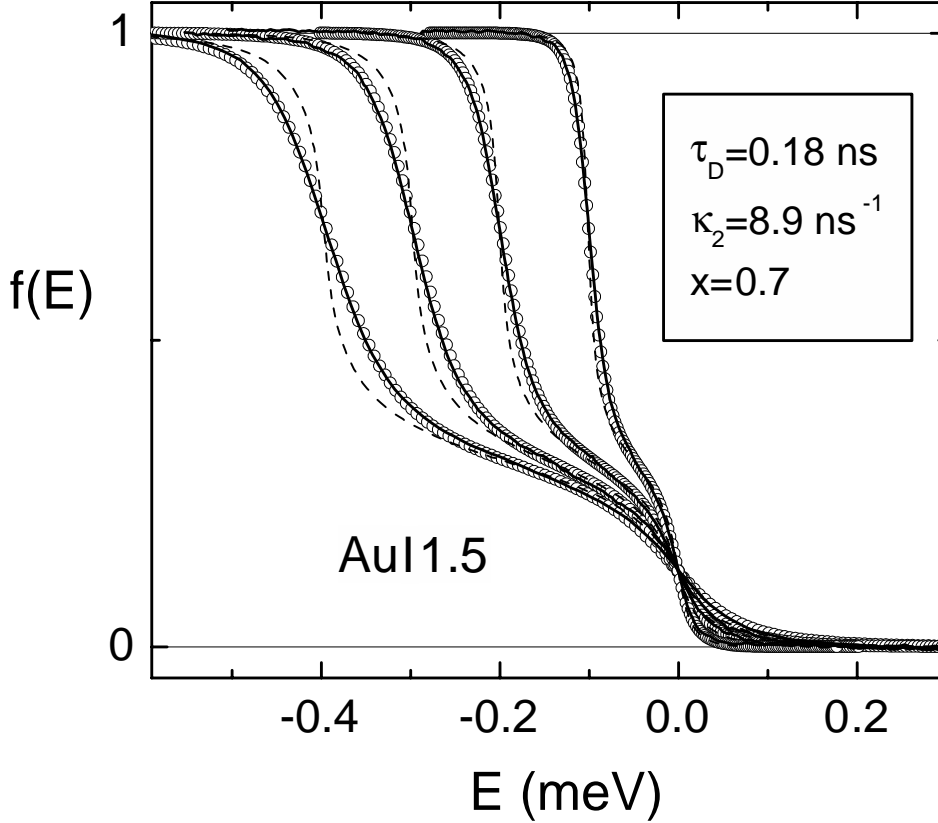


Fig. 3.7. Traits continus : fonctions de distribution mesurées à  $U = 0.1, 0.2, 0.3$  et  $0.4$  mV. Traits pointillés : calcul avec le noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_2/\varepsilon^2$  sans tenir compte du chauffage des électrodes. Cercles ouverts : fonctions de distributions calculées en tenant compte du chauffage.

$5.5 \Omega$ ) où les lignes pointillées représentent les fits avec le noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_2/\varepsilon^2$  sans tenir compte du chauffage des réservoirs. On voit que les contre-marches calculées sont beaucoup trop raides par rapport aux mesures<sup>25</sup>.

Pour évaluer les effets du chauffage, nous considérons la géométrie décrite sur la figure 3.8 et nous résolvons l'équation de la chaleur (2.5) :

$$-\frac{\pi \mathcal{L}}{2} \partial_r (r \partial_r T_e^2(r)) = U^2 \frac{R_{\square}}{R} \frac{\theta(w/2 - r)}{(w/2)^2}, \quad (3.12)$$

où  $\mathcal{L} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \simeq 2.4 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2 \text{K}^{-2}$  est le nombre de Lorentz,  $R_{\square}$  est la résistance par carré dans les réservoirs et  $T_e(r)$  est la température des électrons à la distance  $r$  de l'embouchure du

<sup>25</sup> Notez que, lorsque nous montrons que les fonctions de distributions calculées avec le noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_2/\varepsilon^2$  sont trop arrondies au niveau des contre-marches (voir Fig. 3.6), nous ne tenons pas compte du chauffage qui pourrait encore augmenter légèrement la différence entre prédictions et mesures.

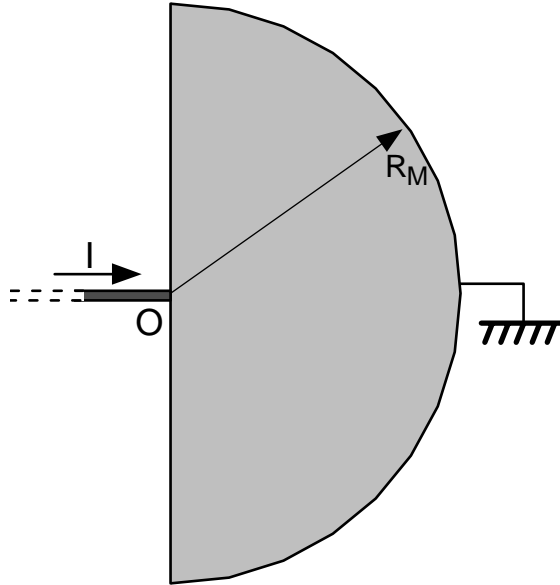


Fig. 3.8. Représentation schématique d'un réservoir pour le calcul du chauffage consécutif à l'injection du courant  $I$  au point  $O$ . A la distance  $R_M$ , qui dépend du couplage électron-phonon, la température des électrons est supposée identique à la température du réfrigérateur à dilution.

fil. Le premier terme du membre de droite de l'équation (3.12) rend compte du chauffage des réservoirs par le courant  $I$  dans les réservoirs. Le membre de droite de l'équation (3.12) rend compte de ce que la puissance  $U^2/2R$  est injectée dans chaque réservoir<sup>26</sup>. Pour tenir compte de la thermalisation par les interactions électron-phonon nous introduisons le rayon  $R_M$  à partir duquel nous supposons que la température électronique  $T_e(R_M)$  est égale à la température  $T_0$  du réfrigérateur. Nous négligeons ici l'effet de la puissance dissipée directement par le courant  $I = U/R$  dans les réservoirs. La résolution de l'équation (3.12) donne pour  $r > w/2$  :

$$T_e(r) = \sqrt{T_0^2 + (\alpha U)^2 \ln[R_M/r]}, \quad (3.13)$$

où  $\alpha^2 = \frac{R_{\square}}{\pi R \Sigma}$ . Pour nos échantillons,  $\alpha^2 R \sim 1 \text{ } \Omega \cdot \text{K}^2/\text{mV}^2$ , de sorte que pour le fil d'or Au1.5 on s'attend, en négligeant l'effet du logarithme  $\ln[r/R_M]$  dans l'expression précédente, à ce que les effets de chauffage dominant sur la température de base du réfrigérateur  $T_0 \sim 50 \text{ mK}$  lorsque  $U \gtrsim 100 \text{ } \mu\text{V}$ . Il faut remarquer que la température aux bornes du fil est proportionnelle à la tension lorsque le chauffage est important, ainsi ce chauffage vérifie la loi d'échelle observée dans les fils de cuivre et d'or.

<sup>26</sup> Dans le fil l'énergie disponible est essentiellement redistribuée entre les électrons et non pas dissipée vers d'autres degrés de liberté couplés directement au thermostat comme les phonons.

Nous pouvons rendre compte des fonctions de distributions mesurées dans l'échantillon AuI1.5 avec des interactions électron-électron anormales ou des interactions électron-TLS, en supposant que  $\alpha\sqrt{\ln[R_M/w]} \simeq 0.58 \text{ K} \cdot \text{mV}^{-1}$  pour l'électrode à la masse et  $\alpha\sqrt{\ln[R_M/w]} \simeq 0.81 \text{ KmV}^{-1}$  pour l'électrode au potentiel  $U$  (voir les cercles ouverts sur la figure 3.7). Cette différence dans le chauffage reflète les différences géométriques entre les deux électrodes : l'électrode à la masse est un demi-plan tandis que l'électrode au potentiel  $U$  est plus proche d'un quart de plan (voir par exemple la figure 2.4 dans le chapitre "Techniques expérimentales"). En pratique, les effets de chauffage sont appréciables sur tous les fils de  $1.5 \mu\text{m}$  (CuI1.5, CuIII1.5, AuI1.5), et également sur les fils CuIII5 et AuI5 qui sont peu résistifs, mais très peu sur les autres échantillons.

### 3.3.4 Effet de la distribution hors-équilibre dans le fil sur la densité d'états BCS dans le doigt de mesure supraconducteur

Narozhny *et al.* [31] ont suggéré que les distributions en énergie anormales que nous observons dans les fils de cuivre et d'or résultent d'un arrondi de la densité d'états dans le doigt de mesure supraconducteur par les fluctuations du courant dans le fil métallique. Nous pensons que cette explication n'est pas valable pour notre expérience pour 3 raisons :

(i) Elle est incompatible avec le fait expérimental que l'arrondi des fonctions de distribution est plus grand pour les fils plus longs, alors que le bruit en courant diminue puisque la résistance du fil augmente.

(ii) Nous n'observons pas cet effet sur des fils d'argent.

(iii) Le doigt de mesure en aluminium est en bon métal, avec une résistance par carré  $R_{\square} \sim 2 \Omega$ , qui donne un effet négligeable, même dans la géométrie très favorable<sup>27</sup> envisagée par Narozhny *et al.* [31] dans leurs calculs. En effet, les auteurs trouvent que les corrections à la densité d'états sont d'ordre  $R_{\square}/R_K \sim 10^{-4}$ , où  $R_K \simeq 25.8 \text{ k}\Omega$  est le quantum de résistance (voir Eq. (2.21) dans [31]).

### 3.3.5 Effet de la couche d'alumine sur le doigt de mesure supraconducteur

Il a été proposé [18] que la fine couche d'alumine, qui sert de barrière tunnel entre le doigt

<sup>27</sup> Dans leur calculs, il n'y a pas de jonction tunnel entre le fil métallique auquel une tension  $U$  est appliquée et le fil supraconducteur.

de mesure supraconducteur et le fil métallique, soit à l'origine d'un surcroît de défauts dans le réseau atomique au niveau de la jonction, dans les échantillons de cuivre et d'or. Ces défauts pourraient engendrer des systèmes à deux niveaux couplés au fluide électronique.

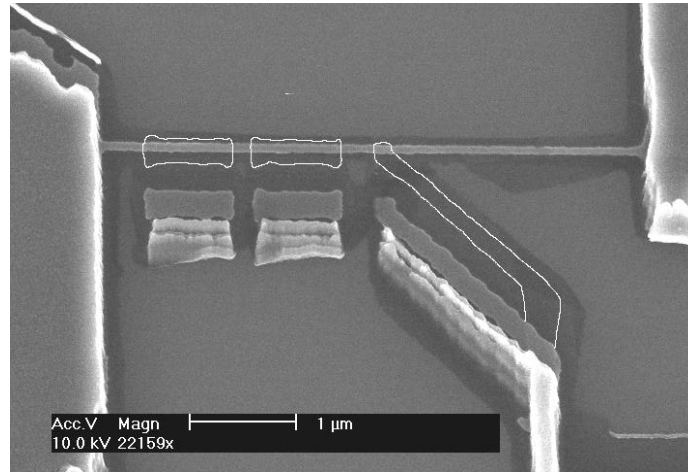


Fig. 3.9. Photographie au microscopique électronique de l'échantillon CuV5 $\alpha$  fabriqué pour tester l'effet sur les échanges d'énergie, de la couche d'alumine sous le fil au niveau du doigt de mesure. Dans ce but, nous avons artificiellement rajouté une sous-couche d'alumine (dont le contour est surligné en blanc) sur la partie gauche du fil. Tandis que le fil CuV5 $\beta$  (non visible sur la photographie) fabriqué simultanément, sur le même échantillon, ne comporte pas ces sous-couches additionnelles.

Afin de tester cette éventualité nous avons fabriqué l'échantillon CuV qui contient deux fils de cuivre de 5  $\mu\text{m}$  de long, l'un (CuV5 $\beta$ ) fabriqué de manière habituelle, et l'autre (CuV5 $\alpha$ ) comprenant sous sa partie gauche une fine couche d'aluminium oxydé (voir figure 3.9) déposé et en même temps que le doigt de mesure. Si les échanges d'énergie entre électrons étaient facilités par la barrière tunnel, alors nous devrions observer dans ce second fil à la fois un plus grand taux d'échange d'énergie que dans le fil de référence (fabriqué simultanément), et une asymétrie des échanges d'énergie entre les deux côtés du fil.

Les distributions mesurées au milieu du fil CuV5 $\alpha$  sont tracées en traits continus sur la figure 3.10. Il est possible de rendre compte précisément de ces distributions en supposant que les échanges d'énergie sont médiés par des systèmes à deux niveaux répartis de manière uniforme sur toute la longueur du fil (carrés ouverts sur la figure 3.10). De plus, le coefficient  $\kappa_{\text{tIs}}$  n'est pas supérieur pour ce fil à celui obtenu pour l'autre fil de géométrie standard (voir la prochaine sous-section). Ceci montre que les jonctions tunnel qui servent à mesurer la fonction de distribution des électrons ne sont pas responsables des échanges d'énergie anormaux dans

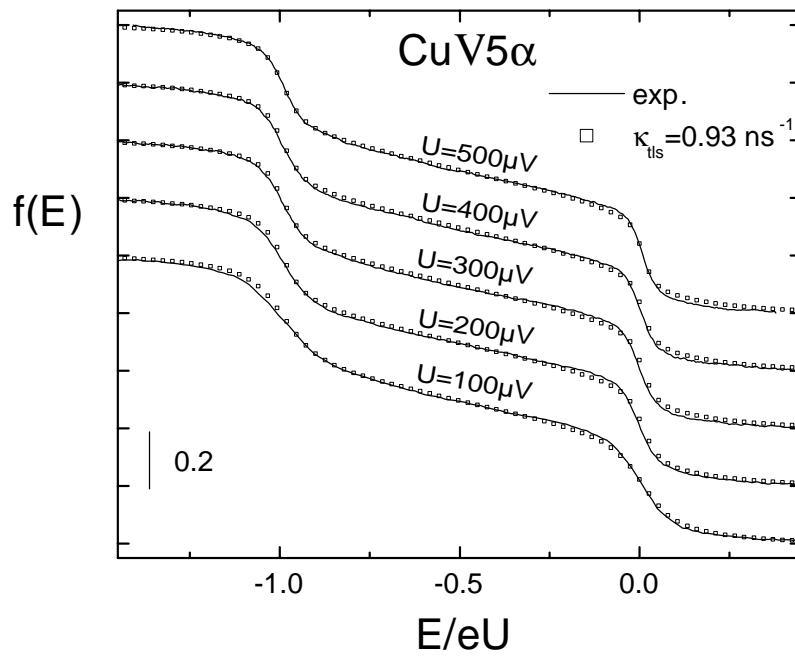


Fig. 3.10. Fits des fonctions de distributions mesurées pour les tensions appliquées  $U = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  et  $0.5 \text{ mV}$  sur le fil  $\text{CuV5}\alpha$  en supposant que les échanges d'énergie sont médiés par des systèmes à deux niveaux répartis de manière homogène sur le fil.

l'or et le cuivre.

### 3.3.6 Effet des cyclages thermiques

Nous avons effectué plusieurs cyclages thermiques sur l'échantillon CuV pour tester si le nombre des éventuels systèmes à deux niveaux dans le fil peut varier.

Le résultat de ce test est résumé sur la table 3.4. Nous observons des variations significatives de  $\kappa_{\text{tls}}$  traduisant un effet de ces cyclages thermiques sur les “catalyseurs” des échanges d'énergie entre électrons. Ce dernier test est donc favorable à l'interprétation des échanges d'énergie anormaux dans les fils de cuivre et d'or par un couplage électron-TLS mais ne contredit pas la possibilité que les interactions entre électrons soient médiées par des impuretés magnétiques.

	CuV5 $\alpha$	CuV5 $\beta$
Refroidissement de l'échantillon		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	non mesuré	$0.95 \pm 0.05$
cyclage thermique à $T = 300$ K avec mise à l'air de l'échantillon		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	$1.15 \pm 0.1$	non mesuré
cyclage thermique à $T = 300$ K avec mise à l'air de l'échantillon		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	$1.3 \pm 0.05$	non mesuré
cyclage thermique à $T = 30$ K		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	$0.95 \pm 0.05$	$1.15 \pm 0.1$
cyclage thermique à $T = 300$ K avec mise à l'air de l'échantillon		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	$1.2 \pm 0.05$	$1.4 \pm 0.1$
cyclage thermique à $T = 40$ K		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	$1.15 \pm 0.05$	$1.45 \pm 0.1$
cyclage thermique à $T = 140$ K		
$\kappa_{\text{tIs}}$ (ns $^{-1}$ )	$1.2 \pm 0.05$	$1.53 \pm 0.1$

Table 3.4. Effet des cyclages thermiques sur les échanges d'énergie dans l'échantillon CuV. Lors des cyclages thermiques à 30, 40 et 140 K, l'échantillon est exposé à une pression de quelques  $10^{-3}$  mbar d'He3.

# Chapitre 4

## Interactions entre électrons et effet de proximité

Ce chapitre reproduit l'article intitulé "Multiple Andreev Reflections in Diffusive SNS Junctions", par F. Pierre, A. Anthore, H. Pothier, C. Urbina et D. Estève, soumis à Phys. Rev. Lett.

Cet article présente la mesure des fonctions de distribution en énergie des électrons dans un fil d'argent connecté à des réservoirs supraconducteurs. La structure des fonctions de distribution y est plus riche que dans la géométrie habituelle en raison des réflexions d'Andreev multiples qu'un électron subit aux interfaces avec les électrodes supraconductrices avant de sortir du fil. Nous rendons compte précisément de la forme des fonctions de distribution mesurées en tenant compte des réflexions d'Andreev, des interactions électron-électron, et des interactions électron-phonon.

L'expérience présentée dans cette article ouvre la porte à une nouvelle série d'expériences sur l'effet de proximité à l'équilibre et hors équilibre. La prochaine étape est de mesurer le minigap qui apparaît par effet de proximité dans la densité d'états du métal normal, en fonction du supercourant qui traverse le fil : lorsque le supercourant est proche du courant critique les deux réservoirs supraconducteurs sont pratiquement en opposition de phase et le minigap doit s'annuler. On peut aussi mesurer l'influence de la distribution en énergie des électrons sur la densité d'états à une particule dans le fil. Pour faire ces expériences, il suffit de remplacer le doigt de mesure supraconducteur par un doigt de mesure en métal normal.





# Multiple Andreev Reflections in Diffusive SNS Junctions

F. Pierre, A. Anthore, H. Pothier, C. Urbina and D. Esteve

*Service de Physique de l'Etat Condensé, Commissariat à l'Energie Atomique, Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France*

We have performed the tunnel spectroscopy of the energy distribution function of quasiparticles in  $5\text{-}\mu\text{m}$ -long silver wires connected to superconducting reservoirs biased at different potentials. The distribution function  $f(E)$  presents several steps, which are manifestations, robust to dephasing, of multiple Andreev Reflections at the NS interfaces. The rounding of the steps is well explained by electron-electron interactions.

The modified properties of a normal (*i.e.* non-superconducting) metallic electrode when it is connected to a superconducting one, a phenomenon called “proximity effect”, have been enlightened by experiments on mesoscopic devices [1]. In metallic nanostructures, equilibrium properties, such as the density of states [2], the conductivity [3] or the supercurrent [4], are now well explained. The propagation of the correlations between time-reversed states from a superconductor into a diffusive normal metal is described by the Usadel equations [5], which apply to situations where all superconductors are at the same potential. In this Letter, we address an out-of-equilibrium situation, in which two superconductors connected through a long ( $L = 5\ \mu\text{m}$ ), diffusive normal wire, are biased at different potentials (see Fig. 1). We have measured the energy distribution function of quasiparticles in the middle of the wire, which is expected to be strongly modified by the presence of superconductors at the ends, since quasiparticles can only escape the wire if their energy exceeds the energy gap  $\Delta$  of the superconductor. Therefore, in the presence of any finite voltage across the wire, the quasiparticles in the wire are expected to be “heated” up to the gap energy [6]. A quantitative description follows from the concept of multiple Andreev reflections, which has recently proven to describe in great details the current-voltage characteristic [7], the noise [8] and the supercurrent [9] in atomic point contacts between superconductors. The Andreev reflection consists in the reflection of a quasielectron into a quasihole (or vice-versa) at the N side of an NS interface, a process which transfers a Cooper pair into the superconductor. The energies of the two quasiparticles involved are symmetrical with regard to electrochemical potential of the superconductor. When two superconductors are present, successive Andreev reflections at both superconductors lead to a progressive rise of the quasiparticle energies, till the superconducting gap is exceeded. In short point contacts the successive multiple Andreev reflections at both superconductors are coherent, and lead, in an unbiased situation, to the formation of bound states in the contact responsible for the supercurrent [10], and under bias to strong non-linearities in the current voltage characteristics. In long wires, the dephasing between trajectories of different lengths and the finite phase coherence length of single quasiparticles

wash-out these effects. Nevertheless, multiple incoherent Andreev reflections leave their trace in the shape of the energy distribution function  $f(E)$  of the quasiparticles, as we describe now.

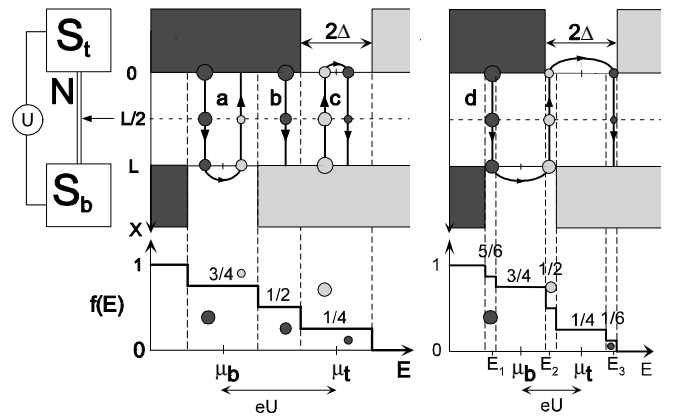


FIG. 1: Left: layout of the experiment: a voltage  $U$  is applied between two superconductors ( $S$ ) connected through a normal wire ( $N$ ) of length  $L$ . A superconducting probe electrode, figured with an arrow, forms a tunnel junction with the central part of the wire. Top center and top right: representation in the energy (horizontal axis) and position (vertical axis) space of the quasiparticle paths responsible for the current through the normal wire. The excitation spectrum of the top and bottom superconductors has a gap  $2\Delta$  centered on their electrochemical potentials  $\mu_t$  and  $\mu_b$  ( $\mu_t - \mu_b = eU$ ), with quasielectron states occupied at negative energies (dark areas) and empty (light gray areas) at positive energies. Quasiparticle paths consist of quasielectron (dark disks) and quasihole (light gray disks) trajectories at symmetric energies about  $\mu_t$  or  $\mu_b$ , connected by Andreev reflection. The area of the disks is proportional to the occupation factor of the quasiparticle state, which varies linearly along the path from 1 to 0. The bottom plots are the energy distribution functions at the center of the wire, at  $eU > 2\Delta$  (center) and  $\Delta < eU < 2\Delta$  (right).

In order to focus on the main phenomenon, we first make the following simplifying assumptions: i) electron-electron interactions are neglected; ii) the renormalisation of the diffusion constant in the normal wire by prox-

imity effect is neglected; iii) the probability of Andreev reflection is taken equal to 1 for quasiparticle energies within the gap, and to 0 elsewhere. Under assumptions i) and ii), the distribution function varies linearly with the position  $X$  along the wire [11]. Due to Andreev reflection, the occupation factor for quasielectrons and quasiholes at symmetrical energies about the electrochemical potential  $\mu$  of the superconductor are equal at the NS interfaces, as well as their gradients. One can therefore define quasiparticle paths between occupied quasiparticle states and empty quasiparticle states in the superconductors, along which both the nature of the quasiparticle and its energy change at each NS interface. The occupancy  $f$  of the quasiparticle state on this diffusive path varies continuously from 1 to 0 along the trajectory, with a gradient given by the inverse of the length of the trajectory. Hence,  $f$  is simply, at a given point of a trajectory, the remaining fraction of the path length. The distribution function  $f(E)$ , which is defined for quasielectrons, is then equal to  $f$  at a point where the quasiparticle on the considered trajectory is a quasielectron, and to  $1 - f$  where it is a quasihole. This allows to determine the distribution function as a function of energy and position in the wire. Two examples are illustrated in Fig. 1. In the first one, the voltage  $U = (\mu_t - \mu_b)/e$  is larger than  $2\Delta/e$  (with  $\mu_t$  and  $\mu_b$  the electrochemical potentials of the two superconductors). The leftmost quasiparticle path on Fig. 1, labelled  $a$ , is emitted from filled quasielectron states in the top superconductor at an energy  $E$  between  $\mu_b - \Delta$  and  $\mu_b + \Delta$ . This quasielectron is then reflected as a quasihole at the bottom NS interface, at an energy symmetrical about  $\mu_b$ . It is then absorbed in the top superconductor where quasihole states are unoccupied at the corresponding energy (since quasielectron states are filled), and the quasiparticle path has a total length  $2L$ . At the energy of the quasielectron, the position  $X = L/2$  is reached when  $3/4$  of the total path remains, therefore  $f(E) = 3/4$ . The second path in Fig. 1, labelled  $b$ , has length  $L$ : quasielectrons from the top superconductor with an energy between  $\mu_b + \Delta$  and  $\mu_t - \Delta$  are absorbed in the bottom superconductor after one traversal of the wire. Therefore  $f(E) = 1/2$  at  $X = L/2$ . The third path, labelled  $c$ , resembles path  $a$ , with an inversion of quasiholes and quasielectrons. One obtains thus  $f(E) = 1 - 3/4 = 1/4$  at the middle of the wire. Altogether, the energy distribution function at  $X = L/2$  presents three steps, at  $3/4$  (width  $2\Delta$ ),  $1/2$  (width  $eU - 2\Delta$ ) and  $1/4$  (width  $2\Delta$ ). The right diagram of Fig. 1 deals with the case  $\Delta < eU < 2\Delta$ . The steps of  $f(E)$  at  $3/4$  and  $1/4$  are still present, since the paths of length  $2L$  of the former diagram (not reproduced here) are still relevant for the energy intervals  $[\mu_b + \Delta - eU; \mu_b - \Delta + eU]$  and  $[\mu_t + \Delta - eU; \mu_t - \Delta + eU]$ . A new type of path appears, labelled  $d$ , with length  $3L$ . One obtains then three extra steps in  $f(E)$ , at  $5/6$ ,  $1/2$  and  $1/6$ . More generally, multiple Andreev reflections lead to the appearance of steps in  $f(E)$  at energies between  $\mu_b - \Delta$  and  $\mu_t + \Delta$ . The number of steps is  $2 \times \text{int}(\frac{2\Delta}{eU}) + 3$ , and the sum of the

widths of two successive steps is  $eU$ . In the limit  $U \rightarrow 0$ ,  $f(E)$  varies linearly from 1 at  $E = -\Delta$  to 0 at  $E = \Delta$ . To conclude with, this simple model predicts a staircase pattern in the energy distribution function, which directly reveals multiple Andreev reflections.

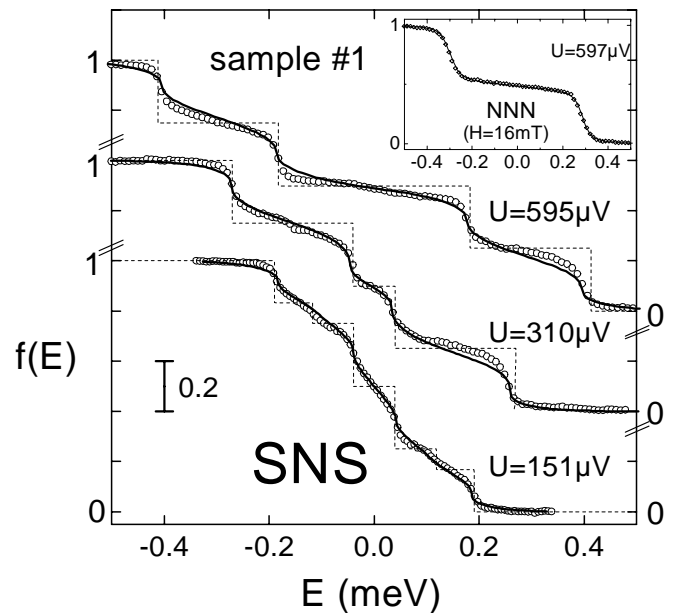


FIG. 2: Distribution functions at the middle of the wire of sample #1, when the reservoirs are in the superconducting state or in the normal state (inset), for different values of the bias voltage  $U$ . Symbols are experimental data, dotted lines are the expectations of the simplified theory with multiple Andreev reflections alone as in Fig. 1, and solid lines correspond to the resolution of the Boltzmann equation with the Coulomb interaction term.

We report results obtained on two samples, fabricated by shadow mask evaporation in order to obtain the complete structure schematically described in Fig. 1. The normal metal 45 nm-thick wires are made of silver. The wire length of sample #1 (resp. sample #2) is  $L = 5.15 \mu\text{m}$  (resp.  $5.6 \mu\text{m}$ ), the width  $w = 80 \text{ nm}$  (resp.  $70 \text{ nm}$ ), the normal state resistance, measured at large voltage,  $R = 38 \Omega$  (resp.  $58 \Omega$ ). In sample #1, the wire extends at both ends into large contact pads which are covered by a 300 nm-thick aluminum layer. The reservoirs are therefore bilayers of Ag and Al, and have thus a reduced superconducting gap. In sample #2, the contact pads have no underlying silver layer on a rectangle of  $300 \times 500 \text{ nm}^2$  just at the ends of the wire, in order to obtain a larger superconducting gap. A tunnel junction is formed at the middle of the wire (and, on sample #2, also at  $1.25 \mu\text{m}$  from the top electrode), with a 100 nm-wide aluminum probe electrode. The samples were mounted in a shielding copper box on a sample holder thermally anchored to the mixing chamber of a dilution refrigerator. All connecting lines to the samples are filtered at 4.2 K and at the sample temperature. The

experiment consists in measuring the differential conductance  $dI/dV(V)$  of the probe junction when a voltage  $U$  is applied across the wire. Under the assumption that the density of states of the normal wire is constant at the position of the probe junction, and that the temperature of the probe electrode remains negligible compared to the critical temperature of aluminum, the differential conductance of the junction is simply a convolution product of the derivative of the density of states of the superconductor and of the distribution function in the wire [12, 11]. We deconvolve the data numerically, after determining the junction resistance and gap energy at equilibrium ( $U = 0$ ) where  $f(E)$  is expected to be a Fermi function. In Fig. 2, we present with open symbols the distribution function measured on sample #1 at  $U = 151 \mu\text{V}$ ,  $U = 310 \mu\text{V}$  and  $U = 595 \mu\text{V}$ , and in Fig. 3 on sample #2 at  $U = 700 \mu\text{V}$ , for both positions. The energy reference was taken at the potential of the center of the wire ( $\mu_t = eU/2$ ,  $\mu_b = -eU/2$ ). As expected from the simplified description of multiple Andreev reflections presented above, the distribution function for sample #1 presents, at large voltages (310 and 595  $\mu\text{V}$  in Fig. 2), three steps near  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{4}$  (dashed lines). The distance between the center of the side steps is well given by  $eU$ . Their width gives the value of the gap in the reservoirs:  $\Delta = 115 \mu\text{eV}$ , which is as expected smaller than the gap of aluminum (200  $\mu\text{eV}$ ). In contrast with the simplified model, the steps are not flat, and the slope of the side steps near  $3/4$  and  $1/4$  is larger than the slope at  $1/2$ . Moreover, the model predicts five steps in  $f(E)$  when  $U$  is between  $\Delta/e$  and  $2\Delta/e$  (see Fig. 1), whereas the data taken at  $U = 155 \mu\text{V}$  display only slight inflexions of  $f(E)$  around the predicted values. At voltages below 100  $\mu\text{V}$ , no structure can be seen in the distribution function, and irregularities appear in the deconvolved data, resulting from our neglect of the modification of the density of states in the wire at the scale of the Thouless energy  $\hbar D/L^2$  [13] (data not shown). In sample #2, the evolution of the distribution function with position  $X$  agrees qualitatively with the model. However, the exact position of the steps is slightly shifted from the expected values. We attribute this shift to the very small size of the top NS contact, which introduces a significant contact resistance, accounted for by an extra length of the wire. The relative position of the probe junctions needed to explain the position of the steps in  $f(E)$  turns to be  $x = 0.58$  and  $x = 0.35$ , which corresponds to an effective lengthening of the top end of the wire by about 850 nm. The widths of the side steps give slightly different gaps at both ends: 120  $\mu\text{eV}$  and 140  $\mu\text{eV}$ .

In order to account for the rounding of the steps, we now include in the analysis the effect of energy exchanges between quasiparticles, due to Coulomb interactions [14], and to phonon emission [15]. Electron-electron and electron-phonon interactions contribute in the stationary Boltzmann equation which determines the vari-

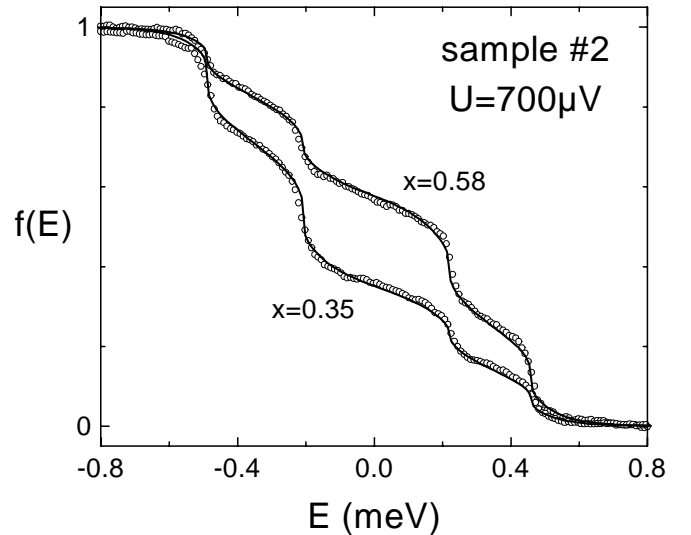


FIG. 3: Distribution functions on sample #2, at two positions ( $x=0.58$  and  $x=0.35$ ), for  $U=700 \mu\text{V}$ . Symbols: experiment. Solid lines: solution of the Boltzmann equation accounting for the Andreev reflections at the reservoirs and electron-electron interactions within the wire.

ations of  $f(E)$

$$D \frac{\partial^2 f_E}{\partial x^2} + I_{\text{in}}^{e-e}(f_E) + I_{\text{in}}^{e-\text{ph}}(f_E) = 0$$

through the interaction collision integrals [11, 14]

$$I_{\text{in}}^{e-e}(f_E) = \int d\varepsilon dE' K_e(\varepsilon) \times \{ f_E \overline{f_{E-\varepsilon}} f_{E'+\varepsilon} \overline{f_{E'+\varepsilon}} - \overline{f_E} f_{E-\varepsilon} \overline{f_{E'+\varepsilon}} f_{E'+\varepsilon} \},$$

$$I_{\text{in}}^{e-\text{ph}}(f_E) = \int d\varepsilon K_{\text{ph}}(\varepsilon) f_E \overline{f_{E-\varepsilon}},$$

where  $K_e(\varepsilon) = \kappa_e/\varepsilon^{3/2}$ ,  $K_{\text{ph}}(\varepsilon) = \kappa_{\text{ph}}\varepsilon^2$  [16],  $f_E$  stands for  $f(E)$  and  $\overline{f_E}$  for  $1 - f(E)$ . In order to determine the Coulomb interaction parameter  $\kappa_e$ , we have taken advantage in sample #1 of the weaker superconductivity in the reservoirs than in the probe finger, which allows to turn just the reservoirs normal in a moderate magnetic field ( $H = 16 \text{ mT}$ , applied perpendicular to the sample plane), while keeping the probe still superconducting. The distribution function with normal reservoirs at  $U = 595 \mu\text{V}$  is displayed in the inset of Fig. 2, and has, as expected only one step near  $1/2$ . From the fit of a set of such curves at different values of  $U$ , we have confirmed the energy dependence of  $K(\varepsilon)$  and obtained [14]  $\kappa_e = 0.75 \text{ meV}^{-1/2} \cdot \text{ns}^{-1}$ . The coupling constant  $\kappa_{\text{ph}}$  between electrons and phonons was extracted from the temperature dependence of the phase coherence time on similarly fabricated silver samples [17]:  $\kappa_{\text{ph}} = 8 \text{ meV}^{-3} \cdot \text{ns}^{-1}$ . When the reservoirs are superconducting, the same Boltzmann equation also allows to compute numerically  $f(E)$ , with the following boundary

conditions for  $|E| < \Delta$ :  $f(\mu + E) = 1 - f(\mu - E)$  accounts for the equality of the occupancy of quasidelectron and quasihole states at symmetric energies about the electrochemical potential  $\mu$  of the superconductor;  $\frac{\partial f}{\partial x}(\mu + E) = -\frac{\partial f}{\partial x}(\mu - E)$  is the conservation of the quasiparticle current. The results for  $f(E)$ , using the value of  $\kappa_e$  obtained from the data in the normal state, are plotted with solid lines in Fig. 4. Note that the inclusion of the phonon term  $I_{\text{in}}^{\text{e-ph}}(f)$  changes only slightly  $f(E)$ . The side steps at  $\frac{3}{4}$  and  $\frac{1}{4}$  are more rounded than the step at  $\frac{1}{2}$ , as observed. Indeed, they correspond to quasiparticles staying in the wire four times longer in average (path length  $2L$ ), which are thus more likely subject to interactions with other quasiparticles. The distribution function at  $U = 151 \mu\text{V}$  is very rounded by interactions, as expected for quasiparticle paths with lengths  $2L$  and  $3L$ . The overall agreement with the measurements indicates that the simple picture of incoherent multiple Andreev reflections together with Coulomb interactions capture the essential phenomena. In sample #2, a good fit of the data is found with  $\kappa_e = 0.35 \text{ meV}^{-1/2} \cdot \text{ns}^{-1}$  at both measuring positions (see solid curves in Fig. 3).

We have also calculated the effect of coherent Andreev reflections at each reservoir, which lead to the renormalisation of the diffusion constant for quasiparticles at energies close to the electrochemical potential of the superconductors [3]. An observed effect of this renormalisation is the voltage-dependence of the wire resistance, which had also been observed by Strunk *et al.* [6]. Under the assumption that the wire is long enough so that the superconducting correlations are completely lost in the middle of the wire [18], the out-of-equilibrium situation of our experiment can be treated with this added complexity, but without Coulomb interactions, with the use of the Usadel equations [5]. Qualitatively, in the example of trajectory *a* in Fig. 1, the time spent near the bottom NS interface is shortened by this effect, which results in a shorter remaining length when  $X = L/2$  and thus to a value for  $f(E)$  smaller than  $3/4$ . However, in our experiment, where the length of the wire is one order of magnitude larger than the superconducting coherence length  $\sqrt{\hbar D/\Delta}$ , this effect on  $f(E)$  turns out to be negligible.

To conclude with, our measurements display clear signatures of multiple Andreev reflections in SNS junctions, and demonstrate the importance of Coulomb interactions in the determination of the distribution function for proximity effect structures.

## REFERENCES

- [1] B. Pannetier and H. Courtois, *J. Low Temp. Phys.* **188**, 599 (2000), and references therein.
- [2] S. Guéron, H. Pothier, N.O. Birge, D. Estève, M. H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3025-3028 (1996).
- [3] H. Courtois, P. Charlat, Ph.Gandit, D. Mailly, and B. Pannetier, *J. Low Temp. Phys.* **116**, 187 (1999).
- [4] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin, and G. Schön, cond-mat/0008146.
- [5] A. Schmid, in *Nonequilibrium Superconductivity, Phonons, and Kapitza Boundaries*, edited by K. E. Gray (Plenum Press, New York, 1981), p. 423; J. Rammer and H. Smith, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 323 (1986); A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, in *Nonequilibrium Superconductivity*, edited by D. N. Langenberg and A. I. Larkin (North Holland, Amsterdam, 1986), p. 493; K. D. Usadel, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 507 (1970).
- [6] C. Strunk, T. Hoss, T. Nussbaumer, and C. Schönenberger, in *Quantum Physics at Mesoscopic Scale*, edited by C. Glattli, M. Sanquer, and J. Trần Thanh Vân, Series Moriand Condensed Matter Physics (Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, France, 1999).
- [7] E. Scheer, N. Agrait, J.-C. Cuevas, A. Levy Yeyati, B. Ludoph, A. Martin-Roderos, G. R. Bollinger, J. M. van Ruitenbeek, C. Urbina, *Nature* **394**, 154 (1998).
- [8] R. Cron, M.F. Goffman, D. Esteve and C. Urbina, in preparation.
- [9] M. F. Goffman, R. Cron, A. Levy Yeyati, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 170 (2000).
- [10] A. Furusaki and M. Tsukada, *Solid State Commun.* **78**, 299 (1991); C. W. J. Beenakker and H. van Houten, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3056 (1991).
- [11] H. Pothier, S. Guéron, Norman O. Birge, D. Esteve, and M. H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3490 (1997).
- [12] J. M. Rowell and D. C. Tsui, *Phys. Rev. B* **14**, 2456 (1976).
- [13] When heating the sample, the conductance peak at  $\Delta/e$  in the  $dI/dV(V)$  characteristic taken at  $U = 0$  split into two peaks, as expected from the presence of a minigap in the density of states in the wire (see W. Belzig, C. Bruder, and A.L. Fauchere, *Phys. Rev. B* **58**, 14531 (1998); F.K. Wilhelm and A.A. Golubov, *Phys. Rev. B* **62**, 5353 (2000)).
- [14] F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, and M. H. Devoret, *J. Low Temp. Phys.* **118**, 437-445 (2000).
- [15] The collision term corresponding to phonon emission is important for data taken on long wires at large voltages. The addition of this term to the electron-electron collision term in the Boltzmann equation suffices to account for the measured distribution functions in silver wires, without any *ad hoc* assumption[14].
- [16] The  $\varepsilon^2$  dependence of the electron-phonon interaction kernel is equivalent to the  $T^3$  dependence of the energy transfer rate between electrons and phonons reported for example in M.L. Roukes, M.R. Freema,, R.S. Germain, R.C. Richardson, and M.B. Ketchen, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 422 (1985).
- [17] A. B. Gougam, F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, N. O. Birge, *J. Low Temp. Phys.* **118**, 447-456 (2000).
- [18] E. V. Bezuglyi, E. N. Bratus', V. S. Shumeiko, G. Wendin, and H. Takayanagi, cond-mat/0005387.

## REFERENCES

- [1] B.L. Altshuler et A.G. Aronov dans *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A.L. Efros et M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985).
- [2] H. Pothier, S. Guéron, Norman O. Birge, D. Estève, et M.H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **79**, 3490 (1997).
- [3] R. Landauer, IBM J. Res. Develop. **1**, 223 (1957); **32**, 306 (1988).
- [4] M.J.M. de Jong et C.W.J. Beenakker, Physica A **230**, 219 (1996).
- [5] D.E. Prober, M.N. Wybourne, et M. Kansakar, Phys. Rev. Lett. **75**, 3964 (1995).
- [6] A. Steinbach, J. Martinis, et M.H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **76**, 3806 (1996).
- [7] Tous les détails de la procédure de déconvolution se trouve dans la thèse de Sophie Guéron “Quasiparticles in a diffusive conductor : Interaction and pairing”, Université Paris VI, sept. 1997.
- [8] H. Ibach et I. Luth, *Solid-State Physics, an Introduction to Principles of Material Science*, Springer (1996). La densité d'états volumique au niveau de Fermi  $\nu(E_F)$  est obtenue à partir de la valeur expérimentale de la capacité calorifique  $C = \gamma T$ , reliée à  $\nu(E_F)$  par l'équation  $\gamma = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 \nu(E_F)$ .
- [9] K.E. Nagaev, Phys. Lett. A **169**, 103 (1992); Phys. Rev. B **52**, 4740 (1995).
- [10] V.I. Kozub et A. M. Rudin, Phys. Rev. B **52**, 7853 (1995).
- [11] G. Montambaux, dans *Quantum fluctuations*, S. Reynaud, E. Giacobino et J. Zinn-Justin, eds. (Elsevier, Amsterdam, 1997).
- [12] A. Kamenev et A. Andreev, Phys. Rev. B **60**, 2218 (1999).
- [13] J.M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1979).
- [14] J. Callaway, *Quantum Theory of the Solid State*, Academic Press, New York (1974).
- [15] A. Kaminski et L.I. Glazman, article en préparation.
- [16] A. Zawadowski, J. von Delft, et D.C. Ralph, Phys. Rev. Lett. **83**, 2632 (1999).
- [17] Y. Imry, H. Fukuyama, et P. Schwab, Europhys. Lett. **47**, 608 (1999).
- [18] Hans Kroha (université de Karlsruhe), communications privées.
- [19] O. Újsághy, G. Zarand, et A. Zawadowski, cond-mat/007245 (2000).
- [20] J.L. Black, dans *Glassy Metals I*, Ed. H.J. Guntherodt et H. Beck, (Springer Verlag, Berlin, 1981), p. 167.

- [21] D.C. Ralph et R.A. Buhrman, Phys. Rev. Lett. **69**, 2118 (1992).
- [22] J. von Delft, D.C. Ralph, R.A. Buhrman, S.K. Upadhyay, R.N. Louie, A.W.W. Ludwig et V. Ambegaokar, Ann. Phys. **263**, 1 (1998).
- [23] A. Steinbach, J. Martinis, et M.H. Devoret, Bull. Am. Phys. Soc. **40**, 400 (1995).
- [24] M.L. Roukes, M.R. Freeman, R.S. Germain, R.C. Richardson, et M.B. Ketchen, Phys. Rev. Lett. **55**, 422 (1985).
- [25] D.L. Cox et A. Zawadowski, Adv. Phys. **47**, 599 (1998).
- [26] G. Zaránd, “Two-channel Kondo effect from tunneling impurities”, à paraître dans la série NATO ASI (Plenum Press), Ed. A. Zawadowski et V. Chandrasekhar.
- [27] G. Zaránd et A. Zawadowski, Phys. Rev. Lett. **72**, 542 (1994).
- [28] B.L. Altshuler *et al.* (non publié).
- [29] I.L. Aleiner, B.L. Altshuler et M.E. Gershenson, Waves in Random Media **9**, 201 (1999).
- [30] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk et C. Schonenberger, Phys. Rev. B **59**, 2871 (1999).
- [31] B.N. Narozhny, I.L. Aleiner et B.L. Altshuler, Phys. Rev. B **60**, 7213 (1999).

**Partie 2**  
**Cohérence de phase des**  
**électrons dans des fils**  
**métalliques mésoscopiques**





# Chapitre 1

## Principe de l'expérience et dispositif expérimental

### 1.1 La cohérence de phase : une alternative pour sonder les interactions inélastiques

La première partie de cette thèse a présenté une expérience sondant directement les échanges d'énergie entre électrons dans des fils métalliques. Nous avons montré qu'il est possible de rendre compte précisément des échanges d'énergies mesurés dans des fils d'argent avec la théorie microscopique de l'interaction Coulombienne écrantée [1]. Par contre ce n'est pas le cas pour les mesures dans les fils de cuivre et d'or que nous avons fabriqués.

Dans cette deuxième partie nous proposons de sonder les interactions inélastiques par une approche complémentaire basée sur les effets de la cohérence quantique sur le transport électronique. Le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  des électrons déduit des mesures est limité par tous les processus inélastiques, indépendamment de la quantité d'énergie échangée, et donc en partie pour des basses énergies. Par contre, la mesure des fonctions de distribution ne permet de quantifier précisément que les processus inélastiques impliquant des échanges d'énergie de l'ordre ou supérieurs à  $50 \mu\text{eV}$ <sup>28</sup>. Nous déterminons le temps de cohérence de phase en interprétant la magnétorésistance mesurée à faible champ magnétique dans le cadre de la théorie des corrections quantiques dites de "localisation faible" à la conductance (voir la prochaine

---

<sup>28</sup> Sous certains échantillons de cuivre (CuIV, CuV), la forme des contre-marches à  $E = 0$  et  $E = -eU$  permet d'atteindre une sensibilité de l'ordre de  $20 \mu\text{eV}$ .

section et [2, 3] ).

Cette expérience s'inscrit également dans un contexte scientifique particulier : Mohanty *et al.* [4] ont récemment publié une série de mesures du temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  effectuées sur des fils d'or et pour lesquelles  $\tau_\phi$  présente une saturation aux plus basses températures, alors que la théorie prévoit une divergence en loi de puissance<sup>29</sup>. Ils ont suggéré que cette saturation peut être interprétée comme un effet des fluctuations de point zéro du champ électromagnétique comme source de décohérence quantique [4, 7, 8]<sup>30</sup>. La question s'est alors posée de savoir si les interactions électron-électron étaient mal comprises, si un autre mécanisme limitait la cohérence de phase, ou si cette saturation était un artefact de la mesure.

---

<sup>29</sup> Cette loi de puissance a été observée en 1993 par Echtenach *et al.* [5] entre 100 mK et 1 K dans un fil d'or, et, moins précisément, en 1986 par Wind *et al.* [6] entre 2 K et 5 K dans des fils d'aluminium et d'argent.

<sup>30</sup> Cette théorie a été vivement critiquée par la communauté scientifique (voir par exemple [9, 10] ).

## 1.2 Magnétorésistance et temps de cohérence de phase

La cohérence quantique a un effet sur les propriétés de transport électronique même en régime diffusif.

### 1.2.1 Effet de la cohérence sur les propriétés de transport

En régime diffusif, les électrons subissent un grand nombre de collisions élastiques sur les défauts du réseau atomique, les bords de l'échantillon, les impuretés. Chacune de ces collisions apporte sa contribution à la phase quantique des électrons, pourtant les effets de la cohérence quantique apparaissent sur une échelle de longueur bien supérieure au libre parcours élastique des électrons.

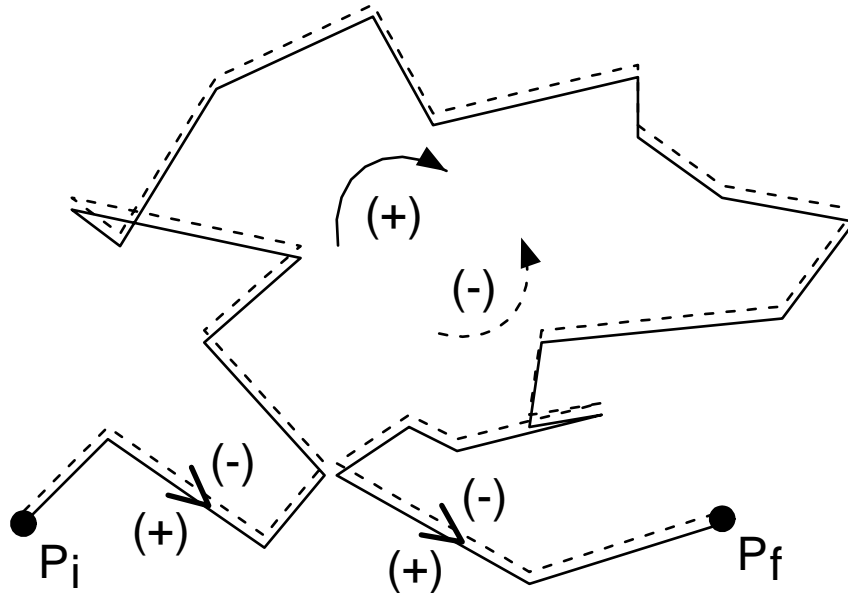


Fig. 1.1. Les corrections de localisation faible de la conductance d'un métal diffusif par la cohérence quantique des électrons proviennent des interférences constructive (destructive quand le couplage spin-orbite est fort) entre des chemins (+) et (-) parcourant une même boucle en sens inverse.

L'explication de ce phénomène repose essentiellement sur le fait que ces collisions résultent d'un potentiel statique et donc vérifient la symétrie d'invariance par renversement du temps. Ainsi, à chaque chemin (+) (représenté par un trait plein sur la figure 1.1) reliant le point  $P_i$  au point  $P_f$  et contenant une boucle, on peut alors faire correspondre un chemin (-) (en pointillés sur la figure 1.1) parcourant la boucle en sens inverse et le long duquel un électron accumule la même phase quantique. Pour calculer la probabilité  $P$  d'aller du point  $P_i$  au

point  $P_f$  il faut prendre le module au carré de la somme des amplitudes de probabilité  $A_\alpha$  des chemins  $\{\alpha\}$  connectant ces deux points :

$$\begin{aligned} P &= \left| \sum_{\alpha} A_{\alpha} \right|^2 \\ &= \sum_{\alpha} |A_{\alpha}|^2 + \sum_{\alpha, \beta} A_{\alpha} A_{\beta}^*. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (1.1) est la somme des probabilités classiques, tandis que le second terme correspond aux interférences quantiques entre les chemins. Pour des trajectoires  $\alpha, \beta$  quelconques, le terme d'interférences a une phase aléatoire qui dépend de la configuration précise des diffuseurs. Par contre, les chemins parcourant une boucle dans un sens (+) et dans l'autre (-) vont toujours interférer constructivement (destructivement si le couplage spin-orbite est important, voir appendice ou [11]) :

$$|A_+ + A_-|^2 = 4 |A_+|^2. \quad (1.2)$$

Cela signifie que les chemins contenant une ou plusieurs boucles ont un poids qui est augmenté (diminué) par la cohérence quantique. Or, les électrons parcourant ce type de chemins avec des boucles se propagent, en moyenne, plus lentement que sur les chemins sans boucles. En conséquence, la mobilité des électrons et donc la conductivité du métal sont diminuées (augmentées) par la cohérence quantique.

L'amplitude de cet effet, appelé *correction de localisation faible*<sup>31</sup>, (ou corrections d'antilo-localisation faible en présence de fort couplage spin-orbite) dépend du temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  des électrons. En effet, pour additionner en amplitude les trajectoires (+) et (-) il faut que l'électron reste dans le même état quantique lorsqu'il parcourt la boucle. Cette condition détermine la taille maximale des boucles qui interviennent dans les corrections de localisation faible et, en conséquence, limite l'amplitude des effets de cohérence quantique.

### 1.2.2 Effet du champ magnétique

L'introduction d'un champ magnétique  $B$  brise la propriété d'invariance par renversement du temps. Les deux chemins (+) et (-) sont déphasés l'un de l'autre d'une quantité  $\delta$  égale à deux fois le rapport entre le flux  $\phi_B$  de champ magnétique à travers la boucle et le quantum

<sup>31</sup> Car la probabilité de retour des électrons est augmentée par la cohérence quantique.

de flux  $\phi_0 = \hbar/e$  :

$$\delta = 2 \frac{\phi_B}{\phi_0}. \quad (1.3)$$

L'essentiel des corrections de localisation faible provenant des boucles de taille inférieure à la longueur de cohérence de phase  $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$ , le champ magnétique diminue de manière appréciable les corrections quantiques à la conductance d'un fil métallique lorsque<sup>32</sup>  $\delta \sim \sqrt{D\tau_\phi} w / L_H^2 \gtrsim 1$ , où  $w$  est la largeur du fil supposée inférieure à  $\sqrt{D\tau_\phi}$ ,  $D$  la constante de diffusion des électrons, et  $L_H = \sqrt{\phi_0/B}$  la longueur magnétique.

Les corrections de localisation faible à la variation relative  $\frac{\Delta R}{R}$  de la résistance d'un fil métallique de longueur  $L$  ont été calculées par [9,12] :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} = \frac{2R}{R_K L} & \left\{ \frac{3}{2} \left[ \frac{1}{L_\phi^2} + \frac{4}{3L_{so}^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{w}{L_H} \right)^2 \right]^{-1/2} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{L_\phi^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{w}{L_H} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \end{aligned} \quad (1.4)$$

où  $L$  est la longueur du fil de résistance  $R$ ,  $R_K = h/e^2$  le quantum de résistance et  $L_{so}$  est la longueur de diffusion spin-orbite, qui caractérise l'intensité du couplage spin-orbite. En présence d'impuretés magnétiques, et lorsque le couplage spin-orbite est dominant ( $L_{so} < L_\phi$ )<sup>33</sup>, le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  peut être décomposé sous la forme :

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_\phi^0} + \frac{2}{\tau_{sf}}, \quad (1.5)$$

où  $\tau_\phi^0$  est le temps de cohérence de phase en l'absence de collisions avec retournement du spin et  $\tau_{sf}^{-1}$  est le taux caractéristique auquel les collisions avec retournement de spin se produisent. L'expression (1.4) s'applique pour des fils métalliques dans le régime diffusif ( $l_e \ll L_\phi, w, L, \ell$ , où  $l_e$  est le libre parcours élastique des électrons et  $\ell$  l'épaisseur du fil), loin de la transition métal-isolant<sup>34</sup> et lorsque  $w \ll L_H, L_\phi, L_{so} \ll L$ .

<sup>32</sup> Cette expression de  $\delta$  est correcte lorsque le champ magnétique  $B$  est appliqué perpendiculairement à l'axe d'un fil métallique.

<sup>33</sup> Cette condition s'applique aux échantillons que nous avons mesurés. Lorsque  $L_\phi < L_{so}$ , on peut décomposer le temps de cohérence de phase sous la forme :  $\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_\phi^0} + \frac{2/3}{\tau_{sf}}$ .

<sup>34</sup> C'est le cas lorsque  $\xi \gg L_\phi$ , où  $\xi \simeq \frac{LR_K}{\pi R}$  est la longueur de localisation. Autrement dit, tant que les corrections de localisation faible sont petites.

### 1.3 Dispositif expérimental

Nous avons mesuré la magnétorésistance dans des longs fils d'argent, de cuivre et d'or, à différentes températures. La photographie d'un échantillon d'argent est présentée sur la figure 1.2. Les fils font  $L = 136, 176$  ou  $271 \mu\text{m}$  de long, environ  $w \sim 100 \text{ nm}$  de large et  $\ell = 45 \text{ nm}$  d'épaisseur. Le détail des caractéristiques géométriques et électriques des fils mesurés est récapitulé sur la table 1.1.

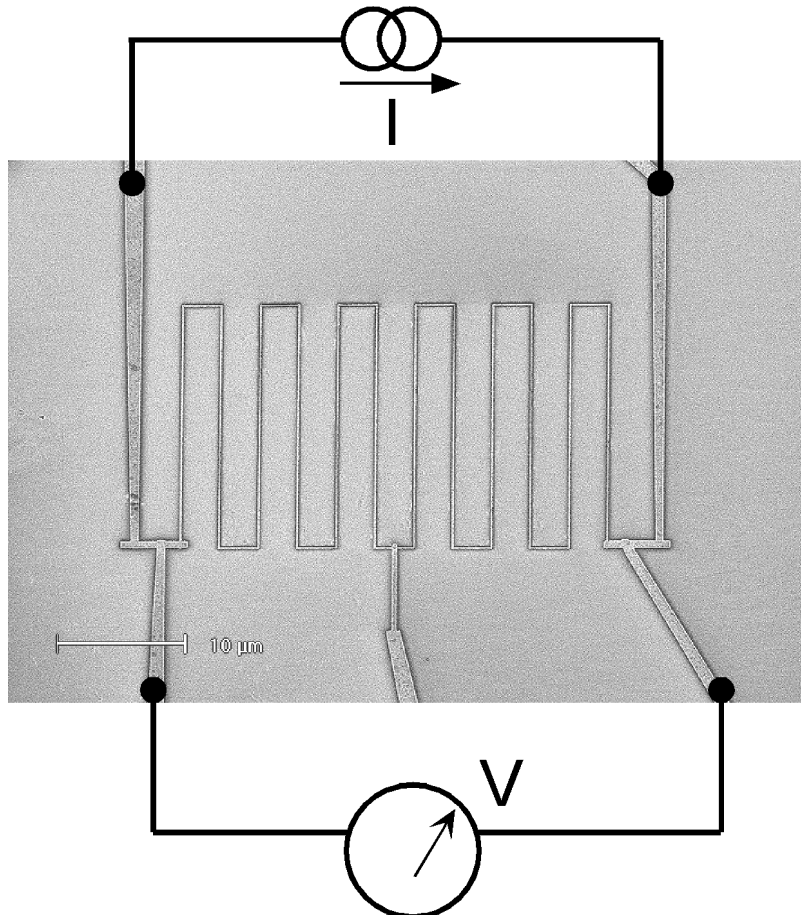


Fig. 1.2. Photographie au microscope électronique d'un échantillon d'argent. La résistance du fil est obtenue par une mesure à quatre points : le courant est injecté par deux branches et la tension est mesurée par deux autres branches afin de ne mesurer que la résistance du fil.

La procédure de fabrication des échantillons est similaire et utilise les mêmes appareils (excepté l'échantillon d'or AuMSU, voir Table 1.1) que pour les échantillons destinés à la mesure des échanges d'énergie entre électrons :

- i)* les fils sont déposés sur un substrat de silicium oxydé à travers un masque suspendu

fabriqué par lithographie électronique dans une bicouche de MAA-PMMA.

*ii)* Le métal est évaporé avec un faisceau d'électron, sous un vide de  $10^{-9}$  Bar. Le taux auquel le métal est déposé sur le substrat se situe entre 2 et  $10 \text{ \AA/s}$ .

Les longs fils d'or adhérant difficilement au substrat, nous avons placé une sous-couche de 1 nm d'alumine sous l'échantillon Au1, alors que le substrat a été nettoyé par bombardement ionique avant le dépôt de l'échantillon Au2.

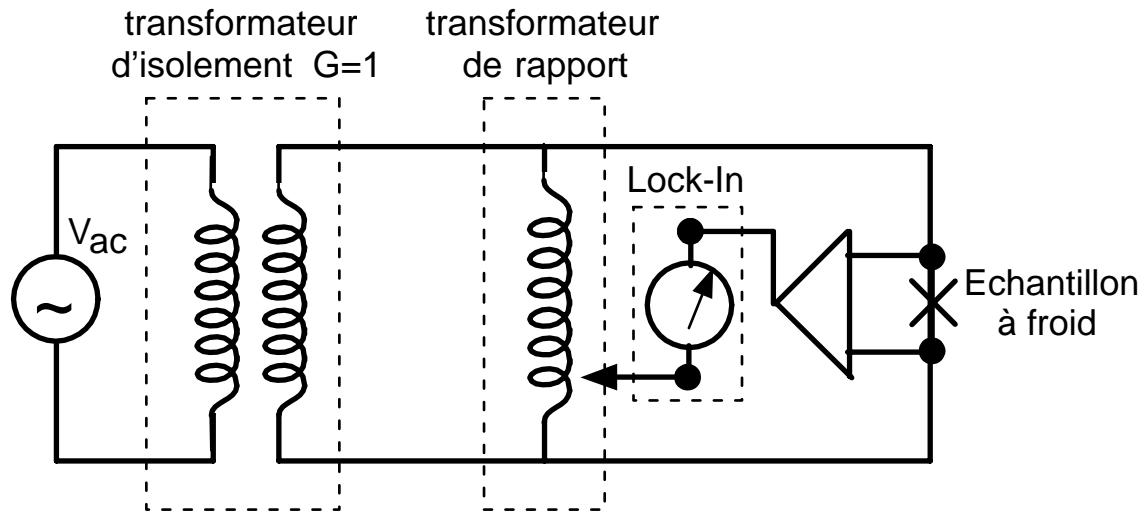


Fig. 1.3. Schéma du cablage des échantillons.

Nous avons effectué les mesures de magnéto-résistance à Michigan State University (MSU) avec Norman Birge et Adel Gougam. Le dispositif expérimental de mesure est similaire à celui qui existe à Saclay : détection synchrone avec un lock-in et lignes de mesures filtrées à basse température. Le schéma de câblage des échantillons est présenté sur la figure 1.3. Le transformateur de rapport est réglé de manière à annuler le signal moyen mesuré par le lock-in. Le lock-in n'enregistre donc ensuite que les faibles variations de résistance de l'échantillon, avec une grande précision.



Echantillon	$L$ ( $\mu\text{m}$ )	$w$ (nm)	$R$ ( $\text{k}\Omega$ )	$D$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$l_e$ (nm)
Ag1	136	65	1.4	120	25
Ag2	271	76	3.2	93	19
Cu1	271	110	1.7	70	13.5
Cu2	271	100	0.95	160	31
Au1	271	100	2.0	100	22
Au2	271	115	1.1	160	34
AuMSU	176	80	1.1	155	33

Table 1.1. Caractéristiques géométriques et électriques des échantillons mesurés. L'échantillon d'or AuMSU a été déposé dans le groupe de Norman Birge, à Michigan State University, sur un substrat de silicium, avec un évaporateur Joule.

## 1.4 Appendice : effet du couplage spin-orbite sur les corrections de localisation faible

Le potentiel  $\widehat{V}_{so}$  correspondant au couplage spin-orbite a la forme :

$$\widehat{V}_{so} \propto \widehat{\mathbf{L}} \cdot \widehat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.6)$$

où  $\widehat{\mathbf{L}}$  est l'opérateur moment cinétique de l'électron (par rapport au diffuseur considéré) et  $\widehat{\boldsymbol{\sigma}}$  l'opérateur spin. Ce couplage ne modifie pas les trajectoires électroniques, qui sont dominées par la diffusion. Autrement dit, le temps moyen  $\tau_e$  entre deux collisions élastiques est très petit devant le temps caractéristique du couplage spin-orbite  $\tau_{so} = \hbar / \langle \widehat{V}_{so} \rangle$ . Par contre, à chaque diffusion, ce couplage tourne légèrement le spin de l'électron d'un angle proportionnel à  $(\mathbf{k} \times \mathbf{k}') \cdot \mathbf{s}$ , où  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{k}'$  sont les vecteurs d'onde électronique respectivement avant et après la diffusion  $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$ , et  $\mathbf{s}$  est le spin de l'électron incident. Ainsi, lorsqu'un électron parcourt une boucle en suivant le chemin (+) (voir figure 1.1), le spin de l'électron change d'orientation :

$$\mathbf{s}^+ = \widehat{R} \cdot \mathbf{s}_i,$$

où  $\mathbf{s}_i$  et  $\mathbf{s}^+$  sont le spin d'électron respectivement à l'entrée et à la sortie de la boucle, et  $\widehat{R}$  est l'opérateur rotation de spin qui correspond au chemin (+). Quand un électron parcourt la même boucle en sens inverse, selon le chemin (−), il subit exactement les mêmes collisions mais dans l'autre sens ( $\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}$ ) et dans l'ordre inverse. La rotation du spin est alors exactement inversée :

$$\mathbf{s}^- = \widehat{R}^{-1} \cdot \mathbf{s}_i,$$

où  $\mathbf{s}^-$  est le spin de l'électron à la sortie de la boucle en suivant le chemin (−).

En conséquence, un électrons parcourant les chemins (+) et (−) n'a pas un spin identique au point d'arrivée  $P_f$ , en présence de couplage spin-orbite. Les interférences entre ces deux chemins s'écrivent [13] :

$$|A_+ + A_-|^2 = 2|A_+|^2 (1 + \text{Re} \langle \mathbf{s}^- | \mathbf{s}^+ \rangle), \quad (1.7)$$

où<sup>35</sup>  $\text{Re} \langle \mathbf{s}^- | \mathbf{s}^+ \rangle = \text{Re} \langle \mathbf{s}_i | \widehat{R}^2 | \mathbf{s}_i \rangle$ .

<sup>35</sup> Après la boucle le spin de l'électron continue de tourner. Comme les chemins (+) et (−) sont identiques sur cette portion finale, le même opérateur rotation  $\widehat{R}_f$  s'applique au spin de l'électron. Au point d'arrivée  $P_f$  on a donc les spins  $\mathbf{s}_f^+ = \widehat{R}_f \cdot \widehat{R} \cdot \mathbf{s}_i$  et  $\mathbf{s}_f^- = \widehat{R}_f \cdot \widehat{R}^{-1} \cdot \mathbf{s}_i$ , correspondant respectivement aux chemins (+) et (−). Le terme d'interférence s'écrit donc bien  $\langle \mathbf{s}_f^- | \mathbf{s}_f^+ \rangle = \langle \mathbf{s}^- | \mathbf{s}^+ \rangle = \langle \mathbf{s}_i | \widehat{R}^2 | \mathbf{s}_i \rangle$ .

Quand le couplage spin-orbite est négligeable,  $\widehat{R}^2 \simeq \widehat{I}$  et les interférences sont constructives.

A l'inverse, quand le couplage spin-orbite est fort la rotation est quelconque. Cela ne signifie pas que la valeur moyenne du terme d'interférence s'annule. En effet, notons  $A$  une rotation quelconque dans l'espace réel. L'angle de rotation  $\alpha$ , par rapport à un axe de rotation dont les points sont invariants, est donné par la relation :

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(\text{Tr}(A) - 1). \quad (1.8)$$

Lorsque la rotation  $A$  est une matrice de rotation aléatoire, uniformément distribuée sur la sphère, sa trace s'annule en moyenne :

$$\langle \text{Tr}(A) \rangle = 0.$$

En conséquence, d'après la relation (1.8) la valeur moyenne du cosinus de l'angle de rotation  $\alpha$  par rapport à l'axe fixe vaut :

$$\langle \cos(\alpha) \rangle = -1/2. \quad (1.9)$$

Dans l'espace des spins, la rotation  $\widehat{R} \equiv \widehat{R}_{\mathbf{u}}(\alpha)$  d'angle  $\alpha$  autour du vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{\mathbf{u}}(\alpha) &= \exp[-i\frac{\alpha}{2}\mathbf{u}\cdot\widehat{\boldsymbol{\sigma}}] \\ &= \widehat{I} \cos \frac{\alpha}{2} - i\mathbf{u}\cdot\widehat{\boldsymbol{\sigma}} \sin \frac{\alpha}{2}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Ainsi, la valeur moyenne<sup>36</sup> du terme d'interférence devient :

$$\langle \text{Re} \langle \mathbf{s}^+ | \mathbf{s}^- \rangle \rangle_{\text{désordre}} = \langle \cos(\alpha) \rangle = -1/2. \quad (1.11)$$

Le couplage spin-orbite a donc pour effet de renverser le sens des corrections quantiques de la conductivité. Lorsque le couplage spin-orbite est important, la cohérence de phase augmente la mobilité des électrons, et donc la conductivité, dans le métal. L'amplitude  $-1/2$  correspond bien avec l'expression (1.4).

---

<sup>36</sup> Sur la configuration du désordre.

# Chapitre 2

## Prédictions théoriques pour le temps de cohérence de phase

Le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi(T)$  est le temps de vie moyen d'un état électronique lorsque l'ensemble des électrons est à l'équilibre thermique. Le couplage inélastique entre un électron et son environnement, formé notamment par le fluide électronique constitué des autres électrons, est perçu par cet électron comme un potentiel fluctuant qui modifie son état quantique.

Dans ce chapitre, nous présentons les prédictions théoriques pour le temps de cohérence de phase en fonction de la nature des collisions inélastiques. Nous prenons en compte la contribution des interactions électron-électron  $\tau_\phi^e$ , électron-système à deux niveaux  $\tau_\phi^{\text{tls}}$ , électron-phonon  $\tau_\phi^{\text{ph}}$  et électron-impuretés magnétiques  $\tau_{\text{sf}}$ . Le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  s'écrit en fonction de ces contributions :

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_\phi^e} + \frac{1}{\tau_\phi^{\text{ph}}} + \frac{1}{\tau_\phi^{\text{tls}}} + \frac{2}{\tau_{\text{sf}}}. \quad (2.1)$$

### 2.1 Décohérence par les interactions entre électrons

#### 2.1.1 Calcul du temps de cohérence de phase à partir du noyau de l'interaction Coulombienne écrantée

Le temps de vie  $\tau_{\text{in}}(E, T)$  d'un électron d'énergie  $E$  couplé au fluide électronique à la température  $T$  par l'interaction Coulombienne écrantée s'écrit simplement en fonction du

noyau des interactions (donné par l'expression (2.17) dans la première partie de cette thèse)  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2} |\varepsilon|^{-3/2}$  :

$$\tau_{\text{in}}^{-1}(E, T) \simeq \int_{|\varepsilon| \gtrsim \hbar/\tau_{\text{in}}} d\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} dE' (1 - f_T(E - \varepsilon)) K(\varepsilon) f_T(E') (1 - f_T(E' + \varepsilon)), \quad (2.2)$$

où  $f_T(E)$  est la fonction de Fermi à la température  $T$ .

Concrètement, la coupure à  $|\varepsilon| \gtrsim \hbar/\tau_{\text{in}}$  dans l'intégrale sur l'énergie échangée  $\varepsilon$  signifie qu'un état électronique de temps de vie  $\tau_{\text{in}}$  ne perçoit pas les variations temporelles du potentiel d'interaction de fréquence inférieure à  $1/\tau_{\text{in}}$ .

L'inverse du temps de cohérence de phase  $1/\tau_{\phi}^e(T)$  est égal au taux  $\tau_{\text{in}}^{-1}(E, T)$  moyenné sur les excitations électroniques :

$$1/\tau_{\phi}^e(T) = \int dE \frac{f_T(E)(1 - f_T(E))}{k_B T} \tau_{\text{in}}^{-1}(E, T). \quad (2.3)$$

En injectant l'expression (2.2) dans l'équation (2.3), celle-ci devient :

$$1/\tau_{\phi}^e(T) \simeq \int_{\hbar/\tau_{\phi}^e}^{\infty} d\varepsilon \frac{\kappa_{3/2} \sqrt{\varepsilon}}{k_B T} \frac{\exp[\varepsilon/k_B T]}{(1 - \exp[\varepsilon/k_B T])^2}, \quad (2.4)$$

où nous avons remplacé la coupure à  $\hbar/\tau_e(E, T)$  par une coupure à la valeur moyenne du temps de vie des états électroniques  $\hbar/\tau_{\phi}^e(T)$ <sup>37</sup>.

Afin d'obtenir une expression analytique pour  $\tau_{\phi}^e(T)$ , nous faisons en plus l'approximation [14] :

$$\frac{\exp[\varepsilon/k_B T]}{(1 - \exp[\varepsilon/k_B T])^2} \simeq \frac{1}{(\varepsilon/k_B T)^2}. \quad (2.5)$$

Cette approximation est justifiée car les petits échanges d'énergie dominent la décohérence dans les fils. De plus, l'écart relatif entre le membre de gauche et le membre de droite de l'équation (2.5) est encore inférieur à 10 % à  $\varepsilon = k_B T$ .

Nous obtenons finalement l'expression du temps de cohérence de phase  $\tau_{\phi}^e(T)$  en fonction de la température et du paramètre  $\kappa_{3/2}$  qui intervient dans le noyau de l'interaction Coulombienne :

$$\tau_{\phi}^e(T) \simeq \left( 2\kappa_{3/2} k_B T / \sqrt{\hbar} \right)^{-2/3}.$$

En remplaçant  $\kappa_{3/2}$  par l'expression (2.17) que nous avons obtenue dans la première partie de

<sup>37</sup> Lorsque d'autres processus limitent la cohérence de phase il faut couper l'intégrale à  $\hbar/\tau_{\phi}$  ( $> \hbar/\tau_{\phi}^e$ ). Comme dans ce cas la contribution des interactions entre électrons sur le temps de cohérence de phase est peu visible, nous négligeons cette correction.

la thèse (Eq. (2.17), première partie), le temps de cohérence de phase s'écrit :

$$\tau_{\phi}^e(T) \simeq \left( \frac{2^{3/2} e^2 R \sqrt{D} k_B T}{\pi L \hbar^2} \right)^{-2/3} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_K}{2R} \frac{\hbar}{k_B T} \right)^{2/3} \tau_D^{1/3}, \quad (2.6)$$

où  $\tau_D = L^2/D$ .

### 2.1.2 Calcul du temps de cohérence de phase à partir des fluctuations du champ électromagnétique

Dans la sous-section précédente, le calcul du temps de cohérence de phase fait intervenir une coupure aux petites énergies échangées. Cette coupure jette un doute sur le préfacteur exact qui doit intervenir dans l'expression (2.6). Pour résoudre cette difficulté, Altshuler *et al.* [15] ont calculé l'effet des interactions microscopiques entre électrons à travers l'interaction d'un électron avec le champ électromagnétique fluctuant qui est créé par les autres électrons à l'équilibre thermique. De cette façon, il est possible de calculer directement les corrections de localisation faible en présence des interactions entre électrons<sup>38</sup> [9, 15] :

$$\frac{\Delta R}{R}(B, T) = -\frac{2R}{R_K} \frac{\sqrt{D} \tau_N}{L} \frac{\text{Ai}(\tau_N/\tau_H)}{\text{Ai}'(\tau_N/\tau_H)}, \quad (2.7)$$

avec

$$\tau_N = \left( 2\pi \frac{R_K}{R} \frac{\hbar}{k_B T} \right)^{2/3} \tau_D^{1/3}$$

et

$$\tau_H = \frac{3}{D} \left( \frac{\phi_0}{wB} \right)^2,$$

où  $\text{Ai}(x)$  est la fonction d'Airy et  $\text{Ai}'(x)$  sa dérivée. Le temps  $\tau_N$  est appelé temps de Nyquist en référence à l'utilisation du théorème fluctuation-dissipation (théorème de Nyquist) pour déterminer les fluctuations du champ électromagnétique dans le calcul des corrections de localisation faible.

L'expression (2.7) contient les interactions entre électrons et permet donc d'extraire la contribution  $\tau_{\phi}^e$  de l'interaction Coulombienne écrantée sur le temps de cohérence de phase. Le rapport des fonctions d'Airy dans l'expression (2.7) peut en effet s'écrire :

$$\frac{\text{Ai}(x)}{\text{Ai}'(x)} = \frac{-1}{\sqrt{1/2+x}} (1 + \varepsilon(x)), \quad (2.8)$$

<sup>38</sup> Le préfacteur de cette équation, donné dans l'article [9], corrige une erreur algébrique d'un facteur 2 dans la référence [15]. Le couplage spin-orbite est supposé très faible dans ce calcul.

où  $|\varepsilon(x)| < 0.04$  pour  $x > 0$ . La précision expérimentale n'est pas suffisante pour distinguer un écart relatif inférieur à 4 % sur l'amplitude des corrections de localisation faible (elle mêmes plus petites que 1% du signal mesuré). Les corrections de localisation faible s'écrivent donc :

$$\frac{\Delta R}{R}(B, T) \simeq \frac{2R}{R_K} \frac{1}{L} \sqrt{\frac{D}{\frac{1}{2\tau_N} + \frac{1}{\tau_H}}}. \quad (2.9)$$

Par analogie avec l'équation (1.4) (en l'absence de couplage spin-orbite), nous pouvons extraire l'expression du temps de cohérence de phase lorsqu'il est limité par les interactions entre électrons :

$$\tau_\phi^e = 2\tau_N, \quad (2.10)$$

c'est à dire, explicitement :

$$\tau_\phi^e = \left( \frac{2^{3/2} \hbar^2 L}{e^2 R \sqrt{D} k_B T} \right)^{2/3} = \left( \frac{1}{\pi} \frac{R_K}{R} \frac{\hbar}{k_B T} \sqrt{2\tau_D} \right)^{2/3}. \quad (2.11)$$

Cette expression du temps de cohérence de phase correspond, au facteur  $\pi^{2/3}/4 \approx 0.54$  près, avec l'expression (2.6) que nous avons obtenue en utilisant le noyau des interactions  $K(\varepsilon) = \kappa_{3/2} \varepsilon^{-3/2}$  et avec la coupure aux basses énergie à  $\hbar/\tau_\phi^e$ .

### 2.1.3 Expression du temps de cohérence de phase pour différents types d'interactions entre électrons

Dans cette sous-section, nous présentons l'expression du temps de cohérence de phase lorsque les interactions entre électrons peuvent être décrites par un noyau d'interaction de la forme  $K(\varepsilon) = \kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}$ . Le cas particulier  $\alpha = 2$  est important car nous avons montré dans la première partie de cette thèse que nous pouvions assez bien rendre compte des échanges d'énergie mesurés dans des fils de cuivre et d'or en supposant que le noyau des interactions prend cette forme.

Un raisonnement identique à celui effectué pour déterminer le temps de cohérence de phase à partir du noyau de l'interaction Coulombienne écrantée donne l'équation :

$$1/\tau_\phi^e(T) \simeq \int_{\hbar/\tau_\phi^e}^{\infty} d\varepsilon \frac{\kappa_\alpha \varepsilon^{2-\alpha}}{k_B T} \frac{\exp[\varepsilon/k_B T]}{(1 - \exp[\varepsilon/k_B T])^2}.$$

Pour déterminer explicitement l'expression du temps de cohérence de phase, nous utilisons à nouveau l'approximation (2.5). Cette approximation est valable uniquement lorsque l'énergie échangée  $\varepsilon$  est inférieure à  $k_B T$ , car au-delà l'intégrand s'annule exponentiellement. Pour en

tenir compte, il faut ajouter une coupure supérieure à  $\varepsilon \approx k_B T$  :

$$1/\tau_\phi^e(T) \simeq k_B T \int_{\hbar/\tau_\phi^e}^{k_B T} d\varepsilon \kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}. \quad (2.12)$$

L'équation (2.12) permet d'exprimer le temps de cohérence de phase en fonction des paramètres  $\alpha$  et  $\kappa_\alpha$  (voir table 2.1).

$\alpha > 1 :$	$\tau_\phi^e(T) \simeq \left( \frac{\kappa_\alpha k_B T}{(\alpha-1)\hbar^{\alpha-1}} \right)^{-1/\alpha}$
$\alpha = 1 :$	$\tau_\phi^e(T) \simeq \left( k_B T \kappa_1 \ln \left[ \frac{k_B T}{\hbar/\tau_\phi} \right] \right)^{-1}$
$\alpha < 1 :$	$\tau_\phi^e(T) \simeq \frac{(1-\alpha)}{\kappa_\alpha} (k_B T)^{\alpha-2}$

Table 2.1. Expression du temps de cohérence de phase en fonction de la température lorsque le noyau des interactions s'écrit  $K(\varepsilon) = \kappa_\alpha \varepsilon^{-\alpha}$ .

Lorsque  $\alpha = 2$ , le temps de cohérence de phase est proportionnel à  $1/\sqrt{T}$  :

$$\tau_{\phi,\alpha=2}^e(T) \simeq \left( \frac{\kappa_2 k_B T}{\hbar} \right)^{-1/2}. \quad (2.13)$$

La variation du temps de cohérence de phase à basse température est plus douce que dans le cas de l'interaction Coulombienne écrantée (2.11) en raison de la contribution relativement plus importante des processus inélastiques impliquant de faibles échanges d'énergie dans le noyau de l'interaction  $K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}$ .

Les cas particuliers  $\alpha = 1$  et  $\alpha = 1/2$  correspondent aux prédictions théorique de l'interaction Coulombienne écrantée lorsque la dimensionnalité au sens des interactions<sup>39</sup> est respectivement  $d = 2$  et  $d = 3$ . On retrouve bien les dépendances en température prédites [1] :

$$\begin{aligned} \tau_{\phi,\alpha=1}^e(T) &\propto 1/T, \\ \tau_{\phi,\alpha=1/2}^e(T) &\propto 1/T^{3/2}. \end{aligned}$$

<sup>39</sup> Pour déterminer la dimensionnalité au sens des interactions, il faut comparer les dimensions de l'échantillon avec la longueur de Thouless  $\sqrt{\hbar D/E}$ , où  $E$  est une énergie typique de l'expérience [1]. Dans la troisième partie de cette thèse, nous discutons notamment le critère de dimensionnalité dans les grandes jonctions tunnel. La longueur de Thouless  $y$  est associée à la diffusion du champ électromagnétique et non pas à celle des électrons.



## 2.2 Décohérence induite par les interactions électron-système à deux niveaux

Dans la première partie de cette thèse, nous avons montré qu'il est possible de rendre compte très précisément des échanges d'énergie entre électrons mesurés dans des fils de cuivre et d'or en supposant que les électrons sont couplés à des systèmes à deux niveaux (TLS). Si elles existent, de telles interactions électron-système à deux niveaux doivent limiter la cohérence de phase des électrons.

Dans cette section, nous présentons les prédictions pour le temps de cohérence de phase des électrons, dans le cadre théorique qui a permis de rendre compte des échanges d'énergie dans les fils d'or et de cuivre.

### 2.2.1 Expression du temps de cohérence de phase

Nous pouvons calculer le temps de cohérence de phase en utilisant une procédure semblable à celle pour les interactions entre électrons. En effet, nous avons montré que les interactions électron-système à deux niveaux peuvent être décrites par un noyau de l'interaction qui est fonction de la distribution en énergie des électrons :

$$K_{\text{tls}}(\varepsilon, T) = \frac{\lambda(|\varepsilon|)\eta_{\text{tls}}(|\varepsilon|)}{h(\varepsilon, T) + h(-\varepsilon, T)}, \quad (2.14)$$

où  $\eta_{\text{tls}}(\varepsilon)$  est la densité par unité de volume des TLS dont les deux niveaux sont séparés par l'énergie  $\varepsilon$ ,  $\lambda(\varepsilon)$  est le coefficient de couplage électron-système à deux niveaux qui intervient dans la règle d'or de Fermi, et avec :

$$\begin{aligned} h(\varepsilon, T) &= \int dE f_T(E)(1 - f_T(E + \varepsilon)) \\ &= \frac{\varepsilon}{1 - \exp \frac{\varepsilon}{k_B T}}. \end{aligned}$$

Nous supposons, comme c'était le cas pour rendre compte des échanges d'énergie mesurés dans l'or et le cuivre, que l'on peut écrire le produit de la densité de systèmes à deux niveaux par le terme de couplage avec les électrons, sous la forme :

$$\lambda(\varepsilon)\eta_{\text{tls}}(\varepsilon) = \kappa_{\text{tls}}/\varepsilon.$$

Le noyau de l'interaction s'écrit alors<sup>40</sup> :

$$K_{\text{tIs}}(\varepsilon, T) = \frac{\kappa_{\text{tIs}} \tanh[\varepsilon/2k_B T]}{\varepsilon^2}. \quad (2.15)$$

En utilisant l'expression ci-dessus, et en suivant le même procédé que dans la section précédente, on obtient l'équation suivante pour le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi^{\text{tIs}}$  :

$$1/\tau_\phi^{\text{tIs}}(T) \simeq \int_{\hbar/\tau_\phi^{\text{tIs}}}^{\infty} d\varepsilon \frac{\kappa_{\text{tIs}}}{2k_B T \sinh[\varepsilon/k_B T]}.$$

Après intégration sur  $\varepsilon$ , on obtient :

$$1/\tau_\phi^{\text{tIs}}(T) \simeq -\frac{\kappa_{\text{tIs}}}{2} \ln \left[ \tanh \frac{\hbar/\tau_\phi^{\text{tIs}}}{2k_B T} \right]. \quad (2.16)$$

Y. Imry *et al.* [16] ont obtenu une équation de forme identique (Eq. (8) dans [16]), par un raisonnement qualitatif basé sur l'existence de systèmes à deux niveaux couplés aux électrons et tenu pour responsables du bruit en  $1/f$  sur la conductance (voir [17–19]).

Pour obtenir la valeur de  $\tau_\phi^{\text{tIs}}(T)$  nous résolvons numériquement l'équation (2.16).

---

<sup>40</sup> Cette expression n'est valable qu'à l'équilibre thermique.

## 2.3 Décohérence induite par des impuretés magnétiques

Des développements théoriques très récents indiquent que la présence d'impuretés magnétiques pourrait être à l'origine des échanges d'énergie anormaux que nous avons observés dans des fils d'or et de cuivre.

Il est connu que la présence de ce type d'impuretés limite la cohérence de phase électronique. En effet, lorsqu'un électron entre en collision avec une impureté magnétique et que le spin de l'impureté est retourné alors l'environnement de cet électron est modifié ce qui limite l'amplitude des interférences quantiques entre les différentes trajectoires électroniques.

Pour calculer l'effet des interactions électron-impureté magnétique sur le temps de cohérence de phase il faut tenir compte de ces interactions de façon non-perturbative dans le cadre de la théorie de l'effet Kondo [20]. La contribution  $2/\tau_{sf}$  à l'expression (2.1) de  $1/\tau_\phi$  s'écrit dans l'approche de Nagaoka-Suhl [21, 22] :

$$2/\tau_{sf} = \frac{2\eta_{\text{mag}}}{\pi\hbar\nu(E_F)} \frac{\pi^2 S(S+1)}{\pi^2 S(S+1) + \ln^2(T/T_K)}, \quad (2.17)$$

où  $\eta_{\text{mag}}$  est la densité volumique d'impuretés magnétiques de spin  $S$ ,  $\nu(E_F)$  la densité d'états par unité de volume des électrons au niveau de Fermi, et  $T_K$  la température de Kondo du système électron-impureté magnétique. Cette expression est valable uniquement lorsque  $T > T_K$ .

## 2.4 Décohérence par les interactions électron-phonon

Les interactions électron-phonon contribuent à la fois à la relaxation du système électronique vers une distribution d'équilibre et à la perte de cohérence de phase des électrons. Nous avons observé dans la première partie de cette thèse une modification appréciable de la forme des fonctions de distributions par les interactions électron-phonon dans des fils d'argent soumis à une tension  $U$  supérieure à  $300 \mu\text{V}$ . L'effet des interactions électron-phonon sur le temps de cohérence de phase des électrons a également été observé dans de nombreuses expériences à travers les corrections de localisation faible de la conductance. Typiquement, ces interactions deviennent dominantes lorsque la température est supérieure à 1-10 K.

Dans cette section, nous présentons le calcul du temps de cohérence de phase  $\tau_\phi^{\text{ph}}$  en présence des interactions électron-phonon. Nous utilisons le cadre théorique introduit dans le chapitre 2 de la première partie de cette thèse. Le temps de cohérence de phase est exprimé en fonction du noyau de l'interaction électron-phonon  $K_{\text{ph}}(\varepsilon) = \kappa_{\text{ph}}\varepsilon^2$ , où le paramètre de couplage  $\kappa_{\text{ph}}$  est indépendant de la géométrie.

### 2.4.1 Expression du temps de cohérence de phase

Le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi^{\text{ph}}$  est le temps de vie moyen des électrons en présence des phonons, à l'équilibre thermique. Un calcul similaire à celui présenté dans les sections précédentes permet d'écrire le temps de cohérence de phase en fonction du noyau de l'interaction électron-phonon et des populations des électrons et des phonons :

$$1/\tau_\phi^{\text{ph}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{f_T(E)(1-f_T(E))}{k_B T} (1-f_T(E-\varepsilon)) \kappa_{\text{ph}} \varepsilon^2 (n_T(|\varepsilon|) + \theta(\varepsilon)), \quad (2.18)$$

où  $n_T(\varepsilon) = 1/(\exp[\varepsilon/k_B T] - 1)$  est la distribution en énergie des phonons et  $\theta(\varepsilon)$  est la fonction marche, valant 1 si  $\varepsilon > 0$  et 0 sinon. La double intégrale sur les énergies  $\varepsilon$  et  $E$  a une expression analytique, ce qui permet d'écrire l'expression du temps de cohérence de phase  $\tau_\phi^{\text{ph}}$  en fonction du paramètre  $\kappa_{\text{ph}}$  et de la température :

$$1/\tau_\phi^{\text{ph}}(T) = 6\xi(3)\kappa_{\text{ph}}(k_B T)^3, \quad (2.19)$$

où  $\xi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-x}$  est la fonction zeta de Riemann ( $\xi(3) \simeq 1.2$ ). La relation (2.19) entre  $\kappa_{\text{ph}}$  et  $\tau_\phi^{\text{ph}}$  est exacte, tout au moins dans le cadre théorique que nous utilisons, car la décohérence n'est pas dominée par les collisions quasi-élastiques : il n'est donc pas nécessaire de couper "à

la main” les processus inélastiques pour lesquels l'énergie échangée est inférieure à  $\hbar/\tau_{\phi}^{\text{ph}}$ .

# Chapitre 3

## Mesures du temps de cohérence de phase et comparaison avec les prédictions théoriques

### 3.1 Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires (article)

Cette section reproduit l'article intitulé "Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires", par A.B. Gougam, F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve et N.O. Birge, publié dans *Journal of Low Temperature Physics* **118**, 447 (2000).

Cet article présente la mesure du temps de cohérence de phase dans un fil d'argent, un fil d'or et un fil de cuivre. Le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi(T)$  est comparé avec la mesure des échanges d'énergie présentée dans la première partie de cette thèse.

Note : La résistance de l'échantillon Cu1, noté Cu dans l'article qui suit, est  $R = 1.7 \text{ k}\Omega$  et non pas  $1.9 \text{ k}\Omega$  comme écrit par erreur dans cet article.



# Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires

A.B. Gougam, F. Pierre\*, H. Pothier\*, D. Esteve\*  
and Norman O. Birge

*Department of Physics and Astronomy, Michigan State University, East Lansing,  
MI 48824-1116, USA*

*\*Service de Physique de l'Etat Condensé, Commissariat à l'Energie Atomique,  
Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

*We have determined the phase coherence time,  $\tau_\phi$ , from magnetoresistance measurements of long, narrow wires of Au, Ag, and Cu, over the temperature range 40 mK-6 K. In the Cu and Au wires,  $\tau_\phi$  saturates at low temperature. In the Ag wire,  $\tau_\phi$  continues to increase down to the lowest temperatures measured; moreover, its temperature dependence below about 1 K is consistent with theoretical predictions of Altshuler, Aronov and Khmelnitskii published in 1982. These results cast doubt on recent assertions that saturation of  $\tau_\phi$  at low temperature is a universal phenomenon in metal wires. We compare these results with those of recent experiments on energy relaxation in similar metallic wires. The results of the two experiments are strongly correlated, suggesting that a single (unknown) mechanism is the cause of the enhanced phase and energy relaxation observed in some samples.*

*PACS numbers: 73.23.-b, 73.50.-h, 71.10.Ay, 72.70.+m.*

## 1. INTRODUCTION

One of the fundamental properties of disordered conductors that has been studied extensively the past 20 years is the phase coherence time of the conduction electrons. At temperatures below about 1 K, the dominant phase-breaking mechanism in nonmagnetic disordered metals is predicted to be electron-electron scattering.<sup>1,2</sup> The corresponding phase-breaking rate decreases as the temperature is lowered as a power law,  $\tau_\phi^{-1} \propto T^p$ , where  $p$  depends on the effective dimensionality of the system. Recent experiments



A.B. Gougam *et al.*

and analysis of several older experiments<sup>3</sup> show that the phase coherence time in some samples tends to saturate at a finite temperature, in contrast with theoretical expectations. A second consequence of electron-electron scattering is energy exchange between quasiparticles. Recently, experiments have been performed which provide information on the energy dependence, as well as the overall rate, of energy exchange in mesoscopic wires driven out of equilibrium by a current.<sup>4,5</sup> Those experiments showed that the energy relaxation rate in Cu wires was larger than predicted by theory, and the energy dependence of the scattering rate was different from that predicted.

The purpose of the present work is twofold. First, we aim to shed light on the issue of saturation of the phase coherence time, by measuring the temperature dependence of  $\tau_\phi$  in wires of several different metals. Second, we compare our results with those from the energy relaxation experiments, to see if energy and phase relaxation are related in similarly prepared samples. Energy relaxation experiments have now been performed on wires of Ag<sup>6</sup> and Au<sup>7</sup> in addition to the original work on Cu. For purposes of comparison, we have therefore studied phase coherence in Cu, Ag, and Au wires.

## 2. EXPERIMENT

The wires used in our experiment were deposited on similar substrates, and in the same electron-gun evaporator used to fabricate samples for the energy relaxation experiments.<sup>5,6</sup> The wires were patterned using e-beam lithography and the lift-off process. Sample dimensions are given in Table I. The three samples have very similar resistivity  $\rho$ , as deduced from the resistance  $R$ , length  $L$ , width  $w$  and thickness  $t$ . The diffusion constants  $D$  were deduced from  $\rho$  using Einstein's relation. The only difference in the fabrication procedure for these three samples is that the Au sample was deposited on top of a thin (1 nm) layer of Al to improve adhesion to the substrate. Sample widths vary from 65 to 110 nm, hence all the samples are quasi one-dimensional with respect to the phase-breaking length,  $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$  and the thermal length,  $L_T = \sqrt{\hbar D/k_B T}$  over the temperature range studied. The samples were immersed in the dilute phase of the <sup>3</sup>He-<sup>4</sup>He mixture of a dilution refrigerator. Electrical lines to the sample were filtered at the top of the cryostat and again near the sample. Resistance measurements were performed using a standard ac four-terminal technique with a lock-in amplifier. A ratio transformer was used in a bridge circuit to enhance the measurement sensitivity to small changes in sample resistance.

Figure 1 shows the magnetoresistance of the Ag sample at several temperatures. At low temperature, the magnetoresistance is positive, indicating that the spin-orbit scattering length  $L_{so} = \sqrt{D\tau_{so}}$  is shorter than  $L_\phi$ . Fig-

Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires

TABLE I

Sample material	$L$ ( $\mu\text{m}$ )	$w$ (nm)	$t$ (nm)	$R$ (k $\Omega$ )	$\rho$ ( $\Omega\cdot\text{nm}$ )	$D$ ( $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ )	$L_{so}$ (nm)
Au	271	100	45	2.0	33	0.010	58.5
Ag	136	65	45	1.4	30	0.012	75
Cu	271	110	45	1.9	35	0.007	520

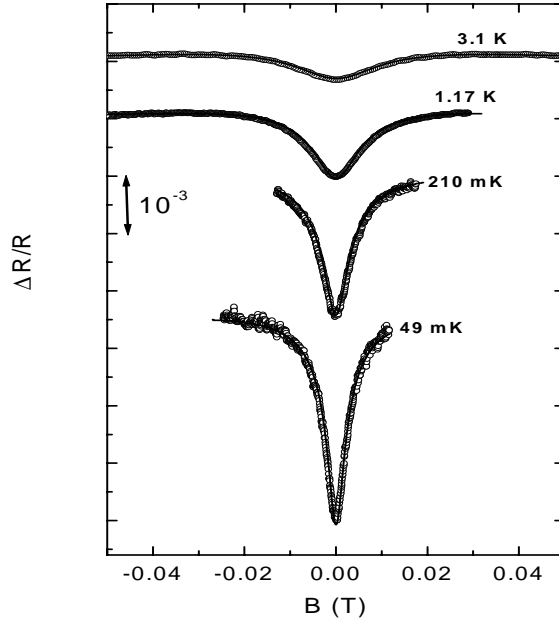


Fig. 1. Magnetoresistance data (circles) and fits to Eq. 1 (solid lines) for Ag sample at different temperatures. The curves are offset vertically for clarity.

Figure 1 shows that the magnitude of the weak localization contribution to the magnetoresistance continues to increase down to the lowest temperatures measured. Figure 2 shows similar raw data for the Cu sample. In contrast to the Ag data, the magnitude of the magnetoresistance does not continue to grow at low temperature, but saturates at about 1 K in the Cu sample.

The magnetoresistance is very small in the Au sample, indicating that  $L_\phi$  is very short. In fact, the poor signal-to-noise ratio of the Au data prevented us from obtaining reliable data at temperatures below 1 K. The data we were able to obtain indicate that  $L_\phi$  had already saturated at 6 K.

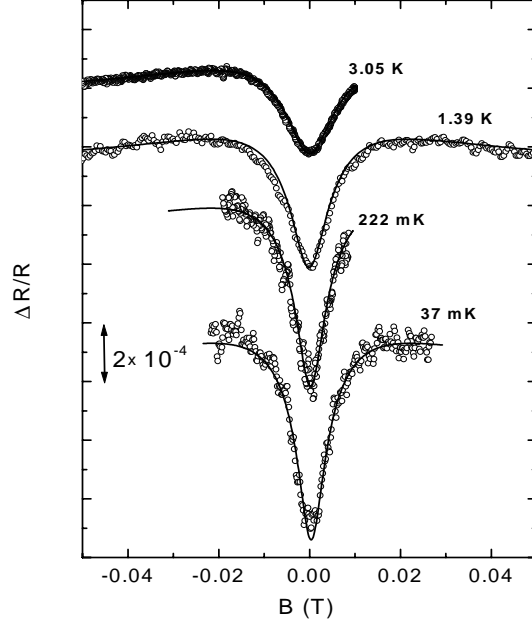


Fig. 2. Magnetoresistance data (circles) and fits to Eq. 1 (solid lines) for Cu sample at different temperatures. The curves are offset vertically for clarity. Note the different vertical scales in Figs. 1 and 2.

### 3. ANALYSIS AND DISCUSSION

To obtain estimates of  $L_\phi$  and hence  $\tau_\phi$ , we fit our data to the weak localization expression for the magnetoresistance in 1D:<sup>8</sup>

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{e^2 R}{\pi \hbar L} \left\{ \frac{3}{2} \left[ \frac{1}{L_\phi^2} + \frac{4}{3L_{so}^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{wBe}{\hbar} \right)^2 \right]^{-1/2} - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{L_\phi^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{wBe}{\hbar} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \quad (1)$$

where we have omitted terms that describe spin-flip scattering by magnetic impurities. Reliable determination of  $L_{so}$  from the fit is only possible at the higher temperatures shown, where the magnetoresistance changes slope at high fields. At lower temperatures, we fix the value of  $L_{so}$  and fit to the single free parameter  $L_\phi$ .

### Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires

Echternach et al.<sup>9</sup> have emphasized that Eq. (1) is not strictly valid at temperatures where the dominant phase-breaking mechanism is electron-electron scattering with small energy transfer, also called Nyquist scattering.<sup>1</sup> In that low-temperature limit, phase differences accumulate slowly over many collisions, hence dephasing is not an exponential process. We refer the reader to Ref. 9 for a complete discussion of this issue. Here it suffices to say that experimental data does not allow one to distinguish between the correct magnetoresistance formula in the Nyquist regime and Eq. (1). The reason is that the function that enters in the Nyquist regime,  $f(x) = Ai(x)/Ai'(x)$ , with  $Ai$  the Airy function, is well approximated for all  $x$  by  $-(0.5 + x)^{-1/2}$ , with corrections of at most 4%. Use of this approximation in the correct magnetoresistance formula<sup>10</sup> results in Eq. (1) with  $\tau_\phi^{-1} = 0.5\tau_N^{-1} + \tau_{\phi 0}^{-1}$ , where  $\tau_N^{-1}$  is the Nyquist dephasing rate and  $\tau_{\phi 0}^{-1}$  is the dephasing rate due to electron-phonon scattering and any other mechanisms. Realistically,  $\tau_\phi$  defined in this way is the only time accessible to experiment.

Figure 3 shows  $\tau_\phi$  versus temperature for our three samples. The differences, already apparent in the raw data, are striking. In the Ag sample,  $\tau_\phi$  continues to increase down to the lowest temperatures measured. In the Cu sample,  $\tau_\phi$  saturates below 1 K at a value of 2 ns, while in the Au sample,  $\tau_\phi$  saturates already at 6 K at a value of 10 ps. The theory of electron-electron scattering in disordered conductors predicts that  $\tau_\phi$  should increase as a power law as the temperature is lowered. For the 1D case, the predicted behavior in the Nyquist regime<sup>1,10</sup> is  $\tau_\phi = 2\tau_N = 2 \left( \frac{e^2 R k_B T \sqrt{D}}{\hbar L \hbar} \right)^{-2/3}$ . To see if our Ag data is consistent with this prediction, we have fit the temperature dependence of  $\tau_\phi$  to the functional form:

$$\tau_\phi^{-1} = AT^p + BT^3 \quad (2)$$

where the second term is meant to describe electron-phonon scattering at higher temperatures.<sup>11</sup> The best values of the three fit parameters are  $p=0.61$ ,  $A=0.7 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-0.61}$ , and  $B=55 \mu\text{s}^{-1}\text{K}^{-3}$ , compared to the theoretical predictions  $p=2/3$ ,  $A=0.6 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-2/3}$ . Thus the Ag data are in agreement with the theory of Nyquist dephasing in both the overall magnitude and temperature dependence.<sup>12</sup> These results are consistent with those of Wind et al.,<sup>13</sup> who measured both the magnitude and width dependence of the Nyquist dephasing rate in Ag and Al wires above 2 K, and with those of Echternach and al.,<sup>9</sup> who found agreement with theory for the dephasing rate of Au samples down to 100 mK. Our results thus extend by a factor of two lower temperature the experimental confirmation of the Nyquist scattering theory.

What conclusions can we draw from these results? First, our Ag data contradict the recent experimental claim that saturation of  $\tau_\phi$  is universal in

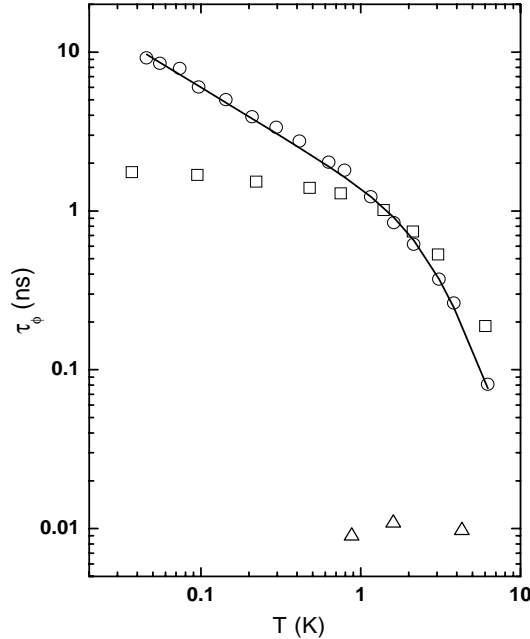


Fig. 3. Phase coherence time for the Ag( $\circ$ ), Cu( $\square$ ) and Au( $\triangle$ ) samples as a function of temperature. The solid line is a fit of the Ag data to Eq. (2).

disordered metal wires.<sup>3</sup> The proposed theoretical expression for the maximum value of  $\tau_\phi$  presented in that paper gives a result  $\tau_{\phi max} = 2$  ns for our Ag sample, about 5 times shorter than what we observe at our lowest temperature. Second, since the macroscopic parameters (physical dimensions and resistivity) of our three samples are nearly identical, any theoretical model that predicts a maximum value of  $\tau_\phi$  based on those parameters alone must be incorrect.<sup>14</sup> Our work thus lends experimental support to recent theoretical papers<sup>15,16</sup> refuting the claim that saturation of  $\tau_\phi$  is universal. On the other hand, our Cu and Au data show that some samples do show saturation of  $\tau_\phi$ . Since all three of our samples were measured in the same cryostat under the same conditions, it is unlikely that the saturation is due to interference from external electromagnetic radiation, as was recently proposed.<sup>15</sup> The cause of the saturation is not yet known, but we will mention some recent proposals at the conclusion of this paper. The small value of  $\tau_\phi$  in our Au sample is curious, when compared with data from other workers.<sup>3,9</sup> Fur-

## Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires

ther measurements on other samples will reveal whether the Al underlayer has any influence on the dephasing rate.

### 4. COMPARISON WITH ENERGY RELAXATION

We now compare these results with those from the energy relaxation experiments.<sup>4,5,6,7</sup> The analysis of those experiments was performed within the framework of the quantum Boltzmann equation.<sup>17,18</sup> The results of the analysis were expressed in terms of a kernel function,  $K(\varepsilon)$ , which describes the scattering rate between quasiparticles as a function of the energy  $\varepsilon$  exchanged in the interaction. In the Appendix, we present a heuristic argument relating  $K(\varepsilon)$  to the dephasing rate  $\tau_\phi^{-1}$ . The main result of that calculation is that if  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-\alpha}$  with  $\alpha > 1$ , then the dephasing rate should have the temperature dependence  $\tau_\phi^{-1} \propto T^{1/\alpha}$ . Starting with Ag, Pierre et al.<sup>6</sup> have found that with  $\alpha \approx 1.5$  in some samples, and  $\alpha = 1.2$  in others. The former result is in agreement with the theory of electron-electron interactions,<sup>2</sup> and is consistent with our observation that  $\tau_\phi^{-1} \propto T^{0.61}$  at low temperatures. Furthermore, the prefactor in  $K(\varepsilon)$  is close to the theoretical prediction, consistent with our similar observation for the dephasing rate. In Cu and Au, the situation is more subtle. The original energy relaxation experiments<sup>5</sup> in Cu found  $K(\varepsilon) = \tau_0^{-1}\varepsilon^{-2}$ , with  $\tau_0 \approx 1$  ns. The characteristic scattering time of 1 ns is very close to the dephasing time we observe at low temperature, but the energy dependence of  $K(\varepsilon)$  is not consistent with our observation of  $\tau_\phi$  saturation. According to the derivation given in the Appendix,  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-2}$  should lead to  $\tau_\phi^{-1} \propto T^{1/2}$ . In Au, the situation is similar. The energy relaxation experiments<sup>7</sup> find  $K(\varepsilon) = \tau_0^{-1}\varepsilon^{-2}$ , with  $\tau_0 = 100$  ps, whereas we observe saturation of  $\tau_\phi$  at 10 ps. We note that the Au samples used in the energy relaxation experiment did not have the thin Al underlayer.

The fact that the energy dependence of  $K(\varepsilon)$  deduced from the energy relaxation experiments in Cu and Au is not consistent with the observed temperature dependence of  $\tau_\phi$  may simply be telling us that electron-electron collisions are not responsible for one or both of those observations. The analysis of the energy relaxation experiments assumes that two-body electron-electron collisions are the dominant energy exchange process in the sample. The relation between  $K(\varepsilon)$  and  $\tau_\phi$  presented in the Appendix assumes the same for dephasing. Since the results of neither experiment agree with the theoretical prediction for electron-electron scattering, it is perhaps not surprising that our comparison of the results from within that framework leads to a contradiction.

A.B. Gougam *et al.*

## 5. CONCLUSIONS

What then is the cause of the saturation of  $\tau_\phi$  we observe in our Cu and Au samples? It was already argued by Mohanty *et al.* that magnetic impurities are unlikely to be the cause of the saturation, since samples with magnetic impurities deliberately added do not exhibit a saturation of the dephasing rate.<sup>3</sup> Our results support that conclusion. Although it is well known that magnetic impurities can lead to dephasing via spin-flip scattering, it seems unlikely that they could provide an efficient mechanism of energy exchange in the absence of an external magnetic field. There have been recent suggestions that two-level systems may be responsible.<sup>16,19</sup> One of those proposals<sup>16</sup> relates the dephasing rate to the level of  $1/f$  noise in the sample at frequencies close to  $\tau_\phi^{-1}$ . That proposal relies on assumptions about the distribution of tunneling centers in disordered metals that have not been directly tested by experiment. The second proposal invokes two-level systems with nearly degenerate ground states, which act as two-channel Kondo impurities.<sup>19</sup> It is argued that such systems can lead to a temperature-independent dephasing rate over a limited temperature range, below which the rate must tend to zero. It remains to be seen if either of these ideas can explain the intriguing results regarding both phase and energy relaxation in metal wires.

## ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to M. Devoret and Y. Imry for valuable discussions. This work was supported in part by NSF grant DMR-9801841. Travel between Saclay and East Lansing was supported by NATO, under Collaborative Research Grant 970273.

## APPENDIX

To facilitate comparison of the energy relaxation and phase relaxation experiments, we present a heuristic derivation of the dephasing rate one obtains from a given  $K(\varepsilon)$ .<sup>20</sup> The out-scattering term in the Boltzmann equation takes the form:

$$I^{out}(E, \{f\}) = \int d\varepsilon dE' K(\varepsilon) f(E) [1 - f(E - \varepsilon)] f(E') [1 - f(\varepsilon + E')] \quad (3)$$

where we have suppressed all reference to spatial variables. We assume that the dephasing rate at temperature  $T$  is equal to the out-scattering rate with the initial state occupied and with equilibrium Fermi-Dirac distribution functions  $f_{FD}$ . Within the framework of Eq. (3), it makes no sense to include

## Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires

scattering events with energy transfer less than the dephasing rate itself, hence we set the lower limit of the integral to  $\hbar/\tau_\phi$ .<sup>20</sup> The upper limit is cut off at  $\approx k_B T$  by the availability of unoccupied final states. We then have:

$$\tau_\phi^{-1} \approx \int_{\hbar/\tau_\phi}^{k_B T} d\varepsilon K(\varepsilon) g(\varepsilon) \quad (4)$$

where

$$g(\varepsilon) = \int dE' f_{FD}(E') [1 - f_{FD}(E' + \varepsilon)] = \varepsilon [1 - e^{-\varepsilon/k_B T}]^{-1} \quad (5)$$

For  $0 \leq \varepsilon \leq k_B T$ ,  $g(\varepsilon) \approx k_B T$ , so the final result is:

$$\tau_\phi^{-1} \approx k_B T \int_{\hbar/\tau_\phi}^{k_B T} d\varepsilon K(\varepsilon) \quad (6)$$

If  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-\alpha}$  with  $\alpha > 1$ , then the integral is dominated by the low-energy limit, and the dephasing rate has the temperature dependence  $\tau_\phi^{-1} \propto T^{1/\alpha}$ . For the case of disordered metals of dimension  $d$ , the theoretical prediction<sup>2</sup> is  $K(\varepsilon) \propto \varepsilon^{(d-4)/2}$ . In 1D, this leads to the well-known result<sup>1</sup>  $\tau_\phi^{-1} \propto T^{2/3}$ .

We note here some possible limitations of the approach taken above. Most notably, Eq. (4) indicates that dephasing occurs by single scattering events with energy transfer greater than  $\hbar/\tau_\phi$ . This is in contrast with the discussion given in the original theoretical papers,<sup>1</sup> where dephasing is described by a process of gradual accumulation of phase during many collisions with energy transfer  $< \hbar/\tau_\phi$ . Second, the approach shown here does not address subtle differences between dephasing rates measured in different experiments. Recently it has been shown both theoretically<sup>21</sup> and experimentally<sup>22</sup> that the dephasing rate measured in weak localization experiments is different from that measured in universal conductance fluctuation experiments. Nevertheless, we find it remarkable that the simple argument outlined above gives the correct temperature dependence of the dephasing rate from the energy dependence of  $K(\varepsilon)$ .

## REFERENCES

1. B.L. Altshuler, A.G. Aronov and D.E. Khmel'nitskii, *J.Phys.C: Solid State Physics* **15**, 7367 (1982).
2. B.L. Altshuler and A.G. Aronov in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A.L. Efros and M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985).
3. P. Mohanty, E.M.Q. Jariwala and R.A. Webb, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3366 (1997).
4. H. Pothier, S. Gueron, N.O. Birge, D. Esteve and M.H. Devoret, *Z. Phys. B* **104**, 178 (1997).



A.B. Gougam *et al.*

5. H. Pothier, S. Gueron, N.O. Birge, D. Esteve and M.H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3490 (1997).
6. F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve and M.H. Devoret, this volume.
7. F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve and M.H. Devoret, unpublished.
8. B.L. Altshuler and A.G. Aronov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, 515 (1981) [*JETP Lett.* **33**, 499 (1981)].
9. P.M. Echternach, M.E. Gershenson, H.M. Bozler, A.L. Bogdanov and B. Nilsson, *Phys. Rev. B* **48**, 11516 (1993).
10. The formulas in refs. 1 and 9 contained several minor errors, which were recently corrected in: I. L. Aleiner, B. L. Altshuler and M. E. Gershenson, *Waves Random Media* **9**, 201 (1999).
11. The data presented here do not extend to high enough temperature to distinguish the  $T^3$  law from other powers. The  $T^3$  term has been used to describe dephasing above 1 K in similar samples in Refs. 3 and 9, among others.
12. During the course of the Ag experiment, we slightly underestimated the effect of heating due to the drive current. Since electron cooling at the lowest temperatures occurs almost entirely by thermal conduction through the leads, one can calculate the effect of heating using the Weidemann-Franz relation and the known sample geometry. The drive current at the lowest three temperatures shown was 5 nA, which at 50 mK causes a temperature rise of about 5 mK at the center of the wire. Use of a lower drive current might result in a slightly larger value of  $p$  from the fit. This error was corrected in the Cu experiment, where electron heating due to the drive current was kept below a few percent of the lattice temperature.
13. S. Wind, M.J. Rooks, V. Chandrasekar, and D.E Prober, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 633 (1986).
14. D.S. Golubev, A.D. Zaikin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1074 (1998).
15. B.L. Altshuler, M.E. Gershenson and I.L. Aleiner, *Physica E* **3**, 58 (1998).
16. Y. Imry, H. Fukuyama, and P. Schwab, *Europhys. Lett.* **47**, 608 (1999).
17. K.E. Nagaev, *Phys. Lett. A* **169**, 103 (1992) and *Phys. Rev. B* **52**, 4740 (1995).
18. V.I. Kozub and A.M. Rudin, *Phys. Rev. B* **52**, 7853 (1995).
19. A. Zawadowski, J. von Delft and D.C. Ralph *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2632 (1999).
20. B.L. Altshuler and B.D. Simon in *Mesoscopic Quantum Physics*, Ed. E. Akkermans, G. Montambaux, J.-L. Pichard and J. Zinn-Justin, Elsevier Science B.V. (1994).
21. Ya.M. Blanter, *Phys. Rev. B* **54**, 12807 (1996).
22. D. Hoadley, P. McConville, and N.O. Birge, *Phys. Rev. B* **60**, 5617 (1999).

## 3.2 Mesures complémentaires et comparaison avec les prédictions théoriques

Dans l'article précédent, nous montrons que le temps de cohérence de phase mesuré dans le fil d'argent Ag1 suit bien les prédictions théoriques pour l'interaction Coulombienne écrantée et les interactions électron-phonon. Nous observons aussi, avec le même dispositif expérimental, une saturation du temps de cohérence de phase à basse température dans les fils d'or (Au1) et de cuivre (Cu1) mesurés. Cette différence de comportement entre le fil d'argent d'une part, et les fils d'or et de cuivre d'autre part, est corrélée avec la différence de comportement observée dans les échanges d'énergie.

Dans cette section nous présentons tout d'abord la mesure du temps de cohérence de phase dans deux nouveaux fils d'or (Au2 et AuMSU) fabriqués différemment. Puis nous comparons les mesures du temps de cohérence de phase avec les prédictions théoriques.

### 3.2.1 Mesures récentes

L'échantillon d'or Au1 présenté dans l'article précédent a été déposé sur une fine couche d'alumine (1 nm) afin d'améliorer l'adhésion avec le substrat de silicium oxydé. Cette couche d'alumine n'est présente sous les fils d'or qui ont servi à mesurer les échanges d'énergie entre électrons qu'à la position des jonctions. Pour vérifier que cette couche d'alumine ne joue aucun rôle particulier, nous avons fabriqué l'échantillon Au2 en déposant un fil d'or directement sur le substrat et en procédant pour le reste de la fabrication de la même façon que pour l'échantillon Au1. Adel Gougam et Norman Birge ont mesuré cet échantillon en utilisant le même dispositif expérimental que précédemment, mais en poussant les mesures à plus basse température<sup>41</sup>.

Le temps de cohérence de phase mesuré sur l'échantillon Au2 en fonction de la température, est représenté sur la figure 3.1 par des triangles pleins inversés. Lorsque la température est comprise entre 0.5 K et 6 K, le temps de cohérence de phase est constant et vaut environ  $\tau_\phi \simeq 10$  ps, comme pour l'échantillon Au1. Cette systématique suggère que notre procédure de fabrication est stable et donc que les fils d'or utilisés pour la mesure des échanges d'énergie entre électrons ont probablement les mêmes propriétés de cohérence quantique. On observe

---

<sup>41</sup> Lorsque la température diminue les mesures sont plus difficiles car les phonons ne permettent pas de thermaliser efficacement les électrons. Le courant de mesure doit donc être d'autant plus petit que la température est faible, et donc le bruit de mesure augmente. Cet effet est en partie compensé lorsque  $\tau_\phi$  augmente, car le signal est alors plus grand. Dans Au1 et Au2, par contre,  $\tau_\phi$  reste faible.

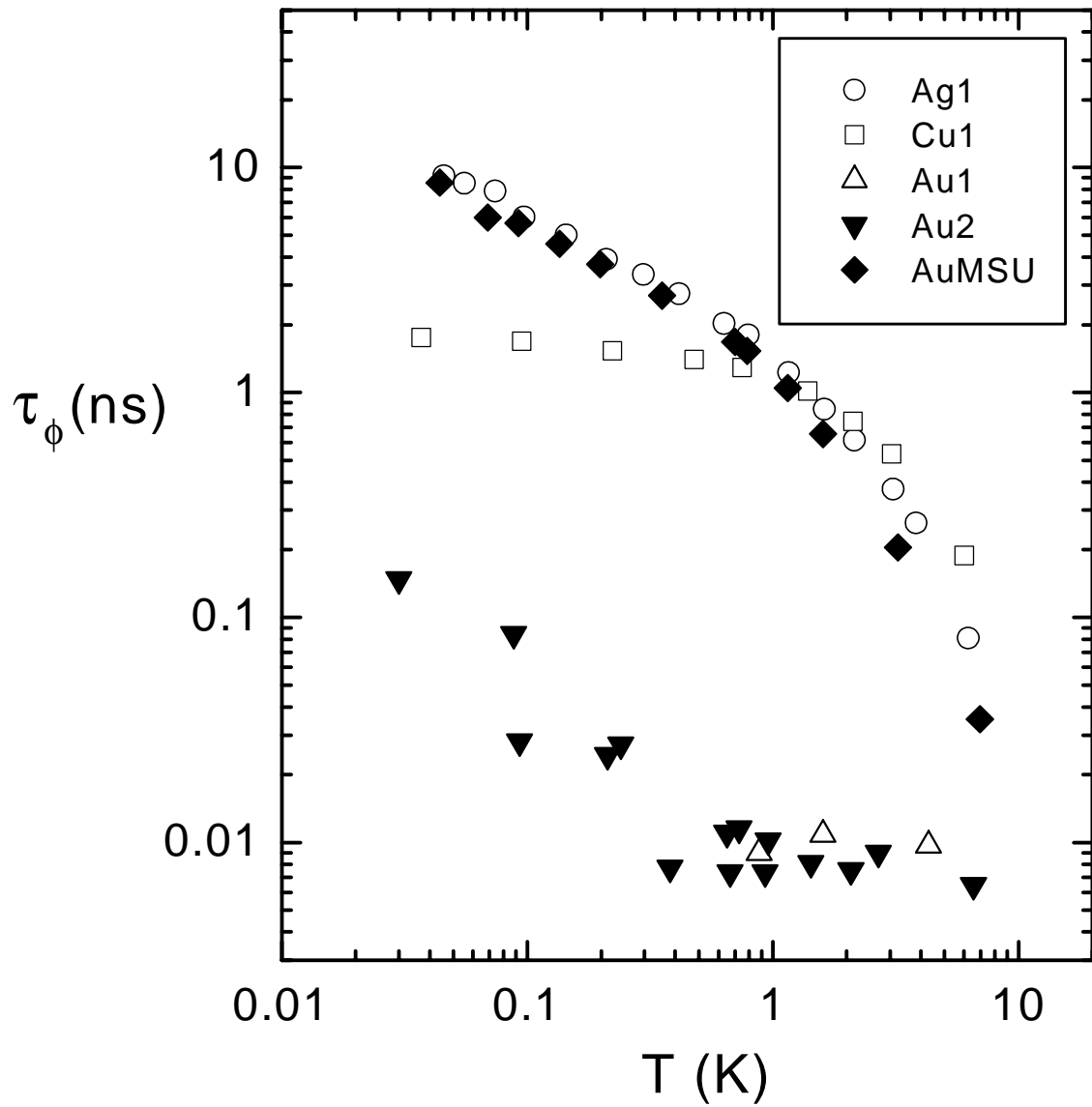


Fig. 3.1. Mesures du temps de cohérence de phase dans des fils d'argent (Ag1), de cuivre (Cu1) et d'or (Au1, Au2 et AuMSU), en fonction de la température  $T$ . Le temps de cohérence de phase augmente continûment dans les échantillons Ag1 et AuMSU lorsque la température diminue. Ce n'est pas le cas dans les échantillons Au1, Au2 et Cu1 qui présentent une saturation de  $\tau_\phi(T)$  sur une gamme de température intermédiaire. L'échantillon AuMSU a été fabriqué à Michigan State University par Norman Birge et son équipe.

de plus sur la figure 3.1 une “désaturation” du temps de cohérence de phase en dessous de 500 mK.

Afin de déterminer si le mode de fabrication des échantillons ou la source d’or utilisée à Saclay ont une influence sur le comportement de  $\tau_\phi$ , l’équipe de Norman Birge a fabriqué, à Michigan State University (MSU), un nouvel échantillon d’or appelé AuMSU. Le fil est déposé avec un évaporateur Joule n’ayant jamais été utilisé pour d’autres matériaux que de l’argent, du cuivre, de l’or et du titane; à partir d’une cible d’or de pureté 99.999% et à un taux de 5 Å/s, à travers un masque suspendu fabriqué par lithographie électronique sur un substrat de silicium.

Le temps de cohérence de phase mesuré sur l’échantillon AuMSU en fonction de la température, est représenté par des losanges pleins sur la figure 3.1. La dépendance en température et la valeur quantitative du temps de cohérence de phase mesuré sur l’échantillon AuMSU sont très proches des mesures effectuées sur le fil d’argent Ag1.

En conséquence, soit la source d’or que nous utilisons, soit la procédure de déposition du métal, est à l’origine de la différence observée entre l’échantillon AuMSU d’une part, et les échantillons Au1 et Au2 d’autre part. Il est important de signaler que des échantillons de cuivre fabriqués récemment à MSU avec une source de cuivre pure à 99.9999% ont un comportement tout à fait identique à celui des échantillons de cuivre fabriqués à Saclay.

Pour tenter d’élucider cette question nous avons fait procéder à une comparaison par analyse SIMS (Secondary Ions Mass Spectroscopy) en ions positifs entre un film d’or déposé par nos soins sur un substrat de silicium oxydé, et un film d’or déposé par Norman Birge sur du silicium. Une fine couche de titane est déposée sous chacun des films d’or afin d’améliorer l’adhésion au substrat. Cette analyse, réalisée par M. Brissot de la société Science et Surface (Ecully), n’a pas révélé de différences remarquables entre les deux types d’échantillons. Toutefois, cette analyse (telle qu’elle a été effectuée) ne permet pas d’atteindre une résolution expérimentale meilleure que 100 ppm.

Il reste donc tout à fait possible que la présence d’impuretés soit responsable de la saturation du temps de cohérence de phase. Des mesures supplémentaires (mesures SIMS complémentaires, rayonnement X, mesure de  $\tau_\phi$  avec des impuretés implantées de manière contrôlée) s’imposent pour déterminer l’origine de la différence des propriétés de cohérence observées entre les échantillons d’or fabriqués à Saclay et à MSU.

### 3.2.2 Comparaison avec les prédictions théoriques

#### 3.2.2.1 Décohérence par l'interaction Coulombienne écrantée et les interactions électron-phonon

Lorsque l'interaction Coulombienne écrantée et les interactions électron-phonon dominent la décohérence, le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi(T)$  s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_\phi(T)} = \frac{1}{\tau_\phi^e(T)} + \frac{1}{\tau_\phi^{\text{ph}}(T)},$$

où  $\tau_\phi^e(T) \propto T^{-2/3}$  et  $\tau_\phi^{\text{ph}}(T) \propto T^{-3}$  sont les expressions du temps de cohérence de phase respectivement en présence uniquement de l'interaction Coulombienne écrantée et des interactions électron-phonon (voir Eqs. (2.11) et (2.19)). Nous présentons sur les figures 3.2 et 3.3 un fit de la courbe  $\tau_\phi(T)$  mesurée respectivement dans les fils Ag1 et AuMSU avec la fonctionnelle :

$$\tau_\phi^{-1} = AT^{2/3} + BT^3. \quad (3.1)$$

Les meilleurs paramètres de fit sont récapitulés, avec les prédictions théoriques  $A_{\text{thy}}$  de l'équation (2.11), sur la table 3.1. Le paramètre  $B$  permet de déterminer le coefficient  $\kappa_{\text{ph}}$  caractérisant l'intensité du couplage électron-phonon (voir l'équation (2.19)). La valeur  $B(\text{Ag1})$  obtenue sur le fil d'argent Ag1 donne  $\kappa_{\text{ph}}(\text{Ag1}) = 8 \text{ ns}^{-1}\text{meV}^{-3}$ . Nous avons utilisé cette valeur pour rendre compte des interactions électron-phonon dans la mesure des échanges d'énergie dans les fils d'argent.

	$A$ ( $\text{ns}^{-1}\text{K}^{-2/3}$ )	$A_{\text{thy}}$ ( $\text{ns}^{-1}\text{K}^{-2/3}$ )	$B$ ( $\text{ns}^{-1}\text{K}^{-3}$ )
Ag1	0.7	0.6	0.037
Ag2	0.6	0.6	< 0.05
AuMSU	0.8	0.5	0.07

Table 3.1. Paramètres de fit et prédictions théoriques pour les échantillons Ag1, Ag2 et AuMSU.

Les données mesurées sur les échantillons Ag1, Ag2 et AuMSU sont donc en bon accord avec les prédictions théoriques. Ce n'est pas le cas des mesures effectuées dans les échantillons Cu1, Cu2, Au1 et Au2 qui présentent une dépendance en température incompatible avec la fonctionnelle (3.1).

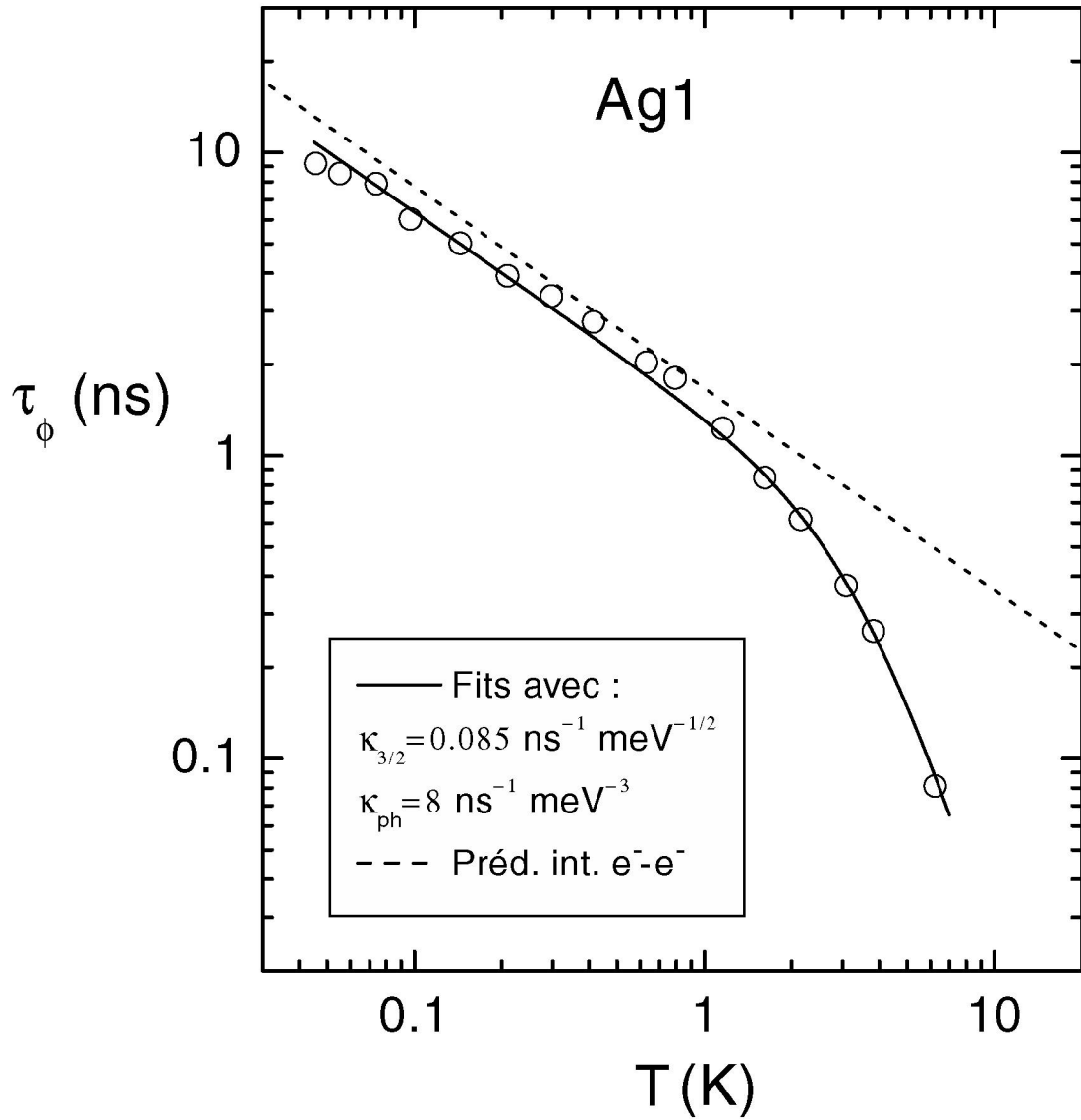


Fig. 3.2. Cercles ouverts : temps de cohérence de phase  $\tau_{\phi}$  mesuré dans le fil d'argent Ag1 en fonction de la température  $T$ . Trait continu : fit des mesures avec la fonctionnelle (3.1). Trait pointillé : prédictions théoriques de la théorie microscopique des interactions entre électrons pour l'échantillon Ag1 (voir Eq. (2.11) et la table 1.1).

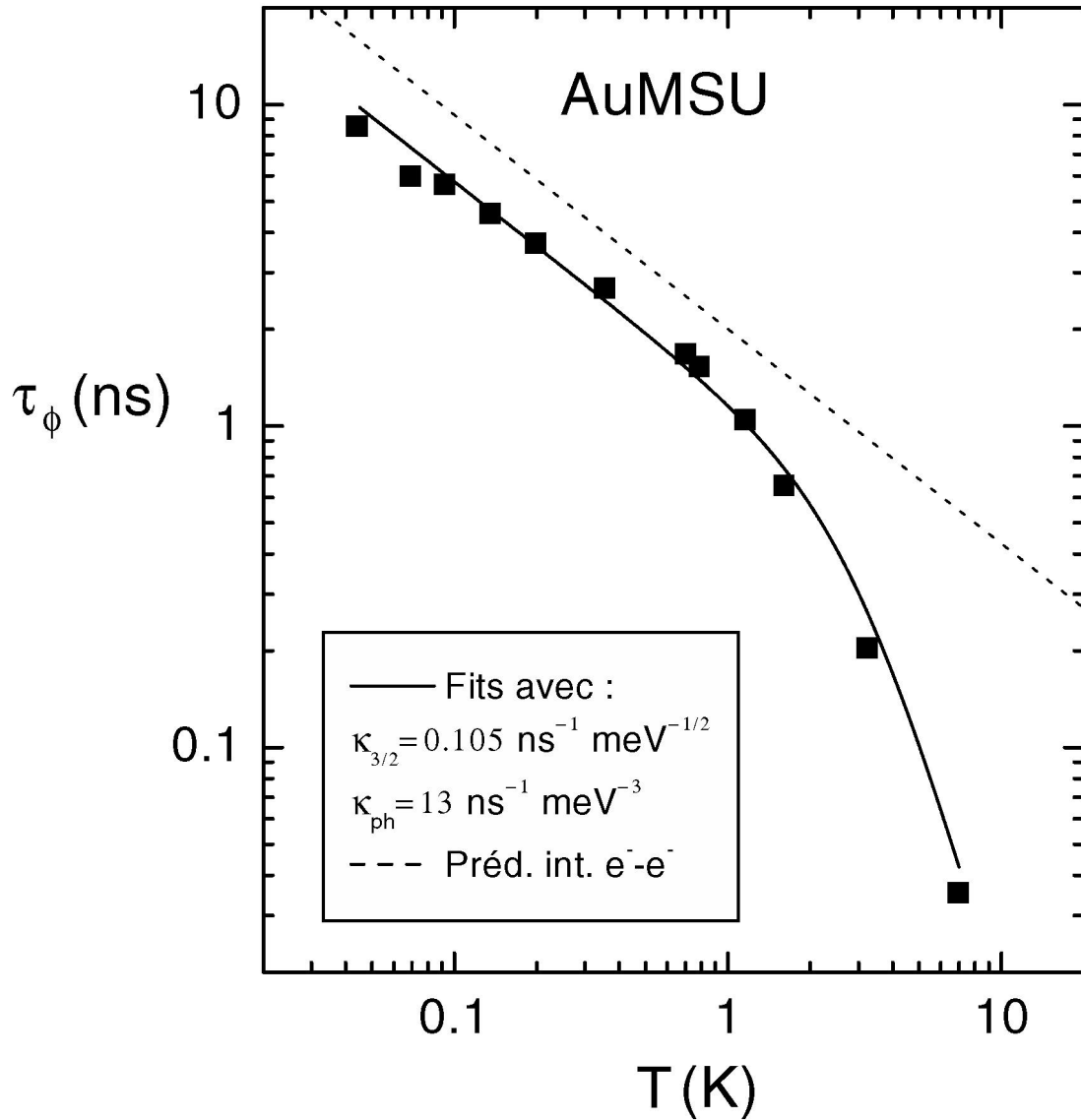


Fig. 3.3. Carrés pleins : temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  mesuré dans le fil d'or AuMSU en fonction de la température  $T$ . Trait continu : fit des mesures avec la fonctionnelle (3.1). Trait pointillé : prédictions théoriques de la théorie microscopique des interactions entre électrons pour l'échantillon AuMSU (voir Eq. (2.11) et la table 1.1).

### 3.2.2.2 Décohérence par des interactions non standards entre électrons

Nous avons montré dans la première partie de la thèse qu'un noyau de l'interaction de la forme  $K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}$  permet de rendre compte assez bien des échanges d'énergie dans les fils d'or et de cuivre. Le temps de cohérence de phase s'écrit alors (voir l'équation (2.13)) :

$$\tau_{\phi, \alpha=2}^e \simeq \left( \frac{\kappa_2 k_B T}{\hbar} \right)^{-1/2}.$$

Le résultat du fit des mesures effectuées sur les échantillons Au2 et Cu1 avec la fonctionnelle

$$\tau_{\phi}^{-1} = 1/\tau_{\phi, \alpha=2}^e + BT^3, \quad (3.2)$$

est porté en traits pleins sur la figure 3.4. Les meilleurs paramètres de fits sont  $\kappa_2(\text{Cu1}) = 0.01 \text{ ns}^{-1}$ ,  $B(\text{Cu1}) = 0.014 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-3}$  et  $\kappa_2(\text{Au2}) = 50 \text{ ns}^{-1}$ . Cette loi de puissance est incompatible avec la dépendance en température des données; de plus les valeurs de  $\kappa_2$  extraites des fits ne correspondent pas à celles déduites des mesures des échanges d'énergie.

### 3.2.2.3 Décohérence par un couplage électron-systèmes à deux niveaux

Lorsque les électrons sont couplés à des systèmes à deux niveaux et aux phonons, le temps de cohérence de phase s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_{\phi}(T)} = \frac{1}{\tau_{\phi}^{\text{tls}}(T)} + \frac{1}{\tau_{\phi}^{\text{ph}}(T)}, \quad (3.3)$$

où  $\tau_{\phi}^{\text{tls}}(T)$  vérifie l'équation (2.16), et  $1/\tau_{\phi}^{\text{ph}} = BT^3$ .

Le fit du temps de cohérence de phase mesuré dans les échantillons Au2 et Cu1, avec les paramètres  $\kappa_{\text{tls}}$  (voir l'équation (2.16) pour  $\tau_{\phi}^{\text{tls}}(T)$ ) et  $B$ , est porté en lignes continues sur la figure 3.5. Les meilleurs paramètres de fit sont  $\kappa_{\text{tls}}(\text{Cu1}) = 0.3 \text{ ns}^{-1}$ ,  $B(\text{Cu1}) = 0.02 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-3}$ , et  $\kappa_{\text{tls}}(\text{Au2}) = 200 \text{ ns}^{-1}$  ( $B(\text{Au2})$  n'a pas d'effet car les collisions électron-phonon sont ici masquées par les autres processus de décohérence).

Le temps de cohérence de phase dans l'échantillon Cu1 présente une saturation complète en dessous de 100 mK que le fit des données reproduit seulement approximativement. Par contre l'amplitude du paramètre  $\kappa_{\text{tls}} = 0.3 \text{ ns}^{-1}$  est en bon accord avec les valeurs déterminées à partir des échanges d'énergie (voir la table 3.3 dans la première partie de la thèse). Finalement, la forte analogie entre la forme et l'amplitude du temps de cohérence de phase d'une part, et la dépendance en énergie échangée et la quantité des processus inélastiques d'autre part, suggère que ces deux phénomènes ont la même origine physique. L'éventualité d'un couplage



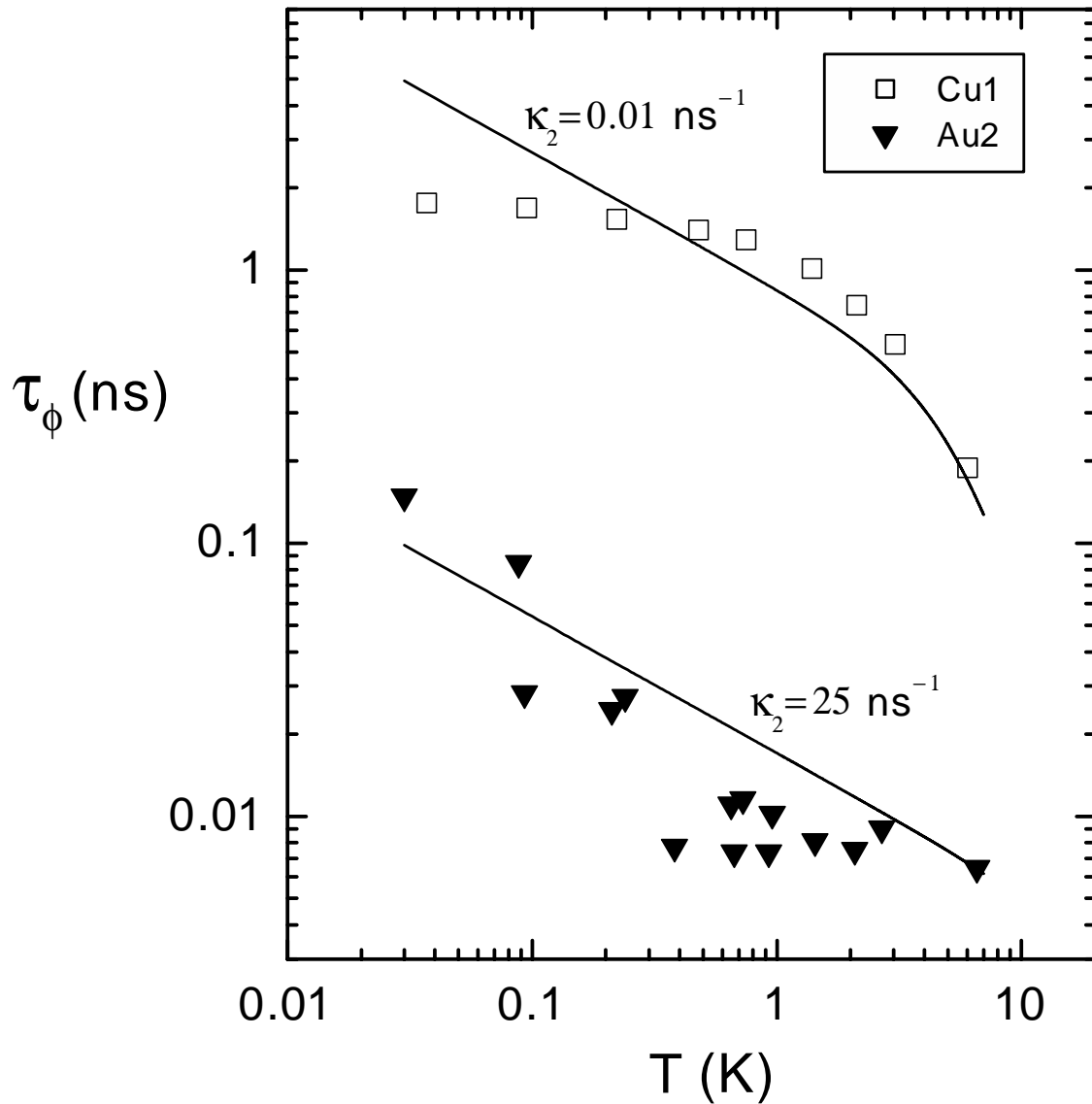


Fig. 3.4. Symboles : temps de cohérences de phase mesuré en fonction de la température sur les échantillons Cu1 et Au2. Traits pleins : fit des mesures avec l'expression (3.2) déduite des échanges d'énergies mesurés dans les fils de cuivre et d'or si on suppose que les échanges d'énergie observés résultent d'interactions directes entre électrons.

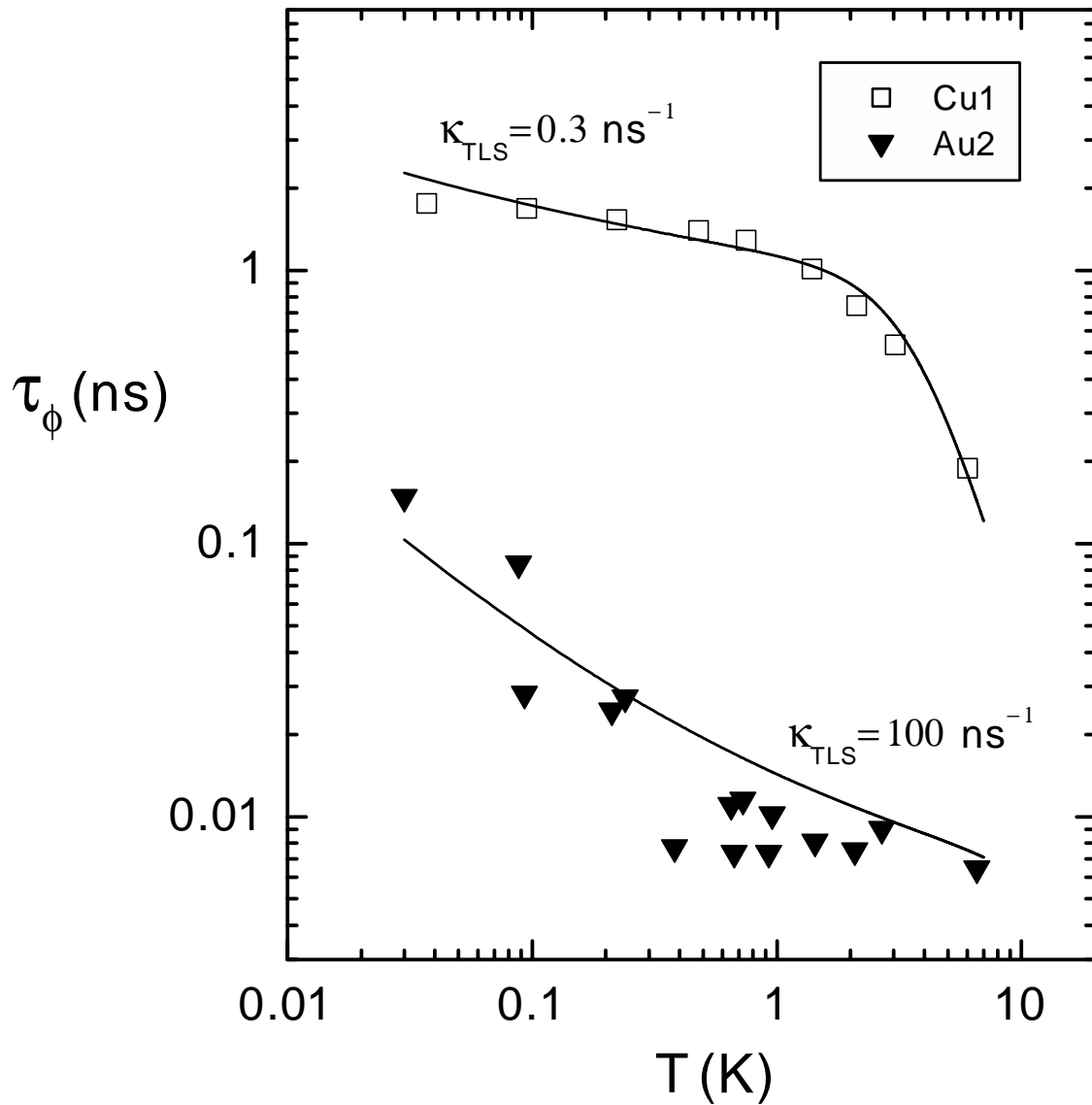


Fig. 3.5. Symboles : temps de cohérences de phase mesuré en fonction de la température sur les échantillons Cu1 et Au2. Traits pleins : fit des mesures avec l'expression (3.3) déduite des échanges d'énergies mesurés dans les fils de cuivre et d'or si on suppose que les échanges d'énergie sont médiés par des systèmes à deux niveaux décrit par le cadre théorique simple que nous utilisons.

entre électrons et TLS reste valable malgré la difficulté à bien reproduire la saturation de  $\tau_\phi$  observée expérimentalement. Cette difficulté pourrait notamment refléter les limites de l'approche perturbative simple utilisée pour calculer l'effet des interactions électron-TLS [23]

Le fit du temps de cohérence de phase mesuré sur l'échantillon Au2 permet de reproduire très qualitativement les données<sup>42</sup>, mais donne une valeur pour le paramètre  $\kappa_{\text{tls}}$  un ordre de grandeur plus grande que déduite des échanges d'énergie (voir la table 3.3 dans la première partie de la thèse). Ce désaccord important suggère qu'un processus de décohérence supplémentaire intervient à basse énergie dans les fils d'or Au1 et Au2. Il pourrait s'agir, en particulier, d'impuretés magnétiques<sup>43</sup>.

### 3.2.2.4 Décohérence par des interactions électron-impureté magnétique

La forme des mesures de  $\tau_\phi(T)$  dans les échantillons Au1, Au2, Cu1 et Cu2 est similaire aux mesures du temps de cohérence de phase en présence d'impuretés magnétiques [4, 22, 24, 25].

Dans ce cas, le temps de cohérence de phase s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_\phi(T)} = \frac{1}{\tau_\phi^e(T)} + \frac{1}{\tau_\phi^{\text{ph}}(T)} + \frac{2}{\tau_{\text{sf}}(T)}, \quad (3.4)$$

où  $1/\tau_\phi^e(T) = AT^{2/3}$  est donné par l'expression (2.11),  $1/\tau_\phi^{\text{ph}}(T) = BT^3$  et  $\tau_{\text{sf}}(T)$  est donné par l'expression (2.17) lorsque  $T > T_K$ .

La mesure de  $\tau_\phi(T)$  dans les fils d'or Au1 et Au2, qui présente une désaturation à  $T < 0.5$  K, correspond à une température de Kondo de l'ordre de  $T_K \approx 0.5$  K. L'expression (2.17) pour  $\tau_{\text{sf}}(T)$  ne permet pas de comparer précisément mesures et prédictions théoriques car le critère  $T > T_K$  n'est pas bien vérifié. Nous pouvons toutefois estimer la concentration d'impuretés magnétiques à  $c \approx 30$  ppm, à partir de la valeur de saturation  $\tau_\phi \simeq 10$  ps et de la forme limite de l'expression (2.17) à  $T \approx T_K$ <sup>44</sup>. Le fer est un bon candidat pour expliquer nos données. En effet, le temps de cohérence de phase mesuré en présence d'impuretés de fer implantées de manière contrôlée dans des fils d'or présente également une désaturation à  $T \lesssim 0.5$  K [4, 7].

<sup>42</sup> Les données d'or sont particulièrement bruitées en raison de la faible amplitude des corrections de localisation faible lorsque le temps de cohérence de phase est petit.

<sup>43</sup> A priori, il n'est pas incompatible d'avoir un temps de cohérence de phase dominé par les interactions électron-impureté magnétique et des échanges d'énergie supérieurs à notre résolution expérimentale de  $50 \mu\text{eV}$  (cette limite est plus particulièrement vraie dans les échantillons Au1.5 et Au5 qui sont peu résistifs) médiés par des TLS.

<sup>44</sup> Haesendonck *et al.* [22] ont trouvé expérimentalement, sur des films minces de cuivre contenant une concentration contrôlée de chrome, que cette prédiction théorique de la concentration est en accord avec les mesures avec une erreur relative inférieure à 20%.

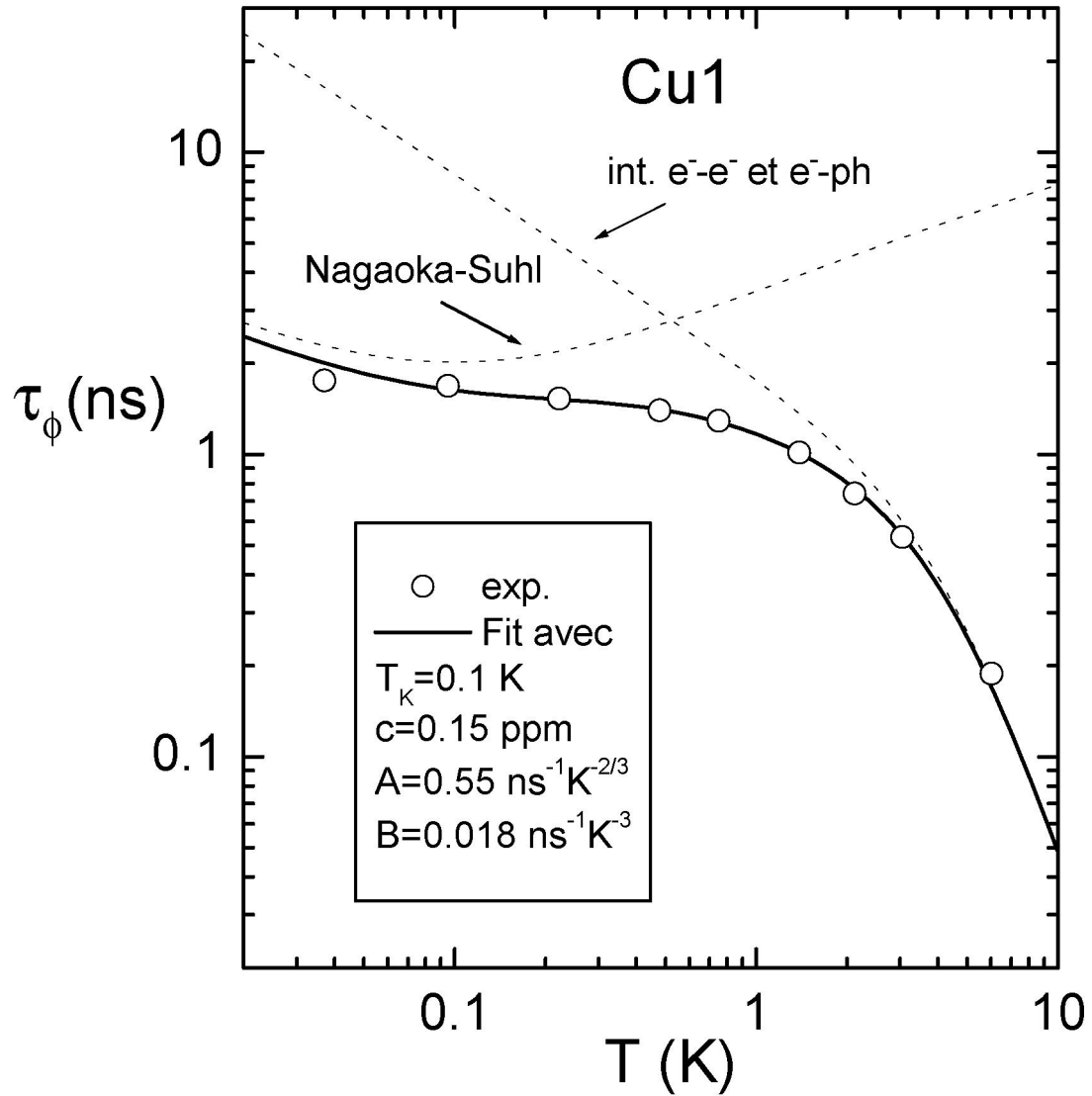


Fig. 3.6. Symboles ouverts : temps de cohérence de phase mesuré dans l'échantillon Cu1. Ligne continu : fit des mesures avec les interactions électron-impureté magnétique, électron-électron et électron-phonon.

La mesure de  $\tau_\phi(T)$  dans les fils de cuivre Cu1 et Cu2 correspond à une température de Kondo  $T_K \lesssim 0.1$  K. Nous présentons en trait plein sur la figure 3.6 un fit du temps de cohérence de phase mesuré sur l'échantillon Cu1 en fonction de la température, avec l'expression (2.17), en supposant que le spin des impureté magnétique est  $S = 1/2$ <sup>45</sup>. Les meilleurs paramètres de fits sont  $A(\text{Cu1}) = 0.55 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-2/3}$ ,  $B(\text{Cu1}) = 0.018 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-3}$ ,  $c(\text{Cu1}) = 0.15$  ppm et  $T_K(\text{Cu1}) = 0.1$  K. La prédiction théorique pour les interactions électron-électron (voir Eq. (2.11)) est  $A_{\text{thy}}(\text{Cu1}) = 0.35 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-2/3}$ . La présence de manganèse dans nos fils de cuivre pourrait expliquer nos mesures. En effet, les électrodes massives de cuivre contenant un faible concentration de manganèse présentent, expérimentalement, une température de Kondo  $T_K \sim 10$  mK [26]. Les mesures de  $\tau_\phi(T)$  effectuées par Vranker et al. [27] sur des films de Cu indiquent que l'oxyde de cuivre présent à la surface des fils pourrait également expliquer nos mesures.

---

<sup>45</sup> Avec un spin  $S > 1/2$ , la prédictions pour  $\tau_\phi$  dans l'approximation de Nagaoka-Suhl (voir Eq. (2.17)) est élargie en température mais la valeur prédite à  $T = T_K$  est identique. La qualité des fits pourrait ainsi être améliorer avec une température de Kondo légèrement inférieure.

### 3.3 Procédure expérimentale et contrôles

#### 3.3.1 Décohérence par injection de bruit à travers les lignes de mesures

La cohérence de phase est un phénomène très fragile car des processus quasi-élastiques peuvent la détruire. Expérimentalement, les lignes électriques qui relient les échantillons à basse température aux instruments de mesure sont susceptibles d'introduire des perturbations qui détruisent la cohérence quantique.

Dans notre expérience, nous mesurons la résistance des fils par une mesure “quatre fils” (voir Fig. 3.2) : le courant et la tension sont respectivement imposés et mesurés par deux paires de lignes. Ces lignes sont filtrées à basse température pour limiter autant que possible le bruit en courant sur l'échantillon. C'est une opération délicate car les filtres doivent rester à basse température pour ne pas être eux même source de bruit, et les interactions électron-phonon qui permettent de thermaliser les électrons deviennent moins efficaces quand la température s'abaisse. Ce point a été évoqué comme une explication possible [28] de la saturation du temps de cohérence de phase mesurée sur des fils d'or par Mohanty *et al.* [4]<sup>46</sup>.

Le meilleur test expérimental des effets de décohérence par les lignes de mesures est le bon accord entre le temps de cohérence de phase mesuré dans l'argent et les prédictions théoriques. Cela garantit que le bruit en courant injecté par ces lignes sur les échantillons est négligeable dans la gamme de température [50 mK, 6 K], et ce pour tous les fils. La saturation du temps de cohérence de phase observée dans les fils de cuivre et d'or que nous avons fabriqués à Saclay n'est donc pas un artefact de la mesure.

#### 3.3.2 Procédure d'extraction du temps de cohérence de phase

Tous les échantillons sauf Au2 présentent une magnétorésistance dont la forme est bien décrite par l'expression (1.4) des corrections de localisation faible. La procédure d'extraction du temps de cohérence de phase consiste simplement à fiter la magnétorésistance mesurée avec cette équation, en utilisant les deux paramètres  $L_\phi$  et  $L_{so}$ , où la valeur de  $L_{so}$  est identique pour toutes les températures.

Dans l'échantillon Au2, la magnétorésistance présente une forme anormale à basse tem-

<sup>46</sup> Et ce malgré la mesure d'une variation relative de la résistance du fil à grand champ magnétique proportionnelle à  $1/\sqrt{T}$ , comme prédit par la théorie de l'interaction Coulombienne écrantée [1].

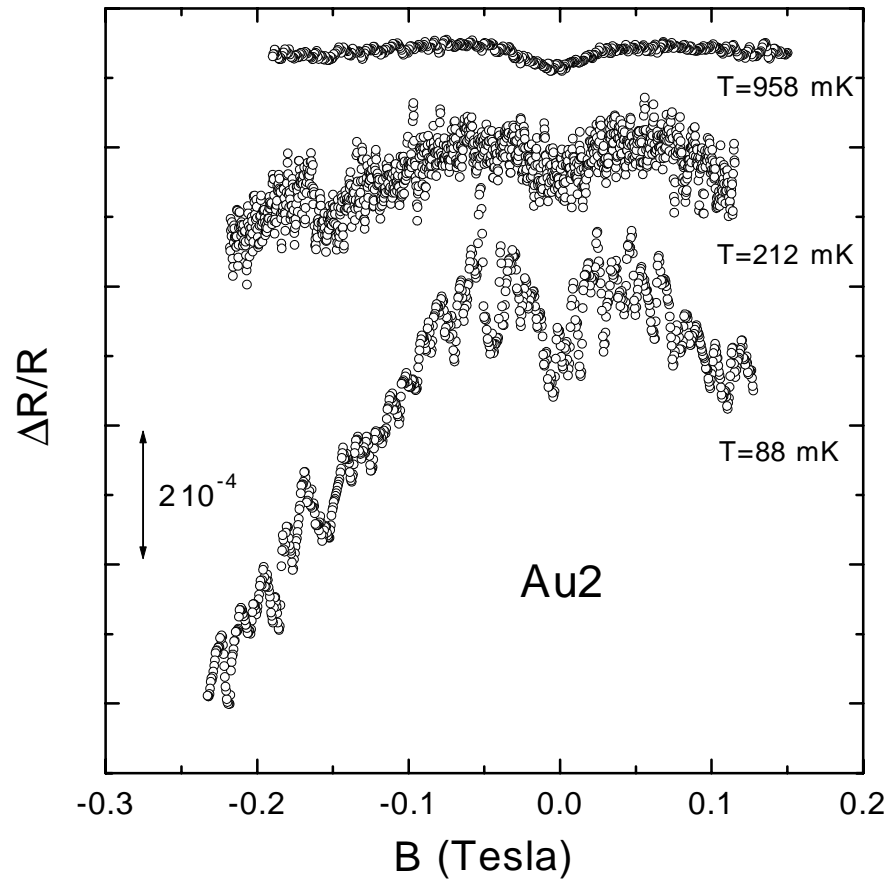


Fig. 3.7. Les échantillons d'or Au1 et Au2 présentent une magnétorésistance négative anormales à basse température pour des champs magnétiques relativement important par rapport aux corrections de localisation faible. Au dessus de 1 K cet effet est négligeable.

pérature (voir figure 3.7), similaire à ce qu’ont observé Mohanty et Webb [25] dans des fils d’or contenant quelques ppm de fer<sup>47</sup>. Nous observons une magnétorésistance négative qui se développe sur un champ magnétique de l’ordre de 1 Tesla et dont l’amplitude dépend fortement de la température pour devenir négligeable à  $T \gtrsim 1$  K. C’est pour cette raison que nous n’avons pas eu à tenir compte de cet effet pour l’échantillon Au1 pour lequel les mesures ont été faites à relativement haute température. La magnétorésistance présentait le même type d’anomalie que Au2 à basse température. Cette anomalie de la magnétorésistance pourrait provenir de l’alignement du spin d’impuretés magnétiques avec le champ magnétique, qui produit une variation relative de la résistance proportionnelle à  $-(B/T)^2$  [25]. Pour déterminer le temps de cohérence de phase à basse température sur l’échantillon Au2, nous avons d’abord soustrait à la magnétorésistance de l’échantillon Au2 la fonction  $-a_T B^2$ , où le paramètre  $a_T$ , à chaque température, est choisi pour annuler la magnétorésistance anormale. Puis nous avons utilisé l’expression (1.4).

On peut remarquer que la grande amplitude de cette magnétorésistance anormale, par rapport à ce qu’ont observé Mohanty et Webb [25], est cohérente avec l’estimation relativement importante (30 ppm) de la concentration en impureté de fer nécessaire pour rendre compte des mesures de  $\tau_\phi$  dans les fils d’or Au1 et Au2.

### 3.3.3 Résistivité en fonction de la température

Les processus inélastiques à l’origine des échanges d’énergie anormaux sont susceptibles de modifier la résistivité du métal. Nous avons donc mesuré la résistance des fils en fonction de la température, sous un champ magnétique suffisant pour détruire les effets de localisation faible ( $B \sim 1.5$  Tesla). La théorie microscopique de l’interaction Coulombienne prédit alors que la résistance du fil  $R(T) = R_0 + \Delta R(T)$  dépend de la température comme [9] :

$$\frac{\Delta R(T)}{R_0} \simeq 3.126 \frac{R_0}{R_K} \frac{L_T}{L}, \quad (3.5)$$

où  $L_T = \sqrt{\hbar D/k_B T}$  et  $R_K = h/e^2$ . Les mesures effectuées sur les échantillons Ag1, Ag2, Cu1, Cu2 et AuMSU vérifient cette prédiction : la résistance varie comme  $1/\sqrt{T}$  et le préfacteur est correct à 20% près. Dans le panneau de droite de la figure 3.8, nous présentons avec des symboles ouverts la mesure de  $\Delta R(T)/R_0$  dans l’échantillon Ag2, et en trait continu la

<sup>47</sup> Mohanty et Webb ont observé que l’amplitude de cette anomalie de magnétorésistance est proportionnelle à la quantité de fer implanté dans le fil d’or.



prédiction théorique donnée par l'expression (3.5). Cette prédiction ne permet pas de rendre compte des mesures dans les échantillons Au1 et Au2 (voir la courbe pointillée sur le panneau de gauche de la figure 3.8). Toutefois, nous pouvons assez bien reproduire les données en rajoutant à la contribution des interactions électron-électron un terme de la forme  $-b \ln(T)$ , où  $b$  est un paramètre de fit (voir le panneau de gauche sur la figure 3.8). Un terme additionnel de ce type est prédit aussi bien en présence d'impuretés magnétiques [20] qu'en présence d'interactions électrons-TLS [29], lorsque la température est supérieure à la température de Kondo.

Quantitativement, par analogie avec les mesures effectuées par Mohanty *et al.* [4] dans des fils d'or contenant des impuretés de fer, le préfacteur  $b(\text{Au2}) \simeq 1.23 \cdot 10^{-3}$  correspond à une concentration de l'ordre de 50 ppm de fer. Cette concentration est cohérente avec la valeur quantitative du temps de cohérence de phase dans les fils d'or fabriqués à Saclay, dans l'interprétation où  $\tau_\phi(T)$  est dominé par la présence d'impuretés magnétiques de fer (voir la sous-section 3.2.2.4). Notez qu'en poussant l'analogie aux échantillons de cuivre, la très faible concentration déduite de la courbe de cohérence de phase ( $c(\text{Cu1}) = 0.15$  ppm) prédit un effet d'amplitude négligeable<sup>48</sup> sur la résistivité. La mesure de  $R(T)$  dans les échantillons de cuivre Cu1 et Cu2 ne présente donc pas d'incompatibilité avec l'interprétation d'une saturation de  $\tau_\phi$  dans ces échantillons par la présence d'impuretés magnétiques.

### 3.3.4 Mesures de bruit

L'oscillation de groupes d'atomes entre plusieurs arrangements atomiques métastables peut conduire à des fluctuations dynamiques de la conductance [17–19]. En effet, la conductance d'un système électronique cohérent est modifiée par rapport à sa valeur moyennée sur le désordre, à hauteur de  $\delta G = e^2/h$ , en fonction de la réalisation particulière des diffuseurs. On parle pour cet effet cohérent de fluctuations universelles de conductance (UCF) [30, 31]. Les systèmes à deux niveaux sont généralement attribués à l'existence de deux arrangements atomiques métastables couplés par effet tunnel [32], et sont donc source de bruit. Le groupe de Norman Birge a mesuré l'amplitude du bruit  $1/f$  sur l'échantillon Au2 afin de déterminer si les échanges d'énergie importants que nous avons mesurés sont aussi reliés à un niveau de bruit élevé. Cette mesure, effectuée à  $T = 1.31$  K, n'a pas donné de résultat positif : le

<sup>48</sup> En effet, les corrections aux variations relatives de la résistance serait de l'ordre de  $10^{-5}$ .

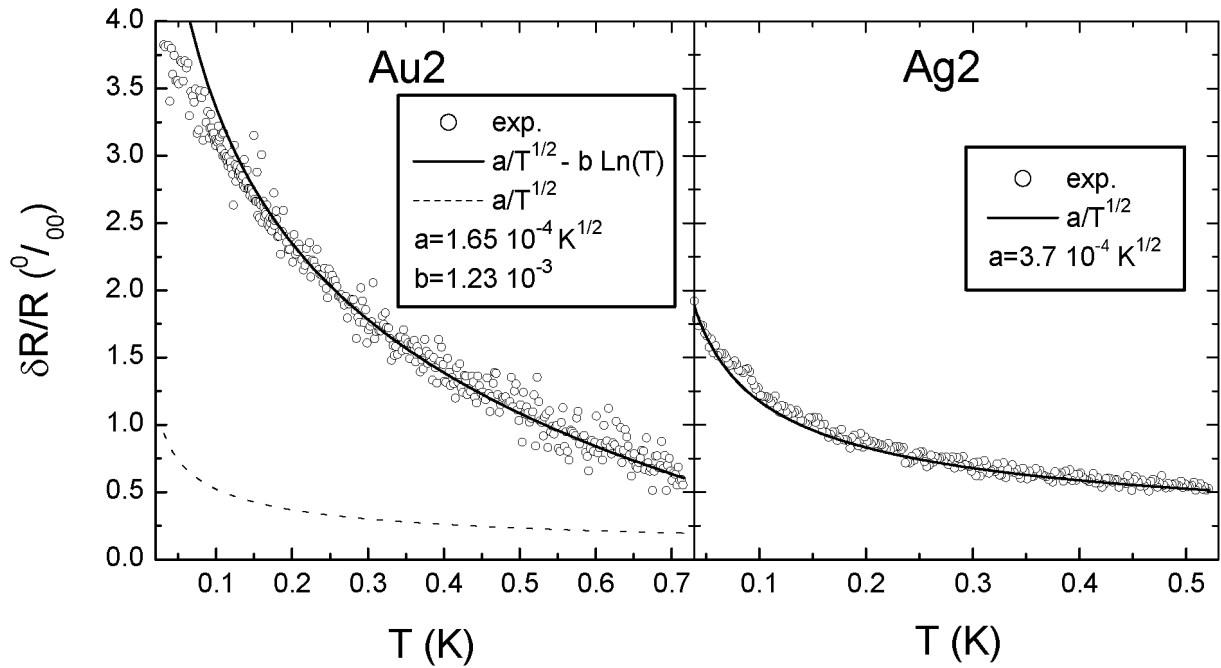


Fig. 3.8. Symboles ouverts : variation relative de la résistance des fils Au2 et Ag2 en fonction de la température. Trait plein dans le panneau de droite et trait pointillé dans le panneau de gauche : prédiction théorique des interactions entre électrons donnée par l'équation (3.3). Trait plein, panneau de gauche : fits des mesures avec la contribution supplémentaire  $-b \ln[T]$ , et en tenant compte de la prédiction (3.3) des interactions entre électrons. Le terme  $-b \ln[T]$  est généralement attribué à la présence d'impuretés magnétiques, mais il est également prédit par la théorie non-perturbative des systèmes à deux niveaux.

niveau de bruit reste inférieur à la résolution expérimentale lorsque la fréquence est supérieure à 0.1 Hz. Il faut souligner que la mesure du bruit porte ici sur des fréquences comprises entre 0.01 Hz et 10 Hz, très inférieures aux fréquences caractéristiques (10 – 100 GHz) mises en oeuvre dans les échanges d'énergie mesurés. Cela ne suffit donc pas pour infirmer l'hypothèse que les processus inélastiques anormaux observés dans le cuivre et l'or résultent de la présence de système à deux niveaux couplés aux électrons.

### 3.4 Conclusion : que savons-nous sur les processus inélastiques ?

Les échanges d'énergie et la décohérence quantique des électrons dans les fils d'argent vérifient les prédictions théoriques basées sur l'interaction Coulombienne écrantée et les interactions électron-phonon. Les mesures du temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  montrent aussi qu'il n'y a pas de facteur limitant intrinsèque à la cohérence quantique des électrons si ce n'est, à température finie, la présence d'impuretés magnétique dont la température de Kondo est inférieure à la température de la mesure. Ce dernier point contredit l'explication de Mohanty *et al.* [4], qui invoquent les fluctuations de point zéro du champ électromagnétique pour rendre compte de la saturation du temps de cohérence de phase observée à basse température dans des fils d'or.

Dans les échantillons de cuivre et d'or fabriqués à Saclay, les échanges d'énergie entre électrons et le temps de cohérence de phase ne vérifient pas les prédictions théoriques des interactions électron-électron.

Nous pensons que ces anomalies dans l'or et le cuivre ne proviennent pas d'interactions (directes) entre électrons anormales. En effet, la loi d'échelle observée sur les distributions en énergie des électrons imposerait pour le noyau des interactions entre électrons  $K(\varepsilon) = \kappa_2 \varepsilon^{-2}$ , mais cette fonctionnelle ne permet pas de rendre compte des distributions mesurées avec autant de précision que la théorie standard des interactions entre électrons dans les fils d'argent. De plus, la dépendance en température et la valeur du temps de cohérence de phase, mesurées dans les échantillons de cuivre et d'or, sont incompatibles respectivement avec cette forme du noyau des interactions, et avec la valeur du paramètre  $\kappa_2$  déterminée par la mesure des échanges d'énergie. Enfin,  $\kappa_2$  varie significativement ( $\frac{\delta \kappa_2}{\kappa_2} \sim 0.5$ ) sous l'effet de cyclages thermiques, alors que la résistivité du métal reste constante à mieux que 5%.

Ce dernier point indique que les électrons sont certainement couplés à d'autres degrés de liberté dans le métal. Expérimentalement, nous observons que l'énergie injectée dans le fil est redistribuée localement entre les électrons. Ceci implique que ces degrés de liberté doivent être localisés, indépendants les uns des autres et couplés essentiellement aux électrons.

Nous avons d'abord supposé qu'ils pouvaient être décrits par des systèmes à deux niveaux (TLS), et utilisé la règle d'or de Fermi pour calculer l'effet des interactions entre TLS et élec-

trons. La loi d'échelle impose que le produit de la densité de TLS par le couplage électron-TLS soit proportionnel à l'inverse de l'écart en énergie entre les deux niveaux du TLS (voir l'équation (2.14)). Dans ce cadre simple, les interactions électron-TLS permettent de reproduire très précisément les fonctions de distribution mesurées dans les fils d'or et de cuivre, et, moins précisément, le temps de cohérence de phase dans les fils de cuivre. Le temps de cohérence de phase dans les échantillons d'or Au1 et Au2 est plus petit d'un ordre de grandeur que les prévisions basées sur la mesure des échanges d'énergie. Toutefois, plusieurs indices suggèrent qu'un autre processus, vraisemblablement un couplage électron-impureté magnétique, limite la cohérence quantiques dans ces deux échantillons. La difficulté à rendre compte précisément de la saturation de  $\tau_\phi$  observée dans les échantillons Cu1 et Cu2 pourrait provenir des limites de l'approche perturbative. En effet, lorsque les énergies sondées expérimentalement sont de l'ordre ou inférieures à la température de Kondo  $T_K$  (qui dépend de la nature microscopique exacte des TLS), les interactions électron-TLS doivent être traitées dans le cadre complexe de l'effet Kondo à deux canaux (voir [23], et références à l'intérieur). Le calcul du temps de cohérence de phase est particulièrement susceptible d'être affecté par l'approche perturbative car  $\tau_\phi$  est très sensible aux processus inélastiques avec des petits échanges d'énergie de l'ordre de  $\hbar/\tau_\phi$ . Le théorème de l'effet Kondo à deux canaux prédit qualitativement<sup>49</sup> une saturation du temps de cohérence de phase sur une plage de température intermédiaire [23].

Nous pouvons également envisager que ces degrés de liberté localisés soient des impuretés magnétiques. Dans ce cadre on peut rendre compte des mesures de  $\tau_\phi$  dans les échantillons d'or<sup>50</sup> et de cuivre. De plus, des développements théoriques très récents, qui ne sont pas encore assez avancés pour permettre une comparaison quantitative avec les mesures des échanges d'énergie, indiquent que le couplage électron-impureté magnétique pourrait donner lieu à un noyau des interactions entre électrons vérifiant la loi d'échelle observée expérimentalement [33].

Récemment, l'équipe de Norman Birge a fabriqué un échantillon d'or (AuMSU) dans lequel le temps de cohérence de phase vérifie les prédictions théoriques, comme c'est le cas pour les échantillons d'argent Ag1 et Ag2. De plus, la valeur quantitative du temps de cohérence

<sup>49</sup> A ce niveau très qualitatif, les interactions électron-système à deux niveaux, telles que nous les avons traitées, prédisaient aussi par l'équation (2.16) une saturation du temps de cohérence de phase sur une gamme de température intermédiaire (Imry *et al.* [16] pensaient expliquer la saturation du temps de cohérence de phase avec cette équation). En pratique, la résolution numérique de l'équation (2.16) ne permet pas de rendre compte précisément de la saturation observée.

<sup>50</sup> Seulement qualitativement pour les fils d'or Au1 et Au2, car nous ne disposons pas d'une théorie valable à  $T \sim T_K$ .

de phase mesuré dans l'échantillon AuMSU est incompatible avec l'intensité des échanges d'énergie observée dans les fils d'or fabriqués à Saclay. Il est très important d'effectuer des expériences complémentaires pour identifier le ou les paramètres à l'origine de cette différence de comportement. Cela devrait notamment permettre de mieux caractériser les degrés de liberté couplés aux électrons. Du point de vue strictement expérimental, cela permettra de fabriquer des échantillons métalliques avec un taux d'échange d'énergie entre électrons adapté au type d'expérience effectuée<sup>51</sup>. La procédure de fabrication diffère essentiellement de ce que nous faisons à Saclay par la source d'or utilisée (pure à 99.999%), par la méthode de dépôt utilisant un évaporateur Joule, et par le substrat en silicium non oxydé. Il faut noter que la pureté des matériaux utilisés à Saclay pour la fabrication suit la hiérarchie observée sur les échanges d'énergie et la cohérence de phase : la source d'argent est plus pure que la source de cuivre, elle même plus pure que la source d'or (ces sources sont respectivement de pureté 99.9999%, 99.999% et 99.99%). Nous savons par ailleurs que le substrat n'est pas directement responsable de la décohérence ou des échanges d'énergie puisque les fils d'argent déposés sur du silicium oxydé vérifient bien les prédictions théoriques. Enfin, la méthode de dépôt ne joue probablement aucun rôle car deux échantillons de cuivre fabriqués très récemment à MSU par Norman Birge et son équipe, en utilisant les mêmes procédures et appareils que l'échantillon AuMSU et avec une source de cuivre pure à 99.9999%, présentent une saturation à des valeurs similaires aux échantillons Cu1 et Cu2. Des mesures supplémentaires (analyses SIMS plus précises, mesures des échanges d'énergie sur des échantillons d'argent dans lesquels on aura implanté des impuretés magnétiques, mesure de  $\tau_\phi$  par les oscillations Aharonov-Bohm, mesures des échanges d'énergie sous champ magnétique) sont nécessaires pour déterminer quels paramètres expérimentaux modifient les processus inélastiques à basse température.

Parmi les autres expériences permettant d'éclaircir l'origine microscopique des processus inélastiques, il y a notamment la mesure du bruit en  $1/f$  à haute fréquence, associé à la présence de TLS, ou encore la mesure de la conductance d'une longue jonction tunnel entre un fil métallique et un plan de masse, qui permet d'accéder à la densité d'états tunnel dans le fil. Cette dernière quantité peut être modifiée par les interactions entre les électrons et

---

<sup>51</sup> Les photo-détecteurs utilisant des jonctions tunnel entre des métaux supraconducteurs [34] et ceux utilisant la dépendance en température de l'état supraconducteur [35] nécessitent une thermalisation rapide des électrons à basse température. Au contraire, les expériences basées sur la cohérence quantique des électrons préfèrent limiter les collisions inélastiques afin d'augmenter le temps de cohérence de phase.

d'autres degrés de liberté du métal. Nous présentons dans la troisième partie de cette thèse une expérience de ce type entre un fil d'aluminium et un plan de masse en aluminium.

## REFERENCES

- [1] B.L. Altshuler et A.G. Aronov dans *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A.L. Efros et M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985).
- [2] S. Chakravarty et A. Schmid, Phys. Rep. **140**, 193 (1986).
- [3] G. Bergmann, Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
- [4] P. Mohanty, E.M.Q. Jarivala et A.R. Webb, Phys. Rev. Lett. **78**, 3366 (1997).
- [5] P.M. Echternach, M.E. Gershenson, H.M. Bozler, A.L. Bogdanov et B. Nilsson, Phys. Rev. B **48**, 11516 (1993).
- [6] S. Wind, M.J. Rouks, V. Chandrasekhar et D.E. Prober, Phys. Rev. Lett. **57**, 633 (1986).
- [7] P. Mohanty, et A.R. Webb, Phys. Rev. B **55**, 13452 (1997).
- [8] D.S. Golubev et A.D. Zaikin, Phys. Rev. Lett. **81**, 1074 (1998).
- [9] I.L. Aleiner, B.L. Altshuler et M.E. Gershenson, Waves Random Media **9**, 201 (1999).
- [10] Y. Imry, et D. Cohen, Phys. Rev. B **59**, 11143 (1999).
- [11] G. Bergmann, Solid State Commun. **42**, 815 (1982).
- [12] B.L. Altshuler et A.G. Aronov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **33**, 515 (1981) [JETP Lett. **33**, 499 (1981)].
- [13] A. Stern, Y. Aharonov et Y. Imry, Phys. Rev. A **41**, 3436 (1990).
- [14] B.L. Altshuler et B.D. Simon dans *Mesoscopic Quantum Physics*, Ed. E. Akkermans, G. Montambaux, J.-L. Pichard et J. Zinn-Justin, Elsevier Science B.V. (1994).
- [15] B.L. Altshuler, A.G. Aronov et D.E. Khmel'nitsky, J. Phys. C **15**, 7367 (1982).
- [16] Y. Imry, H. Fukuyama, et P. Schwab, Europhys. Lett. **47**, 608 (1999).
- [17] M.B. Weissman, Rev. Mod. Phys. **60**, 537 (1988).
- [18] N.O. Birge, B. Golding et W.H. Haemmerle, Phys. Rev. B **42**, 2735 (1990).
- [19] S. Feng, P.A. Lee et A.D. Stone, Phys. Rev. Lett. **56**, 1960 (1986).
- [20] J. Callaway, *Quantum Theory of the Solid State*, Academic Press, New York (1974).
- [21] M.B. Maple, dans *Magnetism* Vol. 5, Ed. H. Suhl, Academic, New York (1973).
- [22] C. V. Haesendonck, J. Vranken et Y. Bruynseraede, Phys. Rev. Lett. **58**, 1968 (1987).
- [23] A. Zawadowski, J. von Delft, et D.C. Ralph, Phys. Rev. Lett. **83**, 2632 (1999).
- [24] R. P. Peters, G. Bergmann et R. M. Mueller, Phys. Rev. Lett. **58**, 1964 (1987).
- [25] P. Mohanty et R.A. Webb, Phys. Rev. Lett. **84**, 4481 (2000).



- [26] M.D. Daybell, dans *Magnetism* Vol. 5, Ed. H. Suhl, Academic, New York (1973).
- [27] J. Vranker, C. Van Haesendonck, et Y. Bruynseraede, *Phys. Rev. B* **37**, 8502 (1988).
- [28] M.E. Gershenson, *Ann. Phys.* **8**, 559 (1999).
- [29] K. Vladár et A. Zawadowski, *Phys. Rev. B* **28**, 1596 (1983).
- [30] C.P. Umbach, S. Washburn, R.B. Laibowitz, et R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **30**, 4048 (1984).
- [31] P.A. Lee, A.D. Stone et H. Fukuyama, *Phys. Rev. B* **35**, 1039 (1987).
- [32] J.L. Black, dans *Glassy Metals I*, Ed. H.J. Guntherodt et H. Beck, (Springer Verlag, Berlin, 1981), p. 167.
- [33] A. Kaminski et L.I. Glazman, article en préparation.
- [34] K. Segall, C. Wilson, L. Frunzio, L. Li., S. Friedrich, M.C. Gaidis, D.E. Prober, A.E. Szymkowiak et S.H. Moseley, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 3998 (2000).
- [35] K.D. Irwin, G.C. Hilton, D.A. Wollman, et J.M. Martinis, *J. Appl. Phys.* **83**, 3978 (1998).

**Partie 3**  
**Conductance d'une jonction  
tunnel comme sonde des  
interactions**



# Chapitre 1

## Introduction

Au début des années 80, Altshuler et Aronov [1] ont calculé l'effet des interactions entre électrons sur la conductance  $G(V) = dI/dV$  d'une grande jonction tunnel entre des électrodes diffusives. Ils ont montré que les interactions réduisent la densité d'états tunnel près de l'énergie de Fermi (TDOS, pour "Tunneling Density Of States"), et donc la conductance de la jonction à basse tension. Cette dépression reflète le coût en énergie nécessaire pour ajouter un électron au fluide électronique formé par les autres électrons. Les corrections à la TDOS par les interactions entre électrons ont été observées dans des expériences effectuées principalement sur des métaux très désordonnés et des semiconducteurs, souvent proches de la transition métal-isolant [2], où les corrections à la densité d'états sont les plus grandes. Ces expériences ont été effectuées sur de grands échantillons considérés comme étant bi- ou tri-dimensionnel<sup>52</sup>.

Dans cette partie, nous présentons une expérience destinée à sonder les collisions inélastiques subies par les électrons dans un fil en bon métal<sup>53</sup> à partir de la réduction de la conductance tunnel à basse tension. Pour cela, nous avons fabriqué une jonction tunnel entre un fil d'aluminium et un film épais, également en aluminium. Dans une telle géométrie, on s'attend à ce que les variations de la conductance tunnel soient dues essentiellement aux interactions dans le fil, où l'écrantage est moins bon que dans le film qui est à la fois bi-dimensionnel et plus épais.

La formulation usuelle [1] de la théorie microscopique des interactions entre électrons ne

---

<sup>52</sup> A l'exception d'une expérience [3] effectuée avec une jonction tunnel entre un fil d'aluminium granulaire très désordonné et un plan de masse, et pour laquelle les résultats n'ont pas été compris.

<sup>53</sup> C'est à dire un métal loin de la transition métal-isolant et pour lequel  $k_F l_e \gg 1$ , où  $k_F$  est le vecteur d'onde des électrons au niveau de Fermi et  $l_e$  est le libre parcours élastique des électrons.

permet pas de calculer simplement les corrections de la TDOS pour notre expérience dans laquelle la longueur finie du fil et la présence de la contre-électrode jouent un rôle important. En effet, le potentiel microscopique d'interaction  $U(r, t, r', t')$  entre deux électrons aux positions  $r$  et  $r'$  dans le fil métallique est très difficile à déterminer dans un système non-invariant par translation et en présence d'une contre-électrode. Le calcul microscopique de la seule influence de la contre-électrode dans le cas simple d'une jonction bidimensionnelle infinie, fait l'objet d'un article complet [4]. Afin d'interpréter les mesures, nous reformulons la théorie des corrections de la TDOS dans un formalisme similaire à celui utilisé dans le calcul du "blocage de Coulomb" [5, 6]. Cette formulation, obtenue d'abord par Nazarov (voir l'appendice dans [5]), montre que la réduction de la conductance tunnel s'exprime à partir des propriétés électromagnétiques du système formé par les deux électrodes de la jonction.

# Chapitre 2

## Conductance tunnel et processus inélastiques

Dans ce chapitre nous montrons comment les corrections à la densité d'états tunnel, dues aux interactions électron-électron et à d'autres processus inélastiques, et la présence d'un environnement électromagnétique, comme celui introduit dans la théorie du blocage de Coulomb, modifient la conductance tunnel. Auparavant, nous commençons par exprimer la conductance tunnel en l'absence de processus inélastiques.

### 2.1 Conductance tunnel des électrons indépendants

Pour cette section et la dernière section de ce chapitre le lecteur peut se référer à [5].

Le Hamiltonien des électrons indépendants s'écrit :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_T, \quad (2.1)$$

avec

$$\hat{H}_0 = \left( \sum_{\mathbf{g}} E_{\mathbf{g}} \hat{c}_{\mathbf{g}}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{g}} + \sum_{\mathbf{d}} E_{\mathbf{d}} \hat{c}_{\mathbf{d}}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{d}} \right), \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_T = \left( \sum_{\mathbf{g}, \mathbf{d}} t_{\mathbf{g}\mathbf{d}} \hat{c}_{\mathbf{g}}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{d}} + h.c. \right), \quad (2.3)$$

où  $\hat{H}_0$  est le Hamiltonien des électrons sans interactions dans les deux électrodes. Les états propres indexés par les indices  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{d}$  sont localisés respectivement à gauche et à droite de la barrière. Le Hamiltonien tunnel  $\hat{H}_T$  couple les deux électrodes : un électron est détruit dans

une électrode et créé dans l'autre.

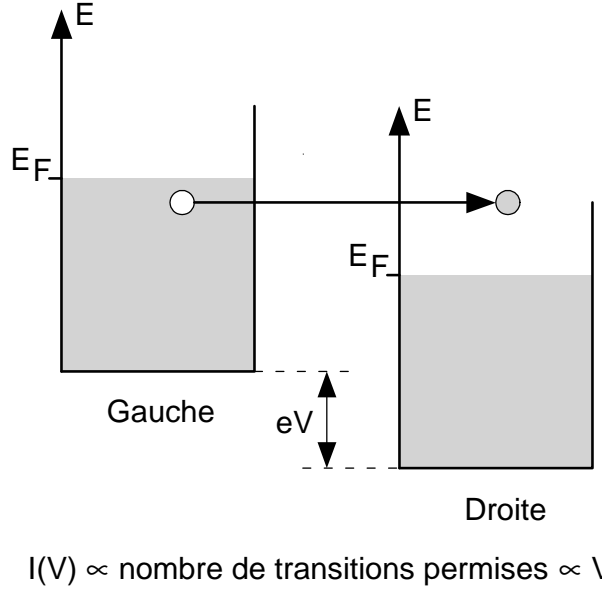


Fig. 2.1. Conductance d'une jonction tunnel à  $T = 0$  et pour des électrons sans interactions. Le saut tunnel peut se produire uniquement à partir d'un état occupé et vers un état vide. Le nombre de transitions permises, et donc le courant, est proportionnel à la tension  $V$  appliquée.

Le taux tunnel  $\Gamma_{\mathbf{g}}$  auquel un électron dans l'état  $\mathbf{g}$  passe de l'électrode de gauche vers l'électrode de droite est donné par la règle d'or de Fermi :

$$\Gamma_{\mathbf{g}}(V) = \sum_{\mathbf{d}} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \mathbf{d} | \hat{H}_T | \mathbf{g} \rangle \right|^2 (1 - f_D(E_{\mathbf{d}})) \delta(E_{\mathbf{g}} - E_{\mathbf{d}} + eV), \quad (2.4)$$

où  $f_{G,D}(E)$  est la distribution en énergie des électrons respectivement dans l'électrode de gauche et de droite, et  $V$  est la tension appliquée à la jonction. Le courant  $I(V)$  à travers la barrière tunnel est alors :

$$I(V) = e \sum_{\mathbf{g}} f_G(E_{\mathbf{g}}) \Gamma_{\mathbf{g}}(V) - e \sum_{\mathbf{d}} f_D(E_{\mathbf{d}}) \Gamma_{\mathbf{d}}(-V) \quad (2.5)$$

$$= \frac{4\pi^2}{eR_K} \sum_{\mathbf{g}, \mathbf{d}} |t_{\mathbf{gd}}|^2 \delta(E_{\mathbf{g}} - E_{\mathbf{d}} + eV) \{f_G(E_{\mathbf{g}}) - f_D(E_{\mathbf{d}})\}, \quad (2.6)$$

où  $R_K = h/e^2 \simeq 25.8 \text{ k}\Omega$  est le *quantum de résistance*.

Pour aller plus loin, nous remplaçons la distribution<sup>54</sup>  $|t_{\mathbf{gd}}|^2$  par sa valeur moyenne  $|t|^2$  que nous supposons indépendante de l'énergie lorsque la tension  $V$  et la température  $T$  sont

<sup>54</sup> La somme est dominée par la petite fraction des termes  $t_{\mathbf{gd}}$  correspondant aux paires d'électrons, de part et d'autre de la barrière tunnel, ayant un recouvrement maximal de leur fonctions d'onde.

très petites devant l'énergie de Fermi  $E_F$  et la hauteur de la barrière tunnel (toutes deux de l'ordre de 1 eV). En remplaçant la somme sur les états  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{d}$  par une intégrale, l'équation (2.6) devient :

$$I(V) = \frac{4\pi^2}{eR_K} |t|^2 \int dE \rho_G(E) \rho_D(E + eV) \{f_G(E) - f_D(E + eV)\}, \quad (2.7)$$

où  $\rho_D(E)$  et  $\rho_G(E)$  sont les densités d'états à l'énergie de Fermi respectivement dans l'électrode de droite et de gauche. Pour des électrons indépendants, les densités d'états  $\rho_{D,G}(E)$  varient à l'échelle de l'énergie de Fermi et peuvent donc être remplacées par leur valeur à l'énergie de Fermi<sup>55</sup>  $\rho_{D,G}$  dans l'équation (2.7). L'expression du courant à travers la barrière tunnel devient :

$$I(V) = \frac{1}{eR_T} \int dE \{f_G(E) - f_D(E + eV)\}, \quad (2.8)$$

où

$$R_T = \frac{R_K}{4\pi^2 \rho_D \rho_G |t|^2} \quad (2.9)$$

est la *résistance tunnel*.

Quelle que soit la distribution en énergie des électrons, l'intégrale dans le membre de droite de l'équation (2.8) est simplement égale à la différence de potentiel  $eV$  (voir Fig. 2.1 pour  $T = 0$  K). Cela conduit, pour les électrons indépendants, à une relation courant-tension linéaire :

$$I(V) = \frac{V}{R_T}. \quad (2.10)$$

---

<sup>55</sup> La densité d'états  $\rho(E)$  des électrons libre est proportionnelle à  $\sqrt{E}$ . Elle est très bien approximée par une constante car  $\frac{E - E_F}{E_F} \lesssim 10^{-3}$  quand  $V < 1\text{mV}$ ,  $T < 10\text{K}$  et  $E_F \sim 1\text{eV}$ .



## 2.2 Modification de la TDOS et anomalie de la conductance tunnel

Dans cette section nous présentons d'abord les effets d'une modification de la densité d'états tunnel sur la conductance d'une jonction, puis nous présentons le cas simple d'une interaction entre électrons indépendante du temps et traitée au premier ordre en perturbation pour illustrer l'effet des interactions sur la densité d'états.

Les arguments que nous avons utilisés dans la section précédente restent valables, pour la plupart, en présence de collisions entre électrons ou avec d'autres degrés de liberté du métal. L'effet des collisions inélastiques est essentiellement de modifier l'énergie des états à un électron (et donc la densité d'états tunnel) et de réduire le temps de vie  $\tau_\varepsilon$  de ces états.

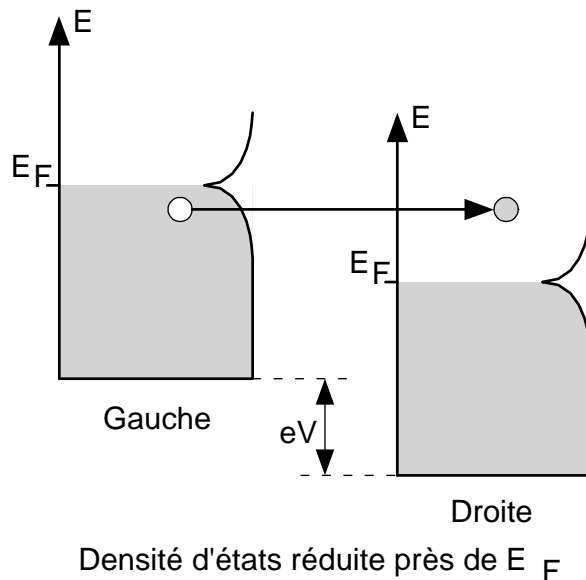


Fig. 2.2. Conductance d'une jonction tunnel pour des électrons en interaction en utilisant le point de vue de la TDOS. La densité d'états réduite près de l'énergie de Fermi conduit à une dépression de la conductance tunnel à basse tension car moins d'électrons sont susceptibles de traverser la barrière tunnel.

L'effet du temps de vie fini  $\tau_\varepsilon$  des électrons est de limiter la résolution en énergie dans la règle d'or de Fermi. En effet, la fonction  $\delta(E - E' + eV)$  qui apparaît dans l'équation (2.4) n'est infiniment piquée que si les états à gauche et à droite de la barrière tunnel sont couplés infiniment longtemps par le Hamiltonien tunnel  $\hat{H}_T$ . Lorsqu'on ne dispose que du temps  $\tau_\varepsilon$ , la fonction  $\delta(E)$  doit être remplacée par  $\sin(E\tau_\varepsilon/\hbar)/\pi E$  ce qui introduit une largeur en énergie d'ordre  $\hbar/\tau_\varepsilon$ . Cette largeur en énergie doit, théoriquement, se reporter sur la conductance

tunnel mais, en pratique, cet effet est masqué par l'arrondi de température<sup>56</sup>.

### 2.2.1 Effet de la TDOS sur la conductance tunnel

Par contre, la modification de la densité d'états à une particule a un effet observable sur la conductance tunnel. Lorsque la TDOS n'est pas constante, l'équation (2.8) se réécrit :

$$I(V) = \frac{1}{eR_T} \int dE \frac{\nu_G(E)}{\nu_G} \frac{\nu_D(E+eV)}{\nu_D} \{f_G(E) - f_D(E+eV)\}, \quad (2.11)$$

où  $\nu_{G,D}(E) = \rho_{G,D}(E)/\Omega_{G,D}$  est la densité d'états par unité d'énergie et de volume à l'énergie  $E$ ,  $\Omega_{G,D}$  est le volume de l'électrode respectivement de gauche et de droite, et  $\nu_{G,D}$  est la densité d'états volumique au niveau de Fermi dans le matériau massif (où les interactions entre électrons ont peu d'effet).

L'équation (2.11) traduit simplement le fait que si moins d'états sont susceptibles de traverser la barrière alors le courant est plus faible, comme illustré sur la figure 2.2.

La conductance tunnel  $G(V) = \frac{dI}{dV}(V)$  s'écrit :

$$G(V) = \frac{1}{R_T} \left[ 1 - \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\delta\nu_G}{\nu_G}(\varepsilon - eV) \frac{\partial f_D(\varepsilon + E_F)}{\partial \varepsilon} - \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\delta\nu_D}{\nu_D}(\varepsilon + eV) \frac{\partial f_G(\varepsilon + E_F)}{\partial \varepsilon} \right], \quad (2.12)$$

où

$$\frac{\delta\nu_{G,D}}{\nu_{G,D}}(\varepsilon) = \frac{\nu_{G,D}(\varepsilon + E_F) - \nu_{G,D}(E_F)}{\nu_{G,D}}.$$

A température nulle, les variations relatives de la conductance tunnel et de la densité d'états à une particule sont reliées par la formule simple :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = \frac{\delta\nu_G}{\nu_G}(eV) + \frac{\delta\nu_D}{\nu_D}(eV), \quad (2.13)$$

où  $\frac{\delta G}{G}(V) = R_T G(V) - 1$ .

### 2.2.2 Modification de la TDOS par les interactions

Nous montrons brièvement, sur le cas le plus simple, comment les interactions entre électrons modifient la densité d'états à une particule.

Lorsque le potentiel effectif d'interaction entre électrons  $U^{eff}$  est petit et indépendant du temps, on peut utiliser la théorie des perturbations stationnaires. Au premier ordre en

<sup>56</sup> Lorsque  $\hbar/\tau_\varepsilon$  est comparable à la température, on sort du cadre usuel de la théorie des liquides de Fermi [7] et aucune des théories présentées ne s'applique.

perturbation, le décalage en énergie  $\delta E_m$  de l'état électronique  $|m\rangle$  est la somme d'un terme direct et d'un terme d'échange :

$$\begin{aligned}\delta E_m &= \sum_{E_n < 0} \langle n | \langle m | U^{eff} | m \rangle | n \rangle \pm \langle m | \langle n | U^{eff} | m \rangle | n \rangle \\ &= \delta E_m^H + \delta E_m^{ex}\end{aligned}$$

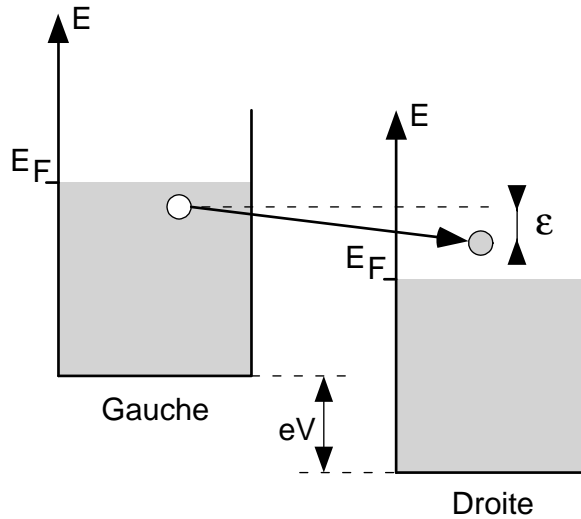
où le signe  $\pm$  fait référence à la symétrie de l'état de spin composé par les deux électrons en interaction. Les corrections relatives de la densité d'états à une particule  $\delta\nu/\nu$  s'expriment simplement en fonction de décalage en énergie moyen  $\delta E_\varepsilon$  des états d'énergie  $\varepsilon$  :

$$\frac{\delta\nu}{\nu}(\varepsilon) = -\frac{\partial\delta E_\varepsilon}{\partial\varepsilon}. \quad (2.14)$$

En général le potentiel effectif d'interaction entre électrons dépend du temps et il faut utiliser le formalisme plus élaboré des fonctions de Green pour calculer les corrections de la densité d'états tunnel (voir le prochain chapitre).

## 2.3 Effet de l'environnement électromagnétique sur la conductance tunnel (blocage de Coulomb)

Dans cette section nous présentons comment, du point de vue de la théorie phénoménologique du blocage de Coulomb, la conductance tunnel est modifiée par son environnement électromagnétique. Il est important de garder à l'esprit que cette théorie phénoménologique ne contient rien d'autre que l'interaction Coulombienne et est équivalente à la théorie "standard" des interactions entre électrons (voir le chapitre 5 de cette partie). Toutefois, le point de vue utilisé, qui consiste à encapsuler les interactions électron-électron dans l'interaction d'un électron avec le champ électromagnétique résultant de tous les autres électrons, se révèle plus puissant en pratique que la théorie microscopique de la TDOS. En particulier, il permet un calcul non perturbatif de la TDOS. Dans le prochain chapitre, nous présentons une formulation de la théorie microscopique des interactions entre électrons similaire à la théorie du blocage de Coulomb.



$$I \propto \text{nombre de transitions permises} < V/R_T$$

Fig. 2.3. Conductance d'une jonction tunnel en présence d'interactions entre électrons dans le point de vue du blocage de Coulomb. L'électron qui traverse la barrière par effet tunnel donne une énergie  $\varepsilon$  à son environnement électromagnétique. Le nombre de saut tunnel possibles est réduit par la diminution de  $\varepsilon$  de l'énergie de l'électron qui traverse la barrière. En conséquence, la conductance  $G(V)$  présente une dépression à petit  $V$ .

Lorsqu'un électron traverse la barrière tunnel de gauche à droite, une charge  $-e$  est enlevée de l'électrode gauche et rajoutée dans l'électrode droite. Ce transfert de charge excite certains

des modes électromagnétiques à proximité de la jonction tunnel. Ce phénomène est décrit par la densité de probabilité  $P(\varepsilon)$  pour qu'une énergie  $\varepsilon$  soit détournée vers l'environnement électromagnétique de la jonction. Ainsi, comme représenté sur la figure 2.3, le nombre d'états susceptibles de traverser la barrière par effet tunnel est diminué, ce qui modifie également la conductance tunnel de la jonction.

Nous pouvons facilement introduire cette fonction  $P(\varepsilon)$  dans l'expression (2.4) des taux de transition tunnel :

$$\Gamma_{\mathbf{g}}(V) = \int d\varepsilon P(\varepsilon) \sum_{\mathbf{d}} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \mathbf{d} | \hat{H}_T | \mathbf{g} \rangle \right|^2 (1 - f_D(E_{\mathbf{r}})) \delta(E_{\mathbf{g}} - E_{\mathbf{d}} + eV - \varepsilon).$$

Le courant à travers la barrière s'écrit alors :

$$I(V) = \frac{1}{eR_T} \iint dE d\varepsilon P(\varepsilon) \{ f_G(E)(1 - f_D(E + eV - \varepsilon)) - (1 - f_G(E - \varepsilon))f_D(E + eV) \}, \quad (2.15)$$

et la variation relative de la conductance tunnel devient :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = \int_{-\infty}^{\infty} dE \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon P(\varepsilon) f_G(E) \frac{\partial [f_D(E + eV + \varepsilon) - f_D(E + eV - \varepsilon)]}{\partial E}. \quad (2.16)$$

A température nulle, cette expression se réduit à la forme simple :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = - \int_{e|V|}^{\infty} P(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.17)$$

En conséquence, la conductance dynamique des électrons indépendants est retrouvée, à température nulle, uniquement lorsque tous les modes électromagnétiques peuvent être excités avec une énergie inférieure à  $e|V|$ .

La théorie du blocage de Coulomb permet d'exprimer  $P(\varepsilon)$  en fonction de l'impédance de l'environnement électromagnétique de la jonction tunnel<sup>57</sup>. En présence d'autre processus inélastiques que les interactions "standard" entre électrons, il faut également tenir compte d'éventuelles modifications de la densité d'états à une particule.

<sup>57</sup> Pour une grande jonction tunnel, l'environnement électromagnétique provient essentiellement de la jonction elle-même.

# Chapitre 3

## Théorie microscopique de l'influence des interactions entre électrons sur la conductance tunnel

Dans ce chapitre nous présentons l'effet des interactions entre électrons sur la conductance tunnel  $G(V)$ .

Nous montrons d'abord comment cette théorie peut-être formulée en terme d'impédance, comme dans la théorie du blocage de Coulomb, lorsque les électrodes sont de bons métaux. Cette formulation est très puissante car elle permet de calculer la dépression de la conductance tunnel aux petites tensions à partir des lois de propagation du champ électromagnétique sur la jonction, sans nécessiter l'expression du potentiel microscopique d'interaction entre électrons.

Ensuite, nous présentons le calcul générique de la propagation du champ électromagnétique dans une électrode de taille finie et en présence d'une barrière tunnel, ce qui permet notamment d'établir un critère de dimensionnalité effective qui détermine la dépendance en tension de la TDOS.

Finalement, pour clarifier la relation entre le potentiel d'interaction microscopique entre électrons et la conductance tunnel, nous présentons également le calcul "standard" de  $G(V)$ , effectué directement à partir du potentiel microscopique, pour des jonctions de dimensionnalité effective  $d = 1, 2$  ou  $3$ .

### 3.1 Théorie microscopique des interactions électron-électron

Dans cette section, nous dérivons l'expression de la conductance tunnel en fonction de la propagation du champ électromagnétique dans la jonction, à partir de l'expression "usuelle" [1] des corrections de la TDOS (obtenues par des techniques diagrammatiques) qui dépend du potentiel microscopique d'interaction entre électrons et de la propagation des électrons.

#### 3.1.1 Expression générale des corrections de la TDOS dans l'espace réel

Le calcul des corrections de la TDOS, lorsque le potentiel effectif d'interactions entre électrons dépend de la fréquence, nécessite les techniques diagrammatiques [1]. Les corrections de la densité d'états tunnel au point  $r_0$ , situé au bord de la barrière tunnel, s'écrivent [4] :

$$\frac{\delta\nu}{\nu}(r_0, \varepsilon) = \text{Im} \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi\hbar} \int d^3r d^3r' p(r_0, r, \omega) p(r_0, r', \omega) U_\omega^{eff}(r, r') \quad (3.1)$$

$$\times \left( \tanh \frac{\hbar\omega + \varepsilon}{2k_B T} + \tanh \frac{\hbar\omega - \varepsilon}{2k_B T} \right),$$

où  $p(r_0, r, \omega)$  est la transformée de Fourier temporelle de la densité de probabilité de trouver un électron au point  $r$  dans l'électrode de la jonction s'il est injecté en  $r_0$  au temps  $t = 0$ , et  $U_\omega^{eff}(r, r')$  est le potentiel d'interaction écranté entre électrons (voir figure 3.1).

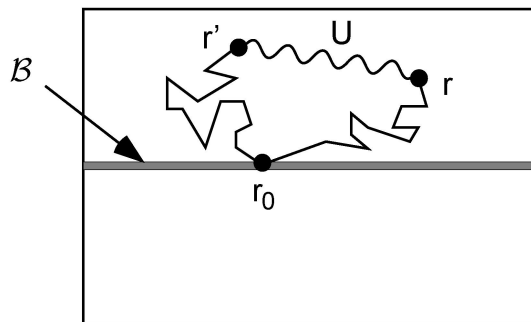


Fig. 3.1. Description diagrammatique de l'équation (3.1) :  $r_0$  est le point de la surface  $\mathcal{B}$  entre les deux électrodes où un électron traverse la barrière par effet tunnel. Le potentiel d'interaction  $U(r, r', t' - t)$  couple deux trajectoires électroniques. La première part de  $r_0$  à  $t = 0$  et atteint  $r$  au temps  $t$ . La deuxième part au temps  $t'$  de la position  $r'$  et retourne au point  $r_0$ .

Le terme  $\phi(r_0, r, \omega)$  défini par

$$\phi(r_0, r, \omega) = \frac{1}{-e} \int dr' U_{\omega}^{eff}(r, r') p(r_0, r', \omega) \quad (3.2)$$

est simplement la transformée de Fourier temporelle du potentiel électrique créé au point  $r$  par l'injection d'une charge  $-e$  au point  $r_0$  à  $t = 0$  [8]. C'est à dire :

$$\phi(r_0, r, \omega) = -ez(r_0, r, \omega), \quad (3.3)$$

où  $z(r_0, r, \omega) = V(r, \omega)/I(r_0, \omega)$  est l'impédance électromagnétique à deux points usuelle, reliant la tension  $V(r, \omega)$  au point  $r$  avec le courant  $I(r_0, \omega)$  injecté au point  $r_0$ .

### 3.1.2 Simplification essentielle : électroneutralité des métaux

La propriété d'électroneutralité est généralement bien vérifiée dans les électrodes métalliques sur les échelles d'énergie et de distance considérées. En effet, la fréquence plasma est typiquement de  $10^{15} \text{ s}^{-1}$  et la longueur de Debye est de l'ordre de la distance interatomique.

Concrètement, cela signifie que la charge de l'électron est immédiatement écrantée lorsqu'il pénètre dans la barrière tunnel. En conséquence, le potentiel électrique dans l'électrode est entièrement déterminé par la propagation de la charge  $e$  via les états à  $N$ -électrons, de type plasmons de surfaces, qui sont bien décrits par l'électromagnétisme ordinaire.

Ce point est la simplification essentielle qui permet en pratique de calculer les corrections de la densité d'états tunnel dans n'importe quelle géométrie. En effet, il suffit alors de résoudre la propagation du champ électromagnétique dans les électrodes de la jonction tunnel, sans avoir à déterminer le potentiel microscopique d'interaction  $U_{\omega}^{eff}(r, r')$ .

#### Expression technique de l'électroneutralité

Cette simplification est connue dans la littérature sous le nom technique de *compensation des diffusons* [8] : le diffuson de l'électron  $p(r_0, r', \omega)$  dans l'expression (3.2) est compensé par le potentiel effectif d'interaction entre électrons  $U_{\omega}^{eff}(r, r')$ . A titre d'illustration, prenons l'exemple d'une grande jonction tunnel de dimensionnalité  $d = 2$ . En représentation de Fourier, le terme  $\phi(q, \omega)$  s'écrit :

$$\phi(q, \omega) = \frac{-\ell}{e} U_{\omega}^{eff}(q) p(q, \omega), \quad (3.4)$$

avec  $p(q, \omega) = (1/\ell)/(i\omega - Dq^2)$ , où  $D$  est le coefficient de diffusion des électrons et  $\ell$  est l'épaisseur de l'électrode, et l'interaction effective  $U_{\omega}^{eff}(q)$  s'écrit (voir [4] ou l'expression (3.36)



dans la troisième section de ce chapitre) :

$$U_{\omega}^{eff}(q) = \frac{1}{\nu_F \ell} \frac{Dq^2 - i\omega}{Dq^2 - i\omega D/D^*}, \quad (3.5)$$

où  $D^* = 1/R_{\square} C_S$  est la constante de diffusion associée à la propagation diffusive du champ électromagnétique dans la jonction (pour le calcul de la propagation du champ électromagnétique, voir la deuxième section de ce chapitre), avec  $R_{\square} = 1/\nu_F e^2 D \ell$  la résistance par carré de l'électrode et  $C_S$  la capacité par unité de surface de la jonction.

En combinant les expressions de  $U_{\omega}^{eff}(q)$  et  $p(q, \omega)$  dans l'équation (3.4), le diffuson  $1/(Dq^2 - i\omega)$  se simplifie et on obtient :

$$\phi(q, \omega) = \frac{-D^*/D}{e\nu_F \ell} \frac{1}{i\omega - D^*q^2}. \quad (3.6)$$

Le potentiel  $\phi$  est donc associé à la diffusion du champ électromagnétique le long de la jonction, suite à l'injection d'une charge  $-e$  qui résulte du saut tunnel d'un électron (indépendamment du mouvement de cet électron consécutif au saut tunnel).

### 3.1.3 Modification de la TDOS en fonction de l'impédance

En injectant la définition (3.2) du potentiel électrique  $\phi(r_0, r, \omega)$  dans l'expression (3.1) des corrections de la densité d'états tunnel, on obtient :

$$\frac{\delta\nu}{\nu}(r_0, \varepsilon) = \frac{e^2}{h} \text{Im} \int_0^{\infty} d\omega \left( \tanh \frac{\hbar\omega + \varepsilon}{2k_B T} + \tanh \frac{\hbar\omega - \varepsilon}{2k_B T} \right) \int d^3r p(r_0, r, \omega) z(r_0, r, \omega). \quad (3.7)$$

L'interprétation physique de l'expression (3.7) des corrections de la densité d'états tunnel est détaillée sur la figure 3.2. Essentiellement, le terme  $\int d^3r p(r_0, r, \omega) z(r_0, r, \omega)$  traduit le fait que l'électron qui a traversé la barrière par effet tunnel est soumis dans l'électrode au potentiel électrique qui apparaît en réponse à la charge qu'il a apporté.

### 3.1.4 Expression de la conductance tunnel avec l'impédance électromagnétique

Suivant Nazarov [9–11], on définit l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  au point  $r_0$  par :

$$Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) = \frac{\int d^3r p(r_0, r, \omega) z(r_0, r, \omega)}{\int d^3r p(r_0, r, \omega)}, \quad (3.8)$$

où  $\int d^3r p(r_0, r, \omega) = 1/i\omega$ . Les corrections de la TDOS se réécrivent alors :

$$\frac{\delta\nu}{\nu}(r_0, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)}{R_K} \frac{\sinh[\hbar\omega/k_B T]}{\cosh[\hbar\omega/k_B T] + \cosh[\varepsilon/k_B T]}, \quad (3.9)$$

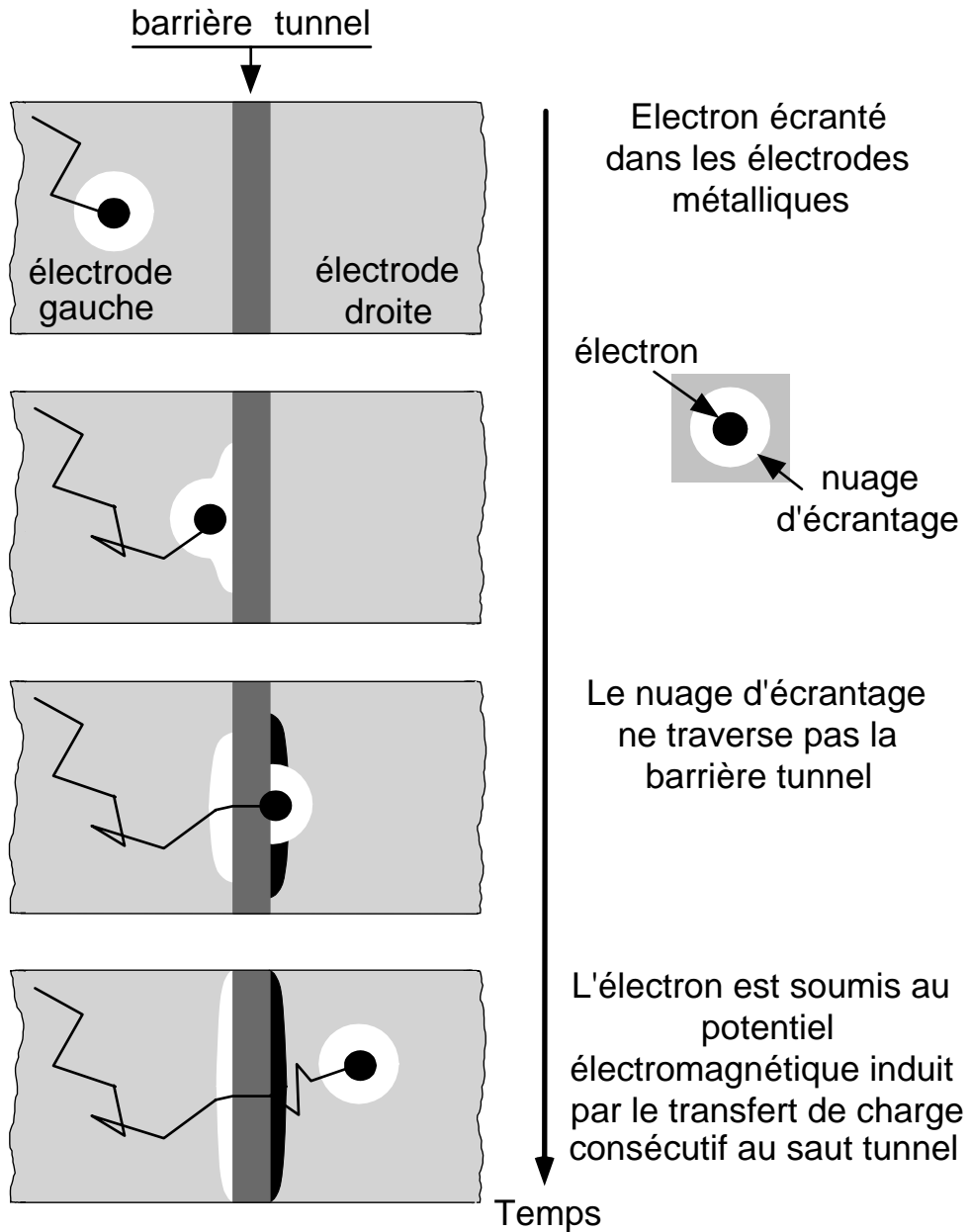


Fig. 3.2. Représentation du saut tunnel d'un électron. L'électron, étroitement écranté dans les électrodes métalliques, laisse le nuage d'écrantage dans l'électrode de gauche lorsqu'il traverse la barrière tunnel et récupère un nouveau nuage d'écrantage en pénétrant dans l'électrode de droite. Ainsi une charge  $e$  est injectée de part et d'autre de la barrière au point du saut tunnel. L'électron écranté est sensible au champ électromagnétique qui résulte de la propagation de cette charge le long de la jonction tunnel.

où  $R_K = h/e^2$  est le quantum de résistance.

La variation relative de la conductance tunnel s'écrit :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2 r_0}{A_{\mathcal{B}}} \frac{\delta G}{G}(r_0, V), \quad (3.10)$$

où  $\mathcal{B}$  est la surface de la barrière tunnel d'aire  $A_{\mathcal{B}}$ , et avec, lorsqu'une seule des électrodes est résistive<sup>58</sup> (voir l'équation (2.12)) :

$$\frac{\delta G}{G}(r_0, V) = - \int d\varepsilon \frac{\delta \nu}{\nu}(r_0, \varepsilon) \frac{\partial f_T(\varepsilon + eV)}{\partial \varepsilon}, \quad (3.11)$$

où  $f_T(\varepsilon) = 1/(1 + \exp[\varepsilon/k_B T])$  est la distribution de Fermi.

On montre<sup>59</sup> que l'expression (3.11), où  $\frac{\delta \nu}{\nu}(r_0, \varepsilon)$  est donné par l'équation (3.9), est exactement identique à la modification de la conductance tunnel prédite par la théorie du blocage de Coulomb avec l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$ , dans le régime où les corrections à la conductance tunnel peuvent être traitées en perturbation<sup>60</sup>.

La conductance d'une jonction tunnel de géométrie quelconque s'écrit donc [12, 13] :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2 r_0}{A_{\mathcal{B}}} 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\hbar \beta} \frac{\pi t}{\hbar \beta} \text{Im}(J(r_0, t)) \cos \frac{eVt}{\hbar} / \sinh^2 \frac{\pi t}{\hbar \beta}, \quad (3.12)$$

avec

$$J(r_0, t) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)}{R_K} \frac{\exp[-i\omega t] - 1}{1 - \exp[-\beta \hbar \omega]}, \quad (3.13)$$

soit

$$\text{Im}(J(r_0, t)) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)}{R_K} \sin[\omega t], \quad (3.14)$$

où  $\beta = 1/k_B T$ .

A  $T = 0$  K, on obtient :

$$R_T \delta G(V) = - \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2 r_0}{A_{\mathcal{B}}} \int_{e|V|}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{2 \text{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \varepsilon/\hbar)}{R_K}. \quad (3.15)$$

Nous pouvons également prendre le point de vue présenté dans la section 3 du chapitre 2, dans lequel on considère la densité de probabilité  $P(r_0, \varepsilon)$  pour qu'un électron qui traverse la barrière tunnel au point  $r_0$  cède l'énergie  $\varepsilon$  à son "environnement électromagnétique". Les variations relatives locales, au point  $r_0$ , de la conductance tunnel en fonction de  $P(r_0, \varepsilon)$  sont

<sup>58</sup> Quand la TDOS est modifiée dans les deux électrodes il faut sommer les contributions.

<sup>59</sup> Ce calcul ne présente pas de difficultés techniques particulières. Mais les expressions à manipuler sont un peu lourdes.

<sup>60</sup> La théorie microscopique des interactions entre électrons ne permet pas d'aller plus loin qu'un traitement perturbatif, contrairement à la théorie standard du blocage de Coulomb.

données par l'expression (2.16), où  $P(r_0, \varepsilon)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} P(r_0, \varepsilon) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi\hbar} \exp [i\varepsilon t/\hbar] J(r_0, t) \\ &= \frac{\operatorname{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \varepsilon/\hbar)}{R_K} \frac{2/\varepsilon}{1 - \exp[-\beta\varepsilon]}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Seule la composante impaire  $P_i(r_0, \varepsilon) = (P(r_0, \varepsilon) - P(r_0, -\varepsilon))/2$  de la densité de probabilité  $P(r_0, \varepsilon)$  contribue à l'intégrale dans l'expression générale (2.16) (ce n'est pas le cas dans l'expression (2.17) valable à  $T = 0$  K) :

$$P_i(r_0, \varepsilon) = \frac{\operatorname{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \varepsilon/\hbar)}{\varepsilon R_K}. \quad (3.17)$$

### 3.1.5 Expression non-perturbative de la conductance tunnel

La théorie standard du blocage de Coulomb permet également de déterminer la conductance tunnel dans le régime non perturbatif. Ce n'est pas le cas de la théorie microscopique des interactions entre électrons. Toutefois, une version non-perturbative de l'expression (3.12) a été dérivée par Yuli Nazarov [9] en utilisant une approche semi-classique et le formalisme de l'intégrale d'action, elle consiste simplement à remplacer  $J(r_0, t)$  par  $\exp J(r_0, t)$  dans l'expression (3.12) :

$$\frac{\delta G}{G}(V) = \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2 r_0}{A_{\mathcal{B}}} 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\hbar\beta} \frac{\pi t}{\hbar\beta} \operatorname{Im} (\exp J(r_0, t)) \cos \frac{eVt}{\hbar} / \sinh^2 \frac{\pi t}{\hbar\beta}, \quad (3.18)$$

Cette expression théorique n'a jamais été testée expérimentalement.

## 3.2 Propagation du champ électromagnétique et critère de dimensionnalité

L'expression (3.18) permet de calculer la conductance d'une grande jonction tunnel indépendamment de sa géométrie : il suffit de résoudre la propagation du champ électromagnétique. Nous proposons, dans cette section, de calculer l'expression du potentiel électrique dans une grande jonction tunnel (voir la figure 3.3). Cela nous permettra de montrer qu'il existe des critères de dimensionnalité effective à l'intérieur desquels la dépendance en tension de la conductance tunnel est fixée.

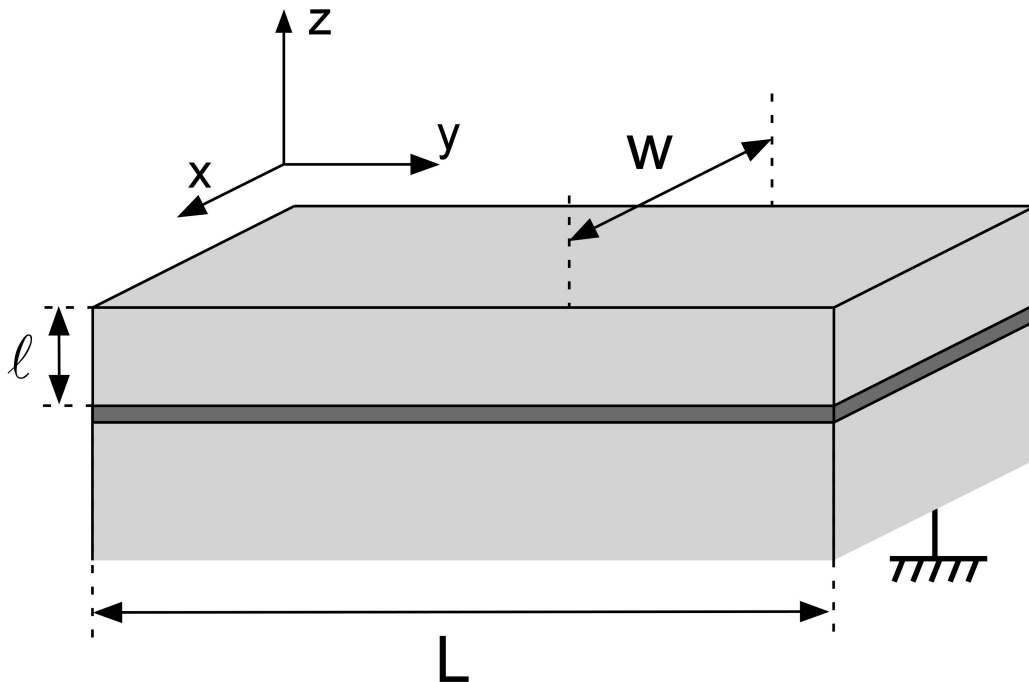


Fig. 3.3. Schéma d'une grande jonction tunnel de géométrie standard. Les électrodes ont pour longueur  $L$  et largeur  $w$ . Ici nous supposons qu'une seule électrode, d'épaisseur  $\ell$ , est résistive.

### 3.2.1 Propagation du champ électromagnétique dans l'électrode d'une jonction tunnel

Nous nous intéressons à des échelles de temps beaucoup plus longues que le temps de transit de l'électron sous la barrière tunnel<sup>61</sup> et que la période plasma, tous deux de l'ordre de  $10^{-15}$  s.

<sup>61</sup> Pour évaluer le temps de traversée  $t_p$  de la barrière tunnel, on minimise l'action  $S_{st} = \frac{1}{2}m(\frac{\delta}{t_p})^2 t_p + U t_p$ , où  $\delta$  est l'épaisseur de la jonction tunnel et  $U$  est la hauteur de la barrière de potentiel. On trouve ainsi  $t_p \sim 10^{-15}$  s.

En effet, pour une tension  $V \lesssim 100$  mV appliquée à la jonction, on a  $\hbar/eV \gtrsim 1$  ps  $\gg 10^{-15}$  s. Nous supposons donc que le métal est toujours neutre et que le saut tunnel est instantané.

L'électroneutralité dans le métal donne l'équation de Laplace :

$$\Delta\phi(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.19)$$

où  $\phi$  est le potentiel électrique dans le métal.

Comme il n'y a pas de charges sur les surfaces libres de l'électrode, les conditions aux bords s'écrivent :

$$\frac{\partial\phi}{\partial z}(\rho, z = \ell, t) = 0 \quad (3.20)$$

où  $\rho = (x, y)$  paramétrise la surface  $\mathcal{B}$  de la barrière tunnel,  $z$  est la coordonnée verticale (selon l'axe perpendiculaire au plan de la barrière tunnel) et  $\ell$  est l'épaisseur de l'électrode (voir la figure 3.3).

La condition (3.20) impose que les modes de propagation du champ électromagnétique s'écrivent  $\phi(r, t) = \phi_0 \exp i(q\rho - \omega t) \cosh(\kappa(z - \ell))$ , l'équation de Laplace (3.19) imposant alors  $\kappa = q$  :

$$\phi(r, t) = \phi_0 \exp i(q\rho - \omega t) \cosh(q(z - \ell)). \quad (3.21)$$

En utilisant la loi d'Ohm et la conservation de la charge à la surface de la jonction, on obtient :

$$\sigma\partial_z\phi(\rho, z = 0, t) = C_S\partial_t\phi(\rho, z = 0, t), \quad (3.22)$$

où  $C_S$  est la capacité par unité de surface de la barrière tunnel et  $\sigma$  est la conductivité dans l'électrode. Cette dernière équation, combinée avec l'expression (3.21), donne la relation de dispersion :

$$\omega = i\frac{D^*}{\ell}q \tanh q\ell, \quad (3.23)$$

où  $D^* = 1/R_{\square}C_S$ . On peut remarquer que le champ électromagnétique se propage diffusivement, avec la constante de diffusion  $D^*$ , lorsque l'on considère des échelles de distance grandes devant l'épaisseur.

En supposant que l'électron traverse la barrière tunnel au point  $r_0 = 0$  à  $t = 0$ , on obtient :

$$\phi(\rho, z = 0, t = 0) = \frac{e}{C_S}\delta(\rho). \quad (3.24)$$

La condition initiale (3.24), combinée avec la relation de dispersion (3.23) et l'expression (3.21) des modes de propagation du champ électromagnétique, permet d'obtenir le potentiel électrique dans l'électrode :

$$\phi(\rho, z, t) = \frac{e}{C} \sum_q \exp \left[ iq\rho - t \frac{D^*}{\ell} q \tanh q\ell \right] \frac{\cosh q(z - \ell)}{\cosh q\ell}. \quad (3.25)$$

L'expression (3.25) permet de calculer, tout au moins numériquement, la conductance tunnel d'une grande jonction indépendamment de son rapport d'aspect.

### 3.2.2 Critère de dimensionnalité

Dans une électrode isolée, les interactions entre électrons ont une dépendance en l'énergie échangée qui dépend de la dimensionnalité effective au sens Thouless [1]. Pour déterminer cette dimensionnalité effective il faut comparer les énergies sondées expérimentalement avec l'énergie de Thouless  $E_{Th}(L_i) = \hbar D/L_i^2$ , où  $L_i$  est la longueur de l'électrode dans la direction  $i$ , et  $D$  est la constante de diffusion des électrons : seules les directions pour lesquelles l'énergie de Thouless est inférieure aux énergies sondées sont comptées dans la dimensionnalité effective<sup>62</sup>.

En présence d'une contre-électrode (de l'autre côté de la barrière tunnel), la propagation du champ électromagnétique joue également un rôle important (voir par exemple l'équation (3.7)). Nous proposons d'utiliser l'expression (3.25) du champ électromagnétique dans une grande jonction tunnel pour déterminer les expressions limites de la conductance tunnel, lorsqu'une ou plusieurs dimensions transverses peuvent être intégrées. Ainsi nous pourrions déterminer la "dimensionnalité effective" d'une jonction en fonction de la gamme d'énergie considérée. Cette approche permet également de tester la qualité de la description de la conductance tunnel par ses expressions limites près d'un changement de dimensionnalité.

Nous supposons que le champ électromagnétique se propage plus vite que l'électron diffusif. Cette approximation est généralement très bien vérifiée avec des électrodes métalliques (typiquement  $D^*/D = \nu e^2 \ell \delta / \varepsilon \gtrsim 10^3$ , où  $\delta$  et  $\varepsilon$  sont ici respectivement l'épaisseur et la constante diélectrique de la barrière tunnel).

Le point clef est d'observer que, dès lors que le champ électromagnétique est homogène sur une des dimensions transverses, la propagation de l'électron selon cette dimension n'intervient plus dans l'expression de l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  et donc dans l'expression

<sup>62</sup> En d'autres termes, si un électron parvient à diffuser à travers la longueur  $L_i$  en un temps  $\hbar/E$ , alors la dimension  $i$  n'entre pas en compte, à l'énergie  $E$ , pour la dimensionnalité effective.

de la conductance tunnel. En effet, la densité de probabilité  $p(x, y, z, t)$ , de trouver au point  $r = (x, y, z)$  et à l'instant  $t$  un électron diffusif injecté à l'origine des coordonnées au temps  $t = 0$ , est factorisable sous la forme :

$$p(x, y, z, t) = p_x(x, t)p_y(y, t)p_z(z, t).$$

Ainsi, lorsque le potentiel est homogène dans une direction  $z$ , on peut intégrer selon cette direction dans l'équation (3.8) et ne reste que la densité de probabilité  $p(x, y, t) = p_x(x, t)p_y(y, t)$  d'un électron diffusant dans les deux dimensions restantes avec la même constante de diffusion  $D$ , indépendamment de la propagation de l'électron selon l'axe  $z$ .

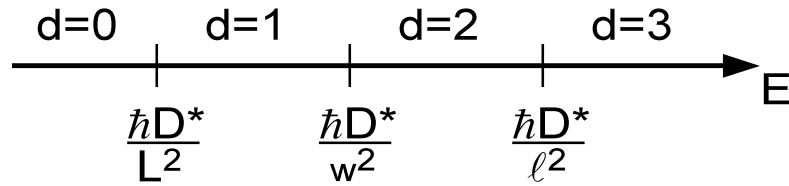


Fig. 3.4. Dimensionnalité  $d$  effective d'une jonction tunnel en fonction de l'énergie  $E$  sondée.

Les énergies sondées doivent être comparées non pas à l'énergie de Thouless  $E_{Th}(L)$  associée à la diffusion d'un électron, mais à l'énergie de Thouless électromagnétique  $E_{Th}^*(L)$  associée à la diffusion du champ électromagnétique :

$$E_{Th}^*(L) = \hbar D^* / L^2. \quad (3.26)$$

Pour les énergies  $E < E_{Th}^*(L_i)$ , le champ électromagnétique est homogène sur la dimension  $i$  de longueur  $L_i$  et l'intégrale dans l'impédance effective selon cette direction vaut 1.

Critère de Thouless électromagnétique pour la géométrie d'une jonction : (3.27)

$$E < \frac{\hbar D^*}{L_i^2} \Rightarrow \text{la dimension } i \text{ ne compte pas dans la dimensionnalité pour l'énergie } E$$

Dans les quatre sous-sections suivantes, nous calculons les expressions limites de la conductance tunnel à température nulle en fonction de la dimensionnalité, avec l'expression (3.15). Nous supposons de plus qu'une seule des deux électrodes est résistive.

### 3.2.3 Limite tri-dimensionnelle

D'après l'expression (3.25), le champ électromagnétique est homogène sur l'épaisseur de



l'électrode lorsqu'il est étalé sur une distance supérieure à  $\ell$  dans le plan de la barrière tunnel. La transition entre les dimensionnalités effectives  $d = 3$  et  $d = 2$  se produit donc près de l'énergie de Thouless modifiée  $E_{Th}^*(\ell)$  associée à l'épaisseur de l'électrode :

$$E_{Th}^*(\ell) = \frac{\hbar D^*}{\ell^2}. \quad (3.28)$$

En d'autres termes, lorsque les énergies sondées sont plus grandes que  $E_{Th}^*(\ell)$  on peut considérer que le champ électromagnétique et l'électron diffusent dans les trois dimensions ( $d = 3$ ).

La charge injectée est écrantée presque instantanément dans le métal. En raison de l'électronéutralité, la densité de courant doit compenser l'injection de charge sur la barrière. La loi d'Ohm permet alors de déterminer l'impédance à deux points  $z(r_0, r, \omega) = -\phi(r_0, r, \omega)/e$  :

$$z(r_0, r, \omega) = \frac{1}{2\pi\sigma|r-r_0|}.$$

La densité de probabilité  $p(r_0, r, \omega)$  dans le demi-espace s'écrit :

$$p(r_0, r, \omega) = \frac{1}{2\pi D|r-r_0|} \exp\left[-\frac{|r-r_0|}{\sqrt{iD/\omega}}\right].$$

L'impédance effective est donc :

$$\text{Re } Z_{\text{eff}}(\omega) = \frac{1}{2\pi\sigma} \sqrt{\frac{\omega}{2D}},$$

et, en utilisant l'équation (3.15), les variations relatives de la conductance tunnel s'écrivent :

$$\frac{\delta G}{G_\infty}(V) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi^2\nu_F D^{3/2}\hbar} \sqrt{\frac{eV}{\hbar}} + cst. \quad (3.29)$$

### 3.2.4 Limite bi-dimensionnelle

Lorsque les énergies sondées se situent entre  $E_{Th}^*(w)$  et  $E_{Th}^*(\ell)$ , où  $w$  est la largeur de l'électrode, la diffusion peut être considérée comme bi-dimensionnelle ( $d = 2$ ), puisque le champ électromagnétique est homogène dans l'épaisseur.

En passant dans la représentation réciproque obtenue par transformation de Fourier spatiale, on a :

$$\begin{aligned} z(q, \omega) &= \frac{1/C_S}{D^*q^2 - i\omega} \\ p(q, \omega) &= \frac{1}{Dq^2 - i\omega}, \end{aligned}$$

où  $q$  est un vecteur d'onde bi-dimensionnel. Il en résulte :

$$\operatorname{Re} Z_{\text{eff}}(\omega) = \frac{R_{\square}}{4\pi} \frac{\log D^*/D}{1 - D/D^*}. \quad (3.30)$$

En injectant cette dernière expression dans l'équation (3.15), on obtient :

$$R_T \delta G(V) = \frac{R_{\square}}{2\pi R_K} \frac{\log D^*/D}{1 - D/D^*} \log [eV/E_{Th}^*(\ell)] + R_T \delta G(E_{Th}^*(\ell)/e). \quad (3.31)$$

Ce résultat est identique à celui obtenu par Altshuler *et al.* [4] par un calcul direct avec le potentiel microscopique d'interaction entre électrons.

### 3.2.5 Limite uni-dimensionnelle

Les énergies de Thouless électromagnétiques délimitant le régime uni-dimensionnel  $d = 1$  sont  $E_{Th}^*(L)$  et  $E_{Th}^*(w)$ , où  $L$  est la longueur de la jonction tunnel, car seul le mode  $q_y = 0$  intervient dans la somme sur  $q$  de l'équation (3.25).

A  $d = 1$ , le potentiel électromagnétique diffuse avec la même constante de diffusion  $D^* = 1/R_{\square}C_S$ . Un calcul similaire à celui effectué à  $d = 2$  donne :

$$\operatorname{Re} Z_{\text{eff}}(\omega) = \frac{R/L}{2^{3/2}} \frac{\sqrt{D^*/\omega}}{1 + \sqrt{D/D^*}} \quad (3.32)$$

et

$$R_T \delta G(V) = -\frac{\sqrt{2}R_{\square}}{R_K (1 + \sqrt{D/D^*})} \left( \sqrt{E_{Th}^*(w)/eV} - 1 \right) + R_T \delta G(E_{Th}^*(w)/e). \quad (3.33)$$

### 3.2.6 Limite zéro-dimensionnelle

Lorsque les énergies sondées sont inférieures à l'énergie de Thouless modifiée  $E_{Th}^*(L)$ , où  $L$  est la plus grande dimension de la jonction tunnel, on entre dans le domaine de validité de la théorie standard du blocage de Coulomb ( $d = 0$ ) : l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(\omega)$  est simplement égale à la combinaison parallèle de la capacité totale de la jonction et de l'impédance  $Z_{\text{série}}(\omega)$  en série avec la jonction tunnel.

### 3.2.7 Test numérique du critère de dimensionnalité

Nous avons vérifié numériquement que la conductance dynamique d'une jonction tunnel, dérivée à partir l'expression (3.25) de la propagation du champ électromagnétique, correspond bien avec les solutions approchées données ci-dessus, quelle que soit la tension appliquée. On

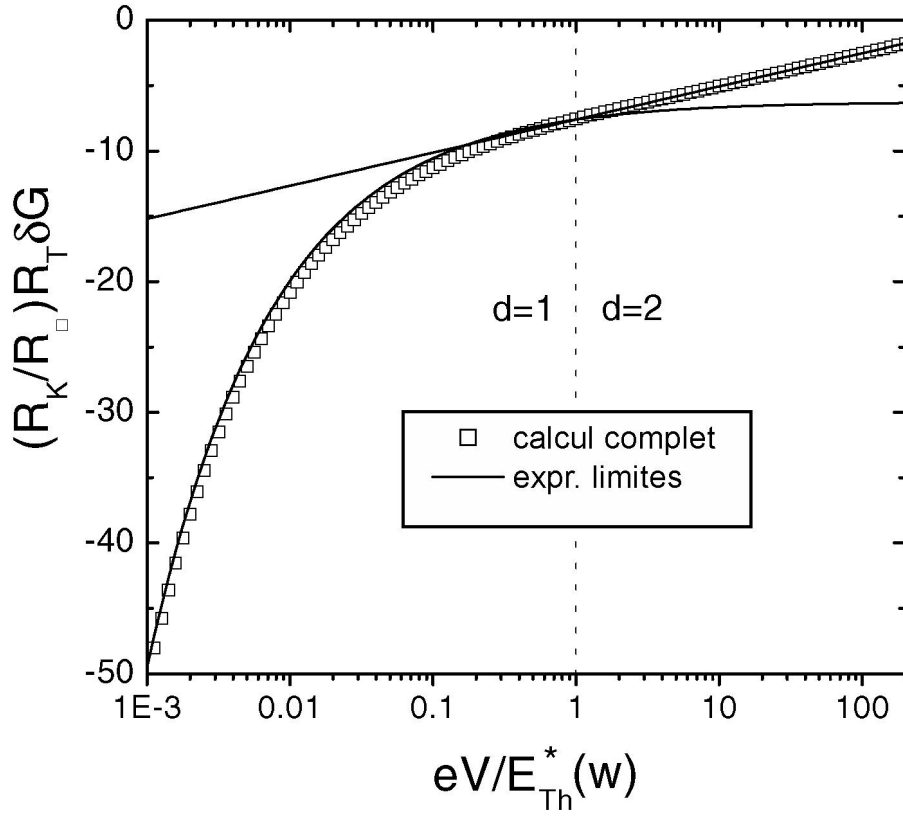


Fig. 3.5. Variation relative de la conductance d'une grande jonction tunnel, en unité de  $R_\square/R_K$ , portée en fonction de la tension, en unité de  $E_{Th}^*(w)/e$ , autour de la tension de crossover ( $V = E_{Th}^*(w)/e$ ) entre les dimensionnalités  $d = 1$  et  $d = 2$ . Les calculs sont effectués avec  $D^*/D = 1000$ . Les symboles ouverts sont obtenus par un calcul complet à partir des expressions (3.15) et (3.24); les lignes continus sont les expressions limites (3.32) et (3.30), respectivement à  $d = 1$  et  $d = 2$ .

peut voir sur la figure 3.5, pour la transition entre les dimensions  $d = 1$  et  $d = 2$ , que le calcul complet à partir des expressions (3.12) et (3.25) est bien reproduit par les expressions limites (3.33) et (3.31).

### 3.3 Effet des interactions entre électrons sur la densité d'états tunnel

Dans cette section, nous présentons le calcul des corrections de la densité d'états tunnel directement à partir du potentiel microscopique d'interaction entre électrons.

#### 3.3.1 Interactions effective entre électrons en présence d'une contre-électrode

L'interaction effective entre électrons  $U_{\omega}^{eff}(\mathbf{q})$  dans les métaux s'écrit :

$$U_{\omega}^{eff}(\mathbf{q}) = \frac{U^0(\mathbf{q})}{1 + U^0(\mathbf{q})\Pi(\mathbf{q}, \omega)}$$

où  $U^0(\mathbf{q})$  est l'interaction nue entre électron et  $\Pi(\mathbf{q}, \omega)$  est la polarisabilité électronique. A proximité d'une barrière tunnel,  $U^0(\mathbf{q})$  n'est pas l'interaction Coulombienne nue. En effet, l'interaction Coulombienne est déjà diminuée par les charges images dans la contre-électrode métallique située de l'autre côté de la barrière tunnel [4].

L'expression de  $U_{\omega}^{eff}(\mathbf{q})$  dépend de la dimensionnalité "au sens des interactions" des électrodes connectées par la jonction tunnel. On s'attend, en particulier, à ce que les charges images soient moins perceptibles dans une électrode épaisse.

#### Expression de l'interaction effective

La polarisabilité électronique dans un métal diffusif loin de la transition métal-isolant s'écrit [1] :

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega) = \nu_F \frac{Dq^2}{Dq^2 - i\omega}. \quad (3.34)$$

Comme la densité d'états par unité de volume et d'énergie au niveau de Fermi  $\nu_F$  est très grande dans les métaux, l'interaction effective dans une électrode tridimensionnel s'écrit<sup>63</sup> :

$$U_3^{eff}(\mathbf{q}, \omega) \simeq \frac{1}{\Pi(\mathbf{q}, \omega)} = \frac{Dq^2 - i\omega}{\nu_F Dq^2}. \quad (3.35)$$

Lorsque la dimensionnalité  $d$  est inférieure à trois, les petits vecteurs d'ondes  $q$  ont un poids plus important dans l'expression de la conductance tunnel (car  $\int d\mathbf{q} \propto \int dq q^{d-1}$ ) ce qui limite la validité de l'approximation précédente.

Le moyen le plus simple de retrouver le bon résultat est de refaire tout d'abord cette

<sup>63</sup> En effet,  $U^0(q) \sim e^2/\varepsilon_0 q^2$  et  $\Pi \sim \nu_F \sim 10^{47} \text{ J}^{-1}\text{m}^{-3}$ . Pour des échelles de distance supérieures au nm, nous avons donc  $U^0\Pi > 300 \gg 1$ .

approximation qui est correcte aux grands  $q$  :  $U_d^{eff}(\mathbf{q}, \omega) \sim (Dq^2 - i\omega)/\nu_d Dq^2$ , où  $\nu_d = \nu_F \Omega / \Omega_d$  avec  $\Omega$  le volume de l'électrode et  $\Omega_d$  le volume sur les dimensions effectives (à  $d = 1$ ,  $\Omega_1 = L$ ). Puis il faut introduire une coupure aux petits  $q$  afin de retrouver le résultat connu  $U_d^{eff}(\mathbf{q} = 0, \omega) = \Omega_d e^2 / C$ .

Cette opération donne l'interaction effective à  $d = 1, 2$  :

$$\begin{aligned} U_d^{eff}(\mathbf{q}, \omega) &= \frac{Dq^2 - i\omega}{\nu_d Dq^2 - i\omega C_d / e^2} \\ &= \frac{1}{\nu_d} \frac{Dq^2 - i\omega}{Dq^2 - i\omega D / D^*}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

où  $C_d = C / \Omega_d$  est la capacité par unité de surface à  $d = 2$  et la capacité par unité de longueur à  $d = 1$ . Cette expression du potentiel d'interaction en présence de la contre-électrode a été calculée par Altshuler *et al.* [4] à  $d = 2$ .

### 3.3.2 Expression des corrections de TDOS en fonction du potentiel effectif d'interaction

Les corrections de la TDOS s'écrivent dans l'espace réciproque [1] :

$$\frac{\delta\nu}{\nu}(\varepsilon) = -\frac{1}{\hbar} \text{Im} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^d} U_d^{eff}(\mathbf{q}, \omega) \frac{\tanh \frac{\hbar\omega + \varepsilon}{2k_B T} + \tanh \frac{\hbar\omega - \varepsilon}{2k_B T}}{(i\omega - Dq^2)^2} + \text{cst} \quad (3.37)$$

où  $\hbar\omega_{\max}$  et  $\hbar\omega_{\min}$  sont des coupures respectivement à grande et basse énergie, qui dépendent de la dimensionnalité. A  $d = 3$ , cette expression est valable si  $\omega_{\min} = E_{Th}^*(\ell) / \hbar < \omega < \omega_{\max} = 1 / \tau_e$ , où  $\tau_e = l_e / v_F$  est le temps moyen de collision élastique et  $\ell$  est l'épaisseur de l'électrode. La coupure supérieure à  $\omega_{\max} = 1 / \tau_e$  traduit les limites de l'approximation diffusive. A  $d = \{1, 2\}$ , les coupures sont les énergies de Thouless modifiées qui limitent le domaine de validité de cette expression.

Il faut rajouter un facteur 2 à l'expression (3.37) dans le cas particulier des électrodes tri-dimensionnelles car le mouvement diffusif dans la direction verticale est modifié par la réflexion des électrons sur la barrière tunnel [4] .

L'expression (3.37) avec le potentiel effectif d'interaction (Equations (3.36) et (3.35)) permet de calculer les corrections de la densité d'états tunnel dans la géométrie d'une jonction tunnel dans une électrode de dimensionnalité effective  $d = 1, 2$  ou 3.

Nous explicitons ci-dessous l'expression de ces corrections de la TDOS à température nulle.

(i) Corrections à  $d = 3$  :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\nu}{\nu}(\varepsilon) &= \frac{-4}{(2\pi)^3 \hbar \nu_F D} \int_{\varepsilon/\hbar}^{1/\tau_e} d\omega \int_0^\infty dq \frac{2\omega}{\omega^2 + (Dq)^2} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}\pi^2 D^{3/2} \hbar \nu_F} \left[ \sqrt{\varepsilon/\hbar} - \sqrt{1/\tau_e} \right].
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

(ii) Corrections à  $d = 2$  :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\nu}{\nu}(\varepsilon) &= \frac{-D^*/D}{2\pi^2 \hbar \nu_2} \text{Im} \int_{\varepsilon/\hbar}^{E_{Th}^*(\ell)/\hbar} d\omega \int_0^\infty q dq \frac{1}{D^* q^2 - i\omega} \frac{1}{i\omega - Dq^2} + \frac{\delta\nu}{\nu}(E_{Th}^*(\ell)) \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar \nu_2} \frac{1}{D(1 - D/D^*)} \log \frac{D^*}{D} \log \frac{\varepsilon}{E_{Th}^*(\ell)} + \frac{\delta\nu}{\nu}(E_{Th}^*(\ell))
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

où  $\nu_2 = \nu_F \ell$  et  $E_{Th}^*(\ell) = \hbar D^*/\ell^2$  avec  $\ell$  l'épaisseur de l'électrode, supposée inférieure à la largeur.

(iii) Corrections à  $d = 1$  :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\nu}{\nu}(\varepsilon) &= \frac{-D^*/D}{2\pi^2 \hbar \nu_1} \text{Im} \int_{\varepsilon/\hbar}^{E_{Th}^*(w)/\hbar} d\omega 2 \int_0^\infty dq \frac{1}{D^* q^2 - i\omega} \frac{1}{i\omega - Dq^2} + \frac{\delta\nu}{\nu}(E_{Th}^*(w)) \\
 &= \frac{-1}{\sqrt{2}\pi \hbar \nu_1} \frac{D^*/D}{\sqrt{D^*} + \sqrt{D}} \left[ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon/\hbar}} - \frac{1}{\sqrt{E_{Th}^*(w)/\hbar}} \right] + \frac{\delta\nu}{\nu}(E_{Th}^*(w))
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

où  $\nu_1 = \nu_F w \ell$  et  $E_{Th}^*(w) = \hbar D^*/w^2$  avec  $w$  la largeur du fil (nous supposons ici que  $w > \ell$ , si ce n'est pas le cas il faut remplacer  $w$  par  $\ell$  dans l'énergie de Thouless modifiée).

Ces trois expressions sont bien identiques à celles obtenues à température nulle en utilisant la formulation de la conductance tunnel avec l'impédance (voir respectivement les équations (3.29), (3.31) et (3.33)).

# Chapitre 4

## Mesure de la conductance dynamique d'une longue jonction tunnel

La conductance dynamique d'une jonction tunnel permet de sonder l'effet des interactions entre électrons et des électrons avec d'autres degrés de liberté du métal. Nous présentons dans ce chapitre les mesures de la conductance dynamique d'une longue jonction tunnel entre un fil métallique et un plan de masse, tous deux en aluminium.

### 4.1 Electrodynamic dip in the local density of states of a metallic wire (article)

Cette section reproduit l'article intitulé "Electrodynamic dip in the local density of states of a metallic wire", par F. Pierre, H. Pothier, P. Joyez, N. O. Birge, D. Estève et M. H. Devoret accepté pour publication à Phys. Rev. Lett.

Il présente la mesure de la conductance dynamique d'une longue jonction tunnel entre un fil et un plan de masse en aluminium. Nous montrons que la conductance tunnel mesurée à différentes températures peut être obtenue en tenant compte uniquement des interactions entre électrons. Pour cela, nous utilisons la formulation en impédance de la théorie microscopique des interactions entre électrons.





# Electrodynamic dip in the local density of states of a metallic wire

F. Pierre, H. Pothier, P. Joyez, Norman O. Birge\*, D. Esteve, and M. H. Devoret

*Service de Physique de l'Etat Condensé, Commissariat à l'Energie Atomique, Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France*

(Dated: October 26, 2000)

We have measured the differential conductance of a tunnel junction between a thin metallic wire and a thick ground plane, as a function of the applied voltage. We find that near zero voltage, the differential conductance exhibits a dip, which scales as  $1/\sqrt{V}$  down to voltages  $V \sim 10k_B T/e$ . The precise voltage and temperature dependence of the differential conductance is accounted for by the effect on the tunneling density of states of the macroscopic electrodynamic contribution to electron-electron interaction, and not by the short-ranged screened-Coulomb repulsion at microscopic scales.

Tunneling offers a unique tool to probe interactions between electrons in conducting materials, because the bare electron which tunnels has to be accommodated by the correlated electronic liquid resulting from these interactions. In the past, the effect of interactions on tunneling electrons has been investigated in two different regimes. In the early 80's, Altshuler and Aronov [1] calculated by perturbation theory the effect of the dynamically-screened electron-electron interaction in diffusive conductors. They found that this interaction leads to a reduction of the local one-particle density of states (LDOS) near the Fermi energy and hence of the tunneling conductance at low voltage (the so-called zero-bias anomaly). The LDOS theory successfully explains tunneling experiments performed with extended tunnel junctions, mostly on highly-disordered metals and semiconductors [2]. In the more recently addressed "Coulomb blockade" regime, the effect of the long range part of the electron-electron interaction is so strong that the tunneling conductance can vanish at low voltage. This regime is treated by a phenomenological approach based on macroscopic electromagnetism [3, 4] which emphasizes *i*) the charging energy  $E_C = e^2/2C$  of the capacitance  $C$  of the tunnel junction formed by the electrodes and the tunnel barrier and *ii*) the impedance  $Z(\omega)$  of the circuit in which the junction is embedded (the so-called "environmental" impedance). It predicts in particular that the tunneling conductance of a junction will vary at voltages  $V$  satisfying  $k_B T \ll eV \ll E_C$  as  $(eV/E_C)^{-2R/R_K}$ , with  $R_K = h/e^2$ , provided  $Z(\omega) = R$  for frequencies  $\omega < E_C/\hbar$  ( $k_B T$  is the thermal energy). The Coulomb blockade for such a small tunnel junction has been observed in presence of a large environmental impedance placed in series with the junction, and with relatively weakly disordered metallic electrodes [5, 6].

In this Letter, we present an experiment in which the tunneling density of states has been measured for a mesoscopic wire separated from a ground plane by a tunnel oxide barrier. While the experiment remains in the regime where the perturbation theory of Altshuler and Aronov is applicable, the reduction of the density of states at low

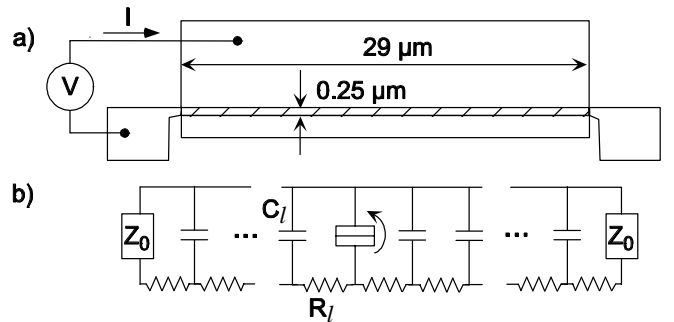


FIG. 1: (a) Schematic of the experiment. A tunnel junction (dashed area) is formed by the overlap of a Al wire and a thick Al counter electrode. A magnetic field suppresses superconductivity. (b) Equivalent circuit entering in the theoretical predictions. The environment of each junction element is two  $RC$  transmission lines terminated by an impedance  $Z_0$ .

voltages is entirely controlled, in contrast with previous experiments on extended junctions, by the macroscopic electrodynamic contribution to the electron-electron interaction, as in Coulomb blockade experiments. Our experimental results confirm the link between zero-bias anomalies and Coulomb blockade which has been put forward theoretically [7-9].

According to the real-space expression of the LDOS in the perturbative regime [7], the variation  $\delta G = \frac{dI}{dV}(V) - G_t$  of the differential conductance of a tunnel junction of arbitrary shape and dimension between a "dirty" metallic electrode and a perfectly conducting ground plane is given by:

$$\frac{\delta G}{G_t} = - \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2 r_0}{A_B} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\pi \hbar} F_T(eV, \hbar\omega) \times \text{Im} \int d^3 r d^3 r' p(r_0, r, \omega) U(r, r', \omega) p(r', r_0, \omega) \quad (1)$$

where  $\mathcal{B}$  is the interface, with area  $A_B$ , between the junction oxide and the electrode,  $F_T(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \int dE \frac{\partial f_T(E)}{\partial E} (f_T(E + \varepsilon_1 + \varepsilon_2) - f_T(E + \varepsilon_1 - \varepsilon_2))$  is the thermal smearing kernel,  $f_T$  being the Fermi func-

tion at temperature  $T$ ,  $G_t$  the tunnel conductance,  $p(r_0, r, \omega)$  is the time Fourier transform of the probability density that an electron injected at  $r_0$  on  $\mathcal{B}$  diffuses in the electrode to point  $r$  within a time  $t$ , and  $U(r, r', \omega)$  is the dynamically-screened interaction potential between electrons. We have included here only the largely dominant exchange contribution to the LDOS [10]. The computation of the integral in (1) is greatly simplified when one uses the general relation [11, 8, 12]  $\int d^3r p(r_0, r, \omega)U(r, r', \omega) = e^2 z(r_0, r', \omega)$ , where  $z(r_0, r', \omega) = V(r', \omega)/I(r_0, \omega)$  is the two-point impedance relating the voltage  $V(r', \omega)$  at point  $r'$  in the electrode to a current  $I(r_0, \omega)$  injected at point  $r_0$  (linear electrodynamic response is assumed for the electrodes). Following Nazarov [11, 8, 13], one can therefore define the effective impedance  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  seen by an electron tunneling at  $r_0$  as  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) = \int d^3r' z(r_0, r', \omega)p(r', r_0, \omega)/\mathcal{N}$ , where  $\mathcal{N} = \int d^3r' p(r', r_0, \omega) = 1/i\omega$ , and rewrite Eq. (1) in a form identical to the Coulomb blockade prediction in the low environmental impedance limit. In particular, at  $T = 0$ ,  $F_T(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \theta(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$  and

$$\frac{\delta G}{G_t} = -2 \int_{\mathcal{B}} \frac{d^2r_0}{A_{\mathcal{B}}} \int_{eV/\hbar}^{\infty} \frac{\text{Re} Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)}{R_K} \frac{d\omega}{\omega}. \quad (2)$$

When  $\text{Re} Z_{\text{eff}}$  does not involve the electrons in the tunnel junction itself but only in the external circuit as is usually the case for small tunnel junctions,  $\int_{\mathcal{B}} \frac{d^2r_0}{A_{\mathcal{B}}} Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  simply reduces to the parallel combination of the environmental impedance  $Z(\omega)$  and of the junction capacitance  $C$  [3, 4].

Our experiment was designed so that the two-point impedance  $z(r_0, r, \omega)$  could be simply determined from the dc resistivity of the electrodes, the distributed capacitance of the junction, and the external impedance, while the form of  $p(r_0, r, \omega)$  had a negligible influence on  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$ . These conditions are satisfied for electrodes made from a good metal, in which electroneutrality can be assumed for frequencies up to those corresponding to the highest measured voltage. We present the geometry of our sample in Fig. 1a. The tunnel junction consists of a 29  $\mu\text{m}$ -long, 250 nm-wide and 22 nm-thick aluminum wire covered by a 190 nm-thick aluminum film. An insulating barrier was grown from the wire by oxidation in pure oxygen at 0.7 bar for 3 hours. In order to obtain high-quality junctions, we have used the shadow mask technique which allows us to fabricate the whole sample without exposing it to air [14]. The sample was mounted in a copper box thermally anchored to the mixing chamber of a dilution refrigerator. All electrical connections to the sample were coaxial cables with microwave filters at 4 K and at the temperature of the sample [15]. A magnetic field of 0.4 T was applied perpendicular to the plane of the sample in order to suppress superconductivity in aluminum. The measurements described below were identical in a 0.2 T field, indicating that superconductivity in aluminum had been completely destroyed. The resistance of the wire, measured at 30 mK, was

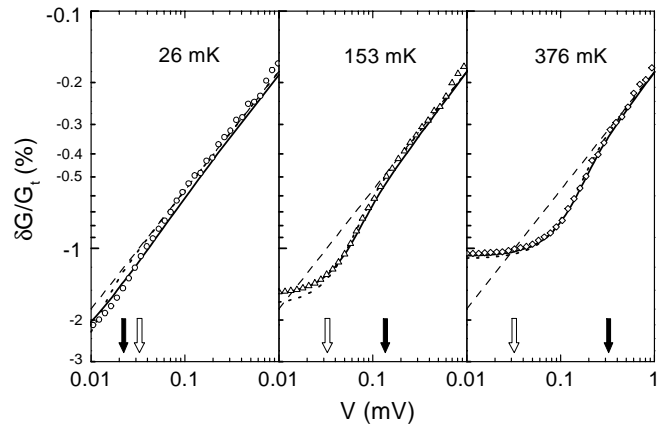


FIG. 2: Symbols: measured variations of the differential conductance of the tunnel junction, normalised to  $G_t = 26.392 \mu\text{S}$ , as a function of voltage  $V$ , for 3 values of the temperature. Each curve corresponds to an average of ten to fifteen voltage sweeps. Solid lines: prediction of the full theory including the effect of temperature and of the finite length of the wire (equivalent circuit shown in Fig. 1b). Dotted lines: predictions for an infinite wire with the same parameters, including the temperature. Dashed lines: predictions for the infinite wire at  $T = 0$  showing the  $V^{-1/2}$  dependence. Black arrows indicate the position of the crossover voltage  $V = 10k_B T/e$ . White arrows indicate the energy  $\hbar D^*/(L/2)^2$ .

350  $\Omega$ , corresponding to a sheet resistance  $R_{\square} = 3 \Omega$ . The differential conductance of the tunnel junction, measured between the ground plane and either end of the wire, was  $G = 26.35 \mu\text{S}$  at 30 mK and for  $V = 1.5$  mV. The conductance of the junction displays at large scales a quadratic voltage dependence, attributed to the finite barrier height [16]. This quadratic term has an amplitude of several percent for  $V = 100$  mV, with a minimum at  $V = 15$  mV. At sub-Kelvin temperatures, the conductance of the junction displays a depression at low voltage. Figure 2 shows in a log-log plot the relative change of the differential conductance  $\delta G/G_t$  as a function of the applied voltage  $V$ . The voltage here is at most 1 mV, so the quadratic term is negligible. In Fig. 3 the rounded cusp observed near zero voltage is presented in a linear plot. The conductance dip fills up and broadens as the temperature is increased. In the inset of Fig. 3, we show the temperature dependence of the conductance at zero voltage. Note that the tunnel conductance  $G_t$  is experimentally ill-defined at the 0.1% level because the conductance depends on voltage and temperature at large scales, as explained above. In order to compare data with theory, we have taken  $G_t$  as a fit parameter (see below), and the experimental data in Figs. 2 and 3 have been normalized to the best-fit value  $G_t = 26.392 \mu\text{S}$ .

We now discuss the interpretation of our experiment in terms of the preceding reformulated LDOS theory. When an electron is added at the surface of the wire, the po-

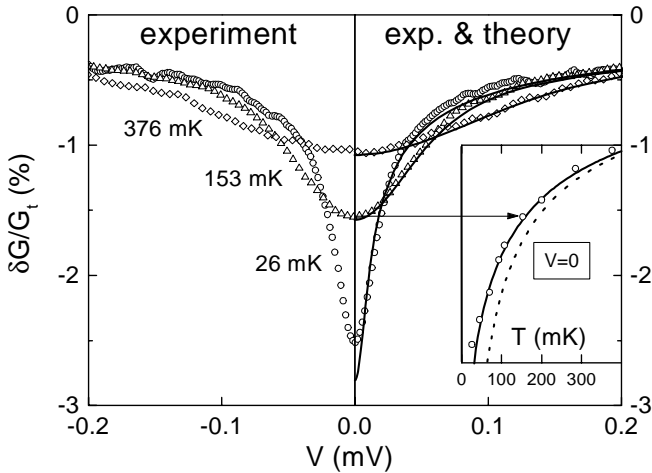


FIG. 3: Symbols in main panel: same experiment as in Fig. 2, but with data near  $V = 0$  plotted on linear scale. Solid lines: predictions for our finite length wire. Inset:  $V = 0$  differential conductance. Solid line: prediction for our finite length wire. Dotted line:  $T^{-1/2}$  dependence expected for an infinite wire.

tential establishes itself in the thickness of the wire on a time scale given by the reciprocal of the plasma frequency. After this transient, too short to play a role given our energy scale, the electrical potential is homogeneous within the wire thickness, and diffuses in the two other dimensions, with a diffusion constant  $D^* = (R_{\square} C_s)^{-1} = (R_l C_l)^{-1} \sim 10 \text{ m}^2/\text{s}$ , where  $R_l$  and  $C_l$  are the resistance and capacitance per unit length of the wire, and  $C_s$  is the capacitance per unit area [17]. The electron itself diffuses much more slowly, with a diffusion constant  $D = (\nu e^2 w a R_l)^{-1} \sim 27 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , where  $w$  and  $a$  are the width and thickness of the wire, and  $\nu$  the density of states at the Fermi energy. The complete calculation

of  $Z_{\text{eff}}(\omega)$  in the case of an infinitely long junction shows that the spreading of the potential in the thickness and in the width of the wire can be taken as instantaneous at energies  $eV \ll \hbar D^*/w^2 \sim 100 \text{ meV}$ . Note that the dimensionality criterion is not determined by the comparison of  $eV$  with the Thouless energy  $\hbar D/w^2$ , as is usually assumed [7].

In the one-dimensional regime relevant to our experiment, we first treat the case of a junction with infinite length. The impedance is then that of two  $RC$  semi-infinite transmission lines in parallel:  $z(x_0, x, \omega) = \frac{1}{2} Z_c(\omega) e^{-\gamma(\omega)|x-x_0|}$ , where  $Z_c(\omega) = \sqrt{\frac{R_l}{iC_l \omega}}$  is the characteristic impedance of one transmission line,  $\gamma(\omega) = \sqrt{\frac{i\omega}{D^*}}$  and  $x$  the coordinate along the wire. The expression for  $p(0, x, \omega) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{iD\omega}} e^{-\sqrt{\frac{i\omega}{D}}|x-x_0|}$  has the same form, since both the electric potential and the electron probability cloud obey a diffusion equation in our system, but  $D$  now enters in place of  $D^*$ . We then obtain for the real part of the effective impedance:  $\text{Re } Z_{\text{eff}}(\omega) =$

$\frac{1}{2} \text{Re } Z_c(\omega) / (1 + \sqrt{D/D^*})$ . The correction due to electron diffusion, of order  $\sqrt{D/D^*} \approx 0.02$  [18] is thus negligible and in the following we take  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) = z(x_0, x_0, \omega)$ . Our junction can now be modeled as a ladder array of infinitesimal junctions and resistances, each junction seeing an environmental impedance due to the resistances and the other junction capacitances (see Fig. 1b). Such a simplification does not occur for two-dimensional junctions, where the interplay of electron and potential diffusion cannot be neglected and where  $Z_{\text{eff}}(\omega)$  includes the non-trivial factor  $\ln(D^*/D)$  [7, 8, 19].

We thus find, in the case of the infinite wire, at very low or very large voltages, the following analytical expressions:  $\delta G/G_t \simeq -1.56 \frac{R_l}{R_K} \sqrt{\hbar D^*/k_B T}$  for  $eV/k_B T \rightarrow 0$  while  $\delta G/G_t = -\sqrt{2} \frac{R_l}{R_K} \sqrt{\hbar D^*/eV}$  for  $eV/k_B T \rightarrow \infty$ . The crossover between these two expressions occurs for  $eV \sim 10k_B T$ .

In the case of a wire with finite length with a terminal impedance, the full voltage and temperature dependence can be computed numerically using  $z(x_0, x_0, \omega)^{-1} = Z_{x_0}(\omega)^{-1} + Z_{L-x_0}(\omega)^{-1}$ , where  $Z_x(\omega)/Z_c(\omega) = (\rho + \theta)/(1 + \rho\theta)$  with  $\rho = Z_0(\omega)/Z_c(\omega)$  and  $\theta = \tanh[\gamma(\omega)x]$ . These last expressions have been used to fit the complete data set with three parameters: the capacitance per unit length  $C_l$ , the tunnel conductance  $G_t$ , and the terminal impedance  $Z_0$ . The best fit, obtained with  $G_t = 26.392 \mu\text{S}$ ,  $C_l = 7.4 \text{ fF}/\mu\text{m}$  and  $Z_0 = 50 \Omega$  is shown with solid lines on Fig. 2 and the right half of Fig. 3 for three temperatures. In Fig. 2, we also show the predictions for the infinite wire, both at  $T = 0$  and at the experiment temperature. At large voltages, the  $1/\sqrt{V}$  dependence [1] is well observed, down to voltages corresponding to the predicted crossover. Note that at low voltages, the effect of the finite length of the wire is a rather small correction, except at the lowest temperatures and voltages. In the inset of Fig. 3 we show the predictions for the  $V = 0$  conductance as a function of temperature. The infinite wire prediction (dotted curve) gives only a qualitative account of the data. We find good agreement between the full theory and experiment at temperatures above 50 mK, whereas for the lowest temperature, the dip is not as pronounced as predicted. This discrepancy can be attributed to a slight heating of the electrons: a good fit of the 26 mK data is obtained with a 37 mK theoretical curve. This problem should not cast doubt on the rest of the data set: we believe heating cannot affect  $G(V, T)$  above 50 mK as currents in the junction are not sufficient to raise significantly the temperature of the electrodes, given the known electron-phonon coupling. The influence of external parasitic noise can likewise be eliminated from other measurements done in the same setup. The value of  $C_l$  is about 3 times smaller than what is usually measured for aluminum junctions. However, the very low conductance per unit area of the tunnel junction, indicating a very thick insulating layer obtained from an intensive oxidation, is a plausible explanation for the difference. Finally,

the value of the fit parameter  $Z_0$  agrees with estimates and values found in previous experiments [6].

It is worth stressing that the  $1/\sqrt{V}$  and  $1/\sqrt{T}$  dependences observed here arise from the diffusion of the electric potential along the junction and NOT from that of diffusive quasiparticles interacting only via a short-range interaction.

In conclusion, we have found that the tunneling conductance of an extended junction shows the dip near zero voltage expected from the macroscopic electrodynamic contribution of electron-electron interaction. Our results are easily explained quantitatively using the concept of distributed impedance borrowed from Coulomb blockade effects and by considering that the junction contributes to its own electrodynamic environment. An important prediction of this approach is that the electrodynamic dip observed in our experiment is washed out if electrons diffuse coherently fast enough away from the region where the resistance is concentrated. This prediction could not be tested in the one-dimensional experiment we have performed, but could in principle be tested for instance by low temperature STM tunnel spectroscopy with a tip on a two-dimensional sample.

Acknowledgments: We gratefully acknowledge discussions with I. Aleiner, B. Altshuler, M. Feigelmann, L. Glazman, H. Grabert, G. Ingold, L. Levitov, Yu. Nazarov, and E. Sukhorukov. This work has been partly supported by the Bureau National de la Métrologie. N.O.B. acknowledges NSF support under grant DMR-9801841. Travel between East Lansing and Saclay was supported by NATO, under Collaborative Research Grant #970273.

\* Permanent address: Michigan State University, East Lansing, MI 48824, USA.

## REFERENCES

- [1] B. L. Altshuler and A. G. Aronov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **77**, 2028 (1979) (Sov. Phys. JETP **50**, 968); B. L. Altshuler and A. G. Aronov, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A. L. Efros and M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985); P.A. Lee and T. V. Ramakrishnan, Rev. Mod. Phys. **57**, 287 (1985).
- [2] R. C. Dynes and J. P. Garno, Phys. Rev. Lett. **46**, 137 (1981); Y. Imry and Z. Ovadyahu, Phys. Rev. Lett. **49**, 841 (1982); Alice E. White, R. C. Dynes and J. P. Garno, Phys. Rev. B **31**, 1174 (1985); M. E. Gershenson, V. N. Gubankov, and M. I. Falei, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **41**, 435 (JETP Lett. **41**, 534) (1985); Alice E. White, R. C. Dynes and J. P. Garno, Phys. Rev. Lett. **56**, 532 (1986); Shih-Ying Hsu and J. M. Valles, Jr., Phys. Rev. B **49**, 16600 (1994); J. G. Massey and Mark Lee, Phys. Rev. Lett. **77**, 3399 (1996).
- [3] M. H. Devoret, D. Esteve, H. Grabert, G.-L. Ingold, H. Pothier and C. Urbina, Phys. Rev. Lett. **64**, 1824 (1990); S. M. Girvin, L. I. Glazman, M. Jonson, D. R. Penn, and M. D. Stiles, Phys. Rev. Lett. **64**, 3183 (1990).
- [4] G.-L. Ingold and Yu. V. Nazarov, in *Single Charge Tunneling*, edited by H. Grabert and M. H. Devoret (Plenum Press, New York, 1992).
- [5] P. Delsing, K. K. Likharev, L. S. Kuzmin, and T. Claeson, Phys. Rev. Lett. **63**, 1180 (1989); A. N. Cleland, J. M. Schmidt, and J. Clarke, Phys. Rev. Lett. **64**, 1565 (1990); J. P. Kauppinen and J. P. Pekola, Phys. Rev. Lett. **77**, 3889 (1996); P. Wahlgren, P. Delsing, and T. Claeson, Phys. Rev. B **57**, 2375 (1998); P. Joyez, D. Esteve, and M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **80**, 1956 (1998).
- [6] T. Holst, D. Esteve, C. Urbina and M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **73**, 3455 (1994).
- [7] B.L. Altshuler, A.G. Aronov, and A. Yu. Zyuzin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **86**, 709(1984) (Sov. Phys. JETP **59**, 415). The statement in [8] that the results from this paper and the Coulomb blockade theory are different is not correct.
- [8] Appendix in [4], p. 91.
- [9] A. Kamenev and A. Andrejev, Phys. Rev. B **60**, 2218 (1999).
- [10] A.M. Rudin, I.L. Aleiner and L. Glazman, Phys. Rev. B. **55**, 9322 (1997).
- [11] Yu.V. Nazarov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **95**, 975 (1989) (Sov. Phys. JETP **68**, 561 (1990)).
- [12] E.V. Sukhorukov and A.V. Khaetskii, Phys. Rev. B **56**, 1456 (1997); G.M. Minkov, A.V. Germanenko, S. A. Negachev, O.E. Rut and E.V. Sukhorukov, Phys. Rev. B. **59**, 13139 (1999).
- [13] We have here corrected a sign in [8] (Yu.V. Nazarov and B.L. Altshuler, private communication).
- [14] G. J. Dolan and J. H. Dunsmuir, Physica B **152**, 7 (1988). Such large junctions were obtained with a very thick bilayer of MAA ( $5 \mu\text{m}$ ) and PMMA ( $0.5 \mu\text{m}$ ).
- [15] D. Vion, P. F. Orfila, P. Joyez, D. Esteve, and M. H. Devoret, J. Appl. Phys. **77**, 2519 (1995).
- [16] W. F. Brinkmann, R. C. Dynes et J. M. Rowell, J. Appl. Phys. **41**, 1915 (1970). A fit to this theory gives for the thickness of the tunnel barrier  $\delta = 1.8 \text{ nm}$ , and for the heights of the barrier, found to be asymmetric,  $\varphi_1 = 2.4 \text{ eV}$  and  $\varphi_2 = 3.5 \text{ eV}$ .
- [17] We neglect the inductance of the wire, estimated to be  $0.2 \text{ pH}/\mu\text{m}$ .
- [18] The value of  $D^*/D = e^2 v \delta a / \varepsilon$  is at least 1000 in thin-film metallic junctions:  $\varepsilon$  and  $\delta$  are the dielectric constant and thickness of the oxide layer.
- [19] L. S. Levitov and A. V. Shytov, J.E.T.P. Lett. **66**, 215 (1997)

## 4.2 Mesures de la conductance tunnel et tests expérimentaux

### 4.2.1 Dispositif expérimental

#### 4.2.1.1 Caractéristiques géométriques et électriques

La géométrie de notre échantillon est présentée sur la figure 4.1. La jonction tunnel est un fil d'aluminium oxydé en surface sous une pression de 0.7 bar d'oxygène pur pendant 3 heures, puis recouvert par un film d'aluminium de 190 nm d'épaisseur. Ce fil, dont le contour est surligné en noir sur la photo dans la figure 4.2, a pour longueur  $L = 29 \mu\text{m}$ , largeur  $w = 0.25 \mu\text{m}$ , épaisseur  $\ell = 22 \text{ nm}$ , et résistance  $R = 350 \Omega$ . La barrière tunnel, formée par la couche d'oxyde entre le fil d'aluminium et le film épais, a une résistance tunnel  $R_T = 38 \text{ k}\Omega$ . Afin de supprimer la supraconductivité dans l'aluminium nous appliquons un champ magnétique de 0.4 Tesla perpendiculairement au plan de l'échantillon. Nous avons vérifié que les mesures sont identiques lorsque le champ magnétique appliqué n'est plus que de 0.2 Tesla, indiquant que la supraconductivité de l'aluminium est bien supprimée.

Les principales caractéristiques géométriques et électriques de l'échantillon sont récapitulées sur la table 4.1.

$L$	$w$	$\ell$	$R$	$R_{\square}$	$D$	$\nu_F$	$R_T$
$29 \mu\text{m}$	$0.25 \mu\text{m}$	$22 \text{ nm}$	$350 \Omega$	$3 \Omega$	$27 \text{ cm}^2/\text{s}$	$2.15 \cdot 10^{47} \text{ J}^{-1}\text{m}^{-3}$	$38 \text{ k}\Omega$

Table 4.1. Propriétés électriques et géométriques de la longue jonction tunnel mesurée.  $L$ ,  $w$ , et  $\ell$  sont les caractéristiques géométriques du fil,  $R$  la résistance du fil,  $R_{\square}$  la résistance par carré dans le fil,  $D$  est la constante de diffusion des électrons,  $\nu_F$  la densité d'états par unité d'énergie et de volume au niveau de Fermi dans l'aluminium massif et  $R_T$  est la résistance tunnel de la jonction. La valeur de la constante de diffusion est calculée avec la relation d'Einstein.

#### 4.2.1.2 Procédure expérimentale

Pour mesurer la conductance dynamique de la jonction tunnel nous utilisons les techniques standard de détection synchrone. La mesure d'une courbe de conductance, telle que celles présentées dans l'article précédent, prend environ 10 heures. Nous l'obtenons en moyennant 10 à 20 balayages en tension, ce qui permet de limiter l'effet de dérive des amplificateurs qui fonctionnent sur batterie.

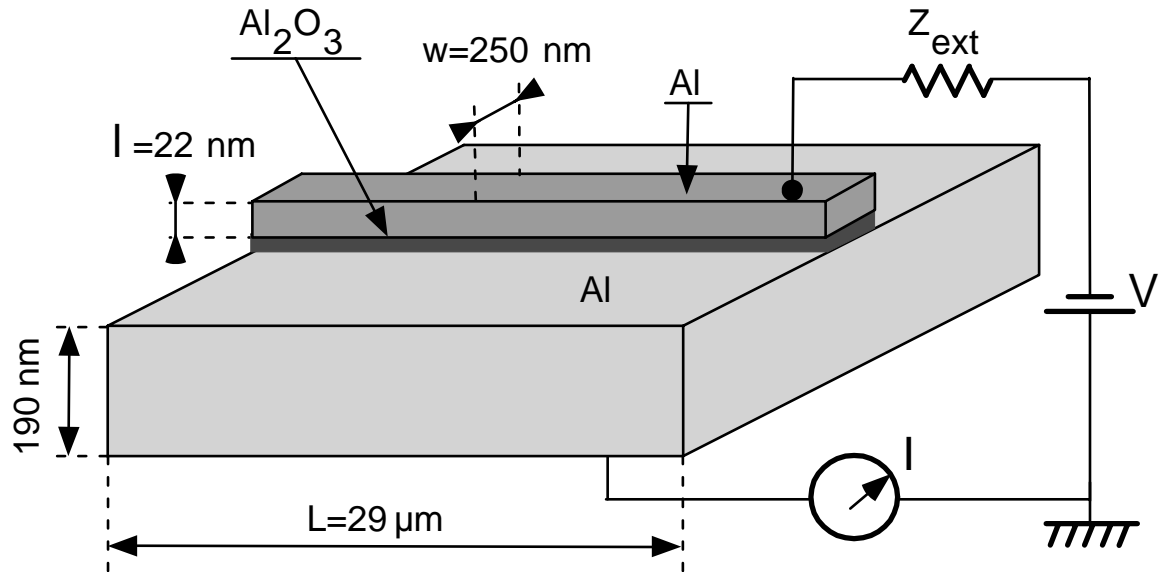


Fig. 4.1. Dispositif expérimental : nous mesurons la conductance tunnel d'une longue jonction tunnel entre un plan de masse épais en aluminium et un long fil en aluminium sous un champ magnétique suffisant pour détruire la supraconductivité.

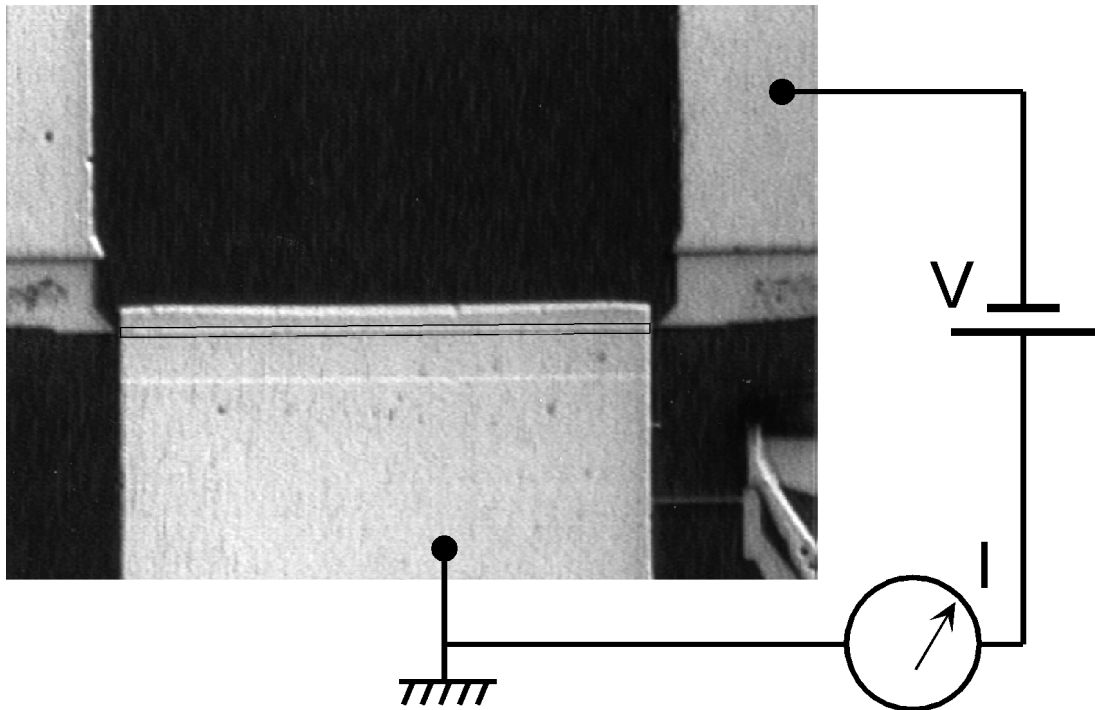


Fig. 4.2. Photographie au microscope optique de l'échantillon mesurée. Le contour de la longue jonction tunnel est surligné en noir.

## 4.2.2 Mesures effectuées et comparaison avec la théorie

### 4.2.2.1 Mesures de la conductance tunnel

La conductance de la jonction présente, pour des température inférieures à 1 Kelvin<sup>64</sup>, une dépression relative de quelques millièmes sur un échelle de tension d'une fraction de mV.

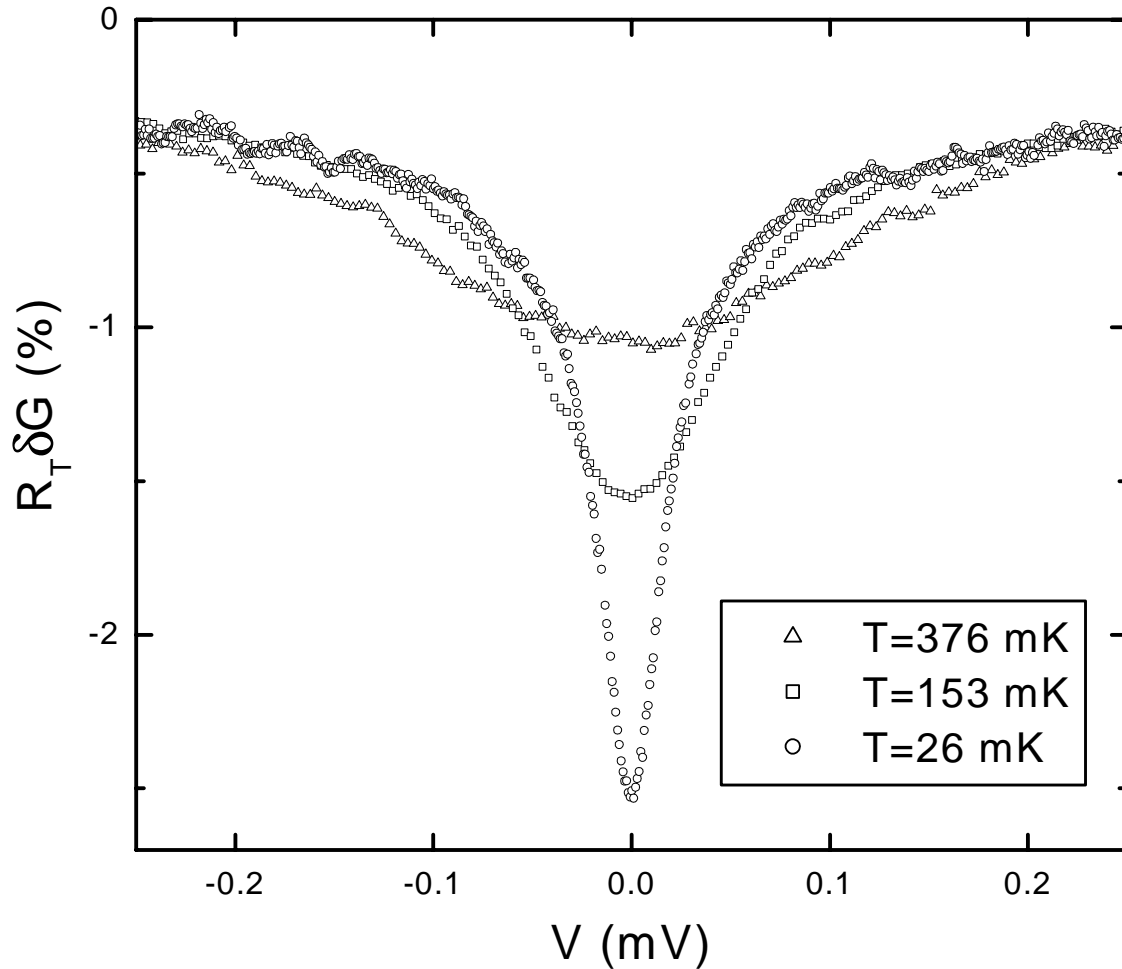


Fig. 4.3. Conductance tunnel mesurée en fonction de la tension  $V$  appliquée à une longue jonction tunnel. La conductance tunnel présente une dépression à basse tension qui s'élargit et diminue d'intensité quand la température augmente.

La figure 4.3 porte les mesures de la conductance tunnel en fonction de la tension, pour les températures  $T = 26, 153$  et  $376$  mK. Le dépression de la conductance tunnel diminue d'amplitude et s'élargit lorsque la température augmente.

<sup>64</sup> A haute température, l'anomalie de conductance apparaît sur une plus large gamme d'énergie mais avec une intensité très faible.



### 4.2.2.2 Fits avec la théorie microscopique des interactions entre électrons

La dimensionnalité effective  $d$  de la jonction tunnel mesurée se situe entre  $d = 0$  et  $d = 1$ . En effet, dans notre expérience de l'estimation de la constante de diffusion du champ électromagnétique  $D^* \sim 10 \text{ m}^2/\text{s}$ , on déduit les énergies de Thouless électromagnétiques  $E_{Th}^*(L = 29 \text{ } \mu\text{m}) \sim 10 \text{ } \mu\text{eV}$ ,  $E_{Th}^*(w = 0.25 \text{ } \mu\text{m}) \sim 100 \text{ meV}$  et  $E_{Th}^*(\ell = 22 \text{ nm}) \sim 10 \text{ eV}$ . Pour les tensions  $V \leq 1 \text{ mV}$  sondées expérimentalement, la dimensionnalité est donc  $d \leq 1$ . A basse température ( $T \lesssim 100 \text{ mK}$ ) et basse tension ( $V \lesssim 10 \text{ } \mu\text{V}$ ) le champ électromagnétique se propage suffisamment vite à travers la jonction pour en percevoir la longueur finie. La description théorique doit donc tenir compte de la taille finie de la longue jonction tunnel. Pour cela, nous supposons que l'impédance en série avec la jonction tunnel (voir figure 4.1) peut être décrite par une résistance terminale  $R_{\text{ext}}$ , attendue dans la gamme  $10 - 100 \text{ } \Omega$ , pour les fréquences sondées  $eV/\hbar$ , dans la gamme  $10 \text{ GHz} - 10 \text{ THz}$ .

L'expression théorique de la conductance tunnel est donnée par l'équation (3.12), où l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  pour la géométrie de notre expérience est donnée par l'équation (5.7). Le calcul de l'impédance effective est présenté dans l'avant-dernière section du chapitre 5 intitulé "Théorie standard du blocage de Coulomb".

Les paramètres de fit dans cette description théoriques sont la capacité géométrique  $C$  de la jonction, la résistance terminale  $R_{\text{ext}}$  en série avec la jonction tunnel et, dans une moindre mesure la résistance tunnel  $R_T$ <sup>65</sup>. Nous présentons sur la figure 4.4 les mesures de conductance avec des symboles ouverts et, avec des traits continus, le meilleur fit obtenu avec  $C = 215 \text{ fF}$ ,  $R_{\text{ext}} = 50 \text{ } \Omega$  et  $R_T = 37.89 \text{ k}\Omega$ . La capacité par unité de surface est plus petite d'un facteur 3 que les valeurs généralement obtenues avec des petites jonctions nano-fabriquées (typiquement  $1 \text{ fF}$  pour une jonction de  $100 \times 100 \text{ nm}^2$ ), ce à quoi nous nous attendions en raison de la très forte oxydation effectuée pour créer la barrière tunnel épaisse.

La théorie rend bien compte des mesures, excepté pour la courbe mesurée à la plus basse température ( $T = 26 \text{ mK}$ ), qui est un peu moins pointue que les prédictions. Nous pouvons toutefois expliquer ce désaccord en supposant que la température des électrons sature légèrement aux plus basses températures. En effet, la mesure effectuée à  $26 \text{ mK}$  correspond bien avec les prédictions théoriques pour une température électronique de  $37 \text{ mK}$  (voir la figure 4.5).

<sup>65</sup> La résistance tunnel  $R_T$  ne peut pas être mesurée à mieux que le pourcent car, du fait de la hauteur finie de la barrière tunnel, la conductance dynamique à grande tension varie comme le carré de la tension (voir la section 4.2.3 intitulée "Tests expérimentaux" dans ce chapitre).

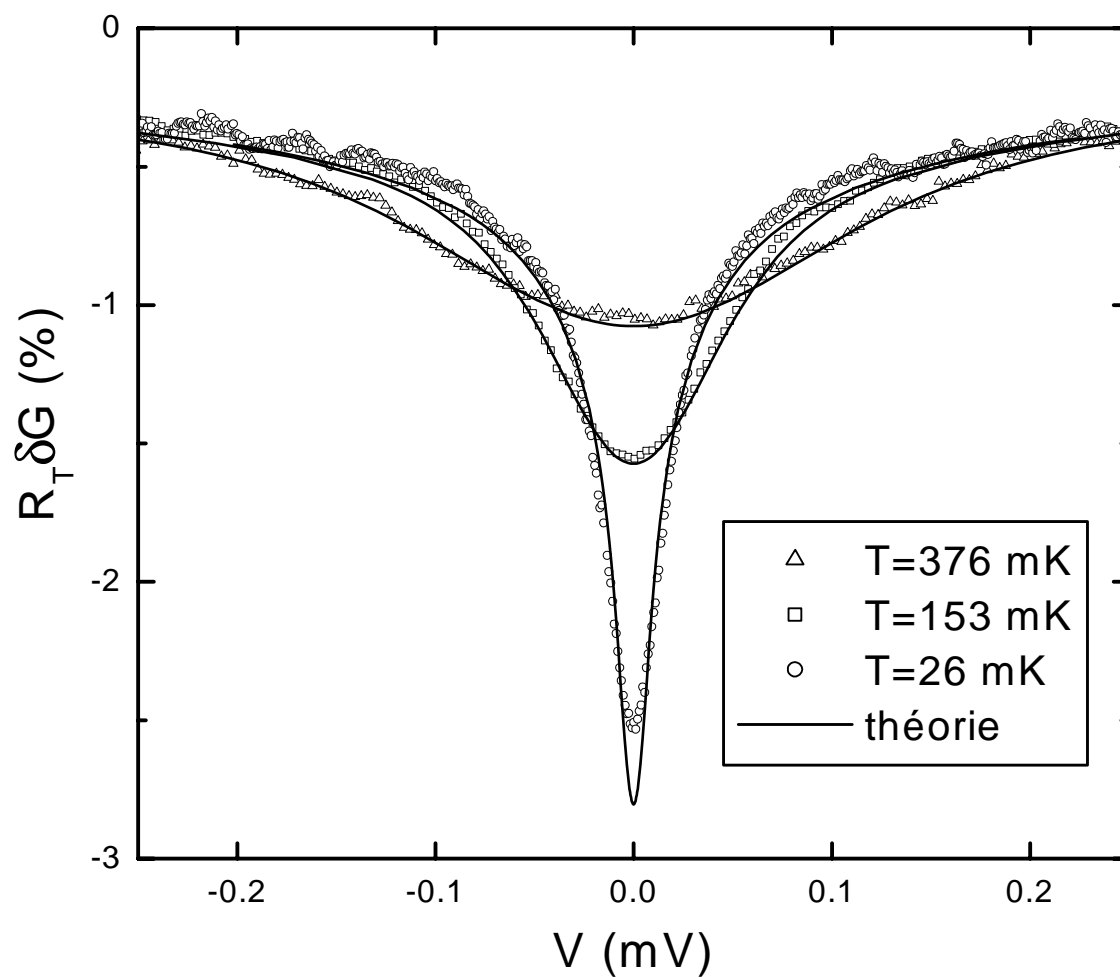


Fig. 4.4. Symboles ouverts : mesures de la conductance tunnel. Traits continus : fit des mesures avec la théorie microscopique des interactions entre électrons.

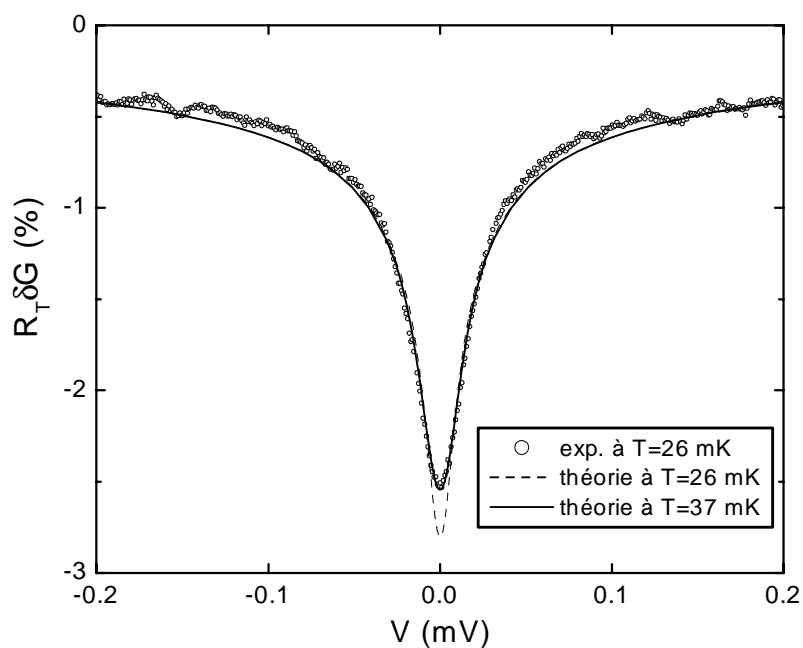


Fig. 4.5. Cercles ouverts : conductance tunnel en fonction de la tension  $V$  à  $T = 26$  mK. Ligne pointillée : prédictions théoriques à  $T = 26$  mK; Ligne continue : prédictions théoriques à  $T = 37$  mK. La température électronique pourrait être légèrement supérieure à la température du réfrigérateur en raison du bruit injecté par les lignes de mesures.

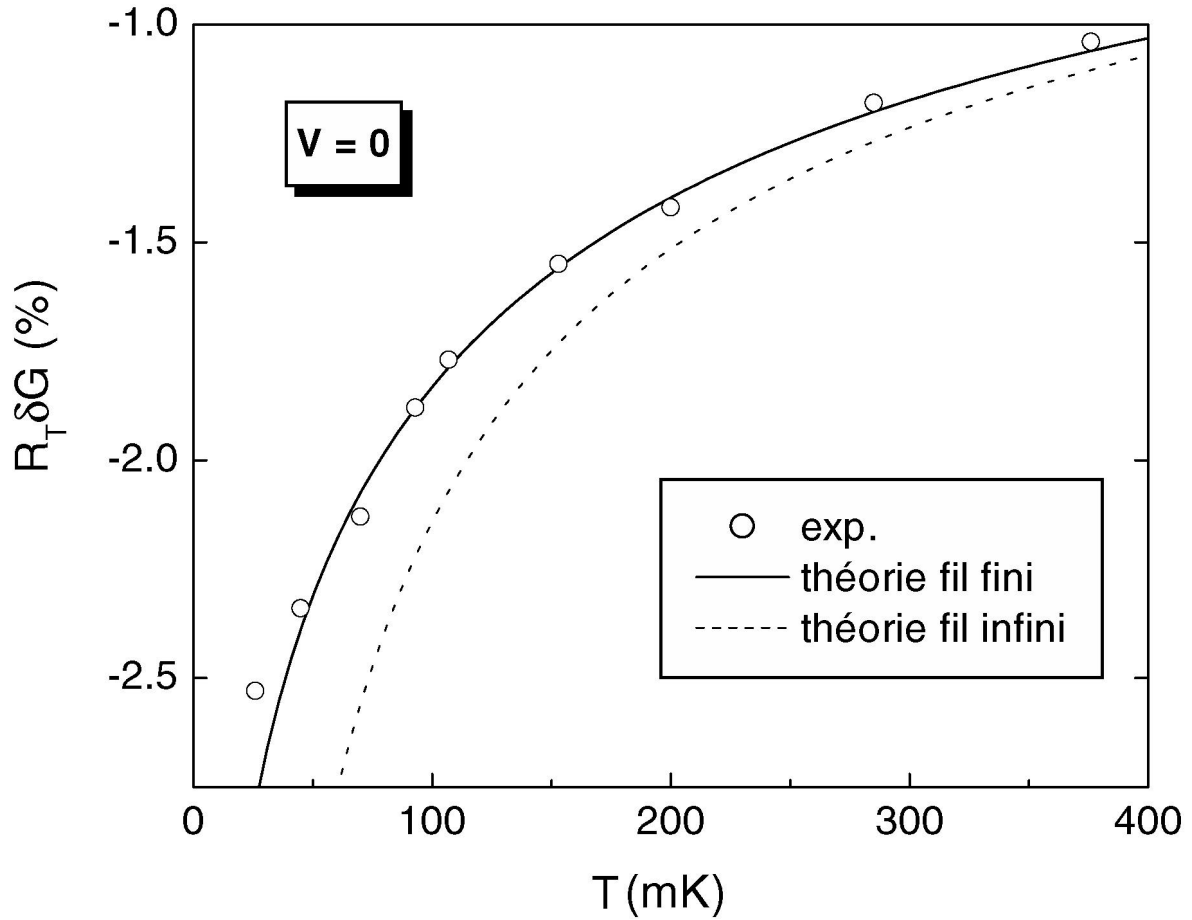


Fig. 4.6. Cercles ouverts : profondeur de la dépression de la conductance tunnel à tension nulle en fonction de la température; trait continu : fit des mesures en tenant compte de la taille finie du fil; trait pointillé : prédictions théoriques avec un fil infini. Les effets de la taille finie de la jonction tunnel sont plus importants à basse température, lorsque le champ électromagnétique explore une région plus importante. On ne retrouve pas la théorie du fil infini dès la température  $\hbar D^*/k_B L^2$  car beaucoup de points de la jonction sont à une distance inférieure à  $L/2$  des bouts et sont sensibles à l'impédance terminale ( $E_{Th}^*(L/2) \simeq 30 \mu\text{eK} \simeq k_B \cdot (300 \text{ mK})$ ).

La figure 4.6 porte, avec des symboles ouverts, la profondeur de la dépression de conductance (à tension nulle) en fonction de la température. Les prédictions de la théorie microscopique du blocage de Coulomb sont représentées par une ligne continue et nous avons rajouté en pointillés les prédictions théoriques pour une jonction fil de longueur infinie (la profondeur du pic est alors proportionnelle à  $1/\sqrt{T}$ ). La différence entre les traits continu et pointillé montre bien que l'impédance terminal  $R_{\text{ext}}$  a un effet sur la conductance tunnel qui devient appréciable aux basses températures. On observe également que le décrochement entre mesures et calculs de la profondeur du pic de conductance n'apparaît qu'à la plus basse température.

### 4.2.3 Tests expérimentaux

#### 4.2.3.1 Fits avec la théorie standard du blocage de Coulomb

Ces données ne sont-elles pas tout aussi bien interprétables dans le cadre de la théorie standard du blocage de Coulomb ?

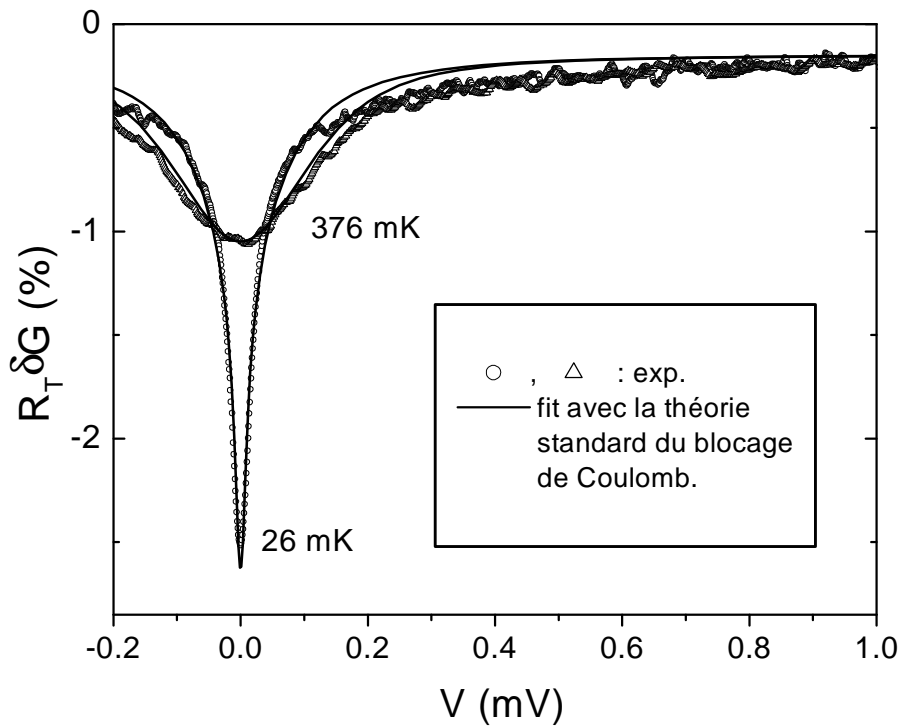


Fig. 4.7. Symboles ouverts : conductance tunnel mesurée; lignes continues : fit des mesures avec la théorie standard du blocage de Coulomb avec  $R_{\text{env}} = 80$  et  $C = 50$  fF. Nous ne pouvons pas rendre compte à la fois du pic étroit à bas  $V$  et de la dépendance en  $1/\sqrt{V}$  au dessus de 0,1 mV.

Dans ce cadre l'impédance de l'environnement électromagnétique est constituée par la capacité  $C$  de la jonction en parallèle avec la résistance  $R_{\text{env}}$ . Les valeurs de  $R_{\text{env}}$ ,  $C$  et  $R_T$  sont des paramètres de fit dans le calcul de la conductance tunnel effectué avec l'expression (5.4).

Nous montrons sur la figure 4.7 qu'il n'est pas possible de reproduire à la fois le pic étroit à basses tensions et la dépendance en tension proportionnelle à  $1/\sqrt{V}$  au dessus de 0.1 mV. De plus les meilleurs paramètres de fit sont  $R_{\text{env}} = 80 \text{ } \Omega$ ,  $C = 50 \text{ fF}$ . La résistance d'environnement est donc inférieure à la résistance du fil, et la capacité est 15 fois plus petite que la valeur usuelle pour des jonctions nano-fabriquées en aluminium<sup>66</sup>.

L'échec de cette application directe de la théorie standard du blocage de Coulomb n'est pas surprenant car cette théorie suppose que la charge de l'électron s'étale instantanément sur toute la jonction.

#### 4.2.3.2 Mesure de la conductance tunnel à grandes tensions

La conductance de la jonction tunnel présente à grandes tensions une forme parabolique, voir la figure 4.9. Cette dépendance en tension, généralement attribuée à la forme de la barrière tunnel [14], a une amplitude de quelques % à  $V = 100 \text{ mV}$ , avec un minimum à  $V = 15 \text{ mV}$ . Un fit des mesures pour les tensions comprises entre  $-0.1 \text{ V}$  et  $0.1 \text{ V}$  donne pour l'épaisseur de la barrière tunnel  $\delta = 1.8 \text{ nm}$ , et pour les hauteurs de la barrière, trouvées asymétriques,  $\varphi_1 = 2.4 \text{ eV}$  et  $\varphi_2 = 3.5 \text{ eV}$  (voir la figure 4.8). Pour les tensions de valeur

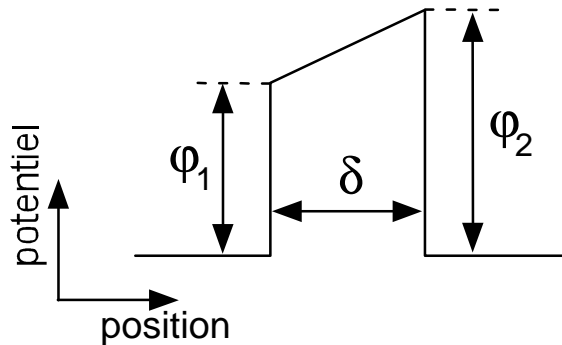


Fig. 4.8. Forme simplifiée de courbe de potentiel de la barrière tunnel utilisée dans la théorie pour les grandes tensions appliquées [14]. Ce potentiel est déformé par l'application d'une tension aux bornes de la jonction tunnel.

<sup>66</sup> Bien que nous nous attendions à une capacité plus faible pour notre expérience que pour les petites jonctions nano-fabriquées, l'oxydation ne fait croître la couche d'alumine qu'à un taux proportionnel à l'exponentielle de moins l'épaisseur. De plus, une telle capacité est incompatible avec l'estimation de l'épaisseur de la couche d'oxyde à partir des mesures de conductance tunnel à grandes tensions.

absolue supérieure à 0.15 V la conductance tunnel suit une autre parabole correspondant aux paramètres  $\delta = 1.5$  nm,  $\varphi_1 = 2.7$  eV et  $\varphi_2 = 6.7$  eV. Nous ne connaissons pas de modèle théorique permettant de rendre compte de cette transition. Toutefois il pourrait s'agir d'un

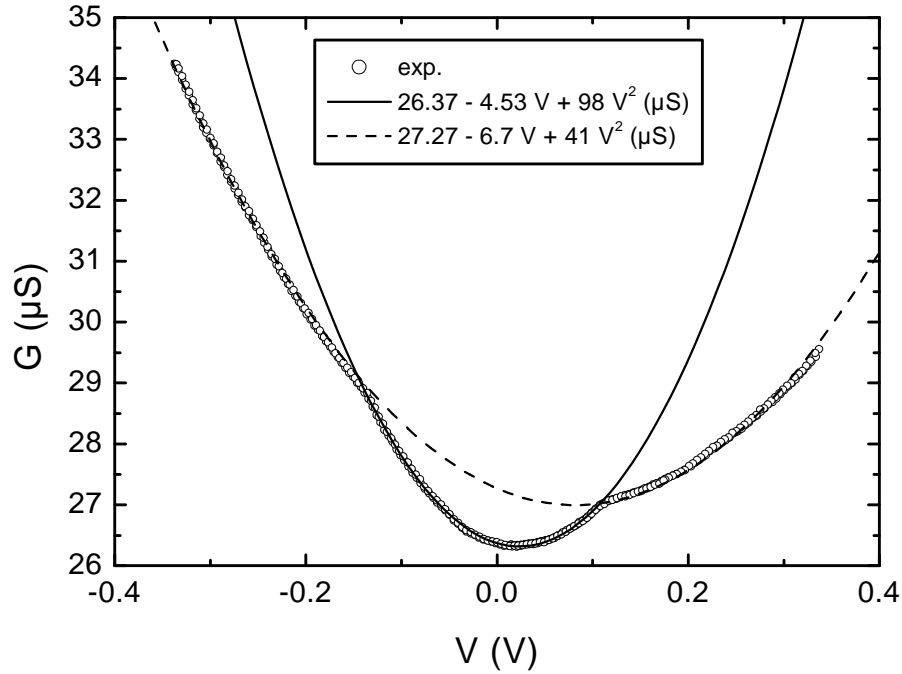


Fig. 4.9. Cercles ouverts : conductance tunnel de la jonction mesurée à grandes tensions; Trait continu : fit parabolique pour les tensions comprises entre -0.15 V et 0.1 V. Trait pointillé : fit parabolique pour les tensions de valeur absolue supérieure à 0.15 V.

effet de la forme de la barrière tunnel, très schématisé dans le modèle que nous utilisons [14], ou d'un effet de bande.

La réduction de la conductance d'une longue jonction tunnel entre un fil d'aluminium et un plan de masse en aluminium s'explique bien par l'effet des interactions Coulombiennes. Nous avons montré comment la conductance tunnel s'exprime directement en fonction de la propagation du champ électromagnétique dans le fil, sans passer par le potentiel microscopique d'interactions entre électrons.

Les mesures de conductance ne suggèrent pas que les interactions entre électrons soient anormales, ni que les électrons soient couplés avec d'autres degrés de liberté. Toutefois, une jonction de dimensionnalité  $d = 2$  ou  $d = 3$  aurait peut-être été plus adaptée pour mettre en évidence de tels degrés de liberté car l'interaction Coulombienne a alors un impact beaucoup moins important sur la conductance tunnel.





# Chapitre 5

## Théorie standard du blocage de Coulomb

La théorie du blocage de Coulomb a été développée spécifiquement pour rendre compte de la conductance dynamique non-linéaire des petites jonctions tunnel entre de bons métaux. De nombreuses expériences effectuées dans ce régime confirment les prédictions de cette théorie [15]. Dans la théorie du blocage de Coulomb, les interactions électron-électron sont encapsulées dans l'interaction entre l'électron qui traverse la barrière tunnel et le champ électromagnétique qui résulte des autres électrons. Un paramètre essentiel dans cette théorie, déterminant le poids des corrections de conductance, est l'énergie de charge  $E_C = e^2/2C$  lorsque une charge  $e$  est placée sur la capacité  $C$  de la jonction (voir Fig. 5.1).

Ce chapitre présente un modèle simple destiné à étendre le domaine de validité de la théorie du blocage de Coulomb aux longues jonctions tunnel. Ce modèle est utilisé pour rendre compte des données expérimentales. Nous discutons également les critères de validité de la théorie standard du blocage de Coulomb grâce à l'expression plus générale obtenue, dans le régime perturbatif, par la théorie microscopique des interactions entre électrons présentée dans le deuxième chapitre. Cela permet, en particulier, de justifier le modèle simple utilisé pour étendre la théorie du blocage de Coulomb aux longues jonctions tunnel. En fin de chapitre, nous proposons une géométrie pour laquelle les corrections de la conductance d'une petite jonction tunnel diffèrent nettement des prédictions de la théorie standard du blocage de Coulomb. L'appendice de ce chapitre reconstruit brièvement la théorie du blocage de Coulomb (le lecteur peut se référer à [5] pour un exposé plus détaillé).

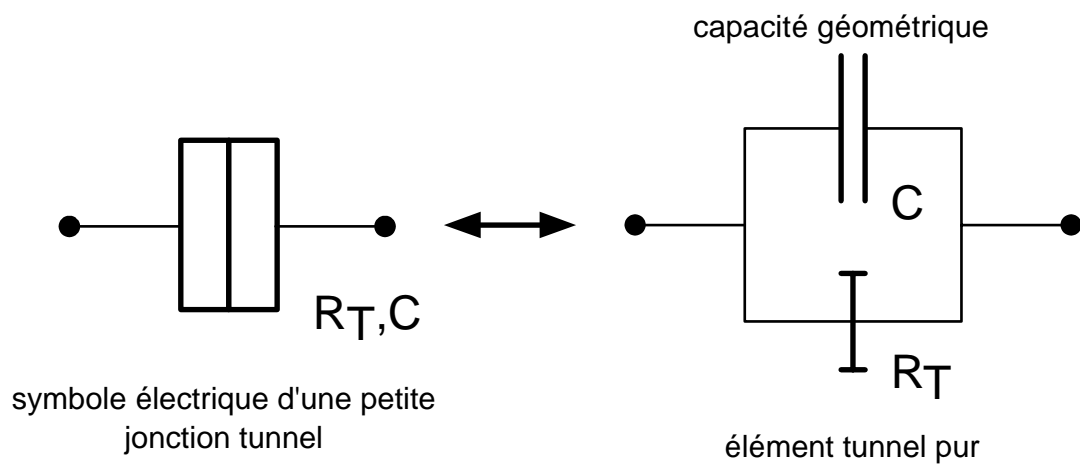


Fig. 5.1. Une petite jonction tunnel est représentée électriquement par une capacité géométrique  $C$  en parallèle avec un élément tunnel pur caractérisé par sa résistance tunnel  $R_T$ .

## 5.1 Qu'est ce que le blocage de Coulomb ?

Pour comprendre le point de vue du blocage de Coulomb nous pouvons suivre pas à pas le saut tunnel d'un électron, représenté sur la figure 5.2 en présence ou en l'absence d'un environnement électromagnétique :

Dans un bon métal un électron est étroitement entouré par une charge d'écrantage, typiquement sur une distance de 1 nm. Lorsque cet électron traverse la barrière par effet tunnel, il laisse cette charge d'écrantage dans l'électrode d'origine et monopolise une nouvelle charge d'écrantage en pénétrant dans l'électrode d'arrivée. Dans le point de vue de la théorie du blocage de Coulomb, on considère séparément l'électron écranté et le champ électromagnétique. Ces deux objets sont couplés via le Hamiltonien tunnel car lorsqu'un électron écranté est détruit d'un côté de la barrière tunnel et créé de l'autre, une charge  $e$  est transférée à travers la barrière (voir figure 5.2). Ainsi, le saut tunnel d'un électron charge de  $e$  la capacité  $C$  de la jonction<sup>67</sup> et donc excite les modes de l'environnement électromagnétique. L'énergie de charge  $E_C = e^2/2C$  qui en résulte, et l'échelle de temps sur laquelle elle persiste, conduit au blocage de Coulomb. Lorsqu'une petite jonction tunnel est connectée directement à une source de tension (côté gauche sur la figure 5.2), la charge injectée peut s'écouler instantanément à travers le circuit électrique et le saut tunnel de l'électron écranté est élastique. Par contre, si une grande impédance est placée en série avec la jonction tunnel (côté droit sur la figure 5.2), la charge  $e$  ne peut pas quitter la jonction tunnel et, à température nulle, la conductance tunnel est nulle lorsque la tension appliquée à la jonction est inférieure à  $e/2C$ . Le calcul complet de cet effet nécessite une description quantique de l'environnement électromagnétique.

### 5.1.1 Environnement électromagnétique d'une jonction tunnel

L'environnement électromagnétique d'une jonction tunnel est caractérisé par la réponse en tension à un courant appliqué. Dans la représentation en fréquence, cette réponse est l'impédance électrique perçue par la barrière tunnel. La capacité de la jonction elle-même, doit être incluse dans l'impédance  $Z_{\text{env}}(\omega)$  de l'environnement électromagnétique<sup>68</sup>. Ainsi,

<sup>67</sup> Ce n'est le cas que pour une petite jonction tunnel. Dans le cas général, la propagation du champ électromagnétique le long de la jonction tunnel joue un rôle important, comme décrit dans le prochain chapitre dédié à la théorie microscopique du blocage de Coulomb.

<sup>68</sup> En toute rigueur, c'est aussi le cas de la barrière tunnel elle-même. En effet, on peut imaginer que la barrière tunnel est constituée d'un grand nombre de canaux très peu transparents. Pour chacun de ces canaux, les autres font partie de l'environnement électromagnétique [13]. Toutefois, cet effet est généralement négligeable, sauf lorsque la jonction est peu résistive.

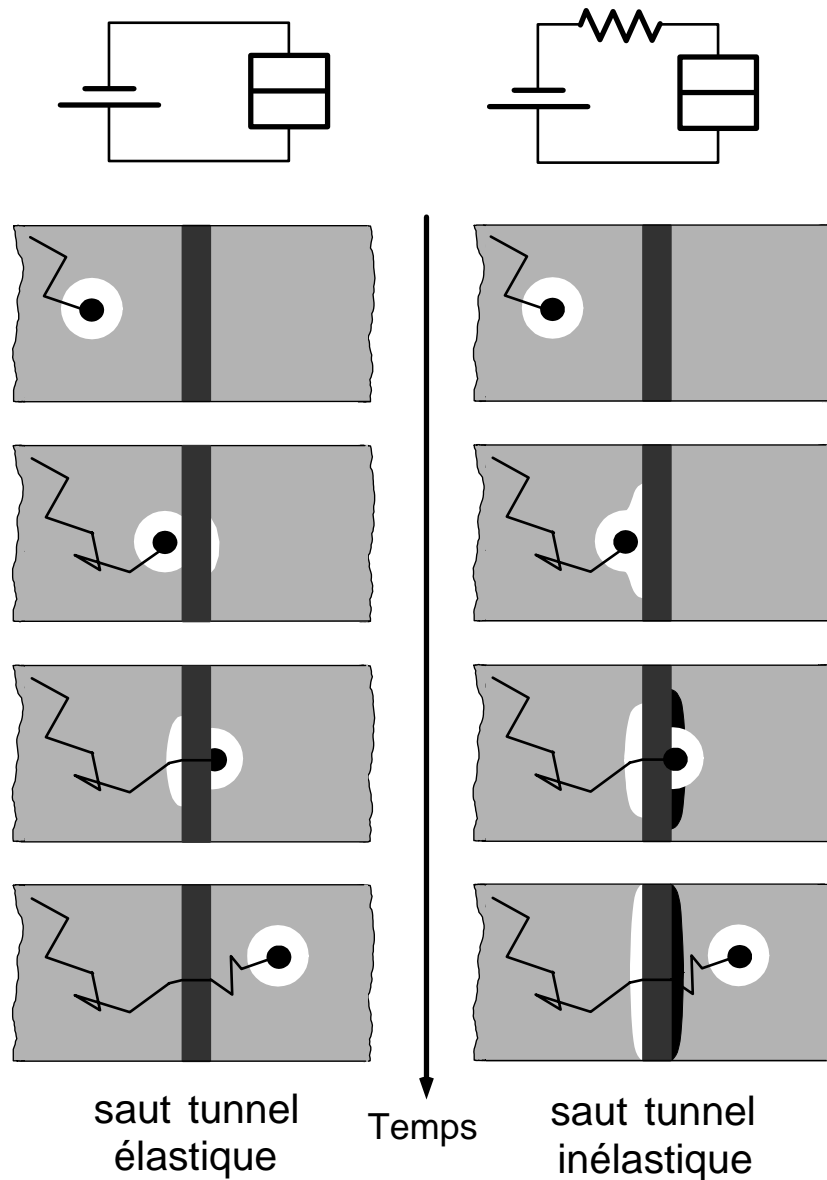
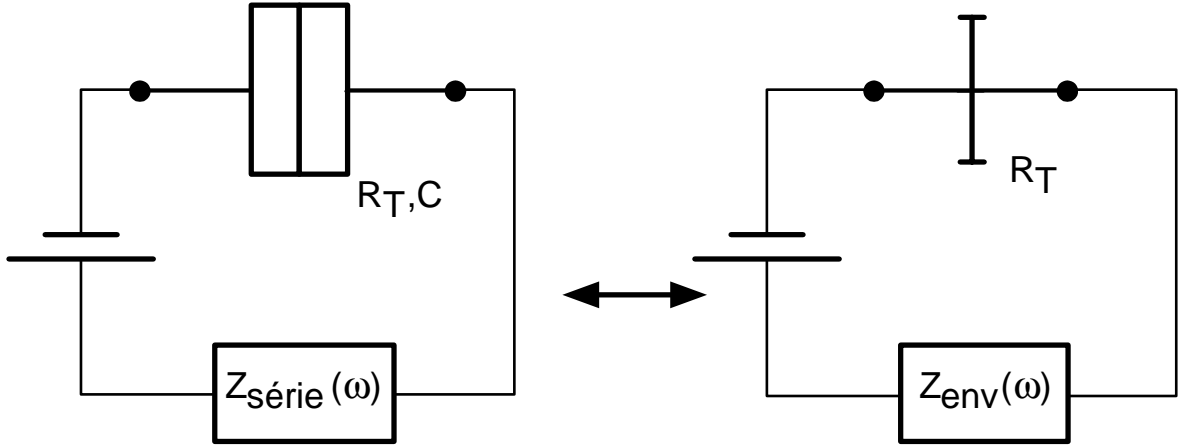


Fig. 5.2. Effet de l'environnement électromagnétique d'une jonction tunnel. Un électron est étroitement entouré par un nuage d'écrantage dans les électrodes métalliques. Lorsqu'il traverse la barrière tunnel, il charge de  $e$  la capacité de la jonction. En l'absence d'environnement électromagnétique cette charge s'écoule instantanément à travers le circuit électrique connecté à la jonction, et le saut tunnel de l'électron est élastique. Lorsque l'environnement électromagnétique est très résistif, cette charge  $e$  est bloquée sur la jonction tunnel. En conséquence, l'environnement électromagnétique monopolise l'énergie de charge  $E_C = e^2/2C$  et, du point de vue de l'électron qui traverse la barrière, le saut tunnel est inélastique.



$$Z_{\text{env}}(\omega) = (iC\omega + 1/Z_{\text{série}}(\omega))^{-1}$$

Fig. 5.3. Impédance de l'environnement électromagnétique du point de vue de la barrière tunnel.

pour une jonction tunnel placée dans le circuit présenté sur la moitié gauche de la figure 5.3, l'impédance de l'environnement s'écrit :

$$Z_{\text{env}}(\omega) = (iC\omega + Z_{\text{série}}^{-1}(\omega))^{-1}.$$

### 5.1.2 Expression de la conductance tunnel dans la théorie standard du blocage de Coulomb

Nous montrons dans l'appendice de ce chapitre comment obtenir, dans le cadre de la théorie phénoménologique du blocage de Coulomb, l'expression non-perturbative de la densité de probabilité  $P(\varepsilon)$  que l'énergie  $\varepsilon$  soit dissipée dans l'environnement électromagnétique lors du saut tunnel d'un électron. On trouve :

$$P(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi\hbar} \exp[i\varepsilon t/\hbar] \exp J(t), \quad (5.1)$$

où  $J(t)$  est donné par :

$$J(t) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re } Z_{\text{env}}(\omega)}{R_K} \frac{\exp[-i\omega t] - 1}{1 - \exp[-\beta\hbar\omega]} \quad (5.2)$$

avec  $\beta = 1/k_B T$ .

Lorsque l'impédance de l'environnement électromagnétique  $\text{Re } Z_{\text{env}}(\omega)$  est faible devant le quantum de résistance  $R_K$ , on peut faire l'approximation  $\exp J(t) \simeq 1 + J(t)$ , qui permet

d'écrire une expression perturbative simple pour  $P(\varepsilon)$  :

$$P(\varepsilon) = \frac{\operatorname{Re} Z_{\text{env}}(\varepsilon/\hbar)}{R_K \varepsilon} \frac{2}{1 - \exp[-\beta\varepsilon]}. \quad (5.3)$$

### Formulation pratique de la conductance tunnel

L'expression (5.1) de  $P(\varepsilon)$  impose trois intégrations numériques imbriquées pour obtenir la conductance tunnel, lorsque l'impédance est trop compliquée pour permettre une intégration analytique. L'expression de la conductance tunnel peut toutefois s'obtenir, en limitant à deux le nombre maximum d'intégrations numériques imbriquées [12] (voir [13] pour les applications) :

$$G(V) = \frac{1}{R_T} \left[ 1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\hbar\beta} \frac{\pi t}{\hbar\beta} \operatorname{Im} (\exp J(t)) \cos \frac{eVt}{\hbar} / \sinh^2 \frac{\pi t}{\hbar\beta} \right]. \quad (5.4)$$

## 5.2 Extension simple au cas particulier d'une longue jonction tunnel

La théorie standard du blocage de Coulomb ne s'applique pas aux grandes jonctions tunnel car elle suppose que la charge de l'électron s'étale instantanément sur toute l'étendue de la jonction. En réalité l'électron traverse la barrière tunnel localement, il est donc certainement plus réaliste de décrire une grande jonction tunnel comme un réseau de plus petites jonctions (voir figure 5.4, pour une longue jonction tunnel). Dans cette configuration, l'environnement électromagnétique d'une des petites jonctions provient notamment des autres petites jonctions : l'impédance d'environnement de la jonction tunnel résulte principalement de la jonction elle-même.

Dans cette section, nous appliquons cette procédure au cas particulier d'une longue jonction tunnel entre un fil résistif et un plan de masse. Ce modèle simple a été utilisé pour rendre compte des mesures présentées dans le chapitre précédent. Nous montrons dans la section suivante que la théorie microscopique permet de justifier cette extension du blocage de Coulomb pour notre expérience.

### 5.2.1 Description d'une longue jonction tunnel

Pour calculer l'impédance d'environnement d'une petite jonction tunnel, on décrit les autres jonctions comme des capacités. Cette approximation est valable quand les énergies sondées sont grandes comparées à  $h/R_T C$ <sup>69</sup>. Nous tenons compte de la taille finie de la jonction tunnel. L'impédance terminale, en série avec la jonction tunnel, est notée  $Z_{\text{ext}}(\omega)$ . Ainsi, l'impédance de l'environnement  $Z_{\text{env}}(\omega)$  est la combinaison en parallèle de deux lignes  $RC$  terminée par l'impédance  $Z_{\text{ext}}(\omega)$  (voir Fig. 5.4).

### 5.2.2 Calcul de l'impédance d'environnement étendue $Z_{\text{env}}$

Il faut d'abord calculer l'impédance  $Z_{RC}(\omega, x)$  d'une ligne  $RC$  de taille finie en fonction de la fréquence  $\omega$  et de la position  $x$  dans le fil.

Pour déterminer l'impédance  $Z_{RC}(\omega, x)$  on peut discrétiser la ligne  $RC$  en éléments de taille  $\delta x$  finie, puis prendre la limite  $\delta x \rightarrow 0$ . L'impédance d'une telle ligne  $RC$  obéit à la relation

<sup>69</sup> C'est le cas dans notre expérience car  $h/R_T C \sim 0.5 \mu\text{eV}$  ( $\sim 5 \text{ mK} \cdot k_B$ ) et  $T \geq 25 \text{ mK}$ .



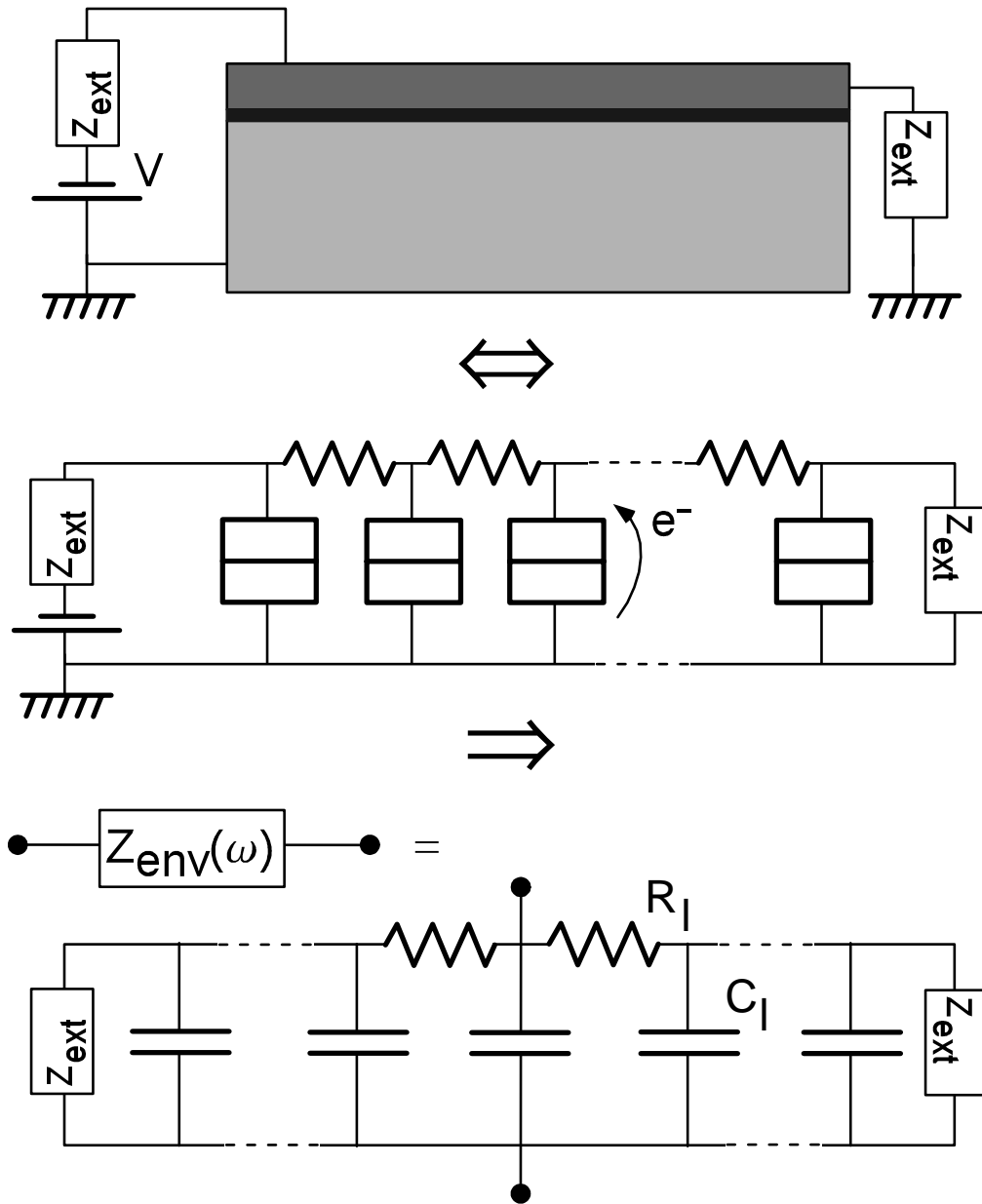


Fig. 5.4. Une longue jonction tunnel doit être décrite comme un réseau de petites jonctions dans la théorie standard du blocage de Coulomb. L'impédance d'environnement de ces jonctions élémentaires  $Z_{env}(\omega)$  est la somme en parallèle de deux lignes  $RC$  terminées par l'impédance  $Z_{ext}(\omega)$ .

de récurrence :

$$Z_{RC}(\omega, x + \delta x) = R_l \delta x + \frac{1}{Z_{RC}^{-1}(\omega, x) + i\omega C_l \delta x}, \quad (5.5)$$

où  $R_l = R/L$  et  $C_l = C/L$  avec  $L$  la longueur du fil. Dans la limite  $\delta x \rightarrow 0$ , l'équation (5.5) devient :

$$\frac{\partial Z_{RC}(\omega, x)}{\partial x} = R_l + Z_{RC}^2(\omega, x) i\omega C_l.$$

Utilisant la condition aux limites  $Z_{RC}(\omega, 0) = Z_{\text{ext}}(\omega)$ , on obtient :

$$Z_{RC}(\omega, x) = Z_C(\omega) \frac{Z_{\text{ext}}(\omega) + Z_C(\omega) \tanh[-|x| \gamma(\omega)]}{Z_C(\omega) + Z_{\text{ext}}(\omega) \tanh[-|x| \gamma(\omega)]} \quad (5.6)$$

où  $Z_C(\omega) = \sqrt{\frac{R_l}{i\omega C_l}}$  est l'impédance d'une ligne  $RC$  infinie et  $\gamma(\omega) = \sqrt{i\omega/D^*}$ , avec  $D^* = 1/R_l C_l$ .

L'impédance de l'environnement à la position  $x$  est la combinaison en parallèle de  $Z_{RC}(\omega, x)$  et  $Z_{RC}(\omega, L - x)$  :

$$Z_{\text{env}}(\omega, x) = \left[ \frac{1}{Z_{RC}(\omega, x)} + \frac{1}{Z_{RC}(\omega, L - x)} \right]^{-1}. \quad (5.7)$$

Dans le cas particulier d'une jonction tunnel infiniment longue, cette expression se réduit à :

$$Z_{\text{env}}(\omega) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_l}{i\omega C_l}}. \quad (5.8)$$

### 5.2.3 Expression de la conductance dynamique

L'impédance d'environnement (5.7) doit être combinée avec l'expression générale du blocage de Coulomb (5.4) pour déterminer la conductance tunnel.

Lorsque l'impédance de l'environnement  $Z_{\text{env}}$  est petite par rapport au quantum de résistance  $R_K$ , on peut faire l'approximation "perturbative"  $\text{Im} \exp J_x(t) \simeq \text{Im} J_x(t)$  dans l'expression (5.4). Nous avons utilisé cette approximation pour rendre compte (par un calcul numérique) des données expérimentales présentées dans le chapitre précédent.

A température nulle et pour une jonction infiniment longue la conductance différentielle s'écrit :

$$R_T G(V) - 1 = -\sqrt{2} \frac{R/L}{R_K} \sqrt{\frac{\hbar D^*}{eV}}. \quad (5.9)$$

Cette expression est égale, au facteur  $1/(1 + \sqrt{D/D^*})$  près, à la prédiction de la théorie microscopique des interactions entre électrons. Notons que, dans un bon métal, le champ

électrique se propage beaucoup plus vite que les électrons ( $D^*/D > 10^3$ ), et ce facteur est très proche de 1.

#### 5.2.4 Limitations intrinsèques de cette procédure

Nous ne sommes pas en mesure, par cette procédure, de calculer la conductance d'une jonction tunnel connectant deux électrodes sur une surface étendue. En effet, l'impédance de l'environnement électromagnétique dépend alors fortement de la taille des petites jonctions élémentaires et diverge logarithmiquement quand celle-ci tend vers zéro. Cette divergence est régularisée si, comme dans la théorie microscopique des interactions entre électrons, on considère l'extension finie des états électroniques de part et d'autre de la barrière. Mathématiquement, cette divergence est liée au facteur de proportionnalité  $\log D^*/D$  qu'on obtient par le calcul exact pour des jonctions de dimensionnalité  $d = 2$  (voir l'équation (3.39)) et qui interdit de prendre la limite  $D^*/D \rightarrow \infty$ .

Comme nous ne pouvons pas calculer, par cette extension simple, la conductance tunnel d'une grande jonction bi-dimensionnelle, nous ne sommes pas non plus en mesure de déterminer le critère permettant d'utiliser le modèle uni-dimensionnel. Toutefois le cadre plus large de la théorie microscopique le permet : c'est le cas lorsque l'énergie de Thouless modifiée  $E_{Th}^*(w) = \hbar D^*/w^2$  associée à la largeur  $w$  du fil est plus grande que les énergies sondées.

## 5.3 Domaine de validité de la théorie standard du blocage de Coulomb

### 5.3.1 Quels critères déterminent le domaine de validité de la théorie du blocage de Coulomb ?

Intuitivement, pour pouvoir utiliser la théorie standard du blocage de Coulomb il faut d'abord des électrodes en bon métal, afin que l'image de l'électron étroitement entouré d'un nuage d'écrantage s'applique<sup>70</sup>. Il faut également que la jonction tunnel soit suffisamment petite pour que la charge de l'électron qui traverse la barrière, s'étale instantanément (à l'échelle de la tension appliquée et de la température) sur la capacité de la jonction. Toutefois, ces deux critères ne sont pas tout à fait suffisants pour garantir que la théorie du blocage de Coulomb s'applique.

Plus précisément, l'expression (3.12), obtenue par la théorie microscopique des interactions entre électrons, doit être comparée à l'expression (5.4) prise dans le régime perturbatif. Ces deux expressions sont identiques lorsque l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  (voir l'expression (3.8)) est égale à l'impédance de l'environnement  $Z_{\text{env}}(\omega)$ . C'est le cas si le champ électromagnétique est indépendant de la position  $r_0$  du saut tunnel et est homogène sur la région explorée, aux fréquences considérées, par l'électron qui traverse la barrière tunnel. En effet, on a alors :

$$\begin{aligned} Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) &= \int d^3r p(r_0, r, \omega) z(r_0, r, \omega) / \int d^3r p(r_0, r, \omega) \\ &\simeq Z_{\text{env}}(\omega), \end{aligned}$$

puisque  $z(r_0, r, \omega) \equiv z(\omega) = Z_{\text{env}}(\omega)$  est l'impédance formée par la combinaison parallèle de  $C$  et de l'impédance  $Z_{\text{série}}(\omega)$  en série avec la jonction tunnel.

Pour les jonctions nano-fabriquées usuelles, l'impédance en série avec la jonction  $Z_{\text{série}}(\omega)$  est hors de portée de l'électron diffusant à partir du point  $r_0$  sur la barrière tunnel. Il suffit donc que la jonction soit de dimensionnalité  $d = 0$  selon le critère de Thouless modifié<sup>71</sup>, signifiant que le potentiel électromagnétique est homogène sur la jonction tunnel, pour pouvoir appliquer la théorie du blocage de Coulomb. Cette condition est généralement très bien vérifiée pour les

<sup>70</sup> Cette condition est généralement bien vérifiée pour peu que le métal se trouve loin de la transition métal-isolant. Voir le chapitre 3 de cette partie pour plus de précision.

<sup>71</sup> C'est à dire  $E_{Th}^*(l_{\text{max}}) > E_{\text{max}}$  où  $l_{\text{max}}$  est la dimension la plus grande de la petite jonction tunnel et  $E_{\text{max}}$  est la plus grande énergie sondée.

nano-jonctions usuelles ( $\sim 100 \times 100 \text{ nm}^2$ ).

Lorsque l'impédance  $Z_{\text{série}}(\omega)$  est accolée à la barrière tunnel, des corrections à la théorie standard du blocage de Coulomb peuvent apparaître, comme illustré dans la sous-section suivante.

### Domaine de validité de l'extension simple du blocage de Coulomb aux longues jonctions tunnel

L'extension simple de la théorie du blocage de Coulomb aux longues jonctions tunnel, présentée dans la section précédente, est valable dès lors que  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) = z(r_0, r_0, \omega)$  et que la dimensionnalité effective de la jonction est  $d \leq 1$  (de sorte que l'impédance  $z(r_0, r_0, \omega)$  décrive la propagation unidimensionnelle du champ électromagnétique le long de la jonction tunnel). Pour vérifier la condition  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega) = z(r_0, r_0, \omega)$ , il faut que le champ électromagnétique soit homogène sur la zone explorée par l'électron qui traverse la barrière tunnel au point  $r_0$ . C'est le cas, pour une jonction de dimensionnalité  $d \leq 1$ , lorsque la diffusion du champ électromagnétique est beaucoup plus rapide que la diffusion d'un électron, c'est à dire lorsque  $D^* \gg D$ . Dans le cas particulier de longues jonctions tunnel de dimensionnalité  $d = 1$ , les expressions de la conductance tunnel obtenues par l'extension simple de la théorie du blocage de Coulomb (voir l'expression (5.9)) et par la théorie microscopique des interactions entre électrons (voir l'expression (3.33)) diffèrent d'un facteur de proportionnalité :

$$(1 + \sqrt{D/D^*}) \xrightarrow{D^*/D \rightarrow \infty} 1.$$

Dans notre expérience  $D^*/D \sim 5 \cdot 10^3$  et les corrections à l'extension simple de la théorie du blocage de Coulomb sont négligeables. A  $d = 2$ , l'impédance  $z(r_0, r, \omega)$  diverge lorsque  $r \rightarrow r_0$ , et le champ électromagnétique n'est jamais homogène sur la zone explorée par l'électron qui traverse la barrière tunnel. Cette divergence de  $z(r_0, r_0, \omega)$  se traduit par une divergence logarithmique de l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(r_0, \omega)$  lorsque  $D^*/D \rightarrow \infty$  (voir l'expression (3.30)). C'est pourquoi nous n'avons pas pu appliquer cette extension simple du blocage de Coulomb à des jonctions bi-dimensionnelles.

### 5.3.2 Exemple de géométrie mettant en défaut la théorie standard du blocage de Coulomb sur une petite jonction tunnel

Il existe des configurations géométriques pour lesquelles les prédictions de la théorie mi-

microscopique des interactions entre électrons diffèrent notablement de la théorie standard du blocage de Coulomb, alors que la jonction est de petite taille. C'est le cas lorsque l'environnement de la jonction tunnel est résistif et suffisamment proche de la barrière tunnel pour permettre à l'électron diffusif de sonder un potentiel électrique différent de celui à la barrière.

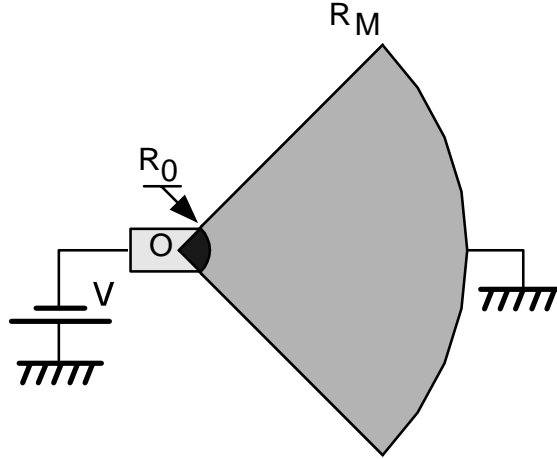


Fig. 5.5. Géométrie contenant une petite jonction tunnel (1/4 de disque de rayon  $R_0$ ) et pour laquelle la théorie standard du blocage de Coulomb donne des prédictions théoriques différentes de la théorie microscopique des interactions entre électrons. La principale caractéristique de cette géométrie est le fait que l'environnement électromagnétique de la jonction est accolé à la barrière tunnel. Ainsi, un électron qui a traversé la barrière tunnel peut explorer des régions où le champ électromagnétique varie, même si celui-ci est constant sur la jonction elle-même. Finalement, la dépression de conductance est diminuée par rapport aux prédictions de la théorie standard du blocage de Coulomb.

Nous proposons ici de calculer cet effet dans la géométrie présentée sur la figure 5.5. La principale caractéristique de cette géométrie est que le potentiel électrique dépend rapidement de la position près de la petite jonction tunnel. Ainsi, en raison de son mouvement diffusif, l'électron qui traverse la barrière tunnel peut échapper à la région où le potentiel électrique est le plus élevé. Cela se traduit par une réduction, dépendant de la fréquence<sup>72</sup>, de l'impédance effective  $Z_{\text{eff}}(\omega)$  comparé à l'impédance de l'environnement électromagnétique  $Z_{\text{env}}(\omega)$ .

Le calcul de la conductance tunnel ne présente pas de difficultés particulières. Nous avons utilisé les approximations suivantes :

(a)  $T = 0$  K.

<sup>72</sup> A basse fréquence l'électron va sonder le potentiel électrique plus loin de la barrière tunnel. La réduction de l'impédance effective par rapport à l'impédance de l'environnement est donc plus importante.

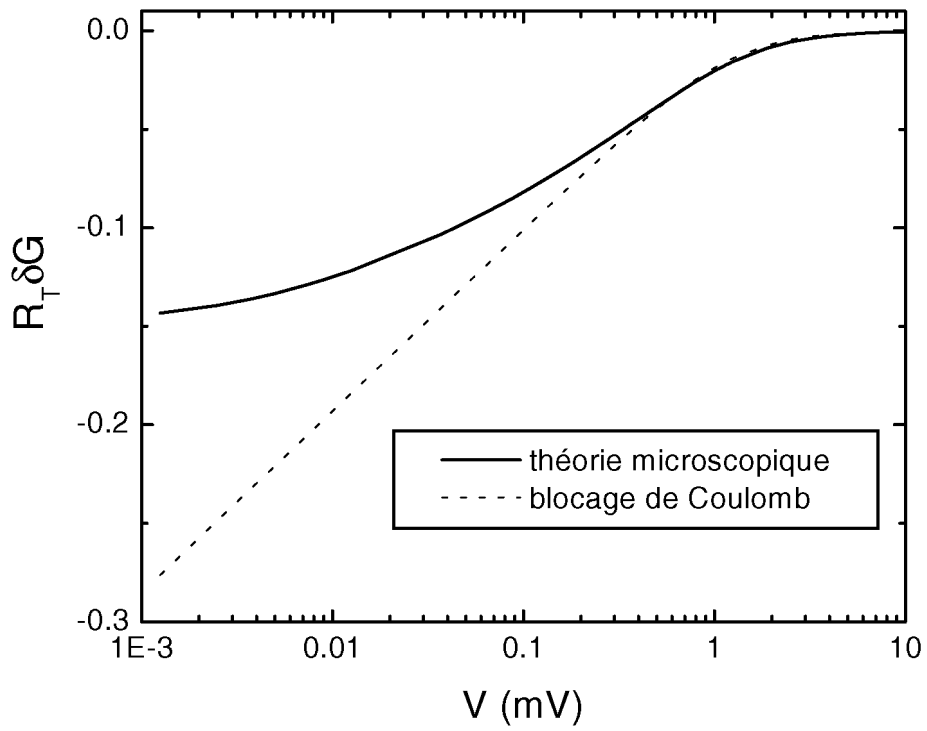


Fig. 5.6. Variation relative de la conductance prévue par la théorie standard du blocage de Coulomb (trait pointillé) et par la théorie microscopique des interactions entre électrons (trait continu) dans la géométrie présentée sur la figure (5.7).

- (b) La densité de probabilité  $p(r_0, r, t)$  est calculée pour  $r_0$  à l'origine O.
- (c) Le potentiel électrique est supposé uniforme sur la petite jonction tunnel.
- (d) Le calcul est effectué dans la limite perturbative.

Le résultat de ce calcul est présenté sur la figure 5.6 simultanément avec les prédictions de la théorie standard du blocage de Coulomb. Les paramètres que nous avons utilisés sont  $R_{\square} = 170 \Omega$ ,  $C = 1 \text{ fF}$ ,  $D = 100 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $R_0 = 30 \text{ nm}$ ,  $R_M = 3 \mu\text{m}$ . Ces paramètres sont accessibles expérimentalement avec un film fin et la différence avec la théorie standard du blocage de Coulomb devrait être suffisante pour tester cette prédiction spécifique de la théorie microscopique.



## 5.4 Appendice : Dérivation de la conductance tunnel dans la théorie standard du blocage de Coulomb

Dans cette appendice nous montrons comment sont calculées les corrections de la conductance tunnel dans la théorie “phénoménologique” du blocage de Coulomb. Le lecteur peut se référer à [5] pour une présentation plus détaillée.

### 5.4.1 Jonction tunnel connectée à une inductance

Le cas d’une jonction tunnel connectée à une inductance est l’environnement électromagnétique le plus simple sur lequel nous pouvons calculer l’effet de blocage. C’est également une brique essentielle pour obtenir la conductance tunnel avec un environnement électromagnétique quelconque.

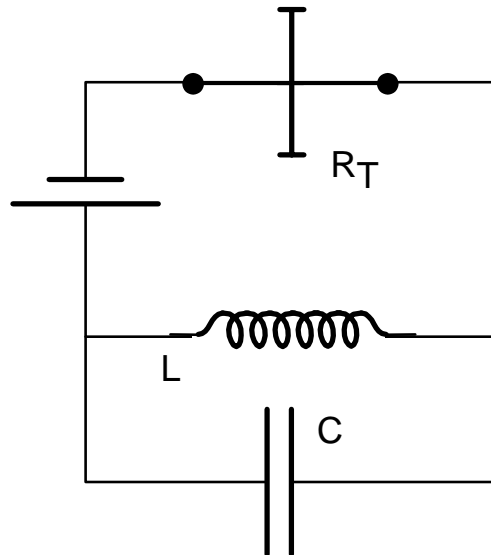


Fig. 5.7. Environnement électromagnétique d’une jonction tunnel connectée à une impédance. La solution de ce cas simple est la brique élémentaire sur laquelle est construite la théorie du blocage de Coulomb.

#### 5.4.1.1 Description classique de l’environnement

L’environnement perçu par la barrière tunnel est l’oscillateur  $LC$  présenté sur la figure 5.7. En physique classique, on peut caractériser l’état de ce circuit  $LC$  soit par la charge  $Q(t)$  sur la capacité de la jonction, soit par la phase  $\Phi(t)$  définie par l’intégrale temporelle de la tension :

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^t \frac{Q(t')}{C} dt'.$$

Dans la théorie classique des circuits ces deux quantités sont des variables conjuguées :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \frac{\partial H_{\text{env}}}{\partial Q} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= -\frac{\partial H_{\text{env}}}{\partial \Phi}\end{aligned}$$

où  $H_{\text{env}}$  est le Hamiltonien du circuit :

$$H_{\text{env}} = \frac{\Phi^2}{2L} + \frac{Q^2}{2C}. \quad (5.10)$$

#### 5.4.1.2 Description quantique de l'environnement

En représentation quantique, le principe de *correspondance quantique* stipule que les opérateurs phase  $\hat{\Phi}$  et charge  $\hat{Q}$  vérifient la relation de commutation :

$$[\hat{Q}, \hat{\Phi}] = i\hbar. \quad (5.11)$$

Le Hamiltonien est celui d'un oscillateur harmonique, le spectre d'énergie est donc l'échelle :

$$\{E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_z, n \in N^+\}$$

avec  $\hbar\omega_z = \hbar/\sqrt{LC}$  le quantum d'énergie. Les états propres  $|n\rangle$ , tels que  $\hat{H}_{\text{env}}|n\rangle = E_n|n\rangle$ , sont obtenus à partir de l'état fondamental  $|0\rangle$  en utilisant la relation  $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}(a^+)^n|0\rangle$  où  $a^+$  est l'opérateur bosonique création de l'oscillateur.

#### 5.4.1.3 Hamiltonien tunnel en présence d'un environnement électromagnétique

Lorsqu'un électron traverse la barrière par effet tunnel, la charge  $Q$  sur la capacité est classiquement augmentée de la charge  $e$  de l'électron. En mécanique quantique, de manière équivalente, l'opérateur  $\hat{Q}$  est translaté de  $e$ . Cette translation de charge couple les degrés de liberté électromagnétiques et électroniques par le biais du Hamiltonien tunnel  $\hat{H}_T$  :

$$\hat{H}_T = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \hat{T}_e t_{\mathbf{r}\mathbf{l}} c_{\mathbf{r}}^+ c_{\mathbf{l}} + h.c. \quad (5.12)$$

où  $\hat{T}_e = \exp[ie\hat{\Phi}/\hbar]$  est l'opérateur translation qui augmente la charge  $Q$  de  $e$  :

$$\hat{T}_e \hat{Q} = \hat{Q} + e\hat{I}.$$

#### 5.4.1.4 Expression de la densité de probabilité $P(\varepsilon)$

A température nulle, et en supposant que l'environnement électromagnétique a le temps de

relaxer vers son état fondamental  $|0\rangle$  entre deux sauts tunnel, la densité de probabilité  $P(\varepsilon)$  pour que l'énergie  $\varepsilon$  soit absorbée par l'environnement électromagnétique lorsqu'un électron traverse la barrière tunnel est :

$$P(\varepsilon) = \sum_{n \in N^+} \left| \langle n | \hat{T}_e | 0 \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon - E_n + E_0). \quad (5.13)$$

En utilisant le fait que la base  $\{|n\rangle, n \in N^+\}$  est complète (et des relations mathématiques simples, voir [5] pour un calcul détaillé), l'expression (5.13) peut être réécrite sous la forme :

$$P(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi\hbar} \exp[i\varepsilon t/\hbar] \exp[J(t)] \quad (5.14)$$

avec

$$J(t) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re } Z_{\text{env}}(\omega)}{R_K} \{\exp[-i\omega t] - 1\} \quad (5.15)$$

où  $R_K = h/e^2 \simeq 25.8 \text{ k}\Omega$  est le quantum de résistance, et  $Z_{\text{env}}(\omega)$  est l'impédance d'un oscillateur  $LC$ .

#### 5.4.1.5 Limite élastique

Le cas particulier des électrons indépendants, c'est à dire sans environnement électromagnétique, est retrouvé lorsque les fluctuations de point zéro de la charge  $Q$  sur la capacité  $\sqrt{\langle 0 | \hat{Q}^2 | 0 \rangle} = \sqrt{\hbar/Z_{\text{env}}(\omega=0)}$ , sont grandes par rapport à  $e$  :

$$\begin{aligned} e^2 / \langle \hat{Q}^2 \rangle &= 2\pi \frac{Z_{\text{env}}(\omega=0)}{R_K} \ll 1 \\ &\Rightarrow \hat{T}_e | 0 \rangle \simeq | 0 \rangle \\ &\Rightarrow P(\varepsilon) \simeq \delta(\varepsilon). \end{aligned}$$

Comme montré dans la section suivante, l'expression (5.14) reste vraie quelle que soit l'impédance de l'environnement électromagnétique. Ainsi, on retrouve la limite élastique des électrons sans interactions lorsque  $\text{Re}(Z_{\text{env}})/R_K \ll 1$ .

### 5.4.2 Impédance d'environnement quelconque

L'extension du cas particulier d'un circuit  $LC$  à une impédance quelconque s'appuie essentiellement sur le fait que n'importe quelle impédance peut être décomposée en une série infinie d'oscillateurs  $LC$  uniformément distribués en fréquence [16] (voir la figure 5.8).

#### 5.4.2.1 Décomposition d'une impédance en somme d'oscillateurs $LC$

Cette décomposition est similaire à la représentation d'une fonction par une somme infinie de

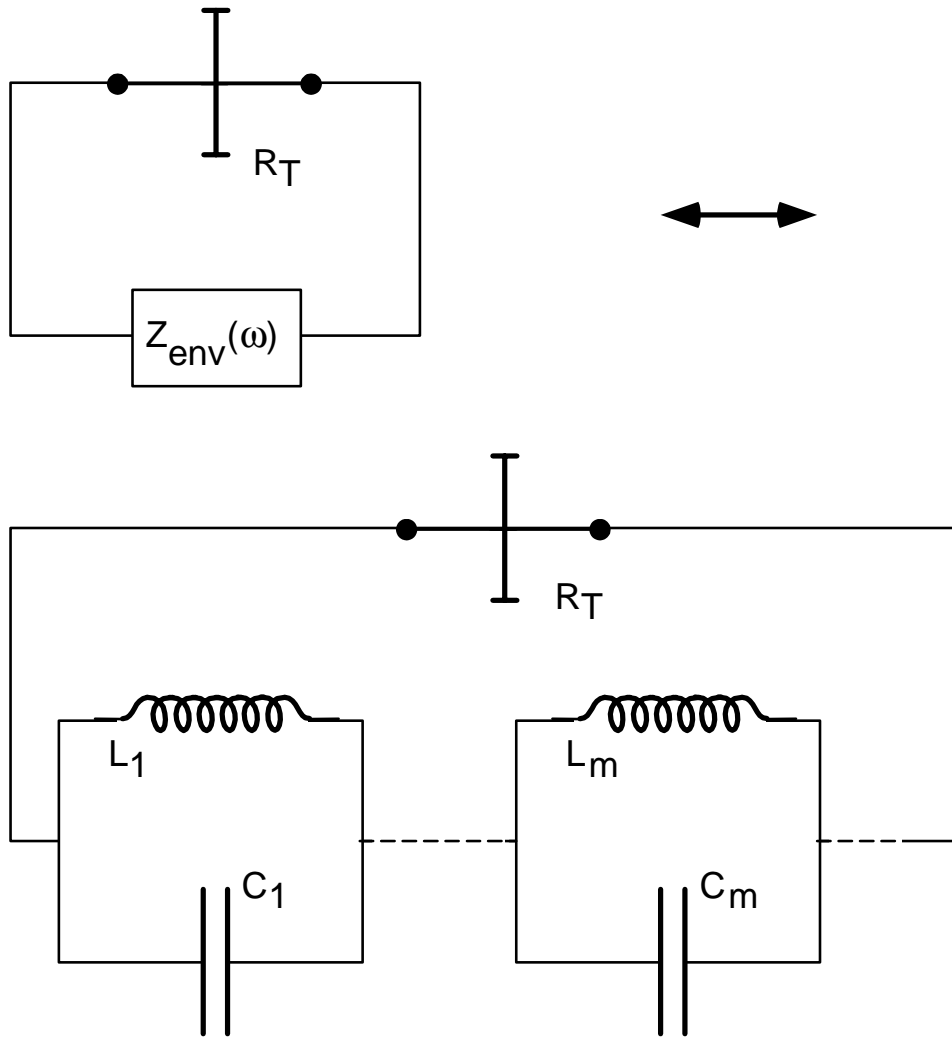


Fig. 5.8. Suivant Caldeira et Legett [16], n'importe quelle impédance peut être décomposée en une série infinie d'oscillateurs  $LC$ .

fonctions marche.

La fonction de réponse est causale, nous pouvons donc nous restreindre à sa partie réelle. Comme l'impédance est analytique, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} Z_{\text{env}}(\omega) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{\infty} [\epsilon \operatorname{Re} Z_{\text{env}}(\omega_m) \delta(\omega - \omega_m) + \epsilon \operatorname{Re} Z_{\text{env}}(\omega_m) \delta(\omega + \omega_m)] \quad (5.16) \\ \omega_m &= m\epsilon. \end{aligned}$$

Chaque terme peut être identifié comme la partie réelle de l'impédance d'un oscillateur  $LC$  parfait :

$$\operatorname{Re} Z_{LC}(\omega) = \frac{\pi}{2C} \delta(\omega - 1/\sqrt{LC}) + \frac{\pi}{2C} \delta(\omega + 1/\sqrt{LC}).$$

N'importe quelle impédance peut donc être décrite par une série infinie d'oscillateurs  $LC$ . Les paramètres  $L_m$  et  $C_m$  ( $m \in N^+$ ) de ces oscillateurs sont définis formellement par les relations :

$$\begin{aligned} Z_{\text{env}}(\omega) &= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{1/2}{iC_m(\omega - \omega_m) + \eta} + \frac{1/2}{iC_m(\omega + \omega_m) + \eta} \right] \quad (5.17) \\ \omega_m &= m\epsilon = \frac{1}{\sqrt{L_m C_m}}. \end{aligned}$$

Cette description d'une impédance est due à Caldeira et Legett [16].

#### 5.4.2.2 Expression de $P(\varepsilon)$

Dans ce cadre,  $P(\varepsilon)$  est toujours donné par l'expression (5.13) mais un état  $|n\rangle$  est ici le produit tensoriel des états individuels  $|N_i\rangle$  ( $i \in N^+$ ) des différents oscillateurs :

$$|n\rangle = |N_0\rangle \otimes \dots \otimes |N_m\rangle \otimes \dots$$

De plus, l'énergie  $E_n - E_0$  est la somme des excitations individuelles :

$$E_n - E_0 = N_0 \hbar \omega_0 + \dots + N_m \hbar \omega_m + \dots$$

Finalement, puisque l'opérateur phase aux bornes de la jonction tunnel s'écrit maintenant  $\hat{\Phi} = \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\Phi}_m$  où  $\hat{\Phi}_m$  est l'opérateur phase du circuit  $LC$  de fréquence  $\omega_m$ , l'opérateur translation  $\hat{T}_e$  de la charge  $e$  devient :

$$\hat{T}_e = \exp \left[ ie \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\Phi}_m \right]. \quad (5.18)$$

Toutefois, malgré ces différences, il est possible d'effectuer les mêmes transformations mathématiques que dans le cas simple d'un unique circuit  $LC$ , et l'équation (5.14) est toujours valable.

### Effet de la température

Tenir compte la température initiale finie de l'environnement électromagnétique n'introduit aucunes nouvelles difficultés. L'expression la plus générale, en fonction de la température, pour la densité de probabilité  $P(\varepsilon)$  s'écrit :

$$P(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi\hbar} \exp[i\varepsilon t/\hbar] \exp J(t) \quad (5.19)$$

où  $J(t)$  est maintenant donné par [17] :

$$J(t) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re } Z_{\text{env}}(\omega)}{R_K} \frac{\exp[-i\omega t] - 1}{1 - \exp[-\beta\hbar\omega]} \quad (5.20)$$

avec  $\beta = 1/k_B T$ .

## REFERENCES

- [1] B.L. Altshuler et A.G. Aronov dans *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. A.L. Efros et M. Pollak, Elsevier Science Publishers B.V. (1985).
- [2] R. C. Dynes et J. P. Garno, Phys. Rev. Lett. **46**, 137 (1981); Y. Imry et Z. Ovadyahu, Phys. Rev. Lett. **49**, 841 (1982); Alice E. White, R. C. Dynes et J. P. Garno, Phys. Rev. B **31**, 1174 (1985); M. E. Gershenson, V. N. Gubankov, et M. I. Falei, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **41**, 435 (JETP Lett. **41**, 534) (1985); M. Pollak, Philos. Mag. B **65**, 657 (1992); Shih-Ying Hsu et J. M. Valles, Jr., Phys. Rev. B **49**, 16600 (1994); J. G. Massey et Mark Lee, Phys. Rev. Lett. **77**, 3399 (1996).
- [3] Alice E. White, R. C. Dynes et J. P. Garno, Phys. Rev. Lett. **56**, 532 (1986).
- [4] B.L. Altshuler, A.G. Aronov et A.Yu. Zyuzin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **86**, 709 (1984) (Sov. Phys. JETP, **59**, 415).
- [5] G.-L. Ingold et Yu. V. Nazarov, dans *Single Charge Tunneling*, édité par H. Grabert et M. H. Devoret (Plenum Press, New York, 1992), p. 21.
- [6] H. Pothier, Thèse de doctorat de l'université Paris 6 (1991).
- [7] D. Pines, P. Nozières, *The theory of quantum liquids* (W.A. Benjamin, New York, 1966).
- [8] E.V. Sukhorukov et A.V. Khaetskii, Phys. Rev. B **56**, 1456 (1997); G.M. Minkov, A.V. Germanenko, S. A. Negachev, O.E. Rut et E.V. Sukhorukov, Phys. Rev. B. **59**, 13139 (1999).
- [9] Yu.V. Nazarov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **95**, 975 (1989) (Sov. Phys. JETP **68**, 561 (1990)).
- [10] Appendice dans [5] , p. 91.
- [11] Nous avons corrigé un signe dans [10] (Yu.V. Nazarov et B.L. Altshuler, communication privée).
- [12] A. A. Odinstov, G. Falci, et G. Schön, Phys. Rev. B **44**, 13089 (1991).
- [13] P. Joyez and D. Estève, Phys. Rev. B **56**, 1848 (1997).
- [14] W. F. Brinkmann, R. C. Dynes et J. M. Rowell, J. Appl. Phys. **41**, 1915 (1970).
- [15] P. Delsing, K. K. Likharev, L. S. Kuzmin, et T. Claeson, Phys. Rev. Lett. **63**, 1180 (1989); A. N. Cleland, J. M. Schmidt, et J. Clarke, Phys. Rev. Lett. **64**, 1565 (1990); T. Holst, D. Esteve, C. Urbina et M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **73**, 3455 (1994); J. P. Kauppinen and J. P. Pekola, Phys. Rev. Lett. **77**, 3889 (1996); P. Wahlgren, P. Delsing, et T. Claeson, Phys. Rev. B **57**, 2375 (1998); P. Joyez, D. Esteve, et M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **80**, 1956

- (1998).
- [16] A. O. Caldeira and A. J. Leggett, *Ann. Phys. (N.Y.)* **149**, 374 (1983).
- [17] M. H. Devoret, D. Estève, H. Grabert, G.-L. Ingold, H. Pothier et C. Urbina, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1824 (1990).