



HAL
open science

Piégeage et refroidissement laser du strontium, Etude de l'effet des interférences en diffusion multiple

Yannick Bidel

► **To cite this version:**

Yannick Bidel. Piégeage et refroidissement laser du strontium, Etude de l'effet des interférences en diffusion multiple. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2002. Français. NNT: . tel-00002191

HAL Id: tel-00002191

<https://theses.hal.science/tel-00002191>

Submitted on 17 Jan 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE - SOPHIA ANTIPOLIS - UFR SCIENCES

Ecole Doctorale : Sciences Fondamentales et Appliquées

THESE

Présentée pour obtenir le titre de

Docteur en SCIENCES

de l'Université de Nice - Sophia Antipolis

Spécialité : **Physique**

par

Yannick BIDEL

<p>Piégeage et refroidissement laser du strontium Etude de l'effet des interférences en diffusion multiple</p>
--

Soutenue publiquement le 10 décembre 2002 devant le jury composé de :

Robin KAISER	Directeur de thèse
Fernande VEDEL	Rapporteur
Chris WESTBROOK	Rapporteur
Jean Louis MEUNIER	Examinateur
Pierre PILLET	Examinateur
Bertrand GIRARD	Président

Laboratoire Ondes et Désordre, Sophia Antipolis.

Remerciements

Ce travail de thèse n'aurait pas pu être réalisé sans l'aide et la participation de nombreuses personnes que je voudrais remercier.

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Robin Kaiser. Il a su parfaitement orienter mon travail de thèse. Tout au long de ma thèse, j'ai bénéficié de son expérience et de sa culture scientifique.

Le travail exposé dans cette thèse est en fait celui d'une équipe. Je tiens à remercier tout particulièrement David Wilkowski et Bruce Klappauf qui ont travaillé avec moi sur l'expérience strontium. J'ai beaucoup appris à leur côté. A la fin de ma thèse, Thierry Chanelière et Gianluca Gattobigio ont aussi participé à l'expérience. Je tiens à les remercier pour avoir permis à l'expérience strontium de se poursuivre et je leur souhaite bonne chance pour la suite.

Mes remerciements vont également à Guillaume Labeyrie. Il m'a communiqué son expertise sur la mesure de la rétrodiffusion cohérente de la lumière par un gaz d'atomes froids. Merci aussi à Christian Miniatura, nos nombreuses discussions ont été très enrichissantes. Je remercie aussi Cord Müller. Grâce à ses exposés lors des réunions de groupe, j'ai beaucoup appris sur la théorie de la diffusion multiple.

Je tiens à remercier Jean Claude Bernard et Arnaud Dusaucy. Ils ont conçu et construit l'équipement électronique nécessaire à l'expérience strontium (alimentations de diode laser, asservissements, coupure du champ magnétique, détecteurs). Mes remerciements vont également à Jean-Charles Bery. Il a réalisé les pièces mécaniques présentes sur l'expérience. Il a aussi su me guider vers les meilleurs choix technologiques lors de la conception des différentes pièces mécaniques.

Je remercie Dominique Delande. Grâce à sa simulation de Monte Carlo, nous avons pu comparer quantitativement les mesures expérimentales de la rétrodiffusion cohérente sur strontium avec la théorie.

Je tiens à remercier Jean Louis Meunier. Au cours de ma thèse, il m'a initié aux problèmes de marche au hasard et de diffusion anormale. C'est grâce à lui que la partie de ma thèse consacrée à l'étude théorique du refroidissement laser sur transition étroite a pu être menée.

Je tiens finalement à remercier Chris Westbrook et Fernande Vedel d'avoir accepté d'être rapporteur de ma thèse. Merci également à Bertrand Girard, Jean Louis Meunier et Pierre Pillet d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Table des matières

Introduction	9
I Piégeage et refroidissement sur la transition large	15
1 Laser bleu	19
1.1 Laser infrarouge	20
1.1.1 Diode laser en cavité étendue	20
1.1.2 Amplificateur optique	20
1.1.3 Injection de l'amplificateur	22
1.2 Doublage de fréquence	25
1.2.1 Cristal de doublage et réalisation de l'accord de phase	27
1.2.2 Caractéristiques de la cavité de doublage	31
1.2.3 Réalisation pratique du doublage de fréquence	39
1.2.4 Performance de la cavité de doublage	42
1.3 Asservissement sur la transition du strontium	45
1.3.1 Référence de fréquence	45
1.3.2 Absorption saturée	50
1.3.3 Asservissement en fréquence	54
2 Piégeage et refroidissement	57
2.1 Force de pression de radiation	59
2.1.1 Atome à vitesse nulle et en absence de champ magnétique	59
2.1.2 Effet de la vitesse : effet Doppler	60
2.1.3 Effet du champ magnétique : effet Zeeman	61
2.1.4 Effet du pompage optique	63
2.2 Piège magnéto-optique	67
2.2.1 Principe, force de pression de radiation	67
2.2.2 Caractéristiques du piège magnéto-optique	72
2.2.3 Dispositif expérimental	82
2.3 Chargement du piège	92
2.3.1 Jet de strontium	92
2.3.2 Ralentisseur Zeeman	98

2.3.3	Mélasses transverses	113
2.4	Description générale du montage	118
2.4.1	Système de vide	118
2.4.2	Génération des différentes fréquences lasers	121
2.5	Caractéristiques du gaz d'atomes froids piégés	124
2.5.1	Mesure du nombre d'atomes dans le piège magnéto-optique	125
2.5.2	Mesures des pertes dans le piège magnéto-optique	127
2.5.3	Flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique . . .	132
2.5.4	Etendue spatiale du gaz d'atomes froids piégés	133
2.5.5	Épaisseur optique	135
2.5.6	Température	137
2.6	Repompeurs	142
2.6.1	Repompeur à 717 nm	142
2.6.2	Repompeur à 707 et 679 nm	149

II Diffusion multiple 153

1	Diffusion multiple	155
1.1	Diffusion multiple	157
1.1.1	Présentation du problème	157
1.1.2	Diffusion par un seul diffuseur	157
1.1.3	Problématique de la diffusion multiple	159
1.1.4	Longueurs caractéristiques	160
1.1.5	Milieu moyen	162
1.1.6	Intensité diffusée en ne tenant pas compte des interférences	163
1.1.7	Effet des interférences	164
1.2	Rétrodiffusion cohérente	166
1.2.1	Principe	166
1.2.2	Rétrodiffusion cohérente pour une onde scalaire	167
1.2.3	Rétrodiffusion cohérente avec des ondes vectorielles	177
1.3	Mesure de la rétrodiffusion cohérente	185
1.3.1	Montage Expérimental	185
1.3.2	Lieu d'observation de la rétrodiffusion cohérente	188
1.3.3	Limitations expérimentales	190
1.3.4	Acquisition du cône, traitement des images, détermination du facteur d'amplification	195
1.3.5	Résultats sur diffuseurs classiques	197
1.4	Rétrodiffusion cohérente sur des atomes froids	204
1.4.1	Caractéristiques de la diffusion de la lumière par un atome	204
1.4.2	Pourquoi des atomes froids	205
1.4.3	Rétrodiffusion cohérente sur des atomes froids de rubidium	206
1.5	Rétrodiffusion cohérente sur strontium	210

1.5.1	Technique expérimentale	210
1.5.2	Résultats expérimentaux	214
1.5.3	Pourquoi $A < 2$ dans le canal $h \parallel h$	217
1.5.4	Comparaison avec une simulation de Monte Carlo	218

III Transition étroite 225

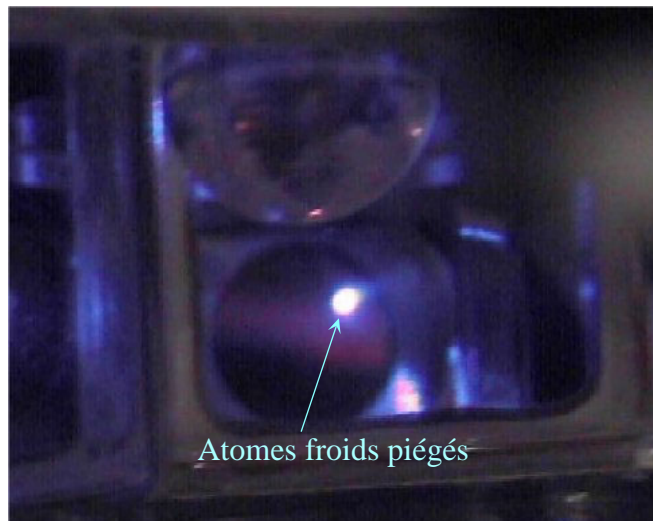
1	Laser stabilisé en fréquence	229
1.1	Propriétés spectrales d'un laser	230
1.1.1	Fonction aléatoire du temps	230
1.1.2	Description statistique du bruit de phase	233
1.1.3	Exemples de bruit	237
1.2	Interaction avec un système physique	243
1.2.1	Battement entre deux lasers indépendants	243
1.2.2	Interféromètre à deux ondes	244
1.2.3	Interféromètre de Fabry Perot	248
1.2.4	Signal d'erreur du Pound-Drever-Hall	257
1.2.5	Résonance atomique	262
1.3	Source laser	273
1.3.1	Choix technologiques	273
1.3.2	Réalisation du laser	279
1.3.3	Caractéristiques du laser	282
1.4	Stabilisation en fréquence sur une cavité	287
1.4.1	Principe d'un asservissement en fréquence et limite	287
1.4.2	Présentation de la technique d'asservissement	288
1.4.3	Réalisation expérimentale de la stabilisation en fréquence du laser	290
1.4.4	Analyse des performances de l'asservissement	302
2	Refroidissement sur une transition étroite	309
2.1	Présentation des différents modèles	311
2.1.1	Théorie semi-classique du refroidissement Doppler	311
2.1.2	Approche complètement quantique du refroidissement Doppler	313
2.1.3	Modèle de marche au hasard	314
2.2	Modèle de marche au hasard	317
2.2.1	Equation d'évolution dans le cas général: équation maîtresse	317
2.2.2	Equation d'évolution dans le cas de sauts en vitesse petits: équation de Fokker Planck	319
2.3	Lien avec le modèle quantique	322
2.3.1	Equations de Bloch optiques généralisées	322
2.3.2	Lien avec l'équation maîtresse	324

2.4	Résolution de l'équation maîtresse	331
2.4.1	Cas général	331
2.4.2	Sauts de vitesse petits: Approche Fokker Planck	333
2.4.3	Coefficient de diffusion constant et force linéaire en vitesse	335
2.5	Interprétation	337
2.5.1	Existence d'un état stationnaire	337
2.5.2	Forme des distributions de vitesse	339
2.5.3	Ecart type et largeur de la distribution en vitesse stationnaire en fonction du désaccord laser	341
2.5.4	Ecart type de la distribution de vitesse stationnaire en fonction de la largeur de la transition	345
2.6	Conclusion	348
	Conclusion	351
	A Données strontium	353
	A.1. Propriétés physiques et chimiques du strontium	354
	A.2. Transitions atomiques du strontium 88	357
	B Articles	365

Introduction

Atomes froids

Depuis le milieu des années 1980, de nombreuses techniques se sont développées pour refroidir et piéger un gaz d'atomes [1][2]. Ces techniques sont principalement basées sur l'utilisation de la force exercée par un laser sur un atome c'est à dire sur le transfert d'impulsion entre les photons du laser et l'atome. Avec ces différentes techniques, les physiciens ont ainsi à disposition un gaz d'atomes froids contenant de 1 à 10^{10} atomes piégés dans une région de l'espace pouvant aller du μm au cm. Les températures de ces gaz d'atomes froids sont typiquement comprises entre le millikelvin et le nanokelvin suivant les techniques de refroidissement utilisées.



Ces gaz d'atomes froids piégés présentent un grand intérêt en physique [3]. En effet, à l'aide de lasers et de champs magnétiques, on peut contrôler finement la position, la vitesse et l'état interne des atomes. De plus aux très faibles températures atteintes, l'aspect ondulatoire des atomes se manifeste pleinement. La longueur d'onde de De Broglie associée aux atomes qui est extrêmement petite pour un gaz d'atomes chauds ($\sim 0.1 \text{ \AA}$) atteint des dimensions perceptibles pour un gaz d'atomes froids ($10 \text{ nm} - 10 \mu\text{m}$). La manifestation la plus spectaculaire de

l'aspect ondulatoire des atomes est obtenue lorsque la distance entre les atomes est de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie. Lorsque cette condition est atteinte, il se produit un phénomène de condensation où apparaît un nouvel état de la matière dans lequel tous les atomes sont dans le même état quantique. La mise en évidence de ce phénomène appelé condensat de Bose-Einstein en 1997 [4] a ouvert de nouvelles voies en physique en particulier avec les lasers à atomes [5].

En outre de l'étude de leurs propriétés intrinsèques (interaction avec la lumière, collisions, non-linéarités...), les gaz atomes froids ont de nombreuses applications en physique.

Le caractère ondulatoire des atomes froids est utilisé dans des expériences d'interférométrie atomique. Ces interféromètres sont des détecteurs très sensibles de l'accélération (gravité [6], rotation [7]).

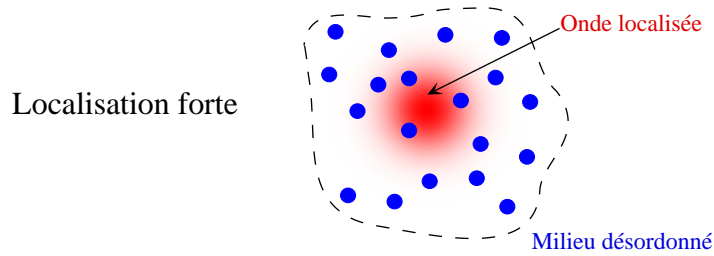
L'utilisation d'atomes froids dans les horloges atomiques a permis d'accroître considérablement leur précision (exactitude 10^{-15}) [8]. La mesure précise du temps avec ces horloges à atomes froids devrait permettre d'améliorer la précision des GPS ("Global Positioning System"). Les horloges atomiques peuvent être aussi utilisées pour réaliser des tests en physique fondamentale (tests expérimentaux de théorie de la relativité restreinte ou général, mesure de l'éventuel dérives des constantes de la physique [9]).

Les atomes froids sont aussi utilisés comme milieu modèle pour étudier des phénomènes physiques tel que le chaos quantique [11] ou la statistique quantique comme la transition de Mott [10].

Propagation dans un milieu aléatoire

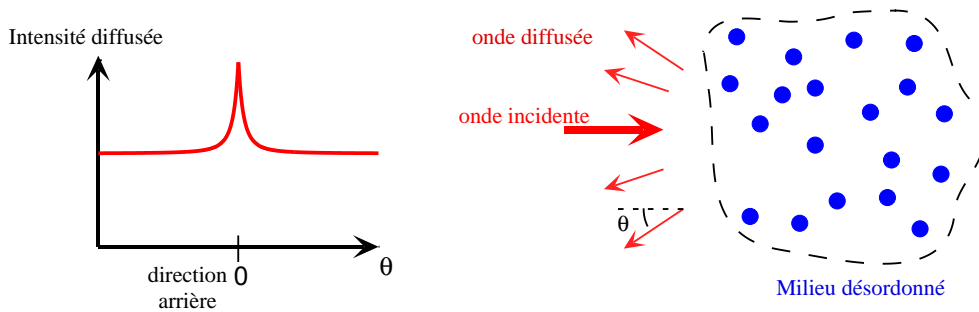
Dans cette thèse, nous utiliserons un gaz d'atomes froids comme milieu modèle pour étudier la propagation d'une onde dans un milieu désordonné. Nous étudierons en particulier le rôle des interférences dans cette propagation. La manifestation la plus forte de l'effet des interférences dans la propagation d'une onde dans un milieu désordonné est le phénomène de localisation forte où la diffusion d'une onde dans un milieu désordonné est arrêtée lorsque le libre parcours moyen de l'onde dans le milieu est voisin de la longueur d'onde. Ce phénomène a été prédit en 1958 par Anderson [12] dans le cadre du transport d'électrons dans un milieu désordonné. En 1980, ce phénomène de localisation forte a été envisagé pour des ondes électromagnétiques. Au contraire des électrons, les photons n'interagissent pas entre eux et constituent donc un système modèle pour étudier la localisation forte. Une recherche active s'est développée depuis les années 80 pour mettre en évidence expérimentalement la localisation forte pour des ondes électromagnétiques [13]. En 1997, l'observation de la localisation forte de la lumière dans une poudre de semi-conducteur a été annoncée par Wiersma [14] mais le rôle de l'absorption dans l'interprétation des données demeurent toujours l'objet d'une discussion [15].

Une autre manifestation des effets des interférences dans la propagation d'une



onde dans un milieu désordonné est la rétrodiffusion cohérente. On observe ce phénomène lorsqu'on envoie une onde dans un milieu fortement diffusant et qu'on détecte l'onde diffusée par ce milieu. La rétrodiffusion cohérente se traduit alors par une surintensité de l'onde diffusée dans un petit secteur angulaire autour de la direction arrière. Cet effet a été prédit en 1969 [16] et observé dans les années 80 avec de la lumière [65] [66]. De nombreuses études théoriques ont été réalisées pour prédire les caractéristiques du signal observé à partir des propriétés du milieu diffusant [17] [71].

Rétrodiffusion cohérente



Rétrodiffusion cohérente de la lumière sur des atomes froids

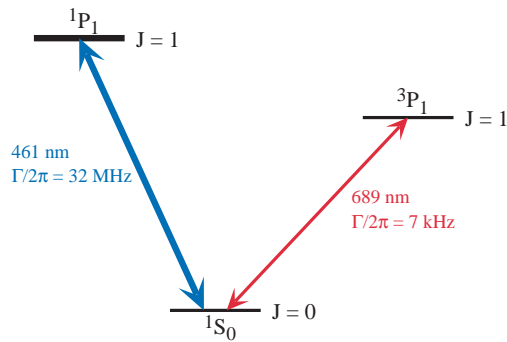
Dans cette thèse, nous présenterons une étude de la rétrodiffusion cohérente de la lumière par un gaz d'atomes froids. Ces gaz d'atomes froids sont intéressants pour l'étude de la rétrodiffusion cohérente de la lumière car ils constituent un milieu modèle. Les diffuseurs sont tous identiques et les propriétés de diffusion de la lumière par un atome sont parfaitement connues et ajustables expérimentalement.

La rétrodiffusion cohérente de la lumière par un gaz d'atomes froids a été observée pour la première fois en 1999 avec des atomes de rubidium [18]. La surintensité de rétrodiffusion cohérente mesurée est cependant beaucoup plus petite que celle obtenue pour des diffuseurs classiques. Une étude théorique [19] [20]

a montré que la structure interne dégénérée de l'état fondamental du rubidium provoquait une diminution du signal de rétrodiffusion cohérente. La construction d'une expérience de piégeage et de refroidissement d'atomes de strontium qui ne possède pas de structure interne dans l'état fondamental a alors été entreprise afin de confirmer l'explication théorique de la diminution du signal de rétrodiffusion cohérente sur rubidium.

Intérêts du strontium

La construction d'une expérience d'atomes froids de strontium a été aussi entreprise à cause des potentialités intéressantes de piégeage et de refroidissement du strontium. Il possède tout d'abord une transition intense à 461 nm qui permet d'obtenir des forces de pression de radiation élevées pour pouvoir piéger et refroidir efficacement des atomes initialement chauds. Le strontium possède aussi une transition étroite à 689 nm. Les forces de pression de radiation sur cette transition sont juste suffisantes pour vaincre la gravité et piéger les atomes. Cependant la finesse de cette transition donne des propriétés très intéressantes pour le piégeage et le refroidissement d'atome. En effet, H. Katori a montré expérimentalement que le piégeage et le refroidissement avec cette transition permet d'obtenir des densités spatiales élevées ($10^{12}/\text{cm}^3$) et des températures très basses (400 nK) [21].



Un gaz d'atomes froids de strontium semble être un bon candidat pour observer et étudier la localisation forte de la lumière. Les techniques de piégeages sur cet atome permettent d'obtenir des densités spatiales élevées qui sont nécessaires pour atteindre le régime de localisation forte. De plus, comme l'atome de strontium ne possède pas de structure interne, les effets d'interférences en diffusion multiple ne sont pas réduits. On peut aussi remarquer qu'il n'y a pas d'absorption pour notre gaz d'atomes froids. Ceci rend l'interprétation des résultats plus faciles.

A plus long terme, la motivation de l'expérience de strontium réside dans l'étude de la propagation d'ondes de matière dans un milieu aléatoire. Le strontium semble être un bon choix pour cette étude car il est possible d'obtenir un

gaz d'atomes très froid et donc des ondes de matières très cohérentes. Il est de plus possible de créer un potentiel désordonné à l'aide du speckle d'un laser. L'absence de moment cinétique dans l'état fondamental du strontium simplifie aussi grandement l'approche théorique de la diffusion d'onde de matière (onde scalaire).

On a vu que le strontium était très intéressant à cause de son absence de structure interne dans l'état fondamental et par la présence d'une transition étroite. Cependant la réalisation expérimentale d'un gaz d'atomes froids de strontium est plus difficile que le césium ou le rubidium généralement utilisés dans ce domaine. Le piégeage et le refroidissement de strontium nécessitent tout d'abord des sources lasers difficiles à réaliser : un laser bleu (461 nm) de forte puissance et un laser rouge stabilisé en fréquence au kHz. De plus la faible pression de vapeur saturante et le pouvoir corrosif du strontium demande un appareillage plus compliqué pour réaliser le piège de strontium.

Plan de la thèse

Dans la première partie de cette thèse, nous décrivons la conception et la réalisation de l'expérience de piégeage et de refroidissement laser du strontium qui utilise la transition large du strontium à 461 nm. Nous décrivons en particulier dans cette partie le laser bleu, le piège magnéto-optique et la technique de chargement du piège. La seconde partie de cette thèse sera consacrée à la rétrodiffusion cohérente de la lumière. Après une présentation du phénomène, nous décrivons l'expérience qui nous a permis de mettre en évidence le phénomène de rétrodiffusion cohérente de la lumière sur des atomes froids de strontium et nous présenterons les résultats obtenus. Enfin la dernière partie de cette thèse portera sur la transition d'intercombinaison. La conception d'un laser stabilisé en fréquence au kHz résonnant avec cette transition sera présentée. A cette occasion, nous donnerons des notions sur les propriétés spectrales d'un laser et sur l'interaction d'un laser bruyant avec un système physique. Nous finirons cette partie par l'étude théorique du refroidissement laser sur transition étroite. Nous verrons en particulier que contrairement au refroidissement sur transition large, le refroidissement sur transition étroite est régi par une statistique dite "anormale".

Première partie

Piégeage et refroidissement sur la transition large

Dans cette partie, nous décrivons une expérience de piégeage et de refroidissement de strontium qui utilise la force de pression de radiation d'un laser résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$ (461 nm).

En 1933, Frisch fit pour la première fois la démonstration de la force de pression de radiation sur des atomes en défléchissant un jet de sodium avec une lampe spectrale [39]. Il a fallu ensuite attendre le développement des lasers pour faire des progrès dans ce domaine. Dans le début des années 80, des équipes parvinrent à ralentir [40] puis à arrêter [41] [42] un jet atomique de sodium en utilisant la force de pression de radiation d'un laser. Puis en 1987, l'équipe de Pritchard mis au point un dispositif permettant à la fois de piéger et de refroidir un gaz d'atomes provenant d'un jet ralenti par laser [43]. Ce dispositif appelé piège magnéto-optique utilise la force de pression de faisceaux lasers pour obtenir une force de friction qui refroidit les atomes et une force de rappel qui piège les atomes. Ce piège magnéto-optique permet d'obtenir un gaz d'atomes à une température de l'ordre du millikelvin confiné dans une région de l'espace de l'ordre du millimètre. En 1990, Wieman simplifia la procédure de chargement du piège en montrant qu'il était possible de charger le piège à partir d'une vapeur atomique [44].

Actuellement les pièges magnéto-optiques sont couramment utilisés en physique atomique. On dénombre plus de 100 groupes au monde possédant un piège magnéto-optique. Les atomes les plus couramment piégés sont le césium et le rubidium. Ces atomes possèdent une transition intense et fermée à partir du niveau fondamental. Les transitions du rubidium et du césium sont de plus accessibles avec des lasers à semi-conducteur. Les pièges magnéto-optiques servent souvent de point de départ pour des pièges permettant d'obtenir des densités plus élevées (piège magnétique, piège dipolaire) et pour des techniques de refroidissement permettant d'obtenir des températures plus basses (refroidissement évaporatif, refroidissement par résonance noire, refroidissement Raman).

Dans cette partie, nous décrivons une expérience de piégeage et de refroidissement laser du strontium. Au début de ma thèse, seul trois groupes dans le monde avaient réalisé un piège magnéto-optique de strontium [49] [21] [145]. La réalisation d'un piège magnéto-optique de strontium est plus difficile qu'un piège de rubidium ou de césium. En effet, la source laser à 461 nm doit être obtenue par doublage de fréquence. Le strontium a de plus une faible pression de vapeur saturante et demande donc des températures élevées pour obtenir une vapeur atomique avec une densité suffisante.

Nous avons divisé cette partie en deux chapitres. Le premier chapitre décrira la réalisation du laser bleu à 461 nm. Nous décrivons en détail le doublage de fréquence et l'asservissement en fréquence du laser sur une référence atomique. Le second chapitre sera consacré à la technique de piégeage et de refroidissement du strontium. Nous décrivons le piège magnéto-optique et la technique de chargement utilisée. Nous donnerons aussi les méthodes de mesure des caractéristiques du gaz d'atomes froids piégés.

Chapitre 1

Laser bleu

Afin de réaliser un piège magnéto-optique de strontium, nous avons besoin d'un laser résonnant avec la transition fortement cyclante $^1S_0 - ^1P_1$ à 461 nm. Ce laser bleu à 461 nm devra fournir une puissance de l'ordre de 100 mW afin de pouvoir piéger un maximum d'atomes. Le laser devra de plus avoir une largeur spectrale inférieure à 32 MHz pour résoudre la transition $^1S_0 - ^1P_1$ de largeur naturelle 32 MHz.

La difficulté de ce laser ne réside pas dans la largeur spectrale inférieure à 32 MHz qui est obtenue pour la plus part des lasers monomodes mais dans la longueur d'onde 461 nm et la puissance désirée ~ 100 mW. Très peu de lasers émettent directement à 461 nm. Un laser à colorant pompé par un laser argon émettant dans l'UV peut laser à 461 nm. Cependant ce système est cher et demande beaucoup d'entretien. Récemment des diodes lasers émettant dans le bleu sont arrivées sur le marché. Cependant ces diodes ont une longueur d'onde trop petite ~ 420 nm et leur puissance est trop faible.

Une autre possibilité consiste à réaliser le doublage en fréquence d'un laser infrarouge à 922 nm. Cette solution est intéressante car il est possible d'obtenir des taux de conversion infrarouge bleu importants ($\lesssim 80\%$) [23]. Il existe de plus des lasers à semi-conducteur de puissance émettant à 922 nm avec un spectre monomode. Nous choisirons donc cette solution pour réaliser notre laser bleu.

La première partie de ce chapitre sera consacrée à la source laser infrarouge à 922 nm utilisée. Puis dans une seconde partie, nous présenterons le doublage de fréquence réalisé. Enfin, nous présenterons l'asservissement en fréquence du laser sur une référence atomique.

1.1 Laser infrarouge

Le laser à 461 nm est obtenu en doublant la fréquence d'un laser à 922 nm. Pour réaliser le laser à 922 nm, nous avons utilisé un amplificateur optique à semi-conducteur ("tapered amplifier") injecté par une diode laser en cavité étendue. Avec un tel système, il est possible d'obtenir un rayonnement monomode à 922 nm avec une puissance de 500 mW. Nous allons décrire dans la suite les différents éléments du laser et donner les caractéristiques du laser (puissance, spectre, forme du faisceau).

1.1.1 Diode laser en cavité étendue

La diode laser en cavité étendue imposera à l'amplificateur optique les propriétés spectrales d'émission. Avec un tel laser, on s'attend à une largeur spectrale de l'ordre du MHz sur un temps de 50 ms. Ceci est suffisant pour résoudre la transition $^1S_0 - ^1P_1$ de largeur naturelle 32 MHz. Il faudra simplement à l'aide d'un asservissement corriger le bruit basse fréquence et les dérives du laser.

La cavité étendue de la diode laser est constituée d'un réseau de diffraction en configuration Littrow. Le montage mécanique de la diode sur réseau a été acheté chez TuiOptics. L'ensemble du montage est asservi en température à l'aide d'un module à effet Peltier. On peut changer la longueur d'onde de ce laser en modifiant l'orientation du réseau à l'aide d'une cale piézo-électrique. La longueur d'onde du laser est aussi sensible à la température et au courant électrique. La diode laser utilisée dans le montage est une diode SLI non traitée antireflet émettant en fonctionnement libre à température ambiante autour de 914 nm avec une puissance de 80 mW. En cavité étendue, on peut obtenir un rayonnement monomode à 922 nm en jouant sur l'orientation du réseau et en chauffant la diode à 31 °C. La puissance obtenue est alors d'une dizaine de mW. On pourra trouver plus de détails sur les diodes sur réseau dans le chapitre sur le laser rouge.

1.1.2 Amplificateur optique

L'amplificateur optique à semi-conducteur utilisé est un "tapered amplifier" acheté chez SDL (SDL TD444). Il est chargé d'amplifier la puissance du faisceau laser émis par la diode sur réseau. Il peut émettre une puissance maximum de 500 mW pour des longueurs d'onde comprises entre 904 nm et 946 nm. Il est monté sur une base en cuivre asservi en température à l'aide d'un module à effet Peltier. Deux lentilles asphériques Geltech traitées antireflet collimatent les deux faisceaux sortant de l'amplificateur. Le montage de l'amplificateur est montré sur la figure 1.1. On doit faire particulièrement attention au retour de lumière dans l'amplificateur optique. Cette lumière serait amplifiée de nouveau et endommagerait l'amplificateur optique.

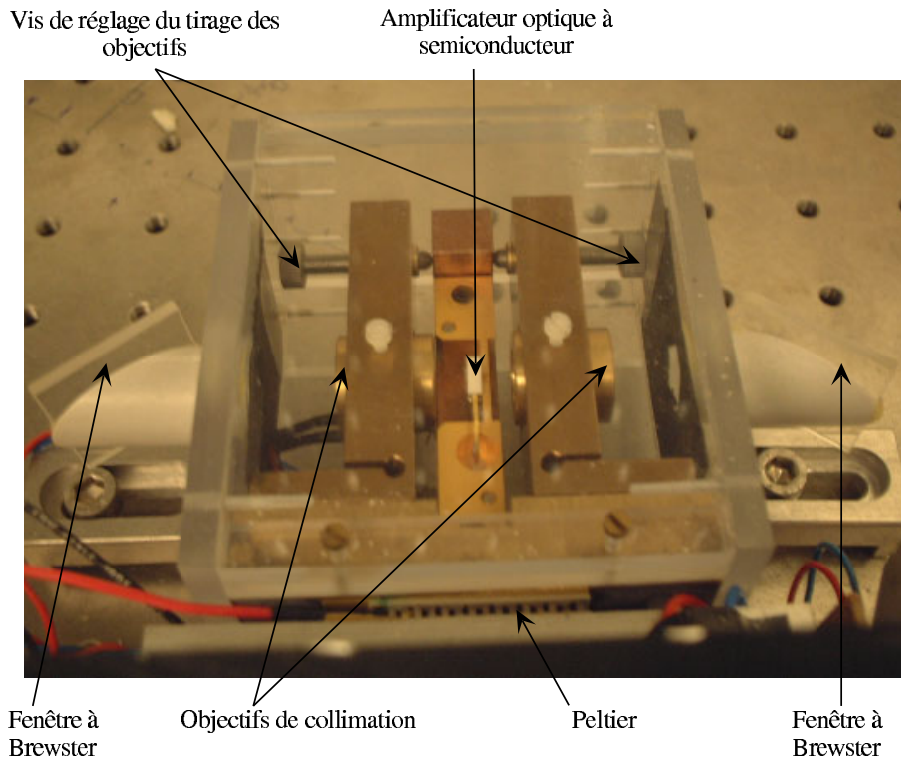


FIG. 1.1 – Montage de l'amplificateur à semi-conducteur

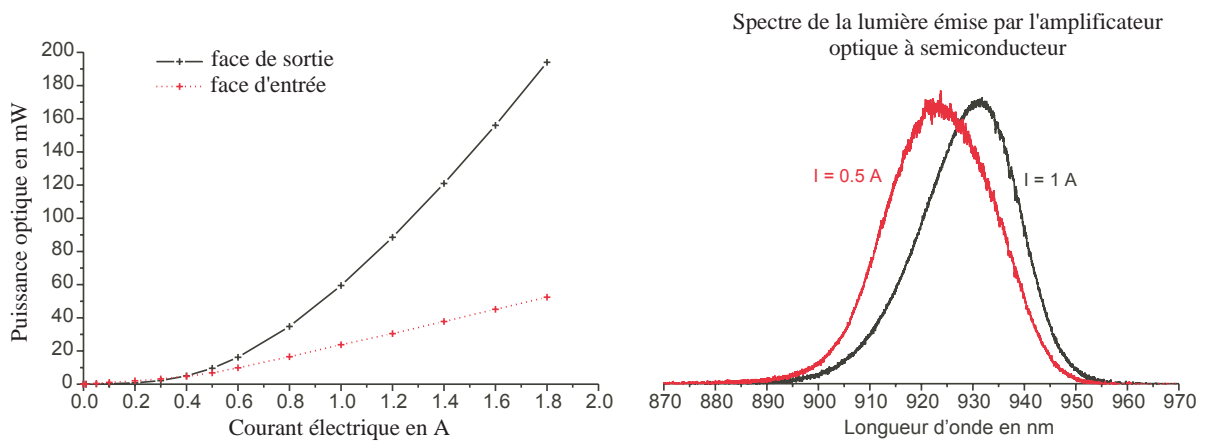


FIG. 1.2 – Caractéristiques de l'amplificateur optique à semi-conducteur en fonctionnement libre (sans injection) pour une température de 19°C .

Avant de tester l'injection de l'amplificateur optique, nous avons examiné ses caractéristiques en fonctionnement libre. Nous avons mesuré la puissance sortant

des deux cotés de l'amplificateur en fonction du courant (voir figure 1.2). Nous avons aussi mesuré le spectre optique de la lumière émise par l'amplificateur à l'aide d'un monochromateur (voir figure 1.2). Le spectre obtenu est très large et correspond environ à la courbe de gain de l'amplificateur. La lumière émise par l'amplificateur en fonctionnement libre semble donc correspondre à de l'émission spontanée amplifiée. Sans autres éléments, l'amplificateur optique ne lase pas car les faces d'entrée et de sortie de l'amplificateur sont traitées antireflet. On peut remarquer que le spectre de la lumière émise par l'amplificateur et donc la courbe de gain se décale vers des longueurs d'onde plus grandes lorsque le courant augmente. Cette dépendance est essentiellement liée à la montée de la température dans l'amplificateur lors de l'augmentation du courant.

1.1.3 Injection de l'amplificateur

On peut trouver une caractérisation détaillée de l'injection d'un "tapered amplifier" dans la référence [24].

Le montage qui permet d'injecter le faisceau du laser maître dans notre amplificateur optique est décrit sur la figure 1.3. On peut noter que deux isolateurs optiques d'isolation 10^{-4} sont nécessaires pour éviter que le faisceau émis par la face d'entrée de l'amplificateur perturbe le laser maître.

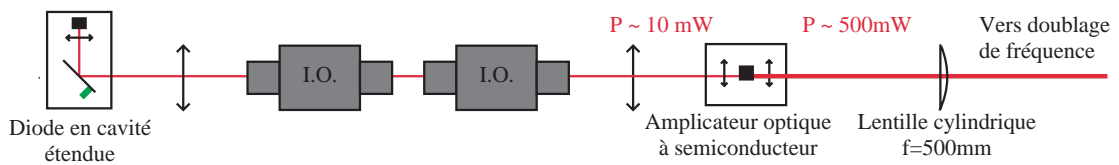


FIG. 1.3 – Injection de l'amplificateur optique (I.O. : Isolateur Optique).

Les caractéristiques de l'amplification du laser maître ont été mesurées lorsque celui-ci était monomode. La puissance émise par l'amplificateur en fonction du courant pour différentes valeurs de puissance optique injectée est représentée sur la figure 1.4. Le courant maximum est fixé pour ne pas dépasser une puissance optique de 500 mW en sortie de l'amplificateur. Cette puissance maximum donnée par le constructeur correspond à la puissance maximum que peut émettre l'amplificateur sans subir de dommage. Sur la figure 1.4, nous avons représenté le courant donnant une puissance de 500 mW en sortie de l'amplificateur en fonction de la puissance injectée.

Nous avons aussi mesuré le spectre optique du faisceau laser émis par l'amplificateur avec un monochromateur et un Fabry Perot. On constate que le spectre émis par l'amplificateur est pratiquement le même que le spectre émis par la diode laser en cavité étendue. On peut remarquer qu'en plus du pic très fin correspondant au spectre monomode de la diode laser en cavité étendue, le spectre

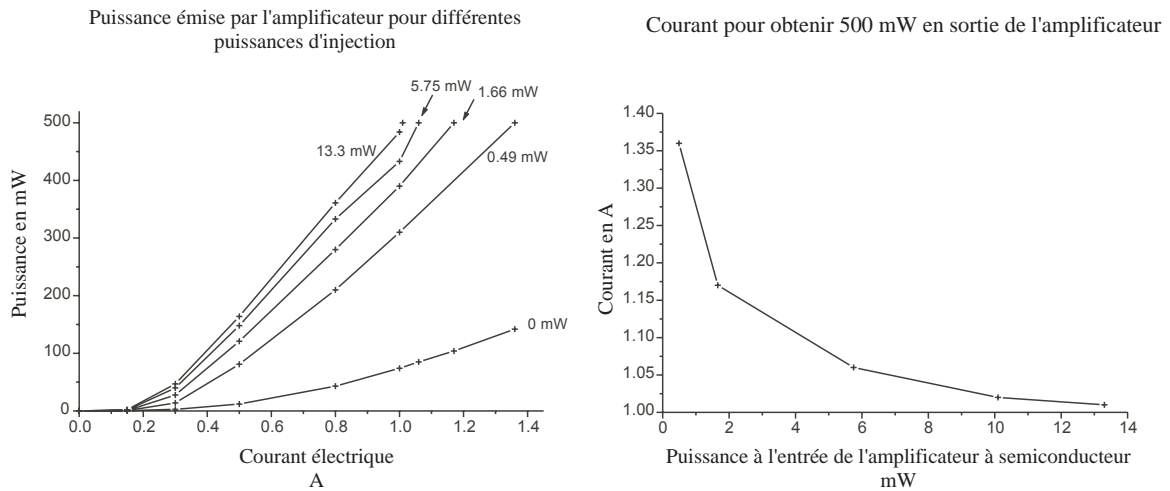


FIG. 1.4 – Caractéristiques de l'amplificateur optique (température 19 °C) injecté par la diode laser en cavité étendue (monomode, longueur d'onde 922 nm).

de la lumière émise par l'amplificateur possède un fond de fluorescence dont la largeur correspond au spectre de l'amplificateur sans injection (voir figure 1.2). La proportion de puissance dans ce fond de fluorescence dépend pour une même puissance émise par l'amplificateur de la puissance injectée. Plus la puissance injectée est importante et plus la proportion du fond de fluorescence sera petite. Pour une puissance à l'entrée de l'amplificateur de 13 mW, le fond de fluorescence correspond à environ 1.4% de la puissance totale émise. Pour une puissance injectée dix fois plus faible, la proportion de la puissance dans la fluorescence est environ multipliée par deux.

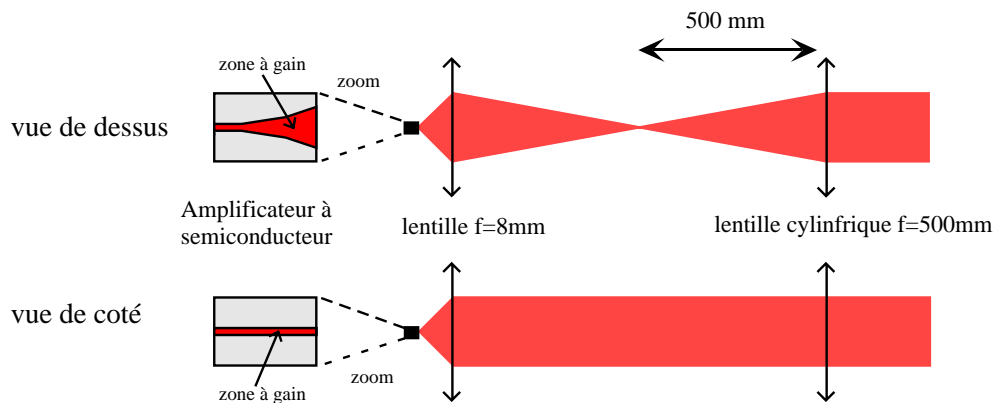


FIG. 1.5 – Compensation de l'astigmatisme de l'amplificateur à semi-conducteur

Le faisceau sortant de l'amplificateur optique présente un astigmatisme assez fort du à la forme dissymétrique de l'amplificateur (voir figure 1.5). Pour

compenser cet astigmatisme, on collimate une des directions du faisceau avec la lentille asphérique. On utilise ensuite une lentille cylindrique de focale 500 mm pour collimater la direction du faisceau qui converge. La focale de cette lentille cylindrique a été choisie afin que le faisceau collimaté ait le même diamètre dans les deux directions.

On obtient alors en sortie un faisceau à peu près circulaire. Si on regarde la forme du faisceau en champ lointain (~ 5 m), on voit en plus du mode spatiale principale de forme à peu près circulaire, une forme spatiale allongée représentant environ 5% de la puissance totale (voir figure 1.6). Cette lumière correspond sans doute à la lumière non guidée par l'amplificateur. Comme le faisceau sortant de l'amplificateur sera couplé dans une cavité Fabry Perot, la puissance qui n'est pas dans le mode spatial principal ne pourra pas être utilisée pour le doublage.

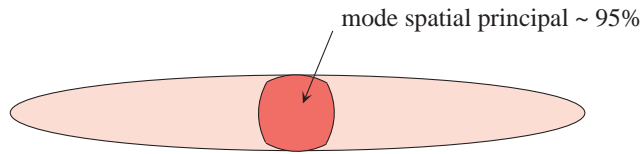


FIG. 1.6 – *Forme du faisceau sortant de l'amplificateur optique après compensation de l'astigmatisme (Champ lointain ~ 5 m).*

Le laser infrarouge réalisé peut donc délivrer une puissance de 500 mW. Son spectre optique est monomode avec un fond de fluorescence correspondant à environ 1% de la puissance totale. Pour que cette fluorescence soit la plus faible possible, on aura intérêt à injecter le maximum de puissance dans l'amplificateur. On peut enfin noter que 95% de la puissance émise par l'amplificateur est dans un mode spatial à peu près circulaire. Une bonne partie de la puissance émise par notre laser infrarouge pourra donc être couplée dans la cavité Fabry Perot servant au doublage de fréquence.

1.2 Doublage de fréquence

La théorie du doublage de fréquence est traitée dans de nombreux ouvrages dont la référence [25]. Nous allons ici donner quelques éléments de théorie qui permettront de discuter des aspects pratiques du doublage de fréquence.

Le doublage de fréquence est un processus non linéaire où une onde électromagnétique à la fréquence ω génère une onde électromagnétique à la fréquence 2ω . Par raison de symétrie, ce processus ne peut avoir lieu que dans des milieux non centro-symétriques (quartz, KDP, $KNbO_3$). Dans ces milieux, le champ électromagnétique induit une polarisation non linéaire $\overrightarrow{P^{nl}}$ qui est reliée au champ électrique \overrightarrow{E} par un tenseur de susceptibilité non linéaire d'ordre 2 :

$$P_i^{nl} = \epsilon_0 \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{P^{nl}} = (P_1^{nl}, P_2^{nl}, P_3^{nl}) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{E} = (E_1, E_2, E_3) \quad (1.1)$$

En utilisant la relation précédente, on peut montrer qu'une onde monochromatique à la fréquence ω qui se propage dans le milieu crée une polarisation de ce milieu à la fréquence 2ω . L'amplitude complexe de la polarisation non linéaire à la fréquence 2ω ($\overrightarrow{\mathcal{P}^{2\omega}}$) est alors reliée à l'amplitude complexe du champ électrique à la fréquence ω ($\overrightarrow{\mathcal{E}^\omega}$) par la relation¹ :

$$\mathcal{P}_i^{2\omega}(r) = \frac{\epsilon_0}{2} \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} \mathcal{E}_j^\omega(r) \mathcal{E}_k^\omega(r)$$

$$\text{avec} \quad E_i^\omega(r,t) = \frac{\mathcal{E}_i^\omega(r) e^{-i\omega t} + cc}{2} \quad \text{et} \quad P_i^{2\omega}(r,t) = \frac{\mathcal{P}_i^{2\omega}(r) e^{-2i\omega t} + cc}{2}$$

Dans la littérature, on utilise généralement les coefficients $d_{ijk} = \chi_{ijk}^{(2)}/2$ pour caractériser les matériaux servant au doublage de fréquence. On a alors :

$$\mathcal{P}_i^{2\omega}(r) = \epsilon_0 \sum_{j,k} d_{ijk} \mathcal{E}_j^\omega(r) \mathcal{E}_k^\omega(r) \quad (1.2)$$

La polarisation du milieu à la fréquence 2ω conduit à la formation d'une onde électromagnétique à la fréquence 2ω . Pour une géométrie fixée c'est à dire une direction du vecteur d'onde et du champ électrique à la fréquence ω fixée, il est possible de caractériser la génération de seconde harmonique par un unique coefficient d_{eff} :

$$\mathcal{P}^{2\omega}(r) = \epsilon_0 d_{eff} \mathcal{E}^\omega(r)^2 \quad (1.3)$$

où $\mathcal{E}^\omega(r)$ est la norme du vecteur $\overrightarrow{\mathcal{E}^\omega}(r)$ représentant l'amplitude complexe du champ électrique et $\mathcal{P}^{2\omega}(r)$ est la projection de la polarisation non linéaire induite

1. On peut trouver dans certaines références, une autre convention pour les amplitudes complexes: $A(r,t) = A(r) e^{-i\omega t} + cc$. On pourra alors trouver un facteur deux de différence entre les relations données dans cette thèse et les relations données dans ces références.

à la fréquence 2ω ($\vec{\mathcal{P}}^{2\omega}(r)$) sur la direction de la polarisation de l'onde émise à la fréquence 2ω . Ce coefficient d_{eff} s'obtient à partir des coefficients d_{ijk} en utilisant la relation 1.2.

Tout au long de la propagation de l'onde à la fréquence ω , il se construit donc une onde à la fréquence 2ω . Ce processus étant cohérent, il faut, pour avoir une conversion de fréquence maximum, que la vitesse de phase à la fréquence ω soit égale à la vitesse de phase à la fréquence 2ω . Cette condition d'accord de phase est réalisée lorsque les indices aux fréquences ω et 2ω sont égaux. Si cette condition n'est pas vérifiée, au bout d'une certaine longueur d'interaction appelée longueur de cohérence, l'intensité à la fréquence 2ω n'augmente plus et se met à diminuer. Pour des ondes planes, on peut montrer (voir référence [25]) que l'intensité générée à la fréquence 2ω en fonction de la longueur d'interaction z peut s'écrire²:

$$I^{2\omega}(z) \propto d_{eff}^2 I^{\omega 2} \frac{4 \sin^2\left(\frac{\Delta k z}{2}\right)}{\Delta k^2} \text{ avec } \Delta k = k^{2\omega} - 2k^\omega = \frac{4\pi}{\lambda} (n(2\omega) - n(\omega)) \quad (1.4)$$

où $I^{2\omega}$, I^ω sont les intensités des ondes à la fréquence ω et 2ω , $n(2\omega)$, $n(\omega)$ sont les indices de réfraction des ondes à la fréquence ω et 2ω et λ est la longueur d'onde dans le vide de l'onde à la fréquence ω .

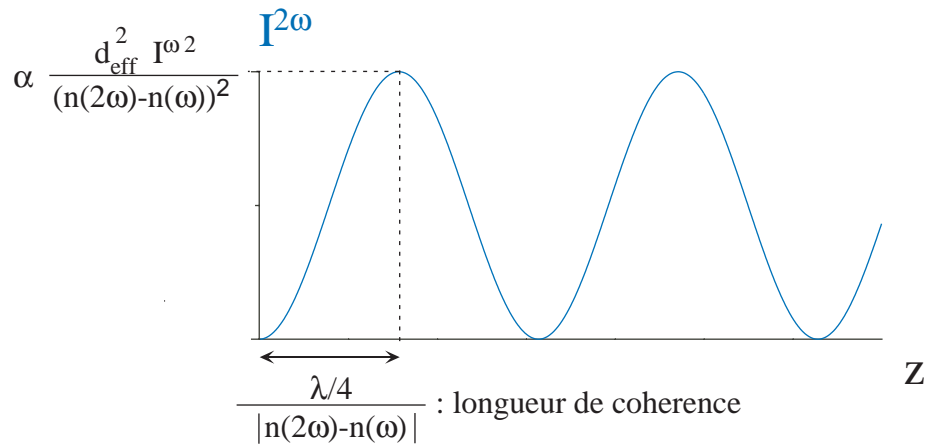


FIG. 1.7 – Intensité générée à la fréquence 2ω en fonction de la longueur d'interaction.

Dans la plus part des milieux, la dispersion de l'indice conduit à une longueur de cohérence de quelques dizaine de micromètres. La conversion à la fréquence 2ω s'en trouve alors fortement réduite. Pour obtenir une bonne conversion, on réalise l'accord de phase en utilisant des cristaux biréfringents. Comme l'indice de ces cristaux dépend de la polarisation de la lumière, on peut trouver dans certains

² L'intensité à la fréquence ω est supposée constante.

cas une configuration pour laquelle l'indice à la fréquence 2ω est égal à l'indice à la fréquence ω . Lorsque cet accord de phase est réalisé, le taux de conversion à la fréquence 2ω est proportionnel au carré de la longueur d'interaction z :

$$\eta = \frac{I^{2\omega}}{I^\omega} \propto d_{eff}^2 z^2 I^\omega \quad (1.5)$$

On peut remarquer que la conversion est d'autant meilleure que l'intensité à la fréquence ω est forte. Ainsi, pour améliorer le taux de conversion, le cristal doubleur est généralement placé dans une cavité optique. L'intensité à la fréquence ω dans le cristal se trouve donc considérablement augmentée. On obtient alors des taux de conversions qui peuvent être très élevés ($\sim 80\%$) [23].

Pour bien décrire la physique du doublage, il faut aussi tenir compte de la divergence et de l'étendue spatiale du faisceau à la fréquence ω . On peut alors obtenir des résultats qualitativement différents de ceux donnés par un raisonnement basé sur des ondes planes.

Dans cette partie, nous présenterons tout d'abord le cristal choisi et la façon dont l'accord de phase est réalisé. Puis, nous discuterons des caractéristiques de la cavité optique dans laquelle le cristal est placé. Nous décrirons ensuite la réalisation expérimentale de la cavité de doublage et nous donnerons les performances et les caractéristiques du doublage de fréquence réalisé.

1.2.1 Cristal de doublage et réalisation de l'accord de phase

Pour obtenir un doublage de fréquence efficace, trois critères interviennent dans le choix du cristal : l'absorption du cristal à la fréquence laser ω et à son harmonique 2ω doit être la plus faible possible, il doit posséder une susceptibilité non linéaire la plus grande possible, enfin il doit permettre de réaliser l'accord de phase.

Un cristal de niobate de potassium $KNbO_3$ a été choisi pour doubler la fréquence de notre laser infrarouge à 922 nm. Le niobate de potassium est très souvent utilisé pour doubler l'infrarouge proche. Il possède une susceptibilité non linéaire trois fois plus grande que la plus part des autres cristaux [26]. Il a aussi une très faible absorption à 922 nm et 461 nm ($\sim 0.2 - 0.4\%/cm$). On verra de plus qu'il permet de réaliser l'accord de phase à ces longueurs d'onde.

Le niobate de potassium est un cristal biaxe. L'indice de réfraction dépend de l'orientation du champ électrique de l'onde par rapport aux axes propres du cristal. Les indices de réfraction d'une onde se propageant avec une polarisation parallèle à l'un des axes propres du cristal (a,b,c) seront notés n_a, n_b, n_c . Pour le niobate de potassium, ces indices dépendent assez fortement de la température. A l'aide de la référence [27], on peut déterminer la valeur des indices n_a, n_b, n_c en

fonction de la température et de la longueur d'onde. Sur la figure 1.8, nous avons représenté les indices du cristal à 922 nm et 461 nm en fonction de la température.

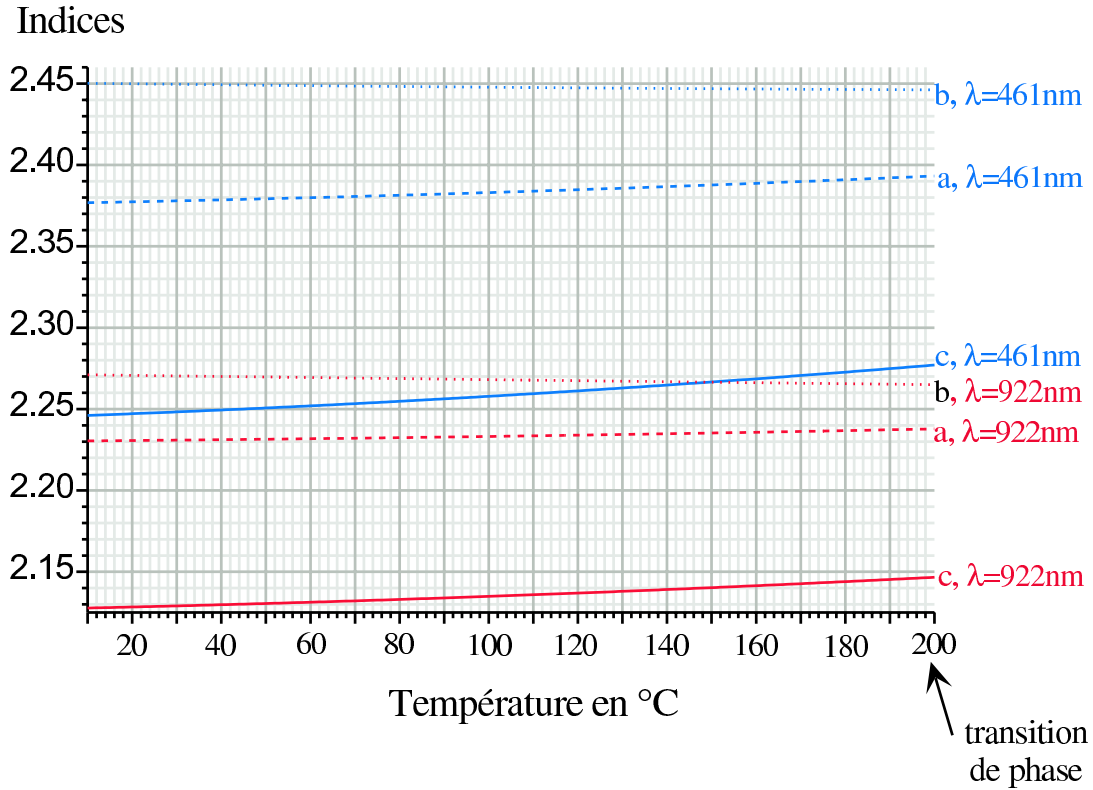


FIG. 1.8 – Indices du $KNbO_3$ pour une polarisation parallèle aux axes propres du cristal (a, b, c) [27].

On voit sur la figure 1.8 que pour une longueur d'onde de 922 nm l'accord de phase peut être réalisé à une température de 150 °C si le champ électrique laser à la fréquence ω est parallèle à l'axe propre b du cristal et si le champ électrique de l'onde générée à la fréquence 2ω est parallèle à l'axe propre c ($n_b(922nm, 150^\circ C) = n_c(461nm, 150^\circ C)$). Ceci correspond à un accord de phase non critique c'est à dire que l'accord de phase ne dépend pas au premier ordre de l'angle d'incidence du laser par rapport aux axes propres du cristal. Le problème de cette méthode d'accord de phase provient du fait que la température du cristal est proche d'une transition de phase du cristal à 200°C. Dans ce cas, une variation trop brusque de la température du cristal peut modifier ses propriétés et donc rendre le cristal inutilisable pour le doublage.

On a donc choisi d'utiliser un accord de phase critique du type I ($e + e \rightarrow o$) qui peut être réalisé proche de la température ambiante. Pour cette configuration, le vecteur d'onde et le champ électrique laser à la fréquence ω sont dans le plan

des axes propres du cristal a et b . Suivant l'angle Φ entre le vecteur d'onde du laser et l'axe a , l'indice de l'onde à la fréquence ω varie entre n_a et n_b :

$$\frac{1}{n(\omega)^2} = \frac{\cos(\Phi)^2}{n_b(\omega)^2} + \frac{\sin(\Phi)^2}{n_a(\omega)^2}$$

Le champ électrique à la fréquence 2ω est lui parallèle à l'axe c et l'indice vu par l'onde à la fréquence 2ω est donc égale à :

$$n(2\omega) = n_c(2\omega)$$

Comme on a $n_a(\omega) < n_c(2\omega) < n_b(\omega)$ pour des températures proches de l'ambiante (voir figure 1.8), on peut trouver un angle Φ entre le vecteur d'onde et l'axe a du cristal pour lequel l'indice à la fréquence ω est égal à l'indice à la fréquence 2ω . Pour une température voisine de 30°C , l'angle Φ qui satisfait l'accord de phase est égale à $\Phi = 48^\circ$. En utilisant les résultats de la référence [27], on trouve que la dépendance en température de cet angle d'accord de phase est égale à $0.17^\circ/\text{K}$ et la dépendance en longueur d'onde est égale à $0.46^\circ/\text{nm}$.

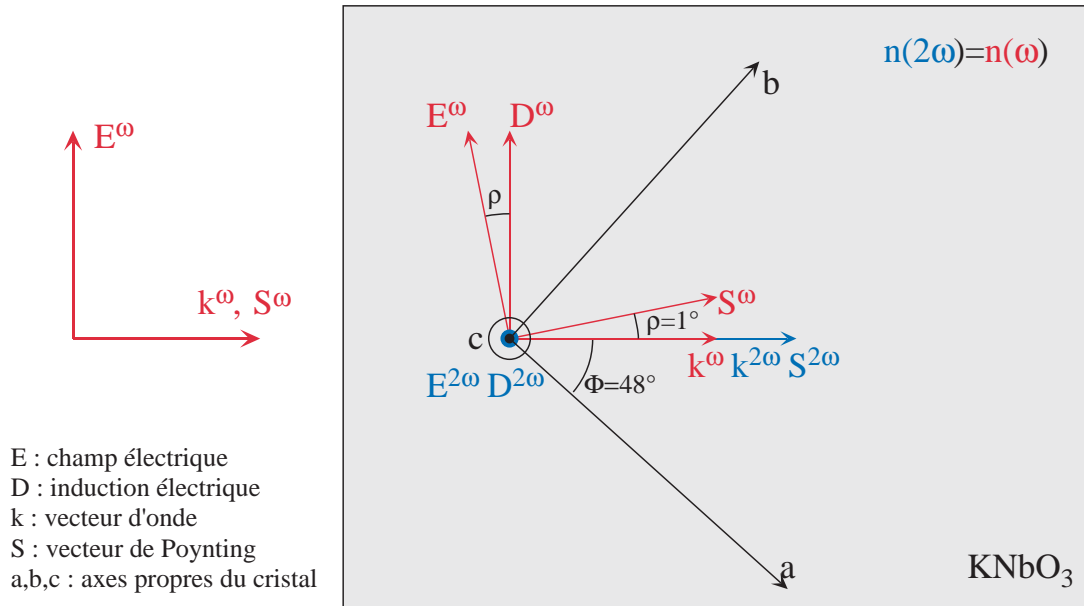


FIG. 1.9 – Configuration de l'accord de phase critique de type I dans le KNbO_3 ($T \sim 30^\circ\text{C}$) pour $\lambda_{IR} = 922 \text{ nm}$ $\lambda_b = 461 \text{ nm}$.

Pour ce type d'accord de phase, le faisceau infrarouge n'étant pas parallèle aux axes propres du cristal, la propagation de l'infrarouge dans le cristal est soumise au phénomène de "walk-off". Le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting ne sont pas parallèles. L'énergie et la phase de l'onde ne se propagent pas dans la même direction. Pour un angle de 48° entre l'axe du cristal a et le vecteur d'onde du

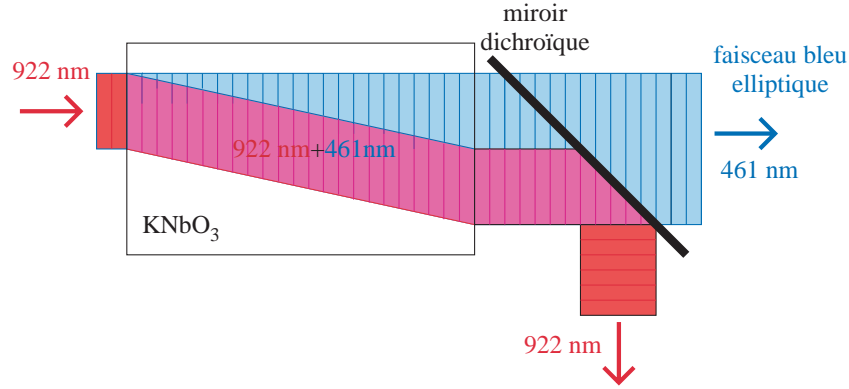


FIG. 1.10 – *Doublage de fréquence dans le cristal de $KNbO_3$ pour un accord de phase critique de type I (phénomène de "walk-off" sur la propagation de l'infrarouge dans le cristal).*

faisceau infrarouge (angle correspondant à l'accord de phase pour $\lambda_{IR} = 922nm$ et $T \sim 30^\circ C$), l'angle de "walk-off" est égal à $\rho = 1.0^\circ$.

Ce phénomène de "walk-off" limite l'efficacité du doublage car au bout d'une distance de l'ordre de w_0/ρ (w_0 : waist du faisceau), le faisceau bleu créé sort du faisceau infrarouge et son intensité ne pourra plus continuer à augmenter. Pour des cristaux de longueur plus grande que w_0/ρ , le taux de conversion η se trouve donc réduit par rapport à une situation sans "walk-off". Dans la référence [33], il a été montré que pour des longueurs d'interaction l grandes devant $\sqrt{\pi}\omega_0/\rho$, le taux de conversion η était simplement proportionnel à la longueur d'interaction l :

$$\begin{aligned} l \ll \omega_0/\rho &\rightarrow \eta \propto l^2 \\ l \gg \omega_0/\rho &\rightarrow \eta \propto l \frac{\sqrt{\pi}\omega_0}{\rho} \end{aligned}$$

On peut noter aussi qu'avec du "walk-off", le faisceau bleu créé aura une forme elliptique (voir figure 1.10).

Les coefficients non linéaires $d_{i,j,k}$ du $KNbO_3$ ont été mesurés par Baumert pour une longueur d'onde de 1064 nm [29]. En utilisant la règle de Miller [30] [28], on peut calculer ces coefficients non linéaires du $KNbO_3$ pour la longueur d'onde de 922 nm et une température de $30^\circ C$:

$$\begin{aligned} d_{311} &= -17.0 \text{ pm/V} \\ d_{322} &= -19.8 \text{ pm/V} \\ d_{333} &= -29.6 \text{ pm/V} \\ d_{223,232} &= -18.8 \text{ pm/V} \\ d_{113,131} &= -17.4 \text{ pm/V} \end{aligned}$$

Les coefficients non linéaires qui ne sont pas donnés ci dessus sont nuls (symétrie

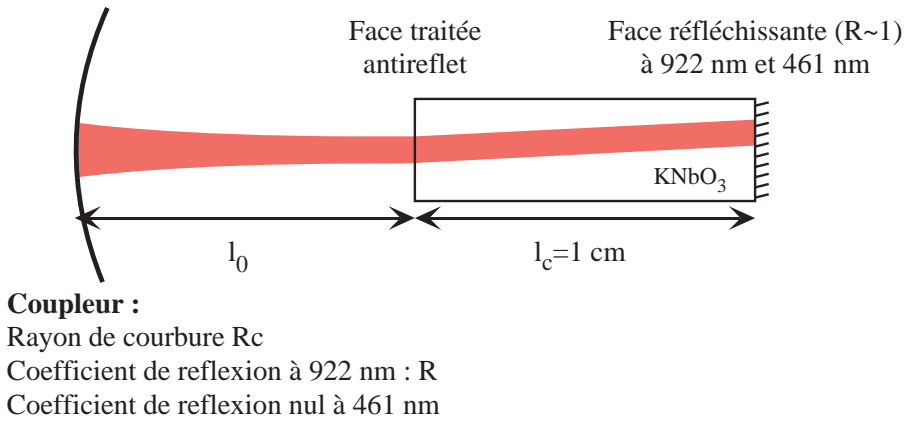
du cristal de $KNbO_3$). Dans la configuration de l'accord de phase critique décrit précédemment, le coefficient non linéaire effectif de génération de seconde harmonique d_{eff} est égal à [28]:

$$\begin{aligned} d_{eff} &= d_{311} \sin(\Phi + \rho)^2 + d_{322} \cos(\Phi + \rho)^2 \\ d_{eff} &= -18.2 \text{ pm/V} \quad \text{pour } \Phi = 48^\circ \text{ et } \rho = 1^\circ \end{aligned} \quad (1.6)$$

Pour réaliser le doublage de fréquence de notre laser infrarouge, nous utiliserons donc un cristal de $KNbO_3$ avec un accord de phase critique de type I. Pour cela, le cristal est taillé selon la configuration de la figure 1.9. Nous allons à présent nous intéresser à la cavité Fabry Perot dans laquelle le cristal sera placé pour améliorer le taux de conversion.

1.2.2 Caractéristiques de la cavité de doublage

Afin d'augmenter l'intensité d'infrarouge au niveau du cristal et donc d'augmenter le taux de conversion, le cristal de doublage est placé dans une cavité résonnante pour l'infrarouge. Nous utiliserons pour cela la cavité semi-monolithique représentée sur la figure ci-dessous.



Par rapport aux cavités en anneau généralement utilisées, cette cavité semi-monolithique présente plusieurs avantages. Elle est tout d'abord plus compacte et comporte moins d'éléments optiques. Les pertes liées à la diffusion ou à l'absorption sur les optiques seront donc à priori plus faibles et donc la puissance d'infrarouge dans la cavité pourra être plus importante. On pourra donc espérer un meilleur taux de conversion. Cette cavité semi-monolithique est intéressante car le "walk-off" est en parti compensé. En effet, à la réflexion sur la face arrière du cristal, le vecteur de Poynting du faisceau de retour est parallèle au vecteur de Poynting du faisceau aller. Le "walk-off" étant un élément limitant l'efficacité

de conversion, sa compensation partielle dans notre cavité monolithique permet donc d'obtenir une meilleure efficacité de conversion.

L'inconvénient de cette géométrie de cavité provient du déphasage à la réflexion sur la face arrière du cristal entre l'onde infrarouge et l'onde bleu [31]. Le traitement diélectrique qui permet de réfléchir l'infrarouge et le bleu donne un déphasage entre ces deux longueurs d'onde qui n'est pas contrôlé par le fabriquant. La valeur du déphasage sera donc inconnue. Si le déphasage est par exemple égal à π , l'onde bleue créée sur l'aller sera, sur le retour, reconvertie en infrarouge. Nous reviendrons plus loin sur les conséquences du déphasage sur l'efficacité du doublage de fréquence.

Contrairement aux cavités en anneau, notre cavité semi-monolithique produit une onde stationnaire au niveau du cristal. Par rapport à une onde progressive, l'onde stationnaire ne modifie pas les propriétés du doublage de fréquence. En effet, le processus supplémentaire dans une onde stationnaire consistant à créer un photon bleu à partir de deux photons infrarouges contrapropageants est négligeable car il n'y a pas d'accord de phase possible ($\vec{k}_{IR} - \vec{k}_{IR} \neq \vec{k}_{bleu}$). Seul le processus consistant à créer un photon bleu à partir de deux photons infrarouges avec le même vecteur d'onde est efficace pour le doublage de fréquence. L'onde stationnaire présente dans notre cavité monolithique ne modifie donc pas les propriétés de doublage de fréquence.

Nous allons à présent donner les caractéristiques de cette cavité monolithique qui optimise le taux de conversion. Nous commencerons par l'étude du doublage de fréquence sans le coupleur de la cavité c'est à dire lorsque le faisceau infrarouge traverse deux fois le cristal en se réfléchissant sur sa face arrière. Nous déterminerons dans cette situation le waist qui optimise le doublage de fréquence. Puis, pour ce waist choisi, nous estimerons après le double passage dans le cristal le coefficient de conversion $\gamma = P^{2\omega}/P^{\omega^2}$. Nous étudierons ensuite le doublage en cavité. Nous estimerons à partir du coefficient de conversion γ la puissance infrarouge intracavité P_{cav} en fonction de la transmission du coupleur. On déterminera alors la transmission du coupleur qui optimise la puissance d'infrarouge intracavité et donc le taux de conversion. On pourra enfin à partir du coefficient de transmission choisi estimer la puissance de bleu obtenue à partir du doublage de fréquence.

Waist du faisceau et efficacité de conversion après un double passage dans le cristal

Le waist du mode TEM_{00} de la cavité est situé sur la face arrière du cristal. La taille du waist w_0 est déterminée par le rayon de courbure du coupleur R_c et la distance entre le cristal et le coupleur l_0 :

$$w_0 = \left(\frac{\lambda^2}{\pi^2} \left(\frac{l_c}{n} + l_0 \right) \left(R_c - \frac{l_c}{n} - l_0 \right) \right)^{1/4} \quad (1.7)$$

où λ est la longueur d'onde du faisceau infrarouge dans le vide, n est l'indice de réfraction du cristal pour l'onde infrarouge et l_c est la longueur du cristal.

Le waist du faisceau dans la cavité w_0 est un paramètre important. Il détermine l'intensité d'infrarouge au niveau du cristal $I \propto P/w_0^2$. Plus le waist sera petit, plus l'intensité d'infrarouge sera importante et donc plus le taux de conversion sera important (voir eq. 1.5 page 27). Pour estimer la conversion sur toute la longueur d'interaction, il faut aussi tenir compte de la divergence du faisceau. Celui-ci a un waist à peu près constant sur une distance environ égale à deux fois la distance de Rayleigh $2Z_r = 2n\pi w_0^2/\lambda$. Pour obtenir un doublage de fréquence efficace sur toute la longueur d'interaction, il faut donc prendre une distance de Rayleigh voisine de la moitié de la longueur d'interaction. Il faudra donc prendre dans notre cas une distance de Rayleigh égale à la longueur du cristal.

Afin d'obtenir un critère plus quantitatif, nous allons utiliser l'étude de Boyd et Kleinman sur la génération de seconde harmonique pour le simple passage d'une onde gaussienne dans un cristal biréfringent présentant du "walk-off" [33]. Cependant, on ne peut pas directement appliquer les résultats de cette étude à notre situation. En effet, le double passage dans le cristal avec une réflexion sur la face arrière n'est pas équivalent au simple passage dans un cristal de longueur double car le "walk-off" est compensé à la réflexion et à priori le déphasage entre l'onde bleue et l'onde infrarouge à la réflexion est non nul. Pour appliquer les résultats de Boyd et Kleinman à notre cas, nous supposerons que le double passage dans notre cristal est équivalent à un simple passage dans un cristal de longueur double avec un angle de "walk-off" effectif compris entre 0 et ρ ($\rho = 1^\circ$: angle de "walk-off" dans notre cristal). Dans un premier temps, nous supposerons aussi que le déphasage à la réflexion est nul.

L'étude de Boyd et Kleinman [33] montre que la distance de Rayleigh³ optimisant la génération de seconde harmonique après le simple passage dans une zone d'interaction de longueur l est égale à :

$$Z_r = \frac{l}{2\xi_m}$$

où ξ_m est un paramètre sans dimension dépendant du "walk-off". Il est compris entre 1.392 et 2.84 suivant l'angle du "walk-off" effectif choisi ($0 < \rho < 1^\circ$). Pour notre longueur d'interaction de $2l_c = 2cm$, la distance de Rayleigh optimisant la conversion de seconde harmonique est comprise entre 7.2 mm et 3.5 mm. Le waist optimisant le taux de conversion en simple passage est donc compris entre 21 μm et 31 μm . Deux phénomènes pratiques non pris en compte par Boyd et Kleinman nous poussent cependant à choisir un waist plus grand.

Le premier phénomène est le gradient thermique dans le cristal provoqué par l'échauffement local induit par le faisceau infrarouge. Comme l'indice du

3. Les distances de Rayleigh mentionnées ici sont données dans le cristal, il faut donc tenir compte de l'indice: $Z_r = n\pi w_0^2/\lambda$.

cristal dépend de la température, le gradient thermique se traduit par un gradient d'indice et donc par une inhomogénéité de l'accord de phase dans le cristal. L'accord de phase ne pourra donc pas être réalisé sur tout le cristal et le taux de conversion se trouve alors réduit. Le gradient d'indice peut aussi induire un effet de lentille thermique qui peut rendre la cavité de doublage instable. Ce gradient thermique étant d'autant plus fort que l'intensité laser est importante, on aura donc intérêt à choisir le waist le plus grand possible pour minimiser cet effet.

Le deuxième phénomène non pris en compte par Boyd et Kleinman est le BLIIRA ("Blue Light Induced Infra Red Absorption") [34]. La lumière bleue créée par le doublage de fréquence induit des pertes supplémentaires pour l'infrarouge au niveau du cristal. Ces pertes diminuent la finesse de la cavité et donc la puissance infrarouge intracavité. On aura donc une efficacité de conversion plus petite avec le BLIIRA. Les pertes causées par le BLIIRA sont d'autant plus fortes que l'intensité de bleu est importante [35]. On aura donc intérêt à choisir un waist le plus grand possible pour limiter cet effet.

A cause du BLIIRA et du gradient thermique, nous choisirons donc un waist plus grand que celui maximisant le taux de conversion sans tenir compte des effets thermiques et du BLIIRA. **La taille du waist choisie sera donc environ de 65 μm ce qui correspond à une distance de Rayleigh dans le cristal de 32 mm.** Pour obtenir ce waist, nous choisirons un coupleur de rayon de courbure $R_c = 35mm$ placé à une distance de $l_0 = 23mm$ du cristal (voir 1.7). D'après l'étude de Boyd et Kleinman [33], avec un tel waist, le taux de conversion se trouve réduit environ d'un facteur 2 par rapport au waist optimisant le taux de conversion. Cependant, l'intensité d'infrarouge dans le cristal est réduite d'un facteur 5 et pour une même puissance de bleu créée, l'intensité bleue est aussi réduite aussi d'un facteur 5. Ce waist de 65 μm nous permet donc de conserver un coefficient de conversion γ raisonnable tout en diminuant fortement les effets thermiques et le BLIIRA.

Afin de déterminer le coefficient de réflexion du coupleur, nous avons besoin d'une estimation de la conversion après le double passage dans le cristal. Le coefficient de conversion en simple passage γ est donné par Boyd et Kleinman [33]:

$$P^{2\omega} = \gamma P^{\omega^2} \quad (1.8)$$

$$\gamma = \frac{16\pi^2 d_{eff}^2 l}{\epsilon_0 n^2 c \lambda^3} h_m(B, \xi)$$

où d_{eff} est le coefficient non linéaire effectif de génération de seconde harmonique (voir 1.6), l est la longueur d'interaction, n est l'indice de réfraction du cristal pour l'onde bleu et infrarouge, λ est la longueur d'onde de l'infrarouge dans le vide. h_m est une fonction sans dimension dépendant du paramètre $B = \rho \frac{\sqrt{2\pi n l / \lambda}}{2}$ lié au "walk-off" et du paramètre $\xi = \frac{l}{2Z_r}$ lié à la divergence du faisceau. Cette

fonction est donnée sous forme intégrale et représentée dans la référence [33].

Comme discuté précédemment, nous supposons que le double passage dans notre cristal est équivalent à un simple passage dans un cristal de longueur double (2 cm) avec un angle de "walk-off" effectif compris entre 0 et 1°. On obtient alors pour les paramètres B et ξ : $0 < B < 4.8$, $\xi = 0.31$. Pour ces valeurs des paramètres, la fonction h_m est comprise entre 0.089 et 0.30. Ceci donne un coefficient de conversion en simple passage γ compris entre $8.8 mW/W^2$ et $30 mW/W^2$.

Cette estimation du taux de conversion a été obtenue en supposant que le déphasage à la réflexion entre l'onde bleue et l'onde infrarouge était nul. Essayons à présent d'estimer la diminution du taux de conversion due à un déphasage non nul. Nous négligerons pour cela le "walk-off" et la divergence du faisceau. L'onde bleue créée après le simple passage à travers le cristal a une intensité proportionnelle à $\sin(\Delta k l_c/2)/\Delta k$ (voir eq. 1.4 page 26). L'onde bleue créée après le double passage dans le cristal résulte de l'interférence entre l'onde bleue créée sur le passage aller de l'infrarouge et l'onde bleue créée sur le passage retour de l'infrarouge. Le déphasage entre l'onde bleue créée sur l'aller et l'onde bleue créée sur le retour provient du déphasage à la réflexion ϕ et d'un déphasage lié au désaccord de phase Δk entre le bleu et l'infrarouge. On peut montrer en utilisant la référence [25] que ce déphasage lié à Δk est égal à $\Delta k l_c$. Le déphasage total entre le bleu créée sur l'aller et le bleu créée sur le retour est donc égal à $\phi + \Delta k l_c$. L'intensité bleue obtenue après le double passage dans le cristal est donc proportionnelle à l'intensité de bleu créée après un simple passage multipliée par le terme d'interférence :

$$I^{2\omega} \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta k l_c}{2}\right)}{\Delta k^2} 4 \cos^2\left(\frac{\phi + \Delta k l_c}{2}\right) \quad (1.9)$$

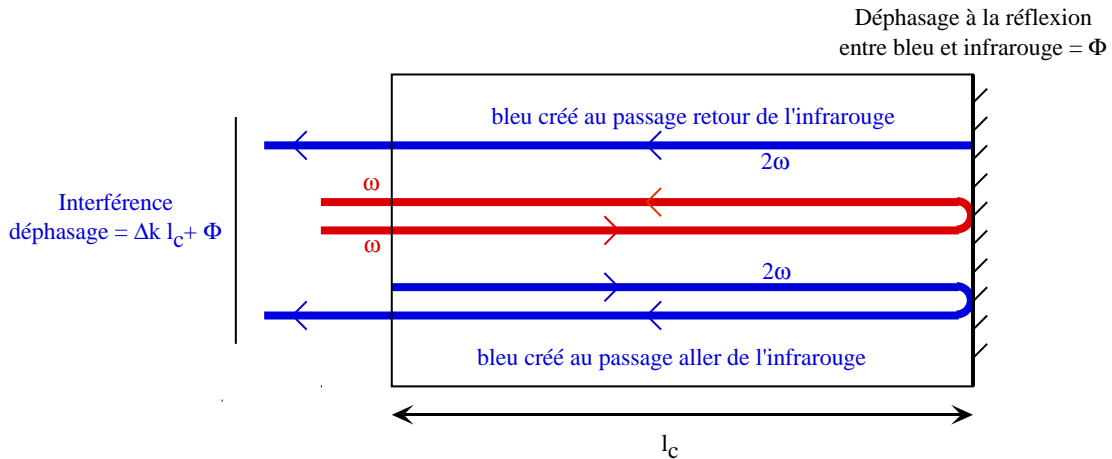


FIG. 1.11 – Interférence entre l'onde bleue créée sur le passage aller de l'infrarouge et l'onde bleue créée sur le passage retour de l'infrarouge

Lorsque le déphasage ϕ est nul, on retrouve bien avec la relation ci-dessus l'expression qu'on obtiendrait avec le simple passage dans un cristal de longueur double. Lorsque le déphasage ϕ est égal à π , on constate que l'intensité bleue créée est nulle lorsqu'il y a l'accord de phase entre le bleu et l'infrarouge. Dans ce cas, l'onde bleue créée sur l'aller et l'onde bleue créée sur le retour interfèrent destructivement. Pour obtenir une intensité bleue non nulle pour un déphasage à la réflexion de π , il faut que le déphasage créé par un désaccord Δk non nul compense en partie le déphasage ϕ . Pour un déphasage ϕ égal à π , on peut montrer en utilisant l'expression 1.9 que l'intensité bleue est maximum pour un désaccord égale à $\Delta k l_c \simeq 3\pi/4$. Cette intensité bleue maximum obtenue pour un déphasage ϕ égal à π est environ deux fois plus faible que l'intensité bleue maximum qu'on obtiendrait avec un déphasage ϕ nul.

On a donc montré en négligeant le "walk-off" et la divergence du faisceau que le déphasage à la réflexion entre le bleu et l'infrarouge fait diminuer l'intensité de bleu au maximum d'un facteur 2 par rapport au simple passage dans un cristal de longueur double. Le coefficient de conversion γ après le double passage dans le cristal est donc compris entre 4.4 et $30 mW/W^2$.

$$4.4 mW/W^2 < \gamma < 30 mW/W^2$$

Cette estimation du coefficient γ peut être faussée par l'incertitude sur d_{eff} et par la non prise en compte du "walk off" et de la divergence du faisceau dans l'estimation de la diminution du facteur de conversion causée par le déphasage à la réflexion.

Coefficient de réflexion du coupleur

La cavité optique dans laquelle est placé le cristal de doublage de fréquence permet de créer une surintensité d'infrarouge dans le cristal et donc d'augmenter le taux de conversion. Le but de ce paragraphe est de donner la réflectivité du coupleur qui maximise le taux de conversion du doublage de fréquence.

Nous allons calculer la puissance de bleu obtenue avec notre cavité de doublage en suivant les calculs de la référence [36]. La puissance de bleu $P^{2\omega}$ est reliée à la puissance d'infrarouge circulant dans la cavité P_c^ω par le coefficient de conversion en double passage γ estimé dans la partie précédente :

$$P^{2\omega} = \gamma P_c^{\omega^2} \quad (1.10)$$

Pour obtenir une puissance de bleu la plus élevée possible, il faut donc maximiser la puissance d'infrarouge dans la cavité.

A l'aide d'un calcul standard de cavité Fabry Perot, on peut montrer que lorsque la cavité est à résonance, la puissance d'infrarouge circulant dans la cavité est déterminée par la relation :

$$P_c^\omega = \frac{T}{\left(1 - \sqrt{(1-T)(1-\gamma P_c^\omega)(1-\epsilon)}\right)^2} P_i^\omega \quad (1.11)$$

où T est le coefficient de transmission du coupleur, P_i^ω est la puissance d'infrarouge incidente, γP_c^ω représente les pertes dans la cavité dues à la conversion de fréquence et ϵ représente les pertes passives dans la cavité (absorption dans le cristal, réflectivité résiduelle de la face du cristal traitée antireflet, diffusion sur les optiques).

On peut remarquer que la puissance intracavité est maximum lorsque toute la puissance infrarouge incidente est couplée dans la cavité c'est à dire lorsque la puissance réfléchi par la cavité est nulle. On est dans cette situation lorsque la transmission du coupleur T est égale aux pertes dans la cavité $\epsilon + \gamma P_c^\omega$.

Pour déterminer la transmission du coupleur qui maximise la puissance infrarouge intracavité, il faut donc estimer les pertes dans la cavité. Les pertes passives dans la cavité sont essentiellement liées à l'absorption dans le cristal $\sim 0.2-0.4\%$ /cm dans le cristal et à la réflectivité résiduelle du traitement antireflet sur le cristal (0.25%). Les pertes passives après un double passage dans le cristal sont donc environ de 1.1%. Les pertes dans le cristal liées à la conversion de fréquence sont déterminées par la puissance d'infrarouge couplée dans le mode TEM_{00} de la cavité et par le coefficient de conversion γ . Le coefficient de conversion en double passage γ a été estimé dans la partie précédente, il devrait être compris entre $4.4 \text{ mW}/W^2$ et $30 \text{ mW}/W^2$. La puissance infrarouge disponible en sortie de l'amplificateur optique est de 500 mW. Entre la cavité et la sortie du laser, on peut estimer la perte de puissance à environ 20%⁴. Comme le faisceau émis par l'amplificateur à semi-conducteur n'est pas gaussien, on devrait coupler entre 50% et 90% de la puissance dans le mode $TEM_{0,0}$ dans la cavité. La puissance d'infrarouge couplée dans le mode $TEM_{0,0}$ (P_i^ω) devrait donc être comprise entre 200 et 360 mW.

Connaissant la puissance infrarouge couplée dans la cavité P_i^ω , le coefficient de conversion γ et les pertes passives ϵ , on peut déterminer à l'aide de la relation 1.11 la puissance infrarouge intracavité. Puis en utilisant la relation 1.10, on peut obtenir la puissance de bleu $P^{2\omega}$ et donc le taux de conversion η :

$$\eta = \frac{P^{2\omega}}{P_i^\omega} = \frac{\gamma P_c^{\omega 2}}{P_i^\omega}$$

Sur la figure 1.12, nous avons représenté le taux de conversion η en fonction de la transmission du coupleur. Les paramètres du doublage de fréquence ont été choisis à partir des estimations faites précédemment. Nous avons choisi en particulier, les paramètres qui minimisent le coefficient de transmission optimum (puissance d'infrarouge minimum $P_i^\omega = 200 \text{ mW}$, coefficient de conversion minimum $\gamma = 4.4 \text{ mW}/W^2$) et les paramètres qui maximisent le coefficient de transmission optimum (puissance d'infrarouge maximum $P_i^\omega = 360 \text{ mW}$, coefficient de conversion maximum $\gamma = 30 \text{ mW}/W^2$).

4. Cette perte de puissance provient essentiellement des pertes dans les deux isolateurs optiques.

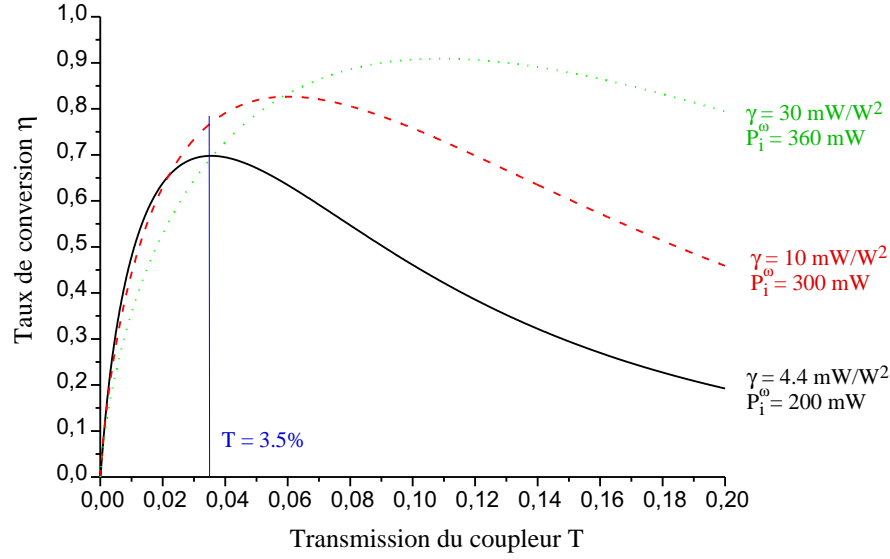


FIG. 1.12 – Taux de conversion η en fonction de la transmission du coupleur T . Les pertes ont été prises égales à $\epsilon = 1.1\%$.

On peut voir sur la figure 1.12 qu'un coefficient de transmission du coupleur de 3.5% permet d'optimiser le taux de conversion η pour les paramètres qui minimisent la puissance de bleu ($P_i^\omega = 200 \text{ mW}$, $\gamma = 4.4 \text{ mW/W}^2$). On obtient alors un taux de conversion égal à $\eta = 70\%$ et une puissance de bleu $P^{2\omega} = 140 \text{ mW}$. Ce coefficient de transmission $T = 3.5\%$ n'optimise pas le taux de conversion pour des puissances d'infrarouge et des coefficients de conversion γ plus élevés, cependant le taux de conversion obtenu est proche du taux de conversion optimum.

En choisissant une transmission du coupleur égale à $T = 3.5\%$, on devrait donc obtenir une puissance de bleu au moins égale à 140 mW .

Lorsque le coupleur de la cavité est optimisé pour maximiser le taux de conversion c'est à dire lorsque $T = \gamma P_c^\omega + \epsilon$, on peut montrer en utilisant les relations 1.10 et 1.11 que le taux de conversion peut s'écrire⁵:

$$\eta = \frac{P^{2\omega}}{P_i^\omega} = \frac{\gamma P_c^\omega}{\epsilon + \gamma P_c^\omega}$$

On voit sur cette dernière relation que le taux de conversion dépend uniquement du rapport entre les pertes passives et les pertes par conversion de fréquence. Pour obtenir le taux de conversion le plus élevé possible, il faudra donc rendre

5. On a utilisé l'approximation $T, \epsilon, \gamma P_c \ll 1$.

les pertes passives les plus petites possibles devant les pertes par conversion. Si les pertes passives sont négligeables devant les pertes par conversion, le taux de conversion atteint alors 1. Toute la puissance d'infrarouge est alors convertie en bleu.

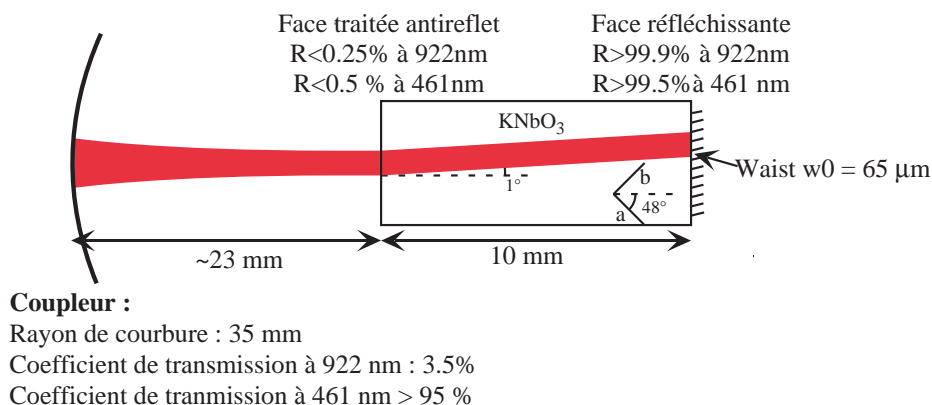
Les choix technologiques effectués dans cette partie ont donc visé à minimiser le rapport entre les pertes passives et les pertes par conversion. Nous avons choisi un cristal de $KNbO_3$ qui a un coefficient non-linéaire de doublage d_{eff} élevé et des pertes passives faibles. La cavité monolithique de doublage permet en réduisant le nombre d'éléments optiques dans la cavité de minimiser les pertes passives. Ce type de cavité améliore aussi le coefficient de conversion γ car le "walk-off" est en partie compensé. Enfin le waist de la cavité de $65 \mu m$ permet d'avoir un coefficient de conversion γ élevée tout en n'induisant pas de pertes passives supplémentaires (BLIIRA).

1.2.3 Réalisation pratique du doublage de fréquence

Dans la partie précédente, nous avons discuté des choix technologiques effectués pour le doublage de fréquence. Nous allons à présent décrire la réalisation pratique de la cavité de doublage.

Description de la cavité de doublage

Pour réaliser la cavité monolithique de doublage de fréquence, nous avons acheté un cristal de $KNbO_3$ avec une coupe réalisée suivant la figure 1.9. Il présente une face traitée antireflet et une face réfléchissante pour 922 nm et 461 nm. Le coupleur utilisé est un miroir sphérique avec les caractéristiques définies dans la partie précédente ($T=3.5\%$, $R_c=35mm$). On peut noter que les traitements diélectriques ont été choisis pour pouvoir résister aux intensités d'infrarouge élevées obtenues dans la cavité ($\sim 100 \text{ kW/cm}^2$). Les caractéristiques détaillées de la cavité monolithique sont représentées sur la figure ci-dessous.



Pour obtenir l'accord de phase pour le doublage de fréquence, la température du cristal doit être homogène et maintenue constante à une température voisine de 30°C . En utilisant la dépendance en température des indices de réfraction du KNbO_3 (figure 1.8 page 28) et la relation 1.4, on trouve que les fluctuations de températures au niveau du cristal doivent être inférieures à 0.01 K pour obtenir des fluctuations de puissance de bleu inférieures au $\%$. La stabilisation en température du cristal à 0.01 K est réalisée de la manière suivante. Le cristal de KNbO_3 est tenu dans une monture en cuivre avec laquelle il est en contact ther-

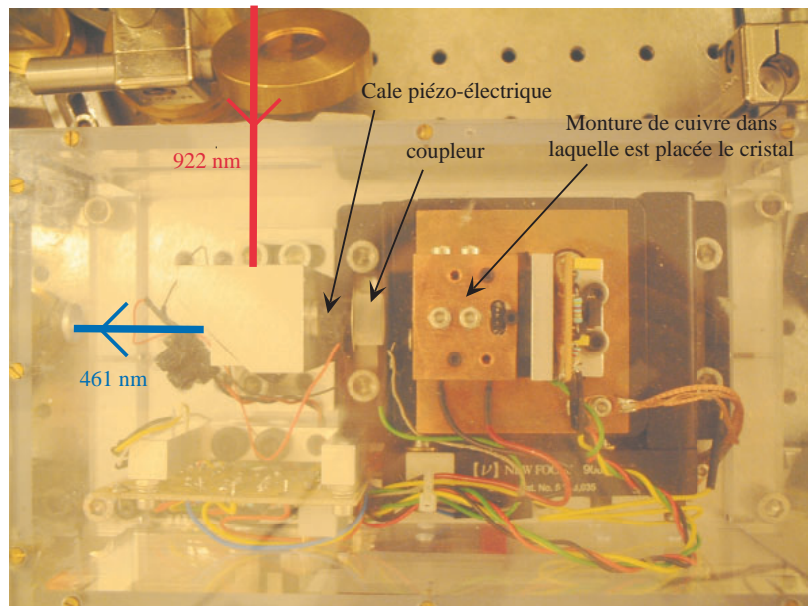
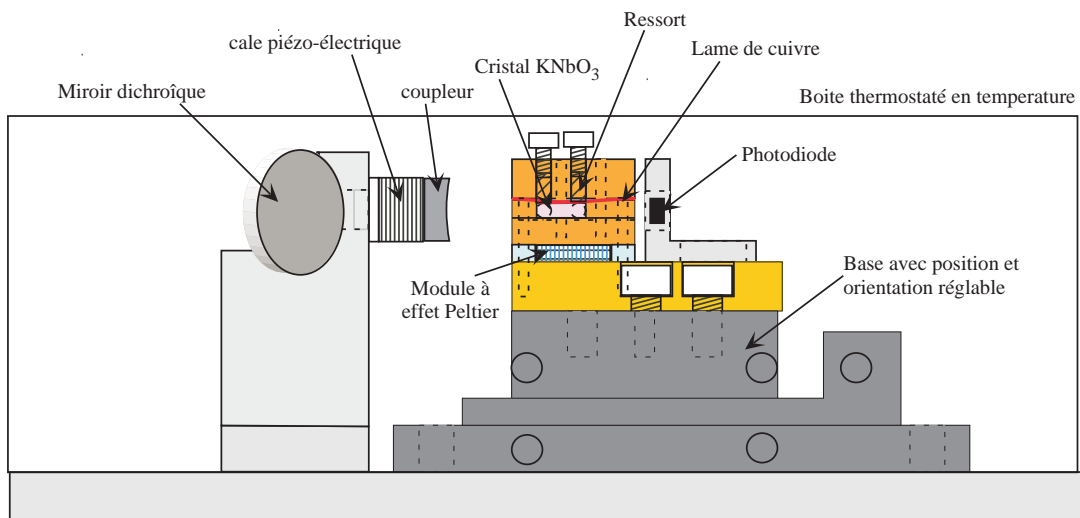


FIG. 1.13 – Cavité de doublage

mique. Il est plaqué contre les parois de cuivre à l'aide de deux lames de cuivre sur lesquelles appuient quatre ressorts. Ce montage permet d'obtenir un bon contact thermique entre le cuivre et le cristal sans provoquer trop de contraintes mécaniques sur le cristal. Il faut faire attention que le cristal ne subisse pas trop de contraintes mécaniques. Des contraintes au niveau du cristal pourraient en effet engendrer une tension électrique (par effet piézo-électrique) au niveau du cristal et le rendre inutilisable pour le doublage de fréquence. La monture de cuivre dans laquelle est maintenu le cristal est asservie en température à l'aide d'un module à effet Peltier. Pour éviter les chocs thermiques qui pourraient endommager le cristal, l'ensemble de la cavité de doublage est dans une boîte maintenue à une température de 27°C à l'aide de transistor de puissance. On obtient avec un tel asservissement une stabilisation en température au niveau du cristal de l'ordre de 0.01 K. On devrait donc avoir des fluctuations de puissance de bleu inférieures au %.

Le cristal et sa monture sont placés sur une base dont la position et l'orientation sont réglables. On règle cette monture afin que le mode $TEM_{0,0}$ de la cavité ne soit pas coupé par les bords du cristal ou du coupleur.

Un miroir dichroïque placé à l'entrée de la cavité de doublage permet de séparer le faisceau infrarouge et le faisceau bleu.

Couplage du faisceau infrarouge dans le mode TEM_{00} de la cavité

Après être rendu circulaire (voir page 23), le faisceau laser à 922 nm émis par l'amplificateur optique à semi-conducteur traverse deux isolateurs optiques (isolation par isolateur $\sim 10^{-4}$) afin que le faisceau infrarouge réfléchi par la cavité de doublage ne perturbe pas le fonctionnement de l'amplificateur à semi-conducteur. Pour coupler le faisceau infrarouge dans le mode $TEM_{0,0}$ de la cavité, le waist du faisceau devra être positionné sur la face arrière du cristal et sa taille doit correspondre au waist du mode $TEM_{0,0}$ de la cavité. Pour cela, on utilise un télescope de grandissement 1.5 et une lentille ($f=300\text{mm}$) focalisant le faisceau sur la face arrière du cristal. Le réglage de l'adaptation de mode est effectué en mesurant les pics de transmission de la cavité et en visualisant la forme des modes transmis par la cavité.

On obtient ainsi une puissance infrarouge couplée dans le mode $TEM_{0,0}$ de la cavité de l'ordre de 300 mW. La puissance infrarouge incidente sur la cavité étant de 400 mW, on obtient un taux de couplage de 75%. Ce taux de couplage est sans doute limité par la forme non gaussienne du faisceau sortant de l'amplificateur optique.

Asservissement de la longueur de la cavité

Pour obtenir une surintensité d'infrarouge au niveau du cristal, la cavité doit toujours être résonnante pour la fréquence du laser infrarouge. On doit donc asserv-

vir la longueur de la cavité de doublage pour que celle-ci soit toujours résonnante avec le laser infrarouge.

La longueur de la cavité de doublage est contrôlée avec une cale piézo-électrique collée sur le coupleur. Le signal d'erreur de l'asservissement est obtenu en envoyant une modulation à 30 kHz de faible amplitude sur la tension de la cale piézo-électrique. On réalise alors une détection synchrone de cette modulation sur l'intensité bleue créée par le doublage qui est maximum lorsque la cavité est à résonance. Le signal d'erreur obtenu est ensuite envoyé après un élément proportionnel/intégral sur la tension de la cale piézo électrique. On a ainsi réalisé une boucle de rétroaction qui permet à la cavité de doublage d'être toujours en résonance avec l'infrarouge. Cet asservissement permet de compenser les dérives de la cavité et de corriger une partie du bruit acoustique qui fait varier la longueur de la cavité. On obtient alors un bruit en intensité de l'ordre de quelques %.

Lorsque l'on asservit la longueur de la cavité de doublage, on constate que la température de l'accord de phase change. En effet, la surintensité d'infrarouge au niveau du cristal obtenue lorsque la cavité est à résonance crée un échauffement du cristal. Le cristal se trouve alors à une température plus élevée que la monture de cuivre asservie en température. Pour avoir l'accord de phase une fois que la cavité est asservie, il faut donc régler la température de la monture à une température inférieure à la température de l'accord de phase.

1.2.4 Performance de la cavité de doublage

Nous obtenons avec la cavité de doublage décrite précédemment de 150 à 200 mW de bleu pour 400 mW d'infrarouge à l'entrée de la cavité. Cette puissance de bleu dépend du taux de puissance infrarouge couplée dans le mode $TEM_{0,0}$ de la cavité qui a été estimé à environ 75% ce qui correspond à environ 300 mW.

La puissance de bleu maximum est obtenue en optimisant le désaccord de phase Δk . On change expérimentalement ce paramètre en modifiant la température du cristal. Sur la figure 1.14, nous avons représenté la puissance de bleu en fonction du désaccord de phase. Deux effets déterminent l'allure de cette courbe. Le premier effet est la dépendance en désaccord de phase Δk de la puissance de bleu créée en simple passage. Cet effet donne l'enveloppe de la courbe. Le deuxième effet est l'interférence entre le bleu créé au passage aller de l'infrarouge dans le cristal et le bleu créé au passage retour. Cet effet est responsable du trou au centre de la courbe et des oscillations. Nous avons montré précédemment (voir page 35) que le déphasage entre le bleu créé à l'aller et le bleu créé au retour était égal à $\Phi + \Delta k l_c$. Pour $\Delta k = 0$, le déphasage est uniquement issu du déphasage à la réflexion Φ entre le bleu et l'infrarouge. Le trou en $\Delta k = 0$ sur la courbe expérimentale signifie donc que le déphasage à la réflexion Φ est compris entre π et $\pi/2$.

Le faisceau bleu obtenu avec notre doublage de fréquence a une forme ellip-

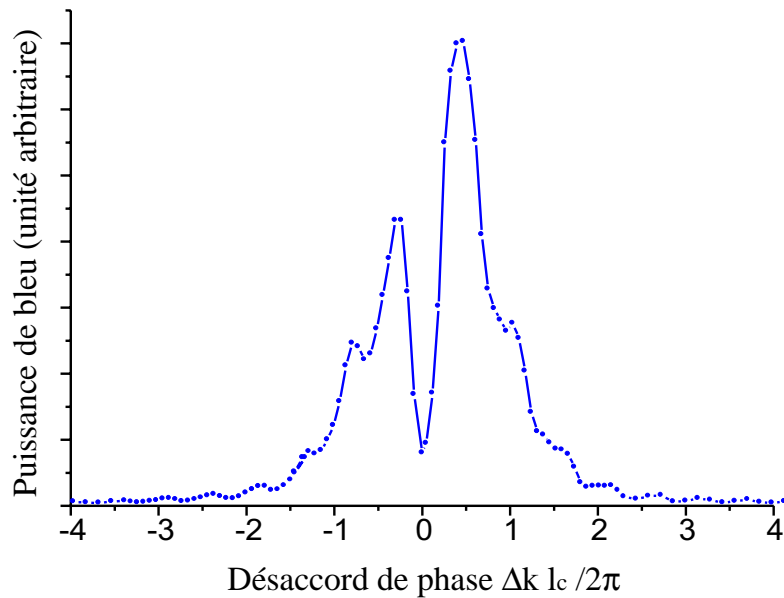


FIG. 1.14 – *Puissance de bleu en fonction du désaccord de phase. Le désaccord de phase Δk a été changé en agissant sur la température du cristal.*

tique. Cette forme elliptique provient du "walk-off" (voir page 30). On peut noter que lorsque le désaccord de phase Δk est grand des franges apparaissent sur le faisceau bleu. La présence de ces franges peut s'expliquer par le "walk off" et l'interférence entre le bleu créé au passage aller de l'infrarouge dans le cristal et le bleu créé au passage retour de l'infrarouge.

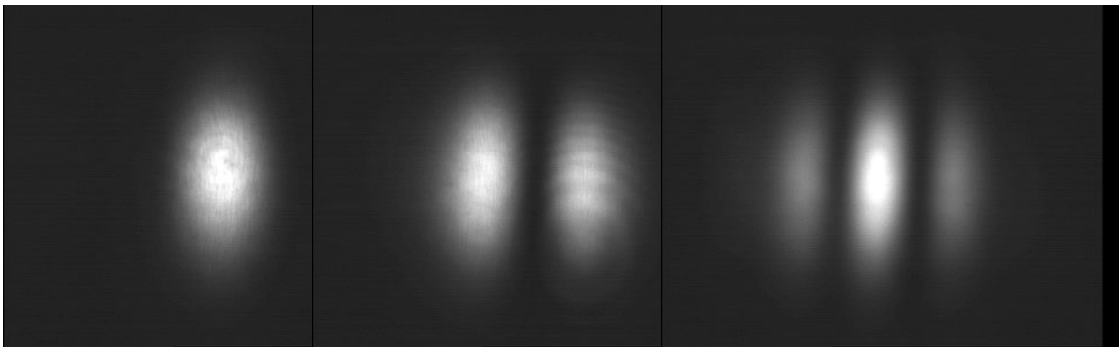


FIG. 1.15 – *Forme du faisceau bleu en champ lointain pour différents désaccords de phase Δk . La première photo correspond au désaccord optimisant la puissance de bleu*

Nous avons représenté sur la figure 1.16, le taux de conversion c'est à dire

le rapport entre la puissance de bleu et la puissance d'infrarouge couplée dans le mode $TEM_{0,0}$ en fonction de la puissance d'infrarouge couplée dans le mode $TEM_{0,0}$. Le taux de conversion pour une puissance maximum de 315 mW d'infrarouge couplée est égal à 50% . Le taux de conversion mesuré est plus faible que les prévisions théoriques (voir page 38). Cette différence peut provenir soit de pertes anormalement élevées dans la cavité ou soit d'un coefficient de conversion γ anormalement faible.

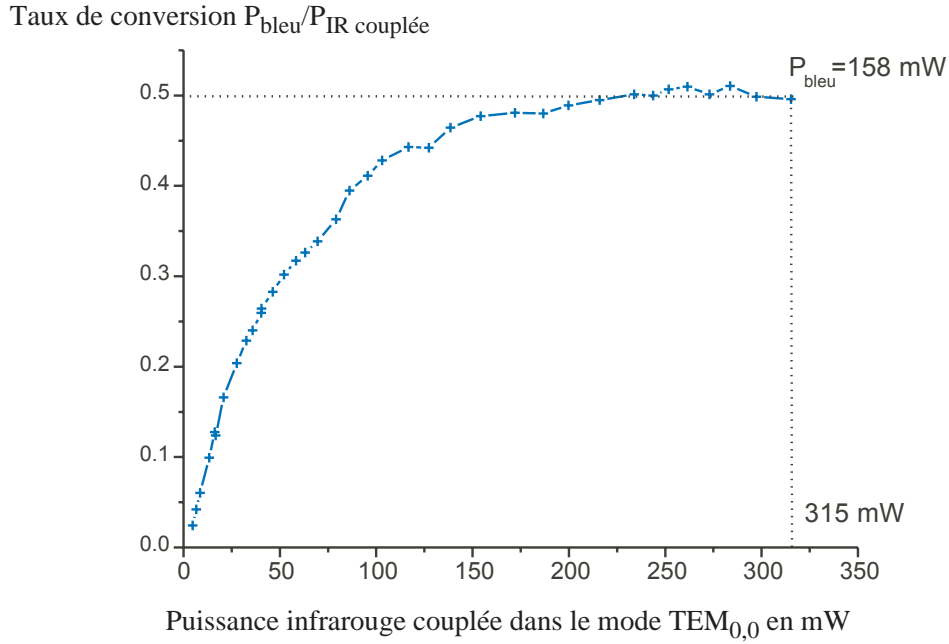


FIG. 1.16 – *Efficacité du doublage de fréquence*

La cavité de doublage réalisée permet donc d'obtenir une puissance de bleu égale à $150 - 200\text{ mW}$ avec un taux de conversion voisin de 50% . Bien que le taux de conversion soit plus faible que la prévision théorique, la puissance de bleu est largement suffisante pour réaliser l'expérience de piégeage et de refroidissement du strontium. On pourra trouver plus de détail sur les caractéristiques de notre cavité de doublage dans la référence [38]. Il y est aussi décrit un modèle numérique et analytique qui traite du doublage de fréquence dans notre cavité semi-monolithique.

1.3 Asservissement sur la transition du strontium

Le laser bleu décrit dans les parties précédentes a été obtenu par l'amplification puis le doublage d'une diode laser en cavité étendue. La largeur spectrale du laser bleu correspond donc au double de la largeur spectrale de la diode en cavité étendue. Ce type de laser ayant typiquement une largeur spectrale de 1 MHz sur un temps de 50 ms, on s'attend pour le laser bleu à une largeur spectrale de 2 MHz sur 50 ms. La largeur spectrale du laser bleu est donc suffisamment petite pour résoudre la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium. L'asservissement en fréquence du laser bleu sera donc simplement chargé de corriger le bruit basse fréquence et les dérives du laser. Dans cette partie, nous décrirons dans un premier temps la référence de fréquence utilisée, puis nous présenterons la technique d'asservissement utilisée.

1.3.1 Référence de fréquence

La référence de fréquence utilisée est une vapeur atomique de strontium. La réalisation d'une cellule contenant une vapeur de strontium ou d'un autre alcalino-terreux est cependant assez difficile. En effet, la pression de vapeur saturante des alcalino-terreux est de deux ordres de grandeurs plus faible que celle des alcalins. Pour obtenir une densité atomique suffisante, il faut donc chauffer le strontium à des températures supérieures à 200°C. De plus, les alcalino-terreux sont assez réactifs avec le verre. Aux températures nécessaires pour obtenir une densité atomique suffisante, la vapeur d'alcalino-terreux réagit chimiquement avec le verre et le rend opaque. Contrairement aux alcalins, une cellule de verre n'est donc pas utilisable pour contenir la vapeur de strontium.

On a donc choisi d'utiliser un "heat pipe" pour contenir la vapeur de strontium. Le principe de ce dispositif consiste à utiliser un gaz tampon pour éviter à la vapeur de strontium d'être en contact avec les fenêtres en verre. Le schéma de notre "heat pipe" est représenté sur la figure 1.17. Il est constitué d'une partie chaude contenant le strontium sous forme solide. Une vapeur de strontium dont la densité dépend de la température se forme donc dans cette partie. Deux trous de diamètre 5 mm permettent à un faisceau laser de traverser la vapeur. Cette partie chaude est placée dans un tube avec à chaque extrémité un hublot en verre à température ambiante. Un gaz tampon d'argon présent dans l'ensemble du tube empêche la vapeur de strontium d'être en contact avec les hublots en verre. En effet, les multiples collisions que subissent les atomes de strontium avec les atomes d'argon empêchent à la vapeur de strontium créée dans la partie chaude d'atteindre les hublots en verre. Pour cela, il faut que le libre parcours moyen entre deux collisions soit très petit devant la distance entre la partie chaude et le hublot. La pression d'argon qui détermine ce libre parcours moyen ne peut

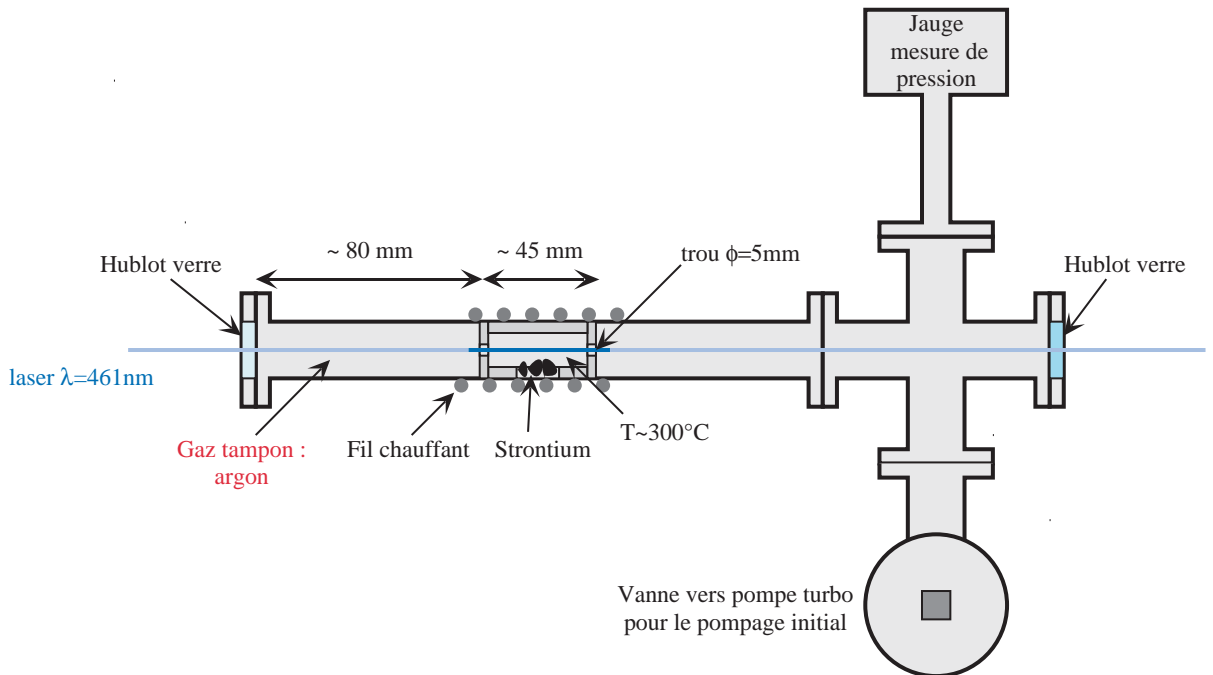


FIG. 1.17 – "Heat pipe" de strontium

cependant pas être infiniment grande car les collisions entre l'argon et le strontium élargissent et déplacent la transition atomique. Il faut donc vérifier qu'à la pression nécessaire pour éviter à la vapeur de strontium d'atteindre le hublot, l'élargissement et le déplacement collisionnel reste petit ou voisin de la largeur naturelle de la transition.

Nous allons à présent évaluer les différentes caractéristiques de ce "heat pipe". Nous donnerons la température de la partie chaude pour laquelle la densité de strontium est suffisante pour obtenir une absorption non négligeable du laser. Nous estimerons aussi la pression d'argon nécessaire pour éviter à la vapeur de strontium d'atteindre les hublots. Nous estimerons enfin le taux de perte du strontium dans la partie chaude.

Température

Afin d'obtenir un signal suffisamment fort pour l'asservissement en fréquence du laser bleu, la vapeur atomique de strontium doit avoir une absorption du laser voisine de 50%. Dans ce paragraphe, nous allons évaluer la température de la partie chaude du "heat-pipe" pour laquelle l'absorption du faisceau laser par la vapeur est voisine de 50%. Pour cela nous devons évaluer la section efficace d'absorption des atomes de strontium et la densité atomique en fonction de la température.

La courbe représentant la densité atomique de la vapeur de strontium en fonction de la température est donnée en annexe page 356. En utilisant le fit par la loi de Clausius-Clapeyron de la pression de vapeur saturante de strontium en fonction de la température et la loi des gaz parfaits, on peut obtenir une expression analytique reliant la densité de strontium n_0 et la température T .

Si on néglige les collisions, la section efficace d'absorption à faible intensité laser ($I \ll I_{sat} = 42 \text{ mW/cm}^2$) pour un atome avec une vitesse v suivant l'axe du laser est égale à :

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{4(\delta_L - kv)^2}{\Gamma^2}}$$

où $\sigma_0 = 3\lambda^2/2\pi$ est la section efficace d'absorption à résonance, $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser, Γ est la largeur naturelle de la transition et $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde du laser. A cause de l'effet Doppler qui modifie la fréquence laser apparente, cette section efficace dépend fortement de la vitesse de l'atome. Nous devons donc connaître la distribution de vitesse des atomes. Pour la vapeur thermique de strontium, la densité d'atomes ayant une vitesse v suivant la direction du laser est égale à :

$$n(v) = n_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi} v_T} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_T^2}\right) \quad \text{avec } v_T = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

où n_0 est la densité atomique totale donnée page 356, k_B est la constante de Boltzmann, T est la température de la vapeur et m est la masse du strontium.

La transmission d'une vapeur de longueur L s'obtient en utilisant la loi de Beer-Lambert et en intégrant sur la distribution de vitesse atomique. On obtient alors :

$$T_v = \exp\left(-n_0 \sigma_0 L \frac{1}{\sqrt{2\pi} v_T} \int \frac{e^{-\frac{v^2}{2v_T^2}}}{1 + \frac{4(\delta_L - kv)^2}{\Gamma^2}} dv\right)$$

Comme la largeur naturelle ($\Gamma/2\pi = 32 \text{ MHz}$) est très petite devant la largeur en fréquence de la distribution de vitesse ($kv_T/2\pi = 500 \text{ MHz}$), on peut assimiler la lorentzienne dans l'intégrale précédente à un pic de Dirac⁶. On obtient alors :

$$T_v = \exp\left(-n_0 \sigma_0 L \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\Gamma}{k v_T} e^{-\frac{\delta_L^2}{2(kv_T)^2}}\right)$$

Dans notre "heat pipe", le faisceau laser traverse une vapeur atomique de strontium de longueur 45 mm. La transmission d'un laser dans notre heat pipe s'obtient donc en utilisant la formule précédente et la relation densité température de l'annexe page 356. On trouve alors que la température de la partie chaude du

6. Comme les ailes de la lorentzienne décroissent moins vite qu'une gaussienne, cette approximation n'est pas valable lorsque $\delta_L \gg kv_T$.

”heat pipe” doit être égale à 286 °C pour obtenir une transmission d’un faisceau laser résonnant ($\delta_L = 0$) égale à 50%. Ceci correspond à une densité atomique de $3.8 \cdot 10^9 \text{ atomes/cm}^3$ et une pression de vapeur saturante égale à $3 \cdot 10^{-7} \text{ mbar}$.

Pression d’argon

La pression d’argon dans le ”heat pipe” doit satisfaire simultanément deux conditions. Elle doit être suffisamment forte pour que le libre parcours moyen des atomes de strontium soit petit devant la distance entre les hublots en verre et la partie chaude du ”heat pipe” contenant la vapeur de strontium. Ainsi, les multiples collisions que subissent les atomes de strontium empêchent la vapeur de strontium d’atteindre les hublots en verre et donc de les couvrir. La pression d’argon doit être en même temps suffisamment basse pour obtenir un élargissement et un déplacement collisionnel de la transition atomique faibles. Il sera ainsi possible d’obtenir un signal pour l’asservissement en fréquence du laser bleu centré sur la transition du strontium avec une largeur en fréquence proche de la largeur naturelle de la transition. Avant d’estimer le déplacement et l’élargissement collisionnel en fonction de la pression d’argon, nous allons commencer par donner un raisonnement qualitatif pour savoir s’il existe une pression d’argon qui satisfait les deux conditions décrites précédemment.

L’élargissement et le déplacement collisionnel de la transition sont voisins de la largeur naturelle de la transition lorsque le temps moyen entre deux collisions τ_{coll} est de l’ordre du temps de vie du niveau excité $1/\Gamma$. Ce temps moyen entre deux collisions de $1/\Gamma$ donne un libre parcours moyen des atomes de strontium de l’ordre de :

$$l \sim \frac{\langle v \rangle}{\Gamma}$$

où $\langle v \rangle$ est la vitesse moyenne des atomes. Pour une vapeur à 300°C, cette vitesse moyenne est de l’ordre de 400 m s^{-1} . On obtient alors un libre parcours moyen de l’ordre de $2 \mu\text{m}$. Lorsque le déplacement et l’élargissement collisionnel sont voisins de la largeur naturelle de la transition, on obtient donc un libre parcours moyen de $2 \mu\text{m}$ très petit devant la distance entre le hublot et la vapeur de strontium (8 cm). Il semble donc possible de trouver une pression d’argon pour laquelle la vapeur de strontium ne peut pas atteindre les hublots et qui donne un élargissement et un déplacement collisionnel faibles.

On peut trouver dans la référence [37], la mesure de la section efficace de collision strontium argon pour l’élargissement et le déplacement de la transition $^1S_0 - ^1P_0$ à 461 nm :

$$\begin{aligned} \sigma_{shift} &= -96 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \\ \sigma_{broad} &= 297 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Le déplacement $\delta\nu_{coll}$ et l’élargissement Γ_{coll} collisionnel de la transition s’ob-

tiennent en utilisant les formules suivantes [37]:

$$\begin{aligned}\delta\nu_{coll} &= \frac{\sigma_{shift} \langle v \rangle_{coll} n_{Ar}}{2\pi} \\ \frac{\Gamma_{coll}}{2\pi} &= \frac{\sigma_{broad} \langle v \rangle_{coll} n_{Ar}}{\pi} \quad \text{avec} \quad \frac{\Gamma_{tot}}{2\pi} = \frac{\Gamma}{2\pi} + \frac{\Gamma_{coll}}{2\pi}\end{aligned}$$

où $n_{Ar} = P_{Ar}/k_B T$ est la densité d'argon, $\langle v \rangle_{coll}$ est la vitesse moyenne entre les deux atomes qui font une collision :

$$\langle v \rangle_{coll} = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi} \left(\frac{1}{m_{Sr}} + \frac{1}{m_{Ar}} \right)}$$

Les relations précédentes nous montrent que l'élargissement et le déplacement collisionnel sont proportionnels à la pression d'argon. Pour une vapeur à 300°C, on obtient

$$\begin{aligned}\frac{d \delta\nu_{coll}}{d P_{Ar}} &= -1.3 \text{ MHz/mbar} \\ \frac{d \Gamma_{coll}/2\pi}{d P_{Ar}} &= 8.1 \text{ MHz/mbar}\end{aligned}\tag{1.12}$$

Une pression de l'ordre du mbar semble donc être un bon choix pour éviter à la vapeur de strontium d'atteindre les hublots tout en gardant un élargissement et un déplacement collisionnel faible. La valeur exacte de la pression utilisée sera déterminée expérimentalement. On diminuera la pression d'argon jusqu'à ce que la largeur de la transition atomique arrête de diminuer.

Taux de pertes du strontium

Comme la vapeur de strontium peut fuir par les trous servant au passage du laser (voir figure 1.17), la quantité de strontium solide présent dans la partie chaude diminue au cours du temps. Nous allons déterminer dans ce paragraphe le taux de perte de strontium.

Le flux d'atome de strontium sortant de la partie chaude est de l'ordre de :

$$\frac{n_0 \langle v \rangle S}{2}$$

où n_0 est la densité de strontium dans la vapeur, $\langle v \rangle$ est la vitesse moyenne des atomes et S est la surface totale des trous. On obtient avec deux trous de diamètre 5 mm et une température de 300°C un taux de pertes de 0.3 g/an. La partie chaude du "heat pipe" qui peut contenir quelques grammes de strontium à l'état solide doit donc être rechargée en strontium qu'au bout de plusieurs années.

Le "heat pipe" représenté sur la figure 1.17 permet donc d'obtenir une vapeur de strontium avec une absorption de 50% pour une température voisine de 300°C.

L'argon présent dans le "heat pipe" peut empêcher la vapeur atomique de strontium d'atteindre les hublots tout en ayant un élargissement et un déplacement collisionnel faibles. Enfin, on a vu de plus que la recharge en strontium du "heat pipe" ne doit se faire qu'au bout de plusieurs années d'utilisation.

1.3.2 Absorption saturée

A partir de l'interaction du laser avec la vapeur atomique, on doit obtenir un signal permettant d'asservir en fréquence le laser bleu. Pour cela, on doit avoir un signal dispersif avec une largeur en fréquence voisine de la largeur naturelle de la transition.

A cause de l'effet Doppler, les signaux d'absorption et de fluorescence de la vapeur de strontium ont une largeur de 1.2 GHz correspondant à la largeur de la distribution en vitesse des atomes. Afin de s'affranchir de cet effet Doppler et d'obtenir un signal qui a une largeur voisine de la largeur naturelle (32 MHz), on utilise la technique d'absorption saturée. Cette méthode très souvent utilisée en physique atomique consiste à utiliser un faisceau pompe et un faisceau sonde contrapropageants traversant la vapeur atomique. Le faisceau pompe a une intensité voisine ou supérieure à l'intensité de saturation de la transition ($I_{sat} = 42.5 \text{ mW/cm}^2$). La pompe sature la transition des atomes appartenant à la classe de vitesse $v = \delta_L/k$ de largeur Γ/k (δ_L représente le désaccord laser, k est le vecteur d'onde et Γ la largeur naturelle de la transition). Le faisceau sonde a lui une intensité très petite devant l'intensité de saturation. Il est absorbé par les atomes appartenant à la classe de vitesse $v = -\delta_L/k$ de largeur Γ/k . Lorsque la pompe et la sonde n'interagissent pas avec les mêmes atomes c'est à dire lorsque $-\delta_L/k \neq \delta_L/k$ donc $\delta_L \neq 0$, les atomes absorbant la sonde ne sont pas perturbés par la pompe. La transmission de la sonde n'est donc pas modifiée et on obtient alors le profil Doppler. Lorsque la pompe et la sonde interagissent avec les mêmes atomes c'est à dire lorsque $\delta_L = 0$, les atomes absorbant la sonde sont saturés par la pompe. L'absorption de la sonde est donc réduite lorsque $\delta_L = 0$. Dans le profil de transmission de la sonde, on obtient donc un pic lorsque le désaccord laser est nul. La largeur de ce pic correspond à la largeur des classes de vitesse interagissant avec la sonde et la pompe. La largeur de ce pic est donc de l'ordre de la largeur naturelle de la transition⁷. Le profil typique de l'absorption saturée sur le strontium est représenté sur la figure 1.18. On peut remarquer sur cette figure que le pic d'absorption saturée n'est pas obtenu pour un désaccord laser nul car la pompe et la sonde sont décalées en fréquence de 280 MHz. En effet, lorsque la pompe et la sonde sont décalées en fréquence ($\omega_{pompe} = \omega_{sonde} + \Delta\omega_{ps}$), on peut montrer qu'on obtient le pic d'absorption saturée pour $\omega_{sonde} = \omega_0 - \Delta\omega_{ps}/2$.

Le signal d'absorption saturée n'étant pas dispersif, on ne peut pas utiliser

7. Si l'intensité de la pompe est grande devant l'intensité de saturation, ce pic se trouve élargi par rapport à la largeur naturelle.

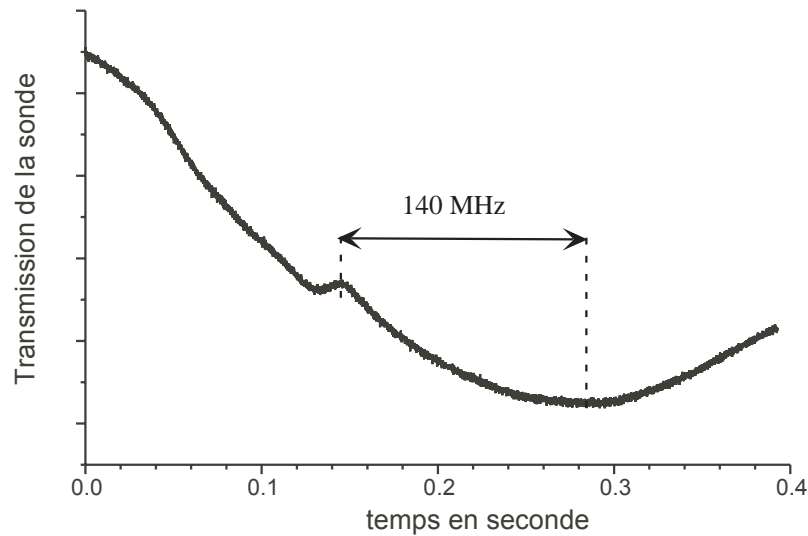


FIG. 1.18 – *Signal d'absorption saturée obtenu en mesurant la transmission de la sonde lorsque la fréquence laser est balayée. Pour cette courbe, la fréquence de la pompe et de la sonde sont décalées de 280 MHz*

directement ce signal pour l'asservissement en fréquence du laser. Pour obtenir un signal dispersif à partir de l'absorption saturée, on module généralement la fréquence du laser et on réalise une détection synchrone de cette modulation sur la transmission de la sonde. On obtient alors un signal correspondant à la dérivée du signal d'absorption saturée et donc un signal dispersif. Afin d'éviter de moduler en fréquence l'ensemble du laser bleu, nous modulons uniquement en fréquence la pompe à l'aide d'un acousto-optique. Le fait de moduler uniquement la pompe présente aussi l'avantage d'éliminer le fond Doppler sur le signal d'erreur. En effet, lorsque la pompe et la sonde ne sont pas en résonance avec des atomes de même classe de vitesse, la transmission de la sonde n'est pas modifiée par la pompe. On ne retrouve donc pas la modulation de fréquence de la pompe sur la transmission de la sonde dans le profil Doppler de l'absorption saturée. La transmission de la sonde est donc modulée uniquement lorsque la pompe et la sonde interagissent avec des mêmes atomes de même classe de vitesse c'est à dire au niveau du pic d'absorption saturée.

Le montage optique permettant de réaliser l'absorption saturée avec la modulation en fréquence de la pompe est représenté sur la figure 1.19. La fréquence de la pompe et de la sonde sont ici décalées de 240 MHz. Le pic d'absorption saturée est donc obtenu pour un désaccord laser égale à 120 MHz. La taille du faisceau pompe est environ égale à 1 mm afin de pouvoir saturer les atomes avec une faible

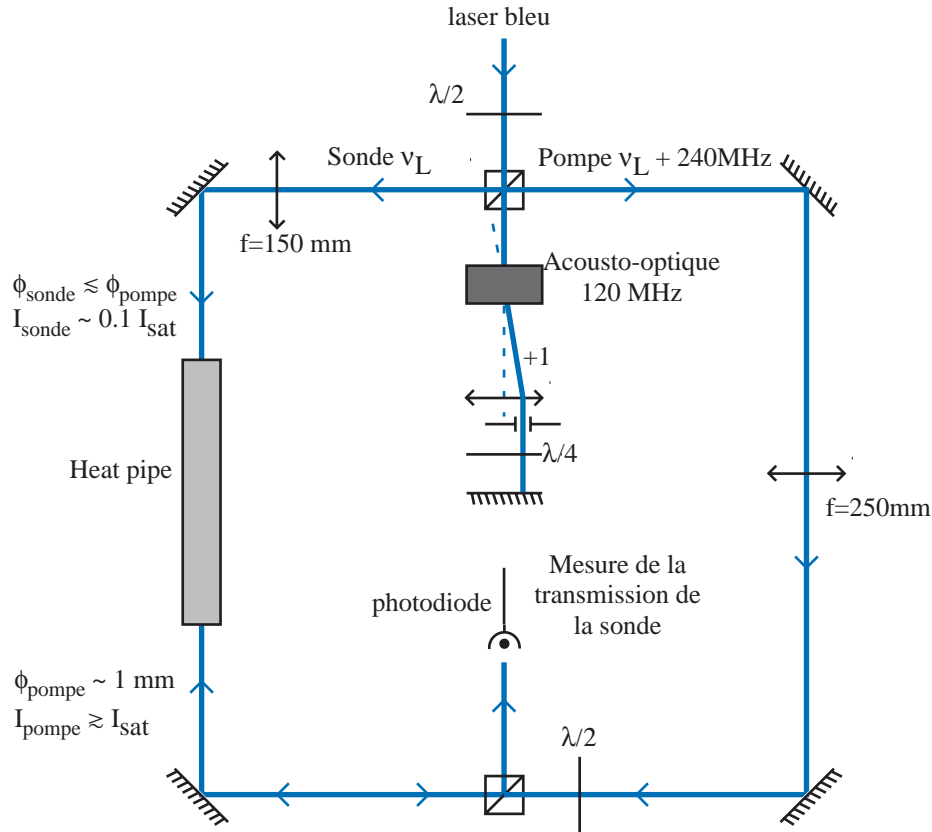


FIG. 1.19 – Montage optique de l'absorption saturée sur le "heat pipe".

puissance de bleu. Le faisceau sonde est lui légèrement plus petit que la pompe et son intensité est très faible devant l'intensité de saturation. Pour obtenir la modulation de fréquence sur la pompe, on module la fréquence de l'acousto-optique à une fréquence de 30 kHz avec une amplitude voisine de la largeur naturelle de la transition (32 MHz). Le réglage de l'acousto-optique doit être particulièrement soigné afin de minimiser la modulation d'amplitude de la pompe engendrée par la modulation de la fréquence de l'acousto-optique. Si cette modulation d'amplitude est trop importante le signal d'erreur obtenu ne sera plus dispersif. On réalise ensuite la détection synchrone de cette modulation sur la transmission de la sonde.

On peut voir sur la figure 1.20 l'allure typique du signal d'erreur obtenu. Ce signal étant dispersif, il pourra donc servir pour asservir la fréquence du laser bleu. On peut remarquer qu'en plus du signal correspondant à l'isotope ^{88}Sr , on a aussi le signal d'absorption saturée correspondant aux isotopes ^{87}Sr et ^{86}Sr . La présence du signal des isotopes nous donne une calibration en fréquence du signal d'erreur (l'écart entre les différents isotopes est donné dans l'annexe A page 362).

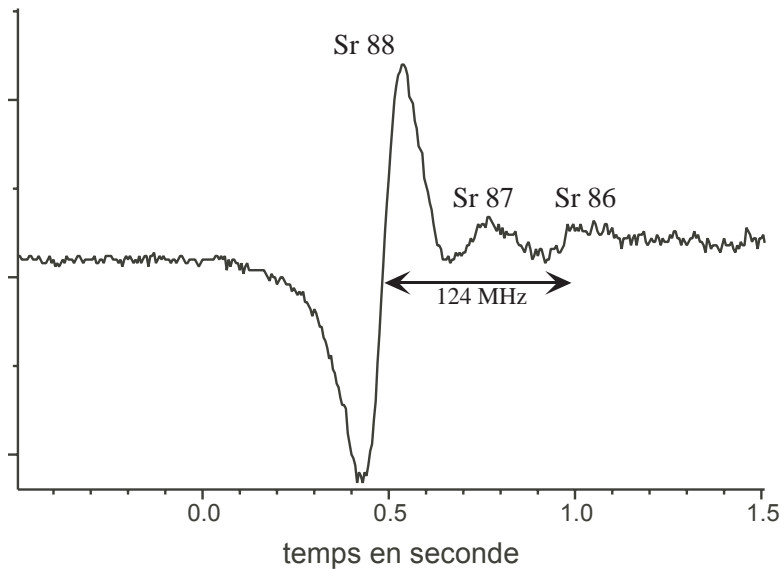


FIG. 1.20 – Signal d'erreur obtenu avec l'absorption saturée sur le "heat pipe".

Le réglage de la pression d'argon dans le "heat pipe" a été effectué en mesurant en direct la largeur du signal d'absorption saturée. On diminue la pression d'argon jusqu'à ce que la largeur du signal d'absorption saturée ne diminue plus. On obtient alors une pression de 6.25 mbar et une largeur du signal d'erreur d'environ 50 MHz. En comparant l'absorption saturée sur le "heat pipe" et l'absorption saturée sur le jet de strontium qui sera décrit ultérieurement, on trouve que le signal d'erreur sur le heat pipe est décalé d'environ 10 MHz par rapport à la résonance atomique. On estime donc le déplacement collisionnel dans le "heat pipe" à environ -10 MHz. La section efficace de collision mesurée dans la référence [37] (voir page 49) donne un déplacement collisionnel de -8 MHz et un élargissement collisionnel de 50 MHz pour une pression d'argon de 6.25 mbar. Les valeurs du déplacement et de l'élargissement collisionnel déduites de la référence [37] sont en accord qualitatifs avec le déplacement collisionnel mesuré expérimentalement dans notre "heat pipe" et la largeur du signal d'erreur mesuré.

La pression de 6.5 mbar choisie donne donc un élargissement et un déplacement collisionnel raisonnable pour utiliser le signal d'erreur de l'absorption saturée pour asservir le laser. De plus, au bout d'un an et demi d'utilisation, on n'a pas constaté de dépôt de strontium sur les hublots en verre du "heat pipe".

1.3.3 Asservissement en fréquence

L'élément qui détermine la fréquence du laser bleu est la diode laser infrarouge en cavité étendue qui est amplifiée puis doublée en fréquence ($\omega_{bleu}(t) = 2\omega_{IR}(t)$). Le contrôle de la fréquence de la diode en cavité étendue s'effectue en agissant sur la tension appliquée à la cale piézo-électrique qui contrôle l'orientation du réseau et la longueur de la cavité laser. Pour asservir en fréquence le laser bleu, on envoie donc le signal d'erreur décrit dans la partie précédente sur l'entrée tension de la cale piézo-électrique. On place de plus dans la boucle de rétroaction un élément proportionnel et intégral qui permet d'améliorer les performances de l'asservissement. L'intégral permet de corriger les dérives de fréquence et la combinaison intégral/proportionnel permet d'améliorer la bande passante de l'asservissement.

On peut noter que la boucle de rétroaction asservissant en fréquence le laser infrarouge et donc le laser bleu est fortement liée à la boucle de rétroaction asservissant la longueur de la cavité de doublage. En effet, pour obtenir le signal d'absorption saturée nécessaire à l'asservissement en fréquence du laser infrarouge, nous avons besoin du laser bleu dont la puissance dépend de l'asservissement de la longueur de la cavité de doublage. Pour réaliser l'asservissement en fréquence du laser bleu, il faut donc que l'asservissement de la longueur de la cavité de doublage soit en marche. Il faut de plus qu'il n'induisse pas de bruit en intensité au voisinage de la fréquence de la détection synchrone de l'asservissement en fréquence du laser (30 kHz). Pour cela les fréquences de détection synchrone des deux asservissements sont prises différentes (20 et 30 kHz).

Nous allons à présent estimer à partir du bruit sur le signal d'erreur le bruit en fréquence du laser asservi. Les liens entre le bruit en fréquence, la largeur spectrale et le bruit sur le signal d'erreur seront traités en détail dans le chapitre sur le laser rouge. Dans cette partie, nous supposons que le bruit sur le signal d'erreur est proportionnel au bruit en fréquence du laser. Le facteur de proportionnalité est déterminé par la pente du signal d'erreur. La bande passante sur notre signal d'erreur est limitée à environ 1 kHz (détection synchrone). Comme l'amplitude du bruit de fréquence (\sim MHz) est grande devant cette bande passante, le bruit en fréquence mesuré conduira à une largeur spectrale du laser qui est environ égale à l'amplitude crête crête du bruit de fréquence (voir page 240).

Lorsqu'on asservit le laser en fréquence, on constate une diminution d'un facteur environ égal à 2 du bruit sur le signal d'erreur. Le bruit résiduel sur le signal d'erreur correspond alors à un bruit en fréquence d'amplitude crête crête d'environ 1 MHz qui correspond donc à une largeur spectrale d'environ 1 MHz. Il faut noter que le bruit résiduel sur le signal d'erreur est voisin du bruit sur le signal d'erreur ne codant pas le bruit en fréquence. Il ne faudra donc pas trop monter le gain de la boucle de rétroaction car l'asservissement essaiera de corriger du bruit qui ne correspond pas à du bruit en fréquence du laser. L'asservissement pourrait alors apporter du bruit supplémentaire sur le laser.

Le bruit de fréquence du laser pour des fréquences supérieures au kHz n'est

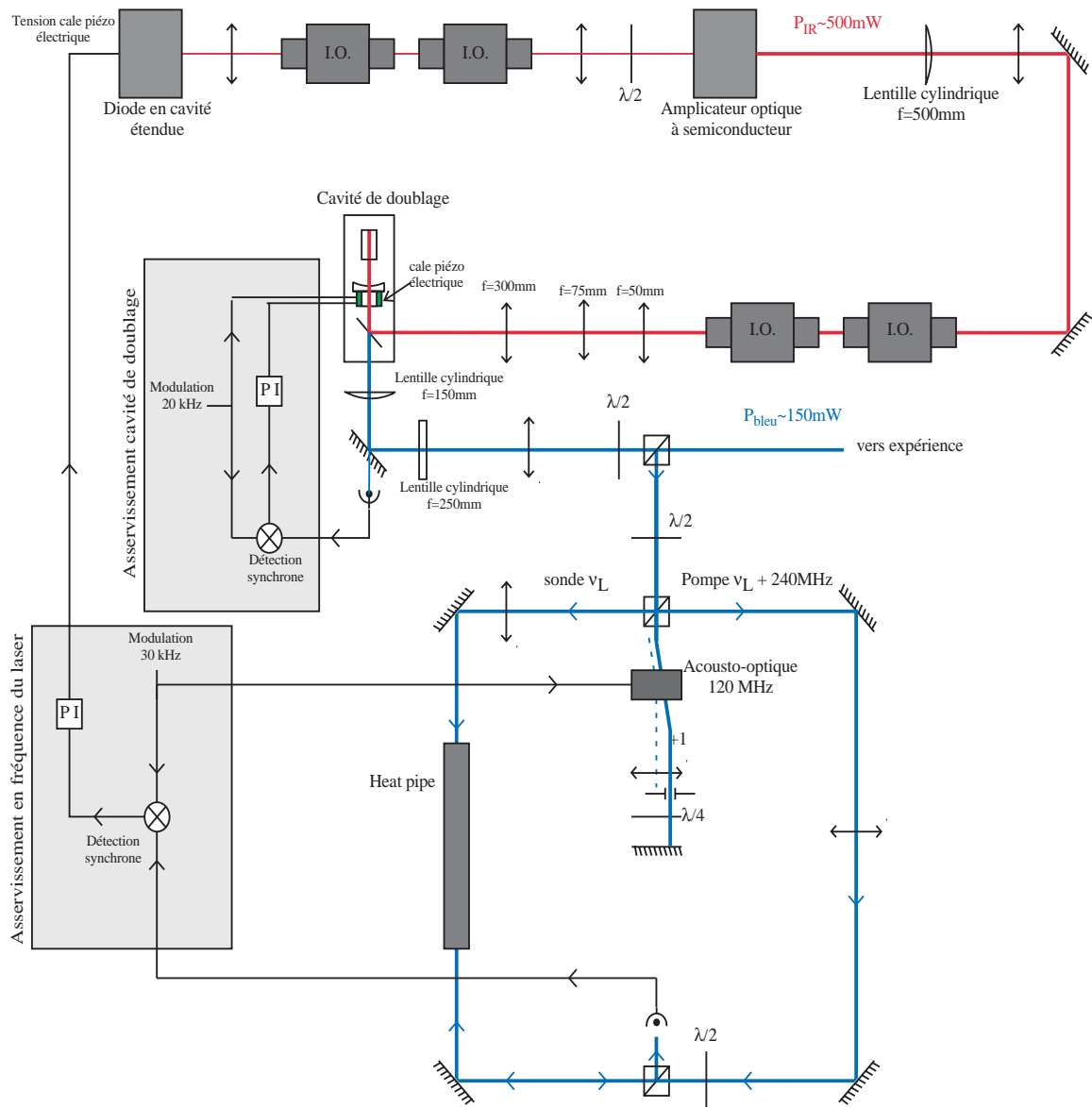


FIG. 1.21 – Montage optique du laser bleu (I.O. : isolateur optique, PI: proportionnel intégral).

pas mesuré. Cependant il conduit typiquement sur une diode sur réseau à une largeur spectrale inférieure au MHz et donc pour le laser bleu a une largeur spectrale inférieure à 2 MHz.

L'asservissement en fréquence réalisé permet donc de corriger les dérives en fréquence du laser et une partie du bruit basse fréquence. La mesure du bruit de fréquence dans une bande passante de 1 kHz donne une largeur spectrale d'environ 1 MHz. Le bruit à plus haute fréquence devrait donner une largeur

spectrale inférieure à 2 MHz. La largeur spectrale totale de notre laser bleu est donc suffisamment petite devant la largeur naturelle de la transition (32 MHz) pour pouvoir résoudre la transition atomique et réaliser un piège magnéto-optique de strontium dans de bonnes conditions.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la réalisation de notre laser bleu à 461 nm résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium. Ce laser bleu a été obtenu par le doublage en fréquence d'un laser infrarouge à 922 nm. Le laser infrarouge est constitué d'une diode laser en cavité étendue qui est amplifiée par un amplificateur à semi-conducteur "tapered amplifier". Le doublage de fréquence est réalisé à partir d'un cristal de $KNbO_3$ placé dans une cavité Fabry Perot semi-monolithique. On obtient alors avec ce système 150 à 200 mW d'un rayonnement monomode à 461 nm. L'asservissement en fréquence de ce laser est réalisé à partir d'une absorption saturée dans un "heat pipe" contenant une vapeur de strontium. Cet asservissement permet de corriger les dérives et le bruit basse fréquence du laser. Le schéma complet du laser bleu est représenté sur la figure 1.21.

Dans la suite de cette thèse, nous utiliserons ce laser bleu pour piéger et refroidir les atomes de strontium. Il nous permettra aussi d'étudier la diffusion multiple de la lumière dans nuage d'atomes froids de strontium.

Chapitre 2

Piégeage et refroidissement

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit la réalisation d'un laser à 461 nm résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium. Dans ce chapitre, nous utiliserons la force de pression de radiation de ce laser pour piéger et refroidir un gaz d'atomes de strontium. Pour cela, nous réaliserons un piège magnéto-optique [43] qui permet à la fois d'obtenir une force de rappel qui piège les atomes et une force de friction qui refroidit les atomes.

Le piège magnéto-optique peut être chargé de deux manières différentes. Il peut être soit chargé à partir d'une vapeur atomique [44] ou soit à partir d'un jet atomique ralenti par laser [43].

Le piégeage à partir d'une vapeur atomique ne nécessite pas un dispositif permettant de créer un jet atomique et de le ralentir. Cependant la réalisation d'une cellule contenant une vapeur atomique avec une densité suffisante est difficile pour le strontium [145]. En effet le strontium possède une faible pression de vapeur saturante, il faut donc chauffer la cellule à une température de l'ordre de $350^\circ C$ pour obtenir une densité atomique suffisante. La température élevée de la cellule rend difficile l'obtention d'un bon vide et provoque des courants de convection autour de la cellule qui perturbent le front d'onde des faisceaux. De plus, comme le strontium réagit avec le verre, il faut utiliser des fenêtres en saphir qui induisent des pertes élevées à la réflexion (réflexion des fenêtres $\sim 15\%$) et qui sont biréfringentes.

Le chargement du piège magnéto-optique à partir d'un jet permet d'avoir une cellule à température ambiante avec des fenêtres en verre traitées antireflets. Cette méthode nécessite toute fois la réalisation d'un four à $500^\circ C$ pour obtenir le jet et la réalisation d'un ralentisseur Zeeman [40].

Comme le nombre d'atomes piégés est comparable pour les deux méthodes de chargement [145] [21], les difficultés et les inconvénients du piégeage à partir d'une vapeur atomique nous conduisent donc à utiliser un jet atomique ralenti pour charger notre piège magnéto-optique.

Nous commencerons ce chapitre par donner un rappel sur les propriétés de la force de pression de radiation. Nous étudierons ensuite le piège magnéto-

optique. Nous en donnerons le principe et les caractéristiques théoriques puis nous décrirons sa réalisation expérimentale. Nous étudierons ensuite la technique de chargement du piège. Nous décrirons donc le four à partir duquel nous obtenons le jet de strontium et le ralentisseur Zeeman qui permet de ralentir longitudinalement le jet. Après cela, nous caractérisons expérimentalement le gaz d'atomes froids de strontium piégé. Nous étudierons enfin les techniques qui permettent de supprimer les pertes par pompage optique dans le piège magnéto-optique.

2.1 Force de pression de radiation

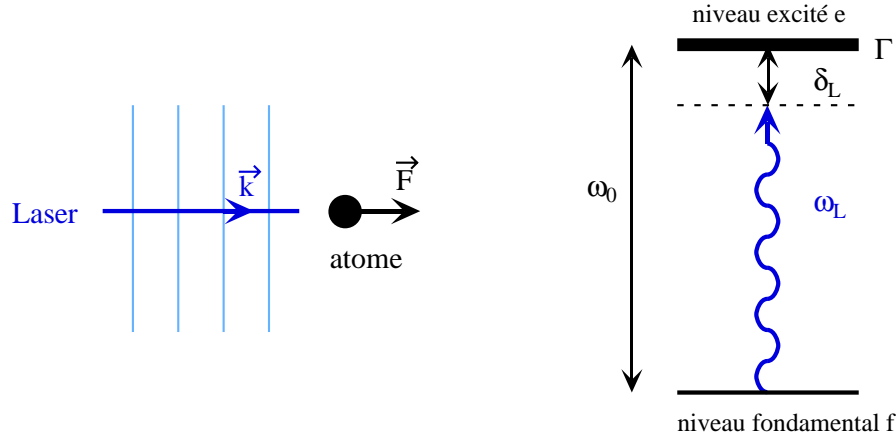
Pour refroidir et piéger le strontium, nous utilisons la force de pression de radiation exercée par un laser résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$. Dans cette partie, nous donnerons l'expression de la force de pression de radiation en fonction des divers paramètres de l'expérience : fréquence du laser, polarisation du laser, vitesse de l'atome, champ magnétique. La connaissance de la dépendance de la force de pression de radiation en fonction de ces différents paramètres sera très utile dans la conception de l'expérience de piégeage et de refroidissement du strontium.

Nous nous intéresserons dans cette partie uniquement à la force de pression de radiation exercée par un laser résonnant avec une transition $J=0 - J=1$ comme c'est le cas pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium. Nous traiterons seulement le cas de la force de pression de radiation exercée par une onde plane. Dans notre expérience de refroidissement et de piégeage de strontium, les atomes pourront être soumis simultanément à la force de pression de radiation exercée par plusieurs ondes planes. Nous supposerons alors qu'on peut ajouter de manière indépendante la force de pression de radiation des différentes ondes planes. Cette hypothèse sera uniquement valable dans le cas où l'intensité totale des lasers I est faible devant l'intensité de saturation de la transition I_{sat} (42.7 mW/cm^2). Nous nous intéresserons aussi qu'à la valeur moyenne de la force de pression de radiation. Nous n'aborderons donc pas le problème des fluctuations de la force de pression de radiation. Ces fluctuations qui sont causées par le caractère aléatoire de l'émission spontanée et de l'absorption de photons jouent un rôle négligeable dans la capture d'atomes par le piège magnéto-optique. Les fluctuations de la force de pression de radiation sont à l'origine de la température finale non nulle et de la taille finale non nulle du gaz d'atomes piégés.

Nous traiterons tout d'abord dans cette partie la force de pression de radiation pour un atome immobile en l'absence de champ magnétique. Nous verrons ensuite l'effet de la vitesse de l'atome et du champ magnétique sur la force de pression de radiation. Nous étudierons enfin les conséquences pour la force de pression de radiation du fait que la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium n'est pas complètement fermée.

2.1.1 Atome à vitesse nulle et en absence de champ magnétique

Pour une transition $J = 0 - J = 1$, lorsque le champ magnétique est nul, la force de pression de radiation ne dépend pas de la polarisation du laser (raison de symétrie). On peut alors se ramener au calcul de la force de pression de radiation pour un atome à deux niveaux. Le calcul de la force de pression de radiation exercée par une onde plane sur un atome à deux niveaux est donné dans de nombreux ouvrages dont les références [129] [124]. Ce calcul peut être effectué à



partir des équations de Bloch optiques ou plus simplement à partir des équations de taux. Pour une onde plane et un atome à deux niveaux, ces deux approches donnent exactement le même résultat. La force exercée par une onde plane de vecteur d'onde \vec{k} , de fréquence ω_L et d'intensité I sur un atome à deux niveaux est égale à :

$$\vec{F} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta_L^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \hbar \vec{k} \quad (2.1)$$

où Γ est la largeur naturelle de la transition ($\Gamma/2\pi = 32 \text{ MHz}$), $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser (ω_0 : fréquence de résonance de la transition) et I_{sat} est l'intensité de saturation de la transition ($I_{sat} = 42.7 \text{ mW cm}^{-2}$).

On constate dans l'expression 2.1 que la force de pression de radiation en fonction du désaccord laser est une lorentzienne de largeur $\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}}$. A faible intensité laser ($I \ll I_{sat}$), la largeur de cette lorentzienne correspond à la largeur naturelle de la transition Γ . Pour des intensités lasers plus fortes, la largeur en désaccord laser de la force de pression de radiation augmente avec l'intensité laser. On retrouve ici le phénomène d'élargissement par saturation de la transition atomique. A résonance ($\delta_L = 0$), la force de pression de radiation est proportionnelle à $I/(I + I_{sat})$. On remarque ici que la force de pression de radiation sature en fonction de l'intensité laser. La force de pression de radiation maximale que l'on peut obtenir est alors égale $\frac{\Gamma}{2} \hbar k$. Ceci correspond à une accélération maximale des atomes égale à $9.9 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-2}$ pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium.

2.1.2 Effet de la vitesse : effet Doppler

Considérons à présent le cas d'un atome se déplaçant à une vitesse \vec{v} . A cause de l'effet Doppler, la fréquence laser apparente pour l'atome est égale $\omega_L - \vec{k} \cdot \vec{v}$.

La force de pression de radiation est donc égale à :

$$\vec{F} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v})^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \hbar \vec{k} \quad (2.2)$$

On constate sur cette dernière relation que la force de pression de radiation dépend fortement de la vitesse de l'atome suivant le vecteur d'onde du laser. La force de pression de radiation est maximale lorsque $\vec{k} \cdot \vec{v} = \delta_L$. La largeur en vitesse de la force de pression de radiation est égale à $\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}} / k$. On obtient à faible saturation ($I \ll I_{sat}$) pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium une largeur égale à $\Gamma/k = 15 \text{ m s}^{-1}$. Pour une vapeur thermique dont la dispersion de vitesse est de l'ordre de 300 m s^{-1} , la force de pression de radiation n'agira donc efficacement que sur une petite classe de vitesse de largeur 15 m s^{-1} . On décrira dans la suite de ce chapitre différents procédés qui permettent d'avoir une force de pression de radiation agissant sur l'ensemble d'une distribution de vitesse thermique.

On peut noter que cette dépendance en vitesse de la force de pression de radiation est utilisée pour obtenir une force de friction qui permet de refroidir les atomes (refroidissement Doppler).

2.1.3 Effet du champ magnétique : effet Zeeman

En présence d'un champ magnétique, la symétrie de l'atome est brisée. La force de pression de radiation dépend alors de la polarisation du laser. On ne peut donc plus se ramener directement à un atome à deux niveaux. Il faudra donc traiter le cas de la transition $J=0 - J=1$.

Effet Zeeman

La brisure de symétrie de l'atome se traduit par l'effet Zeeman qui lève la dégénérescence du niveau excité ($J=1$). En prenant un axe de quantification z parallèle au champ magnétique ($\vec{B} = B \vec{u}_z$), les niveaux excités $m_J = -1, 0, 1$ se déplacent des quantités :

$$\begin{aligned} \Delta E(m_J = -1) &= +g_J \mu_B B = -\hbar \kappa B \\ \Delta E(m_J = 0) &= 0 \\ \Delta E(m_J = +1) &= -g_J \mu_B B = +\hbar \kappa B \end{aligned} \quad \text{avec } \kappa = \frac{-g_J \mu_B}{\hbar}$$

où $\mu_B = \hbar q_e / 2m_e$ (q_e , m_e : masse et charge de l'électron) est le magnéton de Bohr, g_J est le facteur de Landé. Pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$, ce facteur de Landé g_J est égal à 1 (voir annexe A page 362).

Sous l'action d'un champ magnétique parallèle à l'axe de quantification, les fréquences de résonance des transitions ($J=0$)-($J=1$, $m_J = -1, 0, 1$) se déplacent donc respectivement des quantités $-\kappa B$, 0 , κB . Pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$

($g_J = 1$), le déplacement de la résonance par unité de champ magnétique est égal à $\kappa/2\pi = 1.4 \text{ MHz/G}$.

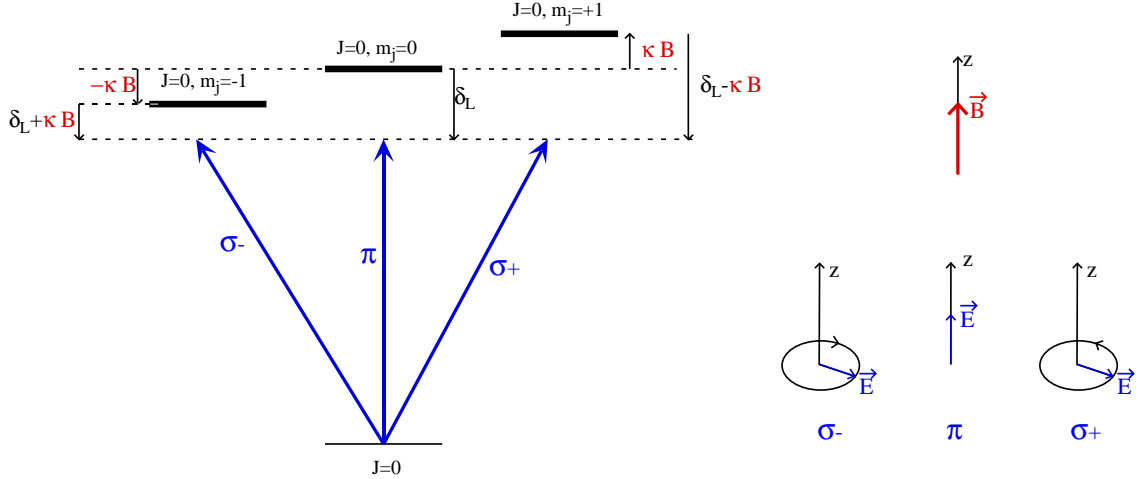


FIG. 2.1 – Effet Zeeman et règle de sélection en polarisation des transitions.

Règle de sélection en polarisation des transitions

En présence d'un champ magnétique, on obtient donc trois transitions distinctes avec des fréquences de résonance différentes. La ou les transitions interagissant avec le laser sont déterminées par la polarisation du laser. Les règles de sélection en polarisation des transitions sont données sur la figure 2.1. Une polarisation σ_+ c'est à dire une polarisation circulaire tournant dans le sens direct par rapport à l'axe de quantification est couplée avec le niveau $m_J = 1$. Une polarisation σ_- c'est à dire une polarisation circulaire tournant dans le sens indirect par rapport à l'axe de quantification est couplée avec le niveau $m_J = -1$. Enfin une polarisation π c'est à dire une polarisation linéaire parallèle à l'axe de quantification est couplée avec l'état $m_J = 0$.

Ainsi suivant la polarisation du laser, on sonde des transitions qui ont des fréquences de résonance différentes, on aura donc une force de pression de radiation qui dépend de la polarisation du laser.

Force de pression de radiation

Lorsque la polarisation du laser correspond à une polarisation propre σ_+ , σ_- , π , le laser sonde une seule transition, on peut alors se ramener au calcul de la force de pression de radiation pour un atome à deux niveaux. Les forces de pression de

radiation pour les trois polarisations propres sont donc :

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{\sigma_-} &= \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v} + \kappa B)^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \hbar \vec{k} \\
 \vec{F}_{\pi} &= \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v})^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \hbar \vec{k} \\
 \vec{F}_{\sigma_+} &= \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v} - \kappa B)^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \hbar \vec{k}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Si la polarisation du laser ne correspond pas à une de ces polarisations propres, le laser sonde les trois transitions avec des poids différents, on ne peut donc plus se ramener à un atome à deux niveaux. Le calcul de la force de pression de radiation pour une polarisation quelconque demande alors la résolution des équations de Bloch optiques pour une transition $J=0$ $J=1$. A faible saturation ($I \ll I_{sat}$), on peut cependant se ramener au calcul de la force pour un atome à deux niveaux. Il suffit de décomposer la polarisation du laser suivant les trois polarisations propres et de sommer les forces de pression de radiation obtenues pour chaque polarisation propre. Cette méthode de calcul est uniquement valable à faible saturation où on peut négliger la population des états excités et les cohérences entre les états excités.

Pour notre expérience, on supposera toujours que la polarisation du laser correspond à une polarisation propre (π , σ_+ , σ_-), on utilisera donc uniquement les expressions 2.3 pour la force de pression de radiation.

On constate sur les relations 2.3 que la force de pression de radiation dépend beaucoup du champ magnétique pour les polarisations σ_+ et σ_- . La dépendance en champ magnétique de la force de pression de radiation est une lorentzienne de largeur $\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}} / \kappa$ centrée en $B = \pm(\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v}) / \kappa$. On obtient à faible saturation ($I \ll I_{sat}$) pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium une largeur égale à $\Gamma / \kappa = 23$ Gauss. Grâce à la dépendance en champ magnétique de la force de pression de radiation et à l'aide d'un champ magnétique non uniforme, il est possible d'obtenir une force de pression de radiation avec une dépendance spatiale. Nous montrerons dans la suite de ce chapitre qu'on peut obtenir une force de rappel piégeant les atomes à l'aide d'un gradient de champ magnétique.

2.1.4 Effet du pompage optique

Jusqu'à présent, nous avons considéré que la transition utilisée était fermée c'est à dire que les atome restent toujours dans les deux niveaux de la tran-

sition. Or la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium utilisée pour le piégeage et le refroidissement est légèrement ouverte et les atomes peuvent alors être pompés optiquement vers d'autres niveaux atomiques (voir figure 2.2). En effet, lorsque l'atome est dans l'état excité 1P_1 , il peut non seulement redescendre dans le niveau fondamental 1S_0 mais aussi tomber dans le niveau 1D_2 avec une probabilité égale à $\Gamma_d/(\Gamma_b + \Gamma_d) = 2 \cdot 10^{-5}$. Une fois dans ce niveau 1D_2 , l'atome peut soit tomber dans le niveau métastable 3P_2 avec une probabilité de 33% ou soit tomber dans le niveau 3P_1 puis dans le niveau fondamental 1S_0 avec une probabilité de 67%. Ce phénomène limite l'efficacité de la force de pression de radiation car lorsque l'atome a quitté les niveaux $^1S_0 - ^1P_1$, le laser n'est plus en résonance avec l'atome et la force de pression de radiation devient nulle. Si l'atome est tombé dans le niveau 3P_1 (probabilité 67%), la force de pression de radiation sera interrompue pendant un temps de l'ordre de 0.3 ms (\sim temps de vie du niveau 1D_2). Si l'atome est tombé dans le niveau métastable 3P_2 (probabilité 33%), nous considérons que l'interruption de la force de pression de radiation est définitive.

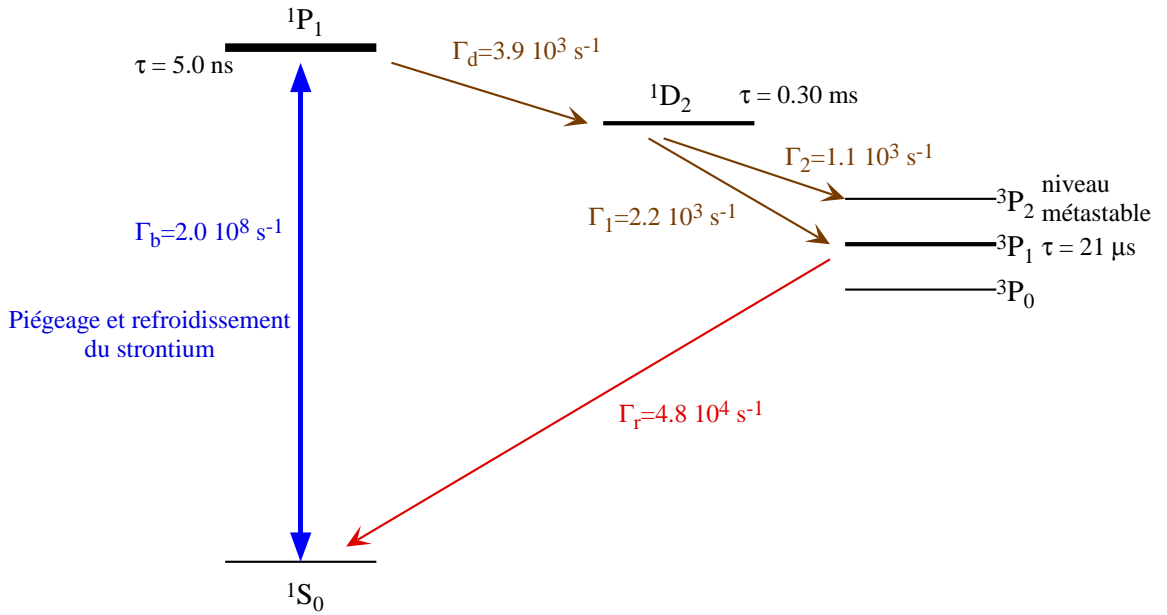


FIG. 2.2 – Niveaux du strontium participant au pompage optique.

Nous allons déterminer le nombre moyen de photons que peut échanger l'atome avant de tomber dans le niveau 1D_2 . Après avoir échangé un photon, la probabilité de retomber dans le niveau fondamental 1S_0 est égale à :

$$P_1 = \frac{\Gamma_b}{\Gamma_b + \Gamma_d} \simeq 1 - \frac{\Gamma_d}{\Gamma_b}$$

Après avoir échangé N photons, la probabilité de rester dans les niveaux $^1S_0 - ^1P_1$

est égale à :

$$P_N = \left(\frac{\Gamma_b}{\Gamma_b + \Gamma_d} \right)^N \simeq e^{-\frac{\Gamma_d}{\Gamma_b} N}$$

Le nombre moyen de photons échangés avant que l'atome tombe dans l'état 1D_2 est donc égal à $\Gamma_b/\Gamma_d = 5.1 \cdot 10^4$. Ce nombre de photons échangés correspond à un changement de vitesse de l'atome causé par la force de pression de radiation d'une onde plane égal à 505 m.s^{-1} . Sur la figure 2.3, nous avons représenté la probabilité P_N de rester dans les niveaux 1S_0 1P_1 en fonction du nombre de photons échangés et du changement de vitesse associé à la force de pression de radiation d'une onde laser.

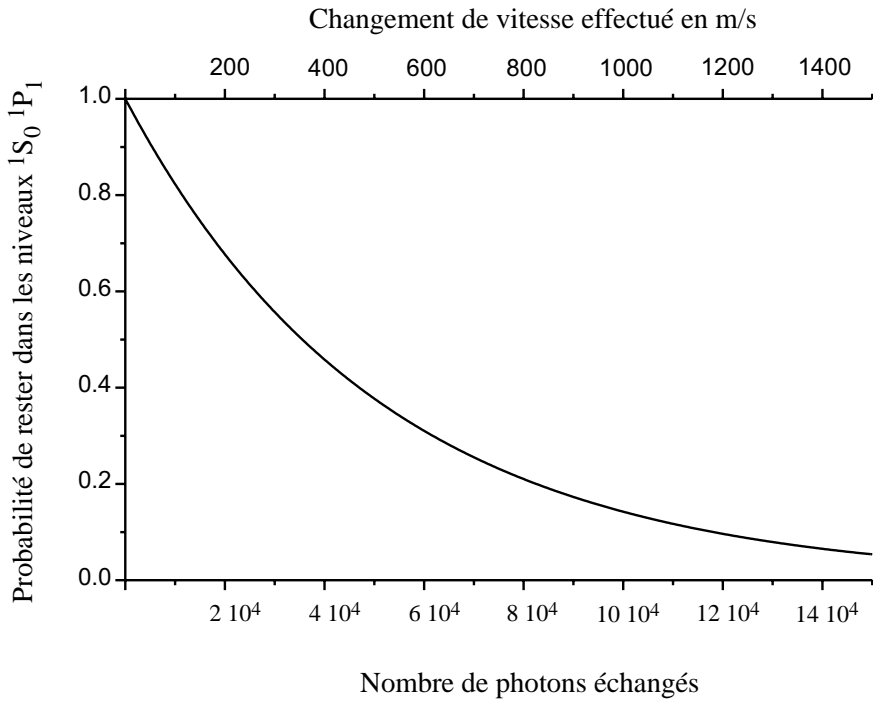


FIG. 2.3 – Probabilité de rester dans les niveaux 1S_0 1P_1 en fonction du nombre de photons échangés et du changement de vitesse associé à la force de pression de radiation d'une onde laser.

La force de pression de radiation est donc interrompue lorsque l'atome a échangé en moyenne $5.1 \cdot 10^4$ photons. Cette interruption de la force de pression de radiation est définitive si l'atome est tombé dans le niveau métastable 3P_2 (probabilité 33%) ou dure 0.3 ms en moyenne si l'atome est tombé dans le niveau 3P_1 (probabilité 67%).

La force de pression de radiation sera utilisée pour ralentir et piéger des atomes provenant d'un jet thermique. Une interruption de la force de pression de radia-

tion pendant un temps de 0.3 ms conduira généralement à la non capture de l'atome. En effet, à cause de la vitesse élevée des atomes, les atomes quittent généralement la zone d'interaction avec le laser pendant une interruption de 0.3 ms de la force de pression de radiation. Nous considérons donc que dès qu'un atome est pompé optiquement vers le niveau 1D_2 , l'atome ne pourra plus être capturé par le piège. Pour ralentir et piéger des atomes d'un jet thermique qui ont des vitesses comprises entre 0 et 1000 m s^{-1} , les atomes devront échanger au minimum entre 0 et 10^5 photons. La proportion d'atomes qui ne pourront pas être capturés par le piège à cause du pompage optique est donc assez importante $\sim 50\%$ (voir figure 2.3). Le pompage optique limite donc l'efficacité de la capture d'atome provenant d'un jet thermique. Dans la conception de notre expérience de pompage et de refroidissement du strontium, il faudra donc tenir compte du pompage optique.

Le pompage optique induit aussi des pertes dans le piège magnéto-optique. En effet, lorsque la force de pression de radiation est interrompue, les atomes ne sont plus piégés et s'éloignent de la zone de piégeage. Nous verrons que l'interruption temporaire de la force de pression de radiation qui a lieu lorsque l'atome se désexcite par les niveaux 1D_2 et 3P_1 n'induit pas de pertes car les atomes n'ont pas le temps de quitter la zone de piégeage. Seul les atomes qui sont tombés dans le niveau 3P_2 induiront des pertes. Pour éviter ces pertes, nous verrons qu'il est possible d'utiliser des lasers repompeurs qui permettent à l'atome de quitter le niveau métastable 3P_2 et donc de retomber rapidement dans le niveau fondamental.

Dans cette partie, nous avons donné les expressions de la force de pression de radiation exercée par une onde plane. Nous avons montré que la force de pression de radiation dépendait fortement du champ magnétique et de la vitesse de l'atome. Ces propriétés de la force de pression de radiation seront utilisées pour piéger et refroidir les atomes. Nous avons aussi montré que la force de pression de radiation pouvait être interrompue temporairement ou définitivement à cause du pompage optique. Ces interruptions de la force de pression de radiation limiteront l'efficacité de la capture d'atomes et induiront des pertes dans le piège.

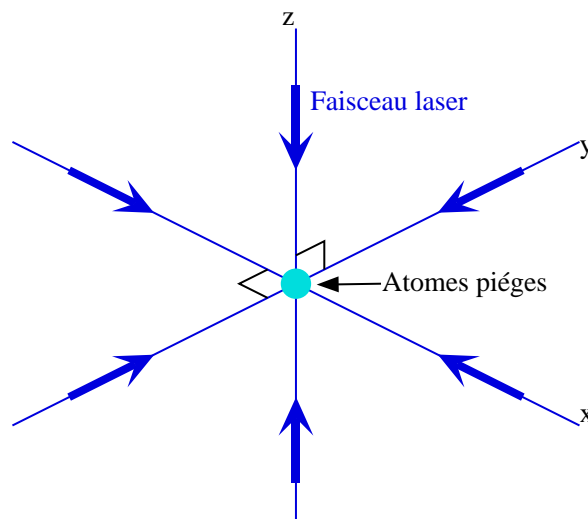
2.2 Piège magnéto-optique

Cette partie traite du piège magnéto-optique qui permet de refroidir et de piéger un gaz d'atomes en utilisant la force de pression de radiation. Le but principal de cette partie est de concevoir un piège magnéto-optique qui permet de piéger le plus grand nombre d'atomes possibles. Nous étudierons donc les caractéristiques du piège magnéto-optique afin d'effectuer les meilleurs choix technologiques possibles.

Dans cette partie, nous commencerons par donner le principe de fonctionnement d'un piège magnéto-optique et nous estimerons la force exercée sur les atomes dans un tel piège. Cette estimation de la force nous aidera ensuite à déterminer les caractéristiques du piège magnéto-optique en fonction des différents paramètres expérimentaux. Nous décrirons enfin le dispositif expérimental permettant d'obtenir le piège magnéto-optique.

2.2.1 Principe, force de pression de radiation

Le piège magnéto-optique est constitué de trois paires de faisceaux lasers contrapropageants disposées dans les trois directions de l'espace. Grâce à un mécanisme qui sera décrit ultérieurement, la force de pression de radiation exercée par une paire de faisceaux contrapropageants a les propriétés d'une force de friction et d'une force de rappel suivant l'axe des faisceaux. On obtient alors avec les trois paires de faisceaux contrapropageants une force de friction et une force de rappel à trois dimensions qui permettent de refroidir et de piéger les atomes.



Dans les deux paragraphes suivants, nous présenterons de manière qualitative les mécanismes qui permettent à la force de pression de radiation exercée par une paire de faisceaux contrapropageants d'avoir les propriétés d'une force de friction

et d'une force de rappel. Nous donnerons ensuite l'expression de la force de pression de radiation exercée par une paire de faisceaux contrapropageants du piège magnéto-optique. Nous donnerons enfin la configuration du champ magnétique et des polarisations des faisceaux lasers dans un piège magnéto-optique et nous verrons comment estimer la force de pression de radiation à trois dimensions.

Force de friction

La propriété de friction de la force est obtenue grâce à l'effet Doppler qui induit une dépendance en vitesse de la force de pression de radiation (voir page 60). A cause de l'effet Doppler, la fréquence apparente du faisceau laser se propageant dans le même sens que l'atome est diminuée et la fréquence apparente du faisceau laser se propageant en sens contraire est augmentée. Ainsi si on prend une fréquence laser inférieure à la fréquence de résonance de la transition ($\delta_L < 0$), le faisceau laser se propageant en sens contraire à l'atome est plus proche de

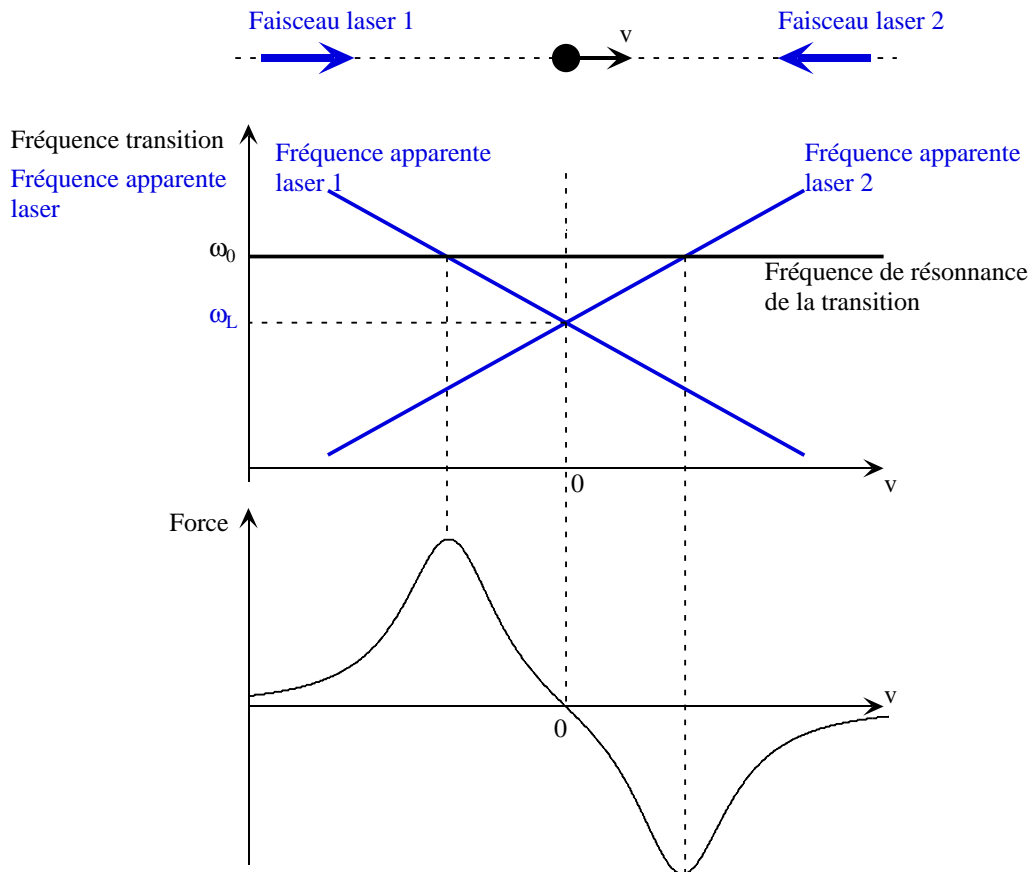


FIG. 2.4 – Force de friction dans un piège magnéto-optique (champ magnétique nul).

résonance que le faisceau laser se propageant dans le même sens. On obtient donc une force de pression de radiation plus importante pour le faisceau se propageant dans le sens contraire à l'atome que le faisceau se propageant dans le même sens. Pour un désaccord laser négatif, la force de pression de radiation exercée par les deux faisceaux contrapropageants s'oppose donc à la vitesse de l'atome (voir figure 2.4). Ce mécanisme appelé refroidissement Doppler conduit ainsi au refroidissement des atomes suivant la direction des faisceaux.

Force de rappel

La propriété de force de rappel de la force de pression de radiation exercée par une paire de faisceaux contrapropageants est obtenue en utilisant l'effet Zeeman qui donne une dépendance en champ magnétique et en polarisation de la force de pression de radiation (voir page 61). Pour obtenir cette force de rappel, on utilise des faisceaux polarisés respectivement σ_+ et σ_-^1 et on applique un gradient de champ magnétique parallèle aux faisceaux. Dans cette configuration, chaque faisceau sonde une transition différente, la transition $(J=0) - (J=1, m_J=+1)$ pour le faisceau polarisé σ_+ et la transition $(J=0) - (J=1, m_J=-1)$ pour le faisceau polarisé σ_- . Lorsque le champ magnétique est positif par rapport à l'axe de quantification, la fréquence de résonance de la transition sondée par la polarisation σ_+ est augmentée et la fréquence de résonance de la transition sondée par la polarisation σ_- est diminuée et inversement pour un champ magnétique négatif. Ainsi pour le désaccord laser négatif ($\delta_L < 0$) nécessaire au refroidissement, lorsque le champ magnétique est positif, la force exercée par le faisceau polarisé σ_- est plus grande que la force exercée par le faisceau polarisé σ_+ et inversement lorsque le champ magnétique est négatif. En prenant un gradient de champ magnétique ($\vec{B} = Az\vec{u}_z$) du signe adéquat par rapport aux polarisations des lasers, on obtient alors une force qui a tendance à ramener les atomes au point où le champ magnétique est nul. On a donc une force de rappel suivant l'axe des faisceaux qui piège les atomes en $z=0$.

Expression de la force de pression de radiation dans un piège magnéto-optique

Nous avons montré qualitativement qu'en présence d'un gradient de champ magnétique, la force de pression de radiation exercée par deux faisceaux lasers contrapropageants avec un désaccord négatif et polarisés σ_+ σ_- avait les propriétés d'une force de rappel et d'une force de friction. A faible saturation, on peut calculer facilement l'expression de cette force en ajoutant de manière indépendante la force exercée par chacune des deux ondes lasers. On obtient

1. Les polarisations σ_+ et σ_- correspondent au sens de rotation du champ électrique par rapport à un axe (z) fixe parallèle aux faisceaux (axe de quantification).

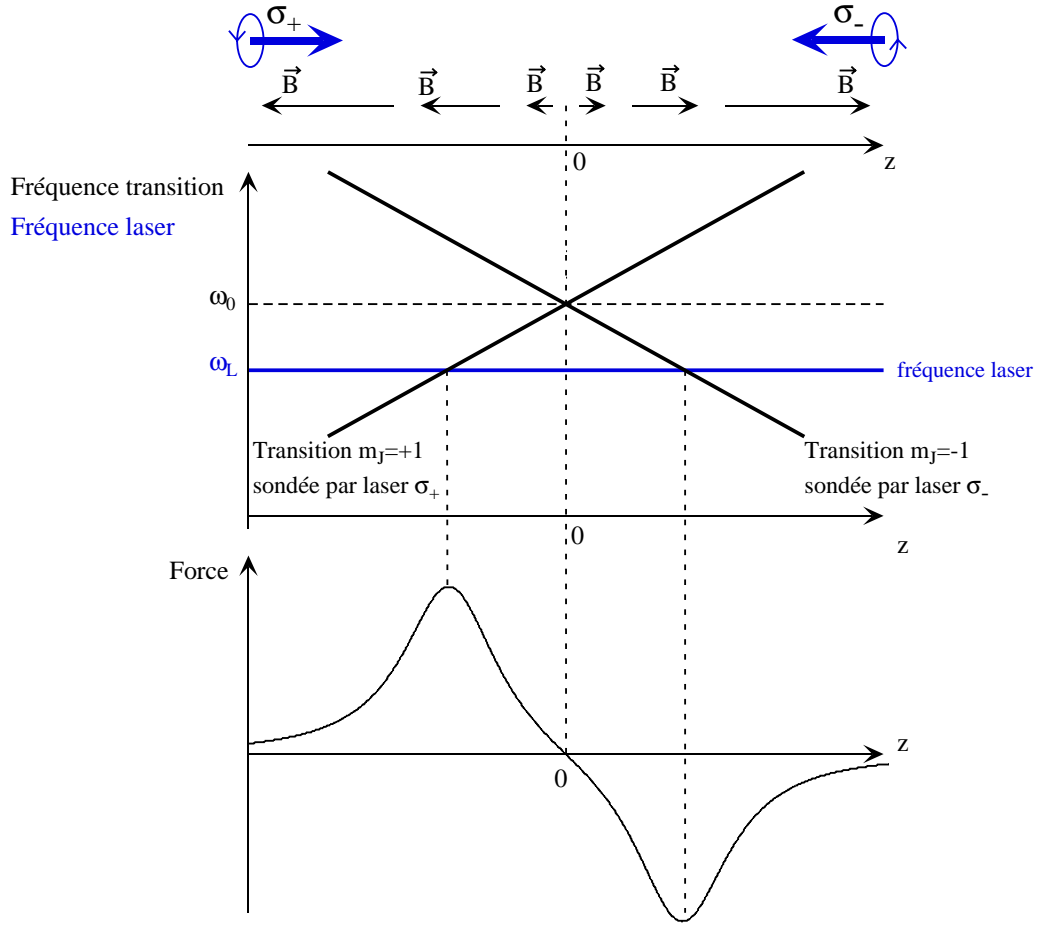


FIG. 2.5 – Force de rappel dans un piège magnéto-optique (vitesse nulle).

alors à partir de la relation 2.3 :

$$\vec{F} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_{sat}} \left(\frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L - k v_z - \kappa A z)^2}{\Gamma^2}} - \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L + k v_z + \kappa A z)^2}{\Gamma^2}} \right) \hbar k \vec{u}_z \quad (2.4)$$

où Γ est la largeur naturelle de la transition ($\Gamma/2\pi = 32 \text{ MHz}$), $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser (ω_0 : fréquence de résonance de la transition), I est l'intensité d'un faisceau, I_{sat} est l'intensité de saturation de la transition ($I_{sat} = 42.7 \text{ mW cm}^{-2}$), k est le vecteur d'onde, κ est le déplacement de la fréquence de résonance par unité de champ magnétique ($\kappa/2\pi = 1.4 \text{ MHz/G}$) et $A = dB/dz$ est le gradient de champ magnétique ($\vec{B} = A z \vec{u}_z$).

L'allure de la force est représentée sur les figures 2.4 et 2.5. A forte saturation,

l'expression de la force s'obtient en résolvant les équations de Bloch optiques pour une transition $J=0 \rightarrow J=1$.

Configuration du piège magnéto-optique à trois dimensions et estimation de la force de pression de radiation

Pour obtenir une force de piégeage à trois dimensions, il faut un gradient de champ magnétique dans les trois directions de l'espace. Ce gradient de champ magnétique est généralement réalisé avec deux bobines en configuration anti-Helmholtz. La configuration de la polarisation des faisceaux lasers et l'allure du champ magnétique créés sont données sur la figure 2.6. On peut noter que le gradient de champ magnétique dans l'axe des bobines est deux fois plus grand que le gradient de champ magnétique dans les deux autres directions.

Pour estimer la force de pression de radiation exercée par les six faisceaux laser, nous supposerons que l'on peut ajouter de manière indépendante la force de pression de radiation exercée par chaque faisceau. Cette hypothèse sera seulement valable à faible saturation. Nous supposerons de plus que le champ magnétique est toujours parallèle au faisceau (on peut voir sur la figure 2.6 que ce n'est pas toujours le cas). A partir de l'expression 2.4, on peut donc obtenir la force de

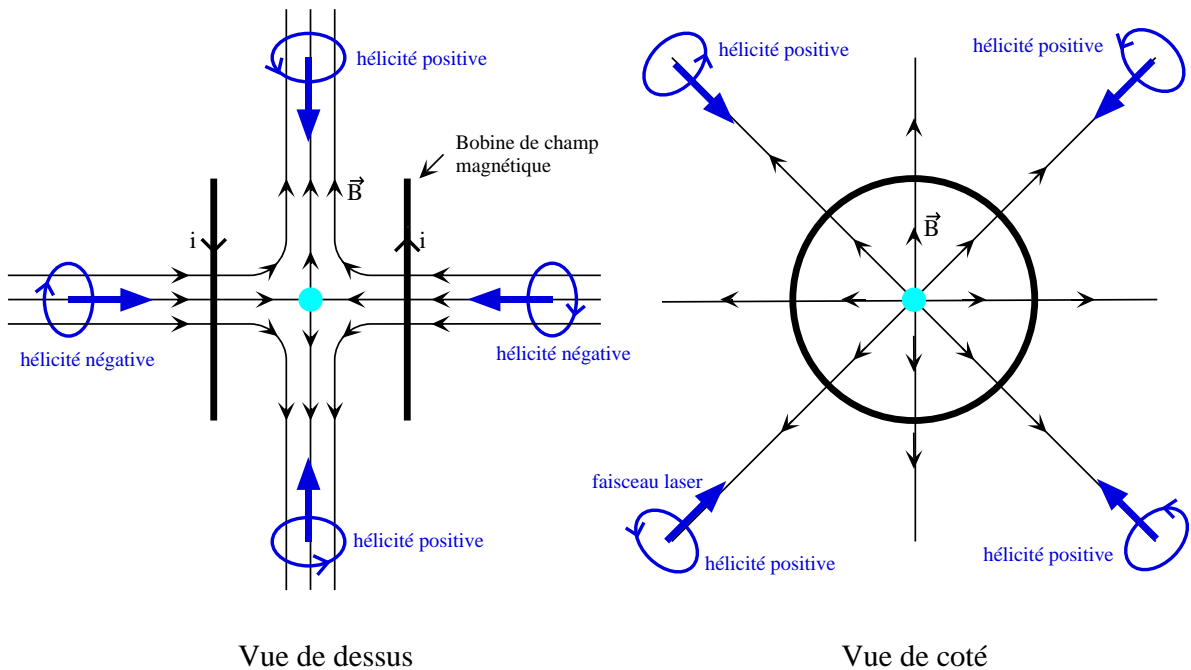


FIG. 2.6 – Polarisation des lasers et allure du champ magnétique dans un piège magnéto-optique (l'hélicité est le sens de rotation du champ électrique par rapport à la direction de propagation).

pression de radiation à trois dimensions. Pour notre expérience, cette estimation précédente de la force de pression de radiation devrait être suffisante pour déterminer qualitativement les caractéristiques du piège magnéto-optique. On peut cependant trouver le calcul exact de la force de pression de radiation (saturation quelconque, champ magnétique non parallèle au faisceau) dans la référence [45].

2.2.2 Caractéristiques du piège magnéto-optique

Le piège magnéto-optique permet d'obtenir un gaz d'atomes froids confiné dans une région de l'espace. Dans cette partie, nous donnerons les caractéristiques du gaz d'atomes froids piégés c'est à dire sa température et son étendue spatiale. Nous étudierons ensuite les propriétés de capture du piège magnéto-optique. Cette étude nous permettra dans la partie 2.3 d'optimiser la technique de chargement du piège. Nous étudierons aussi les différents types de pertes dans un piège magnéto-optique. Enfin nous terminerons cette partie en donnant les paramètres du piège magnéto-optique que nous avons choisis pour maximiser le nombre d'atomes piégés.

Température du gaz d'atomes piégés

La distribution de vitesse stationnaire des atomes dans un piège magnéto-optique résulte d'un équilibre entre la friction qui a tendance à affiner la distribution de vitesse et la diffusion en vitesse des atomes provoquée par les fluctuations de la force de pression de radiation qui a tendance à élargir la distribution de vitesse. Le calcul de la distribution de vitesse stationnaire est compliqué. Il faut calculer le coefficient de friction et le coefficient de diffusion en vitesse des atomes avec six faisceaux lasers et en présence d'un champ magnétique non uniforme. On peut cependant avoir une estimation de la distribution de vitesse à partir d'un calcul à une dimension sans champ magnétique. La distribution de vitesse obtenue avec un refroidissement Doppler à une dimension et à faible saturation sur une transition $J=0 \rightarrow J=1$ sera calculée dans le chapitre "refroidissement Doppler sur transition étroite" page 309. On peut aussi trouver ce calcul pour dans de nombreuses références [124] [125]. Ce calcul donne une distribution de vitesse gaussienne avec une vitesse quadratique moyenne égale à :

$$\langle v_z^2 \rangle = 0.7 \frac{\hbar\Gamma}{2m} \frac{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2}}{-\frac{4\delta_L}{\Gamma}} \quad , \quad I \ll I_{sat} \quad (2.5)$$

En supposant que la distribution de vitesse dans le piège magnéto-optique correspond à la distribution de vitesse obtenue à une dimension sans champ magnétique, on obtient pour la distribution de vitesse dans le piège magnéto-

optique²:

$$P(v_x, v_y, v_z) = \frac{1}{(2\pi\langle v_z^2 \rangle)^{3/2}} \exp\left(-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2\langle v_z^2 \rangle}\right)$$

où $\langle v_z^2 \rangle$ est donnée par l'équation 2.5. A partir de cette distribution de vitesse gaussienne, on définit généralement une température :

$$T = \frac{m \langle v_z^2 \rangle}{k_B} = \frac{1}{k_B} 0.7 \hbar \Gamma \frac{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2}}{-\frac{4\delta_L}{\Gamma}}$$

La température minimale est obtenue pour un désaccord laser égal à $-\Gamma/2$. On obtient alors pour la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium une température minimale égale à 0.5 mK. La vitesse quadratique moyenne correspondante est égale à $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle} = 0.22 \text{ m/s}$.

Le déplacement Doppler associé à cette distribution de vitesse est d'environ 1 MHz. La largeur de la transition atomique $^1S_0 - ^1P_1$ étant de 32 MHz, on pourra donc négliger l'effet Doppler pour les atomes du piège magnéto-optique.

Pour les atomes possédant une structure interne dégénérée dans l'état fondamental, les températures obtenues dans un piège magnéto-optique sont beaucoup plus petites que celles données par ce modèle [46]. En effet, pour des atomes possédant une structure interne dégénérée dans l'état fondamental, un autre mécanisme de refroidissement intervient (refroidissement Sisyphe [124]). Comme le strontium ne possède pas de structure interne (transition $J=0 - J=1$), ce mécanisme de refroidissement n'a pas lieu. On devrait donc obtenir une température proche de celle estimée dans cette partie.

Etendue spatiale du gaz d'atomes piégés

Au centre du piège, la force de rappel exercée par une paire de faisceaux du piège magnétique est proportionnelle à la distance par rapport au centre du piège :

$$F = -k_{rap} z$$

où k_{rap} est la constante de raideur du piège qui peut se calculer à l'aide de la relation 2.4. A faible saturation, on obtient :

$$k_{rap} = \frac{I}{I_{sat}} \frac{-8 \delta_L / \Gamma}{(1 + 4\delta_L^2 / \Gamma^2)^2} \kappa A \hbar k$$

où I est l'intensité laser d'un seul faisceau laser, $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser, $\kappa/2\pi = 1.4 \text{ MHz/G}$ et $A = \text{dB/dz}$ est le gradient de champ magnétique.

2. En réalité, la dispersion en vitesse pour un refroidissement à trois dimensions est un peu plus élevée car une paire de faisceau refroidissant dans une direction induit un chauffage dans les deux autres directions.

L'étendue spatiale du gaz d'atomes piégés peut être déduite facilement de la température et de la constante de raideur du piège. En effet, l'équipartition de l'énergie du système sur les degrés de liberté permet de relier la dispersion en position et en vitesse :

$$k_B T = m \langle v_z^2 \rangle = k_{rap} \langle z^2 \rangle$$

On obtient alors :

$$\langle z^2 \rangle = \frac{\langle v_z^2 \rangle}{v_{rec} I / I_{sat} \kappa A} \frac{(1 + 4\delta_L^2 / \Gamma^2)^2}{-8 \delta_L / \Gamma}, \quad I \ll I_{sat} \quad (2.6)$$

Lorsqu'on utilise des bobines en configuration anti-Helmholtz, le gradient de champ magnétique dans l'axe des bobines est deux fois plus grand que dans les deux autres directions. La taille du gaz d'atomes piégés sera donc plus petite d'un facteur $1/\sqrt{2}$ dans l'axe des bobines que dans les deux autres directions.

Pour des pièges magnéto-optique contenant beaucoup d'atomes (épaisseur optique des faisceaux pièges $\gtrsim 1$), les dimensions du piège magnéto-optique sont plus grandes que les dimensions obtenues en utilisant la formule 2.6. En effet, la diffusion multiple de la lumière des faisceaux pièges crée une force de répulsion entre les atomes [47]. Ce phénomène limite la densité spatiale d'atome dans un piège magnéto-optique.

Nombre d'atomes dans le piège magnéto-optique

Le nombre d'atomes dans le piège magnéto-optique N est égal au rapport entre flux d'atomes capturés par le piège Φ_c et le taux de pertes dans le piège Γ_p :³

$$N = \frac{\Phi_c}{\Gamma_p} \quad (2.7)$$

L'inverse du taux de pertes $1/\Gamma_p$ correspond au temps moyen que reste un atome dans le piège. Cette quantité $\tau_v = 1/\Gamma_p$ sera donc appelée temps de vie des atomes dans le piège.

Les pertes dans un piège magnéto-optique peuvent provenir soit de pertes par pompage optique ou soit de pertes par collision. L'estimation de ces deux types de pertes sera effectuée dans les paragraphes suivants.

Le flux d'atomes capturés par le piège dépend des propriétés de capture du piège et des caractéristiques du jet atomique avec lequel est chargé le piège. Les propriétés du jet de strontium (intensité, distribution de vitesse) seront décrites dans la partie 2.3. Les propriétés de capture du piège seront données dans le paragraphe suivant.

3. Dans cette formule, Γ_p peut dépendre du nombre d'atomes N à cause des collisions froides.

Capture des atomes

Le but de ce paragraphe est de déterminer les propriétés de capture du piège magnéto-optique c'est à dire de savoir si un atome qui a une vitesse \vec{v} et une position \vec{r} sera capturé par le piège. La connaissance des propriétés de capture du piège nous permettra d'estimer le flux d'atomes capturés par le piège en fonction des caractéristiques du jet atomique. Nous pourrons ainsi concevoir un jet atomique qui maximise le flux d'atomes capturés par le piège.

Les propriétés de capture du piège magnéto-optique peuvent être déterminées à l'aide d'une simulation numérique. On considère pour cette simulation que le mouvement de l'atome est classique et donc gouverné par l'équation $m d^2\vec{r}/dt = \vec{F}$ où \vec{F} est la force de pression de radiation exercée par les faisceaux du piège magnéto-optique. L'expression de cette force de pression de radiation peut être calculée à l'aide des résultats de la référence [45] (équations de Bloch optiques pour une transition $J=0 \rightarrow J=1$). En supposant que la saturation est faible $I \ll I_{sat}$ et que le champ magnétique est toujours parallèle au faisceau, on peut obtenir une expression plus simple de la force de pression de radiation à l'aide de la relation 2.4.

La connaissance précise des propriétés de capture du piège magnéto-optique n'est pas vraiment utile pour la réalisation de notre expérience. Nous avons juste besoin d'une estimation du flux d'atomes capturés en fonction des caractéristiques du jet de strontium (distribution angulaire, distribution de vitesse). Nous utiliserons pour cela le modèle de capture suivant (voir référence [48]) : **un atome sera capturé par le piège si sa vitesse est inférieure à une vitesse limite appelée vitesse de capture v_c et s'il passe à une distance par rapport au centre du piège inférieure à une distance limite appelée rayon de capture r_c** . Les propriétés de capture du piège sont en réalité plus difficile à décrire car la vitesse de capture dépend de la position de l'atome. Ce modèle devrait cependant nous donner un bon ordre de grandeur pour le flux d'atomes capturés en fonction des caractéristiques du jet.

Il nous faut à présent déterminer le rayon de capture et la vitesse de capture du piège. La force de piégeage et de refroidissement agit uniquement dans une zone où l'intensité laser est non nulle. Nous considérons donc que le rayon de capture r_c est égal au waist des faisceaux lasers ω_0 utilisées dans le piège magnéto-optique (voir référence [48]).

Pour obtenir une estimation de la vitesse de capture du piège magnéto-optique, nous avons réalisé une simulation à une dimension de la capture des atomes. Nous avons utilisé l'expression 2.4 pour la force de pression de radiation. Pour tenir compte de la taille finie de la zone de piégeage, nous considérons que l'intensité laser est non nulle uniquement dans une zone de largeur $2\omega_0$ où ω_0 est le waist des faisceaux lasers du piège magnéto-optique. On lance un atome de vitesse v et on regarde s'il est capturé par le piège. La vitesse maximale qui sera capturée par le piège donnera alors une estimation de la vitesse de capture du

piège. La vitesse de capture obtenue dépend beaucoup des paramètres du piège magnéto-optique : intensité laser I , waist des faisceaux w_0 , désaccord laser δ_L , gradient de champ magnétique A .

En prenant un waist de 8 mm et une puissance par faisceau de 8 mW (on trouvera la justification du choix de ces paramètres à la fin de cette partie), nous trouvons que le désaccord laser et le gradient de champ magnétique optimisant la vitesse de capture sont : $\delta_L = -2.2\Gamma$ et $A = 39 G/cm$. On trouve pour ces paramètres une vitesse de capture égale à $v_c = 50 m/s$. Sur la figure, nous avons représenté la vitesse de capture en fonction du désaccord laser. Pour chaque désaccord laser, le gradient de champ magnétique a été choisi pour optimiser la vitesse de capture.

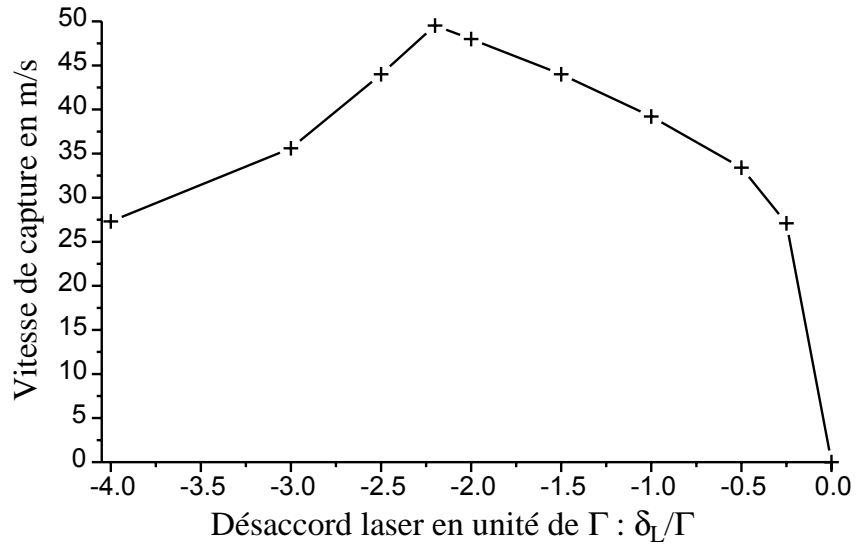


FIG. 2.7 – Calcul de la vitesse de capture du piège magnéto-optique en fonction du désaccord laser obtenue avec une simulation à une dimension (waist des faisceaux : $w_0 = 8mm$, puissance par faisceau : 8 mW, intensité laser $I = P/\pi w_0^2 = 0.9 I_{sat}$, gradient de champ magnétique optimisé pour chaque valeur du désaccord laser).

Pour optimiser la vitesse de capture, le désaccord laser utilisé devra être voisin -2.2Γ et le gradient de champ magnétique devra être de l'ordre de $39G cm^{-1}$. Ces valeurs sont juste des indications pour la conception de l'expérience, les valeurs du désaccord laser et du gradient de champ magnétique seront choisies expérimentalement pour maximiser le nombre d'atomes piégés.

Nous considérons donc pour la suite que notre piège magnéto-optique a un rayon de capture égal à $r_c = w_0 = 8mm$ et une vitesse de capture égale à $50 m s^{-1}$.

Pertes par pompage optique

Nous avons vu dans la partie 2.1.4 (page 63) que la transition $^1S_0 - ^1P_1$ utilisée pour le piégeage et le refroidissement du strontium est légèrement ouverte. Lorsque l'atome n'est plus dans les niveaux 1S_0 et 1P_1 , il n'est plus soumis à la force de pression de radiation qui le piège, l'atome se met alors à s'éloigner de la zone de piégeage. Si l'atome retombe dans le niveau 1S_0 avant d'avoir quitté la zone de capture, il pourra être recapturé par le piège magnéto-optique. Dans le cas contraire, il sera perdu. Ce processus contribue donc aux pertes du piège magnéto-optique.

Nous allons commencer par regarder si les atomes quittant la transition $^1S_0 - ^1P_1$ peuvent être recapturés par le piège magnéto-optique. La transition $^1S_0 - ^1P_1$ est ouverte, les atomes peuvent se désexciter vers le niveau 1D_2 . De ce niveau, ils peuvent ensuite soit tomber dans le niveau métastable 3P_2 soit tomber dans le niveau 3P_1 puis dans le niveau fondamental 1S_0 . Si l'atome est tombé dans le niveau métastable 3P_2 (probabilité 33%), l'atome ne pourra pas être recapturé par le piège magnéto-optique. Si l'atome est tombé dans le niveau 3P_1 (probabilité 67%), il peut être recapturé par le piège si pendant le temps où l'atome était dans les niveaux 1D_2 et 3P_1 , il n'a pas quitté la zone de capture du piège magnéto-optique.

Nous allons donc à présent estimer la proportion d'atomes qui ont quitté la zone de capture après être passés dans les niveaux 1D_2 et 3P_1 . On considère que la zone de capture du piège est une sphère de rayon r_c . Un atome avec une vitesse v quittera cette zone de capture du piège s'il a passé un temps $t = r_c/v$ dans les niveaux 1D_2 et 3P_1 ⁴. Comme le temps de vie du niveau 1D_2 (0.3 ms) est grand par rapport au temps de vie du niveau 3P_1 (21 μs), nous négligerons le temps où l'atome est resté dans le niveau 3P_1 par rapport au temps où il est resté dans le niveau 1D_2 . La probabilité d'être resté un temps supérieur à t dans le niveau 1D_2 est égale à $e^{-(\Gamma_1+\Gamma_2)t}$. La probabilité pour qu'un atome de vitesse v ait passé suffisamment de temps dans le niveau 1D_2 pour quitter la zone de capture du piège est donc égale à $e^{-(\Gamma_1+\Gamma_2)r_c/v}$. Pour connaître la proportion d'atomes ϵ qui ont quitté la zone de capture, il faut moyenner sur la distribution de vitesse des atomes dans le piège magnéto-optique :

$$\epsilon = \int_0^\infty \frac{1}{(2\pi\langle v_z^2 \rangle)^{\frac{3}{2}}} 4\pi v^2 e^{-\frac{v^2}{2\langle v_z^2 \rangle}} e^{-\frac{(\Gamma_1+\Gamma_2)r_c}{v}} dv \quad (2.8)$$

où $\langle v_z^2 \rangle$ est la vitesse quadratique moyenne suivant une direction de la distribution de vitesse supposée gaussienne et isotrope. On peut retrouver cette expression de ϵ dans la référence [49].

Nous avons vu précédemment que le rayon de capture du piège correspond à peu près au waist des faisceaux du piège. Nous prendrons donc $r_c = 8 \text{ mm}$.

4. Nous négligeons ici l'effet de la gravité. En effet, la vitesse acquise à cause de la gravité $gt \sim 0.003 \text{ m/s}$ est très petite devant la vitesse initiale des atomes $\sim 1 \text{ m/s}$.

La valeur typique de $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle}$ est égale à 0.9 m/s (mesure expérimentale voir page 137). Avec ces valeurs de paramètre et en résolvant numériquement l'intégrale de la relation 2.8, on obtient une proportion d'atomes quittant la zone de capture égale à $\epsilon = 2 \cdot 10^{-5}$. On pourra donc considérer dans la suite que tous les atomes qui sont passés par les niveaux 1D_2 et 3P_1 sont recapturés par le piège magnéto-optique. Les atomes passant par ces niveaux ne constituent donc pas une source de perte. **La seule source de perte par pompage optique provient des atomes tombant dans le niveau métastable 3P_2 .**

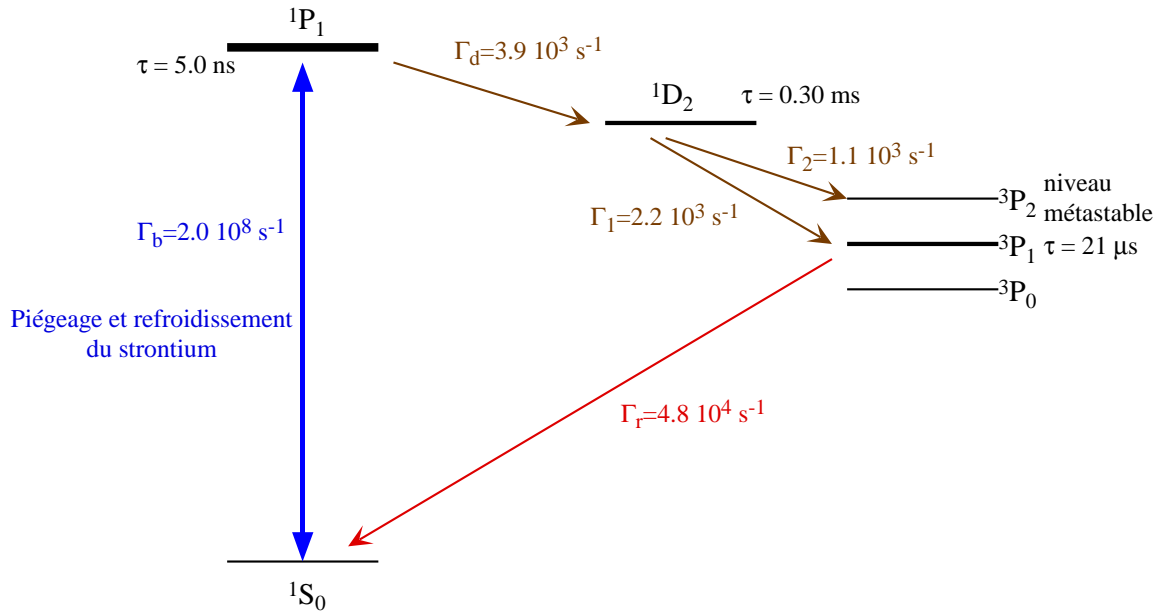


FIG. 2.8 – Niveaux du strontium participant au pompage optique.

Pour connaître le taux de pertes dans le piège magnéto-optique, nous devons donc estimer le taux d'atomes tombant dans le niveau métastable 3P_2 . Pour cela, nous utilisons les équations de taux qui gouvernent la population dans les

différents niveaux atomiques⁵:

$$\begin{aligned}
\frac{dn_t}{dt} &= -\Gamma_d f n_t && + \Gamma_r n_{3P_1} + \Phi_c \\
\frac{dn_{1D_2}}{dt} &= \Gamma_d f n_t - (\Gamma_1 + \Gamma_2) n_{1D_2} \\
\frac{dn_{3P_1}}{dt} &= \Gamma_1 n_{1D_2} - \Gamma_r n_{3P_1}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

où n_t est la somme des nombres d'atomes dans les niveaux 1S_0 et 1P_1 , n_{1D_2} est le nombre d'atomes dans le niveau 1D_2 , n_{3P_1} est le nombre d'atomes dans le niveau 3P_1 et Φ_c est le flux d'atomes capturés par le piège. Les probabilités de transition Γ sont indiquées sur la figure 2.8. La quantité f représente le rapport entre le nombre d'atomes dans l'état excité 1P_1 et le nombre d'atome dans l'état fondamental 1S_0 et dans l'état excité 1P_1 ($f = n_{1P_1}/(n_{1S_0} + n_{1P_1})$). Lorsque les atomes sont éclairés par une onde plane, ce rapport est égal à :

$$f = \frac{1}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta_L^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \tag{2.10}$$

où I est l'intensité laser, $I_{sat} = 42.7 \text{ mW/cm}^2$ est l'intensité de saturation de la transition $^1S_0 - ^1P_1$, $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser.

Dans le piège magnéto-optique, les atomes sont éclairés par six ondes planes, la formule 2.10 de f n'est donc pas à priori valable pour les atomes dans le piège magnéto-optique. Le calcul exact de la proportion d'atomes dans l'état excité est cependant compliqué pour six ondes planes. On se contentera donc d'utiliser l'expression 2.10 de f valable pour une onde plane en prenant comme intensité la somme des intensités des six faisceaux de piègeage.

En sommant les trois équations du système 2.9, nous trouvons que le nombre total d'atomes piégés $N = n_t + n_{1D_2} + n_{3P_1}$ obéit à l'équation :

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma_2 n_{1D_2} + \Phi_c$$

Le taux de pertes dans le piège est donc égal à :

$$\Gamma_p = \Gamma_2 \frac{n_{1D_2}}{N} \tag{2.11}$$

Le taux de pertes dépend du rapport entre le nombre d'atomes dans l'état 1D_2 et le nombre total d'atomes. En régime stationnaire ce rapport s'obtient en résolvant

5. Nous n'avons pas tenu compte dans ces équations de taux des pertes par collision. De plus, comme la durée de vie du niveau 1P_1 est très petite devant le temps de vie des autres niveaux, nous avons considéré que le rapport entre la population de l'état fondamental 1S_0 et de l'état excité 1P_1 s'adapte adiabatiquement à l'évolution des populations n_t , n_{1D_2} et n_{3P_1} .

la solution stationnaire du système 2.9. On obtient alors pour le taux de pertes par pompage optique en régime stationnaire :

$$\Gamma_p = \frac{\Gamma_2}{1 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r} + \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{f \Gamma_d}} \quad (2.12)$$

Ces pertes dépendent fortement de la proportion d'atomes dans l'état excité f et donc de l'intensité et du désaccord laser des faisceaux pièges. Les pertes maximales sont obtenues à forte saturation ($f=0.5$) et sont égales à $\Gamma_p = 4.0 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$. Ceci correspond à un temps de vie des atomes égal à 2.5 ms. Pour les paramètres standards du piège magnéto optique ($\delta_L = -\Gamma$, $I \sim I_{sat}$), on obtient un taux de pertes de l'ordre de $\Gamma_p \sim 10^2$ et donc un temps de vie de 10 ms.

Lorsque la proportion d'atomes dans l'état excité est petite ($f \ll 1$), le nombre d'atomes dans les états 1D_2 et 3P_1 devient négligeable, l'expression des pertes par pompages optiques se simplifie alors, on obtient :

$$\Gamma_{po} = \Gamma_d \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2} f \quad , \quad f \ll 1$$

Les pertes par pompage optique dans un piège magnéto-optique de strontium sont donc importantes et limiteront le nombre d'atomes piégés. On verra dans la partie 2.6 comment empêcher ces pertes par pompage optique en utilisant des lasers repompeurs.

Pertes par collision

Les atomes et les molécules du gaz résiduel présent dans l'enceinte de piégeage peuvent effectuer des collisions avec les atomes de strontium piégés. Au cours de ces collisions, les atomes sortent du piège s'ils acquièrent une vitesse supérieure à la vitesse de capture. Comme les atomes et les molécules du gaz résiduel sont à température ambiante, la vitesse qu'ils communiquent aux atomes de strontium lors de la collision est pratiquement toujours supérieure à la vitesse de capture du piège qui est de l'ordre de quelques dizaine de m s^{-1} . Pour obtenir le moins de pertes possibles, il faut donc avoir un très bon vide dans l'enceinte. Un vide de l'ordre de 10^{-8} mbar provoque des pertes de l'ordre de 3 s^{-1} (voir mesure expérimentale page 149).

Le dernier type de perte dans le piège magnéto-optique provient des collisions entre atomes froids piégés. Les collisions élastiques à deux corps ne peuvent pas provoquer de pertes. En effet, les atomes froids ont des vitesses de l'ordre de 1 m/s. Au cours d'une collision élastique, ils ne peuvent donc pas acquérir une vitesse supérieure à la vitesse de capture du piège (40 m/s). Les collisions inélastiques à trois corps qui pourraient communiquer aux atomes une vitesse suffisante pour quitter le piège sont négligeables pour les densités atomiques obtenues dans un

piège magnéto-optique. Les seuls types de collision qui induisent des pertes sont les collisions assistées par lumière [103]. Au cours de ces collisions inélastiques, les atomes peuvent acquérir une vitesse supérieure à la vitesse de capture et peuvent donc quitter le piège. Les pertes causées par ce type de collision sont de l'ordre 10 s^{-1} pour les densités caractéristiques que nous obtenons [145].

Lorsque le vide est suffisamment bon et que des lasers repompeurs sont utilisés pour empêcher les pertes par pompage optique, les pertes dans le piège magnéto-optique sont déterminées uniquement par les collisions assistées par lumière.

Choix des paramètres du piège magnéto-optique

Nous donnerons dans cette partie les paramètres du piège magnéto-optique que nous avons choisis pour notre expérience : waist des faisceaux de piégeage, faisceaux indépendants ou rétro-réfléchis, intensité des faisceaux, désaccord laser, gradient de champ magnétique. Ces paramètres ont été choisis afin de maximiser le nombre d'atomes piégés à partir d'un jet de strontium ralenti.

Nous verrons dans la partie 2.3.2 que la vitesse des atomes du jet peut être contrôlée. La vitesse de capture du piège magnéto-optique n'est donc pas un paramètre critique pour optimiser le nombre d'atomes capturés par le piège. Le nombre d'atomes capturés dépend par contre fortement de la zone de capture du piège magnéto-optique qui détermine la partie de la distribution angulaire du jet qui sera capturée. Nous avons vu que cette zone de capture était essentiellement donnée par la taille des faisceaux du piège. Nous choisirons donc les faisceaux les plus grands possibles pour capturer un maximum d'atomes. Nous utiliserons donc des faisceaux avec un **waist de 8 mm** qui correspond au waist maximum qu'on peut utiliser avec des miroirs standards de diamètre 25 mm.

Pour obtenir les trois paires de faisceaux contrapropageants du piège magnéto-optique, on peut soit rétro-réfléchir le faisceau sur lui-même ou soit utiliser des faisceaux indépendants. L'utilisation de faisceaux rétro-réfléchis permet d'avoir plus de puissance par faisceau pour une même puissance totale par contre les intensités des deux faisceaux contrapropageants ne seront pas égales à cause des pertes sur les optiques et de l'absorption des atomes piégés. Comme nous voulons obtenir un nuage avec une grande épaisseur optique, nous aurons avec des faisceaux rétro-réfléchis un fort déséquilibre d'intensité entre faisceaux. Nous choisirons donc d'utiliser **six faisceaux indépendants**.

La puissance utile disponible pour les faisceaux du piège magnéto-optique est environ égale à 50 mW. En utilisant six faisceaux indépendants, on obtient donc une puissance environ égale à 8.3 mW par faisceau. Pour un waist de 8 mm, on obtient une intensité au centre du faisceau égale à 8.3 mW/cm^2 ce qui correspond à un paramètre de saturation par faisceau à résonance I/I_{sat} égal à 0.19.

Le désaccord laser et le gradient de champ magnétique qui maximise le nombre d'atomes sont déterminés expérimentalement. Pour cela, nous avons mesuré le nombre d'atomes piégés (voir page 125) en fonction du désaccord laser et du

gradient de champ magnétique. Nous trouvons que le désaccord laser maximisant le nombre d'atomes piégés est compris entre -2Γ et $-\Gamma$. Le gradient de champ magnétique optimum est lui voisin de 70 G cm^{-1} dans l'axe des bobines (35 G cm^{-1} dans les autres directions).

2.2.3 Dispositif expérimental

Dans cette partie, nous décrirons le dispositif expérimental permettant de réaliser le piège magnéto-optique de strontium. Les faisceaux lasers permettant de piéger et de refroidir les atomes proviennent du laser bleu qui a été décrit dans le chapitre 1. La séparation en six faisceaux indépendants s'effectue à l'aide de cubes polariseurs et de lames $\lambda/2$. La fréquence des faisceaux est contrôlée à l'aide d'un modulateur acousto-optique de 80 MHz utilisé en simple passage. Cette acousto-optique sert aussi d'interrupteur pour les faisceaux du piège. La configuration des différents acousto-optiques utilisés pour l'expérience est décrite page 121. Dans cette partie, nous décrirons en détail la conception de la cellule dans laquelle est réalisée le piège magnéto-optique et la réalisation du gradient de champ magnétique. La technique d'obtention du vide à l'intérieur de la cellule sera décrite ultérieurement (voir page 118).

Cellule contenant les atomes piégés

La cellule dans laquelle est réalisé le piège magnéto-optique doit satisfaire plusieurs contraintes.

La cellule doit tout d'abord avoir un grand accès optique afin de laisser passer les différents faisceaux interagissant avec les atomes : six faisceaux lasers pour le piège magnéto-optique sur la transition $^1S_0 - ^1P_1$, un faisceau servant au ralentissement du jet atomique, un ou deux faisceaux repompeurs, un ou plusieurs faisceaux sondes, six faisceaux lasers pour le piège magnéto-optique sur la transition d'intercombinaison $^1S_0 - ^3P_1$. Cette cellule doit aussi permettre d'avoir un accès optique suffisamment grand pour pouvoir collecter le maximum de fluorescence provenant des atomes froids piégés.

La qualité optique des ouvertures de la cellule doit être très bonne afin de ne pas déformer le front d'onde des faisceaux arrivant sur les atomes. Il est aussi préférable d'utiliser des interfaces traitées antireflets afin d'éviter les multiples réflexions à l'intérieur de la cellule et d'avoir des faisceaux entachés de franges d'interférence. Des fenêtres traitées antireflets et de bonnes qualités optiques seront surtout nécessaires pour l'étude de la rétrodiffusion cohérente.

Comme le piège magnéto-optique est chargé à partir d'un jet de strontium, seule la fenêtre laissant passer le faisceau servant au ralentissement du jet atomique est en contact avec le strontium. Le strontium étant corrosif avec le verre, la fenêtre en contact avec le strontium devra être en saphir (voir annexe A page 356). Il devra être également possible de chauffer cette fenêtre à des températures

de l'ordre de 300 - 400°C afin d'évaporer le strontium qui pourrait se déposer dessus.

La cellule doit permettre de réaliser un bon vide ($\lesssim 10^{-8}$ mbar) afin de minimiser les pertes dans le piège magnéto-optique causées par les collisions avec le gaz résiduel. Le vide pourra être considéré comme suffisamment bon lorsque les pertes causées par les collisions avec le gaz résiduel seront petites devant les pertes causées par les collisions assistées par lumière entre atomes froids de strontium. Pour obtenir un bon vide, la cellule doit être composée de matériaux avec un faible taux de dégazage et doit permettre d'être étuvée à une température d'au moins 100°C.

Pour réaliser le piège magnéto-optique de strontium, nous avons besoin de créer un gradient de champ magnétique de l'ordre de 100 G/cm au centre de la cellule. Pour pouvoir créer facilement ce gradient, on aura intérêt à placer les bobines de champ magnétique les plus proches possibles des atomes. Il est donc préférable de concevoir une cellule pas trop volumineuse. Afin de réaliser différentes expériences, nous aurons besoin de couper le gradient de champ magnétique en un temps inférieur à la milliseconde. Il faudra donc que la cellule ne possède pas trop de parties métalliques conductrices qui permettent l'établissement de courants de Foucault s'opposant à la coupure du champ magnétique.

Pendant la durée de ma thèse, trois cellules ont été construites. La première fut une cellule de test pour réaliser notre premier piège magnéto-optique de strontium. Cette cellule est représentée sur la figure 2.9. Elle est constituée de différentes parties en verre qui ont été soudées ensemble. Une fenêtre en saphir a été collée avec du Torr Seal (colle époxy) à une extrémité de la cellule. Cette colle peut être utilisée à des pressions de 10^{-9} mbar et peut être étuvée à 120°C. La cellule en verre construite est compacte et présente un bon accès optique. Nous avons obtenu dans cette cellule un vide très satisfaisant inférieure à 10^{-8} mbar. Le problème de cette cellule provient de la très mauvaise qualité optique de ses accès optiques. Les éléments en verre constituant la cellule sont initialement de bonne qualité optique mais la soudure des différentes parties en verre en détériore considérablement la qualité optique. La qualité optique de cette cellule a été suffisante pour réaliser un piège magnéto-optique. Par contre la cellule déforme trop le front d'onde des faisceaux pour réaliser des expériences de rétrodiffusion cohérente.

La deuxième cellule construite pendant ma thèse est constituée de fenêtres en verre de bonne qualité optique et traitées antireflets sur les deux faces. Ces fenêtres sont collées sur une armature en acier inoxydable. Un hublot en saphir est vissé sur l'extrémité de la cellule en contact avec le jet de strontium. Le schéma de cette cellule est représenté sur la figure 2.10. La principale difficulté de la construction de cette cellule réside dans le collage des fenêtres. La colle Torr Seal précédemment employée est difficilement utilisable pour coller les fenêtres de

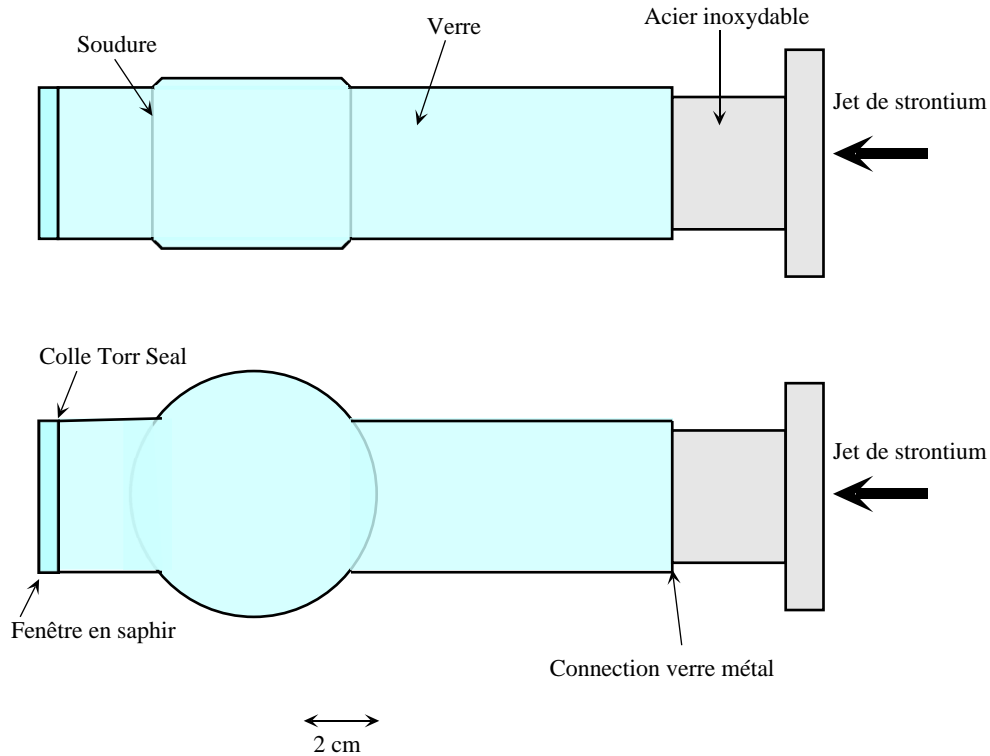


FIG. 2.9 – Premier type de cellule utilisée pour réaliser le piège magnéto-optique de strontium.

cette cellule. En effet, lors de l'étuvage de la cellule, l'acier et le verre ne se dilatent pas de la même quantité⁶. Le Torr Seal n'étant pas souple, des contraintes dans la fenêtre en verre se créent et peuvent conduire à la cassure de la fenêtre. Pour coller les fenêtres en verre, nous avons choisi d'utiliser la colle époxy EPO-TEK H77. Lors d'un étuvage, cette colle devient souple et permet alors d'encaisser la différence de dilatation entre le verre et l'acier. Il n'y a donc pas de contraintes exercées sur les fenêtres en verre. Les fenêtres en verre ne risquent donc pas de casser lors de l'étuvage. Cette colle possède de plus un faible taux de dégazage et permet donc d'obtenir un très bon vide. La procédure de collage demande cependant un traitement thermique. Les parties collées doivent rester à 200°C pendant une heure. Lors de la réalisation de la cellule, nous avons d'abord collé les 8 fenêtres sur la monture métallique. Entre chaque collage de fenêtre, nous avons attendu au moins une journée afin que la colle se rigidifie un peu et que la fenêtre tienne en place. Une fois les 8 fenêtres collées, nous avons placé la cellule dans un four et nous avons réalisé le traitement thermique. Cependant à la fin du traitement thermique, nous avons constaté que certaines fenêtres avaient

6. Coefficient d'expansion du verre $\sim 7.10^{-6} K^{-1}$, coefficient d'expansion de l'acier inoxydable $\sim 2.10^{-7} K^{-1}$.

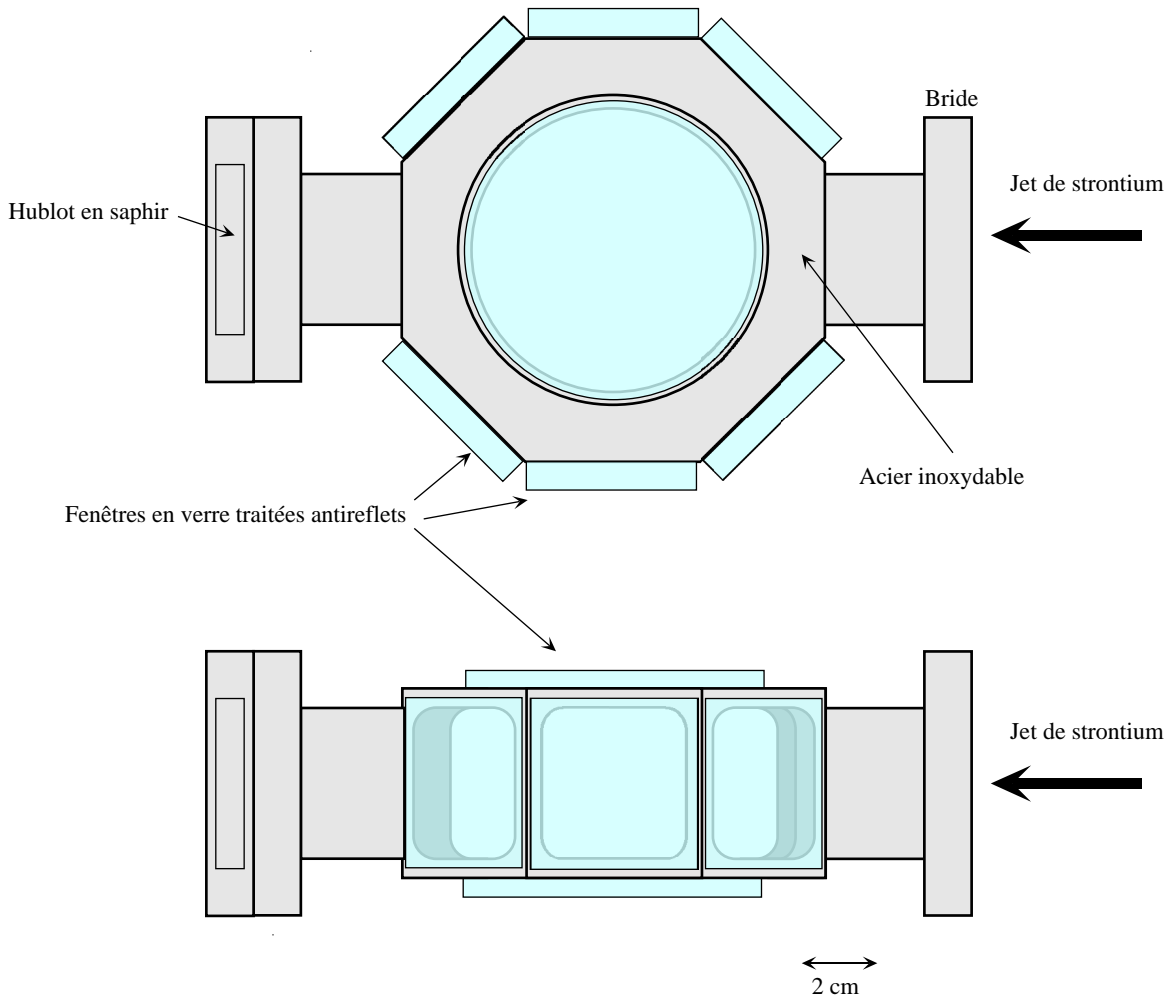


FIG. 2.10 – Deuxième type de cellule utilisée pour réaliser le piège magnéto-optique de strontium.

légèrement glissé. Lorsque nous avons fait le vide dans la cellule, nous avons constaté de nombreuses fuites. Nous avons alors bouché les fuites à l'aide d'un vernis (Vacseal). Avec cette cellule, nous n'avons pas pu avoir un bon vide. Malgré un étuvage de la cellule à 150°C pendant deux semaines, nous n'avons pas pu avoir un vide meilleur que $2 \cdot 10^{-7}$ mbar. Le vide semble être limité par le dégazage du vernis Vacseal qui s'était répandu à l'intérieur de la cellule. Les fuites initiales dans les fenêtres étaient trop importantes pour obtenir un colmatage propre des fuites avec du Vacseal. Un piège magnéto-optique de strontium a été tout de même réalisé dans cette cellule. Avec des lasers repompeurs, le temps de vie des atomes dans le piège magnéto-optique était limité à 20 ms par les collisions avec le gaz résiduel présent dans la cellule. Le mauvais vide de la cellule nous limitait donc le nombre d'atome piégés à quelques 10^7 atomes. Grâce à la bonne qualité

optique des fenêtres et à une épaisseur optique convenable du gaz d'atomes froids piégés (2-3), nous avons pu réaliser une expérience de rétrodiffusion cohérente de la lumière dans cette cellule.

A la fin de ma thèse, pour améliorer le vide dans la cellule et donc pour augmenter le nombre d'atomes piégés, nous avons construit une troisième cellule. Cette cellule est identique à la première mais nous avons changé la procédure du traitement thermique de la colle. Précédemment le problème du collage provenait du traitement thermique. Lors de ce traitement, la colle se ramollissait et les fenêtres qui n'étaient pas à l'horizontal glissaient et donc des fuites apparaissaient. Pour réaliser cette cellule, nous avons donc choisi d'effectuer le traitement thermique sous vide. En effet, le différentiel de pression plaque les fenêtres contre la monture métallique et empêche donc les fenêtres de glisser lors de l'étuvage. Après avoir tester cette procédure sur un montage annexe, nous avons réalisé le traitement thermique suivant cette méthode pour les fenêtres de la cellule. Cependant, après avoir réalisé le traitement thermique, nous avons constaté que la colle de 4 fenêtres sur 8 a été partialement aspirée et s'était répandu sur les fenêtres. Nous avons alors décidé d'utiliser le Torr Seal pour recoller les quatre fenêtres dont la colle avait été aspirée. Après l'étuvage de la cellule à 100 °C, des contraintes dans le verre du bord de certaines fenêtres collées au Torr Seal sont apparues. Ces contraintes ont créés de petites fuites qui ont été facilement bouchées avec du Vacseal. Dans cette cellule, nous avons pu obtenir un vide de 2.10^{-8} mbar. Nous devrions donc avoir des pertes causées par les collisions avec le gaz résiduel dix fois plus faibles qu'avec la précédente cellule. Il devrait être alors possible de piéger plus d'atomes que précédemment.

Bobines de gradient de champ magnétique

Le gradient de champ magnétique nécessaire pour le piège magnéto-optique est réalisé à l'aide de deux bobines en configuration anti-Helmholtz placées de part et d'autre de la cellule (voir figure 2.11). Nous avons vu dans la partie précédente que pour optimiser la vitesse de capture, le gradient de champ magnétique doit être de l'ordre de 70 G/cm. Nous concevrons donc des bobines pour obtenir un gradient de champ magnétique de 70 G/cm (axe des bobines). Le gradient de champ magnétique crée par les bobines est proportionnel au produit du courant électrique et du nombre de spires ($dB/dz \propto NI$). Pour obtenir le même gradient de champ magnétique, nous avons donc le choix entre un grand nombre de spires et un petit courant et un petit nombre de spires et un fort courant. Pour réaliser certaines expériences, nous aurons besoin de couper le gradient de champ magnétique en un temps inférieur à la milliseconde. Il faut donc concevoir des bobines qui ont la plus faible inductance L possible pour minimiser le temps de coupure du champ magnétique. L'inductance d'une bobine étant proportionnelle au carrée du nombre de spires, les bobines devront comporter le moins de spires possibles. Nous devons donc travailler avec le courant électrique

le plus élevé possible. Nous nous sommes limités à une alimentation de 20 A car le prix des alimentations permettant de délivrer un courant plus élevé augmente considérablement.

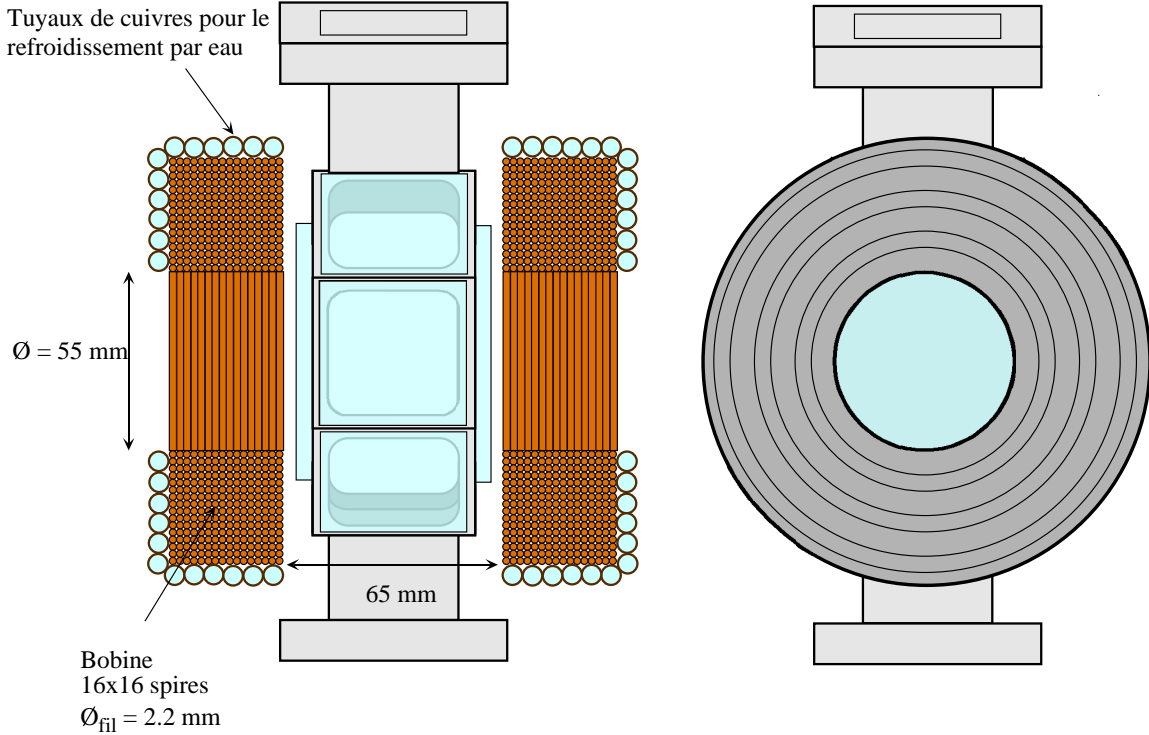
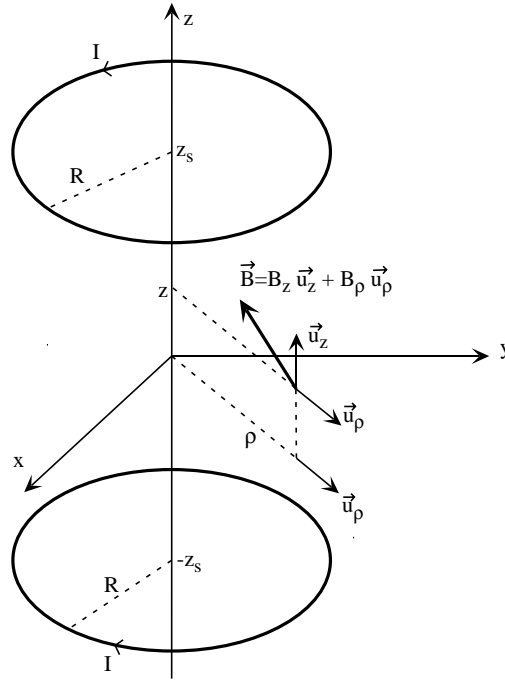


FIG. 2.11 – Bobines permettant de créer le gradient de champ magnétique au centre de la cellule.

Pour maximiser le gradient de champ magnétique, les bobines doivent être le plus proche possible du centre de la cellule. La distance entre les bobines sera donc égale à 6.5 cm, légèrement supérieure à la largeur de la cellule (voir figure 2.11). Le diamètre intérieur des bobines doit être choisi suffisamment grand pour ne pas limiter l'accès optique de la cellule. On prendra donc un diamètre intérieur de 55 mm. Le diamètre du fil des bobines sera pris égal à 2.1 mm. Ce choix résulte d'un compromis entre l'encombrement des bobines et la résistance électrique des bobines et donc la puissance dissipée.

Nous allons à présent calculer le gradient de champ magnétique créé par les deux bobines afin d'estimer le nombre de spires nécessaires pour obtenir un gradient de 70 G/cm. Le gradient de champ magnétique au centre de deux spires de rayon R à une distance $2z_s$ l'une de l'autre est égal à [50] :

$$\frac{dB_z}{dz}(0,0) = \frac{3\mu_0 I z_s R^2}{(R^2 + z_s^2)^{\frac{5}{2}}} \quad \frac{dB_\rho}{d\rho}(0,0) = -\frac{1}{2} \frac{dB_z}{dz}(0,0) \quad (2.13)$$



Comme la section de nos bobines ne sera pas petite devant la distance entre les bobines et leur rayon, on ne peut pas considérer que les champs magnétiques créés par les différentes spires sont égaux. Pour calculer le gradient de champ magnétique, il faut donc sommer les gradients de champ magnétique créés par chaque paire de spires placée en des positions différentes. En utilisant ce calcul, nous avons abouti au choix de 16x16 spires. Le gradient de champ magnétique créé par ces bobines est alors égal à :

$$\begin{aligned} \frac{dB_z}{dz}(0,0) &= 7.1 \text{ G cm}^{-1} \text{ A}^{-1} \\ \frac{dB_\rho}{d\rho}(0,0) &= -3.5 \text{ G cm}^{-1} \text{ A}^{-1} \end{aligned}$$

Avec ces bobines, nous obtenons pour le courant maximum que peut débiter notre alimentation (20 A), un gradient de champ magnétique égal 141 G/cm dans l'axe des bobines et un gradient de 70 G/cm dans les deux autres directions.

Dans la partie sur le ralentissement du jet atomique de strontium, nous aurons besoin de connaître l'allure du champ magnétique créé par ces bobines. Le calcul du champ magnétique créé par ces bobines peut se faire comme précédemment en sommant les champs magnétiques créés par les différentes paires de spires (l'expression du champ magnétique créé par une spire est donnée dans la référence [50]). Sur la figure 2.12, nous avons représenté le champ

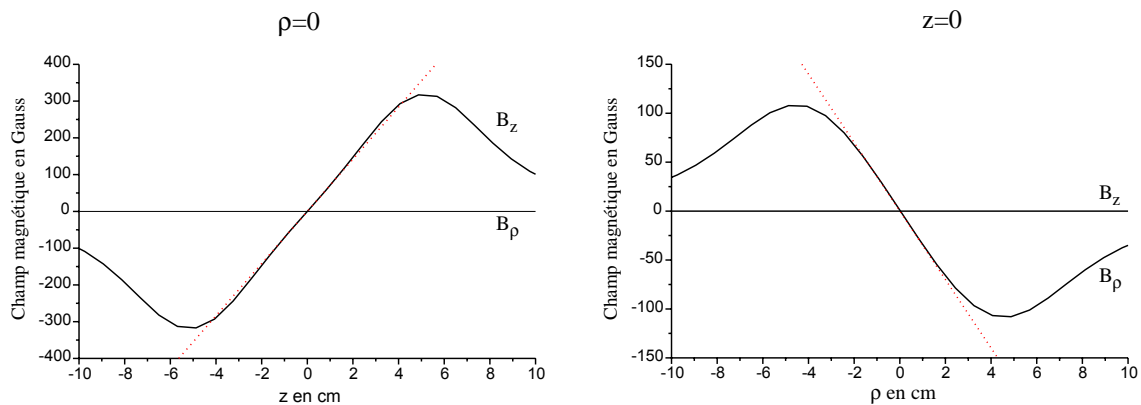


FIG. 2.12 – *Champ magnétique créé par les bobines pour un courant de 10 A*

magnétique obtenu dans l'axe des bobines et dans l'axe orthogonal.

Les bobines ont été réalisées en enroulant un fil de cuivre de diamètre 2.1 mm autour d'un moule qui avait les dimensions adéquates. Les différentes spires sont collées les une aux autres à l'aide d'une colle époxy. Le moule est ensuite retiré. Les bobines obtenues constituent ainsi un bloc rigide

La résistance électrique totale des deux bobines est égale de 0.7Ω . La puissance dissipée pour un courant de 10 A est égale 70 W. Avec cette puissance, les bobines chauffent de trop, nous avons donc installé un circuit de refroidissement par eau autour des bobines. Nous avons fait attention à ne pas créer de boucle conductrice avec les tuyaux de cuivres utilisés pour le refroidissement afin qu'il n'y ait pas de courant de Foucault induit dans les tuyaux de refroidissement lors de la coupure de champ magnétique. Pour cela, nous avons donc entouré les tuyaux en cuivre d'un isolant électrique.

Pour réaliser la coupure du courant dans les bobines de champ magnétique, nous utilisons comme interrupteur un transistor Mosfet ISOTOP. La tension maximale que peut supporter le transistor utilisé est égale à 1000 V. Lors de la coupure du courant dans les bobines de champ magnétique, une surtension se crée aux bornes des bobines et donc au niveau du transistor. Pour éviter que la surtension dépasse les 1000 V qui endommagerait le transistor, nous utilisons un Transil en parallèle avec les bobines de champ magnétique. Cet élément a une résistance infinie lorsque la tension à ces bornes est inférieure à 1000 V. Lorsque la tension atteint 1000 V, le Transil se met à conduire et donc la tension à ces bornes ne dépasse jamais 1000 V. Grâce à cet élément, la tension aux bornes des bobines et donc la tension aux bornes du transistor ne dépasse donc jamais 1000 V.

Avec ce système de coupure du courant dans les bobines de champ magnétique, le temps de coupure du courant est déterminé par la valeur de la surtension autorisée aux bornes des bobines. Le temps de coupure τ_c est donc de l'ordre de :

$$\tau_c \sim \frac{L I}{U_{max}} \quad (2.14)$$

où I est le courant passant initialement dans les bobines ($I \lesssim 20 A$), U_{max} est la surtension autorisée aux bornes des bobines et L est l'inductance des deux bobines de champ magnétique. L'inductance des bobines peut être estimée à l'aide de la formule de l'inductance d'un solénoïde $L = \mu_0 N^2 S/l$ où N est le nombre de spires, S est la section du solénoïde et l est la longueur du solénoïde. En utilisant cette formule, on trouve que l'inductance des deux bobines décrites précédemment est égale à 11 mH. On obtient alors à l'aide de la relation 2.14, un temps de coupure de l'ordre de 200 μs .

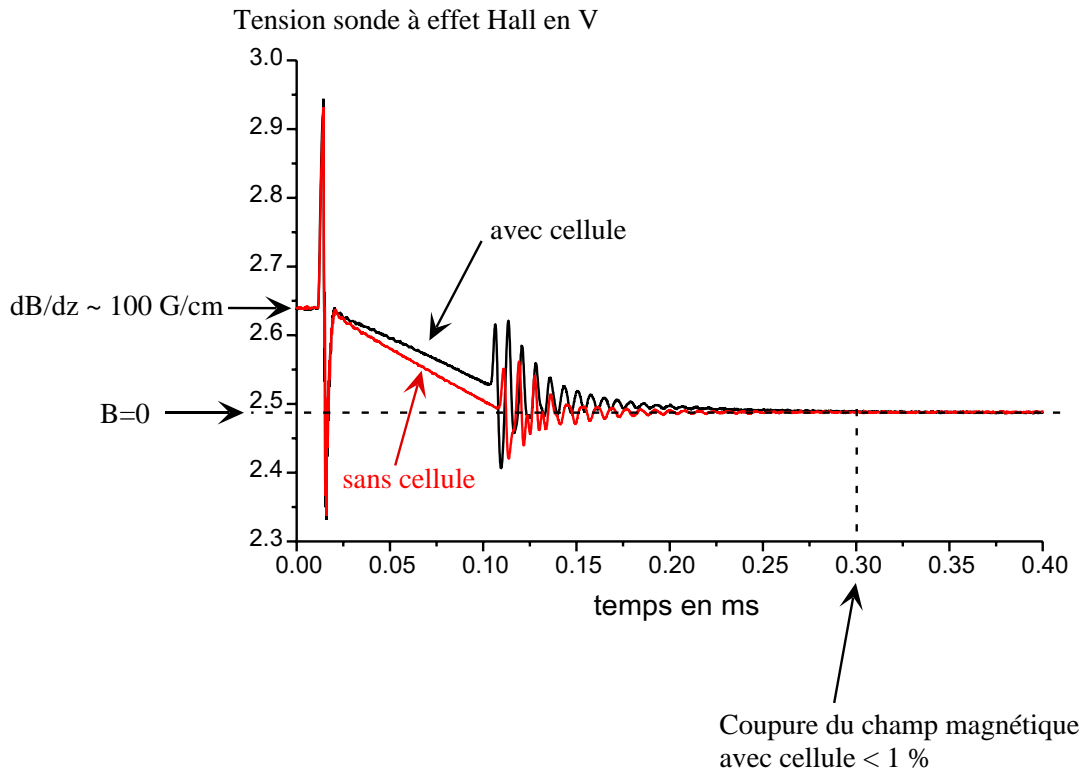


FIG. 2.13 – Coupure du gradient de champ magnétique avec et sans cellule.

La coupure du champ magnétique a été mesurée expérimentalement à l'aide d'une sonde à effet Hall (voir figure 2.13). Pour déterminer l'effet des courants de Foucault dans la monture métallique de la cellule, nous avons mesuré la coupure avec et sans cellule. On peut constater sur la figure 2.13 que la présence

de la cellule allonge légèrement le temps de coupure. Avec la cellule, le champ magnétique est coupé à mieux que 10% au bout de 160 μs et à mieux que 1% au bout de 300 μs ⁷. Ce temps de coupure devrait être suffisamment petit pour pouvoir sonder le gaz d'atomes froids avant qu'il ne soit trop étendu. En effet, au bout de 300 μs , les atomes se sont seulement déplacés de 0.3 mm (vitesse des atomes ~ 1 m/s). On peut aussi constater sur la figure 2.13 qu'au moment de la coupure le champ magnétique oscille avec une amplitude correspondant à 3-4 fois son amplitude initiale. Comme les atomes de strontium dans l'état fondamental n'ont pas de moment magnétique ($J=0$), ces oscillations du champ magnétique ne perturberont pas les atomes si les lasers sont coupés.

Le temps de montée du courant dans les bobines est déterminé par $\tau_m = L/R$ où R est la résistance électrique des bobines. Nous obtenons un temps d'environ 16 ms pour nos bobines. Pour diminuer ce temps de montée, on envoie à l'aide d'un condensateur une surtension temporaire U aux bornes de la bobine. La valeur de cette surtension donne alors le temps de montée ($\tau_m = L I/U$). A l'aide d'une alimentation d'une centaine de Volts, nous arrivons à obtenir un temps de montée de l'ordre de 2 ms.

Dans cette partie, nous avons décrit la réalisation expérimentale du piège magnéto-optique de strontium. Nous avons aussi estimé théoriquement les caractéristiques du piège magnéto-optique. Les propriétés de capture du piège que nous avons estimées vont nous servir dans la partie suivante pour concevoir la technique de chargement du piège.

7. Le temps de coupure dépend de l'intensité circulant dans les bobines. Pour un courant dans les bobines donnant un gradient de champ magnétique inférieur à $dB/dz = 100$ G/cm, on obtiendra un temps de coupure inférieur à celui mesuré précédemment.

2.3 Chargement du piège

Le piège magnéto-optique est chargé à partir d'un jet de strontium. Nous considérons que les atomes du jet seront capturés par le piège magnéto-optique s'ils passent dans la zone de capture du piège (sphère de rayon $r_c \sim 8\text{ mm}$) et si leur vitesse est inférieure à la vitesse de capture du piège $v_c \sim 50\text{ m s}^{-1}$. Il faut donc concevoir un jet de strontium avec une intensité maximum dans la direction du piège magnéto-optique et avec une proportion d'atomes avec une vitesse inférieure à la vitesse de capture la plus importante possible.

Dans cette partie, nous décrirons tout d'abord le dispositif permettant de créer le jet de strontium et nous en donnerons ses caractéristiques. Nous étudierons ensuite le ralentissement par laser des atomes du jet. Cette technique permet d'accroître considérablement la proportion d'atomes du jet qui ont une vitesse inférieure à la vitesse de capture du piège. Nous étudierons enfin les mélasses optiques transverses qui permettent de mieux collimater le jet et donc d'augmenter la proportion d'atomes arrivant dans la zone de capture du piège magnéto-optique.

2.3.1 Jet de strontium

Le jet de strontium est issu d'un four où une vapeur atomique est créée en chauffant du strontium sous forme solide. Ce four possède un orifice de sortie par lequel s'échappe la vapeur de strontium pour former un jet.

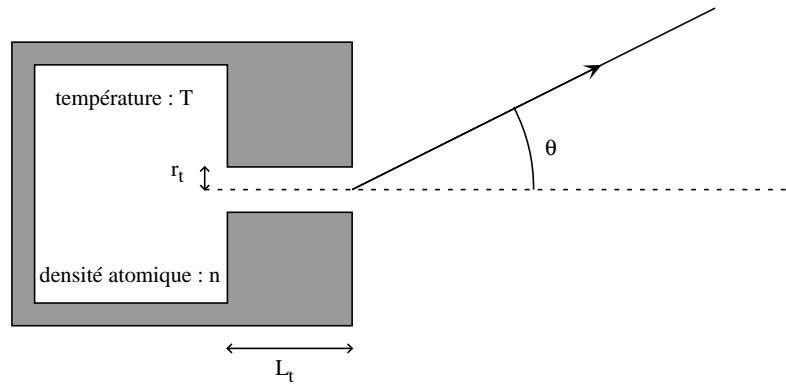
Nous travaillerons avec un **jet effusif** qui est obtenu lorsque le libre parcours moyen des atomes est grand devant le diamètre de l'orifice de sortie du four. Dans ce cas le mouvement d'un atome quittant le four n'est pas modifié lors de sa sortie du four. La distribution de vitesse du jet effusif correspond donc à la distribution de vitesse thermique à l'intérieur du four. La distribution angulaire du jet effusif est déterminée par la géométrie de l'orifice de sortie.

Le flux de strontium du jet est limité par les capacités de stockage en strontium du four. En effet, si le flux est trop important, le four se vide rapidement et on est alors obligé de le recharger fréquemment. La recharge en strontium du four est une opération longue car on est obligé de casser le vide et il faut alors étuver le système pendant au moins une semaine pour obtenir à nouveau un bon vide. Nous travaillerons donc avec un flux suffisamment bas pour ne pas à avoir à recharger trop fréquemment le four. Ce flux est alors déterminé par les capacités de stockage en strontium du four. Comme le four doit être chauffé à une température de l'ordre de 500°C , la construction d'un four trop volumineux pose des problèmes (isolation thermique). Nous nous sommes donc limités à un four avec une contenance de quelques cm^3 qui correspond à une capacité de stockage d'environ 1 g de strontium. Si nous voulons que le strontium présent dans le four dure pendant 1 an de fonctionnement (~ 3 ans de durée réelle), le flux de strontium du jet devra être inférieur à $2 \cdot 10^{14}$ *atomes/s*.

On limitera donc le flux total d'atomes dans le jet à $2 \cdot 10^{14}$ atomes/s. Pour maximiser le flux d'atomes arrivant dans la zone de capture du piège magnéto-optique tout en gardant le même flux total d'atomes dans le jet, la distribution angulaire du jet doit être la plus piquée possible dans la direction du piège. Nous choisirons donc comme orifice de sortie du four un tube. Cette géométrie permet d'obtenir une distribution angulaire plus piquée vers l'avant qu'un simple trou. Pour obtenir une distribution angulaire encore plus piquée, nous pourrions utiliser un réseau de tube comme orifice de sortie. Nous n'adapterons pas cette solution car elle est plus difficile à réaliser en pratique.

Caractéristiques d'un jet effusif avec un tube comme orifice de sortie

Nous allons donner les caractéristiques d'un jet effusif provenant d'une enceinte avec comme orifice de sortie un tube de rayon r_t et de longueur L_t .



Le flux d'atomes quittant l'orifice de sortie par unité de vitesse v et par unité d'angle solide est égal à [51] :

$$\Phi(v, \theta) = n \frac{v_T}{\sqrt{2\pi}} \pi r_t^2 \frac{1}{\pi} j(\theta) f(v) \quad (2.15)$$

où n est la densité atomique de la vapeur de strontium contenue dans le four (voir annexe A page 356), $v_T = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$ est la vitesse caractérisant la distribution de vitesse des atomes dans le four. La fonction $f(v)$ représente la distribution de vitesse normalisée du jet :

$$f(v) = \frac{1}{2 v_T^4} v^3 e^{\frac{-v^2}{2 v_T^2}} \quad , \quad \int_0^\infty f(v) dv = 1 \quad (2.16)$$

Cette distribution de vitesse est représentée sur la figure 2.14 pour une température de 500°C . On constate que la proportion d'atomes qui ont une vitesse inférieure à la vitesse de capture du piège magnéto-optique (40 m/s) est très

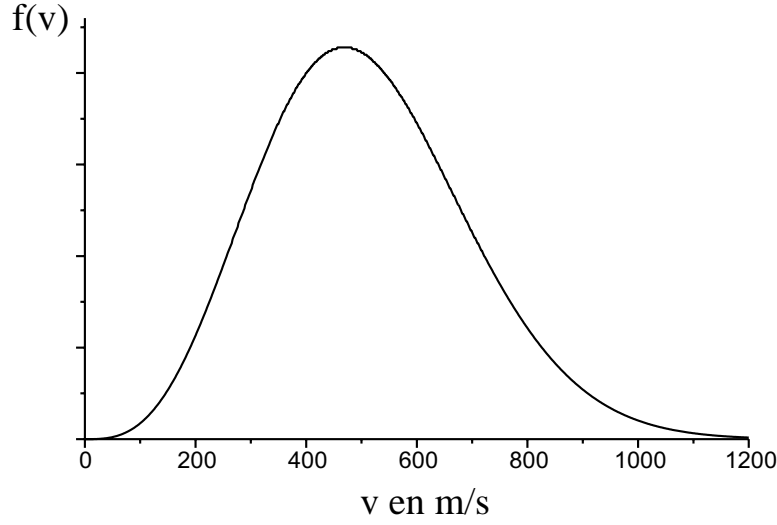


FIG. 2.14 – Distribution de vitesse du jet $f(v)$ (température du four : 500°C).

faible. Il faudra donc ralentir le jet pour obtenir une proportion non négligeable d'atomes avec une vitesse inférieure à la vitesse de capture.

La fonction $j(\theta)$ représente la distribution angulaire du jet normalisée à 1 en $\theta = 0$ ($j(0) = 1$) [51] :

$$j(\theta) = \alpha \cos(\theta) + \frac{2}{\pi} \cos(\theta) \left((1 - \alpha) \left(a \cos(q) - q \sqrt{1 - q^2} \right) + \frac{2}{3q} (1 - 2\alpha) \left(1 - (1 - q^2)^{3/2} \right) \right)$$

pour $q \leq 1$ ($\theta \leq a \tan(\beta)$)

$$j(\theta) = \alpha \cos(\theta) + \frac{4}{3\pi q} (1 - 2\alpha) \cos(\theta)$$

pour $q \geq 1$ ($\theta \geq a \tan(\beta)$)

(2.17)

où

$$q = \frac{\tan(\theta)}{\beta} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{2r_t}{L_t}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{3\beta^2} \left(\frac{1 - 2\beta^3 + (2\beta^2 - 1)\sqrt{1 + \beta^2}}{\sqrt{1 + \beta^2} - \beta^2 \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)} \right)$$

Si l'orifice de sortie est un trou ($L_t \ll r_t$), la distribution angulaire du jet est simplement égale à $j(\theta) = \cos(\theta)$. La distribution angulaire $j(\theta)$ est représentée sur la figure 2.15 pour différentes valeurs du paramètre $\beta = \frac{2r_t}{L_t}$. On peut constater que la distribution angulaire est d'autant plus piquée vers l'avant que le paramètre $\beta = \frac{2r_t}{L_t}$ est petit. On aura donc intérêt à choisir un tube le plus allongé possible

pour obtenir la distribution angulaire la plus piquée possible.

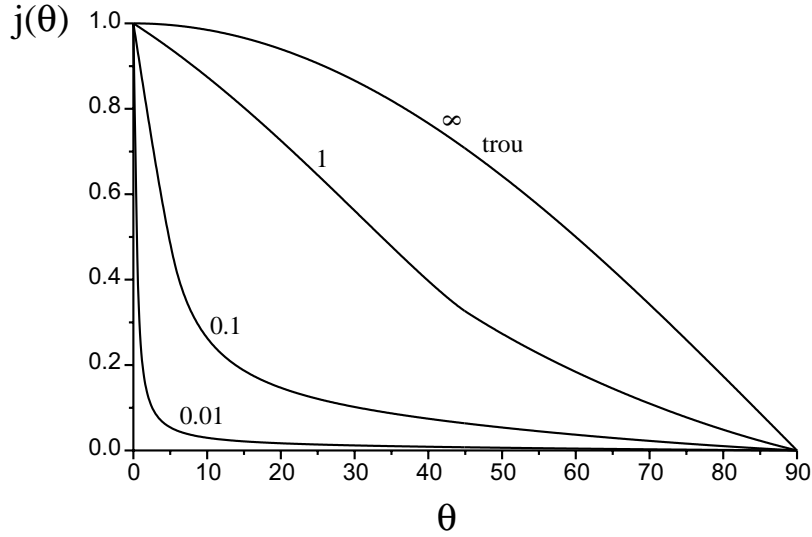


FIG. 2.15 – Distribution angulaire du jet $j(\theta)$ pour différentes valeurs du paramètre $\beta = 2r_t/L_t$.

En utilisant la relation 2.15, on trouve que le flux total d'atomes quittant le four est égal à :

$$\Phi_{tot} = \int_{v=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi=0}^{2\pi} \Phi(v, \theta) \sin \theta d\theta d\phi dv = n \frac{v_T}{\sqrt{2\pi}} \pi r_t^2 g_\theta \quad (2.18)$$

où g_θ est un paramètre qui dépend de la distribution angulaire du jet :

$$g_\theta = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} j(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

Si l'orifice de sortie est un trou ($L_t \ll r_t$), ce paramètre est égal à 1. Sinon g_θ est inférieur à 1 et est d'autant plus petit que le rapport $\beta = \frac{2r_t}{L_t}$ est petit.

Dimensions du tube de sortie et température du four

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que plus le rapport entre le rayon et la longueur du tube était petit, plus la distribution angulaire du jet est piquée vers l'avant (voir figure 2.15). Cependant lorsque la longueur du tube est de l'ordre du libre parcours moyen, la distribution angulaire donnée par la relation 2.17 n'est plus valable. On trouve en tenant compte des collisions [51] que la distribution angulaire du tube cesse de s'affiner lorsque le tube atteint une longueur de l'ordre du libre parcours moyen. Il ne sert donc à rien de prendre un

tube plus long que le libre parcours moyen pour affiner la distribution de vitesse du jet. Comme le libre parcours moyen des atomes de strontium dans le four est de l'ordre du cm, nous choisirons une longueur de tube égale à $L_t = 5 \text{ mm}$. Des longueurs de tube beaucoup plus grandes sont de plus difficile à mettre en place en pratique.

Il nous reste à présent à choisir le rayon du tube r_t et la densité atomique de la vapeur à l'intérieur du four n . Le rayon du tube et la densité atomique déterminent le flux total d'atomes dans le jet (voir relation 2.18). Nous choisirons le rayon du tube r_t et la densité atomique dans le four n afin que le flux total soit de l'ordre de $2 \cdot 10^{14} \text{ atomes/cm}^3$ correspondant à une recharge en strontium du four au bout d'un an de fonctionnement. Pour une longueur de tube fixée, le rayon du tube détermine aussi la distribution angulaire du jet, plus le rayon du tube sera petit et plus la distribution angulaire sera piquée. Pour obtenir la distribution angulaire la plus piquée possible tout en gardant le même flux total, il faut donc travailler avec la densité atomique la plus élevée possible. La densité atomique de la vapeur de strontium n dans le four est déterminée par la température du four (voir annexe A page 356). La densité atomique augmente exponentiellement avec la température du four. Nous choisirons de travailler avec une température du four comprise entre 500 et 550°C. Nous limiterons à ces températures car plus la température du four est élevée, plus le four dégazera et donc plus le vide obtenu sera mauvais. De plus la réalisation d'un four à des températures plus élevées devient technologiquement plus difficile. Nous choisirons donc un rayon de tube permettant d'obtenir un flux total d'atomes dans le jet égal à $2 \cdot 10^{14} \text{ atomes/s}$ pour une température du four comprise entre 500 et 550°C. En utilisant la relation 2.18, nous trouvons qu'un rayon de tube égal à $r_t \sim 0.25 \text{ mm}$ donne un flux total d'atomes dans le jet égal à $2 \cdot 10^{14} \text{ atomes/s}$ pour une température de 530°C.

L'orifice de sortie du four sera donc un tube de rayon $r_t = 0.25 \text{ mm}$ et de longueur $L_t = 5 \text{ mm}$. Nous travaillerons avec une température de four comprise entre 500 et 550°C. Dans ces conditions d'utilisation, le four devra être rechargé en strontium au bout d'un an de fonctionnement.

Réalisation pratique du four

Le schéma du four utilisé pour créer le jet de strontium est représenté sur la figure 2.16. Ce four est construit en acier inoxydable 316LN. Il peut être chauffé jusqu'à 650°C (limité par les soudures). Afin que le strontium ne se dépose pas dans le tube de sortie du four, le tube doit être maintenu à une température légèrement supérieure au reste du four. Nous avons donc placé autour du tube de sortie un fil chauffant supplémentaire.

Le four est placé dans une enceinte sous vide (voir figure 2.17). Afin que le four ne chauffe pas trop l'enceinte, nous avons choisi une enceinte d'assez grandes dimensions. Le four est tenu à l'aide de trois pointes métalliques sur un berceau dont l'orientation et la position sont réglables.

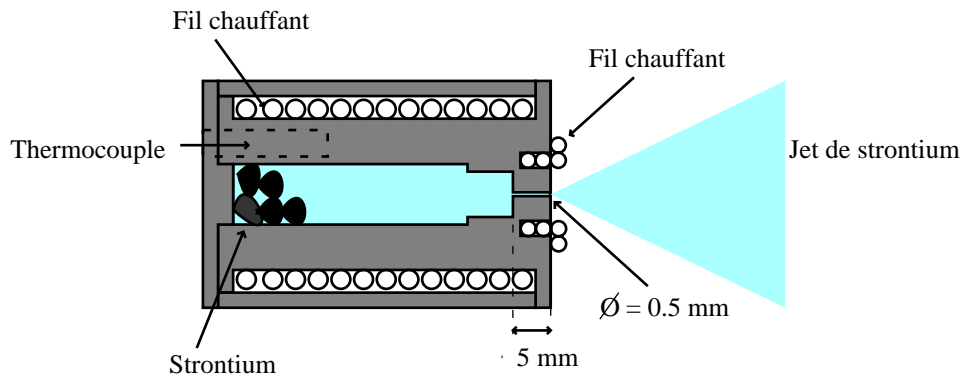


FIG. 2.16 – Four permettant d’obtenir le jet de strontium (température $\sim 500^\circ\text{C}$).

Afin d’obtenir un bon vide différentiel entre la cellule où est réalisée le piège magnéto-optique et l’enceinte du four, un trou de diamètre 1 mm est placé entre ces deux parties. L’alignement du four doit être soigné afin que la partie du jet de strontium passant par le trou de 1 mm atteigne la zone de capture du piège magnéto-optique. Pour cela l’alignement du four est réalisé à l’aide d’un faisceau laser que l’on fait passer par le centre du piège magnéto-optique, par le trou de 1 mm et par le tube de sortie du four.

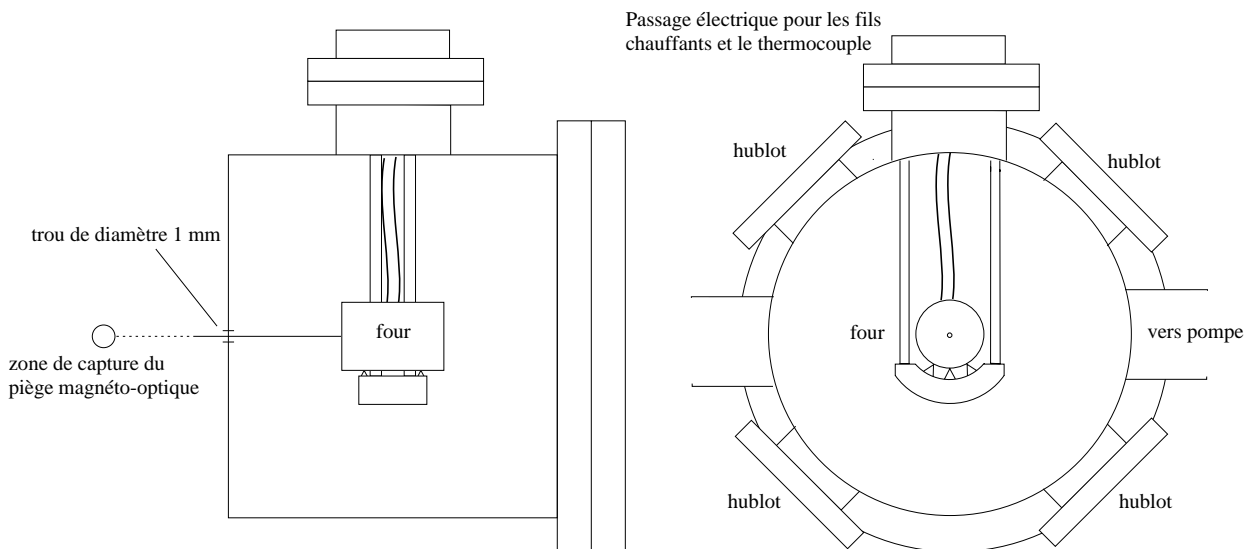


FIG. 2.17 – Enceinte du four

Lorsque le four est utilisé à 530°C , le flux d’atomes prévu par unité d’angle solide dans la direction du piège magnéto-optique est égal à $6.6 \cdot 10^{14} \text{ atomes } s^{-1} sr^{-1}$ (voir relation 2.15). Si on place 1 g de strontium dans le four, il faudra recharger

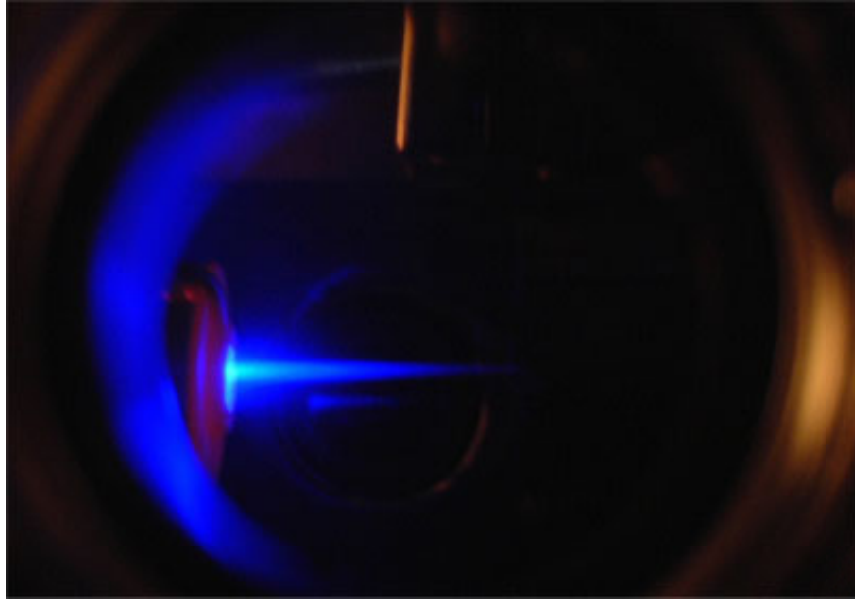


FIG. 2.18 – *Four et fluorescence du jet de strontium.*

le four au bout d'un an d'utilisation. La distribution de vitesse des atomes du jet qui est donnée sur la figure 2.14 s'étale entre 0 et 1000 m/s^{-1} . Pour obtenir une fraction non négligeable d'atomes en dessous de la vitesse de capture, nous devons donc ralentir les atomes du jet de strontium.

2.3.2 Ralentisseur Zeeman

Dans cette partie, nous étudierons le dispositif permettant de ralentir le jet de strontium et donc d'augmenter la proportion d'atomes du jet qui ont une vitesse inférieure à la vitesse de capture du piège magnéto-optique.

Les atomes du jet sont ralentis grâce la force de pression de radiation d'un laser contrapropageant avec le jet. Nous avons vu dans la partie 2.1.2 qu'à cause de l'effet Doppler, la force de pression de radiation n'est efficace que sur une plage de vitesse de l'ordre de 15 m/s. Comme la distribution de vitesse du jet s'étend sur plusieurs centaines de mètres par seconde, la force de pression de radiation du laser ne pourra pas ralentir efficacement les atomes du jet. Des techniques ont cependant été trouvées pour permettre à la force de pression de radiation d'agir efficacement sur l'ensemble de la distribution de vitesse du jet. Il existe principalement deux méthodes.

La première méthode [52] consiste à utiliser un champ magnétique inhomogène dans la zone de ralentissement. A cause de l'effet Zeeman (voir page 61), ce champ magnétique inhomogène fait varier la fréquence de résonance des atomes en fonction de leur position. La classe de vitesse en résonance avec le laser dépend

donc de la position de l'atome dans la zone de ralentissement. Ainsi, pour un profil de champ magnétique bien choisi, le laser sera successivement en résonance avec les différentes classes de vitesse composant la distribution de vitesse du jet. Ce dispositif permettant de ralentir le jet atomique est appelé **ralentisseur Zeeman**.

La deuxième méthode [53] consiste à utiliser un laser dont la fréquence est balayée temporellement. Le laser est donc successivement en résonance avec toutes les classes de vitesse du jet. Cette deuxième technique est difficilement utilisable pour notre expérience car on ne dispose pas d'un laser à 461 nm indépendant et la réalisation d'un balayage en fréquence sur des GHz avec un acousto-optique standard est impossible. Nous utiliserons donc la première méthode pour ralentir notre jet.

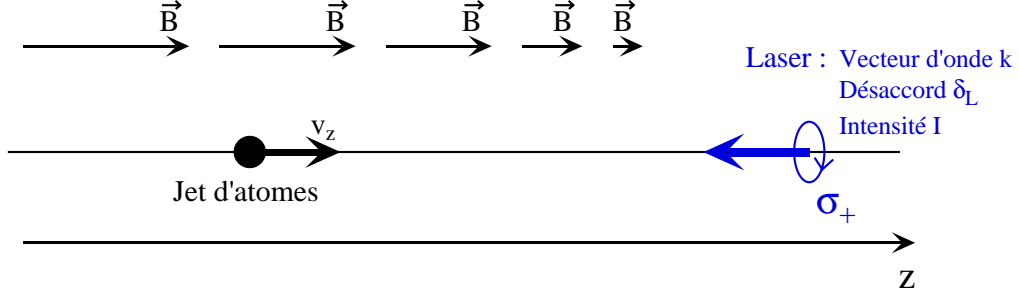
Après avoir exposé le principe du ralentissement Zeeman, nous expliquerons les choix technologiques effectués. Nous décrirons ensuite la réalisation expérimentale du ralentisseur Zeeman.

Principe du ralentisseur Zeeman

Le jet atomique est ralenti grâce à la force de pression de radiation d'un faisceau laser contrapropageant. Un champ magnétique non uniforme parallèle au jet permet au laser d'être successivement en résonance avec les différentes classes de vitesse du jet. Au début de la zone de ralentissement, le laser est en résonance avec les atomes qui ont la vitesse la plus élevée que l'on souhaite ralentir v_{max} . Puis le long de la zone de ralentissement, la vitesse qui est en résonance avec le laser diminue jusqu'à atteindre la vitesse finale v_f souhaitée à la fin du ralentissement. Pour qu'un atome qui a initialement une vitesse v soit ralenti jusqu'à la vitesse finale v_f , il faut que le champ magnétique varie suffisamment lentement pour que la diminution de la vitesse en résonance avec le laser soit plus lente que la diminution de la vitesse réelle des atomes dans le ralentisseur. Pour cela, le temps que le laser reste en résonance avec une classe de vitesse doit être suffisamment long pour que les atomes de cette classe de vitesse aient le temps d'être ralentis jusqu'à la prochaine classe de vitesse qui sera en résonance avec le laser.

Pour minimiser la distance de ralentissement, les atomes doivent toujours être en résonance avec le laser afin d'obtenir une force de pression de radiation maximum. Nous devons donc choisir un profil de champ magnétique pour lequel l'effet Zeeman compense parfaitement le changement de la fréquence apparente du laser au cours de la décélération de l'atome. Pour calculer ce profil de champ magnétique optimum, on suppose tout d'abord que l'atome est toujours en résonance avec le laser lors de sa décélération. On calcule alors pour cette décélération maximum l'évolution de la vitesse de l'atome en fonction de sa position. A partir de cette information, on calcule le profil du champ magnétique qui permet aux atomes d'être toujours en résonance avec le laser au cours de leur

décélération. On peut trouver ce calcul du profil du champ magnétique dans de nombreuses références dont [54] [55].



Le faisceau laser ralentisseur doit être polarisé circulairement afin que la fréquence de résonance de l'atome soit sensible au champ magnétique parallèle au faisceau. Nous ferons les calculs pour un faisceau polarisé σ_+ par rapport à l'axe z . Les calculs avec un faisceau polarisé σ_- sont les mêmes, il faut juste changer B en $-B$ dans les différentes expressions.

La force de pression de radiation exercée par le faisceau laser ralentisseur (polarisation σ_+) sur un atome de vitesse v en présence d'un champ magnétique B parallèle au laser est égale à (voir page 63) :

$$\vec{F} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta_L + k v_z - \kappa B)^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \hbar \vec{k}$$

Nous supposons à présent que le champ magnétique est choisi de telle façon que le laser soit toujours à résonance avec un atome lors de sa décélération ($B(z) = (\delta_L + k v_z(z))/\kappa$). Au cours du ralentissement, l'accélération subie par les atomes est donc égale à :

$$a = \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} v_{rec} \quad (2.19)$$

où $v_{rec} = \hbar k/m$ est la vitesse de recul. Avec cette accélération, l'évolution de la vitesse d'un atome qui a initialement une vitesse $v_z = v_0$ en $z=0$ en fonction de sa position z est égale à :

$$v_z(z) = \sqrt{v_0^2 - 2 a z} \quad (2.20)$$

Pour ralentir un jet atomique à partir d'une vitesse maximum v_{max} jusqu'à une vitesse finale v_f , il faut donc une longueur d'interaction minimum égale à :

$$L_z = \frac{v_{max}^2 - v_f^2}{2 a} \quad (2.21)$$

A partir de l'expression de la vitesse 2.20, nous pouvons calculer le profil du champ magnétique qui minimise la longueur d'interaction pour ralentir un jet à partir d'une vitesse v_{max} jusqu'à une vitesse v_f :

$$\boxed{0 < z < L_z \quad : \quad B(z) = \frac{\delta_L + k \sqrt{v_{max}^2 - 2 a z}}{\kappa}} \quad (2.22)$$

Ce profil de champ magnétique minimise la longueur de décélération pour un laser d'intensité I . Si l'intensité laser utilisée pour le ralentissement est supérieure à celle utilisée pour calculer le profil du champ magnétique, les atomes seront tout de même ralentis mais la longueur de décélération ne sera pas optimisée. Par contre, si l'intensité laser utilisée pour ralentir le jet est inférieure à celle utilisée pour calculer le profil de champ magnétique, les atomes ne seront pas ralentis. Le profil de champ magnétique qui sera choisi expérimentalement devra donc correspondre à l'intensité minimum que l'on espère pour le faisceau ralentisseur.

Trajectoire des atomes

Nous allons à présent calculer la trajectoire des atomes après et dans le ralentisseur Zeeman. Cette information nous permettra de connaître la proportion de la distribution angulaire du jet qui pourra être capturée par le piège magnéto-optique.

Nous allons décrire la trajectoire d'un atome qui quitte le four avec une vitesse v et un angle θ par rapport à l'axe z . Avant de rentrer dans la zone de ralentissement, la trajectoire de l'atome est rectiligne et fait un angle θ par rapport à l'axe z . Lorsque l'atome entre dans la zone du ralentissement Zeeman, la vitesse de l'atome suivant l'axe du laser diminue, par contre la vitesse radiale de l'atome reste constante. La trajectoire de l'atome s'incurve donc (voir figure 2.19). Après être sortie de la zone de ralentissement, la trajectoire de l'atome est à nouveau rectiligne mais son angle avec l'axe z est augmenté et est égal à $\theta v/v_f$ où v_f est la vitesse finale après le ralentissement ⁸.

On constate donc que le ralentissement longitudinal des atomes augmente la divergence du jet atomique. Pour obtenir un flux d'atomes arrivant dans la zone de capture du piège le plus grand possible, il faut donc diminuer au maximum la distance entre la fin du Zeeman et le piège magnéto-optique. Il faudra aussi choisir la vitesse à la fin du ralentissement v_f la plus grande possible afin de minimiser l'angle de divergence du jet après le Zeeman. Il est aussi possible d'utiliser une mélasse optique transverse pour collimater le jet juste après le ralentisseur Zeeman.

8. L'angle θ est ici supposé petit devant 1. Cette hypothèse est parfaitement vérifiée pour les atomes qui sont capturés par le piège magnéto-optique.

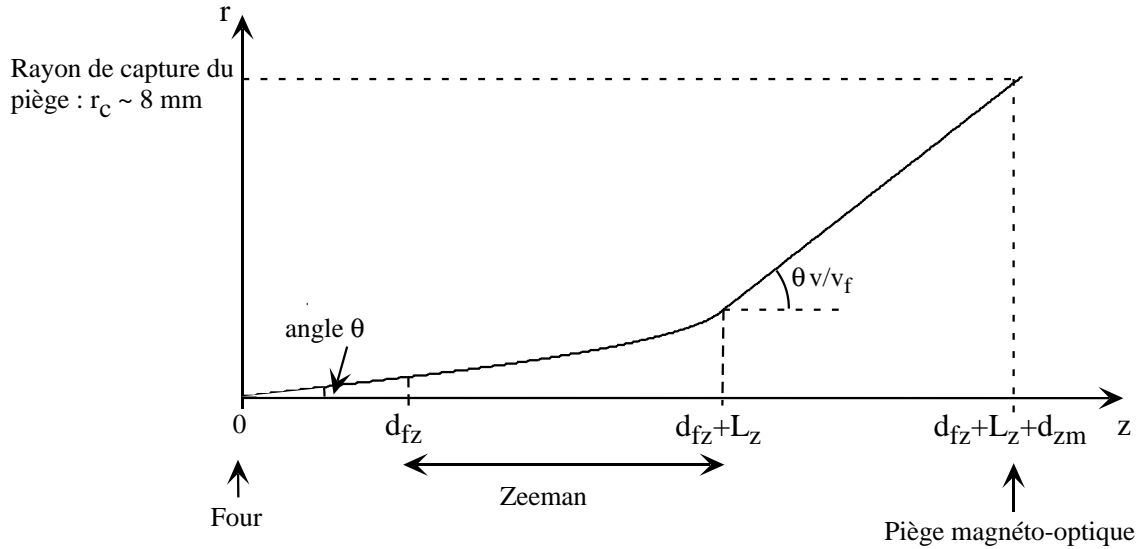


FIG. 2.19 – Trajectoire typique d'un atome émis par le four avec une vitesse v et un angle θ .

Flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique

Deux conditions sont nécessaires pour qu'un atome émis par le four soit capturé par le piège magnéto-optique (voir page 75).

Il faut tout d'abord que la vitesse de l'atome arrivant au niveau du piège soit inférieure à la vitesse de capture du piège $v_c \sim 50 \text{ m/s}$. Pour obtenir cette condition avec le ralentisseur Zeeman, l'atome en sortie du four devra avoir une vitesse inférieure à la vitesse maximum ralentie v_{max} .

Pour être capturé par le piège, l'atome doit en plus pénétrer dans la zone de capture du piège. L'atome devra donc passer à une distance par rapport au centre du piège inférieure au rayon de capture r_c . Pour estimer cette distance, nous supposons que la trajectoire de l'atome est rectiligne au cours de son ralentissement (voir figure 2.19). Avec cette approximation, nous trouvons que la distance à laquelle passe l'atome par rapport au centre du piège est égale à⁹:

$$r_m = \theta \left(d_{fz} + L_z + \frac{v}{v_f} d_{zm} \right)$$

où $d_{fz} = 10.3 \text{ cm}$ est la distance entre le four et le début du Zeeman, L_z est la longueur du Zeeman et d_{zm} est la distance entre la fin du Zeeman et le piège

9. L'expression de la distance r_m donnée n'est valable que si $v > v_f$. Si $v < v_f$, on a $r_m = \theta(d_{fz} + L_z + d_{zm})$. Comme la proportion d'atomes du jet qui ont une vitesse inférieure à v_f est très faible, nous utiliserons que l'expression de r_m valable dans pour $v > v_f$.

magnéto-optique. Pour le premier type de cellule tout en verre la distance entre la fin du Zeeman et le piège magnéto-optique est égale à $d_{zm} = 25 \text{ cm}$ et pour le second type de cellule utilisée $d_{zm} = 19 \text{ cm}$ ¹⁰.

Finalement, on trouve qu'un atome qui sort du four avec une vitesse v et un angle θ sera capturé par le piège si :

$$\boxed{\begin{array}{l} v < v_{max} \\ \text{et} \\ \theta < \theta_m(v) = \frac{r_c}{d_{fz} + L_z + \frac{v}{v_f} d_{zm}} \end{array}}$$

Avec ces conditions, on trouve que le flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique est égal à :

$$\Phi_c = \int_{v=0}^{v_{max}} \int_{\theta=0}^{\theta_m(v)} \Phi(v, \theta) 2\pi \sin(\theta) d\theta \exp\left(-\frac{\Gamma_d v - v_f}{\Gamma_b v_{rec}}\right) dv \quad (2.23)$$

où $\Phi(v, \theta)$ est le flux d'atomes du jet par unité de vitesse et par unité d'angle solide (voir page 93). Dans cette expression de Φ_c , nous avons tenu aussi compte des pertes par pompage optique (voir page 65) avec le terme $\exp(-\frac{\Gamma_d v - v_f}{\Gamma_b v_{rec}})$. Nous avons supposé que l'atome n'est pas capturé par le piège lorsque au cours de son ralentissement, il est pompé optiquement vers le niveau 1D_2 . En effet, dans ce cas la force de pression de radiation est interrompue pendant un temps au moins égal à 0.3 ms, l'atome ne pourra pas alors suivre la décélération prévue dans le Zeeman et ne pourra donc pas être ralenti jusqu'à la vitesse de capture du piège.

L'angle $\theta_m(v)$ est au maximum égal à 1° . Comme la distribution angulaire du jet est à peu près constante sur un angle de 1° (voir page 95), nous considérons dans l'expression 2.23 que :

$$\Phi(v, \theta) \simeq \Phi(v, 0) = n \frac{v_T}{\sqrt{2\pi}} \pi r_t^2 \frac{1}{\pi} f(v)$$

Nous obtenons alors pour le flux d'atomes capturés par le piège :

$$\boxed{\Phi_c = n \frac{v_T}{\sqrt{2\pi}} \pi r_t^2 \int_{v=0}^{v_{max}} \theta_m^2(v) f(v) \exp\left(-\frac{\Gamma_d v - v_f}{\Gamma_b v_{rec}}\right) dv} \quad (2.24)$$

La densité d'atomique de strontium n dans le four est donnée dans l'annexe A page 356 en fonction de la température du four. Pour notre four le rayon du trou est égal à $r_t = 0.25 \text{ mm}$.

¹⁰. Si on utilise une mélasse transverse après le Zeeman qui collimate le jet, d_{fz} représentera la distance entre la fin du Zeeman et la mélasse transverse. d_{fz} sera alors égale à 5.4 cm.

Chauffage transverse

Précédemment, nous n'avons pas tenu compte des fluctuations de la force de pression de radiation du faisceau ralentisseur. Ces fluctuations sont responsables d'un chauffage transverse du jet c'est à dire d'une diffusion de la vitesse transverse de l'atome au cours de son ralentissement. Nous allons estimer ici la vitesse transverse moyenne qu'acquiert un atome lors de son ralentissement.

Lorsque l'atome absorbe un photon du faisceau ralentisseur, il réémet un photon spontané dans une direction aléatoire et donc sa vitesse transverse change d'une quantité aléatoire comprise entre $-v_{rec}$ et $+v_{rec}$. Pour une transition $J=0$ $J=1$ et pour un faisceau polarisé circulairement, on peut montrer que la vitesse quadratique moyenne associée à ce changement de vitesse transverse est égale à: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = 0.3 v_{rec}^2$. Lorsque l'atome a absorbé N photons et donc que sa vitesse longitudinale a changé de $N v_{rec}$, la vitesse quadratique moyenne associée au changement de vitesse transverse est égale à:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = 0.3 N v_{rec}^2 = 0.3 (v - v_f) v_{rec}$$

où $(v - v_f)$ correspond au changement de vitesse longitudinale de l'atome. A partir cette expression et en supposant que la densité de probabilité de v_x est gaussienne, on trouve que la vitesse transverse ($v_r = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$) moyenne acquise par l'atome au cours de son ralentissement est égale à:

$$\boxed{\langle v_r \rangle = \sqrt{\frac{3\pi}{20}} \sqrt{(v - v_f) v_{rec}}} \quad (2.25)$$

Un atome émis par le four avec un angle nul ($\theta = 0$) et une vitesse v égale à 350 m s^{-1} aura donc acquis après son ralentissement jusqu'à la vitesse $v_f = 80 \text{ m s}^{-1}$ une vitesse transverse moyenne égale à $\langle v_r \rangle = 1.1 \text{ m s}^{-1}$. Nous trouvons donc que l'atome passe à une distance moyenne égale à 2.7 mm par rapport au centre du piège magnéto-optique (distance entre la fin du Zeeman et le piège prise égale à $d_{zm} = 19 \text{ cm}$). Le rayon de capture du piège magnéto-optique étant égal à 8 mm, l'atome aura donc une forte probabilité d'être capturé par le piège. **Dans la suite, nous négligerons donc l'effet du chauffage transverse.**

Choix des paramètres du ralentisseur Zeeman

Dans cette partie, nous essayerons de déterminer les différents paramètres du ralentisseur Zeeman (faisceau laser, désaccord laser, longueur du Zeeman, profil du champ magnétique) qui permettent d'obtenir le flux d'atomes capturés par le piège le plus important possible.

Le **faisceau laser** qui ralentit le jet atomique doit être suffisamment grand pour que tous les atomes qui peuvent entrer dans la zone de capture du piège soient ralentis. Pour maximiser l'intensité laser tout en satisfaisant la condition

précédente, le faisceau ralentisseur doit avoir un waist au niveau du four égal au rayon de l'orifice de sortie du four $r_t = 0.25 \text{ mm}$ et avoir un waist au niveau du piège égal au rayon de capture $r_c \sim 8 \text{ mm}$. Dans cette configuration, l'intensité laser dépend de la position des atomes dans le ralentisseur Zeeman. Elle est maximum au début du Zeeman sur l'axe et minimum la fin du Zeeman en dehors de l'axe. Pour effectuer les différents choix technologiques, nous supposons que l'intensité dans le Zeeman est constante. Le choix de l'intensité du laser qui détermine le profil de champ magnétique sera réalisé expérimentalement. Pour déterminer la longueur du Zeeman, nous supposons que l'intensité laser minimum est égale à $0.2 I_{sat}$. Cette intensité correspond à l'intensité qu'on obtient à la fin du Zeeman hors de l'axe pour la puissance laser minimum que l'on espère avoir pour le Zeeman (10 mW).

La relation 2.22 nous indique que le **désaccord laser du faisceau ralentisseur** détermine le niveau moyen du champ magnétique dans le Zeeman. Pour minimiser le niveau moyen du champ magnétique dans le Zeeman, il faut choisir un désaccord laser négatif assez important. Un grand désaccord laser est aussi nécessaire pour que le faisceau ralentisseur ne perturbe pas les atomes dans le piège magnéto-optique¹¹. Nous utiliserons dans notre expérience un désaccord laser égal à $-240 \text{ MHz} = -7.5 \Gamma$. Ce désaccord correspond au désaccord maximum que l'on peut obtenir avec la configuration d'acousto-optique utilisée dans notre expérience (voir page 121). Avec une puissance du faisceau ralentisseur de 20 mW, on obtient une intensité au niveau du piège égale à $I = 0.5 I_{sat}$. Avec cette intensité et un désaccord de -7.5Γ , on trouve que la force de pression de radiation exercée par le faisceau ralentisseur sur les atomes du piège est vingt fois plus faible que la force exercée par un seul des faisceaux du piège magnéto-optique. La perturbation des atomes du piège par le faisceau ralentisseur devrait donc être négligeable.

Le **sens du champ magnétique du Zeeman** par rapport au champ magnétique du piège magnéto-optique joue un rôle important dans la capture des atomes ralentis par le piège (voir figure 2.20). Si le gradient de champ magnétique du Zeeman est inversé par rapport au gradient de champ magnétique du piège, le profil du champ magnétique entre la fin du Zeeman et le piège conduit à une décélération des atomes jusqu'à une vitesse négative, les atomes font alors demi-tour avant d'entrer dans la zone de capture du piège magnéto-optique. Le flux d'atomes capturés par le piège dans cette configuration de champ magnétique sera donc extrêmement faible. Si le gradient de champ magnétique du Zeeman est dans le même sens que le gradient de champ magnétique du piège, les atomes se retrouvent hors de résonance avec le faisceau ralentisseur entre la fin du Zeeman et le piège. Les atomes ne seront donc pratiquement pas ralentis entre la fin

11. Pour éviter que le faisceau ralentisseur interagisse avec les atomes du piège magnéto-optique, on peut aussi utiliser une mélasse transverse qui dévie le jet ou utiliser un faisceau ralentisseur avec un trou dans son centre [57].

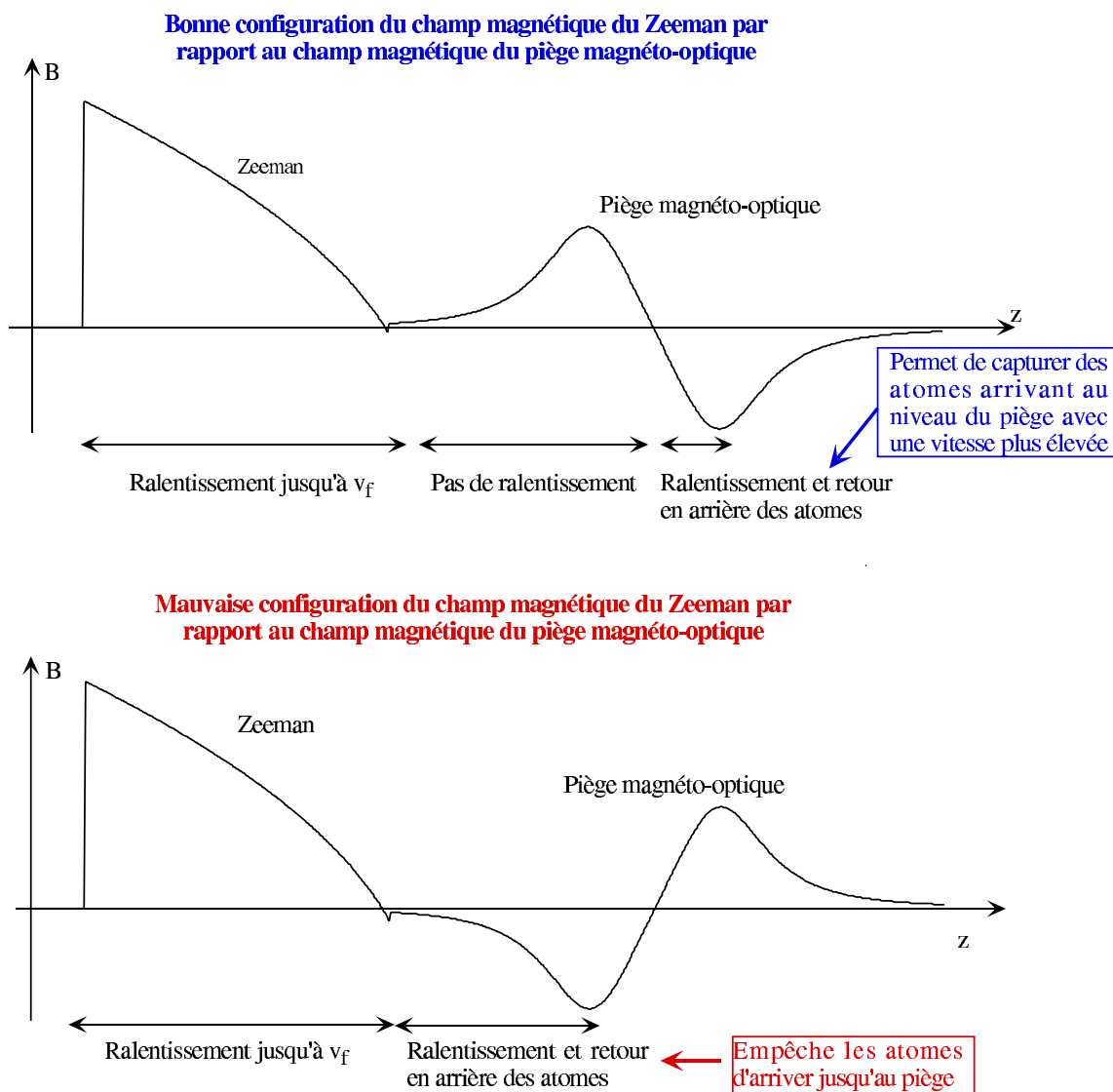


FIG. 2.20 – Configuration du champ magnétique du Zeeman par rapport au champ magnétique du piège magnéto-optique.

du Zeeman et le piège. Pour cette configuration de champ magnétique, on peut aussi remarquer que le faisceau Zeeman permet d'augmenter la vitesse de capture du piège. En effet, le faisceau Zeeman ralentit jusqu'à renvoyer en arrière les atomes qui sont passés par le piège sans être directement capturés. Ces atomes retournent alors dans la zone de capture avec une vitesse suffisamment faible pour être capturés. Une simulation à une dimension nous montre que le piège peut capturer des atomes qui arrivent avec une vitesse supérieure à 100 m/s. On peut alors choisir comme vitesse finale du ralentisseur Zeeman une vitesse de l'ordre de 100 m/s. Cette vitesse finale élevée permet de diminuer la divergence du jet

après le Zeeman et donc d'augmenter la proportion de la distribution angulaire du jet qui est capturée par le piège.

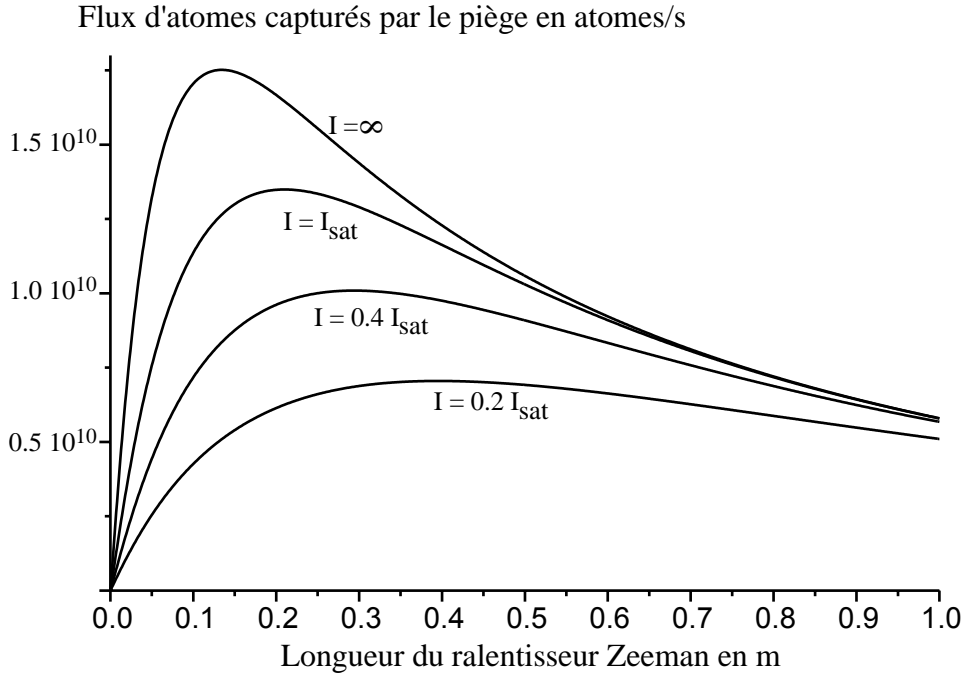


FIG. 2.21 – Flux d'atomes capturés par le piège en fonction de la longueur du Zeeman pour différentes intensités du faisceau ralentisseur. Les paramètres utilisés sont les suivants : $T_{\text{four}} = 500^\circ\text{C}$, $r_t = 0.25 \text{ mm}$, $d_{fz} = 10.3 \text{ cm}$, $d_{zm} = 19 \text{ cm}$, $v_f = 80 \text{ m/s}$.

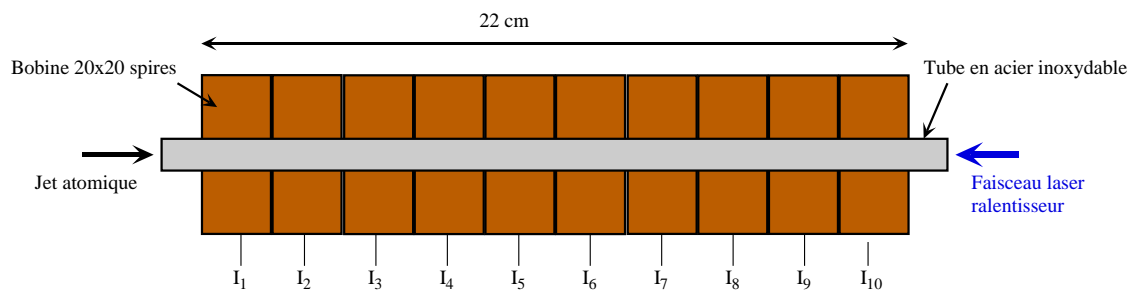
Nous allons à présent essayer de déterminer la **longueur du ralentisseur Zeeman** qui nous permet de maximiser le flux d'atomes capturés par le piège. La longueur du Zeeman détermine pour une intensité laser donnée la vitesse maximum qui pourra être ralentie par le Zeeman. La proportion de la distribution de vitesse du jet qui sera capturée par le piège sera donc d'autant plus importante que le ralentisseur Zeeman est long. La longueur de Zeeman détermine aussi la distance entre le four et le piège magnéto-optique. Plus cette distance sera grande, plus la proportion de la distribution angulaire du jet qui pourra être ralentie sera faible. La longueur du Zeeman maximisant le flux d'atomes capturés résulte donc d'un compromis entre la proportion de la distribution angulaire qui est capturée et la proportion de la distribution de vitesse qui est capturée. Pour trouver la longueur du Zeeman optimum, nous avons utilisé la relation 2.24 pour calculer le flux d'atomes capturés par le piège en fonction de la longueur du Zeeman. Nous avons tenu compte du pompage optique qui diminue l'efficacité du ralentissement d'atomes qui ont une vitesse élevée. Sur la figure 2.21, on constate que la lon-

gueur du Zeeman qui maximise le flux d'atomes capturés dépend de l'intensité du faisceau ralentisseur. Nous choisirons pour notre expérience une longueur de Zeeman égale à 22 cm. Cette longueur donne un flux d'atomes capturés par le piège pratiquement à son maximum pour une intensité laser comprise entre $0.2 I_{sat}$ et l'infini. Avec cette longueur du Zeeman de 22 cm, la vitesse maximum qui sera ralentie v_{max} est comprise entre 350 m/s et 650 m/s suivant l'intensité du faisceau ralentisseur.

Le **profil du champ magnétique** dans le ralentisseur Zeeman qui optimise le dépend de la vitesse maximale ralentie v_{max} , de la vitesse en fin de ralentissement v_f et de l'intensité du faisceau ralentisseur. Nous avons choisi d'opter pour un profil de champ magnétique réglable. Cette solution nous permet d'adapter le profil de champ magnétique à la puissance laser disponible pour le faisceau de ralentissement. Cette solution nous permet aussi de déterminer expérimentalement la vitesse finale du ralentisseur qui maximise le nombre d'atomes capturés par le piège.

Réalisation pratique du ralentisseur Zeeman

Le champ magnétique dans le ralentisseur Zeeman est obtenu à l'aide de dix bobines parcourues par des courants électriques différents. Avec ce système, nous pouvons régler le profil du champ magnétique dans le Zeeman en modifiant les intensités électriques passant dans les différentes bobines. Les bobines ont été conçues pour obtenir un champ magnétique supérieur à 400 Gauss à l'intérieur du Zeeman pour un courant maximum de 3 A. Les bobines sont réalisées avec du fil de cuivre de diamètre 1 mm et comportent 20 x 20 spires. Les différentes spires sont collées entre elles avec une colle époxy. Les dix bobines sont enfilées sur un tube en acier inoxydable dans lequel doit passer le jet atomique.



Le champ magnétique créé par chaque bobine a été mesuré expérimentalement à l'aide d'une sonde à effet Hall placée à l'intérieur du tube (voir figure 2.22). Connaissant le champ magnétique créé par chacune des bobines, on peut déterminer à l'aide d'un programme informatique les intensités dans chaque bobine qui permettent d'obtenir le profil de champ magnétique désiré. Par

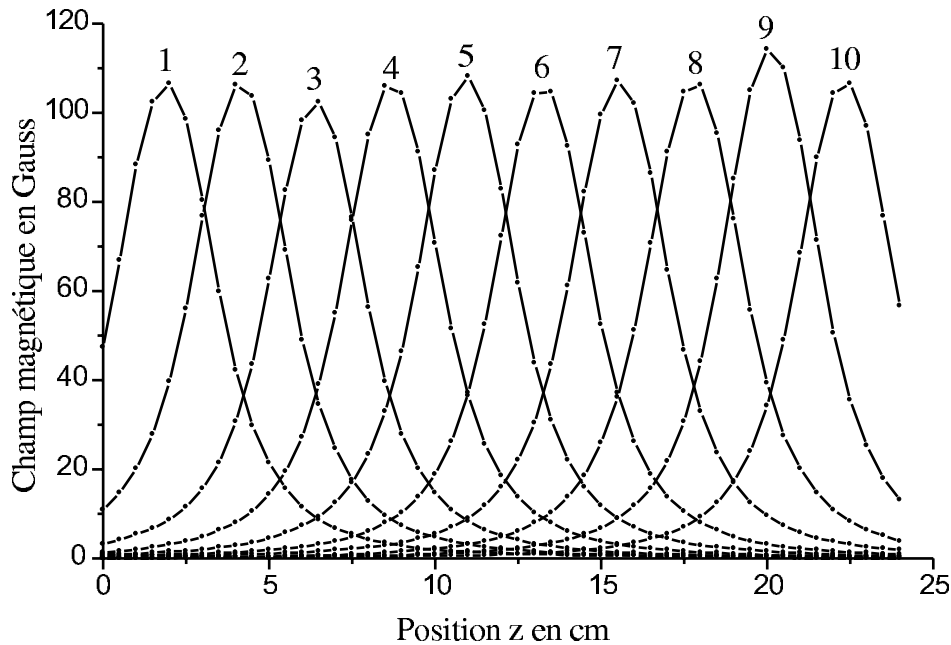


FIG. 2.22 – *Champ magnétique créé par chacune des dix bobines du Zeeman pour un courant de 1 A (mesures effectuées à l'aide d'une sonde à effet Hall).*

exemple, le profil de champ magnétique qui permet de ralentir les atomes de $v_{max} = 350 \text{ m/s}$ à $v_f = 100 \text{ m/s}$ à partir d'une intensité laser au moins égal à $0.4 I_{sat}$ est obtenu en utilisant les intensités électriques suivantes : 2.64 1.89 1.84 1.65 1.52 1.28 1.12 0.91 0.68 0.18 A. Sur la figure 2.23, nous pouvons comparer le champ magnétique produit par les dix bobines et le champ magnétique demandé. On remarque que le champ magnétique créé par les dix bobines reproduit assez bien le profil de champ magnétique théorique. L'écart entre le champ magnétique expérimental et le champ magnétique théorique est inférieur au Gauss. Cet écart n'a pas de conséquence importante. Il faudra simplement prendre une intensité laser légèrement supérieure à celle utilisée pour calculer le champ magnétique théorique.

Si la vitesse finale de ralentissement est choisie supérieure à 80 m/s, le champ magnétique du Zeeman doit s'annuler de manière brusque à la fin du ralentissement. Cette annulation brusque du champ magnétique ne peut pas être reproduite avec nos dix bobines. On peut voir sur la figure 2.23 que la coupure est lente. Ce champ magnétique qui décroît lentement jusqu'à zéro entraînera le ralentissement des atomes jusqu'à une vitesse voisine de 80 m/s. Sur notre ralentisseur Zeeman, il sera donc difficile d'obtenir une vitesse finale de ralentissement supérieure à 80 m/s. Pour obtenir des vitesses de sortie supérieures, on peut prendre un désaccord laser encore plus grand ou utiliser une bobine d'extraction [56]. Il est par contre possible avec notre système d'obtenir

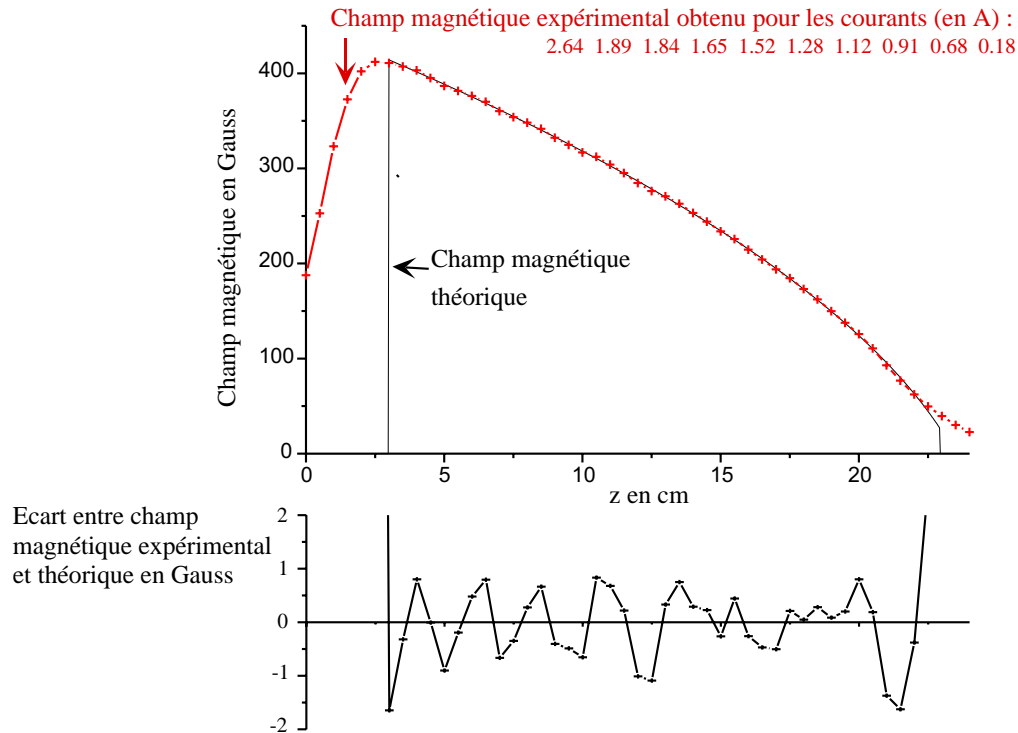


FIG. 2.23 – Comparaison entre le champ magnétique expérimental créé dans notre Zeeman et le champ magnétique théorique avec $I = 0.4 I_{sat}$, $v_f = 100 \text{ m/s}$, $v_{max} = 350 \text{ m/s}$.

facilement des vitesses finales plus petites que 80 m/s en terminant par un champ magnétique négatif.

Notre ralentisseur Zeeman à profil de champ magnétique réglable nous permet donc d'optimiser la vitesse maximum ralentie en fonction de la puissance laser disponible. Nous pouvons aussi choisir la vitesse finale de ralentissement du Zeeman qui optimise le flux d'atomes capturés par le piège. Dans la partie suivante, nous déterminerons expérimentalement le profil du champ magnétique qui maximise le nombre d'atomes dans le piège.

Optimisation expérimentale du profil de champ magnétique du Zeeman

Nous avons mesuré la fluorescence des atomes piégés qui est proportionnelle au nombre d'atomes piégés en fonction du profil de champ magnétique du Zeeman. Le but est de déterminer le profil de champ magnétique qui optimise le nombre d'atomes piégés et donc le flux d'atomes capturés par le piège. Le faisceau ralentisseur utilisé pour l'expérience est désaccordé de -224 MHz et a une

puissance de 20 mW.

Nous avons testé plusieurs profils de champ magnétique. Chaque profil a été choisi pour reproduire le champ magnétique théorique 2.22 qui doit optimiser la décélération de l'atome pour laser d'intensité I et de désaccord δ_L , une vitesse maximale ralentie v_{max} et une vitesse finale de ralentissement v_f . Comme la longueur du Zeeman est fixée, les quantités v_{max} , v_f et I sont reliées entre elle par la relation 2.21. Ainsi si nous choisissons l'intensité I et la vitesse finale v_f , la vitesse maximale est déterminée par la relation 2.21.

Nous avons réalisé une première série de tests où nous avons fait varier la vitesse finale utilisée pour le calcul du profil de champ magnétique. L'intensité laser utilisée pour le calcul du profil de champ magnétique a été prise égale à $0.4 I_{sat}$. La vitesse finale est un paramètre important pour le flux d'atomes capturés. En effet, la vitesse des atomes après le ralentisseur Zeeman doit être suffisamment faible pour que les atomes puissent être capturés par le piège. Elle doit être aussi la plus élevée possible pour avoir une vitesse maximum ralentie v_{max} la plus grande possible et avoir la divergence du jet après le Zeeman la plus faible possible.

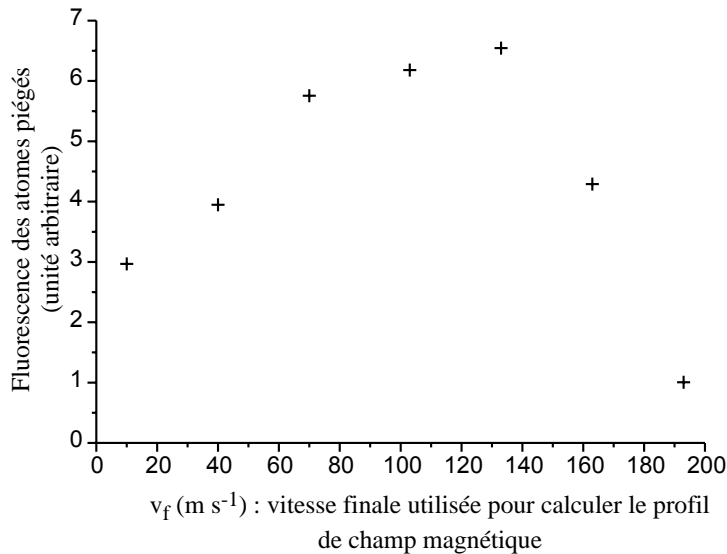


FIG. 2.24 – *Fluorescence des atomes piégés en fonction de la vitesse finale v_f utilisée pour calculer le profil de champ magnétique du Zeeman. L'intensité utilisée pour calculer le profil de champ magnétique du Zeeman est égale à $0.4 I_{sat}$. La puissance du faisceau ralentisseur est égale à 20 mW.*

Sur la figure 2.24, nous avons représenté la fluorescence des atomes piégés pour différentes valeurs de la vitesse finale utilisée pour le calcul du profil de champ magnétique. On constate que le nombre d'atomes piégés est maximum lorsque

la vitesse finale v_f utilisée pour déterminer le profil de champ magnétique est de l'ordre de 133 m s^{-1} . Dans cette configuration, la vitesse réelle des atomes après le ralentisseur doit être de l'ordre de 80 m s^{-1} . En effet, le champ magnétique créé expérimentalement ne peut pas s'annuler brusquement et donc les atomes sont ralentis de 133 à 80 m s^{-1} pendant que le champ magnétique décroît à la fin du ralentisseur Zeeman. Le piège semble donc capable de capturer des atomes avec une vitesse de l'ordre de 80 m s^{-1} . La vitesse de capture du piège a été estimée théoriquement à 50 m s^{-1} , cependant le faisceau Zeeman aide à la capture des atomes et doit donc permettre au piège de capturer des atomes avec une vitesse de capture de l'ordre de 80 m s^{-1} .

Pour des vitesses finales supérieures à 133 m s^{-1} utilisées pour déterminer le profil de champ magnétique, le nombre d'atomes piégés diminue. Cette diminution peut s'expliquer par le fait que la décroissance du champ magnétique après le ralentisseur Zeeman est trop rapide pour que les atomes soient ralentis jusqu'à 80 m s^{-1} . Les atomes arrivent ainsi au niveau du piège avec une vitesse trop élevée pour être capturés.

Lorsque la vitesse finale est inférieure à 133 m s^{-1} , le nombre d'atomes piégés diminue. En effet, plus la vitesse après le ralentisseur Zeeman est petite et plus la divergence du jet après le ralentisseur Zeeman sera grande et plus la vitesse maximale qui pourra être ralentie sera petite.

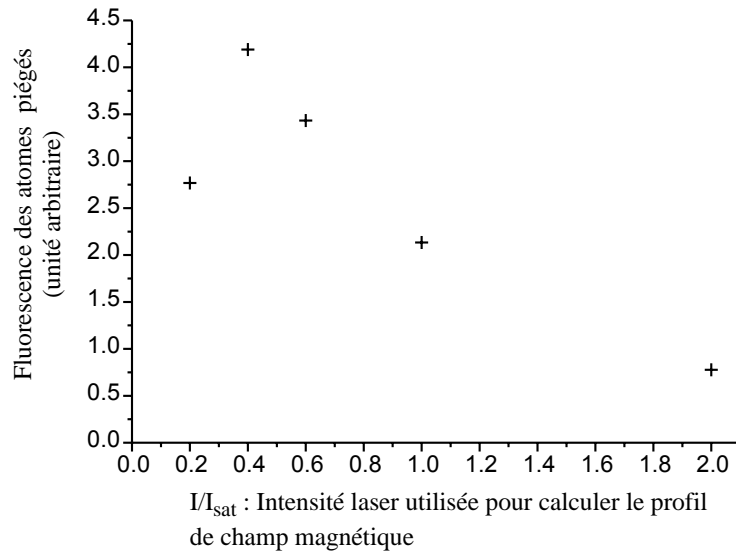


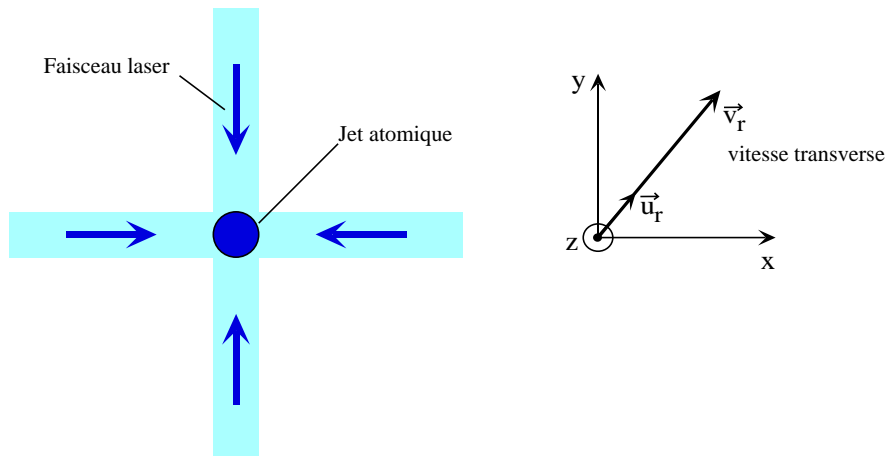
FIG. 2.25 – Fluorescence des atomes piégés en fonction de l'intensité utilisée pour calculer le profil de champ magnétique du Zeeman. La vitesse finale utilisée pour le calcul du profil de champ magnétique est égale à 133 m s^{-1} . La puissance du faisceau ralentisseur utilisé est égale à 20 mW .

Dans la deuxième série de test, nous avons mesuré la fluorescence des atomes piégés pour différentes intensités lasers utilisées pour le calcul du profil du champ magnétique. La vitesse finale utilisée pour le calcul du profil du champ magnétique a été choisie égale à 133 m s^{-1} . La vitesse maximale de ralentissement v_{max} dépend alors de l'intensité laser utilisée. Sur la figure 2.25, nous pouvons voir que le nombre d'atomes piégés est maximum lorsque l'intensité utilisée pour la détermination du profil de champ magnétique est égale à $0.4 I_{sat}$. Nous pouvons donc conclure que lorsque la puissance du faisceau ralentisseur est égale à 20 mW, le profil de champ magnétique optimisant le flux d'atomes capturés doit donc être calculé pour une intensité laser de $0.4 I_{sat}$.

Ces tests nous ont donc permis de déterminer expérimentalement les paramètres que l'on doit utiliser pour déterminer le profil de champ magnétique du Zeeman qui optimise le flux d'atomes capturés par le piège.

2.3.3 Mélasses transverses

Dans notre montage, nous nous sommes laissés la possibilité de pouvoir réaliser une mélasse transverse entre le four et le Zeeman et une mélasse transverse après le Zeeman. La fonction de ces mélasses est de ralentir transversalement les atomes du jet et donc de diminuer la divergence angulaire du jet. Ces mélasses transverses devraient donc permettre d'augmenter la proportion d'atomes du jet arrivant dans la zone de capture du piège magnéto-optique.



La mélasse est réalisée à l'aide de deux paires de faisceaux contrapropagants perpendiculaires au jet. Lorsque les atomes du jet traversent cette zone de

mélasse, ils sont soumis à une force de friction égale à¹² :

$$\vec{F} = -\gamma m \vec{v}_r \quad \text{avec } I \ll I_{sat}, \quad v \ll \Gamma/k, \quad |\delta_L|/k \quad (2.26)$$

$$\gamma = I/I_{sat} k v_{rec} \frac{-8 \delta_L/\Gamma}{(1 + 4 \delta_L^2/\Gamma^2)^2}$$

L'expression ci-dessus est uniquement valable lorsque la vitesse transverse est petite devant Γ/k et $|\delta_L|/k$. Pour des vitesses plus élevées que $|\delta_L|/k$, la force sature puis diminue. Le ralentissement des atomes sera donc efficace seulement pour des vitesses transverses plus petites que $|\delta_L|/k$ ($|\delta_L|/k = 7 \text{ m/s}$ pour $\delta_L = -\Gamma/2$).

Lorsque le régime stationnaire est atteint, la dispersion de vitesse est donnée par la limite Doppler (voir page 72) :

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = 0.7 \frac{\hbar \Gamma}{2m} \frac{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2}}{-\frac{4\delta_L}{\Gamma}}, \quad I \ll I_{sat}$$

On obtient alors une vitesse transverse moyenne des atomes égale à :

$$\langle v_r \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\langle v_x^2 \rangle}$$

Pour un désaccord laser égal à $-\Gamma/2$, la vitesse transverse moyenne est égale à $\langle v_r \rangle = 0.3 \text{ m/s}$.

Le régime stationnaire est atteint avec une constante de temps égale à $1/\gamma$. Pour les atomes du jet, le temps d'interaction dans la mélasse est donné par $2 w_z/v$ où w_z est le waist des faisceaux suivant l'axe du jet¹³ et v est la vitesse longitudinale des atomes. Après l'interaction avec la mélasse transverse, nous considérons donc que la dispersion de vitesse stationnaire est atteinte lorsque :

$$\frac{2 w_z \gamma}{v} \gg 1$$

Pour atteindre le régime stationnaire, on trouve donc en utilisant la relation 2.26 que la puissance par faisceau doit être supérieure à :

$$P \gg \frac{v}{v_{rec}} \frac{(1 + 4 \delta_L^2/\Gamma^2)^2}{-8 \delta_L/\Gamma} \frac{w_r \lambda}{4} I_{sat} \quad (2.27)$$

où w_r est le waist du faisceau dans la direction orthogonale au jet. Nous constatons sur cette dernière expression que la puissance nécessaire pour obtenir le régime stationnaire est indépendante du waist du faisceau suivant l'axe du jet w_z . En pratique, nous choisirons un waist suffisamment grand pour être dans le cas faible saturation ($I \ll I_{sat}$).

12. Cette expression de la force a été obtenue en ajoutant de manière indépendante la force de pression de radiation des différents faisceaux (voir page 61). L'expression de la force n'est donc uniquement valable à faible saturation ($I \ll I_{sat}$).

13. Pour simplifier les calculs, nous assimilerons le profil gaussien des faisceaux à un profil carré avec une largeur de deux fois le waist w .

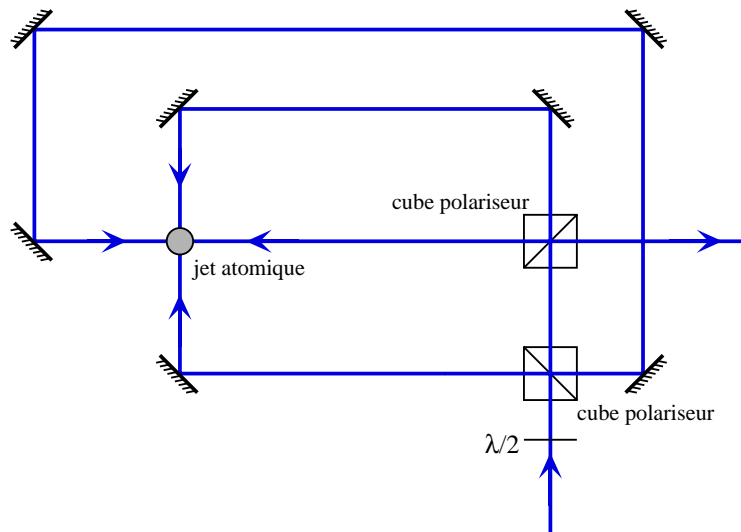
Mélasse transverse après le Zeeman

Nous avons vu précédemment que la divergence du jet était fortement augmentée après le ralentisseur Zeeman (voir page 102). Lorsque la distance entre la fin du ralentisseur Zeeman et le piège magnéto-optique est grande, cette divergence accrue du jet diminue la proportion d'atomes qui arrivent dans la zone de capture du piège. Nous avons donc réalisé une mélasse transverse après le Zeeman afin de collimater le jet d'atomes.

En supposant que la mélasse transverse collimate parfaitement le jet, les atomes qui pourront être capturés par le piège doivent arriver au niveau de la mélasse avec une distance par rapport à l'axe z inférieure au rayon de capture du piège ($r_c = 8 \text{ mm}$). On trouve alors que les atomes qui pourront être capturés par le piège auront une vitesse transverse maximum égale à 5 m s^{-1} . Ces atomes seront donc dans la zone de vitesse où la force de ralentissement de la mélasse transverse est maximum ($v < |\delta_L|/k, |\Gamma|/k$). Ils seront alors soumis à la force de friction donnée en 2.26.

Afin que tous les atomes qui peuvent passer par la zone de capture du piège magnéto-optique soient ralentis, nous choisissons un waist des faisceaux perpendiculaire au jet égal au rayon de capture du piège c'est à dire 8 mm. En utilisant la relation 2.27, nous trouvons que la puissance par faisceau nécessaire pour ralentir la vitesse transverse jusqu'à la dispersion de vitesse stationnaire doit être grande devant 3 mW ($v = 80 \text{ m/s}$, $\delta = -\Gamma/2$).

Les deux paires de faisceaux contrapropageants de la mélasse transverse ont été mis en place grâce au montage optique ci-dessous. Ce montage permet d'avoir une intensité bien équilibrée entre chaque faisceau contrapropageant et permet de recycler la lumière d'une paire de faisceaux contrapropageants pour l'autre paire.



La puissance disponible par faisceau est environ de 4 mW. La puissance par faisceau est donc limitée pour ralentir complètement les atomes. Après la mélasse, le jet atomique ne sera donc pas complètement collimaté, la divergence du jet sera seulement réduite.

Lorsqu'on branche cette mélasse transverse, on observe une augmentation de 10% de la fluorescence des atomes piégés. Le flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique augmente donc seulement de 10%. Cette mélasse transverse avait été réalisée préalablement sur le premier type de cellule où la distance entre le Zeeman et le piège magnéto-optique était plus longue ($d_{zm} = 25 \text{ cm}$). Nous avons alors constaté une augmentation d'un facteur 1.5 du nombre d'atomes piégés.

Lorsque la distance est faible entre la fin du Zeeman et le piège, l'ajout d'une mélasse transverse ne permet donc pas d'améliorer significativement le flux d'atomes capturés par le piège.

Mélasse optique transverse au niveau du four

Nous avons aussi mis en place une mélasse transverse juste après le four. Cette mélasse a pour but de ralentir la vitesse transverse des atomes en sortie du four et donc d'augmenter le flux d'atomes qui arriveront au niveau du piège avec une distance par rapport au centre du piège inférieure au rayon de capture du piège.

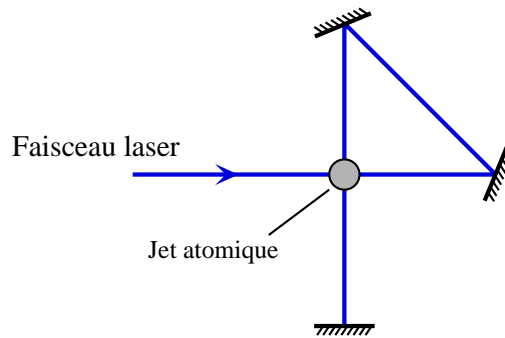
La vitesse transverse des atomes en sortie de four est de l'ordre de 100 m/s. La force de ralentissement de la mélasse ne pourra donc pas agir efficacement sur l'ensemble de la distribution de vitesse transverse. Elle ralentira efficacement uniquement les atomes avec une vitesse transverse inférieure à 7 m/s.

Cette mélasse a été réalisée avec des faisceaux elliptiques avec pour waist $w_z = 13 \text{ mm}$, $w_r = 2 \text{ mm}$. A l'aide de la relation 2.27, nous trouvons que la puissance nécessaire pour atteindre le régime stationnaire à la fin de la mélasse doit être supérieure à 3 mW¹⁴.

On a utilisé cette fois-ci un faisceau rétro-réfléchi pour obtenir les deux paires de faisceaux contrapropageants. Avec cette méthode l'intensité des faisceaux est plus élevée, mais une paire de faisceaux est fortement déséquilibrée. On obtient une puissance par faisceau de 5 mW avec un déséquilibre de $\sim 50\%$ pour une paire de faisceaux. Lorsqu'on branche cette mélasse, nous constatons une augmentation d'un facteur 1.5 de la fluorescence des atomes piégés. Cette mélasse transverse nous permet donc d'augmenter le flux d'atomes capturés d'un facteur 1.5.

Dans notre montage, il est donc plus avantageux de réaliser une mélasse optique transverse entre le four et le ralentisseur Zeeman que de la réaliser après le ralentisseur Zeeman.

14. On retrouve la même puissance nécessaire que précédemment. La diminution du waist transverse est compensée par l'augmentation de la vitesse des atomes en sortie du jet



Dans cette partie, nous avons décrit le jet de strontium avec lequel est chargé le piège magnéto-optique. Ce jet est issu d'un four à une température de l'ordre de 500°C . Afin de maximiser le flux d'atomes capturés par le piège, les atomes du jet sont ralentis transversalement grâce à une mélasse transverse et longitudinalement grâce à un ralentisseur Zeeman.

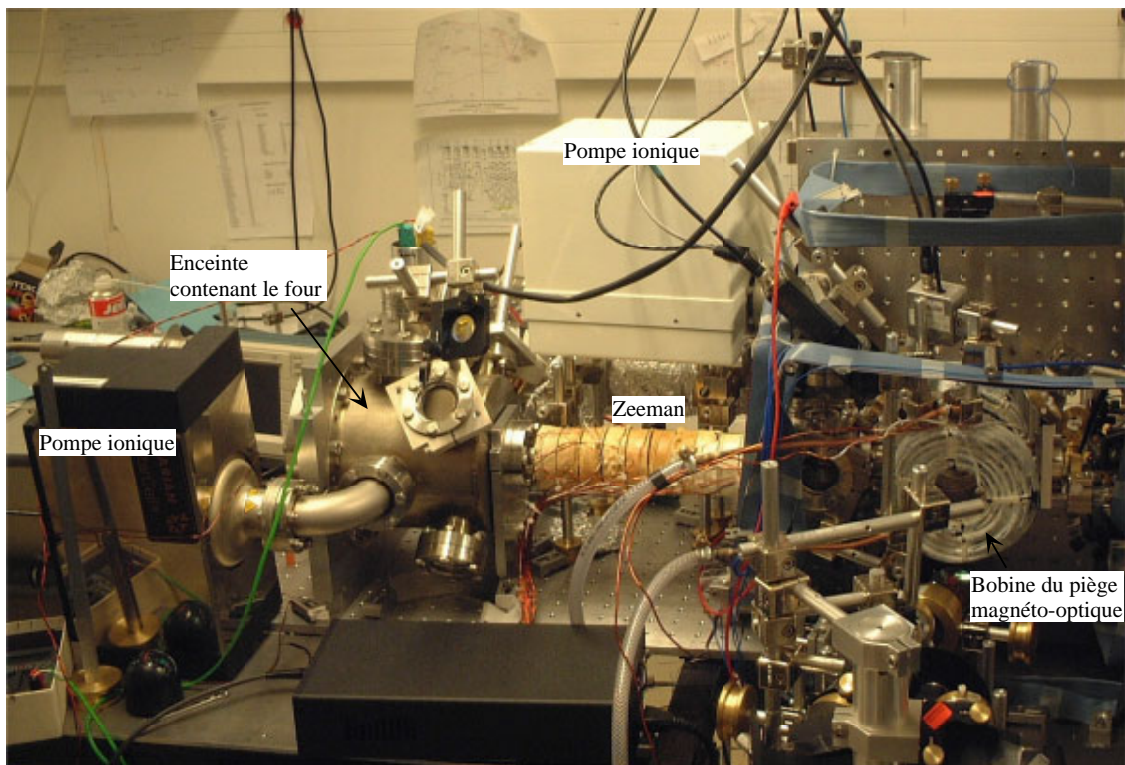
Avec ce jet d'atomes ralentis, une estimation théorique nous donne un flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique de l'ordre de $10^{10} \text{ atomes.s}^{-1}$ pour un four à 500°C et $10^9 \text{ atomes.s}^{-1}$ pour 466°C .

2.4 Description générale du montage

Dans cette partie, nous décrirons le système qui nous permet de réaliser le vide dans notre montage comprenant le four, le ralentisseur Zeeman et la cellule dans laquelle est réalisée le piège magnéto-optique. Nous expliquerons aussi comment sont obtenues les différentes fréquences lasers nécessaires pour notre expérience.

2.4.1 Système de vide

Le système de vide doit nous permettre d'atteindre des pressions suffisamment basses pour que les collisions des atomes de strontium avec le gaz résiduel présent dans l'enceinte ne perturbent pas le piégeage et le refroidissement des atomes. Il faut tout d'abord que les atomes du jet de strontium ne subissent pas de collisions entre le four et le piège magnéto-optique. Un calcul d'ordre de grandeur nous montre que cette condition est réalisée pour des pressions inférieures à 10^{-5} mbar. Il faut de plus que la pression soit suffisamment basse pour que le taux de collisions du gaz résiduel avec les atomes de strontium piégés soient faibles devant les autres sources de pertes du piège (voir page 80). Une pression inférieure à 10^{-8} mbar devrait donner un taux de collision suffisamment bas.



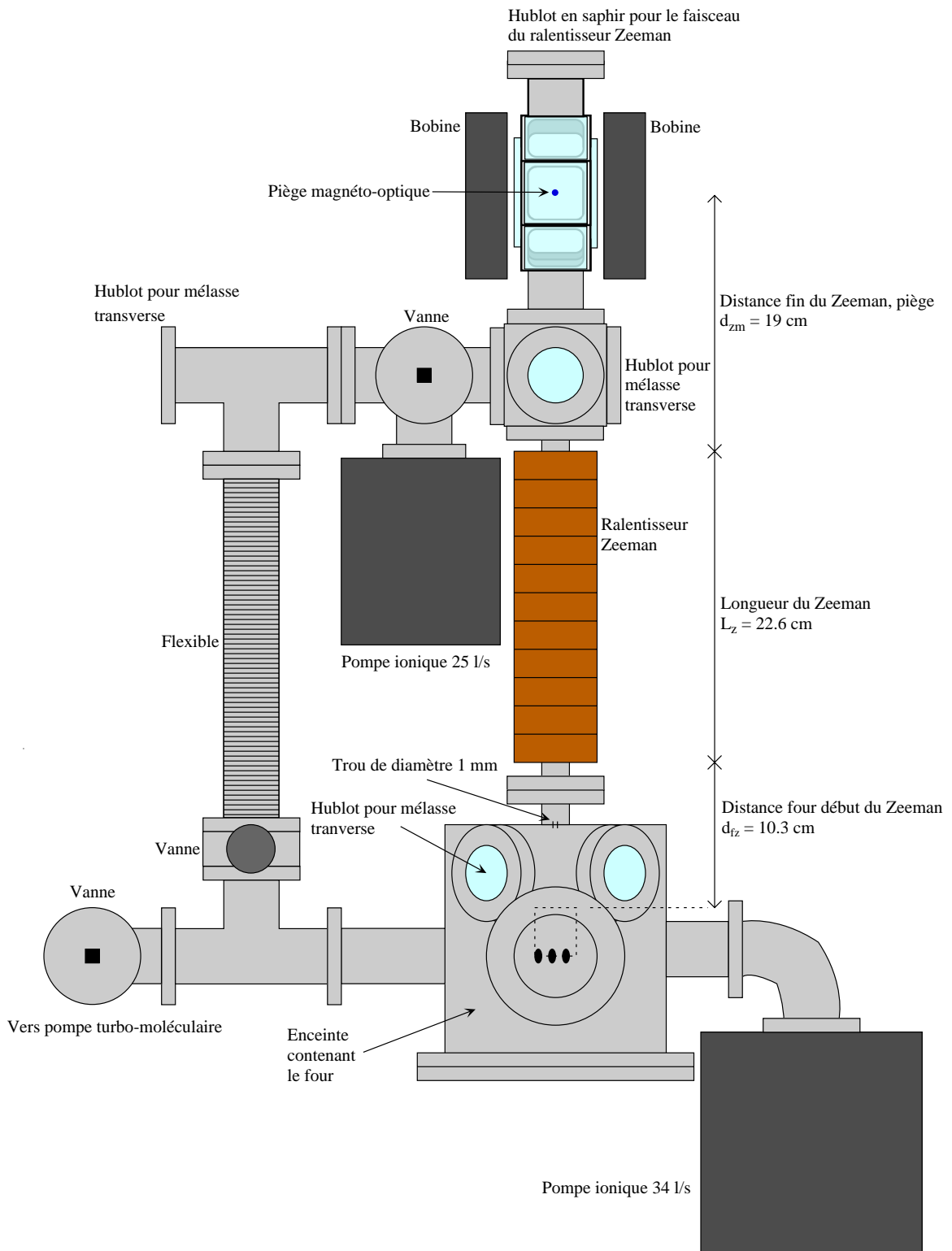


FIG. 2.26 – Montage général.

L'ensemble du montage sous vide est représenté sur la figure 2.26. Les différents éléments constituant le montage sont réalisés en acier inoxydable. Ils sont raccordés entre eux à l'aide de brides de type CF (étanchéité assurée par un joint en cuivre). Des hublots en verre placés sur l'enceinte du four et après le ralentisseur Zeeman procurent un accès optique pour réaliser les mélasses transverses. La cellule où est réalisée le piège magnéto-optique a été décrite précédemment (voir page 82). Tous les éléments du montage ont été nettoyés à l'acétone afin de retirer toutes traces de graisse qui pourrait fortement dégazer sous vide. Le pompage est réalisé avec deux pompes ioniques qui ont des vitesses de pompage de 25 l/s et de 34 l/s. Un blindage en mumétal entoure la pompe ionique la plus proche de la cellule afin d'éviter que le champ magnétique de la pompe perturbe les atomes du piège magnéto-optique. Ces pompes ioniques ne peuvent pas démarrer à pression ambiante. Pour réaliser le vide dans notre enceinte, nous commençons donc par pomper avec une pompe turbo-moléculaire puis lorsque la pression est suffisamment basse ($10^{-4} - 10^{-5}$ mbar) nous pouvons enclencher les pompes ioniques.

La pression finale moyenne dans l'enceinte résulte d'un équilibre entre la vitesse de pompage des différentes pompes et le taux de dégazage des différents éléments sous vide. Dans notre montage, l'élément qui dégaze le plus est le four à cause de sa température élevée ($\sim 500^\circ\text{C}$). Avec cet élément, il est difficile d'obtenir une pression inférieure à 10^{-8} mbar. Comme la pression au niveau du four doit être seulement inférieure à 10^{-5} mbar, nous avons réalisé un vide différentiel entre la partie du montage contenant le four et l'autre partie contenant la cellule. Ces deux parties communiquent uniquement par un trou de diamètre 1 mm qui permet de laisser passer le jet de strontium. La conductance entre les deux parties du montage est donc faible. Il est ainsi possible d'obtenir une pression dix fois plus basse dans la partie contenant la cellule que dans la partie contenant le four. Chacune des deux parties de l'enceinte est pompée par une pompe ionique.

Pour mesurer la pression dans l'enceinte, nous utilisons les pompes ioniques dont le courant électrique est proportionnel à la pression. Nous avons aussi à disposition un spectromètre de masse. En plus de la pression, cet appareil nous permet de connaître la nature du gaz résiduel présent dans l'enceinte. Le spectromètre de masse nous sert aussi à détecter d'éventuelles fuites dans le montage. Pour cela, on passe un jet d'hélium sur les différents éléments du montage. Si le spectromètre de masse détecte de l'hélium, il y a une fuite.

Lorsque le vide est réalisé dans notre enceinte, la pression obtenue est de l'ordre de $10^{-6} - 10^{-7}$ mbar. Le spectromètre de masse nous indique que le gaz résiduel présent dans l'enceinte est essentiellement de la vapeur d'eau. Afin d'améliorer le vide, nous avons étuvé l'ensemble de notre enceinte à $100 - 150^\circ\text{C}$ pendant une à deux semaines. Cet étuvage permet d'enlever l'eau et les graisses qui sont emprisonnés dans les parois. Après cet étuvage, s'il n'y a pas de problème, on obtient une pression inférieure à 10^{-8} mbar. Le gaz résiduel présent dans l'enceinte est alors majoritairement de l'hydrogène.

Nous avons réalisé le vide dans notre enceinte avec trois types de cellule (voir page 82). Avec le premier type de cellule tout en verre, nous avons obtenu une pression inférieure à 10^{-8} mbar au niveau de la cellule. La pression est essentiellement limitée par le dégazage du four. Avec cette cellule, nous ne disposions pas encore de lasers repompeurs. Le temps de vie des atomes étaient limité par le pompage optique. Nous avons cependant pu déterminer que les pertes par collision avec le gaz résiduel étaient inférieures à $5 s^{-1}$ (voir page 130).

La deuxième cellule utilisée dans notre montage nous a posé des problèmes. En effet, le collage des fenêtres n'a pas bien fonctionné et la cellule comportait des fuites importantes. Ces fuites ont été bouchées avec du Vacseal. Dans cette cellule, nous avons obtenu une pression égale à $2 \cdot 10^{-7}$ mbar. Cette pression élevée semble causée par le dégazage du Vacseal qui s'était répandu à l'intérieur de la cellule. Sans lasers repompeurs, les pertes dans cette cellule sont déterminées par les pertes par pompage optique. Avec les lasers repompeurs, les pertes dans cette cellule sont déterminées par les pertes par collision avec le gaz résiduel. On obtient un taux de pertes de l'ordre de $50 s^{-1}$ (voir page 150).

Avec la troisième cellule, nous avons obtenu un vide de l'ordre de $2 \cdot 10^{-8}$ mbar. Nous n'avons pas encore mesuré les pertes dans cette cellule.

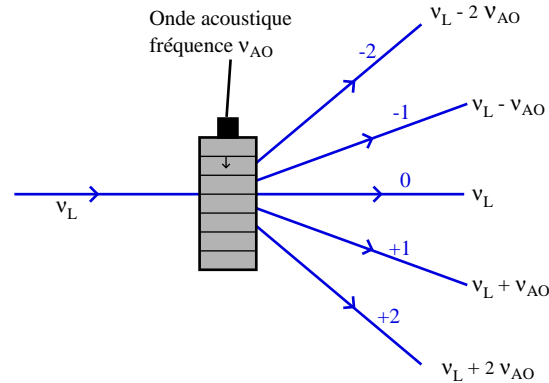
Lorsque la cellule n'a pas de problème, notre montage nous permet d'obtenir une pression de l'ordre de 10^{-8} mbar avec un four à $500^{\circ}C$. A cette pression, nous ne savons pas encore si avec des lasers repompeurs, les pertes dans le piège magnéto-optique proviennent des pertes par collisions avec le gaz résiduel.

2.4.2 Génération des différentes fréquences lasers

Afin de réaliser notre expérience de piégeage et de refroidissement du strontium, nous avons besoin de faisceaux lasers avec quatre fréquences différentes. Pour les faisceaux du piège magnéto-optique, nous avons besoin de faisceaux lasers désaccordés par rapport à la fréquence de la transition atomique d'environ -32 MHz ($-\Gamma$). Le faisceau laser utilisé pour le ralentisseur Zeeman doit être désaccordé de -240 MHz. Les faisceaux lasers servant aux mélasse transverses doivent être désaccordés d'environ -16 MHz ($-\Gamma/2$). Enfin pour réaliser diverses expériences dont une expérience de rétrodiffusion cohérente de la lumière, nous avons besoin d'un faisceau sonde en résonance avec la transition atomique du strontium.

Nous obtenons ces différentes fréquences à partir d'un laser unique en utilisant des modulateurs acousto-optiques. Dans ces appareils, le faisceau laser diffracte sur une onde acoustique se propageant dans un cristal. Les différents ordres de diffraction en sortie du modulateur acousto-optique sont décalés en fréquence de $n \nu_{AO}$ où n est l'ordre de diffraction et ν_{AO} est la fréquence de l'onde acoustique. Lorsque le modulateur acousto-optique est utilisé sous incidence de Bragg, on peut mettre jusqu'à 90% de la puissance du laser dans l'ordre de diffraction +1

(ou -1).



Pour notre expérience, nous avons utilisé des modulateurs acousto-optiques Crystal Technology (modèle 3080-120 et 3110-125) fonctionnant à des fréquences centrées en 80 ou 110 MHz selon le modèle accordable sur 25 MHz. La configuration des modulateurs acousto-optiques qui permet d'obtenir toutes les fréquences lasers désirées pour notre expérience est représentée sur la figure 2.27. Le laser à 461 nm est asservi sur la transition du strontium avec un décalage en fréquence de -130 MHz (voir page 53). Les fréquences lasers nécessaires pour le piège magnéto-optique et les mélasses transverses sont obtenues à partir de l'ordre +1 d'acousto-optiques. L'ordre 0 de l'acousto-optique du piège magnéto-optique est envoyé vers un autre acousto-optique dont l'ordre -1 est utilisé pour le ralentisseur Zeeman. Le niveau de la puissance de l'onde acoustique dans l'acousto-optique du piège magnéto-optique permet de régler le rapport entre la puissance pour le Zeeman et la puissance pour le piège magnéto-optique. L'ordre 0 de l'acousto-optique du Zeeman est envoyé vers un acousto-optique en double passage qui permet d'obtenir un faisceau sonde en résonance avec la transition atomique. Grâce à cet acousto-optique en double passage, nous pouvons changer la fréquence du faisceau sonde sans changer sa direction. Le faisceau sonde peut être balayé sur une plage de fréquence d'environ 50 MHz.

Les acousto-optiques nous servent aussi d'interrupteur pour les différents faisceaux. On peut noter que lorsque les faisceaux du piège magnéto-optique et du Zeeman sont coupés, pratiquement toute la puissance laser est pour le faisceau sonde. Comme nous utiliserons généralement le faisceau sonde lorsque les faisceaux du piège magnéto-optique et du Zeeman sont coupés, ce montage nous permet d'avoir un maximum de puissance pour le faisceau sonde.

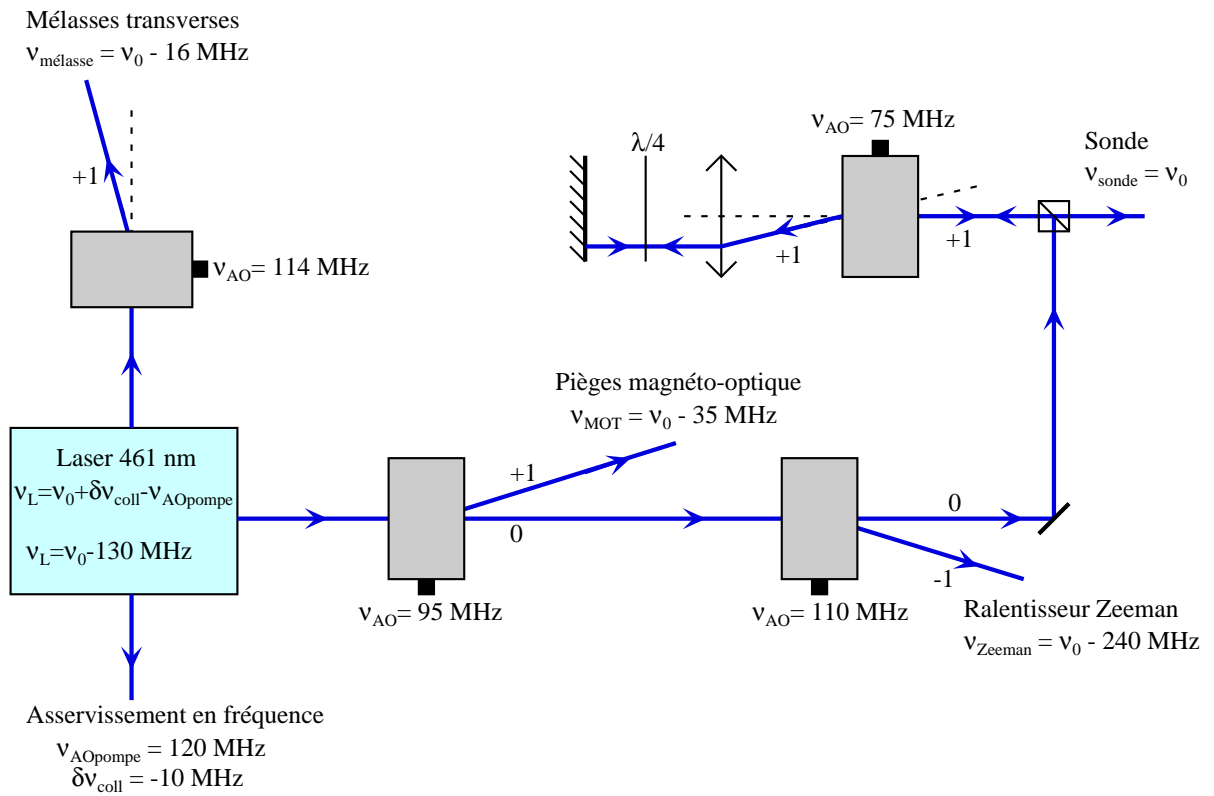


FIG. 2.27 – Configuration des acousto-optiques.

2.5 Caractéristiques du gaz d'atomes froids piégés

Le gaz d'atomes froids de strontium piégés est facilement visible à l'oeil. Il a l'aspect d'une boule bleue localisée au centre de la cellule (voir figure 2.28). Les atomes piégés sont visibles car ils diffusent continûment la lumière des faisceaux pièges.

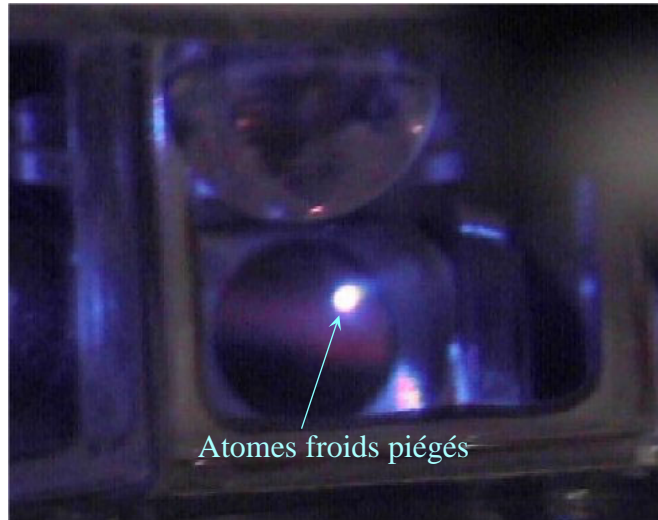


FIG. 2.28 – Photo du gaz d'atomes froids de strontium piégés

Lorsqu'on balaye la fréquence du laser bleu, on observe trois pics de fluorescence provenant du centre de la cellule (voir figure 2.29). Ces trois pics de fluorescence correspondent aux piègeages des isotopes 86, 87 et 88 du strontium. Les trois isotopes ne sont pas pièges pour les mêmes fréquences du laser car les fréquences des transitions atomiques sont légèrement décalées entre les isotopes (voir annexe A p. 362). Dans la suite nous étudierons et piégerons uniquement le strontium 88 qui est l'isotope le plus abondant (voir annexe A page 354).

Dans cette partie, nous allons mesurer les caractéristiques du gaz d'atomes froids piégés : nombre d'atomes, épaisseur optique, étendue spatiale, densité, température. Ces informations seront utiles pour étudier la diffusion multiple de la lumière dans notre gaz d'atomes froids piégés. Nous mesurerons aussi les pertes dans le piège magnéto-optique et le flux d'atomes capturés par le piège. Ces données nous aideront à comprendre les limitations du nombre d'atomes piégés et à envisager des solutions pour accroître ce nombre d'atomes piégés.

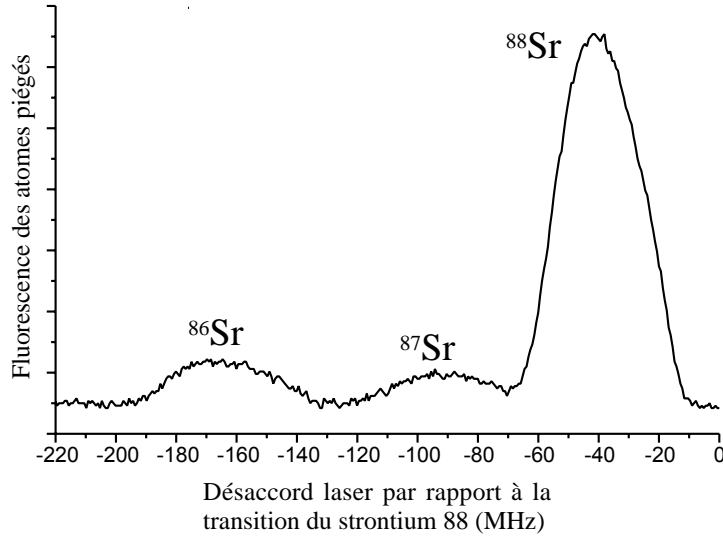


FIG. 2.29 – Fluorescence des atomes piégés de strontium 88, 87 et 86.

2.5.1 Mesure du nombre d'atomes dans le piège magnéto-optique

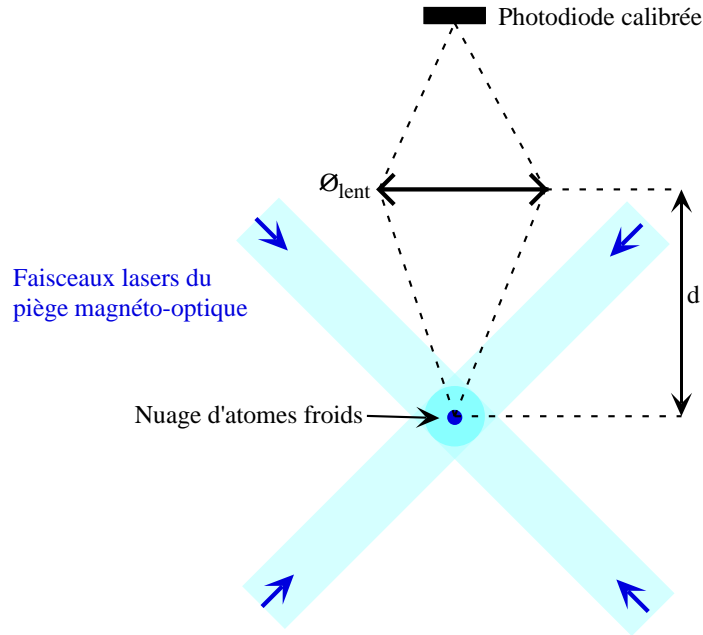
Les atomes contenus dans le piège magnéto-optique diffusent continûment la lumière de faisceaux pièges. A partir d'une mesure de la puissance lumineuse diffusée par les atomes piégés, il est possible de déterminer sous certaines hypothèses le nombre d'atomes contenus dans le piège.

La puissance lumineuse diffusée par les atomes est mesurée à l'aide d'une photodiode calibrée en puissance sur laquelle on a imagé avec une lentille le nuage d'atomes froids. Nous mesurons ainsi la puissance lumineuse diffusée par les atomes dans l'angle solide défini par la lentille. Pour déterminer la puissance totale diffusée par les atomes, nous supposons que le diagramme de rayonnement des atomes est isotrope. Cette hypothèse doit être assez bien vérifiée car les atomes sont éclairés par des faisceaux lasers provenant des trois directions de l'espace. En utilisant cette hypothèse, nous trouvons que la puissance totale diffusée par les atomes est égale à :

$$P_{diff} = \frac{P_{detec}}{\Omega/4\pi} \quad \text{avec} \quad \Omega = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\phi_{lent}^2}{4d^2}}} \right) \simeq \frac{\pi \phi_{lent}^2}{4d^2} \quad (\Omega \ll 1)$$

où P_{detec} est la puissance détectée par la photodiode, ϕ_{lent} est le diamètre de la lentille et d est la distance entre la lentille et le nuage d'atomes froids.

Cette puissance totale diffusée par les atomes nous permet directement de déterminer le nombre d'atomes dans l'état excité 1P_1 . En effet, le taux de photons

FIG. 2.30 – *Mesure de la fluorescence des atomes piégés.*

émis par les atomes est égal au produit de la probabilité de transition Γ et du nombre d'atomes dans l'état excité n_{1P_1} . On obtient alors :

$$n_{1P_1} = \frac{1}{\Gamma} \frac{4\pi}{\Omega} \frac{P_{detec}}{\hbar\omega_L}$$

A présent, pour connaître le nombre total d'atomes dans le piège, nous devons déterminer le rapport entre le nombre d'atomes dans l'état excité et le nombre d'atomes total. Ce rapport dépend des conditions d'éclairement des atomes. Nous supposons que l'éclairement par les six faisceaux laser du piège magnéto-optique est équivalent à l'éclairement par un seul faisceau avec une intensité égale à la somme des intensités des six faisceaux. Cette hypothèse ne sera valable que lorsque l'intensité laser est faible devant l'intensité de saturation. Avec cette hypothèse¹⁵, on obtient [129] :

$$n_{1P_1} = f(n_{1S_0} + n_{1P_1}) \quad \text{avec} \quad f = \frac{1}{2} \frac{I}{I + I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta_L^2}{(\Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}})^2}} \quad (2.28)$$

où I est l'intensité totale des six faisceaux lasers et $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser.

¹⁵. Comme les atomes sont piégés où le champ magnétique est nul, nous négligerons l'effet Zeeman. La dispersion de vitesse des atomes piégés étant petite devant Γ/k , nous négligerons aussi l'effet Doppler

Comme la transition $^1S_0 - ^1P_1$ n'est pas fermée, il faut aussi tenir compte des atomes dans les niveaux 1D_2 et 3P_1 . Lorsque les atomes sont dans ces niveaux, ils ne sont pas soumis à la force de pression de radiation des faisceaux pièges mais comme ils retournent dans l'état fondamental 1S_0 avant d'avoir quitter le piège, nous considérerons que ces atomes sont toujours piégés (voir page 77). Le nombre d'atomes dans les états 1D_2 et 3P_1 est donné par la solution stationnaire des équations de taux 2.9 (page 79)¹⁶ :

$$n_{^1D_2} = \frac{\Gamma_d}{\Gamma_1 + \Gamma_2} n_{^1P_1}$$

$$n_{^3P_1} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r} n_{^1D_2}$$

Le nombre d'atomes dans les états 1D_2 et 3P_1 n'est pas négligeable, il représente entre 10% et 20% du nombre total d'atomes piégés suivant l'intensité et le désaccord laser utilisé pour les faisceaux pièges.

Nous trouvons finalement que le rapport entre le nombre d'atomes dans l'état excité 1P_1 et le nombre total d'atomes $N = n_{^1S_0} + n_{^1P_1} + n_{^1D_2} + n_{^3P_1}$ est égal à :

$$\frac{n_{^1P_1}}{N} = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{\Gamma_d}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \left(1 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r}\right)}$$

La relation entre la puissance détectée et le nombre total d'atomes piégés est alors :

$$N = \frac{1}{\Gamma} \frac{4\pi}{\Omega} \frac{P_{detec}}{\hbar\omega_L} \left(\frac{1}{f} + \frac{\Gamma_d}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \left(1 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r}\right) \right) \quad (2.29)$$

En utilisant cette relation, nous trouvons expérimentalement que le nombre d'atomes dans notre piège magnéto-optique varie entre 10^6 et 10^7 atomes suivant les conditions expérimentales (température du four, utilisation d'une mélasse transverse, utilisation de lasers repompeurs ...).

Cette méthode de mesure nous donne juste une estimation du nombre d'atomes car l'hypothèse de faible saturation utilisée n'est pas vérifiée. En effet, l'intensité totale vue par les atomes est de l'ordre de l'intensité de saturation.

2.5.2 Mesures des pertes dans le piège magnéto-optique

La mesure des pertes dans le piège magnéto-optique s'effectue en coupant le chargement en atomes du piège et en mesurant la décroissance du nombre d'atomes dans le piège. Si le taux de pertes est constant, le nombre d'atomes dans le piège suit une décroissance exponentielle avec une constante de temps

16. Nous nous sommes mis dans la situation où il n'y avait pas de lasers repompeurs. L'utilisation de lasers repompeurs peut changer le nombre d'atomes dans les états 1D_2 et 3P_1 .

correspondant au temps de vie des atomes dans le piège. Le taux de pertes est alors l'inverse du temps de vie.

Expérimentalement, nous arrêtons le chargement du piège en coupant le faisceau laser du ralentisseur Zeeman. Ainsi les atomes du jet ne sont plus ralentis et ils ne pourront donc plus être capturés par le piège. Lorsque le faisceau du ralentisseur Zeeman est coupé, les atomes piégés sont indétectables à l'oeil ou avec la photodiode mesurant la fluorescence du piège. Avec cette méthode, la coupure du flux d'atomes capturés par le piège n'est pas instantanée. Le temps de coupure du laser est négligeable mais une fois que le laser est coupé, il faut attendre que tout les atomes qui ont été suffisamment ralentis arrivent au niveau du piège. On obtient ainsi un temps de coupure du flux d'atomes capturés par le piège de quelques millisecondes. La mesure de la décroissance du nombre d'atomes ne sera donc significative pour déterminer les pertes qu'après un temps supérieur à quelques millisecondes.

La mesure du nombre d'atomes dans le piège en fonction du temps est effectuée comme précédemment avec une photodiode mesurant la fluorescence des atomes piégés. La décroissance de la fluorescence des atomes piégés après quelques millisecondes après la coupure du faisceau Zeeman nous donne donc les pertes dans le piège magnéto-optique.

Les mesures de pertes présentées dans cette partie ont été réalisées sur le premier type de cellule utilisée (voir page 82) avec une pression inférieure à 10^{-8} mbar. Pour ces mesures de pertes, nous n'avons pas utilisé de mélasses transverses et de lasers repompeurs.

Sur la figure 2.31, nous avons représenté une courbe typique de décroissance de la fluorescence des atomes piégés à la coupure du faisceau Zeeman. Après quelques millisecondes après la coupure du faisceau Zeeman, nous constatons que la fluorescence des atomes piégés suit une décroissance exponentielle. Ceci prouve à la précision expérimentale près que le taux de pertes dans le piège est constant. Le taux de pertes est donné par l'inverse de la constante de temps de l'exponentielle. Nous trouvons pour les paramètres expérimentaux de la figure 2.31 une constante de temps de la décroissance exponentielle égale à $\tau_{vie} = 6.1ms$. Le taux de pertes correspondant est égal à $\Gamma_{perte} = 65 s^{-1}$.

Ces pertes mesurées peuvent avoir plusieurs origines : pertes par pompage optique, pertes par collisions avec le gaz résiduel, pertes par collisions assistées par lumière. Les collisions assistées par lumière donnent un taux de pertes proportionnel à la densité atomique dans le piège. Pour savoir si les pertes mesurées proviennent des collisions assistées par lumière, nous avons donc mesuré les pertes dans le piège pour deux densités atomiques différentes. En changeant la température du four de $461^{\circ}C$ à $508^{\circ}C$, nous avons multiplié par deux le nombre d'atomes piégés tout en gardant une taille du nuage à peu près constante, nous avons donc changé la densité atomique d'environ un facteur 2. Nous avons mesuré les mêmes pertes à la précision expérimentale près pour ces deux densités atomiques. Les pertes dans le piège ne proviennent donc pas des collisions assistées

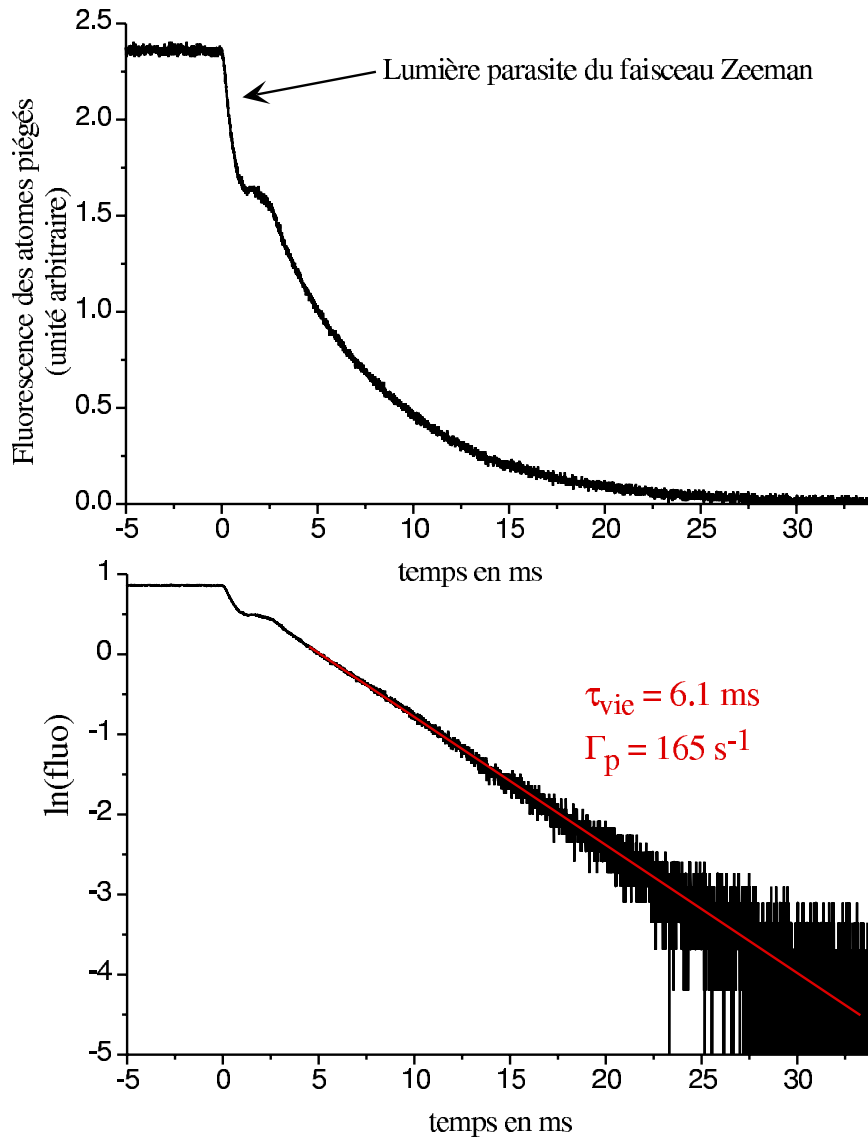


FIG. 2.31 – *Décroissance de la fluorescence des atomes piégés après la coupure du faisceau laser du ralentisseur Zeeman ($I = 200 \text{ mW cm}^{-2}$, $\delta_L/2\pi = -45 \text{ MHz}$, $T_{\text{four}} = 466^\circ\text{C}$, $P_{\text{cellule}} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ mbar}$).*

par lumière.

Les pertes par pompage optique sont proportionnelles à la proportion d'atomes dans l'état 1D_2 : $\Gamma_p = \Gamma_2 n_{^1D_2}/N$ (voir page 79). La proportion d'atomes dans l'état 1D_2 dépend fortement de l'intensité laser des faisceaux de piégeage. Plus l'intensité laser est élevée, plus la proportion d'atomes dans l'état 1D_2 est importante et donc plus les pertes par pompage optique seront importantes. Nous avons donc mesuré les pertes dans notre piège magnéto-optique en fonction de

l'intensité laser des faisceaux pièges (voir figure 2.32). Nous constatons clairement

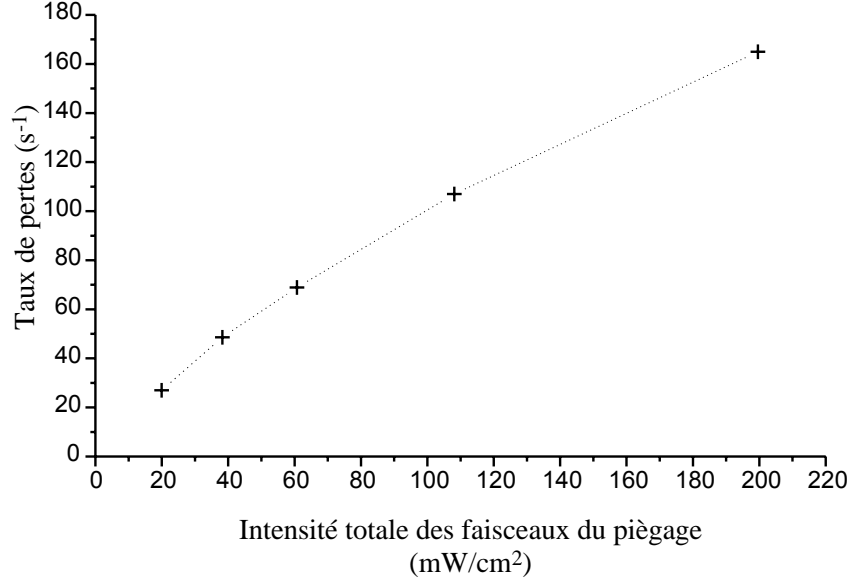


FIG. 2.32 – Taux de pertes dans le piège magnéto-optique en fonction de l'intensité totale des faisceaux de piégeage ($\delta_L/2\pi = -45\text{MHz}$, $T_{\text{four}} = 461^\circ\text{C}$, $P_{\text{cellule}} = 6 \cdot 10^{-9}\text{mbar}$).

que les pertes diminuent lorsque l'intensité laser diminue. Ceci est une signature des pertes par pompage optique. Nous avons tracé sur la figure 2.33, les pertes dans le piège en fonction de la proportion d'atomes dans l'état 1D_2 calculée à partir de l'intensité et du désaccord laser des faisceaux pièges (voir page 80). Nous constatons que les pertes ont une dépendance linéaire en fonction de cette quantité. La pente du "fit" linéaire est égale à $9.9 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$ et la pente théorique des pertes par pompage optique est égale à $\Gamma_2 = 1.1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$. Les pertes dans notre piège proviennent donc bien des pertes par pompage optique. L'extrapolation du taux de pertes lorsque la proportion d'atomes dans l'état 1D_2 tend vers 0 doit nous donner les pertes par collisions avec le gaz résiduel. Avec le "fit" linéaire de la figure 2.33, nous trouvons des pertes nulles lorsque la proportion d'atomes dans l'état 1D_2 tend vers 0. D'après l'incertitude sur le "fit" linéaire, nous pouvons conclure que les pertes par collisions avec le gaz résiduel sont inférieures à 5 s^{-1} (pression $6 \cdot 10^{-9}\text{mbar}$).

Nous avons mesuré les pertes dans notre piège pendant que le nombre d'atomes dans le piège diminuait. Or les pertes dans le piège en régime stationnaire ne sont pas forcément égales aux pertes dans un régime de décroissance du nombre d'atomes. En effet, le taux de pertes par pompage optiques est proportionnel au rapport $\Gamma_p = \Gamma_2 n_{^1D_2}/N$. Comme le taux de décroissance du nombre

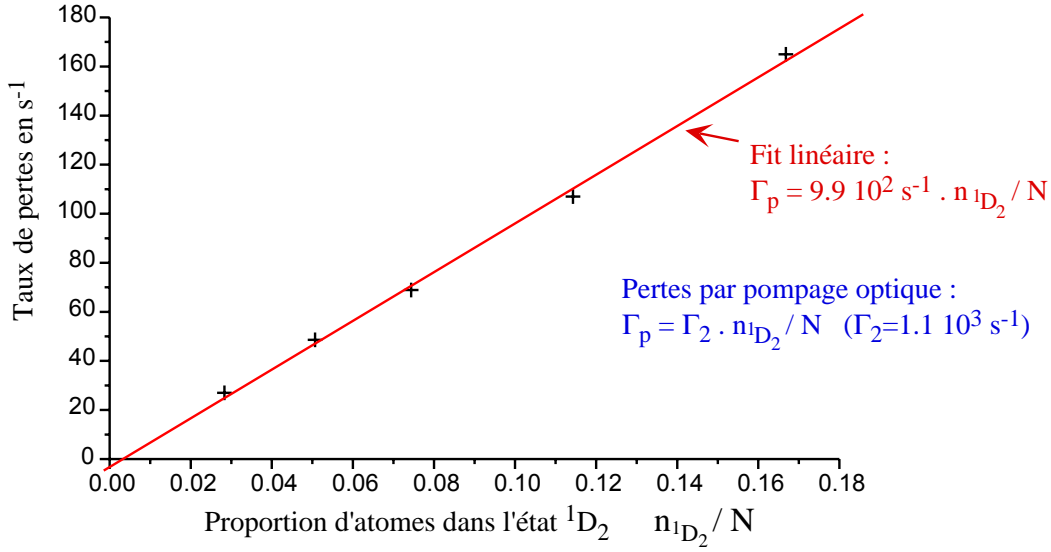


FIG. 2.33 – Taux de pertes dans le piège magnéto-optique en fonction de la proportion d'atomes dans l'état ¹D₂ calculée à partir de l'intensité laser ($\delta_L/2\pi = -45\text{MHz}$, $T_{\text{four}} = 466^\circ\text{C}$, $P_{\text{cellule}} = 6 \cdot 10^{-9}\text{ mbar}$).

d'atomes dans le piège magnéto-optique (taux de pertes) n'est pas très petit devant les taux de transitions $\Gamma_1 + \Gamma_2 = 3.3 \cdot 10^3$ et $\Gamma_r = 4.8 \cdot 10^4$, le rapport n_{1D_2}/N est différent au cours de la décroissance du nombre d'atomes dans le piège et pendant le régime stationnaire. Lorsque le flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique devient égal à zéro et donc lorsque le nombre d'atomes dans le piège commence à décroître, le rapport n_{1D_2}/N évolue avec une constante de temps égale à 0.3 ms ($1/(\Gamma_1 + \Gamma_2)$) vers une nouvelle valeur. En utilisant les équations de taux 2.9 (page 79), nous trouvons que le taux de pertes Γ_{dec} dans le piège après l'arrêt du flux d'atomes capturés est déterminé par l'équation :

$$\Gamma_{dec} = \frac{\Gamma_2}{1 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r - \Gamma_{dec}} + \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_{dec}}{f\Gamma_d}}$$

Le taux de pertes dans le piège magnéto-optique en régime stationnaire est lui égal à (voir page 80):

$$\Gamma_p = \frac{\Gamma_2}{1 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r} + \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{f\Gamma_d}}$$

Plus les pertes seront importantes et plus l'écart entre Γ_{dec} et Γ_p sera important. Pour le taux de pertes maximum $\Gamma_{dec} = 165\text{ s}^{-1}$ mesuré dans notre piège magnéto-optique, nous obtenons un écart de 4% avec $\Gamma_p = 158\text{ s}^{-1}$. L'écart entre les pertes par pompage optique en régime stationnaire et en cours de décroissance

est donc faible et est de l'ordre de la barre d'erreur de l'estimation du taux de pertes. Nous assimilerons donc dans la suite le taux de pertes au cours de la décroissance qui est mesuré expérimentalement au taux de pertes en régime stationnaire qui détermine le nombre d'atomes dans le piège.

En conclusion, pour une pression de $6 \cdot 10^{-9}$ mbar, les pertes dans le piège magnéto-optique proviennent des pertes par pompages optiques. L'utilisation de lasers repompeurs qui suppriment les pertes par pompage optique doit donc permettre de diminuer fortement les pertes dans le piège magnéto-optique et donc d'augmenter le nombre d'atomes capturés par le piège.

2.5.3 Flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique

Le flux d'atomes capturés par le piège magnéto-optique se déduit du taux de pertes et du nombre d'atomes pièges dont les méthodes de mesure ont été discutées précédemment :

$$\Phi_c = N \Gamma_p$$

Nous avons mesuré les pertes et le nombre d'atomes dans le piège pour le premier type de cellule ($d_{zm} = 25$ cm, $P_{cellule} < 10^{-9}$ mbar) sans mélasse transverse et sans lasers repompeurs. Pour une température du four de $466^\circ C$ et avec des faisceaux de piégeage d'intensité totale 200 mW/cm² et de désaccord -45 MHz, nous avons mesuré $N = 2 \cdot 10^6$ atomes piégés et des pertes égales $\Gamma_p = 165$ s⁻¹. On obtient alors un flux d'atomes capturés par le piège égal à $\Phi_c = 3 \cdot 10^8$ atomes/s. L'estimation du flux d'atomes capturés par le piège à partir de la relation 2.24 (page 103) nous donne un flux égal à 10^9 atomes/s. Cette estimation théorique du

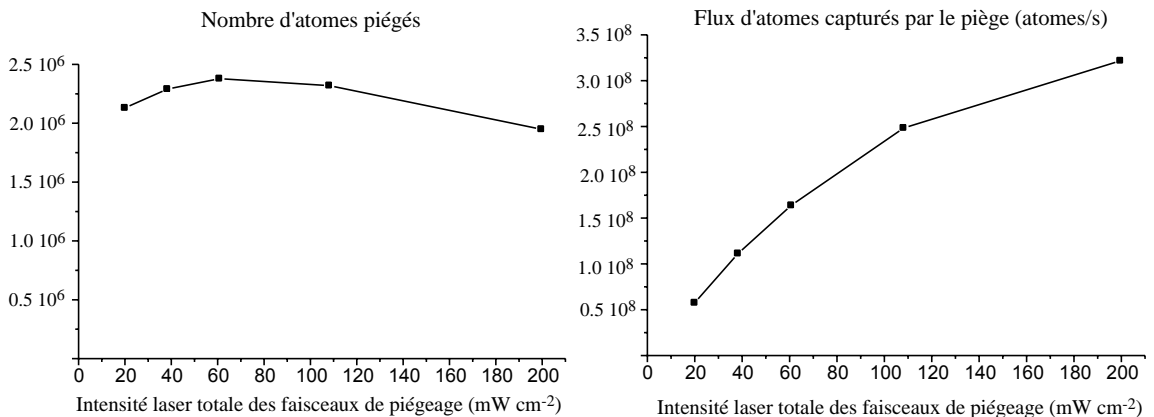


FIG. 2.34 – Nombre d'atomes piégés et flux d'atomes capturés par le piège en fonction de l'intensité totale des faisceaux de piégeage ($\delta_L/2\pi = -45$ MHz, $T_{four} = 466^\circ C$, $P_{cellule} = 6 \cdot 10^{-9}$ mbar).

flux d'atomes capturé par le piège est du même ordre de grandeur que la mesure expérimentale.

Sur la figure 2.34, nous avons représenté le nombre d'atomes dans le piège et le flux d'atomes capturés par le piège en fonction de l'intensité totale des faisceaux lasers du piège. Nous constatons que le flux d'atomes capturés par le piège augmente avec l'intensité des faisceaux pièges. Nous constatons cependant que le nombre d'atomes est à peu près constant pour des intensités lasers comprises entre 20 et 200 mW/cm^2 . L'augmentation du flux d'atomes capturés est compensée par l'augmentation des pertes par pompage optique. Lorsque les pertes dans le piège proviennent des pertes par pompage optique, l'augmentation de l'intensité laser des faisceaux de piégeage ne conduit donc pas à une augmentation du nombre d'atomes piégés.

2.5.4 Etendue spatiale du gaz d'atomes froids piégés

Nous intéresserons dans cette partie à la mesure du profil de la densité spatiale du nuage d'atomes froids $n(x,y,z)$. Lorsqu'on réalise une image du nuage d'atomes froids suivant une direction (z par exemple), l'intensité de l'image $I(x,y)$ est égale à la densité spatiale du nuage intégrée dans une direction¹⁷ :

$$I(x,y) \propto \int n(x,y,z) dz$$

La relation précédente est valable si l'éclairement du nuage est homogène, si le champ magnétique est homogène sur l'étendue du nuage et si le nuage a une épaisseur optique petite devant 1 pour pouvoir négliger l'absorption du faisceau d'éclairage et la diffusion multiple.

Si on ne connaît pas la forme du profil de densité du nuage, il est difficile de déduire d'images du nuage le profil de densité. Nous supposons donc que notre nuage d'atomes froids a le profil de densité gaussien suivant :

$$n(x,y,z) = \frac{N}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_y \sigma_x^2} e^{-\frac{x^2 + z^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \quad (2.30)$$

où N est le nombre total d'atomes dans notre nuage, σ_x représente l'écart type du profil de densité spatiale suivant l'axe x et l'axe z , σ_y représente l'écart type du profil de densité spatiale suivant l'axe y . L'axe y correspond à l'axe des bobines du gradient de champ magnétique et donc à la direction où le gradient de champ magnétique est deux fois plus grand par rapport aux deux autres directions. Le profil de densité de notre nuage sera donc déterminé par les quantités σ_x et σ_y .

17. Cette relation est valable si la profondeur de champ du système d'imagerie est grande devant l'étendue spatiale du gaz d'atomes froids piégés.

En réalisant une image suivant l'axe z , nous obtenons une image égale à :

$$I(x,y) \propto e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}$$

Il est donc possible de déduire de l'image les quantités σ_x et σ_y déterminant le profil de densité spatiale.

Expérimentalement le moyen le plus simple de prendre une image du nuage d'atomes froids est d'utiliser une caméra CCD sur laquelle on image le nuage d'atomes froids éclairés par les faisceaux du piège. Nous avons reporté sur la figure 2.35 une image de notre nuage d'atomes froids éclairé par les faisceaux du piège. Nous pouvons constater que le nuage a une forme elliptique, la dimension la plus petite correspond à la direction y où le gradient de champ magnétique est deux fois plus grand. Nous avons effectué une coupe de l'image suivant les deux axes de l'ellipse et nous avons réalisé un "fit" par une gaussienne. Nous trouvons

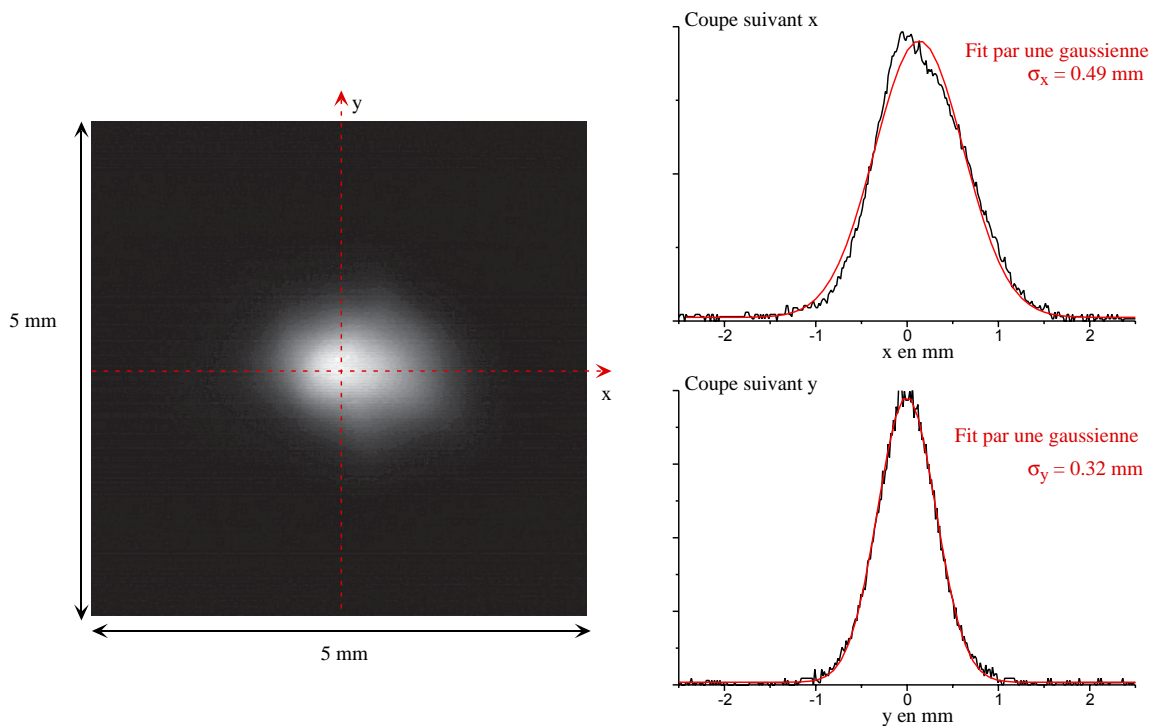


FIG. 2.35 – Image du nuage d'atomes froids éclairé par les faisceaux pièges (Nombre d'atomes piégés: $9 \cdot 10^6$ atomes, Intensité totale des lasers de piègeage: $I = 30 \text{ mW/cm}^2$, désaccord laser: $\delta_L/2\pi = -36 \text{ MHz}$, gradient de champ magnétique suivant y : 80 G/cm , gradient de champ magnétique suivant x : 40 G/cm).

alors $\sigma_x = 0.49 \text{ mm}$ et $\sigma_y = 0.32 \text{ mm}$. Comme nous avons aussi mesuré le nombre d'atomes dans notre nuage $N = 9 \cdot 10^6$, nous pouvons en déduire la densité au centre du nuage :

$$n(0,0) = \frac{N}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_y \sigma_x^2} = 7 \cdot 10^9 \text{ atomes/cm}^3$$

Nous pouvons comparer la prévision théorique 2.6 (voir page 74) à notre mesure expérimentale. Avec les paramètres du piège donnés dans la légende de la figure 2.35 et en prenant $\sigma_v = 0.9 \text{ m/s}$ (voir page 140), nous obtenons $\sigma_x = 0.29 \text{ mm}$ et $\sigma_y = 0.20 \text{ mm}$. La prévision théorique sousestime donc la taille du nuage. Il peut y avoir deux raisons : la première est une sur-estimation de la raideur du piège car l'hypothèse de faible saturation n'est pas vérifiée, la deuxième provient de la force de répulsion entre atomes causée par la diffusion multiple (l'épaisseur optique du nuage pour les faisceaux pièges est environ égale à 0.2).

Afin d'obtenir un éclairage plus homogène du nuage et d'avoir un champ magnétique nulle sur l'étendue du nuage, il est possible de réaliser l'image du nuage d'atomes froids juste après la coupure des faisceaux pièges et du gradient de champ magnétique. L'éclairage du nuage est alors réalisé par une sonde avec un waist grand devant les dimensions du nuage d'atomes froids. Avec cette méthode, nous obtenons des images de meilleures qualités. Cette mesure a cependant été faite avec une sonde à résonance pour laquelle l'épaisseur optique du nuage n'est pas négligeable. Ceci conduit à une surestimation de la taille du nuage d'atomes froids. Pour réaliser une mesure fiable, il faut utiliser un faisceau suffisamment désaccordé par rapport à la résonance pour que l'épaisseur optique du nuage pour la sonde soit faible devant 1.

2.5.5 Epaisseur optique

Nous allons nous intéresser dans cette partie à la mesure de la transmission d'un faisceau laser traversant notre nuage d'atomes froids piégés. L'épaisseur optique b est définie comme le logarithme de la transmission :

$$b = \ln T$$

Le principe de la mesure de la transmission du nuage d'atomes froids est décrit sur la figure 2.36. On réalise une imagerie d'ombre du nuage d'atomes froids. Puis on sélectionne à l'aide d'un trou le centre de l'ombre du nuage. Pour déterminer la transmission au centre du nuage, on mesure la puissance à travers ce trou avec et sans atomes piégés.

Lorsque le piège magnéto-optique est en fonctionnement, les faisceaux pièges saturent un peu la transition atomique. Pour réaliser une mesure précise de l'épaisseur optique, il faut donc couper les faisceaux du piège magnéto-optique. Il

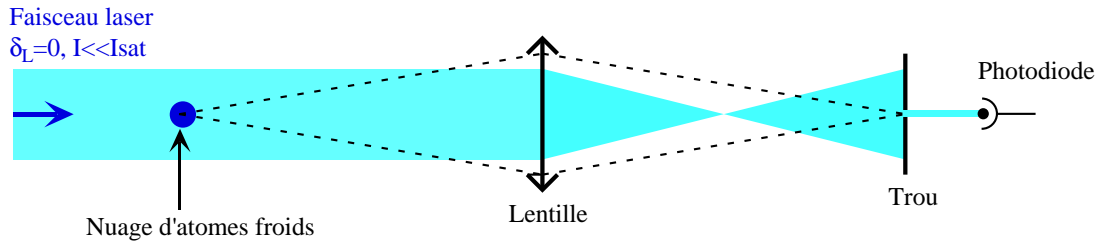


FIG. 2.36 – *Mesure de l'épaisseur optique du nuage d'atomes froids piégés*

faut aussi couper le gradient de champ magnétique du piège afin que la fréquence de résonance des atomes ne soit pas déplacée par effet Zeeman. Sur la figure 2.37, nous avons représenté l'évolution de la transmission du nuage après la coupure des faisceaux de piégeage. Nous constatons que tout de suite après la coupure des faisceaux pièges, la transmission diminue car la transition atomique des atomes n'est plus saturée par les faisceaux pièges. Ensuite la transmission augmente car les atomes ne sont plus piégés et donc le nuage s'étale.

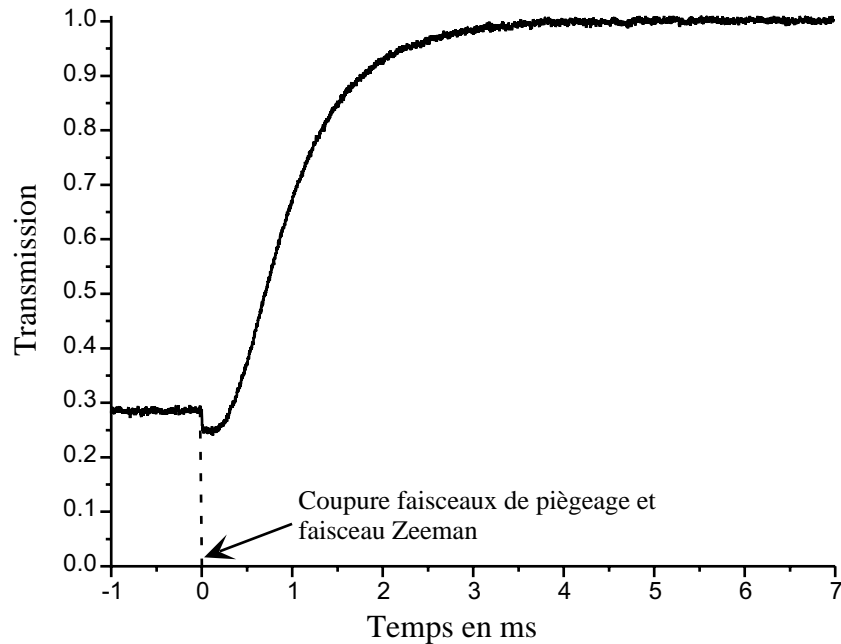


FIG. 2.37 – *Evolution de la transmission du nuage après la coupure des faisceaux de piégeage, du faisceau Zeeman et du gradient de champ magnétique.*

Nous pouvons aussi déduire l'épaisseur optique du nuage à partir du nombre d'atomes piégés et du profil de densité spatiale du nuage. Pour le profil de densité spatiale 2.30 (voir page 133), nous trouvons que l'épaisseur optique au centre du nuage pour un faisceau laser se propageant suivant l'axe z est égale à :

$$b = \sigma_0 \frac{N}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (2.31)$$

où N est le nombre d'atomes dans le piège, σ_x et σ_y sont les écarts types des distributions gaussiennes de la densité suivant l'axe x et l'axe y , σ_0 est la section efficace de diffusion des atomes [129] :

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2}}, \quad I \ll I_{sat}$$

Pour les caractéristiques du nuage de la figure 2.35, nous trouvons une épaisseur optique au centre du nuage pour un faisceau résonnant ($\delta_L = 0$) égale à 0.9. Si on mesure directement l'épaisseur optique du nuage d'atomes froids avec la méthode précédente, nous trouvons une épaisseur optique égale à 1.2. On trouve donc un bon accord qualitatif entre ces deux mesures. La méthode de mesure directe de l'épaisseur optique du nuage est cependant beaucoup plus précise car elle ne nécessite pas d'hypothèses particulières sur le profil de densité du nuage et sur le calcul du lien entre puissance diffusée par les atomes et nombre d'atomes piégés.

L'épaisseur optique est un paramètre important dans les expériences de diffusion multiple. Si l'épaisseur optique est petite devant 1, la diffusion multiple sera faible et si elle plus grande que 1 la diffusion multiple sera importante. L'épaisseur optique maximum obtenue pour notre piège magnéto-optique est de 3. On est alors dans un régime où la diffusion multiple est assez importante et des expériences sur la diffusion multiple de la lumière sur un gaz d'atomes froids pourront être réalisées.

2.5.6 Température

La mesure de la température du gaz d'atomes froids c'est à dire de la distribution de vitesse est réalisée en mesurant l'expansion du nuage d'atomes froids après la coupure des faisceaux pièges. Plus la dispersion de vitesse des atomes est grande, plus le nuage aura une expansion rapide après la coupure du piège. Au bout d'un temps variable après la coupure des faisceaux pièges appelé temps de vol, nous prenons une image du nuage d'atomes froids avec une caméra CCD. Pour cela, nous éclairons le nuage d'atomes froids pendant un bref instant avec un

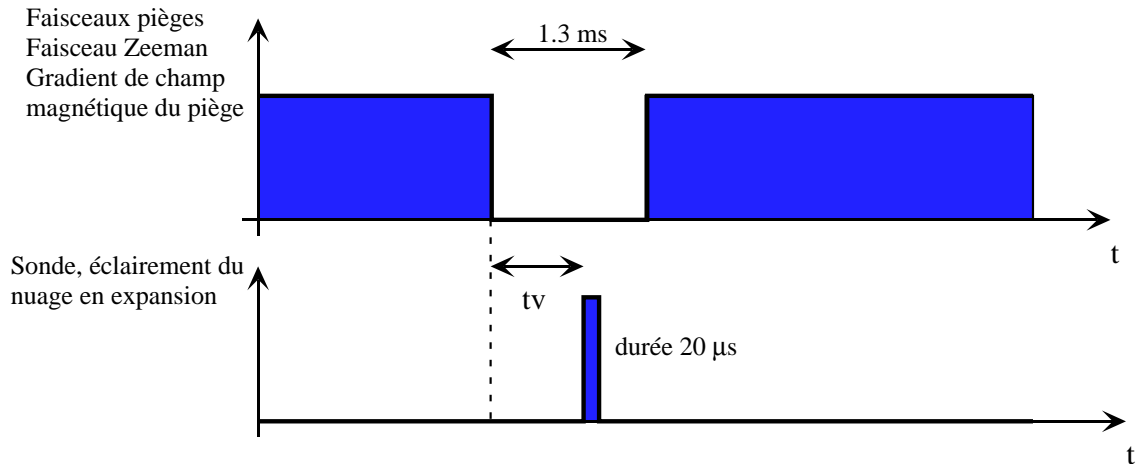


FIG. 2.38 – Séquence temporelle utilisée pour mesurer la température.

faisceau sonde plus grand que la taille du nuage. Afin d'éviter d'acquies la fluorescence du nuage pendant le temps où les atomes sont éclairés par les faisceaux pièges, nous utilisons un chopper mécanique qui masque la caméra pendant que les faisceaux pièges sont allumés. Les détails sur la prise d'image seront donnés ultérieurement dans la partie sur la mesure du cône de rétrodiffusion cohérente sur des atomes froids. Sur la figure 2.39, nous avons reporté les images du nuage d'atomes froids pour différents temps de vol. Nous allons à présent essayer de déduire de ces images la dispersion en vitesse du nuage atomique.

Nous négligerons la gravité pendant le temps de vol des atomes. En effet pendant un temps de vol de 1.1 ms, les atomes acquies une vitesse $gt_v =$

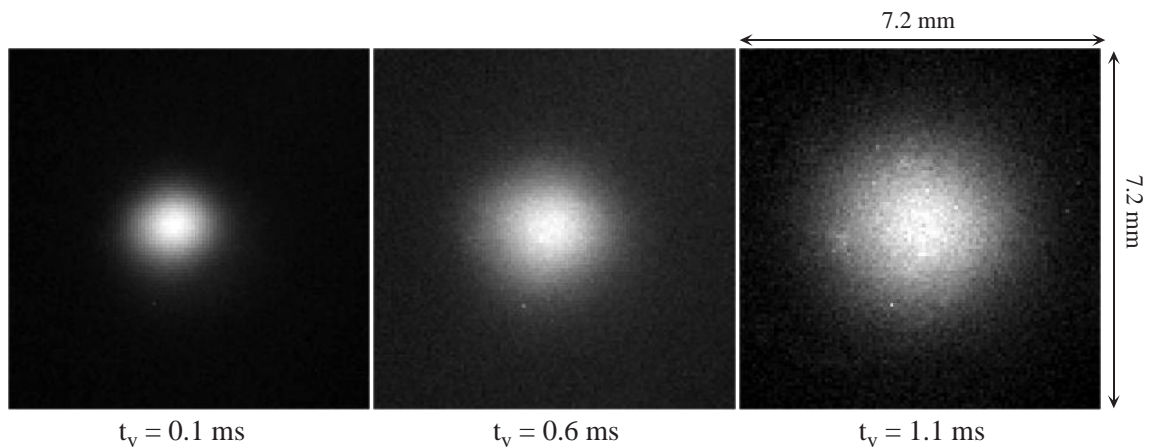


FIG. 2.39 – Image du nuage d'atomes après différents temps t_v après la coupure des faisceaux pièges.

0.01 m s^{-1} et tombe d'une hauteur de $\frac{1}{2} g t^2 = 6 \mu\text{m}$. La taille initiale du nuage étant de l'ordre du mm, la chute des atomes est négligeable pour un temps de vol de 1.1 ms.

Si la taille du nuage atomique après le temps de vol est très grande devant la taille initiale du nuage, on obtient directement la distribution de vitesse des atomes à partir de l'image du nuage atomique après le temps de vol. En effet, la distribution spatiale des atomes nous donne directement la distribution de vitesse en posant $\vec{v} = \vec{r}/t_v$.

Dans notre expérience il est difficile de réaliser un temps de vol suffisamment long pour que la taille finale du nuage soit très grande devant la taille initiale du nuage. Nous devons donc déduire de la mesure d'expansion du nuage la distribution de vitesse du nuage. Pendant le temps vol, la trajectoire d'un atome de vitesse v est égale à $\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{v}t$. La distribution de vitesse et de position pendant le temps de vol est donc égale à :

$$P_{r,v}(\vec{r},\vec{v},t) = P_{r,v}(\vec{r} - \vec{v}t,\vec{v},t = 0)$$

Nous supposons qu'il n'y a pas de corrélation position vitesse dans le nuage atomique avant la coupure des faisceaux pièges. La distribution de position et de vitesse initiale peut alors se mettre sous la forme :

$$P_{r,v}(\vec{r},\vec{v},0) = P_{0r}(\vec{r}) P_v(\vec{v})$$

La distribution de position et de vitesse du nuage pendant le temps de vol est donc égale à :

$$P_{r,v}(\vec{r},\vec{v},t) = P_{0r}(\vec{r} - \vec{v}t) P_v(\vec{v})$$

La distribution de position des atomes dans le nuage au cours du temps vol s'obtient en intégrant sur la vitesse la distribution de position et de vitesse :

$$P_r(\vec{r},t) = \int \int \int P_{0r}(\vec{r} - \vec{v}t) P_v(\vec{v}) d\vec{v} \quad (2.32)$$

La distribution spatiale des atomes pendant le temps vol est donc égale au produit de convolution entre la distribution spatiale initiale et la distribution de vitesse.

Nous supposons à présent que la distribution de vitesse et la distribution spatiale initiale sont gaussiennes :

$$P_{0r}(x,y,z) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_{0x}^2 \sigma_{0y}} e^{-\frac{x^2 + z^2}{2 \sigma_{0x}^2}} e^{-\frac{y^2}{2 \sigma_{0y}^2}}$$

$$P_v(v_x, v_y, v_z) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_v^3} e^{-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2 \sigma_v^2}}$$

Avec les distributions précédentes, nous trouvons en utilisant la relation 2.32 que la distribution spatiale pendant le temps de vol est égale à :

$$P_r(x,y,z,t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} (\sigma_{0x}^2 + t^2 \sigma_v^2) \sqrt{(\sigma_{0y}^2 + t^2 \sigma_v^2)}} e^{-\frac{x^2 + z^2}{2(\sigma_{0x}^2 + t^2 \sigma_v^2)}} e^{-\frac{y^2}{2(\sigma_{0y}^2 + t^2 \sigma_v^2)}} \quad (2.33)$$

La variance de la distribution spatiale du nuage pendant le temps de vol est donc proportionnel au carré du temps de vol :

$$\sigma_y^2(t) = \sigma_{0y}^2 + t^2 \sigma_v^2$$

Si on mesure l'évolution de l'écart type de la distribution spatiale du nuage $\sigma_y(t)$ pendant le temps de vol, on obtient donc l'écart type de la distribution de vitesse σ_v et donc la température du nuage.

Nous avons mesuré l'écart type de la distribution spatiale de notre nuage σ_y en différents temps de vol en réalisant une coupe des différentes images et en faisant un "fit" par une gaussienne. Nous avons représenté sur la figure 2.40 la variance de la distribution spatiale σ_y^2 suivant une direction pour trois temps de vol différents. En réalisant un "fit", nous trouvons que l'écart type de la distribution de vitesse de notre nuage d'atomes froids est égale à $\sigma_v = 0.90 \text{ m s}^{-1}$. Ceci correspond à une température de 8 mK.

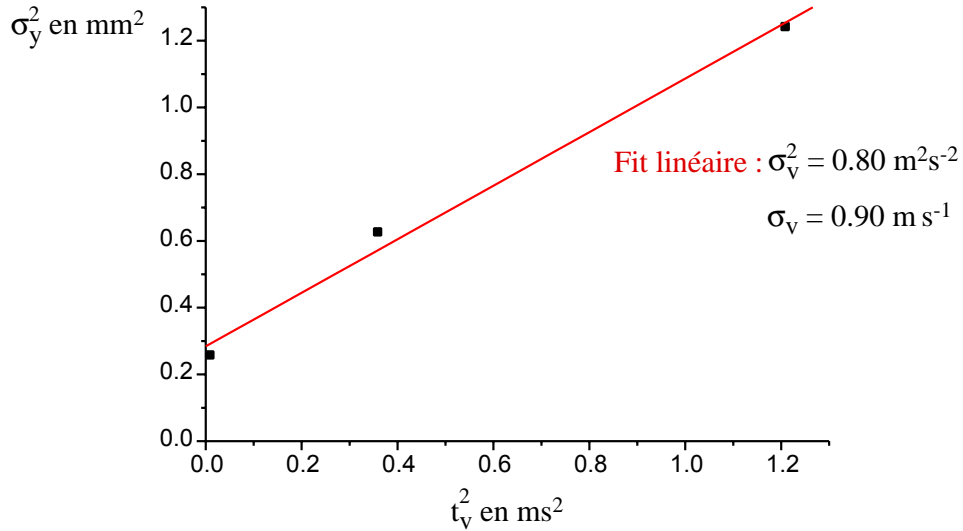


FIG. 2.40 – Détermination de l'écart type de la distribution de vitesse du nuage atomique.

La mesure de température a été effectuée avec des faisceaux de piégeages d'intensité totale $I = 1.1 I_{sat}$ et avec un désaccord $\delta_L/2\pi = -36 \text{ MHz}$. En utilisant

l'estimation 2.5 (page 72) de la dispersion de vitesse du nuage, nous trouvons $\sigma_v = 0.3 \text{ m s}^{-1}$. Nous trouvons donc que la mesure expérimentale de la dispersion de vitesse est trois fois plus grande que l'estimation théorique. Cette différence s'explique peut être par une intensité laser des faisceaux pièges qui n'est pas petite devant l'intensité de saturation. La différence entre l'estimation théorique et la mesure expérimentale pourrait aussi provenir d'une mauvaise qualité spatiale des faisceaux de piégeages [60].

Bien que supérieure à l'estimation théorique, la dispersion en vitesse mesurée de notre gaz d'atomes froids de strontium $\sigma_v = 0.9 \text{ m s}^{-1}$ est petite devant la largeur en vitesse de la résonance $\Gamma/k = 15 \text{ m s}^{-1}$. Dans la plus part des situations, on pourra donc négliger l'effet Doppler dans l'interaction d'un laser avec notre gaz d'atomes froids piégés.

Dans cette partie, nous avons donné les méthodes de mesure des caractéristiques de notre gaz d'atomes froids de strontium (nombre d'atomes, profil de densité spatiale, épaisseur optique, température). Nous utiliserons ces méthodes pour caractériser le nuage d'atomes froids sur lequel nous étudierons la diffusion multiple de la lumière.

Nous avons aussi montré dans cette partie que les pertes dans notre piège provenaient essentiellement des pertes par pompage optique. Nous devrions donc accroître fortement le nombre d'atomes piégés en utilisant des lasers repompeurs qui ont pour but de supprimer les pertes par pompage optique.

2.6 Repompeurs

Nous avons vu précédemment que le nombre d'atomes dans notre piège magnéto-optique était limité par les pertes par pompage optique. Lorsque l'atome est dans l'état excité $5p^1P_1$, il a une probabilité non nulle de se désexciter via le niveau $4d^1D_2$ vers le niveau métastable $5p^3P_2$. Dans ce niveau, l'atome n'est plus sensible à la force de pression de radiation des faisceaux pièges. Comme le niveau $5p^3P_2$ a une durée de vie très longue, l'atome quitte la zone de piégeage avant de retomber dans le niveau fondamental 1S_0 où il est à nouveau sensible à la force de piégeage. Les atomes qui tombent dans l'état $5p^3P_2$ constituent donc des pertes pour le piège magnéto-optique.

Nous présenterons dans cette partie deux techniques qui ont pour but de supprimer les pertes par pompage optique. La première qui utilise un laser à 717 nm consiste à empêcher les atomes de tomber dans le niveau métastable $5p^3P_2$. La deuxième technique qui utilise deux lasers à 707 nm et 679 nm consiste à pomper optiquement les atomes de l'état métastable $5p^3P_2$ vers un niveau où ils peuvent se désexciter rapidement dans l'état fondamental $5s^1S_0$. La première technique a l'avantage de n'utiliser qu'un seul laser mais nous verrons qu'il n'est pas sûr que l'on puisse supprimer les pertes par pompage optique. La deuxième technique permet avec certitude d'éliminer les pertes par pompage optique mais elle nécessite l'utilisation de deux lasers.

2.6.1 Repompeur à 717 nm

La technique de suppression des pertes par pompage optique que nous allons présenter utilise un laser à 717 nm résonnant avec la transition $4d^1D_2 - 6p^1P_1$. Le but de ce laser est de pomper optiquement les atomes de l'état $4d^1D_2$ vers l'état $6p^1P_1$ avant que les atomes tombent dans le niveau métastable 3P_2 . Une fois dans le niveau $6p^1P_1$, les atomes ont plusieurs possibilités de désexcitations vers l'état fondamental $5s^1S_0$ (voir figure 2.41). Si l'atome ne tombe pas dans les niveaux métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$, il se désexcite suffisamment rapidement dans l'état fondamental pour être recapturé par le piège. Par contre, si l'atome tombe dans les états métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$, il ne pourra pas être recapturé par le piège. Les atomes tombant dans ces niveaux métastables constituent donc une source de perte. Avec le repompeur à 717 nm, on obtient donc des pertes par pompage optique égales à¹⁸ :

$$\Gamma_p = f \Gamma_d \frac{\Gamma_m}{\Gamma_s + \Gamma'_1 + \Gamma_m} \quad (2.34)$$

18. Ce taux de pertes a été calculé à partir de la solution stationnaire des équations de taux et en supposant que l'intensité du repompeur était suffisamment élevée pour négliger les atomes tombant dans les niveaux $5p^3P_2$ et $5p^3P_1$ à partir du niveau $4d^1D_2$. Nous avons aussi supposé que le nombre d'atomes dans les niveaux autres que $5s^1S_0$ et $5p^1P_1$ était négligeable.

où f est la proportion d'atomes dans l'état excité ($f = n_{1P_1}/(n_{1S_0} + n_{1P_1})$) et les probabilités de transition $\Gamma_d, \Gamma'_1, \Gamma_s, \Gamma_m$ sont indiquées sur la figure 2.41.

Le repompeur à 717 nm sera donc efficace si le taux de pertes par pompage optique 2.34 est faible et donc si la probabilité ($\frac{\Gamma_m}{\Gamma_s + \Gamma'_1 + \Gamma_m}$) de tomber dans les états métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$ à partir du niveau $6p^1P_1$ est faible. Comme les probabilités de transition déterminant Γ_m et Γ'_1 ne sont pas connues, il est difficile d'estimer les pertes par pompage optique avec le repompeur à 717 nm. Si on ne tient compte que des probabilités de transition connues, la probabilité de tomber dans les niveaux métastables à partir du niveau $6p^1P_1$ est faible ($< 3\%$). Le repompeur à 717 nm a donc des chances de diminuer fortement les pertes par pompage optique dans notre piège.

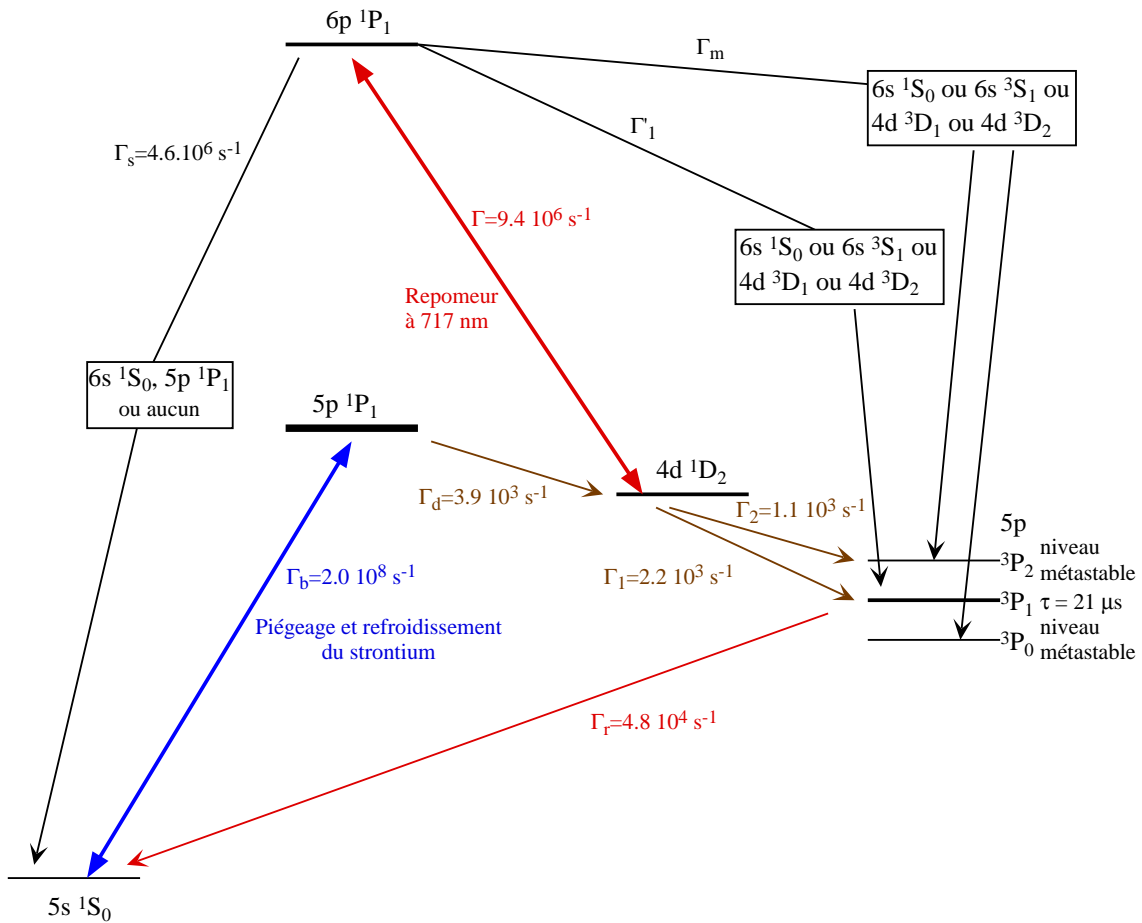


FIG. 2.41 – Diagramme des niveaux pour le repompeur à 717 nm (un diagramme complet des niveaux est donné en annexe page 359).

Ce repompeur à 717 nm a déjà été testé par Shimizu [49] et Vogel [145]. Shimizu trouve que le repompeur à 717 nm augmente la fluorescence du piège

d'un facteur 2.5. Vogel trouve lui une augmentation de la fluorescence d'un facteur 1.8. Ce faible facteur d'augmentation de la fluorescence a été attribué au fait que le repompeur 717 nm n'élimine pas complètement les pertes par pompage optique. Pour cela, Vogel et Shimizu avancent deux explications possibles. Comme nous l'avons vu précédemment, la première explication attribue la non-suppression des pertes par pompage optique à une probabilité assez élevée de se désexciter vers les états métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$ à partir du niveau $6p^1P_1$. La deuxième raison provient du fait que la transition du repompeur est une transition du type $J - J - 1$. Pour ce type de transition, il existe toujours un état non couplé avec le laser quelle que soit la polarisation du laser (voir figure 2.42). Donc si l'atome tombe dans un de ces états, il ne pourra par être pompé optiquement par le repompeur et pourra donc tomber vers le niveau métastable 3P_2 .

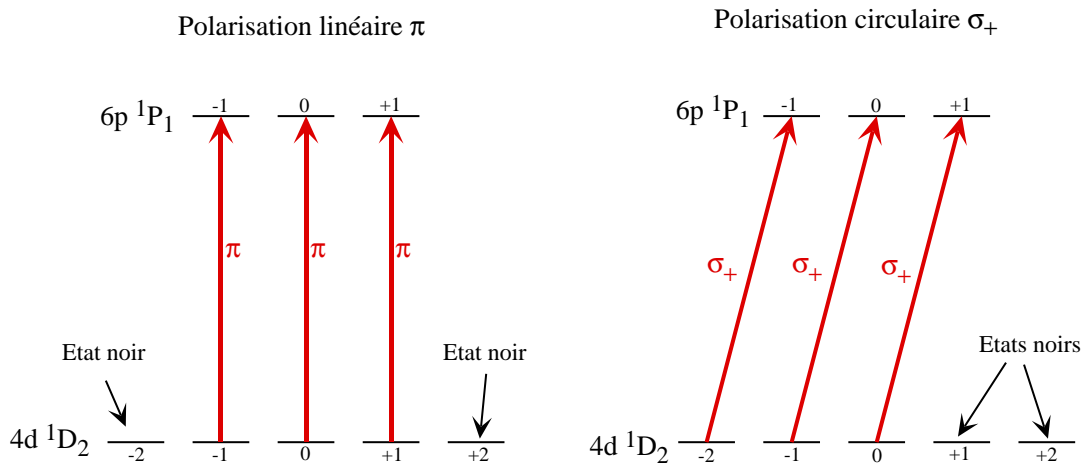


FIG. 2.42 – *Etats noirs pour le repompeur à 717 nm.*

Dans cette partie, nous allons tester le repompeur 717 nm sur notre piège magnéto-optique réalisé dans le premier type de cellule (pression $6 \cdot 10^{-9}$ mbar). Bien que Vogel et Shimizu aient constaté un manque d'efficacité de ce repompeur, nous avons testé le repompeur à 717 nm car nous voulons utiliser un laser avec une polarisation qui varie en fonction du temps. Comme l'état noir dépend de la polarisation du laser, les états noirs changent au cours du temps et donc tous les atomes dans le niveau 1D_2 pourront être pompés vers le niveau $6p^1P_1$. Si l'efficacité du repompeur à 717 nm était limitée par les états noirs pour Vogel et Shimizu, nous devrions donc augmenter fortement l'efficacité du repompeur en utilisant un laser avec une polarisation qui varie en fonction du temps. Le repompeur à 717 nm pourrait donc fortement diminuer les pertes par pompage optique.

Le laser à 717 nm est réalisé avec une diode laser libre émettant à 715 nm à $25^\circ C$. En chauffant la diode laser à $32^\circ C$, nous avons pu mettre la diode laser

en résonance avec la transition $4d^1D_2 - 6p^1P_1$ à 717 nm. La résonance a été détectée à l'aide d'une lampe à cathode creuse avec du strontium déposé sur une électrode. Lorsque la décharge a lieu une vapeur de strontium est produite. Les atomes de cette vapeur sont dans les différents états excités du strontium et sont ainsi sensibles à un laser résonnant avec une transition partant d'un état excité. Pour détecter la résonance du laser, nous utilisons l'effet optogalvanique [58] [59] qui se manifeste par un changement de la résistance électrique de la lampe lorsque le laser est à résonance avec une transition atomique du strontium.

Le faisceau émis par la diode laser en résonance avec la transition $4d^1D_2 - 5p^1P_1$ à 717 nm est envoyé à travers le piège magnéto-optique. La puissance maximum disponible est égale 2.4 mW. Avec un faisceau ayant pour dimension 4 x 7 mm interagissant avec l'ensemble des atomes piégés, on obtient une intensité du laser repompeur au niveau des atomes environ égale à 9 mW/cm^2 . Les caractéristiques du piège magnéto-optique pendant le test étaient les suivantes : intensité totale des faisceaux de piégeage $I = 200 \text{ mW/cm}^2$, désaccord laser $\delta_L/2\pi = -45 \text{ MHz}$, $P_{cellule} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ mbar}$, pertes sans repompeurs 166 s^{-1} . Nous constatons avec ce repompeur une augmentation de la fluorescence du piège d'un facteur 1.6. Pour savoir si l'intensité laser du repompeur est suffisamment élevée, nous avons mesuré l'augmentation de la fluorescence des atomes piégés en fonction de l'intensité du laser repompeur (voir figure 2.43). Nous constatons que l'augmentation de fluorescence sature en fonction de l'intensité du repompeur. L'intensité du repompeur est donc suffisamment élevée pour pomper les atomes dans l'état $6p^1P_1$ avant que les atomes tombent dans l'état métastable $5p^3P_2$.

Rapport entre la fluorescence des atomes piégés avec et sans repompeur à 717 nm

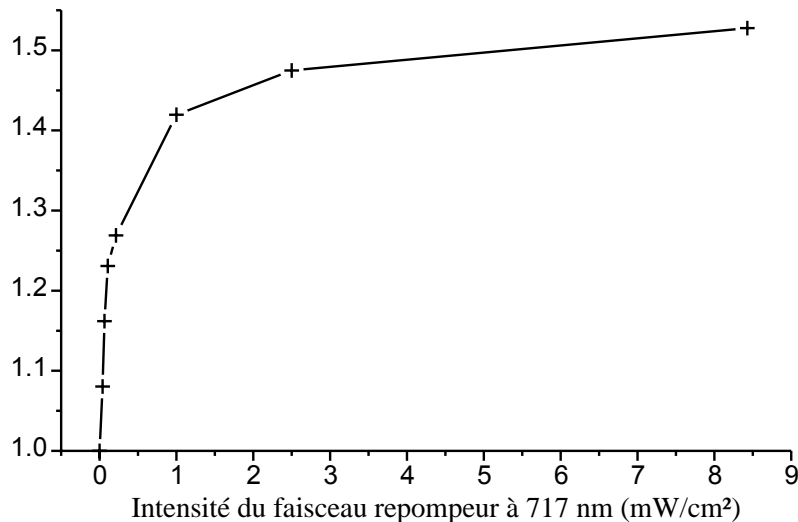


FIG. 2.43 – Augmentation de la fluorescence des atomes piégés causée par le repompeur à 717 nm en fonction de son intensité.

Nous avons mis en place un dispositif permettant de faire varier la polarisation du laser repompeur au cours du temps (voir figure 2.44). On obtient avec ce dispositif une polarisation qui varie périodiquement au cours du temps entre une polarisation circulaire et linéaire. La fréquence de variation de la polarisation a été choisie suffisamment élevée (10 kHz) pour que le laser repompeur puisse pomper tous les états du niveau $4d^1D_2$ avant que l'atome ne tombe dans l'état métastable $5p^3P_2$. Avec ce dispositif, nous constatons aucun changement de la fluorescence des atomes piégés. On peut expliquer cette non-modification de l'efficacité du repompeur par le fait que les états noirs pour une polarisation laser donnée ne sont pas vraiment des états noirs. En effet la présence d'un champ magnétique non parallèle à l'axe de quantification couple les différents états m_J . Ainsi les atomes qui sont initialement dans un état noir sont couplés avec des états interagissant avec le laser. Le champ magnétique vu par les atomes piégés est de l'ordre du Gauss. Avec un tel champ magnétique, le couplage entre les différents états est suffisamment fort pour que les atomes sortent de l'état noir avant qu'ils ne tombent dans le niveau métastable $5p^3P_2$.

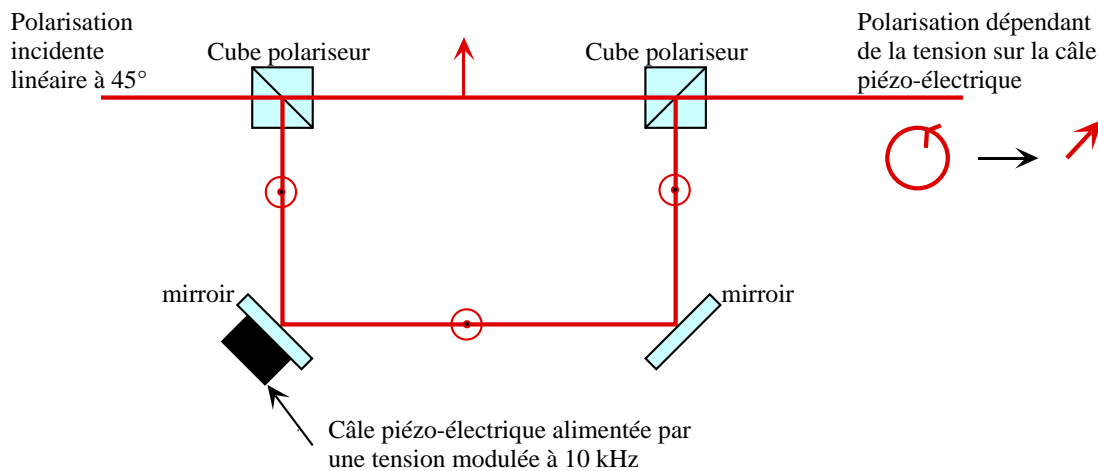


FIG. 2.44 – Montage optique permettant d'avoir une polarisation qui varie en fonction du temps.

La faible efficacité du repompeur à 717 nm ne peut donc pas s'expliquer par des états du niveau $4d^1D_2$ n'interagissant pas avec le laser repompeur. Elle provient donc d'une probabilité assez élevée de tomber dans les niveaux métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_1$ à partir du niveau $6p^1P_1$.

Nous allons examiner plus précisément l'effet du repompeur à 717 nm. Il faut tout d'abord remarquer qu'une augmentation d'un facteur 1.6 de la fluorescence du nuage d'atomes froids ne signifie pas forcément une augmentation d'un facteur 1.6 du nombre d'atomes piégés. En effet, la fluorescence du piège est proportionnelle au nombre d'atomes qui sont dans l'état excité $5p^1P_1$ et la présence du

repompeur peut modifier le rapport entre le nombre d'atomes dans l'état excité et le nombre total d'atomes. Sans repompeur à 717 nm, les atomes sont principalement répartis entre les niveaux $5s^1S_0$, $5p^1P_1$ et $4d^1D_2$. Avec le repompeur à 717 nm, le nombre d'atomes dans l'état $4d^1D_2$ devient négligeable par rapport au nombre d'atomes dans les états $5s^1S_0$ et $5p^1P_1$. Ainsi les relations entre fluorescence et nombre d'atomes piégés sont différentes avec et sans repompeur (voir page 127) :

$$N = \frac{1}{\Gamma} \frac{4\pi}{\Omega} \frac{P_{detec}}{\hbar\omega_L} \left(\frac{1}{f} + \frac{\Gamma_d}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \left(1 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_r} \right) \right) \quad \text{sans repompeur}$$

$$N = \frac{1}{\Gamma} \frac{4\pi}{\Omega} \frac{P_{detec}}{\hbar\omega_L} \frac{1}{f} \quad \text{avec repompeur à 717 nm}$$

En utilisant ces formules, nous trouvons qu'une augmentation d'un facteur 1.60 de la fluorescence du piège donne seulement une augmentation d'un facteur 1.35 du nombre d'atomes piégés.

Nous avons aussi mesuré directement les pertes dans le piège magnéto-optique avec et sans repompeur avec la méthode décrite page 127. Nous trouvons avec le repompeur à 717 nm des pertes qui passent de $166 s^{-1}$ à $156 s^{-1}$. Les pertes diminuent donc seulement d'un facteur 1.06 avec le repompeur à 717 nm. Si le flux d'atomes capturés par le piège reste identique avec et sans repompeur, on devrait trouver le même facteur entre l'augmentation du nombre d'atomes piégés et la diminution des pertes. La différence entre le rapport du nombre d'atomes piégés et le rapport des pertes nous laisse donc penser que le repompeur à 717 nm augmente le flux d'atome capturé par le piège. Pour expliquer la différence entre le facteur d'augmentation du nombre d'atomes de 1.35 et le facteur de diminution des pertes de 1.06, il faut que le flux d'atomes capturés par le piège ait augmenté d'un facteur 1.27. Cette augmentation peut s'expliquer par le fait que sans repompeur la force de piégeage peut être interrompue pendant un temps de l'ordre de 0.3 ms lorsque les atomes tombent dans l'état $4d^1D_2$ puis $5p^3P_1$. Avec un repompeur à 717 nm, le temps passé dans l'état $4d^1D_2$ devient très faible, la force de piégeage se trouve alors interrompue pendant un temps beaucoup plus court. L'augmentation du flux d'atomes capturés par le piège nous laisse donc penser que les interruptions de la force de pression de radiation causées par le pompage optique des atomes dans l'état $4d^1D_2$ puis $5p^3P_1$ limite l'efficacité de capture du piège magnéto-optique.

Pour vérifier que les pertes avec repompeur à 717 nm provenait bien de pertes par pompage optique, nous avons mesuré les pertes en fonction de l'intensité des lasers de piégeage. Sur la figure 2.45, nous avons représenté les pertes en fonction de proportion d'atomes dans l'état excité f qui est calculée à partir de l'intensité et du désaccord des faisceaux pièges (voir page 126). Nous constatons que les pertes avec le repompeur à 717 nm sont proportionnelles à la proportion d'atomes dans l'état excité. Les pertes avec le repompeur à 717 nm correspondent

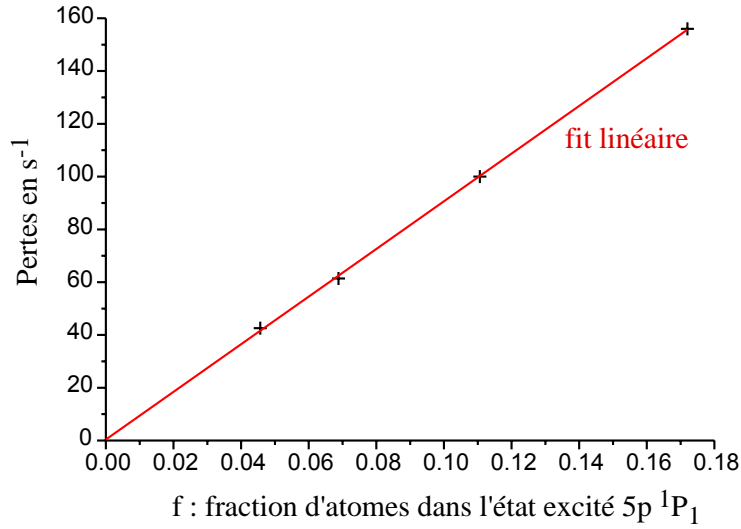


FIG. 2.45 – Pertes dans le piège magnéto-optique avec le repompeur à 717 nm en fonction de la proportion d'atomes dans l'état excité $f = n_{5p^1P_1} / (n_{5s^1S_0} + n_{5p^1P_1})$.

donc bien à des pertes par pompage optique (voir relation 2.34). En réalisant un "fit" linéaire des points expérimentaux, nous trouvons en utilisant la relation 2.34 que la probabilité de tomber dans les niveaux métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$ à partir du niveau $6p^1P_1$ est égale à :

$$\frac{\Gamma_m}{\Gamma_s + \Gamma'_1 + \Gamma_m} = 0.23$$

La probabilité de tomber dans les niveaux métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$ à partir du niveau $6p^1P_1$ est donc relativement élevée et induit donc de fortes pertes par pompage optique même avec le repompeur à 717 nm.

L'utilisation d'un repompeur à 717 nm diminue donc que très faiblement les pertes par pompage optique ($\sim 6\%$). La raison du manque d'efficacité du repompeur à 717 nm provient d'une probabilité assez élevée (23%) de se désexciter vers les niveaux métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$ à partir du niveau $6p^1P_1$. On peut enfin noter que le repompeur à 717 nm semble augmenter d'un facteur 1.27 le flux d'atomes capturés par le piège. On obtient finalement une augmentation du nombre d'atomes piégés avec le repompeur à 717 nm d'un facteur 1.35.

L'utilisation du laser repompeur à 717 nm présente donc peut d'intérêt. Dans la partie suivante, nous allons étudier une technique plus efficace pour supprimer les pertes par pompage optique.

2.6.2 Repompeur à 707 et 679 nm

La technique de suppression des pertes que nous allons à présent étudier consiste à pomper optiquement les atomes du niveau métastable 3P_2 vers un niveau où les atomes peuvent se désexciter rapidement vers le niveau fondamental. On utilise pour cela un laser à 707 nm résonnant avec la transition $5p^3P_2 - 6s^3S_1$. Les atomes qui sont dans le niveau métastable $5p^3P_2$ sont donc pompés optiquement vers le niveau $6s^3S_1$. De ce niveau les atomes peuvent tomber rapidement dans le niveau fondamental $5s^1S_0$ en passant par le niveau $5p^3P_1$. A partir du niveau $6s^3S_1$, les atomes peuvent aussi tomber vers le niveau $5p^3P_0$. Comme ce niveau est métastable, il faut utiliser un deuxième laser repompeur à 679 nm qui pompe optiquement les atomes du niveau $5p^3P_0$ vers le niveau $6s^3S_1$. L'utilisation de ces deux lasers repompeurs à 707 nm et 679 nm permet donc de supprimer complètement les pertes par pompage optique.

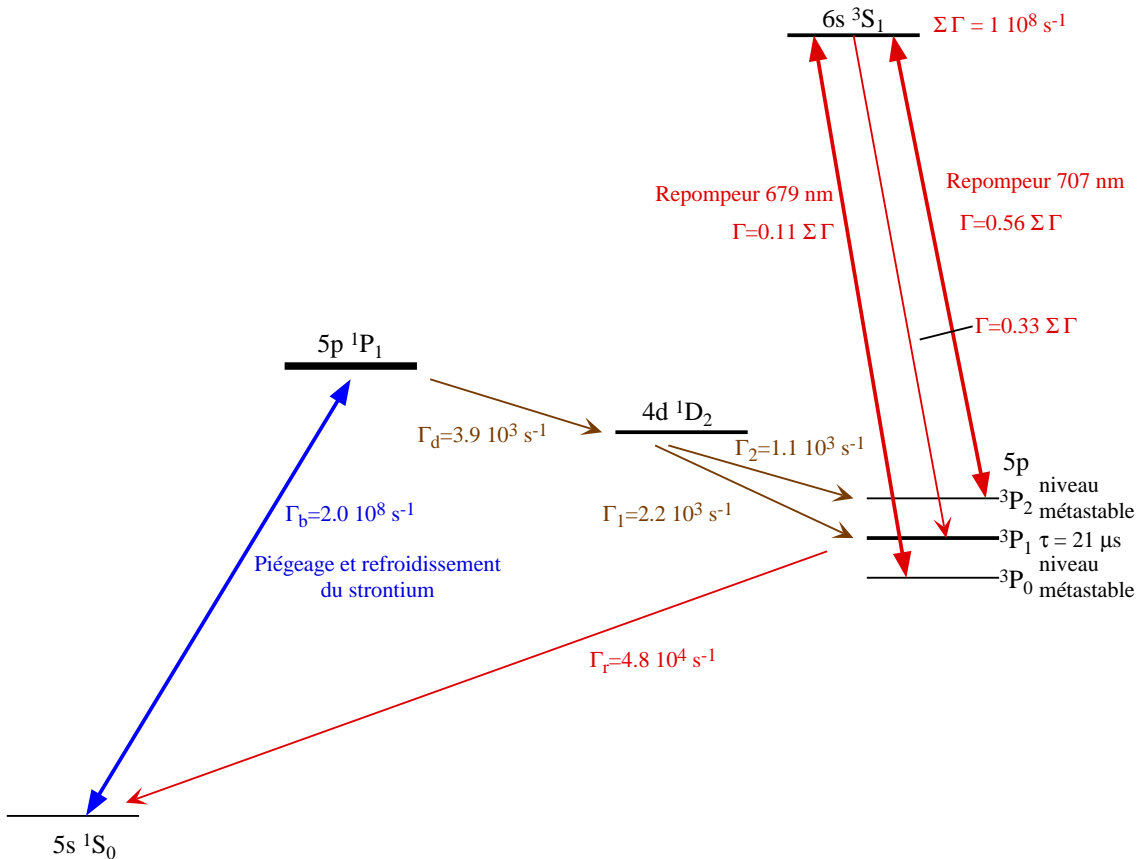


FIG. 2.46 – Diagramme des niveaux pour les repompeurs à 707 nm et 679 nm (un diagramme complet des niveaux est donnée en annexe page 359).

Ces repompeurs à 707 nm et 679 nm ont été utilisés par Vogel [145]. Il a obtenu

une augmentation d'un facteur 10 du nombre d'atomes piégés. Les pertes dans le piège étaient alors déterminées par les collisions assistées par lumière.

Notre repompeur à 707 nm est réalisé à l'aide d'une diode laser traitée antireflet en cavité étendue¹⁹. Le repompeur à 679 nm est lui obtenu avec une diode laser libre. Comme précédemment, nous avons mis les lasers à résonance avec les transitions $5p^3P_2 - 6s^3S_1$ et $5p^3P_0 - 6s^3S_1$ en utilisant l'effet optogalvanique dans une lampe à cathode creuse. Ces repompeurs ont été utilisés avec la deuxième cellule dans laquelle la pression était égale à $2 \cdot 10^{-7}$ mbar. Le repompeur à 707 nm provoque une augmentation de la fluorescence des atomes piégés d'un facteur 2 à 3. Lorsqu'on utilise en plus le repompeur à 679 nm, nous constatons une augmentation de la fluorescence du piège très faible ($\lesssim 10\%$). Cette faible augmentation de la fluorescence provient de la pression élevée dans la cellule contenant les atomes piégés. En effet, cette pression élevée induit des pertes par collisions avec le gaz résiduel présent dans la cellule assez importantes. Avec uniquement le repompeur à 707 nm, les pertes par pompage optique sont plus faibles que les pertes par collisions. Ainsi le repompeur à 679 nm qui diminue encore plus les pertes par pompage optique n'a pratiquement aucun effet sur les pertes totales du piège. Avec les deux repompeurs, nous avons mesuré des pertes dans le piège de l'ordre de 50 s^{-1} (pression $2 \cdot 10^{-7}$ mbar). Ces pertes correspondent aux pertes par collisions avec le gaz résiduel.

Nous avons examiner deux techniques qui avaient pour but de supprimer les pertes par pompage optique. L'utilisation du repompeur à 717 nm s'est avérée inefficace pour diminuer les pertes par pompage optique à cause d'une probabilité assez élevée de se désexciter vers les niveaux métastables $5p^3P_2$ et $5p^3P_0$ à partir du niveau $6p^1P_1$. Seule l'utilisation des lasers repompeurs à 707 nm et 679 nm permet de supprimer complètement les pertes par pompage optique. Avec ces repompeurs, nous avons obtenu des pertes dans notre piège égales à 50 s^{-1} . Ces pertes élevées proviennent d'une pression assez élevée dans notre cellule ($2 \cdot 10^{-7}$ mbar) qui induit de fortes pertes par collision. L'amélioration du vide dans notre cellule devrait donc permettre de réduire fortement les pertes dans notre piège et donc d'augmenter fortement le nombre d'atomes piégés.

19. Des détails sur les diodes en cavité étendue sont donnés page 273.

Conclusion

Nous venons de décrire le montage expérimental qui nous permet de refroidir et de piéger des atomes de strontium. L'élément de base du montage est un laser à 461 nm résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium ($P \sim 150 - 200 \text{ mW}$). La force de pression de radiation de ce laser est utilisée pour réaliser un piège magnéto-optique qui piège et refroidit les atomes de strontium. Ce piège est chargé à partir d'un jet de strontium issu d'un four à 500°C . Afin d'augmenter le flux d'atomes capturés par le piège, le jet est ralenti transversalement et longitudinalement grâce à la force de pression de radiation du laser à 461 nm. Nous avons aussi utilisé des lasers à 679 nm et 707 nm qui permettent d'éliminer les pertes par pompage optique dans le piège. Pour chacun de ces éléments du montage, nous avons expliqué le principe de fonctionnement et les différents choix technologiques effectués.

Nous avons montré que le nombre d'atomes piégés ($N \sim 10^7 \text{ atomes}$) était dans l'état actuel de l'expérience limité par les pertes par collisions avec le gaz résiduel présent dans la cellule. Une amélioration du vide devrait donc nous permettre d'augmenter le nombre d'atomes piégés.

Dans la partie suivante, nous étudierons la diffusion multiple de la lumière dans le gaz d'atomes froids de strontium obtenu ici. Nous nous servirons alors des méthodes de mesure décrites dans la partie 2.5 pour caractériser le nuage d'atomes froids.

Deuxième partie
Diffusion multiple

Chapitre 1

Diffusion multiple

La propagation d'une onde dans un milieu désordonné est une situation que l'on rencontre très souvent en physique (optique, physique du solide, acoustique...). C'est le cas par exemple de la propagation de lumière du soleil à travers un nuage ou encore de la propagation d'un électron à travers un milieu désordonné comme un conducteur électrique. La problématique du transport d'une onde dans un milieu désordonné a été étudiée pour la première fois au début du siècle par des astrophysiciens qui s'intéressait à la propagation de la lumière à travers le milieu interstellaire. Ceci a conduit à la théorie du transfert radiatif qui modélise la propagation de l'onde comme une marche au hasard. L'intensité dans le milieu se propage alors de manière diffuse. Dans cette approche le caractère ondulatoire et en particulier les interférences ont été complètement négligés. Malgré cette grossière approximation, ce modèle a permis de décrire avec succès de nombreux problèmes. Cependant, dans certaines situations, les interférences jouent un rôle important et ne peuvent être négligées. Lorsque le désordre est suffisamment important, les interférences conduisent à l'arrêt de la diffusion de l'onde dans le milieu. Ce phénomène appelé localisation forte ou localisation d'Anderson a été prédit en 1958 [12]. La mise en évidence expérimentale de la localisation forte est cependant extrêmement difficile. En 1997, l'observation de la localisation forte de la lumière dans une poudre de semi-conducteur a été annoncée par Wiersma [14] mais le rôle de l'absorption dans l'interprétation des données demeurent toujours l'objet d'une discussion [15]. Lorsque le désordre est plus faible, l'effet des interférences se manifeste aussi par un phénomène appelé rétrodiffusion cohérente. Ce phénomène a été observé expérimentalement dans le début des années 80 [65] [66]. La rétrodiffusion cohérente a lieu dans un régime de diffusion multiple et se manifeste par une probabilité plus élevée de revenir dans la direction arrière.

Cette partie de ma thèse est consacrée à l'étude de l'effet des interférences en diffusion multiple et en particulier à la rétrodiffusion cohérente. Nous étudierons le phénomène de rétrodiffusion cohérente dans un milieu modèle qui est un gaz d'atomes froids. Une première étude de la rétrodiffusion cohérente a été effectuée en 1999 sur un gaz d'atomes froid de rubidium [18]. Il s'est avéré que l'effet des in-

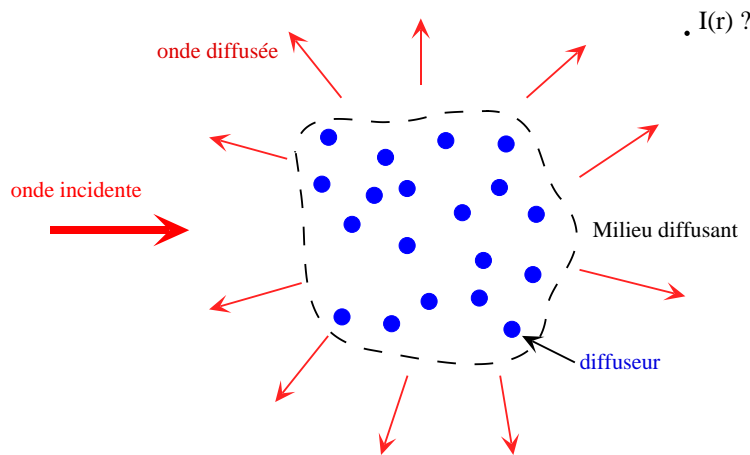
terférences est fortement réduit dans ce milieu. La structure interne dégénérée de l'état fondamental de l'atome de rubidium semble être responsable de la réduction de l'effet des interférences. Nous présenterons donc une étude de la rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes de strontium qui ne possède pas de structure interne dégénérée dans l'état fondamental. Avec cet atome, l'effet des interférences en diffusion multiple devrait se manifester pleinement.

Nous commencerons cette partie par présenter le problème de la propagation dans un milieu désordonné et un particulier le problème de la diffusion multiple. Nous présenterons alors les concepts généraux de la diffusion multiple et nous définirons le régime auquel on s'intéressera. Dans une seconde partie, nous aborderons le problème plus particulier de la rétrodiffusion cohérente. Nous présenterons l'origine physique de ce phénomène et nous essayerons d'en donner les caractéristiques en fonction des propriétés du milieu. La troisième partie sera consacrée à la technique expérimentale permettant d'observer et de mesurer la rétrodiffusion cohérente de la lumière. Nous présenterons ici des mesures de la rétrodiffusion cohérente sur des diffuseurs "classiques". Dans la quatrième partie, nous présenterons les propriétés et les particularités d'un gaz d'atomes froids comme milieu diffusant. Nous donnerons aussi les résultats de la rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de rubidium. Enfin, la dernière partie sera consacrée à l'étude de la rétrodiffusion cohérente de la lumière sur un gaz d'atomes froids de strontium. Nous comparons les résultats expérimentaux obtenus à une simulation de Monte Carlo.

1.1 Diffusion multiple

1.1.1 Présentation du problème

Nous nous intéressons au problème de la propagation d'une onde dans un milieu constitué de diffuseurs répartis aléatoirement. Plus particulièrement, nous voulons déterminer l'onde diffusée par le milieu lorsqu'on envoie sur celui-ci une onde incidente donnée. L'onde peut être de nature quelconque (onde acoustique, onde de matière, onde électromagnétique...). Pour simplifier le problème, nous traiterons dans cette partie le cas d'une onde scalaire. Nous supposons que l'onde incidente est monochromatique de fréquence ν et de longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ où c est la vitesse de propagation de l'onde. Le milieu diffusant sera caractérisé par sa densité de diffuseur n_d . Nous supposons que les diffuseurs sont identiques et répartis aléatoirement (pas de corrélation de position entre diffuseurs).



Nous allons commencer cette partie par définir les quantités qui caractérisent la diffusion par un seul diffuseur. Après cela, nous nous intéresserons à la diffusion par un milieu constitué de diffuseurs répartis aléatoirement.

1.1.2 Diffusion par un seul diffuseur

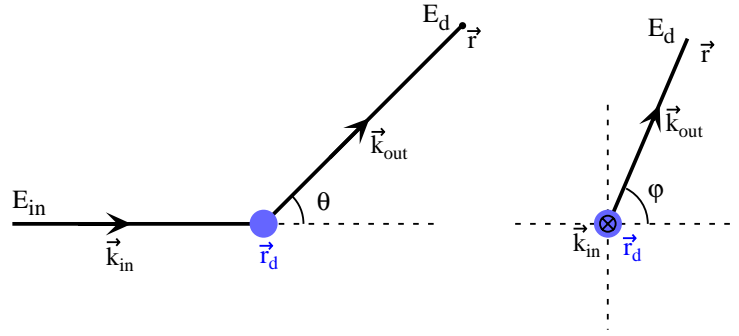
Nous nous intéressons dans cette partie à la diffusion par un seul diffuseur. Nous supposons que la diffusion est **élastique** c'est à dire que la fréquence de l'onde diffusée est égale à la fréquence de l'onde incidente. Nous traiterons uniquement le cas d'ondes monochromatiques. La dépendance temporelle de l'amplitude des différentes ondes rencontrées par la suite sera donc en $e^{i\omega t}$. Nous indiquerons dans la suite que la dépendance spatiale de l'amplitude des ondes $E(\vec{r})$.

Lorsqu'on envoie sur un diffuseur une onde plane d'amplitude E_{in} et de vecteur d'onde \vec{k}_{in} ($E(\vec{r}) = E_{in} e^{i\vec{k}_{in} \cdot \vec{r}}$), l'onde diffusée en champ lointain peut s'écrire

[61]:

$$E_d(\vec{r}) = \frac{e^{i k_0 |\vec{r} - \vec{r}_d|}}{|\vec{r} - \vec{r}_d|} t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) E_{in} e^{i \vec{k}_{in} \cdot \vec{r}_d} \quad (1.1)$$

où $k_0 = \omega/c$ est le vecteur d'onde dans le vide et $t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$ représente l'amplitude de l'onde diffusée dans la direction \vec{k}_{out} lorsqu'on envoie une onde incidente de vecteur d'onde \vec{k}_{in} . Cette expression de l'amplitude de l'onde diffusée est valable en champ lointain lorsque la distance par rapport au diffuseur est grande devant la longueur d'onde λ et les dimensions du diffuseur.



A partir de l'expression précédente 1.1, on obtient que l'intensité de l'onde diffusée $I_d(\vec{r})$ ($W.m^{-2}$) est égale à :

$$I_d(\vec{r}) = \frac{|t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})|^2}{|\vec{r} - \vec{r}_d|^2} I_{in} \quad (1.2)$$

où $I_{in} \propto |E_{in}|^2$ est l'intensité de l'onde incidente.

La distribution angulaire de l'intensité diffusée est donnée par la **section efficace différentielle de diffusion** $\frac{d\sigma}{d\Omega}$. Cette quantité relie la puissance diffusée par unité d'angle solide $I_d(\theta, \varphi)$ ($W.sr^{-1}$) à l'intensité de l'onde incidente I_{inc} ($W.m^{-2}$):

$$I_d(\theta, \varphi) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) I_{in} \quad (1.3)$$

A l'aide de la relation 1.2, on obtient :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})|^2 \quad (1.4)$$

La puissance totale diffusée P_d est donnée par la **section efficace de diffusion** σ définie comme :

$$P_d = \sigma I_{in} \quad (1.5)$$

La section efficace de diffusion σ s'obtient en intégrant la section efficace différentielle de diffusion $\frac{d\sigma}{d\Omega}$:

$$\sigma = \int \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (1.6)$$

Pour une diffusion isotrope, on a $\sigma = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}$.

On peut enfin remarquer que le **théorème optique** [102] qui est une conséquence de la conservation de l'énergie nous permet de relier la section efficace de diffusion σ et la partie imaginaire de l'amplitude diffusée vers l'avant :

$$\sigma = \frac{4\pi}{k_0} \text{Im}(t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{in})) \quad (1.7)$$

1.1.3 Problématique de la diffusion multiple

Lorsqu'on envoie une onde sur un milieu diffusant, les différents diffuseurs constituant ce milieu diffusent l'onde incidente. L'onde diffusée par un diffuseur peut être à nouveau diffusée par un autre diffuseur et ainsi de suite. Dans une telle situation de diffusion multiple, l'onde incidente se divise donc en une multitude d'ondes partielles qui subissent chacune une succession de diffusions avant de ressortir du milieu. Le parcours que suit l'onde partielle dans le milieu diffusant est appelé chemin de diffusion. Il est repéré par la succession de diffuseurs par lesquels l'onde est diffusée.

L'amplitude de l'onde totale diffusée par le milieu E_d s'obtient en sommant sur tous les chemins de diffusion possibles les amplitudes des ondes partielles ayant parcouru ces chemins :

$$E_d = \sum_{i \in \Gamma} E_d^i \quad (1.8)$$

où Γ représente l'ensemble des chemins de diffusion et E_d^i est l'amplitude de l'onde partielle ayant suivi le chemin de diffusion i .

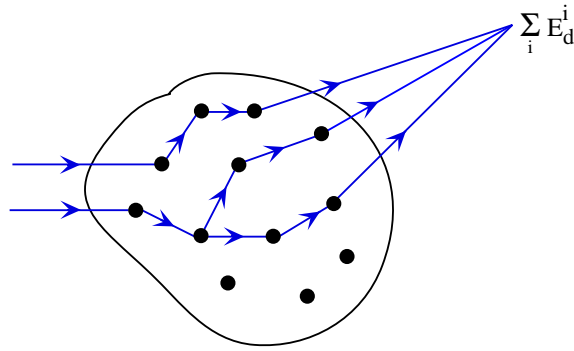


FIG. 1.1 – Exemple de chemins suivis par les ondes partielles.

La quantité mesurée est généralement l'intensité de l'onde diffusée I_d qui est égale à :

$$I_d \propto \left| \sum_{i \in \Gamma} E_d^i \right|^2 = \sum_{i \in \Gamma} |E_d^i|^2 + \sum_{i \in \Gamma} \sum_{j \neq i} E_d^i \overline{E_d^j} \quad (1.9)$$

L'intensité diffusée par le milieu se décompose donc en un terme dit "incohérent" correspondant à la somme des intensités des différentes ondes partielles et en un terme dit "cohérent" représentant les interférences entre les différentes ondes partielles. Ces interférences entre les différentes ondes partielles se manifestent par exemple par la figure de speckle qu'on observe lorsqu'on éclaire un échantillon diffusant par une onde monochromatique comme un laser.

Dans cette thèse, nous ne nous intéresserons qu'à l'intensité moyenne diffusée c'est à dire à l'intensité diffusée moyennée sur les configurations de position des diffuseurs. Nous ne nous intéresserons pas aux moments d'ordre supérieur tels que la variance ou la fonction de corrélation spatiale.

La question que l'on peut se poser est : peut-on ignorer les interférences lorsqu'on s'intéresse à l'intensité moyenne diffusée? Lorsqu'on réalise une moyenne de configuration qui est réalisée en pratique en agitant le diffuseur et en intégrant suffisamment longtemps, on observe que la figure de speckle se lisse et on obtient une intensité diffusée uniforme. Dans cet exemple, la moyenne de configuration a conduit à éliminer l'effet des interférences qui était responsable de la figure de speckle. Il semble donc que dans certains cas on peut négliger les interférences lorsqu'on s'intéresse à l'intensité moyenne diffusée.

L'effet des interférences sur l'intensité moyenne diffusée dépend de la hiérarchie entre les différentes longueurs caractéristiques du problème. Nous définirons donc dans la partie suivante la hiérarchie des longueurs caractéristiques pour laquelle nous étudierons la diffusion multiple.

1.1.4 Longueurs caractéristiques

Les longueurs caractéristiques associées à la propagation d'une onde dans un milieu diffusant sont les suivantes :

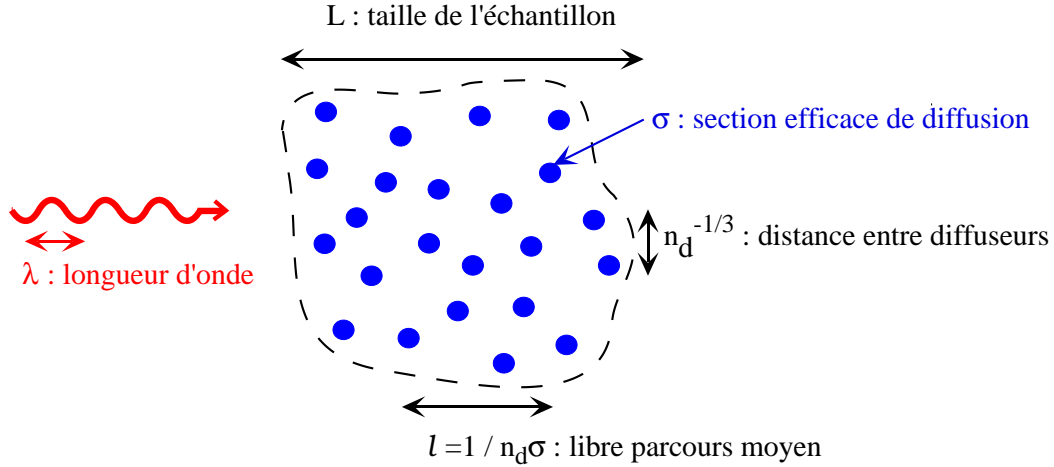
- λ : Longueur d'onde
- $n_d^{-1/3}$: Distance moyenne entre les diffuseurs
- $\sigma^{1/2}$: Rayon de la section efficace de diffusion des diffuseurs
- L : Taille du milieu diffusant

A partir de la section efficace de diffusion et de la densité de diffuseurs n_d , on peut définir une autre longueur caractéristique appelée libre parcours moyen de diffusion :

$$l = \frac{1}{n_d \sigma}$$

Nous verrons dans la suite que cette longueur représente la distance moyenne que parcourt l'onde entre deux diffusions.

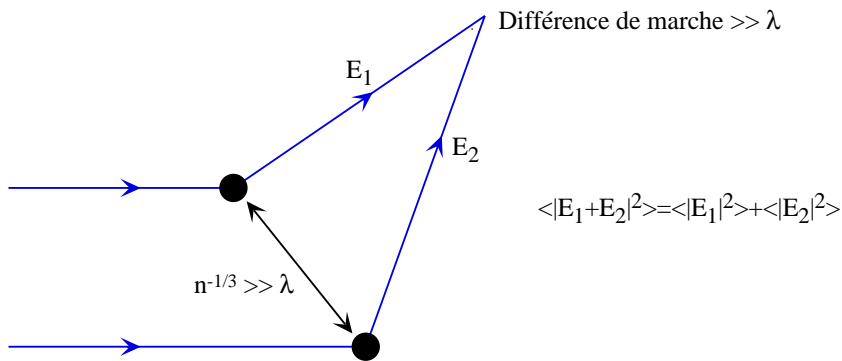
Le rôle des interférences dans la propagation de l'onde dans un milieu diffusant dépend beaucoup de la hiérarchie entre ces différentes longueurs caractéristiques. Nous nous intéresserons dans la suite à un seul régime dans lequel la hiérarchie



entre les différentes longueurs caractéristiques est :

$$\lambda \ll n_d^{-1/3} \ll l < L \tag{1.10}$$

L'inégalité $\lambda \ll n_d^{-1/3}$ signifie que le milieu est dilué c'est à dire que la distance moyenne entre les diffuseurs $n_d^{-1/3}$ est grande devant la longueur d'onde λ . Dans cette situation, le déphasage entre les deux ondes diffusées par deux diffuseurs voisins sera grand devant 2π et dépendra de la position des diffuseurs. Ainsi, lorsqu'on réalise une moyenne de configuration sur la position des diffuseurs, on s'attend à ce que les interférences se moyennent et que l'on puisse ajouter l'intensité des deux ondes diffusées. Nous verrons cependant que dans certains cas particuliers des interférences entre ondes partielles résistent à la moyenne de configuration.



L'inégalité $n_d^{-1/3} \ll l$ qui peut encore s'écrire $\sigma^{1/2} \ll n_d^{-1/3}$ signifie que le rayon de la section efficace de diffusion est petit devant la distance entre les diffuseurs. Dans cette situation, les chemins de diffusions qui passent plus d'une fois par un même diffuseur (chemins de diffusion récurrente) sont négligeables

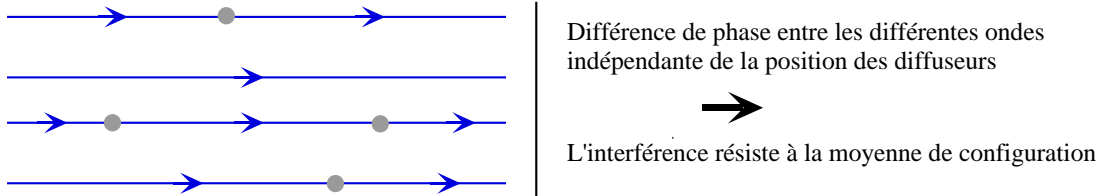
[62]. Ceci constitue l'approximation de diffusions indépendantes. Dans la suite, nous ne tiendrons donc compte que des chemins de diffusion pour lesquels les diffuseurs qui sont mis en jeu sont tous différents.

Les deux inégalités précédentes impliquent que $\lambda \ll l$. Ceci signifie que l'onde diffusée par un diffuseur sera vue par les autres en champ lointain. On considèrera donc que l'onde diffusée par un diffuseur sera une onde plane pour les autres diffuseurs. On pourra donc utiliser l'expression 1.1 de l'amplitude de l'onde diffusée par un diffuseur pour décrire l'amplitude d'un chemin de diffusion multiple. Le régime $\lambda \ll l$ est appelé régime de localisation faible.

Enfin, l'inégalité $l < L$ signifie que l'on ne peut pas négliger la diffusion multiple devant la diffusion simple. Dans ce régime de diffusion multiple, nous verrons que certaines interférences entre ondes partielles résistent à la moyenne de configuration.

1.1.5 Milieu moyen

Dans le régime décrit précédemment, une interférence qui résiste à la moyenne de configuration est l'interférence entre une onde incidente et les ondes diffusées par les diffuseurs vers l'avant. En effet, on peut constater que la différence de phase entre les ondes partielles diffusées vers l'avant et l'onde incidente ne dépend pas de la position des diffuseurs. Cette interférence résiste donc à la moyenne de configuration.



On peut montrer [63] que ces interférences conduisent à considérer la propagation moyenne de l'onde dans un **milieu effectif moyen** d'indice complexe n :¹

$$n = 1 + \frac{2\pi n_d t_d(\vec{k}, \vec{k})}{k_0^2} \quad (1.11)$$

où n_d est la densité de diffuseurs, $t_d(\vec{k}, \vec{k})$ est l'amplitude de diffusion vers l'avant d'un diffuseur (voir page 158) et $k_0 = \omega/c$ est le vecteur d'onde dans le vide.

On peut décomposer l'indice complexe en sa partie réelle n' et sa partie imaginaire n'' ($n = n' + i n''$). La partie réelle n' conduit à un changement de la vitesse de phase de l'onde dans le milieu ($c \rightarrow c/n'$). La partie imaginaire de

1. Cette relation est valable dans l'approximation de diffuseurs indépendants $\sigma^{1/2} \ll n_d^{-1/3}$ (voir page 161) et pour un indice proche de 1 : $|n| \sim 1$

l'indice donne une atténuation de l'onde incidente. Une onde se propageant sur une distance z est donc atténuée de la quantité :

$$I(z) = I(z=0) \exp\left(\frac{-z}{l}\right), \quad l = \frac{k_0}{4\pi n_d \text{Im}(t(\vec{k}, \vec{k}))} \quad (1.12)$$

La quantité l sera appelée libre parcours moyen et représente la distance moyenne au bout de laquelle l'onde est diffusée. En utilisant le théorème optique (voir page 159), on trouve que le libre parcours moyen est égal à :

$$l = \frac{1}{n_d \sigma} \quad (1.13)$$

Cette décroissance exponentielle de l'intensité d'une onde dans un milieu diffusant avec une longueur caractéristique $l = 1/n_d \sigma$ est connue sous le nom de loi de Lambert-Beer. Elle peut être démontrée simplement à l'aide de la conservation de l'énergie et de la définition de la section efficace de diffusion 1.5.

Pour traiter le problème de diffusion multiple, nous ignorons les interférences entre les ondes diffusées vers l'avant et l'onde incidente mais nous supposons que l'onde se propage dans le milieu effectif moyen décrit précédemment. Ainsi, dans le milieu moyen, le mode de l'onde incidente peut s'écrire :

$$E_{inc} = E_0 e^{i n' k_0 z} e^{-\frac{z}{2l}}$$

Dans le milieu moyen, l'onde diffusée par un diffuseur se met sous la forme :

$$E_d(\vec{r}, t) \propto t(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) \frac{e^{i n' k_0 |\vec{r} - \vec{r}_d|}}{|\vec{r} - \vec{r}_d|} e^{-\frac{|\vec{r} - \vec{r}_d|}{2l}}$$

1.1.6 Intensité diffusée en ne tenant pas compte des interférences

La première approche que l'on peut utiliser pour traiter le problème de la diffusion multiple est de négliger les interférences entre les différentes ondes partielles se propageant dans le milieu moyen. Cette approche peut être justifiée de la manière suivante. Dans le régime étudié (voir page 161), la différence de phase entre les différentes ondes partielles dépend de la position des diffuseurs. Ainsi, lorsqu'on réalise une moyenne de configuration sur la position des diffuseurs, on peut s'attendre à ce que les interférences constructives et destructives se compensent. La sommation incohérente des différentes ondes partielles semble donc être une bonne approche pour déterminer l'intensité moyenne diffusée.

Avec cette approche, la propagation de l'intensité moyenne diffuse dans le milieu peut être décrite comme une marche au hasard. Le pas de la marche au hasard Δr est donné par la densité de probabilité $f(\Delta r) = \frac{1}{7} e^{-\Delta r/l}$. Le changement de direction entre chaque pas est donné par la section efficace différentielle de diffusion $f(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi)$.

Lorsque la taille du milieu est grande devant le libre parcours moyen ($L \gg l$) et lorsqu'on est loin des bords, l'intensité moyenne diffuse est régie par une équation de diffusion :

$$\frac{dI}{dt} = D \Delta I \quad \text{avec} \quad D = \frac{v_{tr} l_t}{3} \quad (1.14)$$

où v_{tr} est la vitesse de transport de l'onde dans le milieu et l_t est le libre parcours moyen de transport défini comme :

$$l_t = \frac{l}{1-g} \quad , \quad g = \int \int \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) \cos \theta \, d\Omega \quad (1.15)$$

Le libre parcours moyen de transport l_t correspond à la distance moyenne au bout de laquelle la direction de propagation de l'onde a été changée. Pour des diffuseurs dont le diagramme de diffusion est symétrique avant arrière, le libre parcours moyen de transport l_t est égal au libre parcours moyen de diffusion l . C'est le cas des diffuseurs dont la taille est plus petite que la longueur d'onde (diffuseur Rayleigh). Pour des diffuseurs dont le diagramme de diffusion est piqué vers l'avant ou vers l'arrière, le libre parcours moyen de transport est différent du libre parcours moyen de diffusion. Pour simplifier le problème, nous considérerons dans la suite que le libre parcours moyen de transport l_t est égal au libre parcours moyen de diffusion l .

Cette approche où ne tient pas compte des interférences permet de décrire fidèlement la plupart des situations rencontrées en diffusion multiple. Par exemple, elle permet de déterminer la transmission diffuse d'un échantillon diffusant (voir figure 1.2).

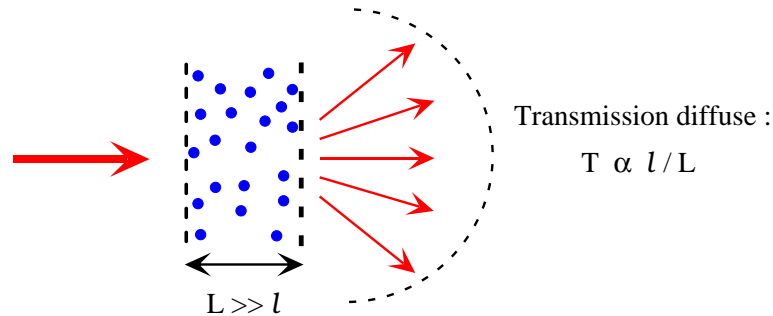


FIG. 1.2 – Transmission diffuse obtenue avec l'équation de diffusion (équivalent de la loi d'Ohm pour les conducteurs).

1.1.7 Effet des interférences

Il existe certaines situations où l'approche décrite précédemment qui consiste à négliger les interférences est mise en défaut.

La situation où les interférences se manifestent le plus fortement a lieu lorsque le libre parcours moyen est de l'ordre de la longueur d'onde ($l \sim \lambda$). Dans ce régime, la diffusion de l'onde dans le milieu est arrêtée (la constante de diffusion s'annule). L'onde est alors localisée dans le milieu. Ce phénomène appelé **localisation forte** ou localisation d'Anderson a été prévu par Anderson en 1958 [12] dans le cadre de la physique du solide. Cependant, cet effet n'a jamais pu être mis clairement en évidence expérimentalement.

Dans le régime que l'on étudie où $l \gg \lambda$, des effets d'interférences subsistent. Ils se manifestent par une diminution relative de la constante de la diffusion de l'ordre de $(\lambda/l)^2$ par rapport à celle calculée sans tenir compte des effets d'interférence [64]. On appelle cet effet **localisation faible**.

Les effets d'interférences se manifestent aussi par une surintensité de l'onde diffusée dans la direction arrière. Cet effet appelé **rétrodiffusion cohérente** sera étudié en détail dans la suite de ce chapitre.

1.2 Rétrodiffusion cohérente

1.2.1 Principe

Nous avons vu que l'onde diffusée par un échantillon diffusant résulte de la somme sur tous les chemins de diffusion possibles des ondes partielles parcourant ces chemins. Nous avons aussi vu qu'à cause d'interférences résistant à la moyenne de configuration, les ondes partielles se propagent dans un milieu moyen caractérisé par une atténuation et un indice. Pour calculer l'intensité diffusée par un échantillon diffusant, une première approche consiste à ne pas tenir compte des interférences entre les différentes ondes partielles se propageant dans le milieu moyen et donc à ajouter les intensités de ces différentes ondes partielles. Cette approche permet de décrire fidèlement la plupart des situations où l'on s'intéresse à la valeur moyenne de l'intensité diffuse. En effet, la différence de phase entre les ondes partielles dépend généralement de la position des diffuseurs. On peut donc s'attendre à ce que les effets des interférences disparaissent lorsqu'on réalise une moyenne de configuration sur la position des diffuseurs.

Nous verrons dans cette partie que lorsqu'on s'intéresse à l'intensité moyenne diffusée dans la direction arrière, on ne peut plus négliger les interférences entre les différentes ondes partielles. En effet, ces interférences conduisent à une surintensité de la lumière diffusée dans un petit secteur angulaire autour de la direction arrière. Ce phénomène est appelé **rétrodiffusion cohérente**. A cause de sa forme, la surintensité de la lumière diffusée est appelée cône de rétrodiffusion cohérente.

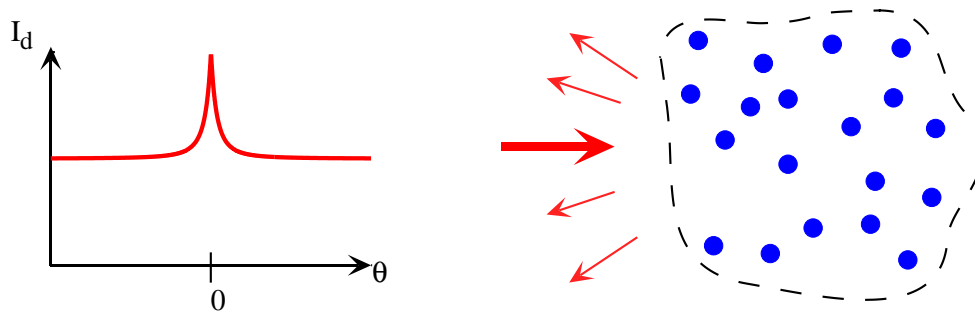


FIG. 1.3 – *Rétrodiffusion cohérente.*

L'interférence qui résiste à la moyenne de configuration a lieu entre l'onde partielle parcourant un chemin de diffusion donné et l'onde partielle parcourant le même chemin de diffusion en sens inverse. Dans la direction arrière, ces deux ondes partielles parcourent un chemin identique et donc quelque soit la position des diffuseurs, l'interférence entre ces deux ondes est constructive. On obtient donc lorsqu'on réalise une moyenne de configuration une surintensité de la lumière diffusée dans la direction arrière.

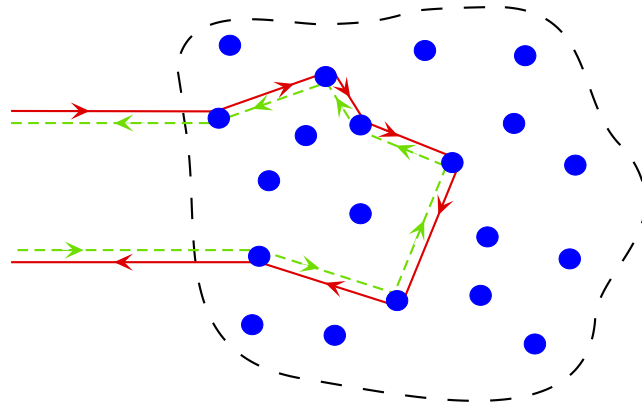


FIG. 1.4 – *Onde partielle parcourant un chemin de diffusion donné et onde partielle parcourant le même chemin en sens inverse.*

La rétrodiffusion cohérente a été mise en évidence expérimentalement dans le milieu des années 80 avec de la lumière [65] [66]. De nombreuses études théoriques et expérimentales de la rétrodiffusion cohérente ont ensuite été réalisées [72] [71] [70] [73] [74]. La rétrodiffusion cohérente de la lumière a été observée sur des milieux diffusants les plus divers allant des milieux diffusants les plus communs (lait, peinture, papier...) jusqu'à la surface de la lune [88] et aux anneaux de Saturne [87]. En 1993, la rétrodiffusion cohérente a été aussi observée pour une onde acoustique [75].

Dans cette partie, nous présenterons une étude de la rétrodiffusion cohérente dans un cas général. Cette étude a pour but de faire comprendre aux lecteurs le principe du calcul de la rétrodiffusion cohérente et de donner les caractéristiques du cône de rétrodiffusion cohérente en fonction des propriétés de l'échantillon diffusant. Pour simplifier le problème, nous nous intéresserons dans un premier temps à la rétrodiffusion cohérente pour une onde scalaire. Nous verrons ensuite les changements induits par le caractère vectorielle d'une onde sur la rétrodiffusion cohérente.

1.2.2 Rétrodiffusion cohérente pour une onde scalaire

Expression de l'intensité diffusée en tenant compte des interférences entre chemins renversés

Cette partie a pour but de déterminer l'expression de l'intensité moyenne diffusée par un échantillon diffusant en tenant compte des interférences entre une onde partielle parcourant un chemin de diffusion donnée et l'onde parcourant le même chemin en sens inverse. Nous appellerons ces deux chemins : chemins renversés ou chemins réciproques.

Nous supposerons que l'onde incidente sur l'échantillon diffusant est une onde

plane et monochromatique d'amplitude E_{in} et de vecteur d'onde \vec{k}_{in} :

$$E_{in}(\vec{r}) = E_{in} e^{i \vec{k}_{in} \cdot \vec{r}} \quad (1.16)$$

L'intensité moyenne diffusée par l'échantillon peut s'écrire comme la somme sur tous les chemins de diffusion possibles des ondes partielles parcourant ces chemins :

$$I_d(\vec{r}) \propto \left\langle \left| \sum_{i \in \Gamma} E_i(\vec{r}) \right|^2 \right\rangle \quad (1.17)$$

où Γ représente l'ensemble des chemins de diffusion possible², E_i représente l'amplitude de l'onde partielle ayant suivie le chemin de diffusion i et $\langle \rangle$ indique une moyenne de configuration sur la position des diffuseurs.

En développant le module dans l'expression précédente, on peut décomposer l'intensité diffusée en un terme incohérent représentant la somme des intensités des différentes ondes partielles et en un terme cohérent représentant les interférences entre les différentes ondes partielles :

$$I_d \propto \sum_{i \in \Gamma} \langle |E_i|^2 \rangle + \sum_{i \in \Gamma} \sum_{j \neq i} \langle E_i \overline{E_j} \rangle \quad (1.18)$$

Nous supposons à présent que seules les interférences entre les ondes qui parcourent des chemins renversés résistent à la moyenne de configuration :

$$\langle E_i \overline{E_j} \rangle = 0 \quad \text{sauf si } i = j \text{ et si } i \text{ et } j \text{ sont des chemins renversés}$$

Chaque chemin de diffusion possède un chemin reversé distinct excepté les chemins de diffusion simple pour lesquels le chemin reversé est confondu avec le chemin direct³. Nous séparons donc l'ensemble des chemins de diffusion Γ en les chemins de diffusion simple S et les chemins de diffusion multiple M . En ne gardant que les interférences entre les amplitudes des chemins renversés, on obtient donc pour l'intensité moyenne diffusée :

$$I_d \propto \underbrace{\sum_{i \in S} \langle |E_i|^2 \rangle}_{I_S} + \underbrace{\sum_{i \in M} \langle |E_i|^2 \rangle}_{I_L} + \underbrace{\sum_{i \in M} \langle E_i \overline{E_i^r} \rangle}_{I_C} \quad (1.19)$$

où E_i^r représente l'amplitude de l'onde partielle ayant suivi le chemin reversé du chemin de diffusion i .

2. Nous ne comptabilisons pas dans l'ensemble des chemins de diffusion multiple Γ les chemins de diffusion récurrente. En effet, dans le régime étudié, la contribution des chemins de diffusion récurrente est négligeable (voir page 161)

3. Ceci n'est pas vrai si on tient compte des chemins de diffusion récurrente. En effet, certains chemins de diffusion récurrente ne possèdent pas de chemin reversé distinct.

L'intensité moyenne diffusée par le milieu se décompose donc en trois termes. Le premier qu'on appellera I_S représente l'intensité diffusée par les chemins de diffusion simple en ne tenant pas compte des interférences. Le deuxième terme qu'on appellera I_L représente l'intensité diffusée par les chemins de diffusion multiple en ne tenant pas compte des interférences. Le troisième terme qu'on appellera I_C représente les interférences entre les chemins de diffusion multiple renversés.

Pour pouvoir expliciter ces trois termes, nous allons donner l'expression de l'amplitude d'une onde partielle E_i .

Amplitude des ondes partielles

De manière analogue à l'onde diffusée par un diffuseur (voir page 158), l'amplitude d'une onde partielle ayant parcouru un chemin de diffusion i peut s'écrire sous la forme :

$$E_i(\vec{r}) = \frac{e^{i k_0 |\vec{r} - \vec{r}_{out}^i|}}{|\vec{r} - \vec{r}_{out}^i|} t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) e^{i \vec{k}_{in} \cdot \vec{r}_{in}^i} E_{in} \quad (1.20)$$

où $\vec{r}_{in}^i, \vec{r}_{out}^i$ représentent les positions du premier et du dernier diffuseur du chemin de diffusion i , $t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$ représente l'amplitude de l'onde partielle diffusée par le chemin de diffusion i dans la direction $(\vec{r} - \vec{r}_{out}^i) \propto \vec{k}_{out}$.

Lorsque la distance entre le point d'observation \vec{r} et l'échantillon diffusant est grande devant les dimensions de l'échantillon diffusant, l'amplitude de l'onde diffusée peut s'écrire :

$$E_i(\vec{r}) = \frac{e^{i k_0 r}}{r} e^{-i \vec{k}_{out} \cdot \vec{r}_{out}^i} t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) e^{i \vec{k}_{in} \cdot \vec{r}_{in}^i} E_{in} \quad (1.21)$$

Intensité moyenne diffusée dans la direction arrière

En reportant l'expression 1.21 de E_i dans l'expression de l'intensité moyenne diffusée 1.19, on trouve que l'intensité moyenne diffusée par unité d'angle solide $I_d(\vec{k}_{out})$ ($W sr^{-1}$) est égale à :

$$\begin{aligned} I_d(\vec{k}_{out}) &= I_S(\vec{k}_{out}) + I_L(\vec{k}_{out}) + I_C(\vec{k}_{out}) \\ \text{avec :} \\ I_S(\vec{k}_{out}) &= I_{in} \sum_{i \in S} \left\langle |t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})|^2 \right\rangle \\ I_L(\vec{k}_{out}) &= I_{in} \sum_{i \in M} \left\langle |t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})|^2 \right\rangle \\ I_C(\vec{k}_{out}) &= I_{in} \sum_{i \in M} \left\langle t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) \overline{t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})} e^{i (\vec{k}_{in} + \vec{k}_{out}) \cdot (\vec{r}_{in}^i - \vec{r}_{out}^i)} \right\rangle \end{aligned} \quad (1.22)$$

où $I_{in} \propto |E_{in}|^2$ ($W.m^{-2}$) est l'intensité de l'onde incidente et $t_i^r(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$ représente l'amplitude du chemin de diffusion renversé du chemin de diffusion i .

L'intensité I_C traduit l'interférence entre les ondes qui parcourent des chemins de diffusion renversés. Le terme $e^{i(\vec{k}_{in} + \vec{k}_{out}) \cdot (\vec{r}_{in}^i - \vec{r}_{out}^i)}$ dans l'expression de I_C représente la différence de phase géométrique entre les chemins de diffusion renversés (voir figure 1.5). Cette différence de phase est nulle dans la direction arrière ($\vec{k}_{out} = -\vec{k}_{in}$) quelle que soit la position des diffuseurs. En dehors de la direction arrière, la différence de phase est non nulle et dépend de la position du diffuseur d'entrée et du diffuseur de sortie⁴. L'interférence entre les ondes qui parcourent des chemins renversés résiste donc à la moyenne de configuration uniquement dans la direction arrière. Le terme I_C est donc non nul uniquement dans la direction arrière, on obtient ainsi une surintensité de l'onde diffusée dans la direction arrière.

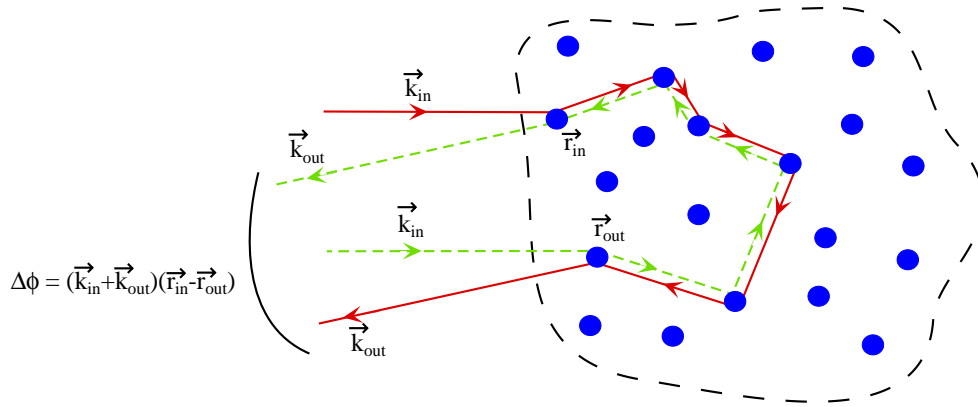


FIG. 1.5 – Différence de phase géométrique entre deux chemins renversés

Le secteur angulaire $\Delta\theta$ dans lequel I_C est non nul et donc dans lequel l'interférence entre les ondes qui parcourent des chemins renversés résiste à la moyenne de configuration est donné par $(\vec{k}_{in} + \vec{k}_{out}) \cdot (\vec{r}_{in} - \vec{r}_{out}) < 1$. Le secteur angulaire $\Delta\theta$ est donc de l'ordre de :

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{|\vec{r}_{in} - \vec{r}_{out}|}$$

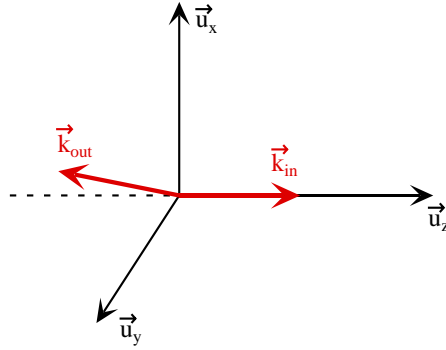
Comme la distance moyenne entre deux diffusions successives est égale au libre parcours moyen l , la distance entre le diffuseur d'entrée et le diffuseur de sortie d'un chemin de diffusion est de l'ordre ou supérieure au libre parcours moyen l . Le secteur angulaire où I_C est non nul est donc de l'ordre de :

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{l} \quad (1.23)$$

4. Ce n'est pas vrai si le diffuseur de sortie et le diffuseur d'entrée sont les mêmes (diffusion récurrente). Cependant, nous nous sommes placés dans un régime où l'on pouvait négliger les chemins de diffusion récurrents (voir page 161).

Nous nous sommes placés dans un régime où le libre parcours moyen est très grand devant la longueur d'onde : $l \gg \lambda$ (voir page 161). Le secteur angulaire $\Delta\theta$ correspondant à la surintensité de la lumière diffusée sera donc très petit devant 1 ($\Delta\theta \ll 1$). Nous nous intéresserons donc dans la suite à l'intensité diffusée dans un secteur angulaire $\Delta\theta_{obs}$ très petit devant 1 autour de la direction arrière. Dans ce secteur angulaire, le vecteur d'onde \vec{k}_{out} peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{k}_{out} \simeq -\vec{k}_{in} + k_0 \theta_x \vec{u}_x + k_0 \theta_y \vec{u}_y \quad , \quad \theta_x, \theta_y \ll 1$$



Dans le secteur angulaire étudié $\Delta\theta_{obs}$, nous supposons que $t_i(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$ est constant. Ceci est une bonne approximation pour la plupart des échantillons diffusants où le diagramme de diffusion des diffuseurs varie peu à l'échelle de $\Delta\theta_{obs} \ll 1$. En réalisant cette approximation, on obtient en utilisant l'expression 1.22 que l'intensité de diffusion simple I_S et l'intensité de diffusion multiple incohérente I_L sont constantes :

$$\begin{aligned} I_S(\theta_x, \theta_y) &\simeq I_S(0,0) \\ I_L(\theta_x, \theta_y) &\simeq I_L(0,0) \end{aligned}$$

Seule l'intensité I_C représentant l'interférence entre les ondes parcourant des chemins renversés aura donc une dépendance angulaire à l'échelle de $\Delta\theta_{obs}$. L'intensité diffusée dans la direction arrière autour d'un secteur angulaire $\Delta\theta_{obs} \ll 1$

peut donc s'écrire sous la forme :

$$I_d(\theta_x, \theta_y) = I_S + I_L + I_C(\theta_x, \theta_y) \quad , \quad \theta_x, \theta_y \ll 1$$

avec :

$$I_S = I_{in} \sum_{i \in S} \langle |t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in})|^2 \rangle$$

$$I_L = I_{in} \sum_{i \in M} \langle |t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in})|^2 \rangle$$

$$I_C(\theta_x, \theta_y) = I_{in} \sum_{i \in M} \langle t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in}) \overline{t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in})} e^{i k_0(\theta_x(x_{in}^i - x_{out}^i) + \theta_y(y_{in}^i - y_{out}^i))} \rangle \quad (1.24)$$

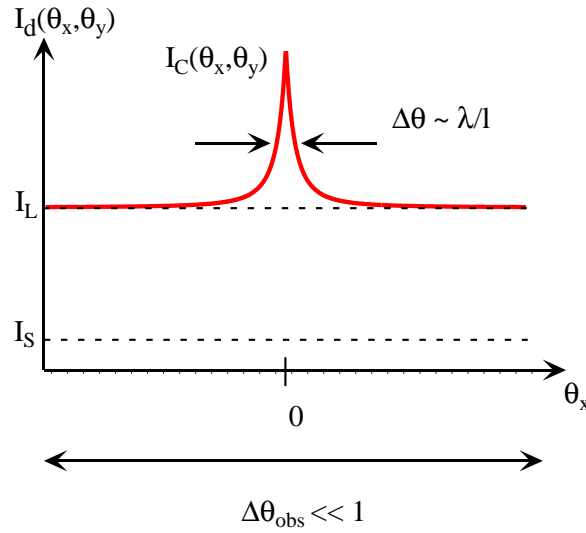


FIG. 1.6 – Cône de rétrodiffusion cohérente

Dans la suite de cette partie, nous discuterons de la forme et de la hauteur du cône de rétrodiffusion cohérente.

Facteur d'amplification et réciprocité

Nous caractériserons le facteur d'augmentation de l'intensité diffusée dans la direction arrière par le facteur d'amplification A défini comme :

$$A = \frac{I_d(0,0)}{I_d(\Delta\theta_{obs}, \Delta\theta_{obs})} \quad \text{avec} \quad \frac{\lambda}{l} \ll \Delta\theta_{obs} \ll 1 \quad (1.25)$$

Le secteur angulaire $\Delta\theta_{obs}$ est choisi suffisamment grand devant la largeur du cône ($\sim \lambda/l$) afin d'avoir $I_C(\Delta\theta_{obs}, \Delta\theta_{obs}) = 0$. A l'aide de l'expression 1.24, on obtient donc:

$$A = 1 + \frac{I_C(0,0)}{I_L + I_S} \quad (1.26)$$

Le facteur d'amplification dépend donc du rapport entre $I_C(0,0)$ et $I_L + I_S$. On constate sur l'expression 1.24 que $I_C(0,0)$ est maximum et égale à I_L lorsque les amplitudes des chemins renversés sont égales $t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in}) = t_i^r(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in})$ c'est à dire lorsque le contraste de l'interférence entre l'amplitudes des chemins renversés est maximum.

Une propriété de symétrie, la réciprocité [67] [68], permet dans certaines situations de prédire l'égalité entre l'amplitude du chemin direct et l'amplitude du chemin renversé. Pour un processus de diffusion caractérisé par une amplitude de diffusion $t(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$, le théorème de réciprocité s'écrit [61] [69] :

$$t(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) = t(-\vec{k}_{out}, -\vec{k}_{in}) \quad (1.27)$$

On peut noter que la réciprocité est liée à la symétrie par renversement du temps mais est une propriété plus générale. Le théorème de réciprocité peut s'appliquer lorsque le milieu diffusant est invariant par renversement du temps. Par exemple, pour des diffuseurs en mouvement ou en présence d'un champ magnétique, on ne peut pas utiliser la réciprocité. Le théorème de réciprocité qui a été établi pour des milieux linéaires ne peut non plus être utilisé pour des milieux non linéaires.

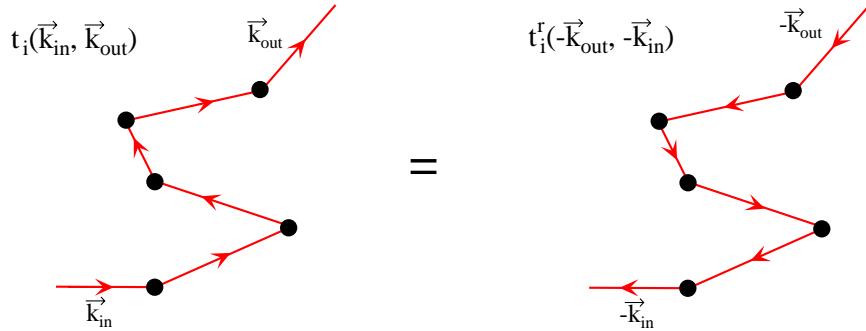


FIG. 1.7 – Théorème de réciprocité pour les amplitudes des chemins de diffusion multiple.

En appliquant le théorème de réciprocité à l'amplitude d'une onde partielle diffusée dans la direction arrière, on en conclut que dans la direction arrière, les amplitudes des chemins renversés sont égales :

$$t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in}) = t_i^r(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in}) \quad (1.28)$$

Lorsqu'on peut appliquer la réciprocité, on obtient donc d'après l'expression 1.24 que :

$$I_C(0,0) = I_L$$

Le facteur d'amplification est alors égal à :

$$A = 1 + \frac{I_L}{I_L + I_S} \quad (1.29)$$

Lorsque la réciprocité peut s'appliquer, le facteur d'amplification est donc déterminé par le rapport entre la diffusion simple et la diffusion multiple. Il est au maximum égal à $A = 2$ lorsque la diffusion simple est négligeable devant la diffusion multiple. Pour un milieu tranche semi-infini avec des diffuseurs isotropes, le facteur d'amplification est égal à $A=1.87$ [76] [77] (diffuseur scalaire).

Forme du cône de rétrodiffusion cohérente

Lorsqu'on peut appliquer le théorème de réciprocité, les amplitudes des chemins reversés sont égales et donc la forme du cône est donnée par :

$$I_C(\theta_x, \theta_y) = I_{in} \sum_{i \in M} \left\langle |t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in})|^2 e^{i k_0(\theta_x(x_{in}^i - x_{out}^i) + \theta_y(y_{in}^i - y_{out}^i))} \right\rangle \quad (1.30)$$

Ce terme $I_C(\theta_x, \theta_y)$ représente la somme de toutes les figures interférences entre les ondes partielles ayant suivi des chemins de diffusion renversés. Le poids associé à chaque figure d'interférence est donné par l'intensité de l'onde partielle ayant suivi le chemin de diffusion correspondant $|t_i(\vec{k}_{in}, -\vec{k}_{in})|^2$. La figure d'interférence est décrite par le terme $e^{i k_0(\theta_x(x_{in}^i - x_{out}^i) + \theta_y(y_{in}^i - y_{out}^i))}$. On peut remarquer que cette figure d'interférence est identique à la figure d'interférence de trous d'Young dont la position des trous correspond à la position des diffuseurs d'entrée et de sortie du chemin de diffusion considéré. La figure d'interférence entre deux ondes partielles ayant suivi des chemins renversés correspond donc à des franges orientées perpendiculairement au plan défini par $(\vec{k}_{in}, \vec{r}_{out}^i - \vec{r}_{in}^i)$ avec un interfrange égal à $\lambda/\Delta r_{\perp}^i$ où Δr_{\perp}^i est la distance transverse entre le diffuseur d'entrée et le diffuseur de sortie ($\vec{\Delta r}_{\perp}^i = (x_{out}^i - x_{in}^i)\vec{u}_x + (y_{out}^i - y_{in}^i)\vec{u}_y$).

On peut constater que la figure d'interférence entre deux ondes partielles ayant suivi des chemins renversés ne dépend que du vecteur $\vec{\Delta r}_{\perp}^i$. Pour déterminer la forme du cône de rétrodiffusion cohérente, nous regrouperons donc tous les chemins de diffusions multiples qui ont le même vecteur $\vec{\Delta r}_{\perp}^i$. Nous introduisons donc la quantité $\delta I(\vec{\Delta r}_{\perp})$ représentant l'intensité moyenne diffusée par les chemins de diffusion multiple dont la position transverse du diffuseur de sortie par rapport au diffuseur d'entrée est $\vec{\Delta r}_{\perp}$. La quantité $\delta I(\vec{\Delta r}_{\perp})$ doit vérifier :

$$\int \int \delta I(\vec{\Delta r}_{\perp}) d\vec{\Delta r}_{\perp} = I_L$$

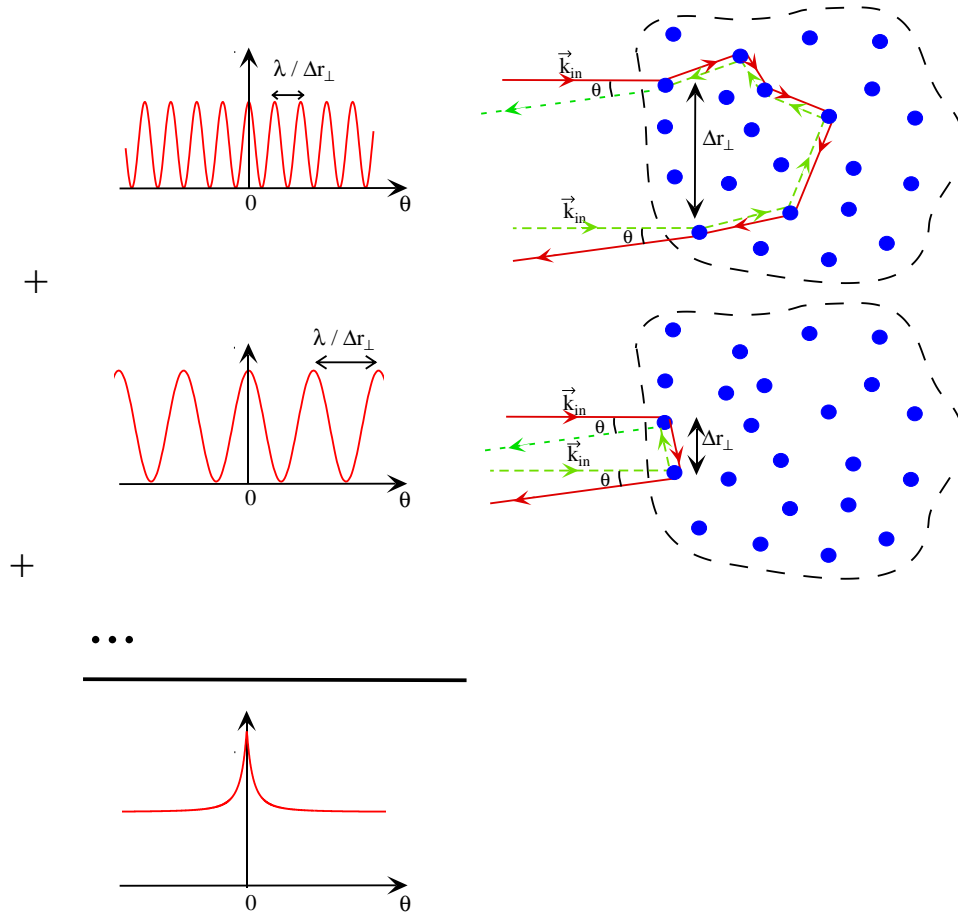


FIG. 1.8 – le cône de rétrodiffusion cohérente résulte de la somme de toutes les figures d'interférence entre les ondes partielles ayant suivi des chemins renversés.

On peut introduire la quantité $P(\vec{\Delta r}_\perp) = \delta I(\vec{\Delta r}_\perp)/I_L$ représentant la probabilité d'être diffusée par des chemins de diffusion multiple dont la position transverse du diffuseur de sortie par rapport au diffuseur d'entrée est $\vec{\Delta r}_\perp$. En utilisant cette quantité et l'expression 1.30, on obtient pour I_C [70] [71] :

$$I_C(\theta_x, \theta_y) = I_L \int \int P(\Delta x, \Delta y) e^{i k_0(\theta_x \Delta x + \theta_y \Delta y)} d\Delta x d\Delta y \quad (1.31)$$

La forme du cône de rétrodiffusion cohérente est donc donnée par la transformée de Fourier de la fonction $P(\Delta x, \Delta y)$ représentant la probabilité d'être diffusée par des chemins de diffusion multiple dont la position transverse du diffuseur de sortie par rapport au diffuseur d'entrée est $\vec{\Delta r}_\perp = \Delta x \vec{u}_x + \Delta y \vec{u}_y$.

La parité de $P(\Delta x, \Delta y)$ ($P(-\Delta x, -\Delta y) = P(\Delta x, \Delta y)$) assure que la quantité I_C est réelle et paire ($I_C(-\theta_x, -\theta_y) = I_C(\theta_x, \theta_y)$). Le cône est donc symétrique

par rapport à son centre (symétrie centrale). On peut aussi noter que la largeur du cône est inversement proportionnelle à la largeur de la fonction $P(\Delta x, \Delta y)$.

La probabilité $P(\Delta x, \Delta y)$ peut être déterminée par un modèle de marche au hasard. Le pas de la marche au hasard Δr est donné par la densité de probabilité $f(\Delta r) = \frac{1}{l} e^{-\Delta r/l}$. Le changement de direction entre chaque pas est donné par la densité de probabilité $f(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi)$. En utilisant une simulation de Monte Carlo, on peut déterminer numériquement la quantité $P(\Delta x, \Delta y)$ et donc la forme du cône de rétrodiffusion cohérente.

La forme du cône de rétrodiffusion cohérente est donc déterminée par le libre parcours moyen l , par le diagramme de diffusion des diffuseurs $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi)$ et par la géométrie du milieu. Le libre parcours moyen agit sur la largeur angulaire du cône. Plus le libre parcours moyen est grand et plus la fonction $P(\Delta x, \Delta y)$ sera large et donc plus le cône sera étroit. Une anisotropie transverse du diagramme de diffusion se traduira donc par une anisotropie du cône de rétrodiffusion cohérente. De même, une anisotropie transverse du milieu diffusant pourra conduire à une anisotropie du cône. Pour un diagramme de rayonnement et un milieu diffusant isotrope transversalement, on obtiendra un cône isotrope ($I_C(\theta)$ avec $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$).

Cône de rétrodiffusion cohérente en utilisant l'approximation de diffusion

En utilisant l'équation de diffusion déterminant la propagation de l'intensité dans le milieu, il est possible d'obtenir une solution analytique du cône de rétrodiffusion cohérente pour un milieu tranche semi-infini [72]. Les conditions de bord du milieu sont tenues en compte en utilisant la méthode "des images". Le cône obtenu est alors donné par :

$$I_C(\theta) = I_L \frac{1}{1 + 2\frac{z_0}{l}} \frac{1}{(1 + k_0 l_t \theta)^2} \left(1 + \frac{1 - e^{-2k_0 z_0 \theta}}{k_0 l_t \theta} \right) \quad (1.32)$$

où $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$, l_t est le libre parcours moyen de transport (voir page 164) et $z_0 = 0.71 l$ est une distance intervenant dans les conditions de bord de l'équation de diffusion. Le cône de rétrodiffusion cohérente donnée par cette formule est représenté sur la figure 1.32. On obtient une largeur à mi-hauteur $\Delta\theta$ du cône de rétrodiffusion égale à :

$$\Delta\theta \simeq \frac{0.7}{k_0 l_t} \quad (1.33)$$

Le cône est caractérisé par une forme triangulaire à son sommet. Cette discontinuité de la dérivée au sommet provient d'une probabilité élevée d'être diffusés par des chemins de diffusion pour lesquels le diffuseur d'entrée et le diffuseur de sortie sont éloignés. En utilisant l'expression 1.31, une discontinuité de la dérivée au sommet implique une divergence de la valeur quadratique moyenne de la distance entre le diffuseur de sortie et le diffuseur d'entrée $\langle \Delta x^2 \rangle \rightarrow \infty$, $\langle \Delta y^2 \rangle \rightarrow \infty$.

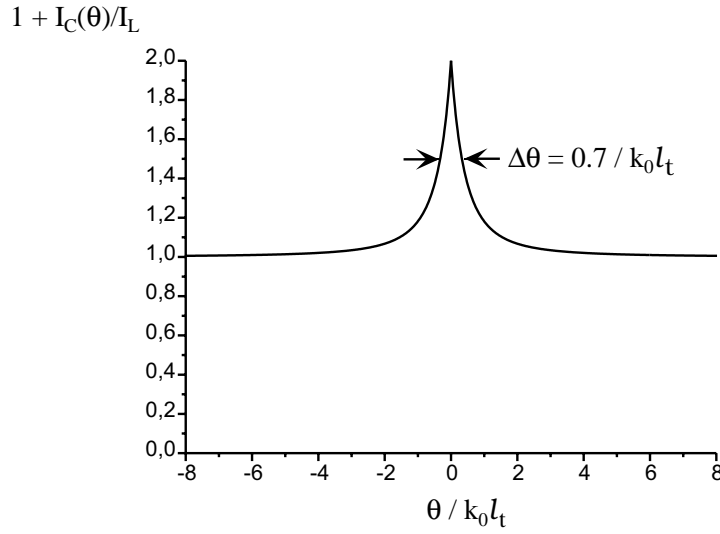


FIG. 1.9 – Cône de rétrodiffusion cohérente pour un milieu tranche semi-infini obtenu avec l'approximation de diffusion.

L'équation de diffusion utilisée pour calculer le cône de rétrodiffusion est valable lorsque l'onde a subi un grand nombre de diffusions. Le calcul du cône de rétrodiffusion cohérente est donc une mauvaise approximation pour la contribution des ordres de diffusion faibles. Les ordres faibles de diffusion pour lesquels la distance entre le diffuseur d'entrée et de sortie est petite affecteront principalement les ailes du cône. Ainsi le cône de rétrodiffusion cohérente obtenu avec l'approximation de diffusion est une bonne approximation pour le centre du cône mais constitue une mauvaise approximation pour les ailes du cône. En effet un calcul exact du cône de rétrodiffusion cohérente [76] [77] montre que les ailes du cône décroissent en $1/\theta$. Or l'expression 1.32 du cône obtenu avec l'approximation de diffusion donne une décroissance des ailes en $1/\theta^2$.

1.2.3 Rétrodiffusion cohérente avec des ondes vectorielles

Nous venons d'étudier la rétrodiffusion cohérente pour des ondes scalaires. Or, la plupart des expériences sur la rétrodiffusion cohérente sont réalisées avec de la lumière qui est une onde vectorielle. Nous examinerons donc dans cette partie les modifications apportées par le caractère vectoriel de l'onde sur la rétrodiffusion cohérente.

Les ondes vectorielles possèdent un degré de liberté supplémentaire par rapport aux ondes scalaires qui est la polarisation. La polarisation sera décrite par

un vecteur unitaire complexe :

$$\begin{aligned}\vec{\epsilon} &= \vec{u}_x && \rightarrow \text{polarisation linéaire suivant l'axe } x \\ \vec{\epsilon} &= \frac{\vec{u}_x + i\vec{u}_y}{\sqrt{2}} && \rightarrow \text{polarisation circulaire}\end{aligned}$$

Diffusion par un seul diffuseur

La diffusion d'une onde vectorielle par un seul diffuseur s'écrit de manière analogue à la diffusion par une onde scalaire (voir page 158). Lorsqu'on envoie sur un diffuseur une onde plane d'amplitude E_{in} , de vecteur d'onde \vec{k}_{in} et de polarisation $\vec{\epsilon}_{in}$ ($\vec{E}(\vec{r}) = E_{in} e^{i\vec{k}_{in}\cdot\vec{r}} \vec{\epsilon}_{in}$), l'onde diffusée par le diffuseur en champ lointain peut s'écrire :

$$\vec{E}_d(\vec{r}) = \frac{e^{ik_0|\vec{r}-\vec{r}_d|}}{|\vec{r}-\vec{r}_d|} t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) \vec{\epsilon}_{in} E_{in} e^{i\vec{k}_{in}\cdot\vec{r}_d} \quad (1.34)$$

où $t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$ est ici une matrice 3×3 déterminant l'amplitude et la polarisation de l'onde diffusée. Comme la polarisation de l'onde est orthogonale au vecteur d'onde, on a toujours :

$$t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) \vec{\epsilon}_{in} \cdot \vec{k}_{out} = 0$$

A partir de l'expression 1.34, on obtient pour la section efficace différentielle de diffusion pour une onde vectorielle :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) \vec{\epsilon}_{in}|^2 \quad (1.35)$$

Le diagramme de rayonnement du diffuseur qui est donné par la section efficace différentielle de diffusion dépend en général de la polarisation de l'onde incidente. On peut aussi noter que la polarisation de l'onde diffusée dépend de la direction dans laquelle l'onde est diffusée. La polarisation de l'onde jouera donc un rôle important dans la diffusion multiple.

Pour des **diffuseurs dipolaires**, on peut exprimer simplement la matrice de diffusion $t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out})$:

$$t_d(\vec{k}_{in}, \vec{k}_{out}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (\vec{k}_{out} \wedge \alpha \vec{\epsilon}_{in}) \wedge \vec{k}_{out} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\alpha \vec{\epsilon}_{in} - (\alpha \vec{\epsilon}_{in} \cdot \vec{k}_{out}) \vec{k}_{out} \right) \quad (1.36)$$

où α est la polarisabilité reliant le dipôle induit au champ électrique : $\vec{d} = \alpha \vec{E}$. Pour des diffuseurs dipolaires, la polarisation de l'onde diffusée s'obtient donc en projetant le dipôle induit sur le plan perpendiculaire à \vec{k}_{out} . Si le dipôle induit est parallèle au champ électrique, la polarisation de l'onde diffusée s'obtient en projetant la polarisation incidente sur le plan perpendiculaire à $\vec{\epsilon}_{in}$.

Canaux de polarisation

Nous avons vu que la polarisation de l'onde joue un rôle important pour la diffusion par un seul diffuseur. Pour un milieu diffusant constitué de diffuseurs répartis aléatoirement, la polarisation de l'onde sera aussi un facteur important. Les propriétés de diffusion et en particulier le cône de rétrodiffusion cohérente dépendront de la polarisation de l'onde incidente et de la polarisation de l'onde détectée. Habituellement, on choisit d'étudier la rétrodiffusion cohérente dans quatre canaux de polarisation (voir figure 1.10). La polarisation de l'onde incidente pourra être soit linéaire ou circulaire et la polarisation détectée pourra être soit identique ou soit orthogonale à la polarisation incidente.

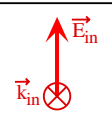
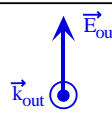
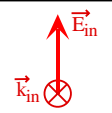

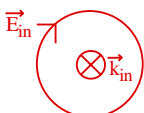
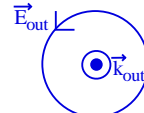
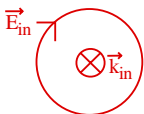
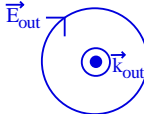
Canal	Polarisation incidente	Polarisation détectée
$l // l$		
$l \perp l$		
$h // h$		
$h \perp h$		

FIG. 1.10 – Canaux de polarisation.

Expression de l'intensité moyenne diffusée dans la direction arrière

Comme pour une onde scalaire, l'onde diffusée par un milieu diffusant s'obtient en sommant sur tous les chemins de diffusion les ondes partielles ayant parcouru ces chemins. L'amplitude d'une onde partielle dépendra de la polarisation incidente $\vec{\epsilon}_{in}$ et de la polarisation détectée $\vec{\epsilon}_{out}$:

$$\vec{E}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}_{out} = \frac{e^{i k_0 r}}{r} e^{-i \vec{k}_{out} \cdot \vec{r}_{out}^i} t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, \vec{k}_{out}, \vec{\epsilon}_{out}) e^{i \vec{k}_{in} \cdot \vec{r}_{in}^i} E_{in} \quad (1.37)$$

où $t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, \vec{k}_{out}, \vec{\epsilon}_{out})$ représente l'amplitude de l'onde partielle diffusée par le chemin de diffusion i dans la direction \vec{k}_{out} et avec une polarisation $\vec{\epsilon}_{out}$.

Par un raisonnement identique à celui d'une onde scalaire, on trouve que l'intensité moyenne diffusée dans la direction arrière avec une polarisation $\vec{\epsilon}_{out}$ est égale à :

$$I_d(\theta_x, \theta_y) = I_S + I_L + I_C(\theta_x, \theta_y) \quad , \quad \theta_x, \theta_y \ll 1$$

avec :

$$I_S = I_{in} \sum_{i \in S} \left\langle |t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, -\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{out})|^2 \right\rangle$$

$$I_L = I_{in} \sum_{i \in M} \left\langle |t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, -\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{out})|^2 \right\rangle$$

$$I_C(\theta_x, \theta_y) = I_{in} \sum_{i \in M} \left\langle t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, -\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{out}) \overline{t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, -\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{out})} e^{i k_0(\theta_x(x_{in}^i - x_{out}^i) + \theta_y(y_{in}^i - y_{out}^i))} \right\rangle \quad (1.38)$$

Facteur d'amplification et réciprocité

Le facteur d'amplification du cône de rétrodiffusion cohérente est toujours donné par :

$$A = 1 + \frac{I_C(0,0)}{I_S + I_L}$$

Le théorème de réciprocité qui permettait de prédire l'égalité entre $I_C(0,0)$ et I_L pour une onde scalaire s'exprime différemment pour une onde vectorielle. On obtient pour l'amplitude d'une onde partielle ayant suivi un chemin de diffusion i [69]:

$$t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, \vec{k}_{out}, \vec{\epsilon}_{out}) = t_i^r(-\vec{k}_{out}, \overline{\vec{\epsilon}_{out}}, -\vec{k}_{in}, \overline{\vec{\epsilon}_{in}}) \quad (1.39)$$

Dans cette expression, $\overline{\vec{\epsilon}}$ représente le complexe conjugué de la polarisation. Pour une polarisation linéaire ($\vec{\epsilon} = \vec{u}_x$), la conjugaison ne change pas la polarisation. Pour une polarisation circulaire ($\vec{\epsilon} = \frac{\vec{u}_x + i\vec{u}_y}{\sqrt{2}}$), la conjugaison change le sens de rotation du champ électrique.

En appliquant le théorème de réciprocité à l'amplitude d'une onde partielle diffusée dans la direction arrière, on obtient :

$$t_i(\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{in}, -\vec{k}_{in}, \vec{\epsilon}_{out}) = t_i^r(\vec{k}_{in}, \overline{\vec{\epsilon}_{out}}, -\vec{k}_{in}, \overline{\vec{\epsilon}_{in}}) \quad (1.40)$$

Pour des ondes vectorielles, le théorème de réciprocité prédit donc l'égalité de l'amplitude des chemins renversés dans la direction arrière uniquement lorsque $\vec{\epsilon}_{in} = \overline{\vec{\epsilon}_{out}}$. Les canaux de polarisation qui satisfont cette condition sont les canaux parallèles: $h \parallel h$ et $l \parallel l$. Pour une onde vectorielle, le théorème de réciprocité prédit donc l'égalité entre $I_C(0,0)$ et I_L uniquement dans les canaux $h \parallel h$, $l \parallel l$.

Les conditions d'application du théorème de réciprocité sont les mêmes que pour les ondes scalaires (voir page 173).

Dans les canaux de polarisation orthogonaux $h \perp h$ et $l \perp l$, les amplitudes des chemins renversés n'ont pas de raison d'être égales et ne le sont pas en général. Sur la figure 1.11, nous avons donné un exemple où les amplitudes des chemins renversés ne sont pas égales dans les canaux orthogonaux. Dans les canaux orthogonaux $h \perp h$ et $l \perp l$, le contraste de l'interférence entre les chemins renversés ne sera pas maximum et on aura donc $I_C(0,0) < I_L$. On peut noter que dans le cas particulier des chemins de diffusion double et de diffuseurs à symétrie sphérique, les amplitudes des chemins renversés sont égales [73].

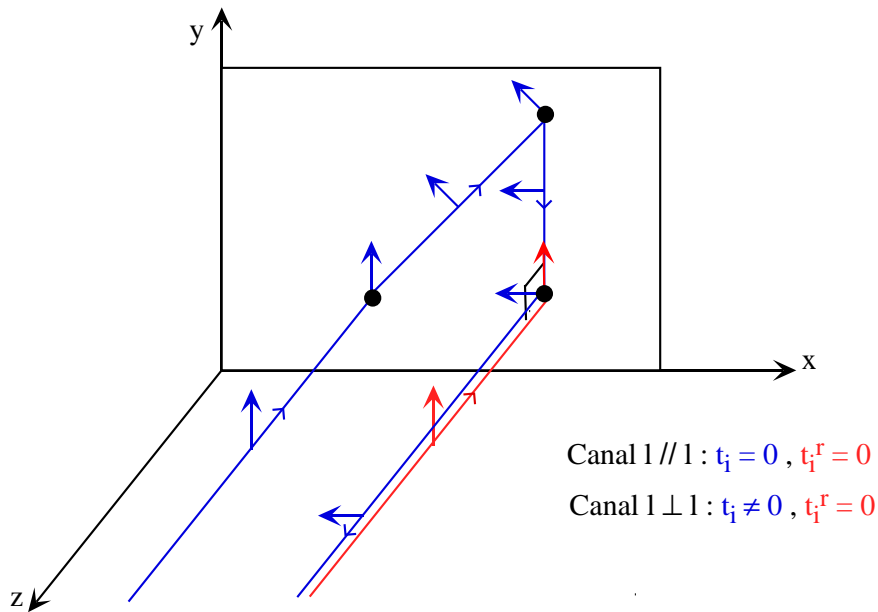


FIG. 1.11 – Exemple où l'amplitude du chemin direct est différent de l'amplitude du chemin renversé dans les canaux orthogonaux. On a pris pour l'exemple des diffuseurs dont le diagramme de rayonnement est dipolaire.

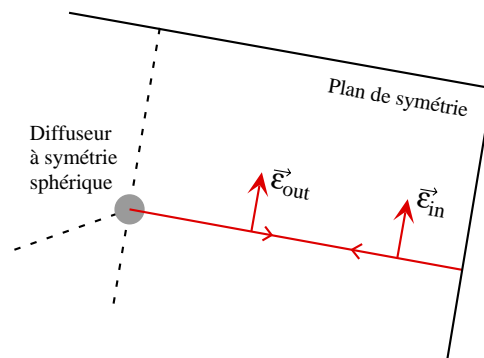
Diffusion simple

Le facteur d'amplification du cône de rétrodiffusion cohérente dépend du rapport entre la diffusion simple I_S et la diffusion multiple I_L . Nous étudierons donc dans cette partie la proportion de diffusion simple dans les différents canaux de polarisation.

Pour des diffuseurs à symétrie sphérique, l'onde diffusée dans la direction arrière a la même polarisation que l'onde incidente ($\vec{\epsilon}_{in} = \vec{\epsilon}_{out}$). Un diffuseur à symétrie sphérique se comporte donc pour la polarisation de l'onde diffusée dans la direction arrière comme un miroir sous incidence normale. Ainsi, dans

les canaux de polarisation $h \parallel h$ et $l \perp l$, la diffusion simple est nulle dans la direction arrière ($I_S = 0$) pour un milieu diffusant constitué de diffuseurs à symétrie sphérique.

Le fait que la polarisation de l'onde diffusée dans la direction arrière est identique à la polarisation incidente pour un diffuseur à symétrie sphérique peut se montrer à partir des symétries du problème. Pour une onde incidente polarisée linéairement, la direction de la polarisation et le vecteur d'onde de l'onde incidente constitue un plan de symétrie. La polarisation de l'onde diffusée dans la direction arrière ne peut donc être que linéaire et parallèle à la polarisation incidente. Une polarisation incidente quelconque (polarisation elliptique) peut s'écrire comme une combinaison linéaire de polarisations linéaires orthogonales. Par raison de symétrie, le diffuseur se comporte de la même manière pour les deux polarisations linéaires orthogonales. Ainsi on obtiendra dans la direction arrière, une onde diffusée avec la même combinaison linéaire des deux polarisations linéaires orthogonales et donc avec la même polarisation que l'onde incidente.



Lorsque les diffuseurs ne sont pas à symétrie sphérique, il faut connaître les propriétés de diffusion des diffuseurs pour estimer la proportion de la diffusion simple dans les différents canaux de polarisation.

Facteur d'amplification

Lorsqu'on peut appliquer le théorème de réciprocité et pour des diffuseurs à symétrie sphérique, on obtient donc comme facteurs d'amplification dans les différents canaux de polarisation :

Canal	Diffusion simple	Contraste interférence	Facteur d'amplification
$h \parallel h$	$I_S = 0$	$I_C(0) = I_L$	$\mathbf{A} = 2$
$h \perp h$	$I_S \neq 0$	$I_C(0) < I_L$	$A = 1 + \frac{I_C(0)}{I_L + I_S} < 2$
$l \parallel l$	$I_S \neq 0$	$I_C(0) = I_L$	$A = 1 + \frac{I_L}{I_L + I_S} < 2$
$l \perp l$	$I_S = 0$	$I_C(0) < I_L$	$A = 1 + \frac{I_C(0)}{I_L} < 2$

On constate que le facteur d'amplification est maximum et égal à 2 dans le canal $h \parallel h$. Dans ce canal, la réciprocité permet de prédire l'égalité entre $I_C(0)$ et I_L et la diffusion simple est nulle pour des diffuseurs sphériques. L'obtention d'un cône de rétrodiffusion cohérente avec un facteur d'amplification égal à 2 dans le canal $h \parallel h$ constitue une prévision théorique forte. Elle a été vérifiée expérimentalement avec une grande précision pour différent type d'échantillon diffusant [62] [78].

Dans le régime étudié (voir page 161), les situations où le facteur d'amplification du cône de rétrodiffusion cohérente n'est pas forcément égal à deux dans le canal $h \parallel h$ sont les suivantes :

- Diffuseurs à symétrie non sphérique dont la polarisation de l'onde diffusée dans la direction arrière est différente de la polarisation incidente ($I_S \neq 0$).
- Milieu non invariant par renversement du temps (réciprocité non applicable) : diffuseur en mouvement [79], champ magnétique [80].
- Milieu non linéaire (réciprocité non applicable).
- Diffusion inélastique, changement de la fréquence de l'onde à la diffusion (réciprocité non applicable).

Forme du cône de rétrodiffusion cohérente

Dans les canaux de polarisation parallèle ($h \parallel h, l \parallel l$), la forme du cône de rétrodiffusion cohérente est toujours donnée par la transformée de Fourier de la fonction $P(\Delta x, \Delta y)$ représentant la probabilité d'être diffusée par des chemins de diffusion multiple dont la position transverse du diffuseur de sortie par rapport au diffuseur d'entrée est $\vec{\Delta r}_\perp = \Delta x \vec{u}_x + \Delta y \vec{u}_y$. Pour un milieu en forme de tranche semi-infini, la forme du cône sera assez bien représentée par l'expression du cône 1.32 obtenue pour une onde scalaire avec l'approximation de diffusion [72].

Dans les canaux de polarisation orthogonaux ($h \perp h, l \perp l$), la forme du cône n'est plus donnée par la transformée de Fourier de $P(\Delta x, \Delta y)$. En effet, comme les amplitudes des chemins renversés ne sont pas égales, il faut pondérer la fonction $P(\Delta x, \Delta y)$ par le contraste moyen de l'interférence entre les amplitudes

des chemins renversés dont la position transverse du diffuseur de sortie par rapport au diffuseur d'entrée est égale à $\overrightarrow{\Delta r}_\perp$.

Pour résumer, les interférences entre les ondes partielles qui suivent des chemins de diffusion renversés conduisent à une augmentation de l'intensité diffusée dans d'un petit secteur angulaire autour de la direction arrière. Le facteur d'augmentation de l'intensité diffusée est au maximum égal à 2. Ce facteur d'amplification de 2 est obtenu dans le canal de polarisation $h \parallel h$ sous certaines conditions qui sont habituellement vérifiées. La largeur angulaire de la surintensité est donnée par le rapport entre la longueur d'onde et le libre parcours moyen ($\Delta\theta \simeq 0.7/(k_0 l)$).

1.3 Mesure de la rétrodiffusion cohérente

Dans cette partie, nous présenterons la technique expérimentale permettant de mesurer le cône de rétrodiffusion cohérente avec de la lumière. L'observation du cône de rétrodiffusion cohérente est facile à obtenir, cependant une mesure précise du cône et en particulier du facteur d'amplification comprend de nombreuses difficultés expérimentales. Nous discuterons donc des effets systématiques qui affectent la mesure du cône de rétrodiffusion cohérente et nous chercherons à les minimiser. En fin de partie, nous présenterons des mesures de cône de rétrodiffusion cohérente effectuées avec des diffuseurs classiques (lait, téflon). Ces mesures ont pour but de montrer que notre montage est capable de mesurer avec précision le cône de rétrodiffusion cohérente pour un gaz d'atomes froids de strontium.

1.3.1 Montage Expérimental

Le montage expérimental doit permettre d'envoyer un faisceau laser sur un échantillon diffusant et de mesurer la distribution angulaire de l'intensité diffusée autour de la direction arrière. Le montage utilisé dans notre expérience est décrit sur la figure 1.12. Ce type de montage a été utilisé dans la plus part des études précédentes sur la rétrodiffusion cohérente de la lumière [65] [66].

Dans ce montage, on envoie un faisceau laser collimaté sur un échantillon diffusant. On utilise une lame séparatrice semi-réfléchissante pour recueillir la lumière diffusée dans la direction arrière. Une analyse angulaire de l'intensité diffusée est réalisée à l'aide d'une caméra CCD ($768 \times 512 \text{ pixels}$) placée au foyer d'une lentille⁵. Ainsi, l'image qu'on acquiert sur la caméra correspond à la distribution angulaire de la lumière diffusée par l'échantillon. La focale de la lentille utilisée détermine le champ angulaire de la détection.

On utilise des cubes polariseurs et des lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$ pour choisir la polarisation du faisceau incident et la polarisation de la lumière diffusée détectée. On peut ainsi mesurer le cône de rétrodiffusion cohérente dans les quatre canaux de polarisation définis précédemment (voir page 179). La lame $\lambda/4$ qui permet d'obtenir une polarisation circulaire doit être impérativement placée entre la séparatrice et le milieu diffusant pour la raison suivante. La lame séparatrice a un coefficient de réflexion qui dépend de la polarisation incidente. Ainsi elle transforme une polarisation circulaire incidente en une polarisation elliptique. Pour obtenir une polarisation parfaitement circulaire au niveau du diffuseur, il faut donc placer la lame $\lambda/4$ après la séparatrice.

Une des difficultés de ce montage est d'éliminer au niveau de la caméra la lumière parasite qui ne provient pas de la lumière diffusée par l'échantillon. Pour

5. Afin d'améliorer la résolution angulaire de notre système de détection, nous avons utilisé un doublet corrigeant l'aberration sphérique

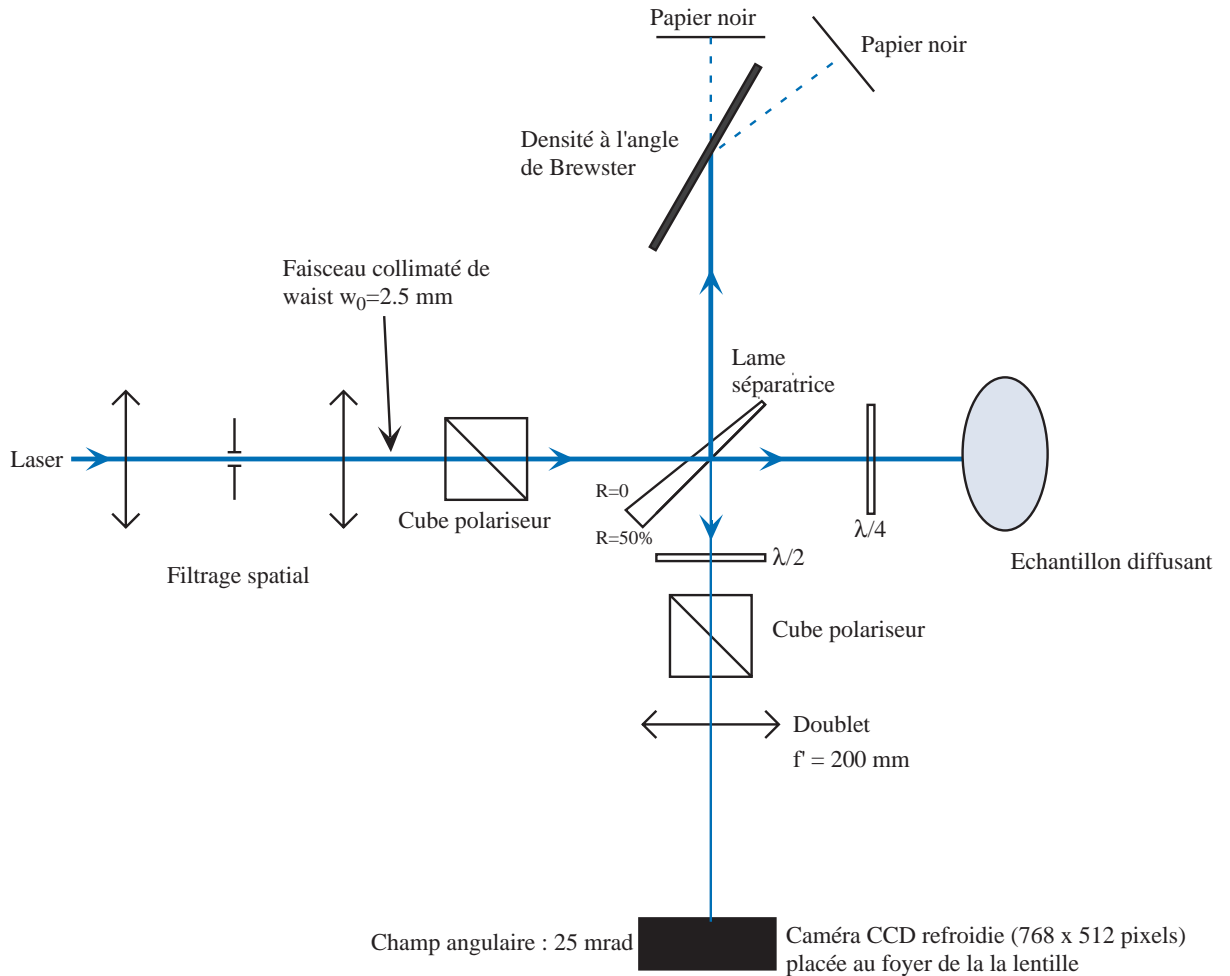


FIG. 1.12 – Montage expérimental permettant d'acquérir le signal de rétrodiffusion cohérente de la lumière

cela, on bloque le faisceau laser réfléchi par la lame séparatrice avec une densité à l'angle de Brewster. Les faisceaux résiduels transmis et réfléchis par la densité sont bloqués à l'aide de deux papiers noirs. Pour éliminer la lumière parasite provenant du faisceau réfléchi sur la deuxième face de la lame séparatrice, on utilise une lame séparatrice avec une face traitée antireflet et avec un angle entre les deux faces. Il faut placer la face réfléchissante de la lame séparatrice du côté du diffuseur pour éviter que la lumière diffusée par l'échantillon voie un prisme qui crée une asymétrie angulaire.

Nous verrons dans la suite qu'il faut un faisceau laser de bonne qualité spatiale pour obtenir une mesure précise du facteur d'amplification. Nous faisons donc passer le faisceau laser par un trou de filtrage spatial pour obtenir un faisceau de bonne qualité spatiale.

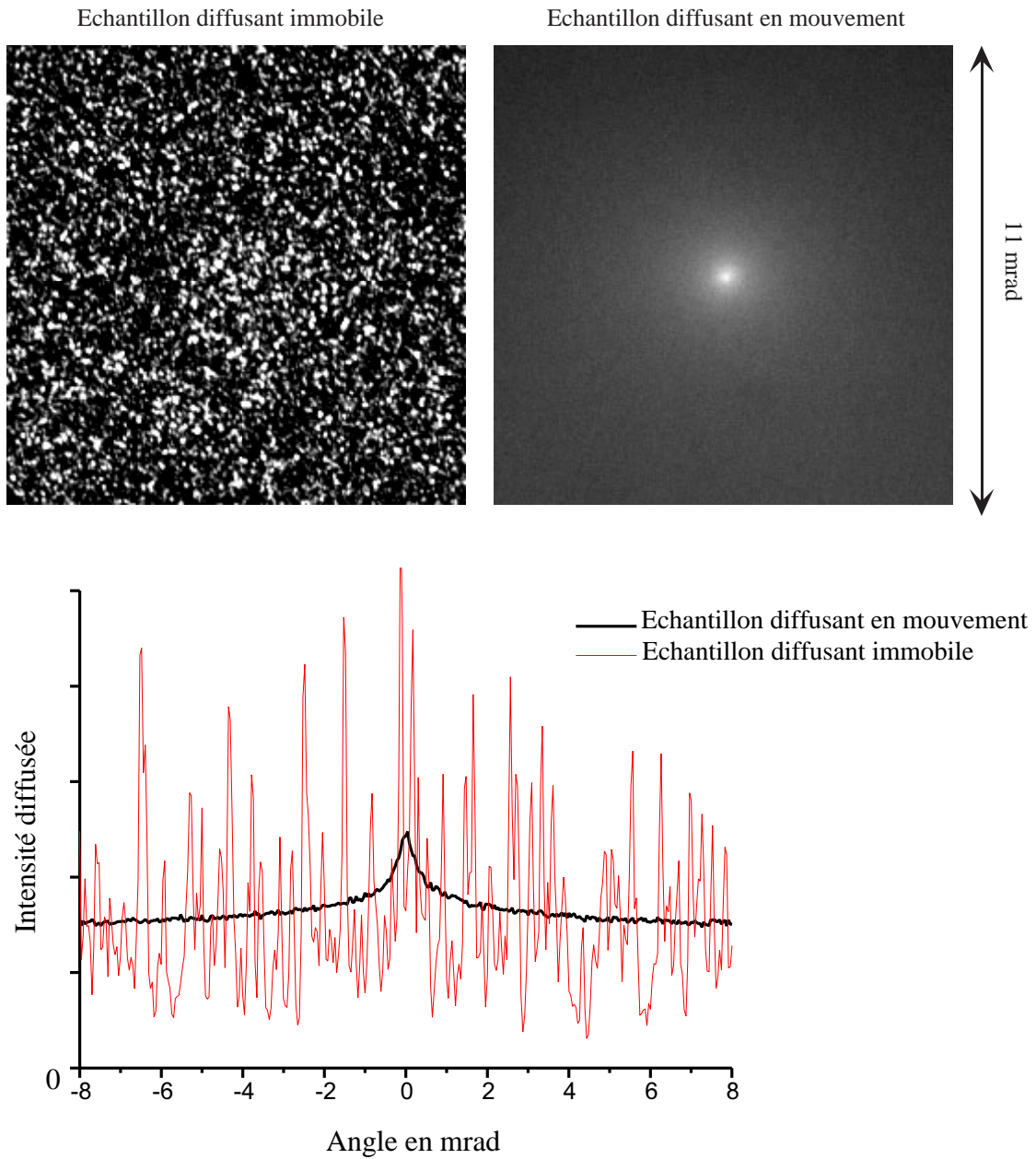


FIG. 1.13 – *Distribution angulaire de l'intensité diffusée par un échantillon diffusant de polystyrène lorsqu'il est immobile et lorsqu'il est en mouvement (moyenne de configuration): image, coupe. (Canal de polarisation $h \parallel h$)*

Lorsqu'on mesure la distribution angulaire de l'intensité diffusée par un échantillon diffusant immobile, on obtient une figure de speckle (voir figure 1.13). L'observation du cône de rétrodiffusion cohérente nécessite de réaliser une moyenne de configuration sur la position des diffuseurs. En pratique, pour réaliser

cette moyenne de configuration, on bouge le diffuseur en le faisant par exemple tourner avec un moteur et on acquiert la lumière diffusée pendant un temps suffisamment long. Ainsi, la figure de speckle se lisse et on observe un pic de surintensité de la lumière diffusée dans la direction arrière qui est le cône de rétrodiffusion cohérente (voir figure 1.13). Pour un milieu diffusant liquide (lait, peinture), les diffuseurs sont en mouvement, il suffit donc d'acquérir le signal pendant un temps suffisamment long pour réaliser la moyenne de configuration.

La rétrodiffusion cohérente est un phénomène robuste, il s'observe avec n'importe quel type de milieu diffusant où la diffusion multiple est présente : lait, peinture, papier, polystyrène, téflon... Il peut être aussi observé par des milieux absorbants comme du papier noir. L'absorption ne modifie pas le contraste de l'interférence entre les amplitudes des chemins renversés [74], elle diminue simplement l'amplitude des chemins de diffusion longs.

Dans la suite de cette partie, nous estimerons les effets systématiques qu'influencent le montage sur la mesure du cône de rétrodiffusion cohérente.

1.3.2 Lieu d'observation de la rétrodiffusion cohérente

La position de la caméra est un point critique pour l'observation du cône de rétrodiffusion. Si la caméra est mal positionnée, la différence de phase entre les ondes parcourant des chemins de diffusion renversés n'est pas exactement nulle et donc le facteur d'amplification du cône de rétrodiffusion cohérente observé sera plus petit.

Si le faisceau laser incident est parfaitement collimaté, la différence de phase entre l'onde qui parcourt le chemin direct et l'onde qui parcourt le chemin renversé est nulle à l'infini. On doit donc placer la caméra au foyer de la lentille pour obtenir un cône avec un facteur d'amplification non diminué.

Le réglage de la position de la caméra peut être réalisé en remplaçant l'échantillon diffusant par un miroir et en positionnant la caméra de telle façon que le faisceau laser soit focalisé au niveau de celle-ci. Cette procédure est valable uniquement si la collimation du faisceau laser est parfaite. En effet, si le faisceau laser est légèrement divergeant ou convergeant, la position de la caméra où le faisceau laser est focalisé ne correspond pas la position de la caméra pour laquelle la différence de phase entre les ondes parcourant des chemins de diffusion renversés est nulle (voir figure 1.14).

Pour une onde incidente sphérique provenant d'un point source S , l'endroit où la différence de marche est nulle entre le chemin direct et renversé est situé sur le point source S . Or, l'image du point source par le miroir S' est le symétrique de S par rapport au miroir. La position de la caméra CCD où il faut observer la rétrodiffusion cohérente n'est donc pas la même que la position de la CCD où le faisceau laser est focalisé. On peut remarquer que le pic de rétrodiffusion cohérente s'observe à l'endroit où un miroir à conjugaison de phase focaliserait le faisceau.

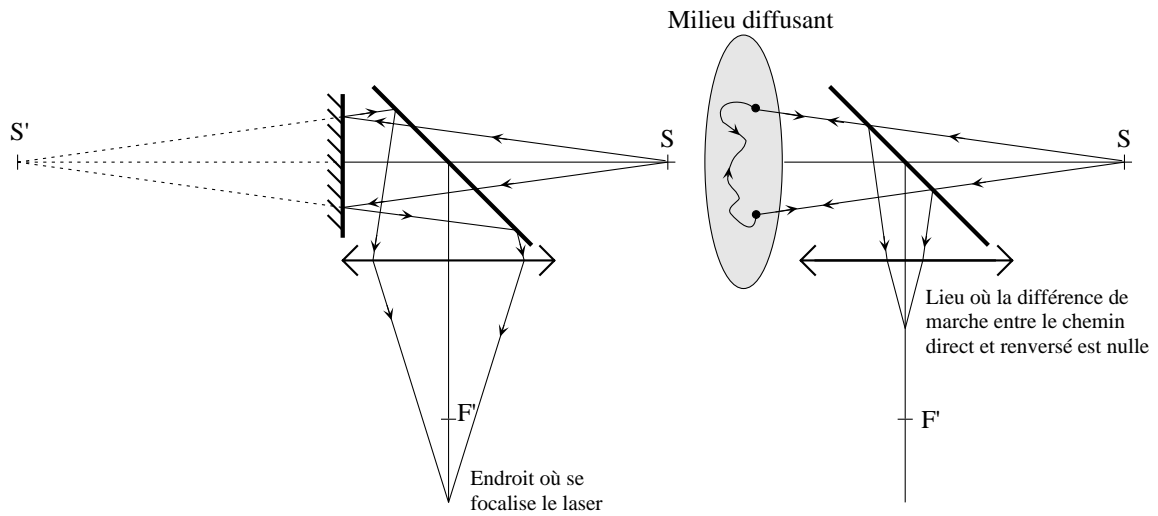


FIG. 1.14 – Comparaison entre le lieu d'observation de la rétrodiffusion cohérente et le lieu où se focalise le laser en remplaçant le diffuseur par un miroir.

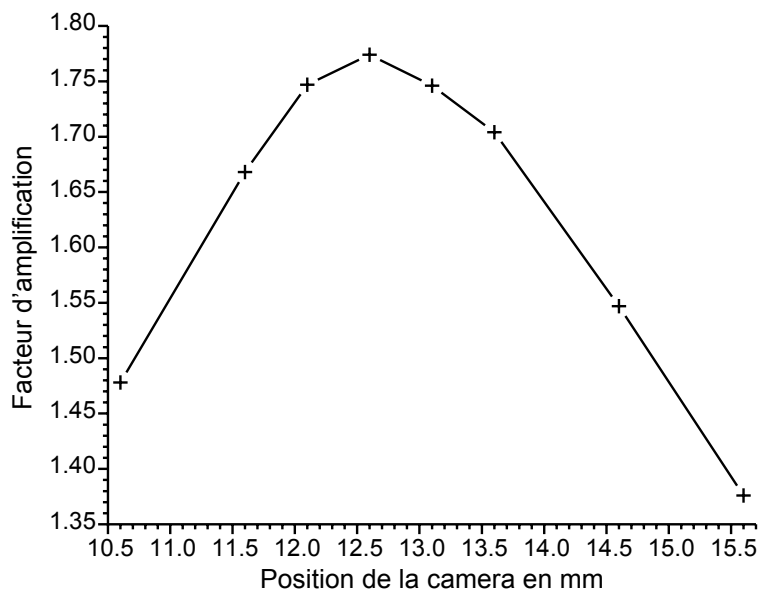


FIG. 1.15 – Facteur d'amplification sur du lait dilué en fonction de la position de la caméra. Le canal de polarisation est $h \parallel h$. La largeur à mi-hauteur du cône de rétrodiffusion cohérente est égale à 0.2 mrad . La focale de la lentille utilisée devant la caméra est égale à $f = 200 \text{ mm}$.

Le réglage de la caméra CCD doit donc se faire en mesurant le facteur d'amplification en fonction de la position de la caméra (voir figure 1.15). La caméra doit alors être placée où le facteur d'amplification est maximum. Afin d'obtenir une bonne précision de positionnement de la caméra, le milieu utilisé doit avoir un libre parcours moyen assez grand et donc le cône de rétrodiffusion cohérente doit avoir une faible largeur angulaire. En effet, plus la distance entre le diffuseur d'entrée et le diffuseur de sortie d'un chemin de diffusion sera grande, plus la différence de marche entre le chemin renversé et le chemin direct dépendra de la position d'observation.

1.3.3 Limitations expérimentales

Nous étudierons dans cette partie les différentes limitations expérimentales qui peuvent diminuer le facteur d'amplification du cône de rétrodiffusion cohérente observé.

Taille finie et qualité spatiale du faisceau laser

On suppose dans la théorie de la rétrodiffusion cohérente que l'onde incidente sur le milieu diffusant est une onde plane d'extension transverse infinie. Or, dans les expériences de rétrodiffusion cohérente de la lumière, on utilise un faisceau laser de taille finie pouvant présenter certains défauts. Nous allons examiner dans cette partie l'influence de la taille du faisceau et de ces éventuels défauts sur les caractéristiques du cône de rétrodiffusion cohérente observé.

Lorsque l'échantillon diffusant est éclairé par un faisceau présentant des défauts de front d'onde ou d'intensité, les amplitudes des ondes partielles qui parcourent des chemins de diffusion renversés ne sont pas tout à fait égales (voir figure 1.16). Le facteur d'amplification obtenu avec un faisceau de mauvaise qualité sera donc réduit. Afin d'éviter cette source de diminution du facteur d'amplification du cône observé, nous utilisons un faisceau laser issu d'un trou de filtrage spatial.

Lorsque l'échantillon diffusant est éclairé par un faisceau laser de dimension plus petite que l'échantillon, certains chemins de diffusion peuvent avoir leur diffuseur de sortie en dehors du faisceau laser (voir figure 1.17). Les chemins renversés associés à ces chemins ont donc une amplitude nulle. Comme le cône de rétrodiffusion cohérente provient de l'interférence entre les ondes parcourant des chemins de diffusion renversés, le facteur d'amplification du cône de rétrodiffusion cohérente est donc diminué par rapport à un faisceau laser de taille infinie.

Afin que le cône de rétrodiffusion cohérente ne soit pas affecté par la dimension finie du faisceau, le diamètre du faisceau doit donc être très grand devant la distance entre le diffuseur d'entrée et de sortie des différents chemins de diffusion. L'échelle de longueur déterminant la distance entre le diffuseur de sortie et le diffuseur d'entrée d'un chemin de diffusion étant le libre parcours moyen l , le



Amplitude chemin direct \neq Amplitude chemin reversé

FIG. 1.16 – Effet des défauts de front d'onde ou d'intensité du faisceau laser sur la rétrodiffusion cohérente.

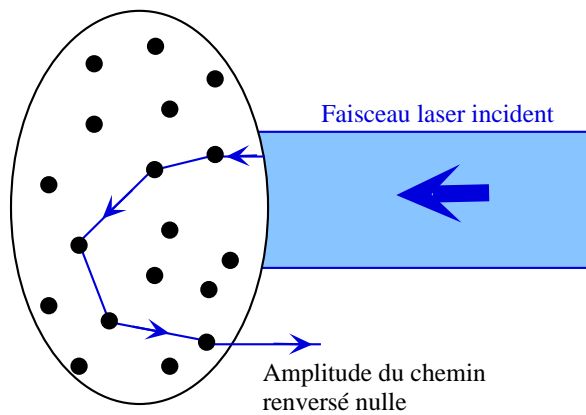


FIG. 1.17 – Effet de la taille finie du faisceau laser sur la rétrodiffusion cohérente.

faisceau laser devra avoir un waist w_0 très grand devant le libre parcours moyen l pour ne pas diminuer le facteur d'amplification du cône observé.

Pour des milieux invariants par translation transverse au faisceau incident, on peut montrer [86] que le cône observé correspond au produit de convolution entre le cône qu'on obtiendrait avec une onde plane I_{op} et le spectre angulaire du faisceau S_{laser} :

$$I(\theta_x, \theta_y) = \int \int I_{op}(\theta'_x, \theta'_y) S_{laser}(\theta_x - \theta'_x, \theta_y - \theta'_y) d\theta'_x d\theta'_y$$

où S_{laser} est le spectre angulaire normalisé du laser égal à :

$$S_{laser}(\theta_x, \theta_y) = \frac{\left| \int \int E(x, y, z) e^{-ik\theta_x x} e^{-ik_0\theta_y y} dx dy \right|^2}{\frac{4\pi^2}{k_0^2} \int \int |E(x, y, z)|^2 dx dy}, \quad \int \int S_{laser}(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y = 1$$

On peut noter que le spectre angulaire est indépendant de la position z du faisceau par rapport au diffuseur.

Pour un faisceau gaussien de waist w_0 , on obtient comme spectre angulaire :

$$S_{laser}(\theta_x, \theta_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta^2} e^{-\frac{\theta_x^2 + \theta_y^2}{2\sigma_\theta^2}}, \quad \sigma_\theta = \frac{1}{k_0 w_0}$$

Pour un milieu invariant par translation transverse, le cône de rétrodiffusion cohérente obtenu avec un faisceau laser de waist w_0 sera donc le produit de convolution entre le cône obtenu avec un faisceau laser de waist infiniment grand et une gaussienne d'écart type $1/(k_0 w_0)$.

Pour un milieu non invariant par translation transverse, un milieu de dimension fini par exemple, il n'existe pas de relations simples qui déterminent les modifications du cône de rétrodiffusion cohérente induites par les dimensions finies du faisceau. On peut tout de même remarquer que si le waist du faisceau est grand devant les dimensions de l'échantillon diffusant, l'onde incidente sur l'échantillon diffusant peut être assimilée à une onde plane et donc le cône observé ne sera pas modifié par la taille finie du faisceau.

Nous utiliserons pour notre expérience un faisceau avec un waist égal à $w_0 = 2.5 \text{ mm}$. Avec ce waist, on obtient un spectre angulaire d'écart type $\sigma_\theta = 29 \mu\text{rad}$ (largeur totale à mi-hauteur : $68 \mu\text{rad}$). Le cône de rétrodiffusion cohérente sur un milieu invariant par translation transverse au faisceau sera donc convolué par une gaussienne d'écart type $29 \mu\text{rad}$. Si le cône observé est large devant $29 \mu\text{rad}$, la taille finie du faisceau laser aura uniquement pour conséquence d'arrondir le sommet triangulaire du cône sur une largeur de $29 \mu\text{rad}$. Pour un milieu diffusant de dimension petite devant le waist du faisceau w_0 , le cône de rétrodiffusion cohérente observé ne sera pas affecté par la taille finie du faisceau.

Résolution angulaire du système de détection

Notre système de détection utilisé pour mesurer la distribution angulaire de l'intensité diffusée par l'échantillon a une résolution angulaire finie provenant des aberrations sur les optiques et de la taille des pixels de la caméra⁶. Cette

6. La résolution angulaire maximum de notre système de détection correspond à la limite de diffraction. Cet effet a déjà été pris en compte dans la partie précédente en examinant l'influence de la taille finie du faisceau sur le cône de rétrodiffusion cohérente observé.

résolution angulaire finie du système de détection aura des conséquences sur le cône de rétrodiffusion cohérente mesuré si la largeur du cône est voisine de la limite de résolution.

Dans notre montage, un pixel de la caméra correspond à un secteur angulaire de $48.3 \mu rad$. Pour ne pas être affecté par la taille finie des pixels, le cône devra donc avoir une largeur grande devant $48.3 \mu rad$.

Pour mesurer la résolution angulaire de notre système de détection provenant des aberrations, nous avons mesuré le cône de rétrodiffusion cohérente sur du lait (géométrie tranche semi-infini) de plus en plus dilué (voir figure 1.18). Supposons dans un premier temps que la résolution angulaire du système de détection est infinie. Le cône de rétrodiffusion cohérente est alors égal au produit de convolution entre le cône qu'on observerait avec une onde plane et la distribution angulaire du laser. Comme la largeur du cône est proportionnelle à la densité de diffuseur ($\Delta\theta \propto 1/l \propto n_d$), le cône s'affine de plus en plus lorsqu'on dilue le lait. Le cône observé avec un faisceau de taille finie cesse de s'affiner lorsque la largeur du cône atteint la largeur de la distribution angulaire du faisceau. Ainsi, pour du lait infiniment dilué, le cône observé correspond à la distribution angulaire du faisceau. A présent, si on tient compte de la résolution angulaire finie du système de détection, le cône observé par du lait infiniment dilué correspond à la distribution angulaire du faisceau affectée par la résolution angulaire du système de détection.

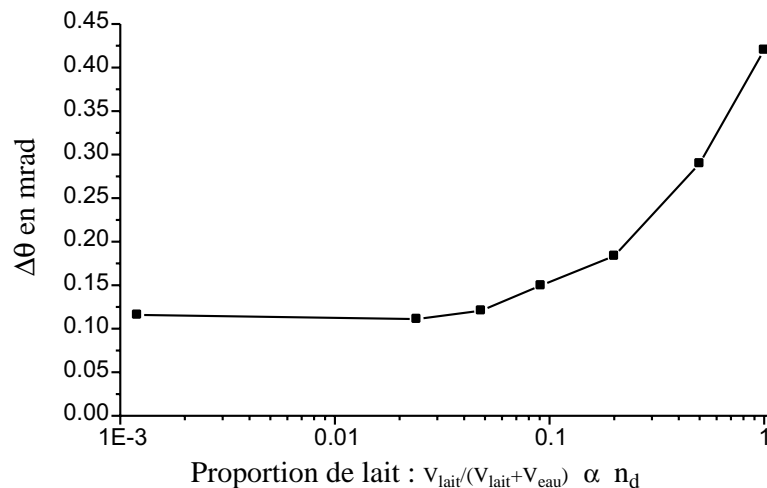


FIG. 1.18 – *Rétrodiffusion cohérente sur du lait dilué : largeur à mi-hauteur du cône $\Delta\theta$ en fonction de la dilution (canal $h \parallel h$, faisceau $w_0 = 2.5 \text{ mm}$)*

On constate sur la figure 1.18 que la largeur à mi-hauteur du cône de rétrodiffusion cohérente est égale à $\Delta\theta = 0.1 \text{ mrad}$ pour du lait de plus en plus

dilué. La largeur à mi-hauteur de la distribution angulaire du faisceau incident de waist 2.5 mm est égale 0.07 mrad . On peut donc en conclure que la résolution angulaire de notre système de détection augmente la largeur du cône de 0.07 mrad à 0.1 mrad . La résolution angulaire de notre système de détection est donc au maximum égale à 0.1 mrad . La résolution finie de notre système de détection n'affectera donc pas des cônes qui ont une largeur grande devant 0.1 mrad .

Canaux de polarisation

Les optiques de polarisation utilisées pour définir les canaux de polarisation ne sont pas parfaites. Lorsqu'on remplace le milieu diffusant par un miroir, on obtient une extinction de l'ordre de 10^{-3} dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$. Ces défauts des optiques de polarisation ont pour conséquence de mélanger légèrement les différents canaux de polarisation. Si les intensités diffusées dans les différents canaux de polarisation sont comparables, une extinction 10^{-3} des éléments polarisants aura des répercussions de l'ordre de 10^{-3} sur le cône de rétrodiffusion cohérente mesuré. Par contre si les intensités entre les différents canaux sont fortement déséquilibrées, une extinction de 10^{-3} des éléments polarisants peut conduire à un changement significatif du cône mesuré.

Uniformité de la réponse angulaire de notre système de détection

Notre système de détection doit avoir une réponse uniforme en fonction de la direction de l'intensité diffusée afin que l'image sur la caméra restitue fidèlement la distribution angulaire de l'intensité diffusée. Le champ angulaire sur lequel nous acquérons la distribution angulaire est égal à $\Delta\theta_{obs} = 25 \text{ mrad}$. Notre système de détection doit donc avoir une réponse uniforme sur une plage angulaire de 25 mrad .

Sur ce champ angulaire de 25 mrad , on peut considérer que le coefficient de réflexion de la lame séparatrice est constant et que la réponse des éléments de polarisation est uniforme. La taille finie des optiques peut par contre induire une réponse non uniforme de notre système de détection (voir figure 1.19). Un élément optique de diamètre ϕ_e et à une distance d_e de l'échantillon diffusant induira une réponse non uniforme à partir d'un angle θ_m :

$$\theta_m = \frac{\phi_e - \phi_d}{2d_e}$$

où ϕ_d est le diamètre de la zone éclairée sur l'échantillon diffusant.

Ainsi, pour obtenir une réponse uniforme sur un champ angulaire $\Delta\theta_{obs}$, le diamètre des optiques ϕ_e constituant le système de détection de la rétrodiffusion cohérente doit satisfaire :

$$\phi_e > d_e \Delta\theta_{obs} + \phi_d \quad (1.41)$$

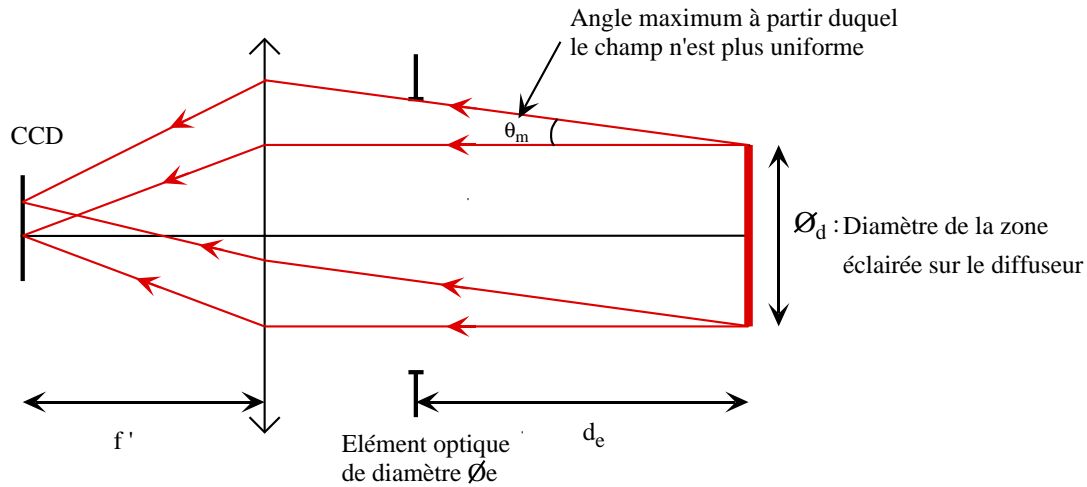


FIG. 1.19 – *Non-uniformité du champ causée par la taille fine des optiques.*

Pour obtenir une réponse angulaire uniforme, il faut donc placer l'échantillon diffusant le plus proche des optiques et choisir des optiques de diamètre suffisamment grand. Dans les conditions de notre expérience ($\phi_d < 5 \text{ mm}$, $d_e < 30 \text{ cm}$, $\Delta\theta_{obs} = 25 \text{ mrad}$), des optiques de diamètre 25 mm suffisent⁷.

1.3.4 Acquisition du cône, traitement des images, détermination du facteur d'amplification

Acquisition du cône de rétrodiffusion cohérente

La distribution angulaire de l'intensité diffusée est donnée par l'image de la caméra CCD placé au foyer de la lentille. Le temps d'acquisition de l'image doit être choisi suffisamment long pour moyenniser le speckle. On enregistre une image avec un échantillon diffusant et une image sans l'échantillon diffusant⁸ puis on soustrait ces deux images. Grâce à cette procédure, on élimine la lumière parasite résiduelle présente sur l'image.

La calibration angulaire de l'image est obtenue en remplaçant l'échantillon diffusant par un miroir avec une monture orientable dont l'orientation est calibrée angulairement. La mesure du déplacement du spot du laser sur la caméra en fonction de l'orientation du miroir nous donne ainsi une calibration angulaire des images : $48.3 \mu\text{rad}/\text{pixel}$.

Afin de comparer l'intensité diffusée par l'échantillon dans les différents ca-

7. Comme la lame séparatrice est utilisée à 45° , il faut utiliser pour cet élément un diamètre plus grand.

8. Lors de la prise de l'image sans échantillon diffuseur, il faut parfaitement bloquer le faisceau laser afin qu'il n'induisse pas de lumière au niveau de la caméra.

naux de polarisation, nous avons mesuré le coefficient de réflexion de la lame séparatrice pour les deux polarisations linéaires orthogonales. Nous avons trouvé : $R_{TE} = 64.3\% \pm 1\%$, $R_{TM} = 36.4\% \pm 1\%$.

Traitement des images

On obtient donc avec cette procédure une image représentant la distribution angulaire de l'intensité diffusée dans la direction arrière. A partir de cette image, nous allons donner la procédure qui nous permet de déterminer le plus précisément possible le facteur d'amplification et la forme du cône de rétrodiffusion cohérente.

La première étape consiste à repérer le centre du cône de rétrodiffusion cohérente. A cause du bruit sur l'image, le centre du cône ne correspond pas toujours au pixel le plus haut. Pour déterminer de manière précise le centre du cône, on cherche le barycentre des pixels autour du sommet.

Si le cône est isotrope c'est à dire que $I(\theta_x, \theta_y)$ ne dépend que de $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$, on peut réaliser une moyenne angulaire de l'image autour du centre obtenu précédemment. Une coupe de l'image obtenue nous donne donc la distribution angulaire de l'intensité diffusée $I(\theta)$. Cette procédure de moyennage nous permet de diminuer le bruit sur le cône. Le moyennage est d'autant plus efficace que l'on est loin du centre. On peut noter que le centre du cône n'a pas subit de moyennage.

Si le cône n'est pas isotrope, on peut réaliser une symétrie de l'image par rapport à son centre. Le cône de rétrodiffusion présente toujours cette symétrie centrale (voir page 175). Il est aussi possible de réaliser une moyenne angulaire sur un faible secteur angulaire.

Détermination du facteur d'amplification

Pour déterminer le facteur d'amplification du cône, nous devons mesurer l'intensité au centre du cône et l'intensité loin dans les ailes .

$$A = \frac{I(\theta = 0)}{I(\theta \gg \Delta\theta)}$$

En première approche, l'intensité au centre du cône est déterminée par l'intensité du pixel centrale. Comme on ne peut pas réaliser de moyenne sur le pixel central, le bruit sur le pixel central correspond au bruit sur l'image. On peut déterminer de manière plus précise l'intensité du sommet du cône en réalisant un fit des points proches du sommet par une fonction que l'on pense représenter la forme du cône à son sommet. A cause de la taille finie du faisceau ou de l'échantillon diffusant, la distance entre le diffuseur de sortie et le diffuseur d'entrée des chemins de diffusion est limitée. Le cône obtenu ne présente donc pas de discontinuité à son sommet, il est arrondi. Nous utiliserons donc une parabole

pour fixer les points autour du sommet du cône et donc pour déterminer ainsi l'intensité au centre du cône.

La détermination de l'intensité en dehors du cône est réalisée sur l'image moyenne angulairement et en prenant l'intensité au bord de l'image. Pour obtenir une mesure précise, il faut avoir un champ angulaire suffisamment grand pour mesurer l'intensité dans une zone où l'intensité dans les ailes du cône est négligeable. La précision de la détermination du fond incohérent de diffusion est donnée par l'uniformité du fond incohérent de diffusion.

1.3.5 Résultats sur diffuseurs classiques

Dans cette partie, nous présenterons les mesures de cône de rétrodiffusion cohérente effectuées sur des diffuseurs classiques. Le but essentiel de ces mesures est montrer que notre montage est capable de mesurer avec précision le cône de rétrodiffusion cohérente pour un gaz d'atomes froids de strontium.

Le champ angulaire choisi pour mesurer le cône de rétrodiffusion cohérente résulte d'un compromis qui dépend de la largeur du cône. Le champ angulaire doit être suffisamment grand pour mesurer avec précision le fond incohérent de diffusion ($I(\theta \gg \Delta\theta)$). Comme le nombre de pixels de la caméra CCD est limité, le champ angulaire doit être suffisamment petit pour mesurer avec précision le centre du cône et l'intensité à son sommet. Nous avons choisi pour notre montage un champ angulaire de 25 mrad donnant une résolution angulaire égale à $48.3 \mu\text{rad}/\text{pixel}$. Ce champ angulaire est bien adapté pour mesurer des cônes de rétrodiffusion de largeur de l'ordre de 0.5 mrad correspondant à la largeur du cône sur notre gaz d'atomes froids de strontium.

Nous avons choisi de mesurer la rétrodiffusion cohérente sur du lait et du téflon car la largeur du cône sur ces échantillons diffusants est aussi de l'ordre de 0.5 mrad .

Géométrie tranche semi-infini

Nous avons mesuré le cône sur des échantillons diffusants tranches : cuve de lait, plaque de téflon. L'épaisseur optique de ces échantillons peut être considérée comme infinie. Nous avons placé devant l'échantillon diffusant un diaphragme avec un diamètre légèrement supérieur au faisceau. Ce diaphragme a pour but d'empêcher les ondes qui suivent des chemins de diffusion qui sortent du faisceau d'être détectées. Il permet donc de limiter la diminution du facteur d'amplification causée par la taille finie du faisceau. Les résultats obtenus sont donnés sur les figures 1.20, 1.21, 1.22. Nous avons indiqué pour chaque canal de polarisation le facteur d'amplification A et la largeur à mi-hauteur $\Delta\theta$.

Rappelons que dans le canal $h \parallel h$, le facteur d'amplification est égal à 2 si on peut appliquer le théorème de réciprocité au milieu diffusant et si la diffusion simple n'est pas dépolarisée. Pour le lait et le téflon, à priori rien n'empêche

d'appliquer la réciprocité, on a donc $I_C(0) = I_L$. Par contre, comme on ne connaît pas les propriétés de diffusion des diffuseurs présents dans le lait et le téflon, on ne peut pas assurer que la diffusion simple est nulle dans le canal $h \parallel h$.

On obtient respectivement pour le lait et le téflon des facteurs d'amplification dans le canal $h \parallel h$ égaux à 1.92 et 1.81. Nous obtenons donc des facteurs d'amplification proche de 2. L'écart par rapport à un facteur d'amplification de 2 peut provenir de la présence de la diffusion simple ou de limitations expérimentales telles que la taille finie du faisceau ou la résolution angulaire du système de détection.

Dans le canal $l \parallel l$, on obtient aussi un facteur d'amplification élevé mais inférieure à celui du canal $h \parallel h$. Comme la réciprocité assure aussi l'égalité entre l'amplitude des chemins renversés dans ce canal, la différence provient d'une intensité de diffusion simple plus élevée dans le canal $l \parallel l$ que dans le canal $h \parallel h$.

En supposant que la forme du cône dans les canaux $h \parallel h$ et $l \parallel l$ est proche de celle donnée pour un milieu semi-infini avec une onde scalaire, la largeur des cônes observés est égale à $0.7/k_0 l_t$. En appliquant cette formule aux cônes observés sur lait et téflon dans les canaux $h \parallel h$ et $l \parallel l$, on obtient un libre parcours moyen de transport dans le lait et le téflon égal environ à 0.1 mm .

Dans les canaux orthogonaux $h \perp h$ et $l \perp l$, les facteurs d'amplification obtenus sont beaucoup plus petits que dans les canaux parallèles. En effet, dans les canaux orthogonaux, rien n'assure l'égalité entre $I_C(0)$ et I_L . Sur lait, on obtient un cône avec un facteur d'amplification de l'ordre 1.2 et sur téflon on n'observe même pas cône de rétrodiffusion cohérente.

On peut enfin noter que l'anisotropie des cônes sur lait dans les canaux $l \parallel l$ et $l \perp l$ reflète l'anisotropie du diagramme de diffusion des diffuseurs présent dans le lait pour une polarisation incidente linéaire.

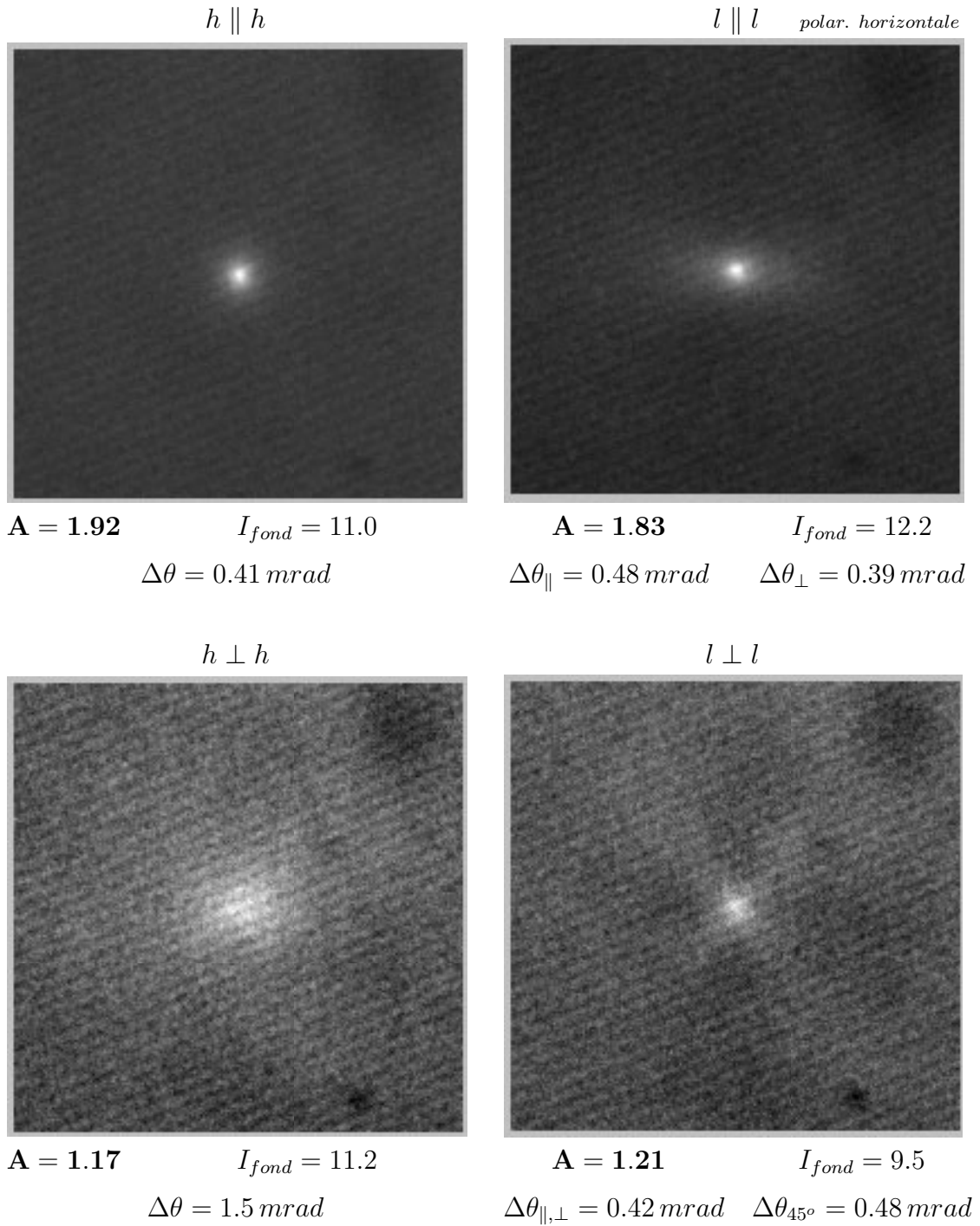


FIG. 1.20 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur du lait pur (milieu semi-infini) avec un faisceau laser de longueur d'onde 461 nm, de waist 2.5 mm. Un diaphragme de la taille du faisceau a été placé devant le diffuseur. L'intensité du fond $I_{fond} = I_S + I_L$ est donnée en unité arbitraire. Le champ angulaire des images correspond à $9.66 \times 9.66 \text{ mrad}$. Les indices \parallel , \perp , 45° signifie que la largeur à mi-hauteur $\Delta\theta$ est donnée suivant une coupe parallèle, orthogonale ou à 45° de la polarisation incidente.

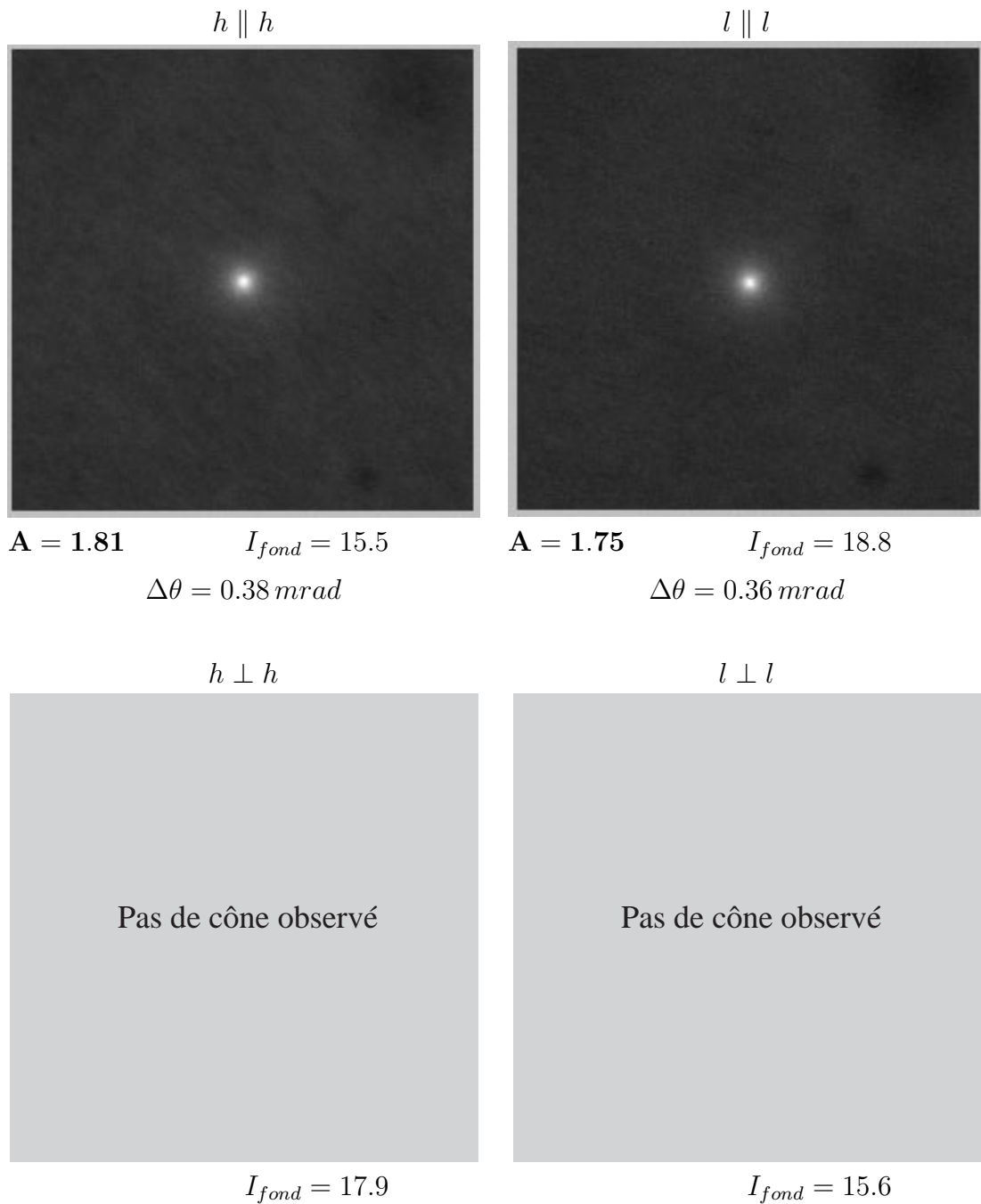


FIG. 1.21 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur du téflon (milieu semi-infini) avec un faisceau laser de longueur d'onde 461 nm, de waist 2.5 mm. Un diaphragme de la taille du faisceau a été placé devant le diffuseur. L'intensité du fond $I_{fond} = I_S + I_L$ est donnée en unité arbitraire. Le champ angulaire des images correspond à $9.66 \times 9.66 \text{ mrad}$.

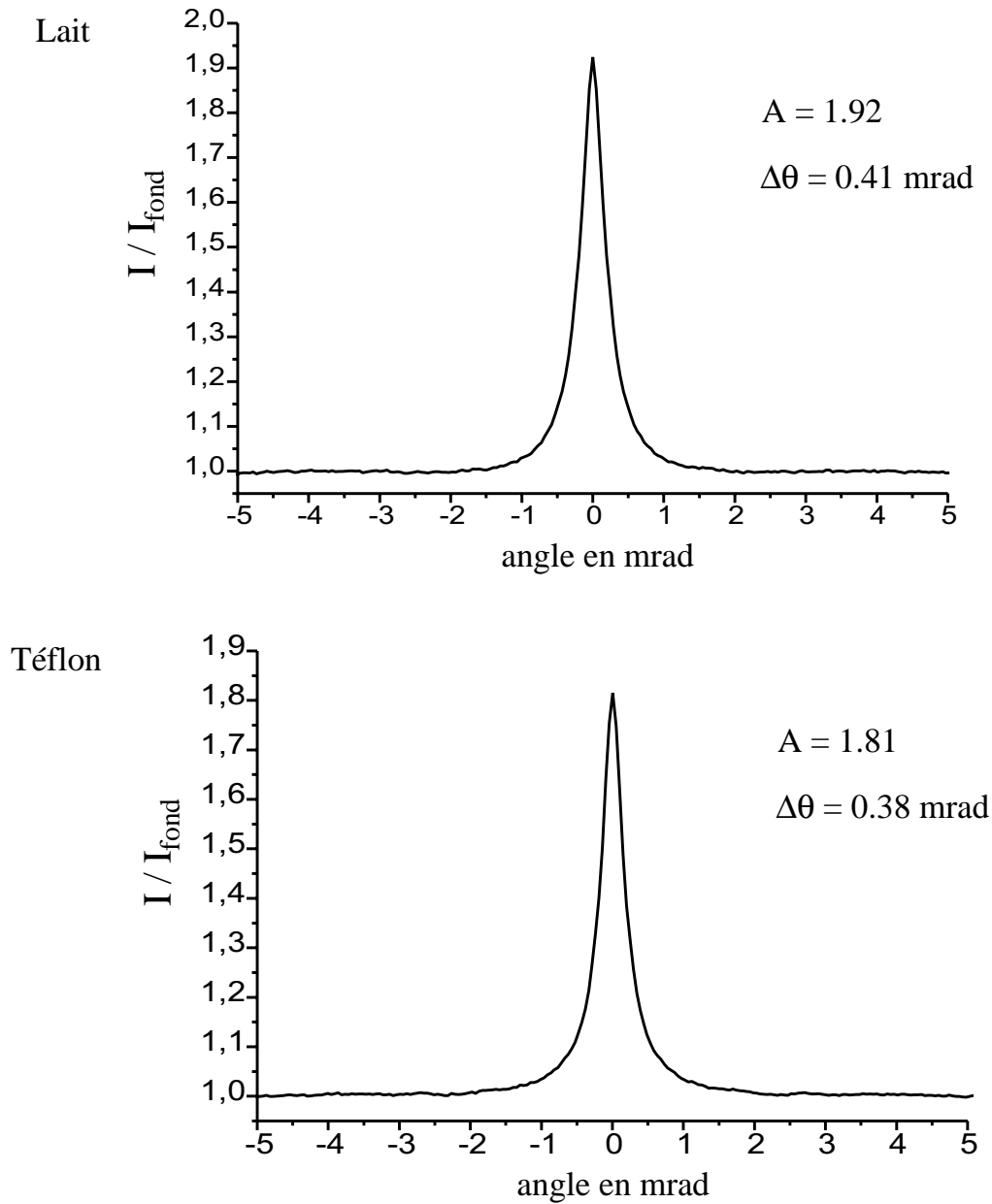


FIG. 1.22 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur du lait pur et du téflon (milieu semi-infini) dans le canal $h \parallel h$ avec un faisceau laser de longueur d'onde 461 nm et de waist 2.5 mm. Le cône représenté résulte d'une moyenne angulaire. Un diaphragme de la taille du faisceau a été placé devant le diffuseur.

Milieu de taille finie

Afin de s'affranchir des effets de taille finie du faisceau, nous avons mesuré le cône de rétrodiffusion cohérente sur des échantillons diffusants de taille plus petite que le diamètre du faisceau (goutte de lait, cube de téflon).

Sur la goutte de lait, on obtient un facteur d'amplification égal à 1.98 alors qu'il était de 1.91 sur un milieu semi-infini. On obtient donc sur goutte de lait à la précision de la mesure près le facteur d'amplification de 2 prévu théoriquement. On peut en conclure que la diffusion simple n'est pas présente dans le canal $h \parallel h$ à la précision expérimentale près et donc que la diffusion simple n'est pas dépolarisée pour les diffuseurs présents dans le lait. On peut aussi en conclure que la résolution angulaire de notre système de détection est suffisamment bonne pour ne pas réduire le facteur d'amplification sur des cônes qui ont une largeur égale à 0.87 mrad .

Sur le cube de téflon, on obtient un facteur d'amplification égale à 1.88 dans le canal $h \parallel h$. L'écart par rapport au facteur deux peut s'expliquer par le fait que la diffusion simple n'est pas éliminée dans le canal $h \parallel h$. Comme le cône obtenu est plus étroit que sur le lait, la résolution angulaire du système de détection peut aussi abaisser le facteur d'amplification. On peut en conclure que la résolution angulaire de notre système de détection diminue le facteur d'amplification d'un facteur inférieur à 0.12 pour un cône de largeur 0.63 mrad .

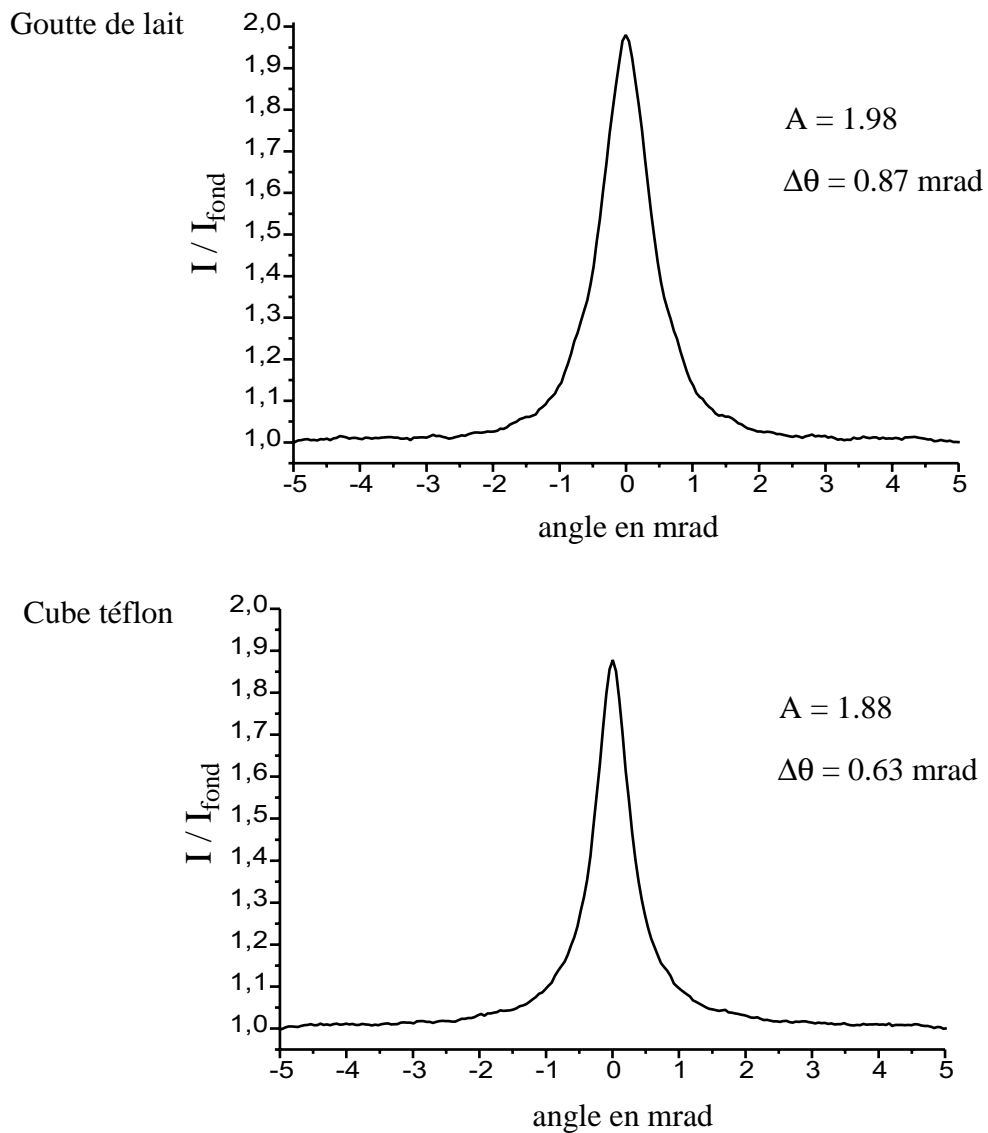


FIG. 1.23 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur une goutte de lait pur ($\phi = 3$ mm) et sur un cube de téflon (coté 2 mm) dans le canal $h \parallel h$ avec un faisceau laser de longueur d'onde 461 nm et de waist 2.5 mm. Le cône représenté résulte d'une moyenne angulaire.

1.4 Rétrodiffusion cohérente sur des atomes froids

Une vapeur atomique constitue un milieu modèle pour étudier la diffusion multiple de la lumière. En effet, dans ce milieu diffusant, les diffuseurs, les atomes, sont tous identiques. On connaît de plus parfaitement les propriétés de diffusion d'un atome pour un laser résonnant avec une transition atomique.

1.4.1 Caractéristiques de la diffusion de la lumière par un atome

Dans cette partie, nous donnerons les caractéristiques de la diffusion de la lumière par un atome. Nous supposerons que l'onde incidente est monochromatique et proche d'une transition atomique. La transition atomique considérée sera une transition $J = 0 \rightarrow J = 1$. Nous aurons affaire à ce type de transition lorsqu'on étudiera la diffusion multiple de la lumière avec un gaz d'atomes froids de strontium. Nous supposerons que l'intensité de l'onde incidente est très petite devant l'intensité de saturation de la transition. Dans cette situation, la diffusion de la lumière peut être considérée comme élastique. La section efficace de diffusion est égale à [129] :

$$\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + 4\frac{\delta_L^2}{\Gamma^2}} \quad (1.42)$$

où $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord laser et Γ est la largeur naturelle de la transition atomique. Par rapport aux diffuseurs classiques généralement étudiés en diffusion multiple, on a ici des diffuseurs avec une résonance très étroite ($\Gamma/2\pi = 32 \text{ MHz}$ pour la transition à 461 nm du strontium). Il est ainsi possible en changeant légèrement la fréquence du laser de modifier de plusieurs ordres de grandeurs la section efficace de diffusion des atomes.

Le diagramme de rayonnement de l'onde diffusée (transition $J = 0 \rightarrow J = 1$) et la polarisation de l'onde diffusée correspondent au rayonnement dipolaire (voir page 178). La polarisation de l'onde diffusée s'obtient donc en projetant la polarisation incidente sur le plan perpendiculaire à la direction de diffusion.

Régimes nouveaux

L'utilisation d'une vapeur atomique comme milieu diffusant permet d'étudier des régimes nouveaux par rapport à un milieu diffusant classique. Ce sont en premier lieu des diffuseurs très sensibles au champ magnétique. Des champs magnétiques de quelques 10^{-4} Tesla peuvent changer significativement les propriétés de diffusion des atomes [83] alors qu'il faut plusieurs Tesla pour des diffuseurs classiques [80].

Lorsque l'intensité laser est voisine ou supérieure à l'intensité de saturation de la transition, les propriétés de diffusion de l'atome changent. La section efficace de diffusion est diminuée. En plus d'une diffusion élastique, on obtient une diffusion inélastique avec un spectre de largeur Γ appelé triplet de Mollow [129]. Le rôle de cette diffusion inélastique dans la diffusion multiple de la lumière et en particulier dans les effets d'interférence reste à étudier. On obtient de plus à forte intensité laser des non-linéarités dans le milieu diffusant du type effet Kerr.

1.4.2 Pourquoi des atomes froids

Dans une vapeur atomique à température ambiante, les atomes se déplacent à des vitesses de l'ordre de 300 m s^{-1} . Un tel milieu n'est pas invariant par renversement du temps, on ne peut donc pas appliquer la réciprocité qui assure l'égalité entre l'amplitude des ondes partielles ayant suivi des chemins renversés et donc la présence du cône de rétrodiffusion cohérente.

On peut voir sur la figure 1.24 que si les diffuseurs se déplacent suffisamment vite les ondes partielles qui suivent des chemins de diffusion renversés ne parcourent pas une distance identique. La différence de marche entre les deux ondes partielles ayant suivi des chemins de diffusion renversés n'est donc pas forcément nulle. Le cône de rétrodiffusion cohérente peut donc disparaître si les diffuseurs ont des vitesses suffisamment grandes.

Pour conserver une interférence constructive entre deux ondes partielles ayant suivi des chemins de diffusion renversés, il faut que pendant le temps que l'onde partielle parcourt son chemin de diffusion, les diffuseurs se soient déplacés d'une distance très petite devant la longueur d'onde. Dans cette situation, la différence de marche entre les deux ondes partielles qui ont suivi des chemins renversés est très petite devant la longueur d'onde, les deux ondes partielles interfèrent donc constructivement et le facteur d'amplification du cône n'est pas diminué.

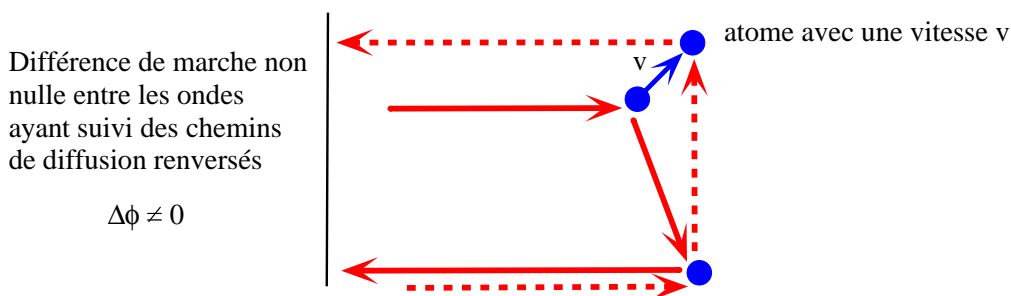


FIG. 1.24 – *Effet de la vitesse des diffuseurs sur la rétrodiffusion cohérente.*

Le critère de vitesse qui permet d'observer le cône de rétrodiffusion cohérente sur des diffuseurs en mouvement peut s'écrire [79] :

$$v_{at} \cdot t_c \ll \lambda$$

où v_{at} est la vitesse typique des diffuseurs et t_c est le temps que met une onde à parcourir un chemin de diffusion. Pour un chemin de diffusion comprenant N diffusions, ce temps t_c est égal à [84] :

$$t_c = N.t_{tr} \quad \text{avec} \quad t_{tr} = \frac{1}{\Gamma} + \frac{l}{c} \simeq \frac{1}{\Gamma}$$

où Γ est la largeur naturelle de la transition atomique, l est le libre parcours moyen et c est la vitesse de la lumière dans le vide. Le temps t_{tr} est appelé temps de transport et correspond au temps mis pour l'onde pour effectuer une diffusion. Il tient compte du retard à la diffusion et de la propagation dans le milieu. Comme les résonances atomiques sont étroites, le temps de propagation dans le vide entre deux diffuseurs l/c est négligeable devant $1/\Gamma$. Le critère de vitesse pour observer le cône de rétrodiffusion cohérente s'écrit donc :

$$v_{at} \ll \frac{1}{N} \frac{\Gamma}{k_0}$$

où k_0 est le vecteur d'onde dans le vide. Pour la transition à 461 nm du strontium, on obtient :

$$v_{at} \ll \frac{15 \text{ m s}^{-1}}{N}$$

Ce critère de vitesse n'est pas vérifié pour une vapeur atomique à température ambiante ($v_{at} \sim 300 \text{ m.s}^{-1}$). Pour observer le cône de rétrodiffusion cohérente, il faut donc réaliser un refroidissement laser qui permet d'obtenir une vapeur atomique avec une dispersion de vitesse inférieure à 1 m s^{-1} .

Pour des diffuseurs classiques, comme les résonances sont beaucoup plus larges, le critère de vitesse est toujours vérifié pour les milieux diffusants étudiés (lait, peinture...).

Le critère de vitesse que l'on vient d'établir qualitativement peut aussi être obtenu par un raisonnement basé sur le changement de fréquence de l'onde diffusée associé à l'effet Doppler [82].

1.4.3 Rétrodiffusion cohérente sur des atomes froids de rubidium

Surprise expérimentale

La première étude expérimentale de la rétrodiffusion cohérente de la lumière sur un gaz d'atomes froids a été réalisée sur rubidium [18]. La surprise expérimentale fut de mesurer un facteur d'amplification de 1.05 dans le canal $h \parallel h$ alors que la prévision théorique donne un facteur d'amplification égal à 2 dans ce canal (voir page 182). Dans les autres canaux, les facteurs d'amplification obtenus sont un peu plus grands (voir figure 1.25). Le facteur d'amplification le plus élevé a été mesuré dans le canal $h \perp h$ ($A = 1.17$) alors que pour un milieu

diffusant standard, c'est dans ce canal qu'on obtient le facteur d'amplification le plus faible. Les cônes de rétrodiffusion cohérente mesurés sur rubidium ont des caractéristiques complètement différentes des cônes observés sur des milieux diffusants standards.

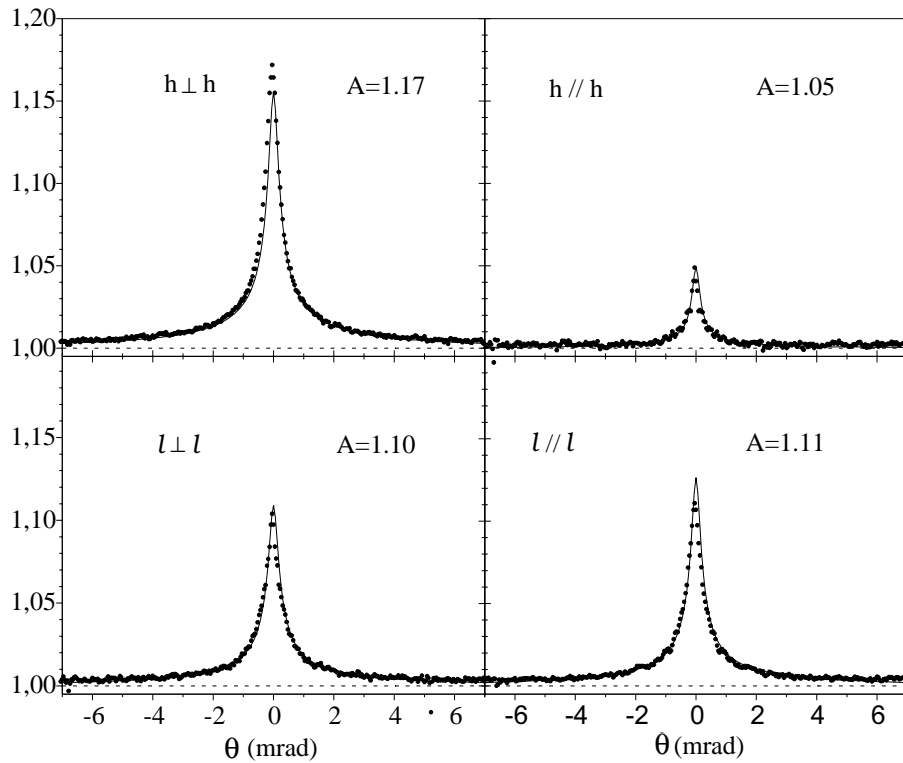


FIG. 1.25 – Cônes de rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de rubidium (transition $J = 3 \rightarrow J = 4$). Les points correspondent aux résultats expérimentaux et la ligne correspond à une simulation de Monte Carlo (voir page 218). Source : G. Labeyrie, D. Delande

Effet de la structure interne

L'origine physique du comportement anormal de la rétrodiffusion cohérente de la lumière sur un gaz d'atomes froids de rubidium provient de la structure quantique interne du rubidium. En effet, dans l'expérience de rétrodiffusion cohérente, la lumière est en résonance avec une transition du type $J = 3 \rightarrow J = 4$. Le niveau fondamental de la transition atomique possède donc un moment magnétique. La

structure interne dégénéré du niveau fondamental $J = 3$ correspond à l'orientation de ce moment magnétique.

Nous allons voir qualitativement comment la structure interne du rubidium modifie les propriétés de la rétrodiffusion cohérente et en particulier pourquoi on n'obtient pas un facteur d'amplification de 2 dans le canal $h \parallel h$.

Deux conditions sont nécessaires pour obtenir un facteur 2 dans le canal $h \parallel h$. La première condition est d'avoir une intensité de diffusion simple nulle $I_S = 0$. Cette condition est assurée lorsqu'on a des diffuseurs sphériques pour lesquels la diffusion simple n'est pas dépolarisée. La deuxième condition est d'avoir une intensité de diffusion multiple incohérente I_L égale à l'intensité $I_C(0)$ traduisant l'interférence entre les ondes parcourant des chemins renversés. Cette condition est satisfaite lorsqu'on peut appliquer la réciprocity au milieu diffusant qui indique que les amplitudes des chemins renversés sont égales. Nous allons voir que ces deux conditions ne sont pas satisfaites pour des atomes possédant une structure interne c'est à dire un moment magnétique dans l'état fondamental.

A cause de leur moment magnétique dans l'état fondamental, les atomes de rubidium ne constituent pas des diffuseurs à symétrie sphérique. Il n'y a donc pas de raison que la diffusion simple soit nulle dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$. En effet, lorsque le niveau fondamental possède une structure interne, on peut effectuer des transitions Raman où après la diffusion du photon l'atome a changé de sous niveau. Pour ce type de transition, la polarisation de la lumière diffusée est différente de la polarisation incidente. Pour des atomes possédant une structure interne, la diffusion simple n'est donc pas nulle dans le canal $h \parallel h$.

Le milieu diffusant est constitué d'atomes de rubidium possédant un moment magnétique. Le milieu n'est donc pas invariant par renversement du temps et la réciprocity qui assurait l'égalité entre l'amplitude des chemins de diffusion renversés ne peut donc plus être utilisée. Il n'y a donc aucune raison que l'intensité incohérente de diffusion multiple I_L soit égale à l'intensité $I_C(0)$ traduisant l'interférence entre les ondes parcourant des chemins renversés. Sur la figure 1.26, nous avons pris l'exemple d'un chemin de diffusion double pour une transition $1/2 \rightarrow 1/2$. On constate que l'amplitude du chemin direct est différente de l'amplitude du chemin renversé dans le canal $h \parallel h$. La structure interne de l'atome de rubidium conduit donc à déséquilibrer les amplitudes entre les chemins de diffusion renversés. C'est pour cette raison qu'on observe un faible facteur d'amplification dans le canal $h \parallel h$.

Une étude théorique a été réalisée pour calculer le cône de rétrodiffusion cohérente avec des atomes possédant une structure interne. Un calcul analytique du cône de rétrodiffusion cohérente a été effectué pour un milieu semi-infini [20] [89]. Pour tenir compte de la géométrie particulière du gaz d'atomes, une simulation de Monte Carlo a été aussi effectuée [86]. Les résultats obtenus sont en accord avec les mesures expérimentales (voir figure 1.25).

La structure quantique interne des atomes se révèle donc réduire fortement l'effet des interférences en diffusion multiple. Nous avons donc entrepris de mesu-

1.5 Rétrodiffusion cohérente sur strontium

1.5.1 Technique expérimentale

Le but de l'expérience est de mesurer la rétrodiffusion cohérente de la lumière sur un gaz d'atomes froids de strontium. Le piégeage et le refroidissement du strontium a été décrit en détail dans le chapitre "piégeage et refroidissement" (voir page 57). La mesure de la rétrodiffusion cohérente s'effectue en envoyant un faisceau sonde sur le nuage d'atomes froids et en mesurant la distribution angulaire de la lumière diffusée dans la direction arrière. Cette technique de mesure a été décrite en détaille dans la partie 1.3 (voir page 186).

Séquence temporelle

La mesure de la rétrodiffusion cohérente ne peut pas être effectuée pendant que les atomes sont piégés et refroidis. En effet, les atomes diffusent continûment la lumière des faisceaux pièges. En plus de la lumière diffusée par le faisceau sonde, on mesurait donc aussi la lumière diffusée par les faisceaux lasers servant au piégeage et au refroidissement. Les faisceaux de piégeage peuvent aussi modifier les propriétés de diffusion du gaz d'atomes froids (saturation, déplacement lumineux, effet non-linéaire: mélange à quatre ondes). Pendant la mesure de la rétrodiffusion cohérente de la lumière, nous devons aussi couper le gradient de champ magnétique car les propriétés de diffusion des atomes sont sensibles au champ magnétique (effet Faraday, effet Hanle).

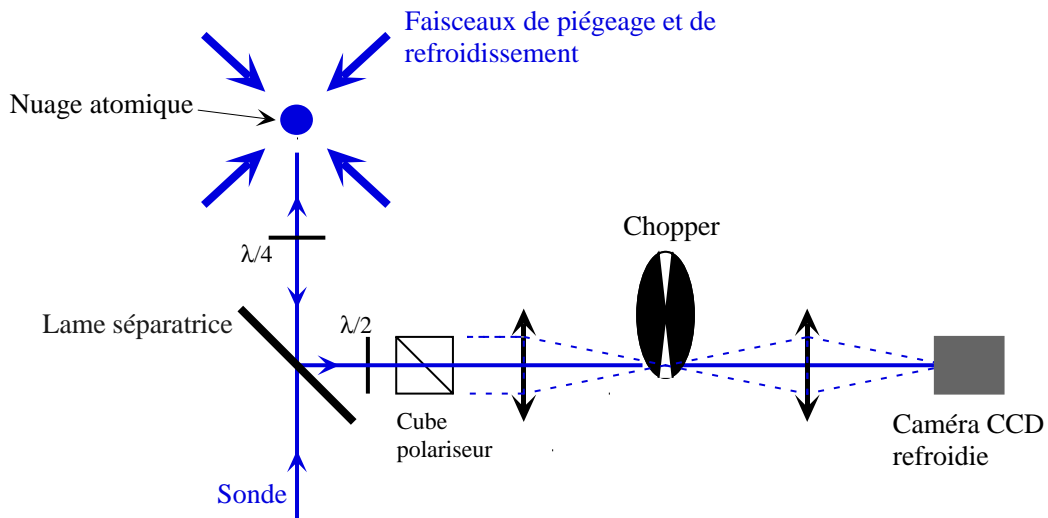


FIG. 1.27 – Montage expérimental permettant de mesurer la rétrodiffusion cohérente de la lumière sur un gaz d'atomes froids.

La mesure de la rétrodiffusion cohérente nécessite donc une séquence tempo-

relle divisée en deux phases. Pendant la première phase, les atomes sont refroidis et piégés dans le piège magnéto-optique. Pendant la seconde phase, les faisceaux de piégeage et le gradient de champ magnétique sont coupés, on envoie sur le nuage d'atomes froids un faisceau sonde et on recueille la lumière diffusée dans la direction arrière sur la CCD.

La coupure et l'allumage des faisceaux sont réalisés grâce à des modulateurs acousto-optiques (voir page 121). On obtient avec cette méthode un temps de coupure très court ($0.1 \mu s$) et une extinction très bonne (10^{-5}). La technique de coupure du gradient de champ magnétique a été décrite page 90. Pour le gradient de champ magnétique $dB/dz = 70 G.cm^{-1}$ utilisé dans l'expérience, le champ magnétique est coupé à mieux que 10% au bout d'un temps de $120 \mu s$.

Afin de ne pas acquérir la lumière émise par le nuage d'atomes pendant la phase de piégeage et de refroidissement, on utilise un chopper mécanique synchroniser avec la séquence temporelle qui coupe la lumière provenant du nuage pendant la phase de piégeage. Le chopper est placé au foyer de la lentille où on est censé analyser la distribution angulaire de la lumière diffusée. On utilise une lentille qui transporte l'image au niveau du chopper sur la caméra CCD (voir figure 1.27).

La séquence temporelle utilisée pour acquérir le signal de rétrodiffusion cohérente est décrite sur la figure 1.28. Nous allons donner les raisons qui nous ont menés à choisir cette séquence temporelle.

La mesure de l'intensité diffusée par la sonde ne peut pas être effectuée juste après la coupure des faisceaux du piège et du champ magnétique. Il faut en effet attendre que le chopper découvre complètement le champ de l'image de la CCD. Avec nos paramètres expérimentaux, on obtient un temps d'ouverture de $120 \mu s$. Le faisceau sonde sera donc envoyé sur le nuage atomique $120 \mu s$ après la coupure des faisceaux pièges et du champ magnétique.

Au moment où les atomes sont sondés, le gradient de champ magnétique est coupé à mieux que 10 %, le gradient de champ magnétique résiduel est donc égal à $dB/dz = 7 G/cm^{-1}$. Comme le nuage atomique a un diamètre de $2 mm$ (4σ), les atomes verront au maximum un champ magnétique égal à $0.7 G$. En incluant les différents champs magnétiques parasites présent sur l'expérience, on estime que les atomes voient un champ magnétique inférieur à $1 G$. Nous verrons dans la suite que ce champ magnétique résiduel n'est pas gênant pour l'expérience.

La durée de la phase de sonde est limitée par l'expansion du nuage. L'épaisseur optique du nuage reste constante uniquement pendant un temps de l'ordre de $220 \mu s$ (voir figure 2.37 page 136). Comme la coupure du gradient de champ magnétique et l'ouverture complète du chopper prennent un temps de $120 \mu s$, la durée de la phase où on acquiert le cône rétrodiffusion cohérente sera choisie égale à $\tau_s = 100 \mu s$ afin de sonder un nuage d'atomes avec une épaisseur optique constante.

Afin que la caméra n'acquière pas la lumière provenant des faisceaux pièges, on attend un temps de $120 \mu s$ après la coupure du faisceau sonde qui permet au

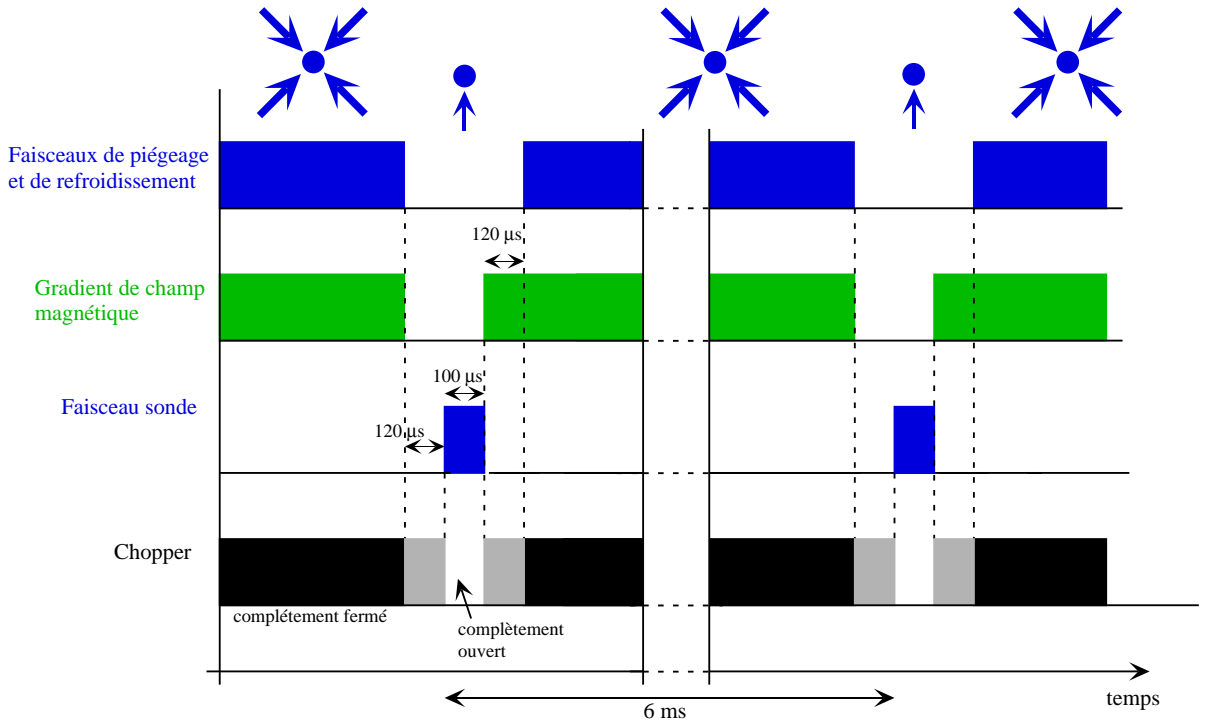


FIG. 1.28 – Séquence temporelle utilisée pour mesurer le cône de rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de strontium.

chopper de complètement masquer le champ de l'image sur la CCD.

La durée de la phase de piégeage et de refroidissement du strontium doit être choisie suffisamment longue pour atteindre le régime stationnaire et donc avoir un maximum d'atomes dans le piège. Ce critère nous a amené à choisir une durée de la phase de piégeage et de refroidissement de l'ordre de 6 ms .

Intensité et désaccord du faisceau sonde

Nous avons choisi d'utiliser un faisceau sonde en résonance avec la transition atomique ($\delta_L = 0$). L'épaisseur optique et donc le signal de diffusion multiple sont ainsi maximisés.

L'intensité du faisceau sonde doit être la plus élevée possible afin de recueillir le plus de signal de la lumière diffusée par le nuage d'atomes froids et donc d'obtenir un signal de rétrodiffusion cohérente le moins bruité possible. Cependant, une intensité trop forte du faisceau sonde peut modifier les propriétés de diffusion du nuage d'atomes froids. En premier lieu, l'intensité de la sonde doit être très inférieure à l'intensité de saturation de la transition 42.7 mW.cm^{-2} . En effet, lorsque l'intensité laser est supérieure ou de l'ordre à l'intensité de saturation, les propriétés de diffusion changent (diminution de la section efficace de diffusion,

diffusion inélastique, non-linéarités). L'intensité de la sonde doit être aussi suffisamment basse pour ne pas induire d'effet mécanique sur le nuage. La vitesse que le faisceau sonde communique aux atomes doit être très petite devant la largeur en vitesse de la transition Γ/k . Le déplacement du nuage induit par le faisceau sonde doit être très inférieur à la taille du nuage. Nous avons donc choisi une intensité du faisceau sonde égale à $0.85 \text{ mW.cm}^2 = 0.02 I_{\text{sat}}$. La vitesse acquise par les atomes pendant la phase de sonde est égale à $2 \text{ m.s}^{-1} \ll \Gamma/k = 15 \text{ m.s}^{-1}$. Le déplacement du nuage pendant la phase de sonde est égal à $100 \mu\text{m}$ qui est très petit devant la taille du nuage ($\sigma = 0.5 \text{ mm}$).

Réglage des éléments polarisants

Le réglage des éléments de polarisation qui définissent les canaux de polarisation est un point critique pour la mesure de la rétrodiffusion cohérente sur notre gaz d'atomes froids de strontium. En effet, la relative faible épaisseur optique de notre nuage ($b = 2, 3$) et sa forme gaussienne conduisent à une intensité de diffusion simple très importante par rapport à l'intensité de diffusion multiple. Le strontium étant un diffuseur à symétrie sphérique (moment magnétique nul dans l'état fondamental), l'intensité de diffusion simple doit être nulle dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$ (voir page 181). Or, comme la diffusion simple est très importante devant la diffusion multiple, un léger défaut des canaux de polarisation conduit à une intensité de diffusion simple non négligeable dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$. Il faut donc un très bon réglage des éléments de polarisation pour obtenir une intensité de diffusion simple nulle dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$.

Pour des diffuseurs classiques, le réglage des éléments de polarisation est effectué en remplaçant l'échantillon diffusant par un miroir et en annulant l'intensité revenant dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$. Cette procédure de réglage ne peut cependant pas être appliquée au cas de notre nuage d'atomes froids. En effet, on ne peut pas placer le miroir au niveau du nuage et le placement du miroir à l'extérieur de la cellule conduit à un mauvais réglage des éléments polarisants car les fenêtres de la cellule sont légèrement biréfringentes.

Le réglage des éléments de polarisation a donc été effectué en minimisant directement la lumière diffusée dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$ pour un nuage de très faible épaisseur optique pour lequel la diffusion multiple est négligeable devant la diffusion simple. Ainsi, avec cette procédure on minimise directement l'intensité de diffusion simple dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$. On obtient une extinction de la diffusion simple dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$ égale à $5 \cdot 10^{-3}$. On peut noter que si la diffusion simple des atomes de strontium est dépolarisée par un champ magnétique résiduel, cette procédure de réglage conduit à modifier légèrement les canaux de polarisation afin d'éliminer la diffusion simple dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$.

Acquisition du signal de rétrodiffusion cohérente.

Pendant un cycle de la séquence temporelle, la caméra acquiert en moyenne $0.05 \text{ photons/pixel}$ provenant de la lumière diffusée par le nuage d'atomes froids (canal $h \parallel h$). Afin d'obtenir un signal suffisamment important et d'avoir un rapport signal à bruit convenable, on intègre pendant 15 minutes soit $1.5 \cdot 10^5$ cycles. Pour éliminer la lumière parasite présente sur l'image, on réalise une autre acquisition de 15 minutes sans atomes et on soustrait cette image à celle obtenue avec atomes. L'acquisition sans atomes a été effectuée en coupant le gradient de champ magnétique du piège magnéto-optique. Nous avons vérifié que le signal de fluorescence des atomes de strontium résiduels était négligeable.

1.5.2 Résultats expérimentaux

Nous avons réalisé une première série d'acquisition du cône de rétrodiffusion cohérente dans les quatre canaux de polarisation avec un nuage d'épaisseur optique $b = 2.0$. La procédure de mesure de l'épaisseur optique est décrite page 136. Pour cette série d'acquisition, nous avons regroupé par quatre (2×2) les pixels de la caméra ("binning") afin d'obtenir plus de signal et donc avoir un meilleur rapport signal à bruit sur les images. Cette procédure diminue cependant la résolution angulaire de notre système de détection. Les résultats obtenus avec cette première série d'acquisition sont donnés sur la figure 1.30.

Une deuxième acquisition du cône de rétrodiffusion cohérente a été effectuée dans le canal $h \parallel h$ avec un nuage atomique d'épaisseur optique $b = 2.9$. Cette fois ci, nous avons utilisé la caméra sans regrouper les pixels afin d'obtenir une meilleure résolution angulaire. Le cône de rétrodiffusion cohérente obtenu est donné sur la figure 1.29.

Nous avons déterminé le facteur d'amplification sur les différentes images avec la procédure décrite page 196. Les barres d'erreurs données pour les facteurs d'amplification A et les largeurs à mi-hauteur $\Delta\theta$ correspondent à un intervalle de confiance de 95 % c'est à dire de $\pm 2\sigma$ où σ représente l'écart type. Ces barres d'erreur ont été estimées à partir du bruit sur les images (on a essentiellement du bruit de photon) et de la non-uniformité du fond incohérent de diffusion.

La première constatation à effectuer sur les résultats de la rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de strontium est que l'on retrouve un facteur d'amplification proche de 2 dans le canal $h \parallel h$ ($A = 1.86 \pm 0.10$) alors que sur rubidium, on avait un facteur d'amplification de seulement 1.05. Ce résultat confirme donc que c'est la structure interne dégénérée de l'état fondamental qui conduit à un faible facteur d'amplification dans le canal $h \parallel h$ sur rubidium.

Les caractéristiques des cônes de rétrodiffusion cohérente dans les quatre canaux de polarisation traduisent une proportion de diffusion simple très importante par rapport à la diffusion multiple. En effet, dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$ où la diffusion simple est rejetée, on obtient un fond incohérent de diffusion I_{fond} très

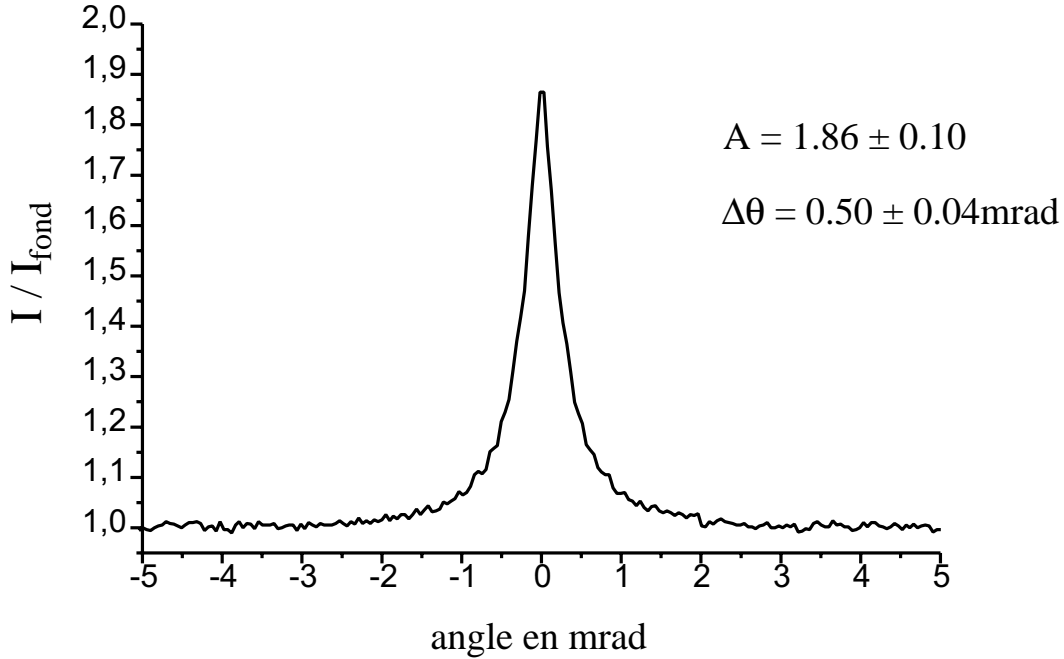


FIG. 1.29 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de strontium (épaisseur optique $b=2.9$) dans le canal $h \parallel h$. Le cône représenté résulte d'une moyenne angulaire.

faible par rapport aux canaux $h \perp h$ et $l \parallel l$ où la diffusion simple est présente. Une intensité de diffusion simple importante explique aussi le faible facteur d'amplification observée dans le canal $l \parallel l$ où la réciprocité assure l'égalité entre I_L et $I_C(0)$. Cette proportion élevée de diffusion simple est causée par une épaisseur optique du nuage atomique assez faible ($b = 2$) et par la géométrie gaussienne du nuage qui renforce encore la proportion de diffusion simple.

Dans le canal $l \perp l$, bien que la réciprocité n'assure pas l'égalité entre I_L et $I_C(0)$, on obtient un facteur d'amplification relativement important $A = 1.59$. Ceci s'explique par le fait que les ordres faibles de diffusion sont dominants. En effet, pour la diffusion double, les amplitudes entre les chemins de diffusion renversés sont égales. Et pour des ordres faibles de diffusion multiple, les amplitudes entre les chemins renversés sont assez proches en moyenne. Le faible facteur d'amplification dans le canal $h \perp h$ par rapport au canal $l \perp l$ s'explique par le fait que le canal $h \perp h$ ne rejette pas la diffusion simple qui est très importante.

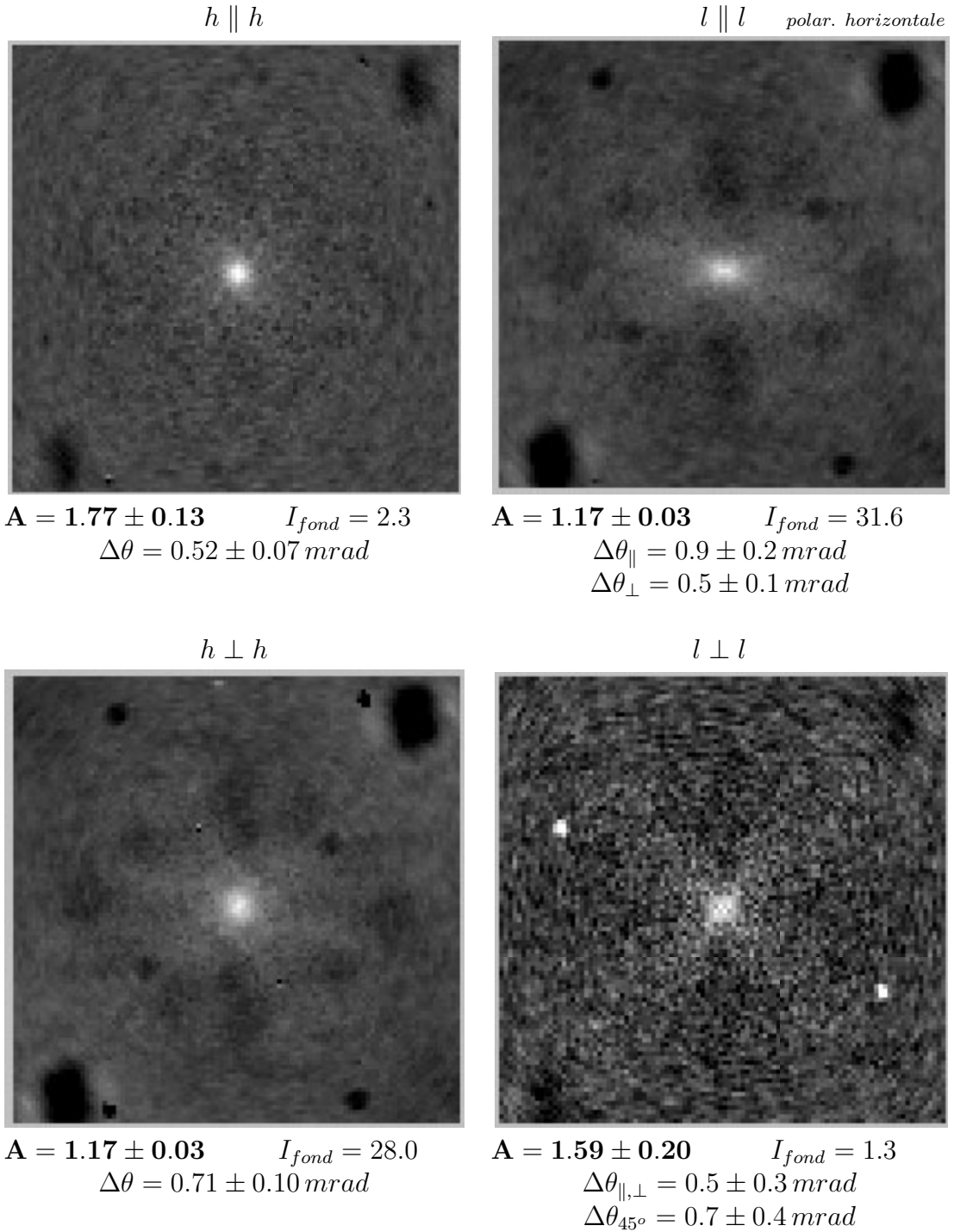


FIG. 1.30 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur un nuage d'atomes froids de strontium (épaisseur optique $b=2$). L'intensité du fond $I_{fond} = I_S + I_L$ est donnée en unité arbitraire. Le champ angulaire des images correspond à $9.66 \times 9.66 \text{ mrad}$. Les indices \parallel , \perp et 45° signifient que la largeur à mi-hauteur $\Delta\theta$ est donnée suivant une coupe parallèle, orthogonale ou à 45° par rapport à la polarisation incidente. Afin d'améliorer le rapport signal à bruit, les images ont été symétrisées et ont subi une moyenne angulaire partielle sur un secteur de quelques degrés.

Dans les canaux $l \parallel l$ et $l \perp l$, le cône de rétrodiffusion cohérente obtenu n'est pas isotrope. On obtient un cône allongé suivant le sens de la polarisation en $l \parallel l$ et un cône en forme de trèfle dans le canal $l \perp l$. Ces anisotropies résultent du diagramme de rayonnement anisotrope du strontium (rayonnement dipolaire). La forme des cônes dans les canaux $l \perp l$ et $l \parallel l$ s'explique par la forme du diagramme de rayonnement dipolaire et par le fait que la forme du cône est donnée par la transformée de Fourier de la probabilité $P(\overrightarrow{\Delta r}_\perp)$ d'être diffusé par un chemin de diffusion dont la position du diffuseur de sortie par rapport au diffuseur d'entrée est $\overrightarrow{\Delta r}_\perp$.

1.5.3 Pourquoi $A < 2$ dans le canal $h \parallel h$

Nous avons obtenu dans le canal $h \parallel h$ ($b=2.9$) un facteur d'amplification égal à $A = 1.86 \pm 0.10$ légèrement inférieur à la prévision théorique $A = 2$. Dans cette partie, nous essayerons de déterminer si cet écart par rapport à la prévision théorique peut être expliqué par les limitations expérimentales.

Une simulation de Monte Carlo qui sera décrite dans la suite nous indique que la taille finie du faisceau laser utilisé pour l'expérience ($w_0 = 2.5 \text{ mm}$) ne conduit pas à une diminution mesurable du facteur d'amplification ($\delta A \sim 10^{-3}$) pour notre nuage d'atomes froids de strontium (densité avec un profil gaussien d'écart type $\sigma \sim 0.5 \text{ mm}$).

La résolution angulaire finie de notre système de détection estimée à 0.1 mrad est par contre une source de diminution du facteur d'amplification. En convoluant la forme du cône obtenue avec la simulation de Monte Carlo par une gaussienne de la largeur à mi-hauteur 0.1 mrad , on obtient une diminution du facteur d'amplification d'un facteur $\delta A \simeq 0.06$. Nous considérons donc que la résolution angulaire de notre système de détection conduit à une diminution du facteur d'amplification mesurée égale à $\delta A \simeq 0.06$.

A cause des défauts de polarisation, l'extinction de la diffusion simple dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$ n'est pas parfaite. Nous avons mesuré dans ces canaux une extinction de la diffusion simple égale $5 \cdot 10^{-3}$. En utilisant le rapport entre l'intensité de diffusion simple et l'intensité de diffusion multiple donné par la simulation de Monte Carlo, on trouve qu'une extinction de $5 \cdot 10^{-3}$ de la diffusion simple dans le canal $h \parallel h$ conduit à une diminution du facteur d'amplification d'un facteur $\delta A \simeq 0.03$.

Une autre source diminution du facteur d'amplification est la présence d'un champ magnétique résiduel. L'effet de la dépolarisation de la diffusion simple par un champ magnétique résiduel a été déjà pris en compte dans la mesure de l'extinction égale à $5 \cdot 10^{-3}$ de la diffusion simple dans le canal $h \parallel h$. Le champ magnétique peut aussi diminuer le facteur d'amplification par l'intermédiaire de l'effet Faraday qui conduit à déséquilibrer les amplitudes entre les chemins de diffusion renversés. En utilisant les résultats de la référence [81], on trouve que

l'ordre de grandeur de la diminution du facteur d'amplification est égal à :

$$\delta A = 1 - \cos\left(\frac{2\mu_B B}{\hbar\Gamma}\right) \simeq 0.004 \quad \text{pour } B = 1 G$$

On peut donc conclure que le champ magnétique résiduel estimé inférieur à 1 G ne devrait pas conduire à une diminution mesurable du facteur d'amplification.

On obtient finalement en tenant compte des limitations expérimentales un facteur d'amplification dans le canal $h \parallel h$ égale à $A = 1.91$ qui est consistant avec la mesure expérimentale donnant $A = 1.86 \pm 0.10$.

Le facteur d'amplification dans le canal $h \parallel h$ pour la première série d'acquisition ($b = 2.0$, pixels de la caméra regroupés 2×2) est égal à $A = 1.77 \pm 0.13$ inférieur au facteur d'amplification $A = 1.86 \pm 0.13$ mesuré avec la deuxième acquisition ($b = 2.9$, pixels non regroupés). Cette différence s'explique par le fait que lorsque les pixels de la caméra sont regroupés 2×2 , la résolution angulaire du système de détection est moins bonne. De plus, comme l'épaisseur optique est plus faible, la proportion de diffusion simple est plus importante et donc la diminution du facteur d'amplification causée par la mauvaise extinction de la diffusion simple est plus importante. En effectuant un raisonnement analogue à celui précédemment effectué, on trouve que les limitations expérimentales réduisent le facteur d'amplification de 2 à 1.87 ce qui est consistant avec la mesure expérimentale $A = 1.77 \pm 0.13$.

1.5.4 Comparaison avec une simulation de Monte Carlo

Comme on connaît parfaitement les propriétés de diffusion de l'atome de strontium, il est possible de réaliser une comparaison quantitative entre les résultats expérimentaux et un calcul théorique du cône de rétrodiffusion cohérente. A cause du profil de densité gaussien de notre nuage atomique, il est difficile de réaliser un calcul analytique du cône de rétrodiffusion cohérente. Le calcul du cône de rétrodiffusion cohérente a donc été effectué grâce à une simulation de Monte Carlo. Cette simulation de Monte Carlo réalisée par D. Delande calcule le cône de rétrodiffusion cohérente pour des diffuseurs atomiques (transition $J = 0 \rightarrow J = 1$) et pour un profil de densité gaussien ($n(r) \propto e^{-r^2/2\sigma_r^2}$). La taille finie du faisceau laser peut être aussi prise en compte. Les détails sur ce Monte Carlo sont donnés dans les références [85] [86].

Les cônes de rétrodiffusion cohérente calculés par le Monte Carlo dépendent de l'épaisseur optique du nuage b et du profil de densité. L'épaisseur optique utilisée dans le calcul de Monte Carlo est celle qui a été mesurée expérimentalement ($b = 2.0$ pour la première série d'acquisition et $b = 2.9$ pour la deuxième série). La détermination du profil de densité du nuage a été réalisée en éclairant le nuage avec le faisceau sonde et en réalisant l'image du nuage sur la caméra (voir page 134). On obtient alors une distribution gaussienne avec pour écarts types $\sigma_x = 0.57 \text{ mm}$, $\sigma_y = 0.73 \text{ mm}$ pour la première série d'acquisition ($b = 2.0$) et

$\sigma_x = 0.45 \text{ mm}$, $\sigma_y = 0.46 \text{ mm}$ pour la deuxième série d'acquisition ($b = 2.9$). Cependant, comme l'épaisseur optique du nuage pour le faisceau sonde n'est pas négligeable (contribution de la diffusion multiple non négligeable), cette mesure surestime la taille du nuage. Pour obtenir une détermination précise du profil de densité atomique, il aurait fallu utiliser un faisceau sonde désaccordé $\delta_L \neq 0$ afin que l'épaisseur optique du nuage pour le faisceau sonde soit petite. La dimension du nuage atomique sera donc un paramètre ajustable dans la comparaison entre expérience et Monte Carlo. La simulation de Monte Carlo montre que l'anisotropie du nuage mesuré n'a pas de conséquence sur les caractéristiques du cône de rétrodiffusion cohérente à la précision des mesures expérimentales. Les résultats des simulations de Monte Carlo ont donc été effectués avec un profil de densité gaussien isotrope.

La taille du nuage atomique pour une épaisseur optique fixe ne modifie pas la forme du cône et le facteur d'amplification, elle agit uniquement sur l'échelle angulaire du cône. L'échelle angulaire des cônes obtenus avec la Monte Carlo est donc choisie pour que les largeurs des cônes dans le canal $h \parallel h$ coïncident. Cet ajustement de l'échelle angulaire donne une surestimation de notre mesure de la taille du nuage d'un facteur 1.4. Dans les résultats montrés, les largeurs à mi-hauteur dans les canaux $h \parallel h$ seront donc par définition identiques. La comparaison entre le Monte Carlo et les résultats expérimentaux portera uniquement sur les largeurs relatives des cônes dans les différents canaux.

Afin de tenir compte des limitations expérimentales dans la mesure de la rétrodiffusion cohérente, nous avons affecté les résultats du Monte Carlo par la résolution angulaire finie du système de détection et par les défauts d'extinction de la diffusion simple dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$.

Sur le tableau 1.1, nous avons reporté les caractéristiques des cônes de rétrodiffusion cohérente ($b = 2.0$) mesurés expérimentalement et calculés par le Monte Carlo. On constate un excellent accord entre les résultats expérimentaux et le Monte Carlo affecté des limitations expérimentales pour les fonds incohérents de diffusion, les facteurs d'amplification et les largeurs relatives des cônes dans les quatre canaux de polarisation. La seule donnée expérimentale qui ne coïncide aux barres d'erreur près avec la simulation de Monte Carlo affectée des limitations expérimentales est le facteur d'amplification dans le canal $l \parallel l$. Cette différence pourrait peut être s'expliquer par les fluctuations de l'épaisseur optique du nuage au court des différentes mesures. En effet, dans ce canal, le facteur d'amplification est uniquement déterminé par la proportion de diffusion simple qui dépend fortement de l'épaisseur optique.

Sur la figure 1.31, nous avons comparé le cône de rétrodiffusion cohérente mesuré expérimentalement dans le canal $h \parallel h$ pour une épaisseur optique $b = 2.9$ avec le cône calculé avec le Monte Carlo affecté des limitations expérimentales. On constate un excellent accord sur la forme du cône et le facteur d'amplification.

Afin de confirmer l'interprétation des facteurs d'amplification obtenus dans les

		$h \parallel h$	$h \perp h$	$l \parallel l$	$l \perp l$
Fond	Exp.	7.5%	92.5%	96.0%	4.0%
	MC	7.8%	92.2%	95.5%	4.5%
	MC*	7.8%	92.2%	95.5%	4.5%
A	Exp.	1.77 ± 0.13	1.17 ± 0.03	1.17 ± 0.03	1.59 ± 0.20
	MC	2	1.20	1.24	1.74
	MC*	1.87	1.19	1.22	1.62
$\Delta\theta_{\parallel}$ (mrad)	Exp.	0.52 ± 0.07	0.71 ± 0.10	0.9 ± 0.2	0.5 ± 0.3
	MC	0.48	0.69	0.92	0.51
	MC*	0.52	0.75	0.98	0.49
$\Delta\theta_{\perp}$ (mrad)	Exp.	//	//	0.5 ± 0.1	//
	MC	//	//	0.51	//
	MC*	//	//	0.49	//
$\Delta\theta_{45^\circ}$ (mrad)	Exp.	//	//		0.7 ± 0.4
	MC	//	//		0.6
	MC*	//	//		0.59

TAB. 1.1 – Comparaison des caractéristiques du cône de rétrodiffusion cohérente entre les mesures expérimentales (Exp.) et la simulation de Monte Carlo (MC) pour un nuage atomique d'épaisseur optique $b=2.0$. La simulation de Monte Carlo a été effectuée avec un profil de densité gaussien isotrope d'écart type 0.45 mm. Dans les lignes MC*, les résultats du Monte Carlo ont été affectés par les limitations expérimentales. La ligne indiquée par "fond" représente la contribution relative du canal à l'intensité du fond incohérent $I_{\text{fond}} = I_S + I_L$. La ligne indiquée "A" représente le facteur d'amplification. Les lignes indiquées par " $\Delta\theta_{\parallel, \perp, 45^\circ}$ " représentent la largeur à mi-hauteur du cône suivant une coupe parallèle, orthogonale ou à 45° par rapport à la polarisation incidente.

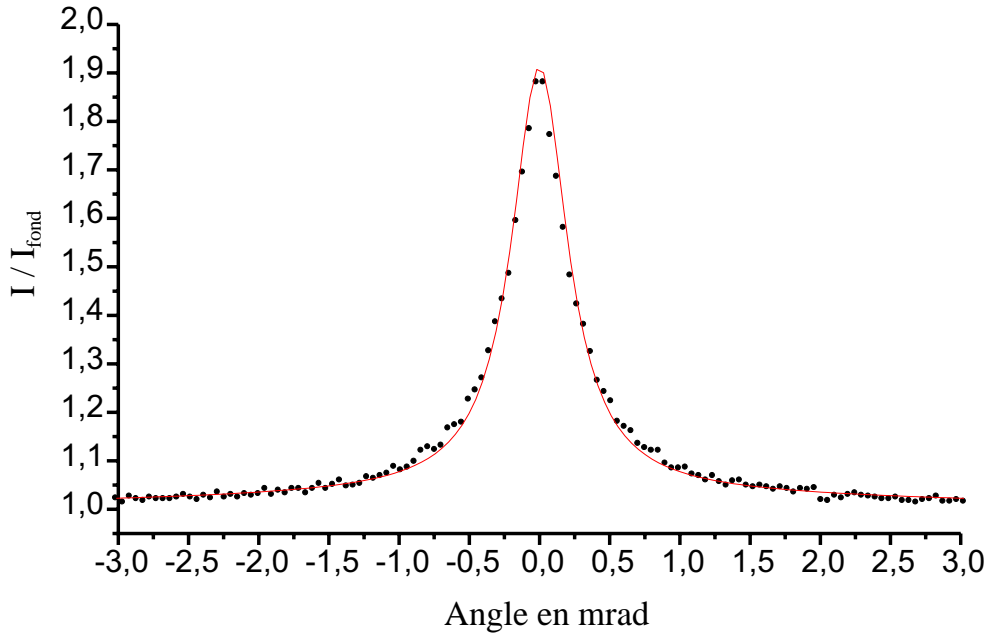


FIG. 1.31 – Cône de rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de strontium (épaisseur optique $b=2.9$) dans le canal $h \parallel h$. La mesure expérimentale est représentée par des points. La ligne représente le résultat d'une simulation de Monte Carlo ($b = 2.9$, profil de densité gaussien isotrope $\sigma = 0.45$ mm) où on a tenu compte des limitations expérimentales.

différents canaux de polarisation, nous avons reporté sur la figure 1.32 la proportion relative des différents ordres de diffusions et sur la figure 1.33 le contraste de l'interférence I_C/I_L en fonction de l'ordre de diffusion. On retrouve que $I_C/I_L = 1$ quel que soit l'ordre de diffusion dans les canaux $l \parallel l$ et $h \parallel h$ où on peut appliquer la réciprocité. Dans les canaux $h \perp h$ et $l \perp l$, I_C/I_L est égal à 1 pour la diffusion double et diminue ensuite en fonction de l'ordre de diffusion. Dans les canaux $h \perp h$ et $l \parallel l$, l'intensité diffusée est dominée par la diffusion simple $\sim 80\%$. Ceci conduit donc au faible facteur d'amplification mesuré dans ces canaux. Enfin, on retrouve que la diffusion simple est nulle dans les canaux $h \parallel h$ et $l \perp l$. Comme l'intensité diffusée est dominée par les ordres de diffusion pour lesquels on a bon contraste d'interférence, on obtient un facteur d'amplification relativement élevé dans le canal $l \perp l$.

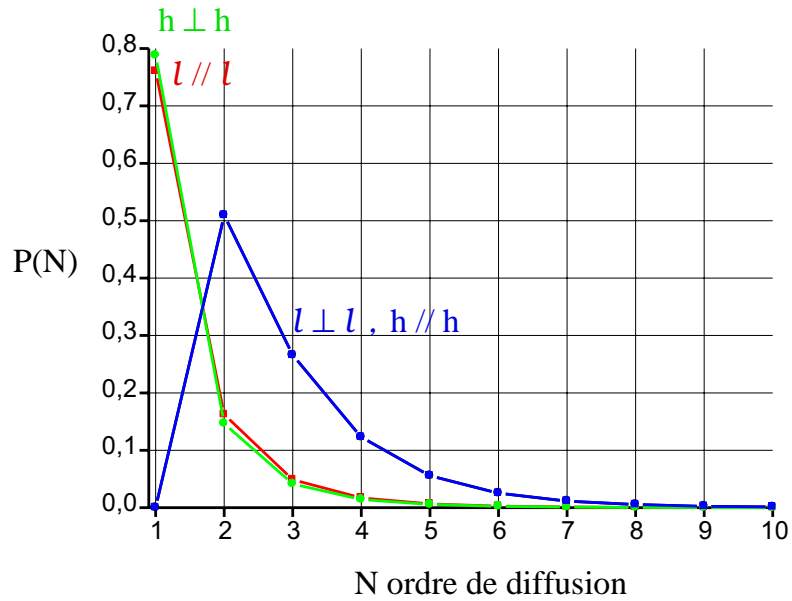


FIG. 1.32 – Proportion relative des différents ordres de diffusion au fond incohérent de diffusion. Les données proviennent des résultats de la simulation de Monte Carlo ($b=2.0$, profil de densité gaussien isotrope).

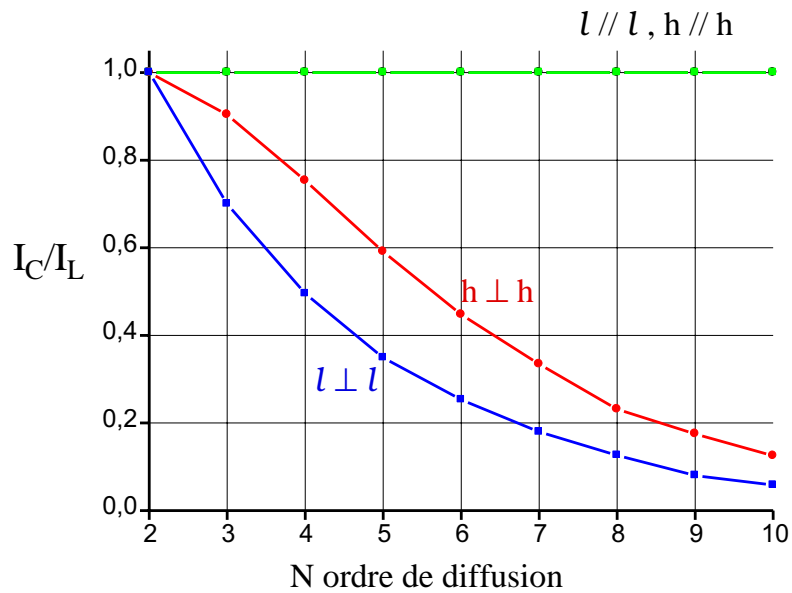


FIG. 1.33 – Contraste de l'interférence en fonction de l'ordre de diffusion N . Les données proviennent des résultats de la simulation de Monte Carlo ($b=2.0$, profil de densité gaussien isotrope).

Conclusion

Nous avons mesuré le cône de rétrodiffusion cohérente sur un gaz d'atomes froids de strontium. Nous avons obtenu dans le canal $h \parallel h$ un facteur d'amplification égal à $A = 1.86 \pm 0.10$. En tenant compte des limitations expérimentales, ce facteur d'amplification mesuré est en accord avec la prévision théorique $A = 2$. Dans nos conditions expérimentales, il n'existe donc pas de mécanismes qui réduisent, à la précision expérimentale près, l'effet des interférences en diffusion multiple. Comme le strontium ne possède pas de structure interne dégénéré dans son état fondamental, ce résultat confirme que le faible facteur d'amplification ($A = 1.05$) mesuré sur rubidium est causé par la structure interne dégénéré de l'état fondamental du rubidium.

Les cônes de rétrodiffusion cohérente mesurés dans les quatre canaux de polarisation sont en bon accord avec les résultats d'une simulation de Monte Carlo. Dans le régime étudié, les interférences en diffusion multiple semblent donc être bien décrites par le modèle utilisé dans le calcul de Monte Carlo.

Il serait à présent intéressant de mesurer la rétrodiffusion cohérente dans les régimes nouveaux qui sont accessibles avec un gaz d'atomes froids. Par exemple, on peut envisager de réaliser une étude de la diffusion multiple dans un régime de saturation de la transition atomique ($I \gtrsim I_{sat}$). Le rôle de la diffusion inélastique dans les interférences en diffusion multiple reste une question ouverte. En chauffant volontairement notre nuage atomique, il serait aussi possible d'étudier comment le mouvement des diffuseurs brisent les interférences en diffusion multiple.

Cette étude de la rétrodiffusion cohérente nous indique qu'un gaz d'atomes froids de strontium est un milieu prometteur pour observer la localisation forte de la lumière. En effet, comme les interférences jouent un rôle crucial dans le mécanisme de localisation forte, l'utilisation du strontium où les interférences en diffusion multiple se manifestent pleinement semble être un choix judicieux. Actuellement la densité de strontium n'est pas suffisante pour atteindre le régime de localisation forte. Il existe cependant des techniques prometteuses [21] [22] basées sur l'utilisation de la transition d'intercombinaison du strontium qui permettent d'augmenter considérablement la densité spatiale. La suite de cette thèse sera donc consacrée à la transition d'intercombinaison du strontium.

Troisième partie
Transition étroite

Le strontium possède une transition étroite de largeur 7.6 kHz à partir de son état fondamental. Cette transition à 689 nm qui relie l'état singulet 1S_0 à l'état triplet 3P_1 (voir annexe A) est appelée transition d'intercombinaison. Cette transition étroite présente un intérêt fort pour le piégeage et le refroidissement d'atomes par laser. La réalisation d'un piège magnéto optique en utilisant un laser résonnant avec cette transition étroite permet d'obtenir à la fois une température très basse et une densité spatiale élevée.

La force de pression de radiation d'un laser résonnant avec cette transition étroite est très sélective en vitesse. La vitesse pour laquelle le changement de fréquence associé à l'effet Doppler est égal à la largeur naturelle de la transition est égale à 5.2 mm.s^{-1} . Cette vitesse est légèrement inférieure à la vitesse de recul $v_{rec} = 6.6\text{ mm.s}^{-1}$ correspondant au changement de vitesse de l'atome associé à l'absorption ou à l'émission d'un photon. Grâce à cette très grande sélectivité en vitesse, un simple refroidissement Doppler sur cette transition étroite permet d'obtenir une température de 400 nK correspondant à la température de recul.

La transition d'intercombinaison du strontium est juste suffisamment large pour permettre à la force de pression de radiation de vaincre la gravité et donc de pouvoir piéger les atomes. La finesse de la transition permet d'obtenir une densité spatiale très élevée dans un piège magnéto-optique. Habituellement, la densité spatiale dans un piège magnéto-optique sur une transition large est limitée par la diffusion multiple. La réabsorption des photons diffusés par les atomes conduit à une force de répulsion entre les atomes et limite donc la densité. Cependant pour une transition étroite, la diffusion multiple est fortement réduite. En effet, à cause du recul, la fréquence d'un photon diffusée est diminuée en moyenne de la fréquence de recul. Ainsi, comme la largeur de la transition est voisine du recul, ce photon diffusé se retrouve en dehors de résonance avec les autres atomes et donc la probabilité qu'il soit rediffusé est faible. La finesse de la transition permet ainsi de réduire la diffusion multiple et donc d'obtenir une densité spatiale très élevée.

H. Katori a montré que la réalisation d'un piège magnéto-optique sur cette transition étroite permet d'obtenir un gaz d'atomes froids avec une densité spatiale élevée ($10^{12}\text{ atomes/cm}^3$) et une température très basse (400 nK) [21]. La densité dans l'espace des phases correspondante est égale à $n\lambda_{DB}^3 \simeq 0.01$. En utilisant en plus un piège dipolaire, H. Katori a réussi à encore augmenter la densité dans l'espace des phases $n\lambda_{DB}^3 \simeq 0.1$ [22] étant ainsi proche du seuil de condensation. Le strontium s'avère donc être un bon candidat pour obtenir un condensat de Bose Einstein de manière optique sans évaporation.

Pour notre thématique de diffusion multiple, la transition d'intercombinaison est aussi très intéressante. Les techniques de piégeage et de refroidissement utilisant la transition étroite sont prometteuses pour atteindre une densité spatiale suffisamment élevée pour être dans le régime de localisation forte de la lumière. Dans la perspective de l'étude de la diffusion multiple d'ondes de matière, la transition d'intercombinaison est aussi intéressante car elle permet d'obtenir grâce à

un refroidissement jusqu'à la température de recul des ondes matières cohérentes ($\lambda_{DB} = \lambda_{opt}$).

La réalisation de ces techniques de piégeage et de refroidissement utilisant la transition étroite demande un laser à 689 nm stabilisé en fréquence au kHz. Le premier chapitre de cette partie sera donc consacré à la réalisation de ce laser. A cette occasion, nous verrons comment décrire les propriétés spectrales d'un laser et comment interviennent ces propriétés spectrales dans l'interaction du laser avec un système physique. Dans le second chapitre, nous présenterons une étude théorique du refroidissement Doppler sur une transition étroite.

Chapitre 1

Laser stabilisé en fréquence

Afin de réaliser des expériences sur la transition d'intercombinaison du strontium (largeur naturelle 7 kHz), nous avons besoin d'un laser stabilisé en fréquence à 689 nm. Un laser standard qui a une largeur de raie de l'ordre du MHz ne peut pas résoudre cette transition. Nous devons donc rétrécir la largeur de raie de notre laser en asservissant sa fréquence sur une référence. Des techniques d'asservissement qui permettent de réduire la largeur de raie d'un laser de plusieurs ordres de grandeurs ont été développées à partir des années 80 [96]. Actuellement, on peut obtenir une stabilité en fréquence allant jusqu'à 10^{-16} [101].

Ces lasers stabilisés en fréquence ont de nombreuses applications. On les retrouve par exemple dans les horloges atomiques où un laser stabilisé en fréquence sur une transition étroite sert de référence de temps. L'extraordinaire stabilité de ces lasers permet aussi de détecter des effets physiques très petits. On peut ainsi réaliser des tests en physique fondamentale (détection d'ondes gravitationnelles, dérives de constantes physiques...).

Dans ce chapitre, nous allons décrire la réalisation de notre laser stabilisé en fréquence. Afin de pouvoir caractériser notre laser, nous allons commencer par étudier les outils qui permettent de décrire les propriétés spectrales d'un laser. Puis, nous analyserons l'influence de ces propriétés spectrales dans l'interaction d'un laser avec un système physique tel qu'un interféromètre ou une vapeur atomique.

1.1 Propriétés spectrales d'un laser

Dans un laser, la phase du champ électrique est soumise à différents types de perturbations. Ces fluctuations de phase se traduisent par un certain spectre de la lumière émise par le laser.

De nombreux processus physiques sont sources de ces fluctuations de phase. Le bruit acoustique, les variations de la pression atmosphérique et de la température, les fluctuations du taux de pompage... peuvent être responsables de variations de la longueur optique de la cavité laser qui se traduisent par un bruit sur la fréquence instantanée du laser et donc sur sa phase. Ces bruits techniques ne sont pas les seuls responsables du bruit de phase dans un laser. L'émission spontanée dans le mode laser provoque aussi des fluctuations de phase. Ceci impose une limite fondamentale à la largeur de raie d'un laser (largeur de Schawlow-Townes).

Dans cette partie, nous ne nous intéresserons pas aux phénomènes physiques qui sont à l'origine du bruit de phase. Nous supposerons que la phase du laser est une fonction aléatoire du temps caractérisée par certaines grandeurs statistiques. Nous décrirons dans un premier temps les grandeurs statistiques utilisées. Nous établirons par la suite le lien entre le spectre du laser et le bruit de phase. Nous illustrerons enfin ces propos avec des exemples particuliers de bruit.

1.1.1 Fonction aléatoire du temps

Cette partie a pour but de faire un résumé des notions à connaître sur les fonctions aléatoires pour décrire le bruit de phase d'un laser. On peut retrouver ces notions dans de nombreux ouvrages [91] [92].

Hypothèses

Soit $x(t)$ une fonction aléatoire réelle du temps. Nous supposerons qu'elle est **stationnaire** c'est à dire que les propriétés statistiques de la variable aléatoire $x(t)$ sont invariantes par translation dans le temps. Nous supposerons de plus que $x(t)$ est **ergodique**. Cette propriété indique que la moyenne sur les réalisations est égale à la moyenne temporelle. Une seule réalisation de $x(t)$ permet donc de déterminer les grandeurs statistiques associées à la fonction aléatoire $x(t)$. La fonction $x(t)$ sera bornée entre $-T$ et T afin d'éviter la divergence de certaines quantités comme par exemple l'énergie. Le temps T sera choisi suffisamment grand pour ne pas modifier les propriétés statistiques de la fonction aléatoire.

Ces hypothèses seront appliquées à toutes les fonctions aléatoires du temps rencontrées par la suite.

Moments de $x(t)$

On se limitera aux deux premiers moments¹ de $x(t)$. La **valeur moyenne** est définie par :

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (1.1)$$

Le second moment appelé **variance** est défini de la façon suivante :

$$\sigma_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (1.2)$$

La racine carrée de la variance est appelée l'écart type σ_x .

Propriétés temporelles et spectrales de la fonction aléatoire $x(t)$

Les propriétés temporelles d'une fonction aléatoire sont caractérisées par la **fonction d'autocorrélation** définie par :

$$R_x(\tau) = \langle x(t + \tau) x(t) \rangle \quad (1.3)$$

La stationnarité implique que la fonction d'autocorrélation $R_x(\tau)$ ne dépend que de τ . Elle entraîne aussi que $R_x(\tau)$ est paire. On peut également montrer que la fonction d'autocorrélation est maximum en $\tau = 0$ avec une valeur égale à : $R_x(0) = \sigma_x^2 + \langle x \rangle^2$. La valeur de la fonction d'autocorrélation à l'infini est égale à $R_x(\infty) = \langle x \rangle^2$.

Les propriétés spectrales d'une fonction aléatoire sont caractérisées par la **densité spectrale de puissance**. C'est par définition la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$S_x(\Omega) = \int R_x(\tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (1.4)$$

On peut obtenir la variance de $x(t)$ en intégrant la densité spectrale de puissance :

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int S_x(\Omega) d\Omega - \langle x \rangle^2 \quad (1.5)$$

Transformée de Fourier de $x(t)$

La transformée de Fourier de $x(t)$ est définie par :

$$\hat{x}(\Omega) = \int x(t) e^{-i\Omega t} dt \quad (1.6)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{x}(\Omega) e^{i\Omega t} d\Omega \quad (1.7)$$

1. Selon la loi de probabilité de $x(t)$, les moments ne sont pas toujours définis. Si la loi de probabilité de $x(t)$ est par exemple lorentzienne, les moments d'ordres supérieurs ou égaux à 2 divergent.

On peut directement relier la transformée de Fourier à certaines grandeurs statistiques. En utilisant les relations 1.1 et 1.6, on trouve que la valeur moyenne de $x(t)$ est proportionnelle à la transformée de Fourier de x en 0 :

$$\langle x \rangle = \frac{\widehat{x}(0)}{2T} \quad (1.8)$$

On rappelle que $x(t)$ est bornée entre $-T$ et T .

En utilisant les relations 1.1, 1.3, 1.4 et 1.6, on peut montrer que la densité spectrale de puissance est proportionnelle au module carré de la transformée de Fourier (théorème de Wiener-Khintchine) :

$$S_x(\Omega) = \frac{|\widehat{x}(\Omega)|^2}{2T} \quad (1.9)$$

La densité spectrale de puissance est donc une quantité réelle et positive. Elle représente la répartition en fréquence de la puissance de $x(t)$.

Transmission par un filtre linéaire et stationnaire

Le but de ce paragraphe est de déterminer les propriétés statistiques d'un bruit après un filtre linéaire et stationnaire. On rencontrera ce problème lorsque l'on s'intéressera aux répercussions du bruit de phase sur des systèmes physiques comme par exemple un interféromètre ou une vapeur atomique.

Soit $y(t)$ la fonction aléatoire après le filtre et $x(t)$ la fonction aléatoire avant le filtre. Si le filtre est linéaire et stationnaire, $y(t)$ peut être exprimé comme le produit de convolution entre $x(t)$ et une fonction $h(t)$ qui représente la réponse impulsionnelle du filtre :

$$\begin{aligned} y(t) &= \int h(t') x(t - t') dt' = h(t) * x(t) \\ \widehat{y}(\Omega) &= \widehat{h}(\Omega) \widehat{x}(\Omega) \end{aligned}$$

On peut dans ce cas calculer la valeur moyenne et la densité spectrale de puissance de la fonction aléatoire après le filtre en utilisant les relations 1.8 et 1.9 :

Valeur moyenne :

$$\langle y \rangle = \langle x \rangle \widehat{h}(0) \quad (1.10)$$

Densité spectrale de puissance :

$$S_y(\Omega) = S_x(\Omega) |\widehat{h}(\Omega)|^2 \quad (1.11)$$

A partir des relations 1.5 et 1.4, on peut aussi calculer la variance et la fonction d'autocorrélation de la fonction aléatoire après le filtre.

Si on connaît la réponse impulsionnelle du filtre, on peut donc relier les propriétés statistiques (valeur moyenne, variance, fonction d'autocorrélation, densité spectrale de puissance) de la fonction aléatoire avant et après le filtre.

1.1.2 Description statistique du bruit de phase

Dans cette partie, nous définirons les grandeurs statistiques qui caractérisent les propriétés spectrales d'un laser. Nous essayerons ensuite d'établir un lien entre ces différentes grandeurs statistiques. On peut retrouver les résultats de cette partie dans la référence [90].

Modélisation du champ électrique laser

Le champ électrique émis par le laser sera décrit de manière classique (champ non quantifié). On ne s'intéressera pas au caractère vectoriel du champ électrique. On supposera de plus que l'amplitude du champ électrique est constante. En effet, pour les lasers fonctionnant largement au-dessus du seuil, le champ émis a une amplitude stabilisée par la saturation du gain [94]. Les fluctuations relatives de l'amplitude du champ sont donc généralement très petites. Par contre, il n'existe pas un tel mécanisme qui stabilise la phase dans un laser [94]. Les caractéristiques spectrales du laser seront donc en général uniquement déterminées par les fluctuations de phase. Dans la suite, on négligera l'effet des fluctuations d'amplitude sur les propriétés spectrales du laser.

Le champ laser sera donc modélisé de la façon suivante [90, 94] :

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))} \quad (1.12)$$

Dans cette équation, ω_L représente la fréquence² moyenne du laser et $\varphi(t)$ est une fonction aléatoire du temps qui représente les fluctuations de phase du laser. On prendra arbitrairement $\langle \varphi \rangle = 0$. L'ajout d'une phase constante ne modifie pas les propriétés spectrales du laser.

On définit la fréquence instantanée du laser par rapport à la fréquence moyenne par :

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}(t) \quad (1.13)$$

Cette définition implique que $\langle \omega \rangle = 0$.

La lumière laser est ici caractérisée par trois fonctions aléatoires du temps : $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $E(t)$. Les propriétés spectrales du laser seront donc déterminées par les propriétés statistiques de ces fonctions aléatoires.

2. Par soucis de lisibilité, on emploiera le terme de fréquence pour désigner une pulsation. Un facteur de proportionnalité de 2π relie la pulsation et la fréquence. On préfère ici utiliser la pulsation pour éviter de retrouver des facteurs 2π dans les différentes expressions.

Grandeurs statistiques décrivant la phase et la fréquence instantanée

L'amplitude des fluctuations de phase $\varphi(t)$ et de fréquence $\omega(t)$ seront caractérisées par leur écart type $\sigma_\varphi, \sigma_\omega$. Les propriétés spectrales de $\varphi(t)$ et de $\omega(t)$ seront caractérisées par leur fonction d'autocorrélation $R_\varphi(\tau), R_\omega(\tau)$ et leur densité spectrale de puissance $S_\varphi(\Omega), S_\omega(\Omega)$. Pour faire des comparaisons physiques, il est plus facile d'exprimer ces grandeurs en unité de fréquence. On obtient alors :

Ecart type de la phase : σ_φ [rad]

Fonction d'autocorrélation de la phase : $R_\varphi(\tau)$ [rad²]

Densité spectrale de puissance de la phase : $S_\varphi(f)$ [rad²/Hz]

Ecart type de la fréquence instantanée : σ_ν [Hz]

Fonction d'autocorrélation de la fréquence instantanée : $R_\nu(\tau)$ [Hz²]

Densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée : $S_\nu(f)$ [Hz²/Hz]

En utilisant la relation 1.13, on peut montrer que les quantités statistiques décrivant ω et φ sont reliées de la manière suivante :

$$S_\omega(\Omega) = \Omega^2 S_\varphi(\Omega) \quad (1.14)$$

$$R_\omega(\tau) = -\frac{d^2}{d\tau^2} R_\varphi(\tau) \quad (1.15)$$

$$S_\varphi(\Omega) = \frac{S_\omega(\Omega)}{\Omega^2} \quad (1.16)$$

$$R_\varphi(\tau) = \int -\frac{|\tau - t|}{2} R_\omega(t) dt \quad (1.17)$$

La dernière relation 1.17 s'obtient en réalisant la transformée de Fourier de l'expression 1.16.

En utilisant 1.5, on peut aussi noter qu'on obtient la variance de la fréquence instantanée en intégrant la densité spectrale de puissance de la fréquence :

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int S_\omega(\Omega) d\Omega \quad (1.18)$$

On peut aussi introduire un **temps de cohérence** τ_{coh} de l'émission laser. Il peut être défini comme étant le temps au bout duquel la phase a tourné en moyenne de 1 radian :

$$\langle (\varphi(t + \tau_{coh}) - \varphi(t))^2 \rangle = 1 \text{ rad}^2 \quad (1.19)$$

Ce temps de cohérence est important en interférométrie pour caractériser la cohérence temporelle du laser. Dans une expérience d'interférométrie, le champ électrique laser en deux (ou plusieurs) instants différents est sommé. On compare

donc la phase du laser en deux (ou plusieurs) instants. Si le décalage temporel est très petit devant ce temps de cohérence τ_{coh} , les fluctuations de la phase du laser seront petites devant 1 pendant une durée égale à ce décalage temporel. Les interférences seront alors parfaitement contrastées, on pourra alors considérer pour l'expérience d'interférométrie que le laser est monochromatique. Dans la situation où le décalage temporel de l'interféromètre est grand devant le temps de cohérence τ_{coh} , la phase du laser est complètement décorrélée au bout de ce décalage temporel. Dans ce cas, les interférences sont complètement brouillées. Le laser sera alors considéré comme incohérent pour l'expérience d'interférométrie réalisée.

Grandeurs statistiques décrivant le champ électrique

Les propriétés temporelles du champ électrique sont caractérisées par la fonction d'autocorrélation du champ définie par³:

$$R_E(\tau) = \langle E(t + \tau) \overline{E(t)} \rangle \quad (1.20)$$

La densité spectrale de puissance du champ électrique $S_E(\Omega)$ est définie comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation donnée ci-dessus.

$$S_E(\Omega) = \int R_E(\tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (1.21)$$

$S_E(\Omega)$ représente le spectre de la lumière émise par le laser. Elle peut être caractérisée par sa largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$. Il est important de remarquer que **la largeur spectrale du laser $\Delta\omega$ et l'écart type de la fréquence instantanée σ_ω ne représentent pas la même quantité physique**. La relation entre ces deux quantités dépend de la nature du bruit considéré.

Relation entre le spectre du laser et le bruit de phase ou de fréquence

Nous verrons dans la partie 1.2 qu'il est important de connaître le spectre optique d'un laser pour caractériser son interaction avec un système physique. Souvent cette information est difficile à obtenir, on a plutôt connaissance du bruit sur la fréquence instantanée. L'étude de la relation entre le bruit de fréquence et le spectre laser est donc très utile en pratique.

La relation entre le spectre d'une onde et son bruit de phase ou de fréquence a été étudiée pour la première fois par Middleton[91]. Par la suite, Elliott, Roy et Smith [93] ont réalisé une étude théorique et expérimentale du spectre laser en fonction des caractéristiques du bruit en fréquence. Le calcul qui suit est détaillé dans ces deux références.

3. Comme le champ électrique est représenté par une fonction complexe, le complexe conjugué du champ intervient dans l'expression de $R_E(\tau)$

En introduisant l'expression du champ électrique 1.12 dans la définition de la fonction d'autocorrélation du champ 1.20, on obtient :

$$R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} \langle e^{i(\varphi(t+\tau) - \varphi(t))} \rangle$$

Cette quantité fait intervenir tous les moments de $\varphi(t+\tau) - \varphi(t)$. Pour obtenir une relation exploitable entre le spectre du laser et la densité spectrale de puissance de la phase (ou de la fréquence), il faut faire une hypothèse concernant les moments d'ordres élevés de $\varphi(t+\tau) - \varphi(t)$. On supposera ici que la densité de probabilité de la variable aléatoire $\varphi(t+\tau) - \varphi(t)$ est gaussienne. Ceci implique que :

$$\langle (\varphi(t+\tau) - \varphi(t))^{2n} \rangle = \frac{(2n)!}{2^n n!} \langle (\varphi(t+\tau) - \varphi(t))^2 \rangle^n$$

Notons que cette hypothèse est vérifiée en particulier pour le modèle de diffusion de phase qui décrit les fluctuations de phase dans un laser provoquées par l'émission spontanée [94]. Par contre la validité de cette hypothèse pour des fluctuations de phase d'origine technique dépendra de la nature du bruit.

En réalisant cette hypothèse, on obtient donc en développant l'exponentielle en série :

$$R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} e^{-\frac{\langle (\varphi(t+\tau) - \varphi(t))^2 \rangle}{2}} \quad (1.22)$$

Avant de continuer le calcul, on peut remarquer dans la formule précédente que la largeur de la fonction d'autocorrélation est directement liée au temps de cohérence τ_{coh} (voir 1.19) :

$$|R_E(\tau_{coh})| = e^{-0.5} |R_E(0)| \simeq 0.6 |R_E(0)|$$

La largeur de la fonction d'autocorrélation du champ $R_E(\tau)$ est donc proportionnelle au temps de cohérence τ_{coh} . Le spectre optique $S_E(\Omega)$ étant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du champ $R_E(\tau)$, la largeur spectrale $\Delta\omega$ est inversement proportionnelle à la largeur de la fonction d'autocorrélation du champ $R_E(\tau)$ et donc au temps de cohérence ($\Delta\omega \propto 1/\tau_{coh}$)⁴. On a donc ici établi un lien qualitatif entre la largeur spectrale du laser et les fluctuations de phase : **l'inverse de la largeur spectrale correspond environ au temps moyen au bout duquel la phase du laser $\varphi(t)$ a tournée de 1 radian.**

Afin d'obtenir une relation quantitative entre le spectre optique et les propriétés statistiques de la phase et de la fréquence, nous allons exprimer la quantité $\langle (\varphi(t+\tau) - \varphi(t))^2 \rangle$ en fonction de la densité spectrale de puissance de la fréquence $S_\omega(\Omega)$. En utilisant les relations 1.3, 1.17 et 1.4, on peut montrer que :

$$\begin{aligned} \langle (\varphi(t+\tau) - \varphi(t))^2 \rangle &= 2(R_\varphi(0) - R_\varphi(\tau)) \\ &= 2 \int_0^\tau R_\omega(t)(\tau - t) dt \\ &= \frac{1}{\pi} \int S_\omega(\Omega) \frac{1 - \cos(\Omega\tau)}{\Omega^2} d\Omega \end{aligned}$$

4. Le facteur de proportionnalité entre $1/\tau_{coh}$ et $\Delta\omega$ dépend de la forme du spectre optique. Par exemple, pour un spectre lorentzien le facteur de proportionnalité est égal à 1 : $\Delta\omega = 1/\tau_{coh}$.

On obtient finalement pour la fonction d'autocorrélation, l'expression suivante :

$$\boxed{R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} \exp\left(-\frac{1}{2\pi} \int S_\omega(\Omega) \frac{1 - \cos(\Omega\tau)}{\Omega^2} d\Omega\right)} \quad (1.23)$$

Le spectre du laser s'obtient en réalisant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$S_E(\Omega) = \int R_E(\tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (1.24)$$

Si on connaît la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée $S_\omega(\Omega)$ et si la variable aléatoire $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$ est gaussienne, on peut donc calculer le spectre du laser $S_E(\Omega)$ (forme, largeur à mi-hauteur) en utilisant 1.23 et 1.24. Différents exemples de bruit en fréquence seront étudiés dans le paragraphe suivant.

1.1.3 Exemples de bruit

Modulation sinusoïdale de la phase du laser

La modulation sinusoïdale de la phase du laser n'est pas vraiment un exemple de bruit car la phase du laser est une fonction déterministe. Il est cependant intéressant de déterminer les différentes grandeurs statistiques associées à cette modulation de phase. En effet, certains bruits acoustiques (vibration d'une pompe) ou certaines perturbations électriques (secteur) peuvent induire une modulation de phase du laser. De plus, cet exemple nous donnera une idée plus intuitive des grandeurs statistiques associées au bruit de phase d'un laser.

Dans le cas d'une modulation sinusoïdale de la phase, on peut écrire :

$$\varphi(t) = \beta \sin(\omega_m t)$$

où ω_m est la fréquence de la modulation et β représente l'indice de modulation. Les expressions de la fréquence instantanée et du champ électrique se déduisent de l'expression de $\varphi(t)$:

$$\omega(t) = d\omega \cos(\omega_m t) \quad \text{avec} \quad d\omega = \beta \omega_m$$

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{i(\omega_L t + \beta \sin(\omega_m t))} \\ &= E_0 \left(J_0(\beta) e^{i\omega_L t} + \sum_{l=1}^{\infty} J_l(\beta) e^{i(\omega_L + l\omega_m)t} + \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l J_l(\beta) e^{i(\omega_L - l\omega_m)t} \right) \end{aligned}$$

A partir de ces expressions, on peut calculer la densité spectrale de puissance pour la phase, la fréquence et le champ électrique :

$$\begin{aligned}
 S_\varphi(\Omega) &= 2\pi \frac{\beta^2}{4} (\delta(\Omega - \omega_m) + \delta(\Omega + \omega_m)) \\
 S_\omega(\Omega) &= 2\pi \frac{d\omega^2}{4} (\delta(\Omega - \omega_m) + \delta(\Omega + \omega_m)) \\
 S_E(\Omega) &= 2\pi E_0^2 \left(\sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2(\beta) \delta(\Omega - (\omega_L + l\omega_m)) \right)
 \end{aligned}$$

L'expression de $S_E(\Omega)$ obtenue ci-dessus est calculée à partir de l'expression de $E(t)$ en utilisant les relations 1.20 et 1.24. La formule 1.23 reliant $S_E(\Omega)$ et $S_\omega(\Omega)$ ne peut pas être utilisée ici car la densité de probabilité de $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$ n'est pas gaussienne.

La figure 1.1 compare la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée et du champ électrique. L'indice de modulation est choisi arbitrairement égal à 4.5. On peut remarquer que $S_\omega(\Omega)$ comporte deux pics en $+\omega_m$ et $-\omega_m$. Par contre $S_E(\Omega)$ comporte une série de pics distants de ω_m . L'amplitude de ces pics décroît très rapidement lorsque $|\Omega - \omega_L| > \beta \omega_m = d\omega$.

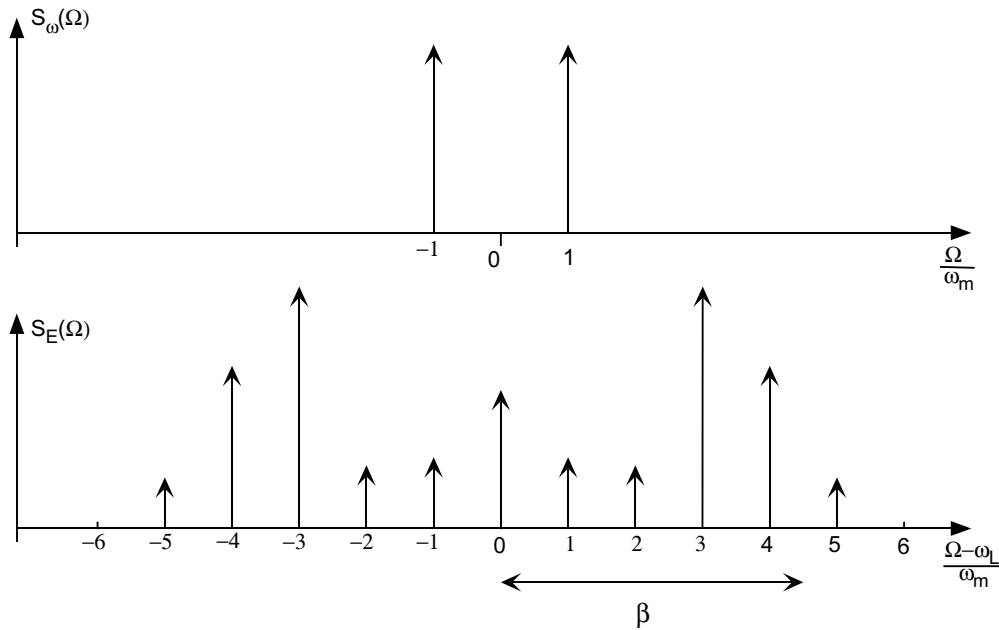


FIG. 1.1 – Densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée $S_\omega(\Omega)$ et du champ électrique $S_E(\Omega)$ pour une modulation sinusoïdale de la phase d'amplitude $\beta = 4.5$

Bruit blanc sur la fréquence instantanée

Le bruit blanc est un type de bruit que l'on rencontre souvent en physique (bruit thermique, bruit de photons, bruit Schottky...). Il est caractérisé par une densité spectrale de puissance $S(\Omega)$ constante. Les valeurs prises par le bruit en deux instants différents sont alors décorréelées.

Dans cet exemple, nous supposons que la fréquence instantanée a les caractéristiques d'un bruit blanc. On peut montrer que dans cette situation la phase obéit à une équation de diffusion.

Cet exemple illustre parfaitement les fluctuations de phase provoquées par l'émission spontanée [94]. Dans ce cas, la phase suit une marche au hasard et la fréquence instantanée a donc les caractéristiques d'un bruit blanc. Cet exemple de bruit est par contre mal adapté aux bruits techniques. Ceux-ci donnent en général une densité spectrale de puissance inversement proportionnelle à la fréquence.

Pour un bruit blanc sur la fréquence instantanée, les grandeurs statistiques associées à la phase et à la fréquence instantanée peuvent s'exprimer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} S_\omega(\Omega) &= S_\omega^0 & \text{si } |\Omega| < B \\ &= 0 & \text{si } |\Omega| > B \end{aligned} \quad B : \text{ bande passante du bruit}$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{S_\omega^0 \cdot B}{\pi}$$

$$\begin{aligned} S_\varphi(\Omega) &= \frac{S_\omega^0}{\Omega^2} & \text{si } |\Omega| < B \\ &= 0 & \text{si } |\Omega| > B \end{aligned}$$

$$\sigma_\varphi^2 \rightarrow +\infty$$

Comme la phase suit une équation de diffusion, la densité de probabilité de $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$ est gaussienne. On peut donc calculer cette fois-ci la fonction d'autocorrélation du champ électrique en utilisant la formule 1.23 :

$$R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} \exp\left(-\frac{1}{2\pi} \int_{-B}^{+B} S_\omega^0 \frac{1 - \cos(\Omega\tau)}{\Omega^2} d\Omega\right)$$

L'intégrale ci-dessus n'admet pas de solution analytique simple. On peut cependant évaluer cette intégrale pour deux valeurs limites de τ .

$$\tau \gg \frac{1}{B} \quad R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} e^{-\frac{S_\omega^0 |\tau|}{2}} \quad (1.25)$$

$$\tau \ll \frac{1}{B} \quad R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} e^{-\frac{\sigma_\omega^2 \tau^2}{2}} \quad (1.26)$$

La densité spectrale de puissance du champ $S_E(\Omega)$ qui est la transformée de Fourier de $R_E(\tau)$ aura donc une forme lorentzienne lorsque $(\Omega - \omega_L) \ll B$ et une forme gaussienne lorsque $(\Omega - \omega_L) \gg B$. L'étude précise du spectre en fonction du rapport entre σ_ω et B a été réalisée par Elliott, Roy et Smith [93]. On se contentera ici de donner le spectre pour deux cas limites.

Lorsque $\sigma_\omega \gg B$ ($S_\omega^0 \gg B$), la densité spectrale de puissance du champ électrique s'obtient en effectuant la transformée de Fourier de 1.25 ; on a alors un **spectre gaussien** :

$$S_E(\Omega) \approx \frac{\sqrt{2\pi} E_0^2}{\sigma_\omega} e^{-\frac{(\Omega - \omega_L)^2}{2\sigma_\omega^2}} \quad (1.27)$$

La largeur à mi-hauteur correspondante est égale à :

$$\Delta\omega = \sqrt{8 \ln 2} \sqrt{\frac{S_\omega^0 B}{\pi}} = \sqrt{8 \ln 2} \sigma_\omega \simeq 2.4 \sigma_\omega \quad (1.28)$$

Dans ce cas, la largeur à mi-hauteur du spectre optique $\Delta\omega$ dépend fortement de la bande passante du bruit blanc B . On peut aussi remarquer que la largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$ est directement proportionnelle à l'amplitude du bruit de fréquence σ_ω .

Lorsque $\sigma_\omega \ll B$ ($S_\omega^0 \ll B$), la densité spectrale de puissance du champ électrique s'obtient en effectuant la transformée de Fourier de 1.26 ; on a alors un **spectre lorentzien** :

$$S_E(\Omega) \approx \frac{4 E_0^2}{S_\omega^0} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\Omega - \omega_L}{S_\omega^0}\right)^2} \quad (1.29)$$

La largeur à mi-hauteur correspondante est égale à⁵ :

$$\Delta\omega = S_\omega^0 = \frac{\pi \sigma_\omega^2}{B} \quad (1.30)$$

Ici, la largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$ du spectre optique est indépendante de la bande passante du bruit et est directement égale à la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée S_ω^0 .

Dans cet exemple, nous avons donné la relation entre le spectre optique $S_E(\Omega)$ et la densité spectrale de puissance de la fréquence $S_\omega(\Omega)$ dans le cas d'un bruit blanc en fréquence. Dans le cas général où l'écart type sur le bruit en fréquence σ_ω est très petit devant la bande passante du bruit B , on obtient un spectre optique lorentzien avec une largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$ égale à la densité spectrale de puissance de la fréquence S_ω^0 .

5. En unité de fréquence (Hz), on obtient $\Delta\nu = 2\pi S_\nu^0$.

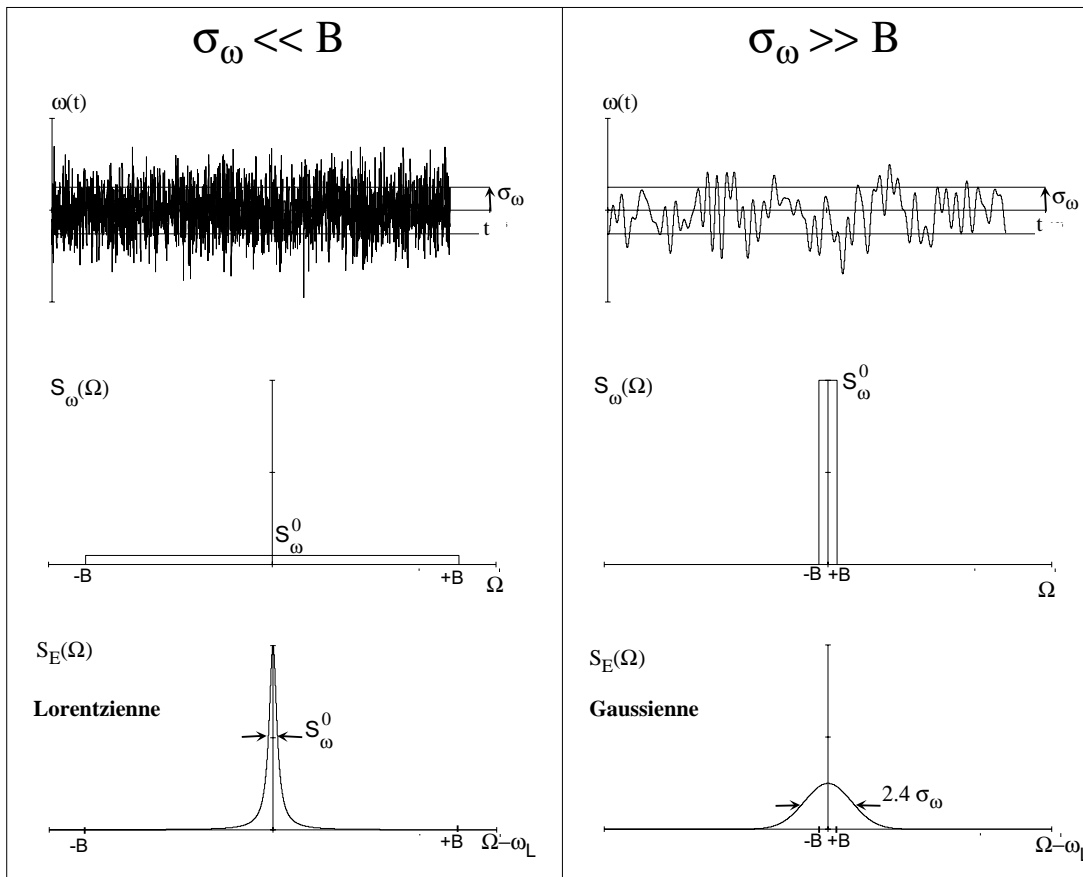


FIG. 1.2 – Densité spectrale de puissance de la fréquence $S_\omega(\Omega)$ et du champ électrique $S_E(\Omega)$ pour un bruit blanc en fréquence

Bruits quelconques

Dans le cas général, la densité spectrale de puissance de la fréquence $S_\omega(\Omega)$ a une allure quelconque. Pour obtenir le spectre optique du laser, il faut supposer que la densité de probabilité de $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$ est gaussienne et résoudre numériquement les équations 1.23 et 1.24.

Pour obtenir une limite supérieure à la largeur du spectre laser, on peut assimiler le bruit en fréquence du laser à un bruit blanc de fréquence dont la densité spectrale de puissance est égale au maximum de la véritable densité spectrale de puissance de fréquence. Ensuite suivant le rapport entre l'écart type de la fréquence instantanée et la bande passante du bruit, on utilisera l'expression 1.28 ou 1.30 pour obtenir la borne supérieure de la largeur spectrale du laser. Souvent cette estimation est suffisante pour savoir si la largeur spectrale du laser est gênante pour les expériences à réaliser.

Il faut noter que dans certains cas où la densité spectrale de puissance

de la fréquence $S_\omega(\Omega)$ diverge en zéro (bruit technique $S_\omega(\Omega) \propto 1/\Omega$), l'écart type de la fréquence instantanée σ_ω et la largeur spectrale $\Delta\omega$ divergent. Pour obtenir une valeur finie de ces grandeurs, il faut définir une fenêtre temporelle qui permet de couper le bruit à basse fréquence. Dans ce cas, lorsqu'on donne la largeur spectrale d'un laser, il faut aussi préciser la fenêtre temporelle choisie. Plus cette fenêtre temporelle sera grande et plus la largeur spectrale obtenue sera grande. Par exemple, pour une diode laser sur réseau où le bruit de fréquence est dominé par le bruit technique, on aura typiquement une largeur spectrale de 1 MHz sur 50 ms et une largeur spectrale de 5 MHz sur 20 s .

Dans cette partie, nous avons vu que les propriétés spectrales d'un laser peuvent être décrites avec les grandeurs statistiques associées à la phase, à la fréquence instantanée ou au champ électrique. La relation entre ces grandeurs peut être difficile à obtenir et peut dépendre de la nature du bruit. En pratique, la grandeur statistique pertinente pour décrire les propriétés spectrales du laser dépend du système physique avec lequel le laser interagit.

1.2 Interaction avec un système physique

Lorsqu'on décrit l'interaction d'un laser avec un système physique, on suppose généralement que le laser est monochromatique. Cependant dans certains cas, le bruit de phase du laser peut modifier la réponse du système. Dans cette partie, nous nous proposons de relier les caractéristiques spectrales du laser aux grandeurs mesurées expérimentalement sur le système physique. Cette étude présente trois intérêts pour la réalisation d'un laser stabilisé en fréquence. Elle permet premièrement de donner les critères à imposer aux propriétés spectrales du laser pour que son bruit de phase ne perturbe pas les expériences à réaliser. Le deuxième intérêt est de donner des techniques expérimentales qui permettent de mesurer les propriétés spectrales d'un laser. Cette étude permet enfin de caractériser la boucle de rétroaction d'un asservissement en fréquence. En effet, on examinera comment les fluctuations de fréquence du laser sont transmises sur le signal d'erreur d'un asservissement.

La manifestation du bruit de phase dépend du système physique utilisé. On étudiera donc quatre systèmes physiques particuliers : battement entre deux lasers, interféromètre à deux ondes, Fabry Perot, atomes.

1.2.1 Battement entre deux lasers indépendants

Le battement entre deux lasers est une expérience que l'on fait généralement pour mesurer les propriétés spectrales d'un des lasers. Nous verrons dans cette partie comment relier le signal de battement au spectre optique des lasers.

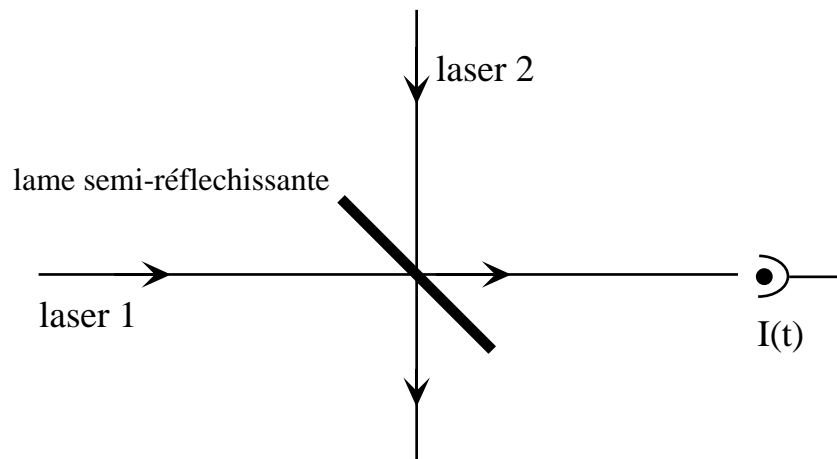


FIG. 1.3 – *Battement entre deux lasers*

L'expérience consiste à faire interférer deux lasers différents (voir figure 1.3). On supposera que leur intensité est constante. Le signal d'interférence mesuré est

alors le suivant :

$$I(t) = |E_1(t) + E_2(t)|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + \overline{E_1}(t)E_2(t) + E_1(t)\overline{E_2}(t)$$

On ne s'intéresse ici qu'à la partie dépendante du temps $s(t)$:

$$s(t) = \overline{E_1}(t)E_2(t) + cc$$

On suppose à présent que le bruit de phase du premier laser et le bruit de phase du second sont décorrélés. On peut alors facilement calculer la fonction d'auto-corrélation de $s(t)$ en utilisant les relations 1.3 et 1.20 :

$$R_s(\tau) = \overline{R_{E_1}(\tau)} R_{E_2}(\tau) + cc$$

On obtient la densité spectrale de puissance de $s(t)$ en effectuant la transformée de Fourier de l'expression précédente :

$$S_s(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int S_{E_1}(\Omega') S_{E_2}(\Omega + \Omega') d\Omega' + \frac{1}{2\pi} \int S_{E_1}(\Omega') S_{E_2}(-\Omega + \Omega') d\Omega'$$

La densité spectrale de puissance du signal de battement $S_s(\Omega)$ est donc un produit de convolution entre les spectres optiques des deux lasers.

On peut donc déterminer par cette méthode le spectre optique d'un laser si on connaît le second. Par exemple, si le second laser a une largeur spectrale très petite devant le premier (spectre assimilé à un pic de Dirac), la densité spectrale de puissance du signal de battement $S_s(\Omega)$ nous donne le spectre du premier laser à un décalage en fréquence près.

$$S_s(\Omega) \propto S_{E_1}(-\Omega + \omega_{L_2}) + S_{E_1}(\Omega + \omega_{L_2})$$

On peut aussi connaître le spectre du laser si on utilise deux lasers identiques mais avec des bruits de phase décorrélés. La densité spectrale de puissance du signal de battement $S_s(\Omega)$ est donc dans ce cas égale au spectre du laser convolué avec lui-même.

Ces méthodes de détermination du spectre laser sont difficiles à implémenter en pratique car elles nécessitent l'emploi d'un laser de référence ou la construction d'un laser identique. Nous verrons dans la suite des méthodes de mesure des propriétés spectrales d'un laser moins contraignantes.

1.2.2 Interféromètre à deux ondes

Nous allons à présent analyser l'effet du bruit de phase sur un interféromètre à deux ondes (type Michelson). C'est un système simple qui nous permet de relier facilement les caractéristiques de signaux mesurés expérimentalement aux

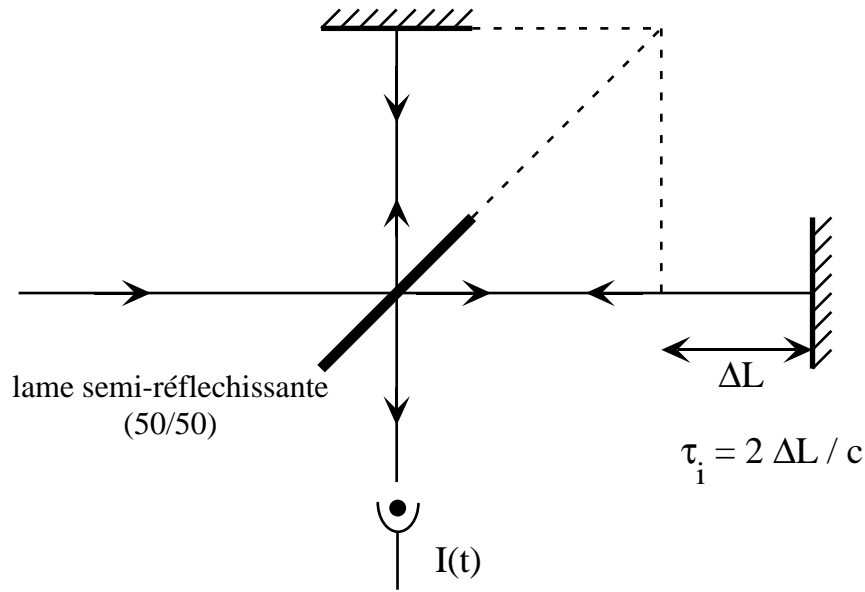


FIG. 1.4 – Interféromètre de Michelson

grandeurs statistiques décrivant la lumière laser.

L'intensité en sortie de l'interféromètre peut s'écrire sous la forme :

$$I(t) = |E(t) + E(t + \tau_i)|^2$$

où τ_i représente le retard temporel entre les deux bras de l'interféromètre (figure 1.4).

Si on modélise le champ électrique du laser par $E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))}$ (voir page 233), l'intensité en sortie de l'interféromètre donne :

$$I(t) = 2E_0^2 + s(t)$$

avec

$$s(t) = E(t)\overline{E(t + \tau_i)} + cc = 2E_0^2 \cos(\omega_L \tau_i + \varphi(t + \tau_i) - \varphi(t))$$

Nous allons à présent relier les grandeurs statistiques décrivant la partie dépendante du temps de l'intensité en sortie d'interféromètre $s(t)$ aux grandeurs statistiques décrivant la lumière émise par le laser. Ces relations sont difficiles à déterminer dans le cas général. On se limitera ici à deux cas particuliers.

Franges d'interférences brouillées

On se place dans la situation où $E(t + \tau_i)$ et $E(t)$ sont décorrélés. Les franges de l'interféromètre sont donc complètement brouillées. On est dans le cas où le temps de cohérence du laser τ_{coh} est très petit devant le retard temporel entre les deux

bras de l'interféromètre τ_i , la largeur spectrale du laser $\Delta\omega \propto 1/\tau_{coh}$ est donc très grande devant $1/\tau_i$. Cette situation est analogue au battement entre deux lasers identiques mais décorrélés. On obtient donc pour la fonction d'autocorrélation du signal d'interférence $s(t)$.

$$R_s(\tau) = |R_E(\tau)|^2 + cc$$

La densité spectrale de puissance du signal de l'interféromètre s'écrit donc :

$$S_s(\Omega) = \frac{1}{\pi} \int S_E(\Omega') S_E(\Omega + \Omega') d\Omega'$$

Dans ce cas, la mesure de $S_s(\Omega)$ nous donne directement le spectre du laser à une convolution près. Pour satisfaire l'hypothèse de ce calcul, il faut que la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre soit très grande devant la longueur de cohérence du laser ($l_{coh} = c\tau_{coh} \sim c/\Delta\nu$). La mesure du spectre d'un laser standard avec une largeur de raie de l'ordre du MHz nécessite l'emploi d'une fibre optique de longueur très grande devant 300 m. Par contre pour mesurer le spectre d'un laser stabilisé en fréquence au kHz, l'interféromètre devient irréalisable car il faudrait une longueur de fibre très grande devant 300 km.

Franges d'interférences parfaitement contrastées

On suppose ici que $\varphi(t + \tau_i) - \varphi(t) \ll 1$. Les franges d'interférence sont alors parfaitement contrastées. On est dans la situation où le temps de cohérence du laser τ_{coh} est très grand devant le retard temporel entre les deux bras de l'interféromètre. La largeur spectrale du laser $\Delta\omega \propto 1/\tau_{coh}$ est donc ici très petite devant $1/\tau_i$. C'est le cas de la plupart des lasers interagissant avec un interféromètre.

Pour simplifier le problème, on se placera arbitrairement sur le flanc d'une frange d'interférence ($\cos(\omega_L \tau_i) = 0$). On obtient donc pour le signal d'interférence :

$$s(t) = 2E_0^2 \sin(\varphi(t + \tau_i) - \varphi(t))$$

L'hypothèse $\varphi(t + \tau_i) - \varphi(t) \ll 1$ nous permet de simplifier l'expression ci-dessus. On obtient alors :

$$s(t) \approx 2E_0^2 (\varphi(t + \tau_i) - \varphi(t)) \quad (1.31)$$

On peut remarquer dans cette expression que le signal de l'interféromètre $s(t)$ est directement proportionnel à la fréquence instantanée du laser $\omega(t)$ si les variations de la fréquence instantanée sont plus lentes que τ_i . On a dans ce cas :

$$s(t) = 2E_0^2 \tau_i \omega(t)$$

L'équation 1.31 nous montre aussi que l'interféromètre se comporte comme un

filtre linéaire et stationnaire pour la phase. En effet, $s(t)$ peut se mettre sous forme du produit de convolution de la phase du laser et d'une fonction $h(t)$ représentant la réponse impulsionnelle du filtre :

$$s(t) = h(t) * \varphi(t)$$

avec

$$h(t) = 2E_0^2(\delta(t + \tau_i) - \delta(t))$$

$$\widehat{h}(\Omega) = 2E_0^2(e^{i\Omega\tau_i} - 1)$$

En utilisant la relation 1.11, on peut calculer la densité spectrale de puissance de $s(t)$:

$$S_s(\Omega) = 8E_0^4 (1 - \cos(\Omega\tau_i)) S_\varphi(\Omega)$$

On peut introduire la densité spectrale de puissance de la fréquence en utilisant la relation 1.14 :

$$S_s(\Omega) = 8E_0^4 \frac{1 - \cos(\Omega\tau_i)}{\Omega^2} S_\omega(\Omega) \quad (1.32)$$

Dans le cas où la largeur spectrale du laser est très petite devant $1/\tau_i$, on a donc établi une relation simple entre la densité spectrale de puissance du bruit sur l'intensité en sortie d'interféromètre et la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée. Lorsque $\Omega \ll 1/\tau_i$, $S_s(\Omega)$ est même directement proportionnelle à $S_\omega(\Omega)$:

$$S_s(\Omega) = 4E_0^4 \tau_i^2 S_\omega(\Omega) \quad , \quad \Omega \ll 1/\tau_i$$

On retrouve bien que pour des perturbations en fréquence plus lentes que τ_i , le signal de l'interféromètre est proportionnel à la fréquence instantanée $\omega(t)$. Pour des fluctuations de fréquence plus rapide, il faut tenir compte de la fonction de transfert de l'interféromètre.

Si on analyse le signal de l'interféromètre, on peut donc calculer la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée du laser $S_\omega(\Omega)$. De plus, si on suppose que $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$ est gaussien, on peut en déduire le spectre optique du laser $S_E(\Omega)$ en utilisant la formule 1.23.

Il faut cependant noter que la référence de fréquence est l'interféromètre. Si cette référence n'est pas stable (variation de la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre), les propriétés spectrales du laser ne seront pas connues de manière absolue mais par rapport à l'interféromètre.

1.2.3 Interféromètre de Fabry Perot

L'interaction d'un laser non monochromatique avec un interféromètre de Fabry Perot est une situation que l'on rencontre souvent en optique. En utilisant le Fabry Perot comme un spectromètre, on peut savoir si un laser est monomode ou multimode. On peut aussi se servir d'un Fabry Perot pour asservir en fréquence un laser. Dans ce cas, il est important de savoir comment l'interféromètre réagit aux fluctuations de la fréquence du laser.

Nous allons commencer par rappeler les expressions de la réflexion et la transmission d'une cavité Fabry Perot. Nous essayerons ensuite de relier les caractéristiques de l'intensité réfléchie et transmise par le Fabry Perot aux propriétés spectrales du laser.

Réflexion et transmission d'une cavité Fabry Perot

On prendra ici un Fabry Perot constitué de deux miroirs identiques situés à une distance L l'un de l'autre. Ces miroirs sont caractérisés par leurs coefficients de réflexion en amplitude r, r' et leurs coefficients de transmission en amplitude t, t' (voir figure 1.5). On supposera que les miroirs sont sans pertes (pas d'absorption) et que leurs coefficients de réflexion et de transmission sont indépendants de la fréquence laser à l'échelle de sa largeur spectrale. La conservation de l'énergie et le principe de retour inverse de la lumière imposent à ces coefficients de réflexion et de transmission les relations suivantes :

$$\begin{aligned} |r'|^2 &= |r|^2 = R \\ |t'|^2 &= |t|^2 = T \\ R + T &= 1 \\ r &= -r' \\ t t' &= T e^{i\varphi_0} \quad r'^2 = r^2 = R e^{i\varphi_0} \end{aligned} \tag{1.33}$$

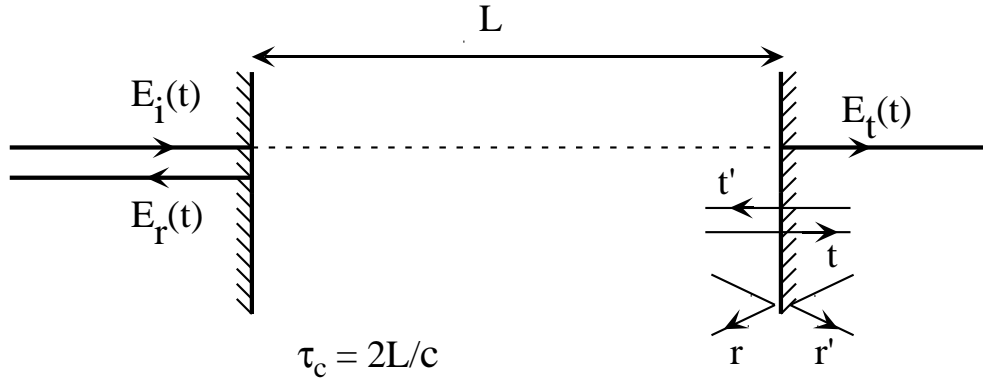
où $\varphi_0/2$ est le déphasage subie par l'onde à la réflexion.

Pour calculer le champ électrique transmis $E_t(t)$ et réfléchi $E_r(t)$ par la cavité avec un champ électrique incident $E_i(t)$, on somme tous les ondes réfléchies de manière multiple à l'intérieur de la cavité :

$$E_t(t) = t t' E_i(t - \frac{\tau_c}{2}) + t t' r^2 E_i(t - \frac{\tau_c}{2} - \tau_c) + t t' r^4 E_i(t - \frac{\tau_c}{2} - 2\tau_c) + \dots$$

$$E_r(t) = r' E_i(t) + t t' r E_i(t - \tau_c) + t t' r^3 E_i(t - 2\tau_c) + \dots$$

$\tau_c = 2L/c$ est le temps mis par la lumière pour effectuer un aller-retour dans la cavité.

FIG. 1.5 – *Fabry Perot*

En utilisant les relations 1.33, on obtient alors :

$$E_t(t) = T e^{i\varphi_0} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{in\varphi_0} E_i\left(t - \frac{\tau_c}{2} - n\tau_c\right) \quad (1.34)$$

$$E_r(t) = r \left(-E_i(t) + T e^{i\varphi_0} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{in\varphi_0} E_i\left(t - \tau_c - n\tau_c\right) \right) \quad (1.35)$$

On peut mettre les équations précédentes sous forme d'un produit de convolution :

$$\boxed{\begin{aligned} E_t(t) &= t_c(t) * E_i(t) \\ E_r(t) &= r_c(t) * E_i(t) \end{aligned}} \quad (1.36)$$

$t_c(t)$ et $r_c(t)$ sont les réponses impulsionnelles de la transmission et de la réflexion de la cavité :

$$t_c(t) = T e^{i\varphi_0} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{in\varphi_0} \delta\left(t - \frac{\tau_c}{2} - n\tau_c\right) \quad (1.37)$$

$$r_c(t) = r \left(-\delta(t) + T e^{i\varphi_0} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{in\varphi_0} \delta\left(t - \tau_c - n\tau_c\right) \right) \quad (1.38)$$

La cavité se comporte donc comme un **filtre linéaire et stationnaire pour les champs électriques réfléchis et transmis par la cavité**. Dans l'espace de Fourier, les relations 1.36 donnent :

$$\boxed{\begin{aligned} \widehat{E}_t(\Omega) &= \widehat{t}_c(\Omega) \widehat{E}_i(\Omega) \\ \widehat{E}_r(\Omega) &= \widehat{r}_c(\Omega) \widehat{E}_i(\Omega) \end{aligned}} \quad (1.39)$$

$\widehat{r}_c(\Omega)$ et de $\widehat{t}_c(\Omega)$ sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude pour une onde monochromatique⁶:

$$\widehat{t}_c(\Omega) = \frac{T}{1 - R e^{-i(\Omega\tau_c - \varphi_0)}} \quad (1.40)$$

$$\widehat{r}_c(\Omega) = \sqrt{R} \left(-1 + \frac{T e^{-i(\Omega\tau_c - \varphi_0)}}{1 - R e^{-i(\Omega\tau_c - \varphi_0)}} \right) \quad (1.41)$$

Ces coefficients de réflexion et de transmission sont périodiques en Ω . La période correspondante est appelée intervalle spectral libre $\Delta\omega_{ISL}$ et est donnée par la relation :

$$\Delta\omega_{ISL} = 2\pi \frac{1}{\tau_c} = 2\pi \frac{c}{2L} \quad (1.42)$$

Si on fait l'approximation que la fréquence laser est proche d'une fréquence de résonance de la cavité ω_0 ($\omega_0 \tau_c - \varphi_0 = 2k\pi$, k entier) et que les coefficients de réflexion des miroirs sont proches de 1 ($R \sim 1$), les coefficients de réflexion et de transmission de la cavité pour une onde monochromatique se simplifient. On obtient alors :

$$\widehat{t}_c(\Omega) \simeq \frac{1}{1 + i \frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Delta\omega_c}} \quad (1.43)$$

$$\widehat{r}_c(\Omega) \simeq 1 - \frac{1}{1 + i \frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Delta\omega_c}} = \frac{i \frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Delta\omega_c}}{1 + i \frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Delta\omega_c}} \quad (1.44)$$

où $\Delta\omega_c$ est la largeur à mi-hauteur des pics de transmission et de réflexion de la cavité (voir figure 1.6) :

$$\Delta\omega_c = \frac{\Delta\omega_{ISL}}{\mathcal{F}} \quad (1.45)$$

La finesse de la cavité \mathcal{F} est définie comme :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R} \quad (1.46)$$

Sur la figure 1.6, on a représenté le module et la phase des coefficients de réflexion et de transmission.

6. Ces coefficients de réflexion et de transmission sont donnés à un facteur de phase global près afin d'alléger les expressions des calculs suivants. Ce facteur de phase ne jouera aucun rôle dans la physique du problème.

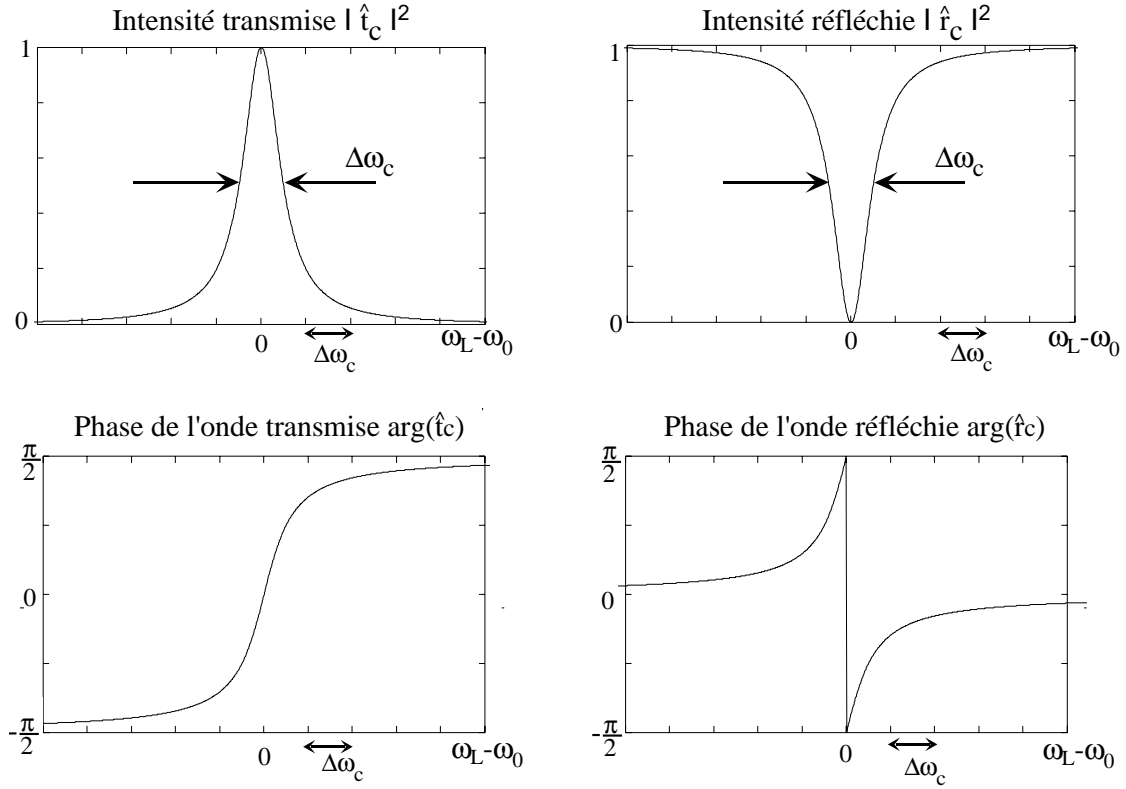


FIG. 1.6 – *Transmission et réflexion d'un Fabry Perot pour un laser monochromatique*

Valeur moyenne de l'intensité réfléchie et transmise par un Fabry Perot

Nous allons calculer la valeur moyenne de l'intensité transmise $\langle I_t \rangle$ et réfléchie $\langle I_r \rangle$ par le Fabry Perot pour un laser non monochromatique. La relation 1.8 nous permet de relier ces valeurs moyennes à la transformée de Fourier de l'intensité transmise et réfléchie :

$$\langle I_t \rangle = \frac{\hat{I}_t(0)}{2T} = \frac{1}{2T} \frac{1}{2\pi} \int \widehat{E}_t(\Omega) \overline{\widehat{E}_t(\Omega)} d\Omega$$

$$\langle I_r \rangle = \frac{\hat{I}_r(0)}{2T} = \frac{1}{2T} \frac{1}{2\pi} \int \widehat{E}_r(\Omega) \overline{\widehat{E}_r(\Omega)} d\Omega$$

En utilisant les relations 1.39 et le théorème de Wiener-Khintchine (1.9), on obtient finalement :

$$\boxed{\langle I_t \rangle = \frac{1}{2\pi} \int S_E(\Omega) |\widehat{t}_c(\Omega)|^2 d\Omega} \quad (1.47)$$

$$\boxed{\langle I_r \rangle = \frac{1}{2\pi} \int S_E(\Omega) |\widehat{r}_c(\Omega)|^2 d\Omega} \quad (1.48)$$

On trouve finalement une relation simple pour l'intensité moyenne réfléchie et transmise pour un laser non monochromatique. Il suffit simplement d'intégrer les coefficients de transmission ou de réflexion en intensité sur le spectre optique du laser. Si on balaye la fréquence du laser autour de la résonance, on obtient donc la convolution entre le spectre du laser et les coefficients de réflexion et de transmission en intensité. Si la largeur spectrale du laser est grande devant la largeur des pics du Fabry Perot, on peut donc obtenir par cette méthode le spectre de notre laser. Par exemple, si le spectre du laser est lorentzien de largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$, les valeurs moyennes de l'intensité transmise et réfléchie sont des lorentziennes de largeur à mi-hauteur $\Delta\omega_c + \Delta\omega$.

Fluctuation de l'intensité réfléchie et transmise par le Fabry Perot

Le calcul des fluctuations de l'intensité transmise et réfléchie par la cavité est difficile dans le cas général. Le Fabry Perot se comporte comme un filtre linéaire et stationnaire pour le champ électrique mais pas pour l'intensité. Le calcul de la variance et du spectre des fluctuations d'intensité fait intervenir les moments d'ordre élevés du champ électrique. Il faut donc faire des hypothèses sur le bruit de phase du laser. Ce calcul a été réalisé par B.A. Fergurson et D.S. Elliott pour des exemples particuliers de bruit [95].

On se propose ici de calculer les fluctuations de l'intensité transmise et réfléchie par le Fabry Perot pour un type de bruit de fréquence quelconque mais dans deux conditions limites. Les calculs seront effectués pour l'intensité transmise par la cavité. Le calcul de la réflexion est analogue, on remplacera dans les résultats obtenus en transmission t_c par r_c .

En utilisant la relation 1.36, l'intensité transmise par le Fabry Perot peut s'écrire :

$$I_t(t) = E(t)\overline{E(t)} = \int \int t_c(t') \overline{t_c(t'')} E_i(t-t') \overline{E_i(t-t'')} dt' dt''$$

En modélisant le champ électrique incident sur la cavité par $E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))}$ (voir page 233), on obtient :

$$I_t(t) = E_0^2 \int \int t_c(t') \overline{t_c(t'')} e^{-i\omega_L t'} e^{i\omega_L t''} e^{i(\varphi(t-t') - \varphi(t-t''))} dt' dt'' \quad (1.49)$$

Cette expression est valable pour un bruit en fréquence quelconque mais elle est difficilement exploitable. On va donc se restreindre à deux cas limites.

Le premier cas limite est de prendre des **perturbations de fréquences très lentes devant le temps de vie de la cavité ($1/\Delta\omega_c$)**. Les réponses impulsionnelles de la transmission $t_c(t)$ et de la réflexion $r_c(t)$ du Fabry Perot s'étendent sur un temps correspondant au temps de vie de la cavité $1/\Delta\omega_c$. Dans l'expression 1.49, t' et t'' sont donc inférieurs ou de l'ordre de $1/\Delta\omega_c$. Pour des

fluctuations de la fréquence instantanée lente devant le temps de vie de la cavité, on peut donc effectuer les développements limités suivants: $\varphi(t - t') = \varphi(t) - t'\omega(t)$, $\varphi(t - t'') = \varphi(t) - t''\omega(t)$. On obtient alors pour l'intensité transmise par la cavité:

$$I_t(t) = |\widehat{t}_c(\omega_L + \omega(t))|^2 E_0^2 \quad , \text{fluctuations de fréquence lentes}$$

On obtient le même résultat pour l'intensité réfléchie:

$$I_r(t) = |\widehat{r}_c(\omega_L + \omega(t))|^2 E_0^2 \quad , \text{fluctuations de fréquence lentes}$$

Pour des fluctuations de fréquence très lentes devant le temps de vie de la cavité $1/\Delta\omega_c$, les intensités réfléchie et transmise par la cavité suivent donc parfaitement les fluctuations de fréquence.

Le deuxième cas limite est de prendre un laser avec temps de cohérence très grand devant le temps de vie de la cavité $1/\Delta\omega_c$ et donc une **largeur spectrale $\Delta\omega$ très petite devant la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$** . Dans ce cas, les variations de phases du laser sont petites devant 1 dans un intervalle de temps de l'ordre du temps de vie de la cavité $1/\Delta\omega_c$. Dans l'expression 1.49, on peut donc effectuer le développement limité suivant:

$$e^{i(\varphi(t-t') - \varphi(t-t''))} \simeq 1 + i(\varphi(t-t') - \varphi(t-t''))$$

L'expression de l'intensité transmise par la cavité se simplifie alors:

$$I_t(t) = |\widehat{t}_c(\omega_L)|^2 E_0^2 + iE_0^2 \left(\overline{\widehat{t}_c(\omega_L)} \int t_c(t') e^{-i\omega_L t'} \varphi(t-t') dt' - \widehat{t}_c(\omega_L) \int \overline{t_c(t'')} e^{i\omega_L t''} \varphi(t-t'') dt'' \right) \quad (1.50)$$

Le premier terme de l'expression ci-dessus est constant et correspond à l'intensité transmise par le Fabry Perot pour une onde monochromatique. Le deuxième terme est de valeur moyenne nulle et correspond aux fluctuations d'intensité. Lorsque la largeur spectrale $\Delta\omega$ du laser est très petite devant la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$, la valeur moyenne de l'intensité transmise est donc égale à l'intensité transmise pour un laser monochromatique $|\widehat{t}_c(\omega_L)|^2 E_0^2$. On retrouve ce résultat avec la relation 1.47 en prenant un spectre optique tendant vers un pic de Dirac.

On ne s'intéressera dans la suite qu'aux fluctuations d'intensité $\delta I_t(t) = I(t) - |\widehat{t}_c(\omega_L)|^2 E_0^2$. Dans l'expression 1.50, on peut aussi remarquer que la cavité se comporte comme un filtre linéaire et stationnaire pour la phase du laser et donc aussi pour la fréquence. La transformée de l'expression 1.50 nous permet d'obtenir la fonction de transfert du filtre:

$$\widehat{\delta I_t}(\Omega) = iE_0^2 \left(\overline{\widehat{t}_c(\omega_L)} \widehat{t}_c(\omega_L + \Omega) - \widehat{t}_c(\omega_L) \overline{\widehat{t}_c(\omega_L - \Omega)} \right) \widehat{\varphi}(\Omega)$$

En introduisant la fréquence instantanée (relation 1.13), on obtient finalement :

$$\boxed{\widehat{\delta I}_t(\Omega) = \widehat{h}_{I_t}(\Omega) \widehat{\omega}(\Omega) \quad , \quad \Delta\omega_{laser} \ll \Delta\omega_c} \quad (1.51)$$

où $\widehat{h}_{I_t}(\Omega)$ est la fonction de transfert de la cavité définie par :

$$\widehat{h}_{I_t}(\Omega) = E_0^2 \frac{\overline{\widehat{t}_c(\omega_L)} \widehat{t}_c(\omega_L + \Omega) - \widehat{t}_c(\omega_L) \overline{\widehat{t}_c(\omega_L - \Omega)}}{\Omega}$$

On obtient un résultat identique pour les fluctuations de l'intensité réfléchie par le Fabry Perot :

$$\boxed{\widehat{\delta I}_r(\Omega) = \widehat{h}_{I_r}(\Omega) \widehat{\omega}(\Omega) \quad , \quad \Delta\omega_{laser} \ll \Delta\omega_c} \quad (1.52)$$

avec

$$\widehat{h}_{I_r}(\Omega) = E_0^2 \frac{\overline{\widehat{r}_c(\omega_L)} \widehat{r}_c(\omega_L + \Omega) - \widehat{r}_c(\omega_L) \overline{\widehat{r}_c(\omega_L - \Omega)}}{\Omega}$$

En utilisant les expressions 1.43 et 1.44 de $\widehat{t}_c(\Omega)$ et de $\widehat{r}_c(\Omega)$, on obtient finalement pour la fonction de transfert des fluctuations de fréquence par la cavité :

$$\boxed{\widehat{h}_{I_t}(\Omega) = E_0^2 \frac{\frac{-8(\omega_L - \omega_0)}{\Delta\omega_c^2}}{\left(1 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Delta\omega_c^2}\right) \left(\left(1 + \frac{2i\Omega}{\Delta\omega_c}\right)^2 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Delta\omega_c^2}\right)}} \quad (1.53)$$

$$\boxed{\widehat{h}_{I_r}(\Omega) = E_0^2 \frac{\frac{8(\omega_L - \omega_0)}{\Delta\omega_c^2} \left(1 + \frac{2i\Omega}{\Delta\omega_c}\right)}{\left(1 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Delta\omega_c^2}\right) \left(\left(1 + \frac{2i\Omega}{\Delta\omega_c}\right)^2 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Delta\omega_c^2}\right)}} \quad (1.54)$$

Sur la figure 1.7, j'ai représenté le module et l'argument de ces fonctions de transfert pour différentes fréquences moyennes du laser. Pour des fluctuations de fréquence laser à basse fréquence ($\Omega \ll \Delta\omega_c$), la fonction de transfert de l'intensité transmise ou réfléchie est plate et son amplitude est proportionnelle à la dérivée par rapport à la fréquence laser de l'intensité transmise ou réfléchie. Pour des fluctuations de fréquence laser à haute fréquence ($\Omega \gg \Delta\omega_c, |\omega_L - \omega_0|$), la cavité se comporte comme un filtre passe bas. On a un filtre passe bas du second ordre pour la transmission ($\widehat{h}_{I_t} \propto 1/\Omega^2$) et un filtre passe bas du premier ordre pour la réflexion ($\widehat{h}_{I_r} \propto 1/\Omega$). Le Fabry Perot transmet donc mieux les perturbations rapides de la fréquence laser en réflexion qu'en transmission. Ce résultat peut s'expliquer qualitativement de la manière suivante. La transmission est proportionnelle au champ stocké dans la cavité qui réagit avec une constante de temps correspondant au temps de vie de la cavité ($1/\Delta\omega_c$). La

réflexion résulte de l'interférence entre le champ électrique stocké dans la cavité et le champ électrique incident qui réagit instantanément aux fluctuations de fréquence. La réflexion transmettra donc mieux les perturbations de fréquences rapides que la transmission.

On peut aussi remarquer que la fonction de transfert de la réflexion et de la transmission présente une résonance lorsque la fréquence moyenne du laser ω_L est suffisamment éloignée de la fréquence de résonance de la cavité ω_0 ($|\omega_L - \omega_0| \gtrsim 2\Delta\omega_c$). La fréquence de résonance dans la fonction de transfert correspond au désaccord de la fréquence laser par rapport à la cavité $\Omega_{res} = \omega_L - \omega_0$. Une perturbation à cette fréquence se retrouve en résonance avec la cavité, elle est donc amplifiée par rapport aux autres fréquences de perturbation.

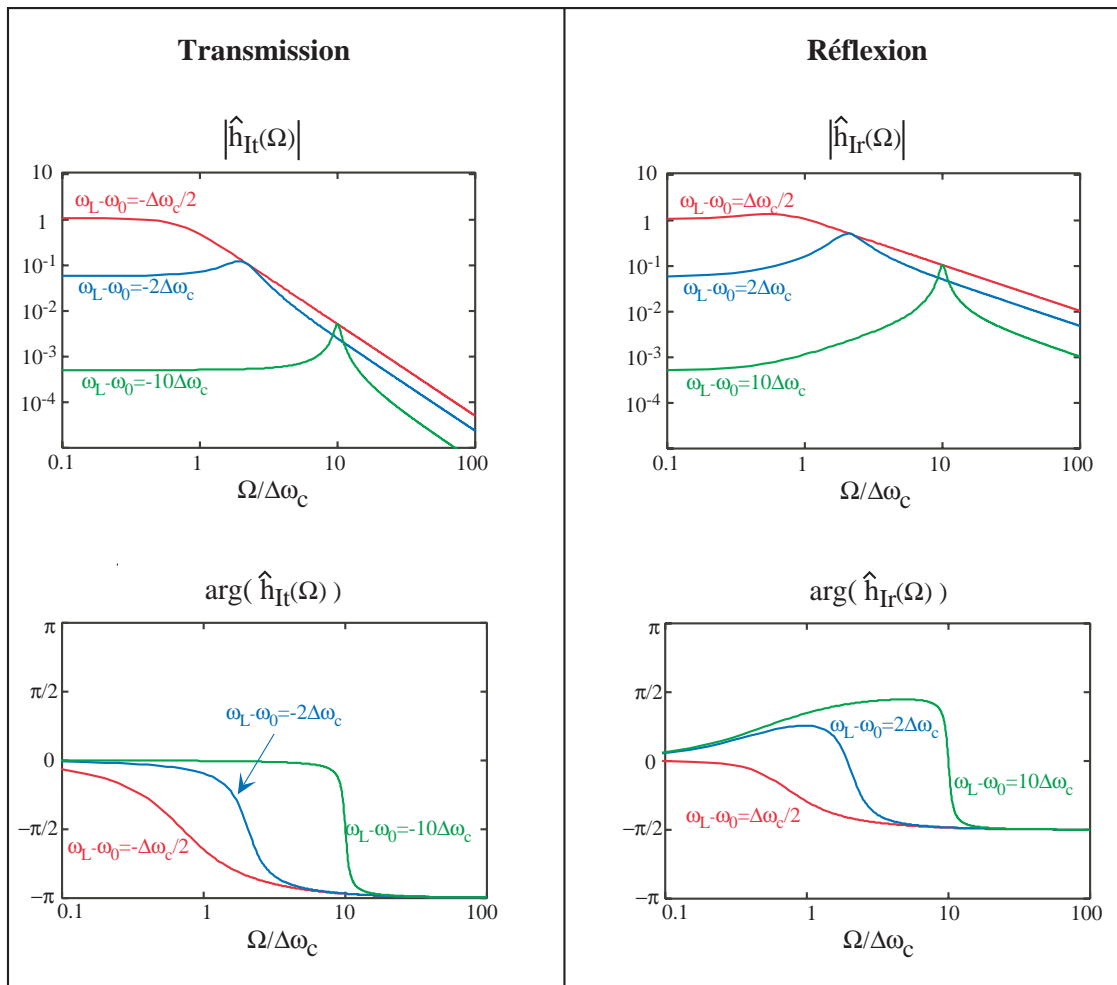


FIG. 1.7 – Fonction de transfert des fluctuations de fréquence d'un laser par un Fabry Perot

Pour un laser de faible largeur spectrale ($\Delta\omega_{laser} \ll \Delta\omega_c$), l'intensité réfléchie

et transmise par le Fabry Perot se comporte donc pour les fluctuations de fréquence du laser comme un filtre linéaire et stationnaire. On peut donc relier les propriétés statistiques des fluctuations d'intensité aux propriétés statiques du bruit de fréquence (voir page 232). On a donc pour la densité spectrale de puissance des fluctuations d'intensité :

$$\boxed{\begin{aligned} S_{\delta I_t}(\Omega) &= |\widehat{h}_{I_t}(\Omega)|^2 S_\omega(\Omega) \\ S_{\delta I_r}(\Omega) &= |\widehat{h}_{I_r}(\Omega)|^2 S_\omega(\Omega) \end{aligned}}, \Delta\omega_{laser} \ll \Delta\omega_c \quad (1.55)$$

L'écart type des fluctuations d'intensité s'obtient en utilisant la relation 1.5 :

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_{\delta I_t} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int |\widehat{h}_{I_t}(\Omega)|^2 S_\omega(\Omega) d\Omega} \\ \sigma_{\delta I_r} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int |\widehat{h}_{I_r}(\Omega)|^2 S_\omega(\Omega) d\Omega} \end{aligned}}, \Delta\omega_{laser} \ll \Delta\omega_c \quad (1.56)$$

Prenons à présent l'exemple d'un bruit blanc de fréquence (voir page 239) avec un écart type sur la fréquence instantanée σ_ω très petit devant la bande passante du bruit B. On a montré que dans ce cas la largeur spectrale du laser $\Delta\omega$ était égale à la densité spectrale de puissance de la fréquence S_ω^0 . Pour cet exemple de bruit, on peut remarquer en utilisant la relation 1.56 que l'écart type des fluctuations d'intensité transmise ou réfléchi est proportionnelle à la racine carrée de la largeur spectrale du laser :

$$\sigma_{\delta I_{t,r}} \propto \sqrt{\Delta\omega} \quad , \Delta\omega_{laser} \ll \Delta\omega_c$$

L'écart type des fluctuations de l'intensité réfléchi et transmise par la cavité en fonction de la fréquence laser moyenne est représenté sur la figure 1.8. On remarque que l'écart type est relié à la dérivée de l'intensité transmise et réfléchi. On peut aussi remarquer que l'écart type sur la réflexion est plus grand que l'écart type sur la transmission et qu'il décroît moins vite en fonction du désaccord que la transmission. Ceux-ci s'expliquent simplement par le fait que la réflexion transmet mieux les fluctuations de fréquence rapide que la transmission (voir figure 1.7).

Pour un bruit de fréquence blanc, la densité spectrale de puissance des fluctuations d'intensité $S_{\delta I_{t,r}}(\Omega)$ correspond au module carré de la fonction de transfert des fluctuations de fréquence $\widehat{h}_{I_{t,r}}(\Omega)$. Son allure est représentée sur la figure 1.7.

Ecart type des fluctuations de la transmission et de la réflexion d'un Fabry Perot pour un bruit de fréquence blanc : $S_{\omega}^0 = 0.1 \Delta\omega_c$ $B = 10 \Delta\omega_c \rightarrow \Delta\omega = 0.1 \Delta\omega_c$

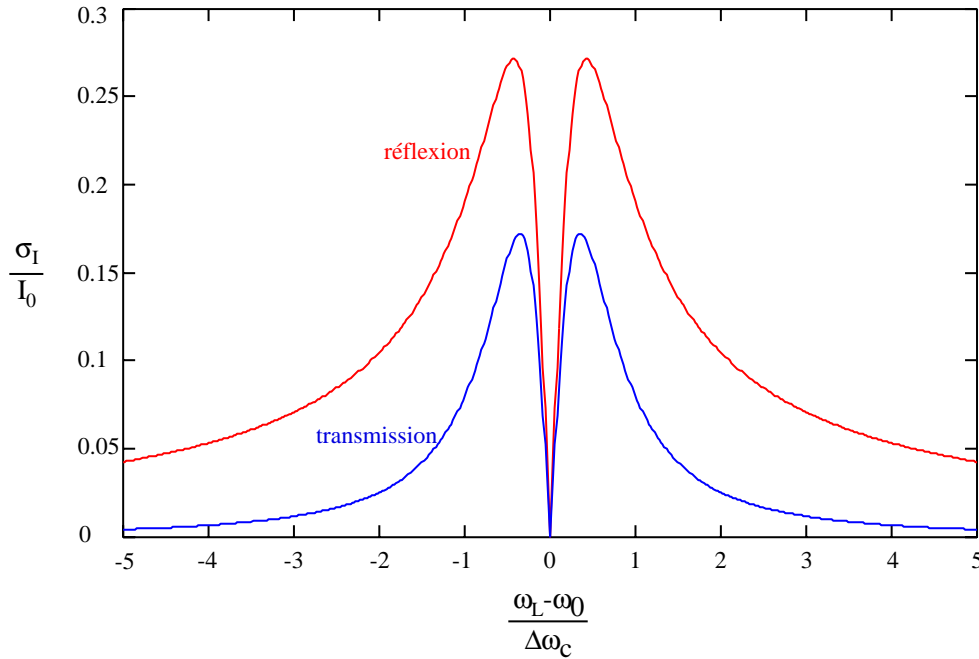


FIG. 1.8 – Ecart type des fluctuations de l'intensité transmise et réfléchie pour un laser avec un bruit de fréquence blanc

Si on connaît la densité spectrale de puissance des fluctuations d'intensité transmise ou réfléchie par la cavité, on peut donc calculer à partir de la fonction de transfert de la cavité, la densité spectrale de puissance des fluctuations de la fréquence laser $S_{\omega}(\Omega)$. A partir de cette quantité, on a facilement l'écart type du bruit de fréquence σ_{ω} (1.18) et on peut aussi obtenir le spectre optique en effectuant une hypothèse sur le bruit de phase du laser (page 237).

Pour l'étude de la stabilisation d'un laser à 689 nm, les fluctuations de l'intensité transmise et réfléchie par la cavité ont peu d'intérêts. Par contre, il est important de connaître les fluctuations du signal d'erreur d'un asservissement du type Pound-Drever-Hall [96] pour un laser bruyant.

1.2.4 Signal d'erreur du Pound-Drever-Hall

Nous utiliserons la technique de Pound-Drever-Hall pour asservir en fréquence notre laser à 689 nm. La réalisation pratique de cet asservissement sera détaillée dans la section suivante. Nous nous contenterons juste ici de donner le principe d'obtention du signal d'erreur (voir figure 1.9).

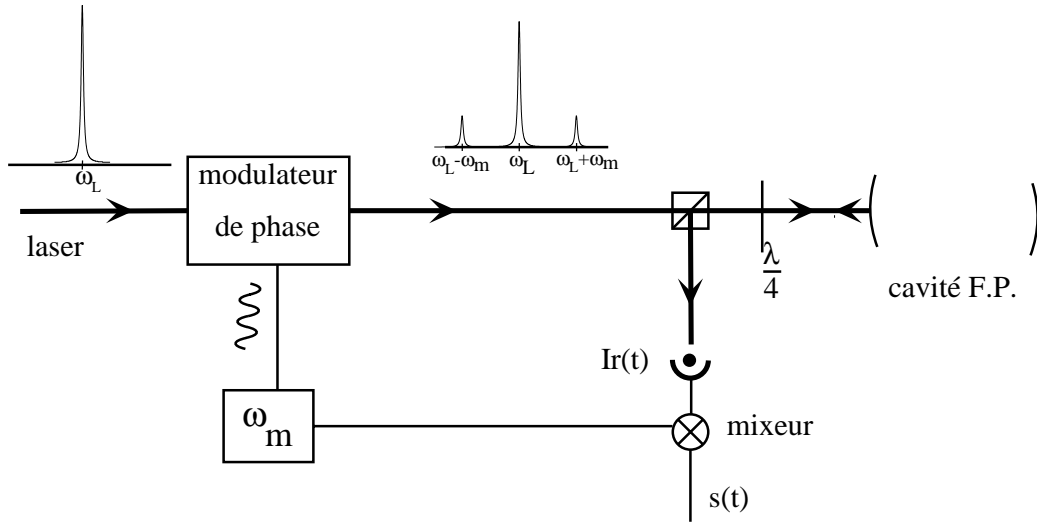


FIG. 1.9 – Obtention du signal d’erreur dans un asservissement du type Pound-Drever-Hall

Avant de coupler le laser dans la cavité, on module la phase du laser à une fréquence ω_m . On génère alors sur le spectre du laser des bandes latérales aux fréquences $\omega_L - \omega_m$ et $\omega_L + \omega_m$. La fréquence de modulation ω_m doit être choisie plus grande que la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$. Ainsi, les bandes latérales sont hors de résonance lorsque la bande centrale est résonnante. L’intensité réfléchiée par la cavité résulte alors du battement entre les bandes latérales qui sont réfléchies parfaitement par la cavité et la bande centrale qui est atténuée et déphasée par la cavité. On obtient le signal d’erreur $s(t)$ en mesurant l’intensité réfléchiée à la fréquence de modulation ω_m .

Nous allons d’abord calculer l’allure de ce signal d’erreur pour une onde monochromatique. Nous verrons ensuite comment le bruit de phase se manifeste sur ce signal d’erreur.

Signal du Pound Drever pour un laser monochromatique

Dans le cas d’une onde monochromatique, le champ incident sur la cavité peut s’écrire :

$$\begin{aligned} E_i(t) &= E_0 e^{i(\omega_L t + m \sin(\omega_m t))} \\ &= E_0 e^{i\omega_L t} \left(J_0(m) + \sum_{l=1}^{\infty} J_l(m) (e^{il\omega_m t} + (-1)^l e^{-il\omega_m t}) \right) \end{aligned}$$

où m est l’amplitude de modulation de la phase et ω_m est la fréquence de modulation. J_l représente la fonction de Bessel d’ordre l .

Pour calculer le champ électrique réfléchi par la cavité, on supposera que les bandes latérales sont hors résonance c'est à dire que $\hat{r}_c(\omega_L + l\omega_m) \simeq 1$ pour $l \neq 0$. Cette hypothèse sera vérifiée si la fréquence de modulation ω_m est très grande devant la largeur des résonances $\Delta\omega_c$. Le champ réfléchi par la cavité peut donc s'écrire comme :

$$E_r(t) = E_0 e^{i\omega_L t} \left(J_0(m)\hat{r}_c(\omega_L) + \sum_{l=1}^{\infty} J_l(m) (e^{il\omega_m t} + (-1)^l e^{-il\omega_m t}) \right)$$

On peut à présent calculer l'intensité réfléchi par la cavité $I_r(t) = |E_r(t)|^2$. On ne s'intéressera qu'à la partie de l'intensité modulée à la fréquence ω_m . On obtient après simplification :

$$I_r^{\omega_m}(t) = 4E_0^2 J_0(m) J_1(m) \text{Im}(\hat{r}_c(\omega_L)) \sin(\omega_m t)$$

Le signal d'erreur s'obtient en multipliant l'intensité réfléchi par une sinusoïde à la fréquence ω_m et en moyennant sur une période⁷ :

$$s(\omega_L) = \langle I_r(t) \sin(\omega_m t) \rangle = 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \text{Im}(\hat{r}_c(\omega_L)) \quad (1.57)$$

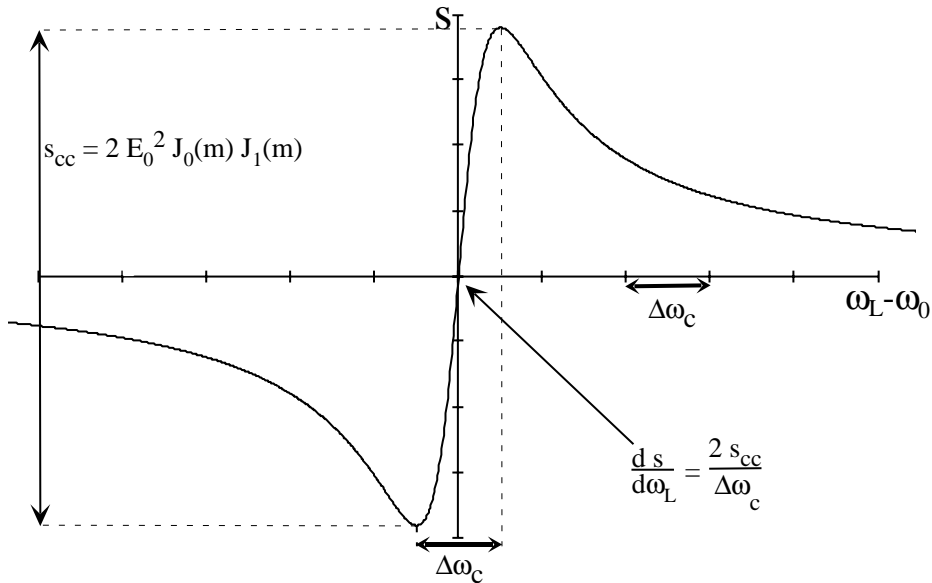


FIG. 1.10 – Signal d'erreur d'un asservissement du type Pound-Drever-Hall

7. On peut remarquer que la modulation de l'intensité réfléchi par la cavité à la fréquence ω_m est en opposition de phase par rapport à la modulation de fréquence du laser.

En remplaçant $\hat{r}_c(\omega_L)$ par son expression 1.44, on obtient finalement :

$$s(\omega_L) = 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \frac{\frac{2(\omega_L - \omega_0)}{\Delta\omega_c}}{1 + \left(\frac{2(\omega_L - \omega_0)}{\Delta\omega_c}\right)^2} \quad (1.58)$$

Le signal d'erreur correspond donc à un signal dispersif de largeur $\Delta\omega_c$ (figure 1.10). On peut noter que l'amplitude de ce signal d'erreur est maximum lorsque l'indice de modulation m est voisin de 1.

En envoyant ce signal d'erreur dans une boucle de rétroaction, on peut donc asservir la fréquence de notre laser sur la cavité. Pour comprendre la réponse d'un tel asservissement, nous allons déterminer comment se transmettent les fluctuations de la fréquence du laser sur le signal d'erreur.

Fluctuation du signal d'erreur pour un laser non monochromatique

On supposera ici que la fréquence moyenne du laser ω_L est égale à une fréquence de résonance de la cavité ω_0 . L'amplitude du champ laser sera constante et le bruit de phase sera modélisé par la fonction aléatoire $\varphi(t)$ (voir page 233). Le champ électrique incident sur la cavité peut donc s'écrire :

$$E_i(t) = E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))} \left(J_0(m) + \sum_{l=1}^{\infty} J_l(m) (e^{i l \omega_m t} + (-1)^l e^{-i l \omega_m t}) \right)$$

On suppose à présent que les bandes latérales sont réfléchies parfaitement par la cavité. Pour satisfaire cette condition dans le cas d'un laser non monochromatique, il faut que la largeur spectrale du laser $\Delta\omega_L$ et la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$ soient très petites devant la fréquence de modulation ω_m . En réalisant cette hypothèse, on obtient pour l'onde réfléchie par la cavité :

$$E_r(t) = J_0(m) (r_c(t) * E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))}) + E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))} \sum_{l=1}^{\infty} J_l(m) (e^{i l \omega_m t} + (-1)^l e^{-i l \omega_m t})$$

L'expression précédente peut se mettre sous la forme suivante :

$$E_r(t) = E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))} \left(J_0(m) \epsilon(t) + \sum_{l=1}^{\infty} J_l(m) (e^{i l \omega_m t} + (-1)^l e^{-i l \omega_m t}) \right)$$

avec :

$$\epsilon(t) = \int r_c(t') e^{-i\omega_L t'} e^{-i(\varphi(t) - \varphi(t-t'))} dt'$$

Sur l'intensité réfléchie $|E_r(t)|^2$, on retrouve des termes oscillants à toutes les harmoniques de la fréquence de modulation ω_m . Lorsque le laser était parfaitement monochromatique, ces différentes harmoniques étaient des pics de Dirac

bien séparés en fréquence. Pour un laser non monochromatique, ces harmoniques présentent une certaine largeur liée au terme $\epsilon(t)$ et donc des ailes qui peuvent s'étendre jusqu'aux autres harmoniques. Lorsque l'on veut détecter la modulation à la fréquence ω_m sur l'intensité réfléchie, on retrouve en plus de l'harmonique à ω_m , les ailes des autres harmoniques. Du bruit à hautes fréquences du laser se retrouve donc transposé à basse fréquence. Ce processus appelé intermodulation impose une limite à la largeur spectrale du laser que l'on peut obtenir avec un asservissement en fréquence. Cet effet a été étudié dans la thèse de M. Bahoura [97]. Il a montré que la largeur de raie ultime imposée par l'intermodulation était égale à :

$$\Delta\omega_{asservi} = \frac{\Delta\omega_c^2 \Delta\omega_{HF}}{4\omega_m^2} \quad (1.59)$$

où $\Delta\omega_{asservi}$ est la largeur ultime du laser asservi et $\Delta\omega_{HF}$ est la largeur du laser correspondant au bruit à haute fréquence : $\Delta\omega_{HF} \simeq S_\omega(\Omega > \omega_m)$. On verra dans la partie suivante que la largeur spectrale de notre laser asservi est grande par rapport à cette largeur de raie limite imposée par l'effet d'intermodulation. On négligera donc dans la suite les effets d'intermodulation.

Dans l'expression de l'intensité réfléchie par la cavité à la fréquence ω_m , on négligera donc les composantes hautes fréquences du bruit $\epsilon(t)$ transposées à basse fréquence. On obtient alors pour le signal d'erreur :

$$s(t) = 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \text{Im}(\epsilon(t)) \quad (1.60)$$

On suppose à présent que le temps de cohérence du laser τ_{coh} est très grand devant le temps de vie de la cavité $1/\Delta\omega_c$ et donc que la largeur spectrale du laser $\Delta\omega_L$ est petite devant la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$. Dans cette situation les variations de phase du laser sur un intervalle de temps correspondant au temps de vie de la cavité sont petites. On peut donc effectuer un développement limité de $e^{-i(\varphi(t)-\varphi(t-t'))}$ dans l'expression de $\epsilon(t)$. On obtient alors en utilisant de plus l'hypothèse que la fréquence laser moyenne est égale à une résonance de la cavité :

$$\epsilon(t) = i \int \varphi(t-t') r_c(t') e^{-i\omega_L t'} dt'$$

On peut mettre alors le signal d'erreur sous forme d'un produit de convolution :

$$s(t) = 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \int \varphi(t-t') \frac{r_c(t') e^{-i\omega_L t'} + cc}{2} dt'$$

Le signal d'erreur se comporte donc comme un filtre linéaire et stationnaire pour la phase et donc pour la fréquence instantanée. La transformée de Fourier du signal d'erreur s'écrit alors en utilisant la propriété $\widehat{r_c(\Omega)} = \widehat{r_c}(-\Omega)$:

$$\begin{aligned} \widehat{s}(\Omega) &= 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \widehat{r_c}(\Omega + \omega_L) \widehat{\varphi}(\Omega) \\ &= 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \frac{\widehat{r_c}(\Omega + \omega_L)}{i\Omega} \widehat{\omega}(\Omega) \end{aligned}$$

En utilisant l'expression de $\widehat{r}_c(\Omega)$ établie en 1.44, on trouve finalement :

$$\boxed{\widehat{s}(\Omega) = 2E_0^2 J_0(m) J_1(m) \frac{2}{\Delta\omega_c} \frac{1}{1 + i \frac{2\Omega}{\Delta\omega_c}} \widehat{\omega}(\Omega) \quad , \Delta\omega_L \ll \Delta\omega_c} \quad (1.61)$$

Le signal d'erreur se comporte donc pour les fluctuations de fréquence du laser comme un **filtre passe bas du premier ordre** avec une fréquence de coupure égale à la demi largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c/2$. Ce résultat sera très utile dans la conception de la boucle de rétroaction de l'asservissement.

A partir de l'expression de $\widehat{s}(\Omega)$ et de la relation 1.11, la densité spectrale de puissance des fluctuations du signal d'erreur s'obtient facilement :

$$\boxed{S_s(\Omega) = 4E_0^4 J_0(m)^2 J_1(m)^2 \frac{4}{\Delta\omega_c^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\Omega}{\Delta\omega_c}\right)^2} S_\omega(\Omega) \quad , \Delta\omega_L \ll \Delta\omega_c} \quad (1.62)$$

On peut donc à présent à partir des fluctuations du signal d'erreur calculer la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée de notre laser. Si on suppose que $\varphi(t+\tau) - \varphi(t)$ est gaussien, on peut calculer aussi le spectre optique du laser (voir page 237).

Cette technique de mesure des propriétés spectrales de notre laser est facile à implémenter. Cependant les résultats du calcul précédent ne sont valables que pour certaines conditions. Il faut que la largeur spectrale du laser $\Delta\omega$ soit plus petite que la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$. Il faut de plus pouvoir négliger l'effet d'intermodulation. On verra que ces conditions seront satisfaites pour la mesure des propriétés spectrales de notre laser asservi. Il faut tout de même rappeler que cette mesure est faite par rapport à la cavité. Si cette cavité ne constitue pas une bonne référence de fréquence absolue (fluctuations de la longueur optique de la cavité), les propriétés spectrales absolues du laser ne seront pas connues. Il faut donc une référence de fréquence absolue pour savoir si la cavité Fabry Perot constitue une référence de fréquence suffisamment bonne. On va donc s'intéresser dans la prochaine section à l'interaction d'un laser bruyant avec une vapeur atomique.

1.2.5 Résonance atomique

Nous allons étudier la réponse d'un atome à deux niveaux à un laser non monochromatique. Le but est d'établir une relation entre les grandeurs physiques caractérisant l'interaction laser atome et les propriétés spectrales du laser. Nous dégagerons de cette étude un critère à imposer aux propriétés spectrales de notre laser stabilisé en fréquence pour réaliser des expériences de refroidissement sur la transition d'intercombinaison du strontium.

La résolution des équations de Bloch optiques avec un laser non monochromatique a déjà été effectuée dans de nombreuses références [97] [98] [99] [100]. Les valeurs moyennes et les fluctuations de la transmission et de la fluorescence d'une vapeur atomique ont été calculées pour différents types de bruit. Nous nous contenterons ici d'utiliser le modèle de l'électron élastiquement lié. Ce modèle plus simple nous permet de retrouver les mêmes résultats que les équations de Bloch optiques dans la limite faible saturation ($s \ll 1$). On calculera dans le cadre de ce modèle la fluorescence et la transmission d'une vapeur atomique et la force de pression de radiation.

Modèle de l'électron élastiquement lié

Le modèle de l'électron élastiquement lié nous permet de calculer le dipôle atomique induit par un champ électrique dans la limite de faible saturation. Dans ce modèle, l'évolution du dipôle est gouvernée par l'équation suivante :

$$\ddot{d}(t) + \Gamma \dot{d}(t) + \omega_0^2 d(t) = \frac{e^2}{m} E(t) \quad (1.63)$$

- d : Dipôle atomique induit par le champ électrique.
- E : Champ électrique du laser incident. Il pourra être modélisé par $E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))}$ (1.12).
- Γ : Amortissement du dipôle, largeur naturelle de l'état excité.
- ω_0 : Fréquence de résonance.
- e : Charge de l'électron.
- m : Masse de l'électron.

Pour résoudre cette équation, on introduit la transformée de Fourier du champ électrique et du dipôle :

$$\begin{aligned} \widehat{d}(\Omega) &= \int d(t) e^{-i\Omega t} dt \\ \widehat{E}(\Omega) &= \int E(t) e^{-i\Omega t} dt \end{aligned}$$

L'équation différentielle 1.63 donne alors :

$$\boxed{\widehat{d}(\Omega) = \widehat{h}_{at}(\Omega) \widehat{E}(\Omega)} \quad (1.64)$$

où $\widehat{h}_{at}(\Omega)$ est la réponse du dipôle à un champ électrique monochromatique.

$$\widehat{h}_{at}(\Omega) = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \Omega^2 + i\Omega\Gamma} \quad (1.65)$$

On fait à présent l'hypothèse que le laser est quasi-monochromatique ($\Delta\omega_L \ll \omega_L$) et quasi-résonnant avec la transition atomique ($\omega_L - \omega_0 \ll \omega_0$).

Ces hypothèses sont parfaitement vérifiées pour l'interaction d'un laser avec un atome. On obtient alors pour la réponse du dipôle à un champ électrique monochromatique ($\Omega > 0$):

$$\begin{aligned} \hat{h}_{at}(\Omega) &= \frac{e^2}{m\omega_0\Gamma} \frac{-i}{1 + i \frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Gamma}} \\ &= \frac{-e^2}{m\omega_0\Gamma} \left(\frac{\frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Gamma}}{1 + \frac{4(\Omega - \omega_0)^2}{\Gamma^2}} + i \frac{1}{1 + \frac{4(\Omega - \omega_0)^2}{\Gamma^2}} \right) \end{aligned} \quad (1.66)$$

On retrouve ici à un facteur de proportionnalité près l'expression du dipôle moyen obtenue avec les équations de Bloch optique avec un laser monochromatique dans la limite faible saturation.

Pour un laser non monochromatique, le dipôle induit peut donc s'écrire comme le produit de convolution de la réponse atomique et du champ électrique :

$$\boxed{d(t) = h_{at}(t) * E(t)} \quad (1.67)$$

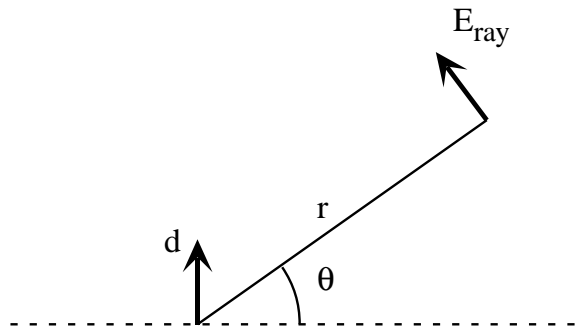
$h_{at}(t)$ étant la transformée de Fourier inverse de $\hat{h}_{at}(\Omega)$.

Dans les paragraphes suivants, nous relierons le dipôle aux quantités physiques caractérisant l'interaction d'un laser avec un atome: fluorescence, absorption, force de pression de radiation.

Champ diffusé par l'atome, fluorescence

Le champ électrique du laser induit sur l'atome un dipôle oscillant. Le rayonnement de ce dipôle correspond à la fluorescence de l'atome. On peut montrer qu'à grande distance, le champ rayonné par le dipôle est égal à [102] :

$$E_{ray}(r,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{-\ddot{d}(t - r/c)}{r} \cos(\theta)$$



Le champ électrique incident étant quasi-monochromatique, on suppose que le dipôle induit est aussi quasi-monochromatique c'est à dire que les fluctuations de fréquences sont très petites devant la fréquence moyenne. La dérivée seconde du dipôle est donc environ égale à : $\ddot{d}(t) \simeq -\omega_L^2 d(t)$. On fait de plus l'hypothèse que la distance au dipôle r est petite devant la longueur de corrélation du laser c'est à dire que $\varphi(t-r/c) \sim \varphi(t)$. Dans ce cas, on a $d(t-r/c) \sim d(t)e^{-i\omega_L r/c} = d(t)e^{-ik_L r}$. Avec ces deux hypothèses, on trouve que le champ électrique rayonné est proportionnel au dipôle atomique :

$$E_{ray}(r,t) = \frac{k_L^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{d(t) e^{-ik_L r}}{r} \cos(\theta)$$

En utilisant la relation 1.67, on obtient le champ rayonné par l'atome en fonction du champ incident :

$$E_{ray}(r,t) = \frac{k_L^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-ik_L r}}{r} \cos(\theta) (h_{at}(t) * E(t))$$

On peut remarquer que le champ électrique rayonné par le dipôle a la même expression que le champ électrique transmis par la cavité. En effet, on a pour le champ électrique rayonné :

$$E_{ray}(r,t) \propto h_{at}(t) * E(t) \quad \text{avec} \quad \hat{h}_{at}(\Omega) \propto \frac{1}{1+i \frac{2(\Omega-\omega_0)}{\Gamma}}$$

et pour le champ transmis par la cavité :

$$E_t(t) = t_c(t) * E(t) \quad \text{avec} \quad \hat{t}_c(\Omega) = \frac{1}{1+i \frac{2(\Omega-\omega_0)}{\Delta\omega_c}}$$

A faible saturation ($s \ll 1$), la fluorescence d'un atome et l'intensité transmise par un Fabry Perot ont donc les mêmes caractéristiques. Les résultats obtenus dans la partie 1.2.3 (voir page 251) pour l'intensité transmise par un Fabry Perot sont donc valables pour la fluorescence d'un atome en identifiant la largeur naturelle de la transition atomique Γ à la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$. Nous allons donner ici les principaux résultats.

Comme pour le Fabry Perot, la valeur moyenne de la fluorescence s'obtient en intégrant la fluorescence pour un laser monochromatique sur le spectre du laser :

$$\langle I_{ray} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int I_{ray}^{mono}(\Omega) \frac{S_E(\Omega)}{E_0^2} d\Omega \quad (1.68)$$

avec

$$I_{ray}^{mono}(\Omega) = \frac{I_0}{1 + \frac{4(\Omega-\omega_0)^2}{\Gamma^2}} \quad (1.69)$$

où

$$I_0 = \frac{k_L^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{\cos^2(\theta)}{r^2} \frac{e^4}{(m\omega_0\Gamma)^2} E_0^2$$

On retrouve ici le même résultat que les équations de Bloch optiques dans la limite de faible saturation [98].

On obtient pour les fluctuations de l'intensité rayonnée par un atome les mêmes résultats que les fluctuations de l'intensité transmise par un Fabry Perot. Pour des fluctuations de fréquence très lentes devant le temps de vie du niveau excité ($1/\Gamma$), l'intensité rayonnée suit parfaitement les fluctuations de fréquence :

$$\boxed{I_{ray}(t) = I_{ray}^{mono}(\omega_L + \omega(t)) \quad , \text{fluctuations de fréquence lentes}} \quad (1.70)$$

Pour une largeur spectrale du laser $\Delta\omega$ très petite devant la largeur de la transition atomique Γ , l'intensité rayonnée se comporte pour les fluctuations de fréquence du laser comme un filtre linéaire et stationnaire :

$$\boxed{I_{ray}(t) = I_{ray}^{mono}(\omega_L) + h_{I_{ray}}(t) * w(t) \quad , \Delta\omega \ll \Gamma} \quad (1.71)$$

où

$$\boxed{\hat{h}_{I_{ray}}(\Omega) = I_0 \frac{\frac{-8(\omega_L - \omega_0)}{\Gamma^2}}{\left(1 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Gamma^2}\right) \left(\left(1 + \frac{2i\Omega}{\Gamma}\right)^2 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Gamma^2}\right)}} \quad (1.72)$$

Nous avons donc ici caractérisé la fluorescence d'un atome pour un laser non monochromatique. Nous allons à présent nous intéresser à la fluorescence d'une vapeur atomique. On supposera que la vapeur atomique est optiquement mince. On négligera donc la diffusion multiple. Le champ rayonné par un atome ne sera donc pas modifié par les autres atomes présents dans la vapeur. Dans cette situation, le champ rayonné par la vapeur sera égal à la somme des champs rayonnés par chaque atome de la vapeur. On suppose à présent que la position des atomes de la vapeur est aléatoire. Si les atomes sont immobiles, l'intensité rayonnée correspond à une figure de speckle qui dépend de la position des atomes. Si les atomes bougent, le speckle se moyenne. On supposera donc que les atomes se déplacent suffisamment vite pour que dans la bande passante de mesure, les fluctuations d'intensité correspondant aux fluctuations de speckle soient négligeables devant les fluctuations d'intensité correspondant au bruit de fréquence du laser. Sous ces conditions l'intensité rayonnée par la vapeur est égale à la somme des intensités rayonnées par chaque atome de la vapeur.

La fluorescence d'un nuage d'atome froid satisfaisant les conditions précédentes (épaisseur optique faible, speckle moyenné) sera donc caractérisée par les expressions obtenues pour la fluorescence d'un atome (1.68, 1.69, 1.70, 1.71). Si le nombre d'atomes dans le nuage ne fluctue pas, on peut donc relier les propriétés spectrales du laser aux caractéristiques de la fluorescence du nuage

(valeur moyenne, fluctuation).

Pour une vapeur thermique, il faut aussi tenir compte de l'effet Doppler qui modifie la fréquence laser apparente pour des atomes de vitesse non nul. L'intensité rayonnée par la vapeur s'obtient donc en réalisant une moyenne de l'intensité rayonnée par un atome sur la distribution de vitesse de la vapeur :

$$I_{ray}^{vap th}(t) \propto \langle I_{ray}^{at}(t,v) \rangle_v = \int I_{ray}^{at}(t,v) \frac{\exp\left(\frac{-v^2}{\frac{2k_B T}{m}}\right)}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}} dv$$

où $I_{ray}^{at}(t,v)$ est l'intensité rayonnée par un atome de vitesse de v dans la direction du laser. Cette quantité est égale à l'intensité rayonnée par un atome de vitesse nulle (calcul précédent) avec une fréquence laser moyenne égale à $\omega_L - k_L v$.

La valeur moyenne et les fluctuations de la fluorescence d'une vapeur thermique s'obtiennent donc en réalisant la moyenne sur la distribution de vitesse de la vapeur :

$$\langle I_{ray}^{vap th}(t) \rangle \propto \frac{1}{2\pi} \int \langle I_{ray}^{mono}(\Omega - k_L v) \rangle_v \frac{S_E(\Omega)}{E_0^2} d\Omega$$

$$I_{ray}^{vap th}(t) \propto \langle I_{ray}^{mono}(\omega_L - k_L v + \omega(t)) \rangle_v \quad , \text{fluctuations de fréquence lentes.}$$

$$I_{ray}^{vap th}(t) \propto \langle I_{ray}^{mono}(\omega_L - k_L v) \rangle_v + h_{I_{ray}}^{vap th}(t) * w(t) \quad , \Delta\omega \ll \Gamma$$

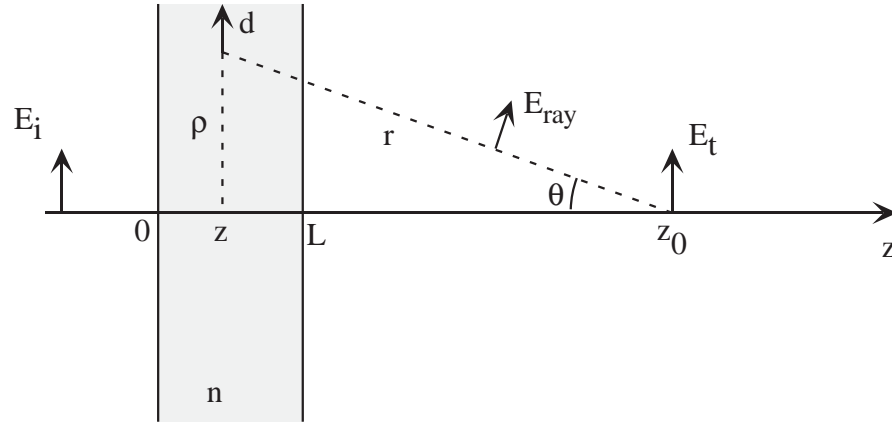
$$\text{avec } \hat{h}_{I_{ray}}^{vap th}(\Omega) \propto \langle \hat{h}_{I_{ray}}(\Omega - k_L v) \rangle_v$$

Nous avons donc donné les expressions de la valeur moyenne de la fluorescence d'une vapeur atomique pour un laser non monochromatique. Lorsque la largeur spectrale du laser est petite devant la largeur naturelle de la transition, on a relié les fluctuations de la fluorescence aux fluctuations de la fréquence du laser. Ces résultats peuvent s'appliquer à un nuage d'atomes froids, à un jet atomique ou à une vapeur thermique.

Transmission d'une vapeur atomique

On considère une vapeur atomique de densité n et de longueur L avec une épaisseur optique faible. On négligera la diffusion multiple, et on supposera que le champ incident vu par les atomes n'est ni atténué ni déphasé. Le champ électrique transmis par la vapeur est la somme du champ incident $E_i(t, z_0)$ et du champ rayonné par la vapeur $E_r(t, z_0)$ [102]:

$$E_t(t, z_0) = E_i(t, z_0) + E_r(t, z_0)$$



Comme dans le paragraphe précédent, on supposera que la longueur de corrélation du laser est très grande devant toutes les distances du problème. On a alors :

$$E_i(t, z_0) = E_i(t, 0) e^{-i k_L z}$$

Pour obtenir le champ rayonné par la vapeur, il faut sommer tout les champs rayonnés par chaque atome de la vapeur :

$$E_r(t, z_0) = \int_0^L \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{ray}(t, z, \theta, r) n \rho d\phi d\rho dz$$

où

$$E_{ray}(t, z, \theta, r) = \frac{k_L^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{(h_{at}(t) * E_i(t)) e^{-i k_L r}}{r} \cos(\theta)$$

Après intégration de l'expression précédente [102], on obtient :

$$E_t(t, z_0) = e^{-i k_L z_0} (E_i(t) * t_{vap}(t))$$

avec

$$t_{vap}(t) = \delta(t) - i \frac{2\pi n k_L L}{4\pi\epsilon_0} h_{at}(t)$$

La transformée de Fourier $t_{vap}(t)$ nous donne la transmission en amplitude de la vapeur pour une onde monochromatique :

$$\boxed{\hat{t}_{vap}(\Omega) = 1 - \frac{A/2}{1 + i \frac{2(\Omega - \omega_0)}{\Gamma}}} \quad (1.73)$$

où A est l'absorption de la vapeur pour un laser monochromatique à résonance.

On peut remarquer qu'on obtient pour le champ transmis par la vapeur atomique une expression analogue au champ réfléchi par un Fabry Perot. Pour la

cavité, le champ réfléchi était la somme du champ incident et du champ stocké dans la cavité :

$$E_r(t) = r_c(t) * E(t) \quad \text{avec} \quad \hat{r}_c(\Omega) = 1 - \frac{1}{1+i \frac{2(\Omega-\omega_0)}{\Delta\omega_c}}$$

Pour la transmission de la vapeur, il faut ajouter le champ incident au champ rayonné par la vapeur :

$$E_t(r,t) \propto t_{vap}(t) * E(t) \quad \text{avec} \quad \hat{t}_{vap}(\Omega) \propto 1 - \frac{A/2}{1+i \frac{2(\Omega-\omega_0)}{\Gamma}}$$

A faible saturation ($s \ll 1$), la transmission d'une vapeur atomique et l'intensité réfléchie par un Fabry Perot ont donc les mêmes caractéristiques. Les résultats obtenus dans la partie 1.2.3 (voir page 251) pour l'intensité réfléchie par un Fabry Perot sont donc valables pour la transmission d'une vapeur atomique en identifiant la largeur naturelle de la transition atomique Γ à la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$. Nous allons donner ici les principaux résultats.

La valeur moyenne de l'intensité transmise est le résultat de l'intégrale de la transmission de la vapeur pour un laser monochromatique sur le spectre laser :

$$\langle I_t \rangle = \frac{1}{2\pi} \int |\hat{t}_{vap}(\Omega)|^2 S_E(\Omega) d\Omega \quad (1.74)$$

avec

$$|\hat{t}_{vap}(\Omega)|^2 = 1 - \frac{A}{1 + \frac{4(\Omega-\omega_0)^2}{\Gamma^2}} \quad (1.75)$$

On obtient pour les fluctuations de l'intensité transmise par une vapeur atomique les mêmes résultats que les fluctuations de l'intensité réfléchie par un Fabry Perot. Pour des fluctuations de fréquence très lentes devant le temps de vie du niveau excité ($1/\Gamma$), l'intensité rayonnée suit parfaitement les fluctuations de fréquence :

$$I_t(t) = |\hat{t}_{vap}(\omega_L + \omega(t))|^2 E_0^2, \quad \text{fluctuations de fréquence lentes} \quad (1.76)$$

Pour une largeur spectrale du laser $\Delta\omega$ très petite devant la largeur de la transition atomique Γ , l'intensité transmise par la vapeur atomique se comporte pour les fluctuations de fréquence du laser comme un filtre linéaire et stationnaire :

$$I_t(t) = |\hat{t}_{vap}(\omega_L)|^2 E_0^2 + h_{I_t}(t) * w(t), \quad \Delta\omega \ll \Gamma \quad (1.77)$$

où

$$\hat{h}_{I_t}(\Omega) = E_0^2 \frac{\overline{\hat{t}_{vap}(\omega_L)} \hat{t}_{vap}(\omega_L + \Omega) - \hat{t}_{vap}(\omega_L) \overline{\hat{t}_{vap}(\omega_L - \Omega)}}{\Omega} \quad (1.78)$$

$$= A E_0^2 \frac{\frac{8(\omega_L - \omega_0)}{\Gamma^2} \left(1 - \frac{A}{4} + \frac{i\Omega}{\Gamma}\right)}{\left(1 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Gamma^2}\right) \left(\left(1 + \frac{2i\Omega}{\Gamma}\right)^2 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{\Gamma^2}\right)} \quad (1.79)$$

Ces résultats caractérisent par exemple la transmission d'un nuage d'atome froid (valeur moyenne, fluctuation). Pour une vapeur thermique, il faut aussi tenir compte de l'effet Doppler qui modifie la fréquence laser apparente pour des atomes de vitesse non nul. La transmission en amplitude de la vapeur est donc modifiée, il faut réaliser une moyenne du champ rayonné par la vapeur sur la distribution de vitesse. On obtient alors :

$$\hat{t}_{vap\ th}(\Omega) = 1 - A/2 \left\langle \frac{1}{1 + i \frac{2(\Omega - k_L v - \omega_0)}{\Gamma}} \right\rangle_v$$

La valeur moyenne et les fluctuations de la transmission d'une vapeur thermique s'obtiennent donc en remplaçant $\hat{t}_{vap}(\Omega)$ par $\hat{t}_{vap\ th}(\Omega)$.

Nous avons donné les expressions de la valeur moyenne de la transmission d'une vapeur atomique pour un laser non monochromatique. Lorsque la largeur spectrale du laser $\Delta\omega$ est petite devant la largeur naturelle de la transition Γ , nous avons relié les fluctuations de l'intensité transmise aux fluctuations de la fréquence du laser. Ces résultats peuvent s'appliquer à un nuage d'atomes froids, à un jet atomique ou à une vapeur thermique.

Force de pression de radiation

La force de pression de radiation est la quantité physique qui nous intéressera pour caractériser le piège magnéto-optique. Nous donnerons ici son expression pour un laser non monochromatique. La force de pression de radiation peut se calculer dans le cadre du modèle de l'électron élastiquement lié à partir de la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q \vec{v}_e \wedge \vec{B} = \vec{d} \wedge \vec{B}$$

On obtient ainsi une force dans la direction du vecteur d'onde avec un module égal à :

$$F(t) = \frac{\dot{d}(t) \overline{E(t)} + cc}{4c}$$

Comme dans les parties précédentes, on suppose que l'oscillation du dipôle est quasi-monochromatique. On obtient donc :

$$F(t) = \frac{i k_L}{4} \dot{d}(t) \overline{E(t)} + cc$$

A partir de l'expression précédente et en utilisant la même méthode que le calcul de la valeur moyenne de la transmission ou de la réflexion d'un Fabry Perot (page 251), on obtient pour la valeur moyenne de la force :

$$\boxed{\langle F \rangle = \frac{1}{2\pi} \int F^{mono}(\Omega) \frac{S_E(\Omega)}{E_0^2} d\Omega} \quad (1.80)$$

où $F^{mono}(\Omega)$ est la force de pression de radiation pour un laser monochromatique :

$$\boxed{F^{mono}(\Omega) = F_0 \frac{1}{1 + \frac{4(\Omega - \omega_0)^2}{\Gamma^2}}} \quad (1.81)$$

F_0 est la force de pression de radiation à résonance. Elle est donnée dans le cadre du modèle de l'électron élastiquement lié par :

$$F_0 = E_0^2 \frac{k_L e^2}{4m\omega_0\Gamma}$$

La valeur moyenne de la force de pression de radiation s'obtient donc en intégrant la force de pression de radiation obtenue avec un laser monochromatique sur le spectre du laser. Si le spectre du laser est lorentzien de largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$, on obtient pour la valeur moyenne de la force de pression de radiation :

$$\langle F \rangle = F_0 \frac{1}{1 + \frac{\Delta\omega}{\Gamma}} \frac{1}{1 + \frac{4(\omega_L - \omega_0)^2}{(\Gamma + \Delta\omega)^2}} \quad \text{si spectre lorentzien}$$

Le calcul des fluctuations de la force de pression de radiation pour un laser non monochromatique présente peu d'intérêt dans le cadre du modèle de l'électron élastiquement lié. En effet ce modèle ne décrit pas les fluctuations de la force de pression de radiation liées à la statistique d'absorption des photons et à l'émission spontanée. Le modèle de l'électron élastiquement lié ne permet donc pas de calculer la modification des fluctuations de la force de pression de radiation engendrée par le bruit de fréquence du laser. Pour résoudre ce problème, il faut donc utiliser les équations de Bloch Optique pour un laser non monochromatique.

Ce calcul de la valeur moyenne de la force de pression de radiation s'applique au piégeage et au refroidissement d'atomes par laser dans le régime faible saturation. On peut par exemple calculer la friction α dans une mélasse optique pour un laser non monochromatique. Si on reprend l'exemple du spectre lorentzien, on trouve que la friction maximale avec un laser de largeur $\Delta\omega$ est diminuée par rapport à un laser monochromatique d'un facteur égal à $(1 + \Delta\omega/\Gamma)^2$. Si on suppose que le bruit de fréquence du laser n'a pas modifié les fluctuations de la force de pression de radiation, on trouve que la température des atomes dans la mélasse a donc augmenté du facteur $(1 + \Delta\omega/\Gamma)^2$.

Dans la limite de faible saturation, les valeurs moyennes de la force de pression de radiation, de la fluorescence ou de l'absorption s'obtiennent donc en intégrant le résultat obtenu pour une onde monochromatique sur le spectre du laser. Dans un régime de forte saturation de la transition atomique, les résultats précédents ne s'appliquent plus. Il faut tenir compte des moments d'ordre élevé du champ électrique pour caractériser l'interaction.

L'influence du bruit de fréquence du laser sur les valeurs moyennes des observables de l'interaction atome laser est donc caractérisé par le spectre optique du laser. Si la largeur à mi-hauteur du spectre laser $\Delta\omega$ est très petite devant la largeur de la résonance Γ , l'interaction atome laser ne sera en général pas modifié par le bruit de fréquence du laser. Ce critère n'est pas suffisant si les ailes du spectre décroissent moins vite qu'une lorentzienne. Dans ce cas, il faudra aussi imposer un critère sur les ailes du spectre pour qu'elle ne perturbe pas l'interaction laser atome. L'effet de la décroissance lente des ailes du spectre est important lorsque le laser est très désaccordé par rapport à la résonance. On peut se trouver dans cette situation dans le cas de collisions assistées par lumière [103] où il peut avoir des résonances très loin de la résonance atomique.

En conclusion, pour que le bruit de phase de notre laser stabilisé en fréquence ne modifie pas les valeurs moyennes de l'interaction laser avec la transition étroite du strontium, il faut que la largeur du spectre optique du laser soit très petite devant la largeur naturelle de la transition (7 kHz). Il faudra de plus vérifier que les ailes du spectre décroissent suffisamment rapidement jusqu'aux fréquences des résonances atomiques.

Cette partie nous a aussi permis de relier dans certains cas les fluctuations de la fluorescence ou de l'absorption d'une vapeur au bruit de fréquence du laser. Une mesure des fluctuations de la fluorescence ou de l'absorption d'une vapeur atomique pourra donc nous donner des informations sur le bruit de fréquence du laser. On pourra ainsi estimer la stabilité du Fabry Perot qui sert de référence de fréquence pour l'asservissement.

Conclusion

Les deux quantités principales qui caractérisent les propriétés spectrales d'un laser sont la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée $S_\omega(\Omega)$ et le spectre optique $S_E(\Omega)$. Nous avons vu que la grandeur pertinente pour caractériser l'interaction atome laser était le spectre optique $S_E(\Omega)$.

La façon la plus directe de mesurer le spectre optique d'un laser stabilisé en fréquence est de réaliser un battement avec un laser de référence (laser identique ou laser plus fin spectralement). Cependant, on ne possède généralement pas d'un tel laser. L'analyse du bruit sur le signal d'erreur de l'asservissement en fréquence nous permet aussi de mesurer le spectre optique du laser. Pour que cette mesure soit significative, il faut que la référence de fréquence soit suffisamment stable. La mesure de cette stabilité pourra être effectuée en faisant interagir le laser stabilisé en fréquence sur une vapeur atomique.

1.3 Source laser

Pour réaliser un piège magnéto-optique sur la transition d'intercombinaison du strontium, nous avons besoin d'une source laser à 689 nm avec une puissance de l'ordre de 10 mW et une largeur spectrale inférieure à 7 kHz. La puissance ne pose pas de problème par contre la largeur spectrale désirée est difficile à obtenir. En effet, il n'existe pas de lasers qui ont une largeur spectrale de l'ordre du kHz sans asservissement en fréquence. Il faudra donc choisir un laser qui se prête bien à un asservissement en fréquence performant. Il faudra de plus que la largeur spectrale de notre laser non asservi soit la plus petite possible afin de minimiser la réduction de largeur spectrale à effectuer par l'asservissement. Nous expliciterons tout d'abord les choix technologiques effectués concernant la source laser. Nous décrirons ensuite la source laser réalisée et nous en donnerons ses caractéristiques.

1.3.1 Choix technologiques

Diode laser

Il existe sur le marché des diodes lasers monomodes émettant autour de 689 nm avec des puissances de l'ordre de 10 mW. Ces sources lasers sont bon marché, fiables et ne demandent pas d'entretien. On peut contrôler facilement leur fréquence d'émission en jouant sur la température et le courant [104]. Ces diodes lasers ont cependant une largeur spectrale relativement grande ($\sim 10 - 30$ MHz). La source de bruit responsable de cette largeur de raie est l'émission spontanée. L'émission spontanée dans le mode laser provoque des fluctuations d'amplitude et de phase du champ électrique. Les fluctuations de phase correspondent à la largeur de raie Schawlow-Townes d'un laser. De plus, dans une diode laser, les fluctuations en amplitude sont transformées par un effet non linéaire en fluctuations de phase. Par rapport à la largeur Schawlow-Townes, ce mécanisme augmente la largeur de raie du laser d'un facteur $1 + \alpha^2$ où α est le facteur de couplage phase amplitude. Il varie généralement de 2 à 9. La largeur de raie d'une diode libre est donc donnée par la formule suivante [105] [97] :

$$\Delta\nu_{libre} = \Delta\nu_{ST} (1 + \alpha^2) \quad (1.82)$$

$\Delta\nu_{ST}$ est la largeur de raie donnée par la formule de Schawlow-Townes :

$$\Delta\nu_{ST} \propto \frac{1}{P_0} \left(\frac{v_g}{l} \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right) \right)^2 \quad (1.83)$$

où P_0 est la puissance émise par le laser, l est la longueur de la cavité laser, v_g est la vitesse de groupe et R_1, R_2 sont les coefficients de réflexion de la cavité laser.

Pour une diode laser, la largeur spectrale peut ainsi varier de 10 à 30 MHz.

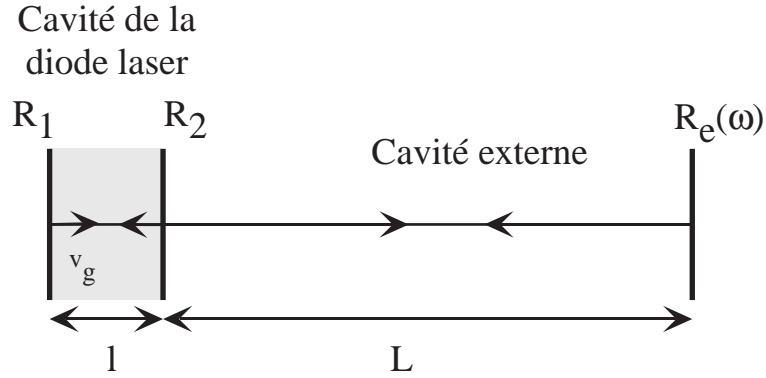


FIG. 1.11 – Diode laser en cavité étendue

Pour obtenir une largeur de raie après asservissement de l'ordre du kHz, il est préférable de partir d'une largeur spectrale initiale plus petite. On peut remarquer dans la formule précédente (1.83) que la largeur de raie du laser est inversement proportionnelle au carré de la longueur de la cavité laser. Pour réduire la largeur spectrale d'une diode laser, une idée consiste donc à augmenter la longueur de la cavité laser en ajoutant une cavité externe. Cette cavité externe est réalisée en renvoyant une partie de la lumière émise par la diode laser dans celle-ci (figure 1.11). Avec une diode en cavité étendue, on réduit considérablement la largeur spectrale du laser liée à l'émission spontanée. Cette réduction de largeur spectrale a été calculée pour un feed-back arbitraire dans plusieurs références [106] [107] :

$$\Delta\nu_{étendue} = \frac{\Delta\nu_{libre}}{Q^2} \quad (1.84)$$

avec

$$Q = 1 + \alpha \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\tau_0} \frac{d \ln(r(\omega))}{d\omega}\right) + \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\tau_0} \frac{d \ln(r(\omega))}{d\omega}\right) \quad (1.85)$$

où $\tau_0 = 2l/v_g$ est le temps mis par la lumière pour faire un aller retour dans la cavité interne et $r(\omega)$ est le coefficient de réflexion en amplitude effectif de la face de sortie :

$$r(\omega) = \frac{\sqrt{R_2} + \sqrt{R_e(\omega)}(1 - R_2) e^{i\frac{2\omega L}{c}}}{1 + \sqrt{R_2 R_e(\omega)} e^{i\frac{2\omega L}{c}}}$$

L étant la longueur de la cavité étendue et $R_E(\omega)$ le coefficient de réflexion de l'élément terminant la cavité externe.

Il a été aussi montré [106] que la réduction de la largeur spectrale est liée à la réduction du déplacement de la fréquence d'émission avec le courant $d\nu/dI$.

$$\frac{\Delta\nu_{étendue}}{\Delta\nu_{libre}} = \left(\frac{(\frac{d\nu}{dI})_{étendue}}{(\frac{d\nu}{dI})_{libre}} \right)^2 = Q^2 \quad (1.86)$$

En pratique, cette dernière relation nous permet d'estimer la réduction de largeur spectrale liée à l'émission spontanée en mesurant $d\nu/dI$ avant et après la mise en cavité étendue. La valeur de cette réduction de largeur spectrale varie généralement en pratique de 50 à 10000 suivant les caractéristiques de la cavité étendue et de la diode laser. Les formules 1.84 et 1.85 nous donnent l'expression exacte de cette réduction de largeur en fonction des paramètres du laser. Cette formule étant assez compliquée, essayons d'en dégager les comportements généraux.

On peut remarquer tout d'abord que la réduction de largeur spectrale dépend de l'accord de phase de la cavité externe $2\omega L/c$. Ainsi la largeur spectrale liée à l'émission spontanée dépend du point de fonctionnement du laser.

Dans la plus part des diodes en cavité étendue, on peut négliger l'oscillation dans la cavité externe ($\sqrt{R_2 R_e(\omega)} \ll 1$). Dans ce cas, la réduction de largeur spectrale est proportionnelle au carré de la longueur de la cavité externe $Q^2 \propto L^2$ (pour $Q^2 \gg 1$). Pour obtenir une réduction de la largeur spectrale liée à l'émission spontanée la plus importante possible, on aura donc intérêt à choisir une longueur de cavité externe la plus grande possible.

Si on néglige la cavité interne $R_2(\omega) \ll R_e(\omega)$ (on est proche de cette situation pour des diodes traitées antireflets), la réduction de largeur spectrale ne dépend plus que du rapport entre les longueurs de cavité externe et de la cavité interne :

$$Q = 1 + \frac{cL}{v_g l} \quad (1.87)$$

Il faut noter que pour les longueurs de cavité réalisées en pratique ($L > 2 \text{ cm}$), la largeur de raie du laser ne sera plus imposée par l'émission spontanée mais par les bruits techniques (bruit sur le courant de la diode, bruits acoustiques sur la cavité externe, fluctuation de la température...). On obtient ainsi typiquement une largeur spectrale pour une diode en cavité étendue d'environ 1 MHz sur un temps de 50 ms.

On choisira donc comme source laser, une diode en cavité étendue. Ce système permet d'obtenir une largeur spectrale d'environ 1 MHz (bruits techniques) alors qu'une diode libre a une largeur spectrale de 10 à 30 MHz (émission spontanée). Dans la partie suivante, nous examinerons les différentes configurations possibles pour une diode en cavité étendue.

Diode laser en cavité étendue

Différentes technologies sont possibles pour réaliser une diode laser en cavité étendue. L'élément optique terminant la cavité externe peut être divers : lame, réseau, cavité Fabry-Perot... L'élément le plus utilisé est le réseau de diffraction. Avec un tel élément, on peut obliger la diode laser à émettre à une longueur d'onde différente de sa longueur d'émission en fonctionnement libre. Le réseau étant un élément dispersif, seule une petite plage spectrale de la lumière émise

par la diode (typiquement 80 GHz) revient dans celle-ci. Les pertes de la cavité laser pour cette longueur d'onde de retour sont donc plus faibles, la diode laser sera alors conduite à laser à cette longueur d'onde. En changeant la longueur d'onde de retour, on peut ainsi balayer la longueur d'une diode sur réseau sur plusieurs nanomètres.

Les deux montages généralement utilisés pour réaliser une diode sur réseau sont le Littman [109] et le Littrow [110] [111] (figure 1.12). Chacune de ces deux configurations présente ses avantages. Dans le montage Littrow, on change la longueur d'onde de retour de la lumière dans la diode et donc la longueur d'onde d'émission en modifiant l'orientation du réseau. Ainsi, lorsqu'on change la longueur d'onde, le faisceau laser se déplace. Dans la configuration Littman, on ne rencontre pas ce problème car ici on change la longueur d'onde en modifiant l'orientation du miroir. De plus, dans cette configuration, on a une meilleure résolution spectrale car le réseau est utilisé en incidence rasante (nombre de traits du réseau éclairés plus important) et la lumière diffracte deux fois sur le réseau avant de revenir dans la diode. Pour la réalisation de notre laser, la configuration Littman ne présente pas d'avantage. Premièrement, la longueur d'onde d'émission de notre laser sera fixe et donc le fait que le faisceau se déplace en fonction de la longueur d'onde n'est pas gênant. Deuxièmement, les formules 1.84 et 1.85 montrent que le pouvoir de résolution du réseau ne joue pas un rôle important pour la largeur spectrale du laser lorsque l'intervalle spectral libre de la cavité étendue $c/2L$ est plus grande que le pouvoir de résolution du réseau. Pour une diode sur réseau, on sera généralement dans cette situation. On choisira donc la configuration Littrow. Elle est en outre plus simple à réaliser et demande moins d'éléments optiques dans la cavité. On pourra ainsi avoir une meilleure stabilité mécanique que la configuration Littman.

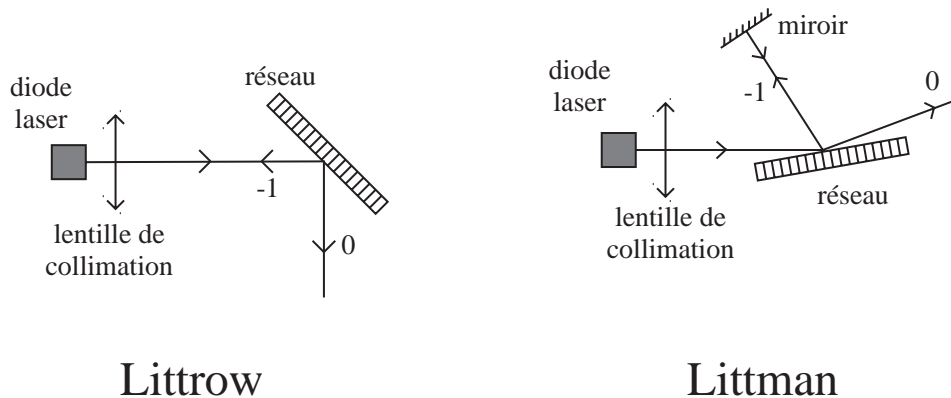


FIG. 1.12 – Diode sur réseau : configuration Littrow et Littman

Diode traitée antireflet

Le principal problème des diodes en cavité étendue est la présence d'une double cavité : la cavité de la diode laser et la cavité externe. Lorsqu'on veut avoir une longueur d'onde d'émission différente de la longueur d'onde d'émission de la diode libre, il y a une compétition entre l'oscillation laser dans la cavité interne et l'oscillation laser dans la cavité externe. Suivant le taux de lumière qui revient dans la diode et le changement de longueur d'onde désirée, la longueur d'onde obtenue pourra être donnée par le réseau de diffraction ou par l'émission de la diode libre. Cette compétition entre les deux cavités limite la plage d'accordabilité en longueur d'onde d'une diode sur réseau. L'autre conséquence de la présence de cette double cavité est que les propriétés spectrales du laser dépendent fortement de l'accord de phase entre ces deux cavités. Pour un mauvais accord de phase, l'émission aura tendance à être multimode et l'effet laser sur la cavité interne sera favorisé. Finalement, les zones de courant et d'orientation du réseau où la longueur d'onde est imposée par le réseau et où l'émission est monomode sont restreintes.

Pour éviter ces problèmes de double cavité, une solution consiste à utiliser une diode laser avec un traitement antireflet sur la face d'émission. Ainsi, l'effet de la cavité interne est considérablement réduit. Avec une diode traitée antireflet, les zones d'émission monomode seront plus importantes et l'accordabilité en longueur d'onde sera beaucoup plus grande (elle est limitée par la courbe de gain de la diode laser). En conséquence, pour la réalisation de notre laser stabilisé en fréquence, nous avons choisi d'utiliser une diode laser traitée antireflet.

Longueur de la cavité externe

Le dernier choix technologique à effectuer pour notre diode sur réseau concerne la longueur de la cavité externe. Pour une diode non traitée antireflet, il est préférable de choisir la cavité externe la plus courte possible afin d'éviter les instabilités et le comportement multimode [110]. Pour une diode traitée antireflet, on ne rencontre pas ce problème. D'autres critères interviennent pour le choix de la longueur de la cavité. On a vu précédemment que la largeur spectrale liée à l'émission spontanée était inversement proportionnelle au carré de la longueur de la cavité externe. La stabilité mécanique de la cavité laser est par contre meilleure pour une cavité courte. Il faut donc trouver un compromis entre la largeur spectrale du laser associée à l'émission spontanée et la stabilité mécanique de la cavité. Pour cela examinons l'effet du bruit en fréquence lié à l'émission spontanée sur la stabilisation en fréquence de notre laser.

Pour une diode sur réseau non stabilisée, la partie basse fréquence de la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée $S_\omega(\Omega)$ est déterminée par le bruit technique en $1/\Omega$. Par contre dans la partie haute fréquence, c'est le bruit

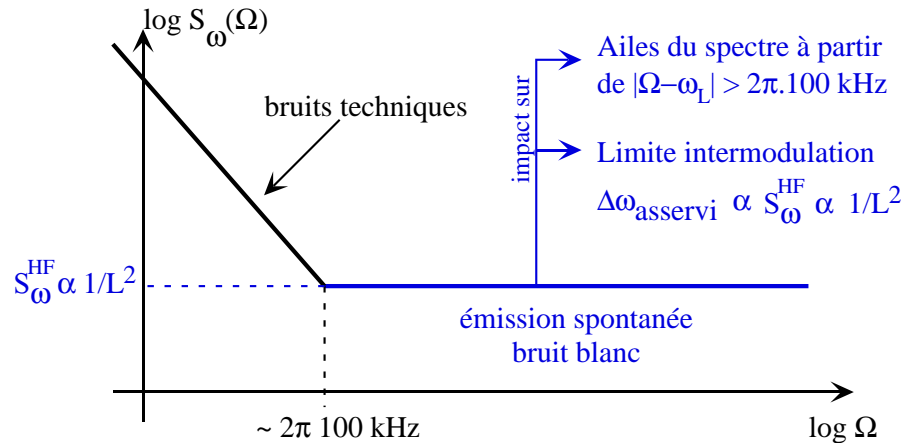


FIG. 1.13 – Allure de la densité spectrale de puissance d’une diode laser en cavité étendue non asservie.

associé à l’émission spontanée qui est prépondérant (figure 1.13). La largeur spectrale pour une diode sur réseau non stabilisée est généralement déterminée par la partie basse fréquence de la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée $S_\omega(\Omega)$. Cependant, pour la stabilisation en fréquence de notre laser, ce bruit à haute fréquence peut jouer un rôle important. Il impose une limite à la largeur de raie du laser asservi à cause du processus d’intermodulation (voir p. 261). De plus l’asservissement ayant une bande passante de correction limitée (~ 1 MHz), le bruit haute fréquence ne sera pas corrigé. Ce bruit à haute fréquence n’intervient pas dans la largeur à mi-hauteur du spectre du laser asservi mais sur les ailes du spectre. A partir de la bande passante de l’asservissement, les ailes du spectre décroîtront moins vite que la lorentzienne correspondant à la largeur à mi-hauteur du spectre. On a vu précédemment (voir p. 272) que dans certains cas les ailes du spectre laser peuvent modifier l’interaction atome laser.

Pour résumer, la longueur de cavité externe intervient par l’intermédiaire du bruit en fréquence causé par l’émission spontanée sur la largeur de raie ultime du laser asservi imposé par l’intermodulation et sur les ailes du spectre du laser asservi.

Pour réaliser notre diode sur réseau, on choisira une longueur de cavité d’environ 10 cm. En négligeant la cavité interne, on trouve à l’aide de la relation 1.87 une réduction de largeur spectrale associée à l’émission spontanée d’environ 1200 (on a pris comme longueur de cavité interne $v_g l/c \sim 3$ mm). On devrait ainsi avoir une largeur spectrale liée à l’émission spontanée d’environ 10 kHz en partant d’une largeur spectrale en libre de 10 MHz. De plus, dans de nombreuses références [108] [109], il a été obtenu expérimentalement des largeurs de raie liées à l’émission spontanée inférieures à 10 kHz avec des diodes sur réseau de 10 cm. Avec cette largeur, on verra dans la suite que la limite de largeur de raie imposée

par le processus d'intermodulation est très inférieure à la largeur spectrale que l'on doit atteindre ($< 7 \text{ kHz}$). Les ailes du spectre imposées par l'émission spontanée ne devraient non plus pas être gênantes. Une longueur de cavité de 10 cm est de plus raisonnable pour une bonne stabilité mécanique.

1.3.2 Réalisation du laser

Dans cette partie, je vais décrire les différents éléments constituant notre diode sur réseau.

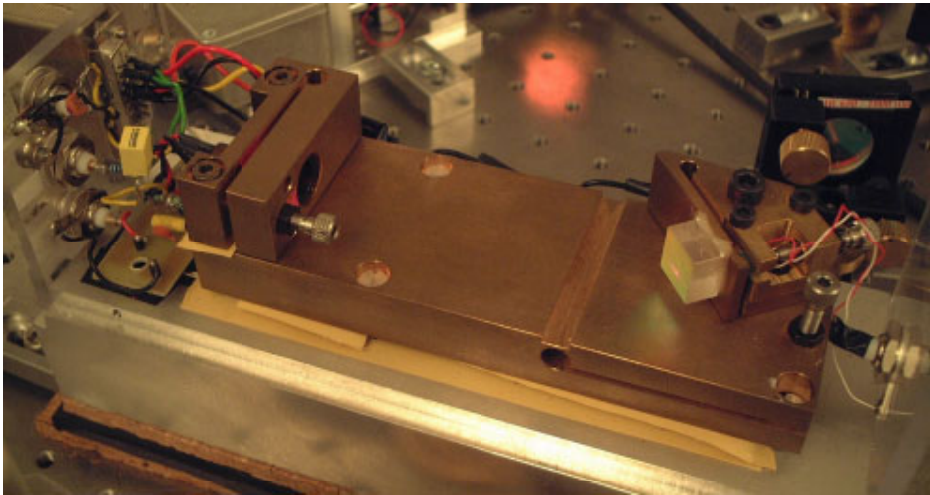


FIG. 1.14 – *Diode sur réseau*

Eléments optiques

La diode laser utilisée est une diode traitée antireflet par Sacher (SAL-690-10). Sa longueur d'onde d'émission avant traitement était de 687 nm. Le coefficient de réflexion résiduelle du traitement antireflet est donné inférieur à 8.10^{-5} à 687 nm. La puissance que l'on peut obtenir en cavité étendue est de 10 mW. Le faisceau de la diode laser est collimaté par une lentille asphérique Geltech traitée antireflet ($f=8.00 \text{ mm}$, O.N.=0.5). Un réseau holographique Jobin Yvon avec 1800 traits/mm est utilisé pour réaliser la cavité étendue. Après l'objectif de collimation, le faisceau laser est elliptique ($\omega_{0x} = 1.5 \text{ mm}$, $\omega_{0y} = 0.6 \text{ mm}$) avec une polarisation linéaire perpendiculaire à l'ellipse. La diode laser est orientée afin que le grand axe de l'ellipse soit perpendiculaire aux traits du réseau. Dans cette configuration, le pouvoir de résolution de réseau est optimum (nombre de traits éclairés maximum). Le coefficient de réflexion du réseau dans l'ordre -1 (retour dans la diode) est pour cette polarisation de 25%. L'ordre 0 de diffraction sert de faisceau de sortie. Les autres ordres de diffraction du réseau sont inexistant.

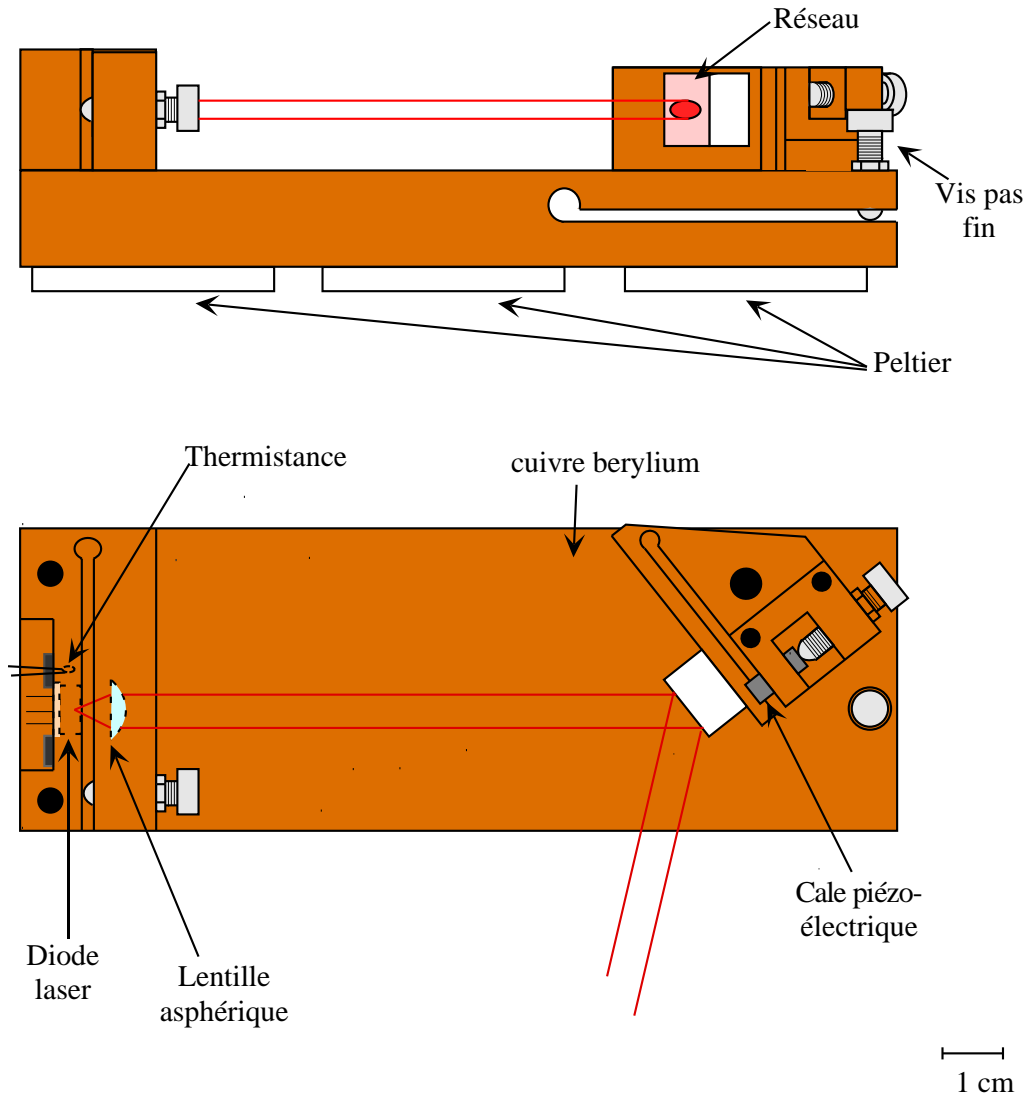


FIG. 1.15 – Montage mécanique de la diode sur réseau.

Montage mécanique

Plusieurs montages mécaniques sont possibles pour réaliser une diode sur réseau [110] [111]. Le montage doit être stable mécaniquement et doit permettre de régler précisément le retour de la lumière dans la diode laser (inclinaison verticale et horizontale du réseau, tirage de l'objectif). Notre montage réalisé est décrit dans la figure 1.15. Les différents réglages sont effectués à l'aide de vis micrométrique (pas=0.25mm) en jouant sur l'élasticité du métal. Pour pouvoir contrôler finement la longueur d'onde d'émission, une cale piézo-électrique basse tension Thorlabs (AE0203D08, déplacement de $6.1 \mu\text{m}$ pour une tension de 100V) permet d'orienter précisément l'orientation horizontale du réseau. Comme

la fréquence d'émission d'une diode laser dépend fortement de la température et que la longueur de la cavité externe est aussi sensible à la température (dilatation), on asservit en température l'ensemble du montage à l'aide de modules à effet Peltier.

Pour réaliser le montage mécanique, j'ai choisi du cuivre-beryllium. Cet alliage allie une bonne élasticité pour les éléments de réglages et une bonne conductivité thermique pour l'asservissement en température.

Asservissement en température

Le signal d'erreur pour l'asservissement en température est obtenu à l'aide d'une thermistance placée dans un pont de Wheaston. La contre réaction s'effectue sur trois modules à effet Peltier à l'aide d'un PID (Proportionnel, Intégrale, Dérivée). Les constantes de temps du PID sont obtenues en mesurant la période l'oscillation du système en boucle fermé avec seulement du proportionnel [112]:

$$\begin{aligned} T_{osc} = 24s &\Rightarrow T_{int} = \frac{T_{osc}}{2} = 12s \\ &\Rightarrow T_{der} = \frac{T_{osc}}{8} = 3s \end{aligned}$$

Le système stabilisé, les fluctuations du signal d'erreur sont de l'ordre de 10 mV. Ceci correspond à des fluctuations en température au niveau de la thermistance de l'ordre de 1 mK. Il est raisonnable de penser que l'ensemble est stabilisé en température à 10 mK.

Alimentation en courant

On utilise une alimentation en courant stabilisée pour la diode laser. Le bruit résiduel sur le courant est estimé à $1\mu A$. L'alimentation possède trois entrées qui permettent de moduler le courant de la diode jusqu'à 50 kHz. Entre la diode laser et l'alimentation, nous avons placé un circuit électronique (voir figure 1.16) qui protège la diode laser des courants inverses et qui permet une modulation du courant de la diode à des fréquences élevées. Ces entrées de modulation rapide seront utilisées pour l'asservissement en fréquence du laser.

Alimentation cale piézo-électrique

Pour contrôler la cale piézo-électrique, nous avons besoin d'une alimentation en tension de 0 à 100 V avec une entrée modulation pour réaliser des balayages. Cette alimentation peut être réalisée à partir de piles placées en série (voir figure 1.17). C'est une solution peu coûteuse avec laquelle on a un bruit en tension très faible.

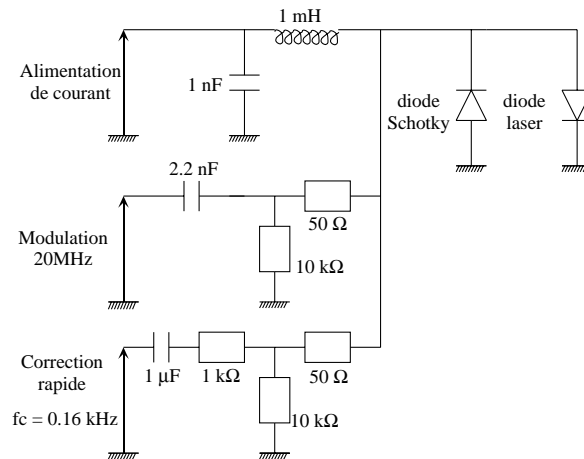


FIG. 1.16 – Circuit de protection et entrées de modulation rapide

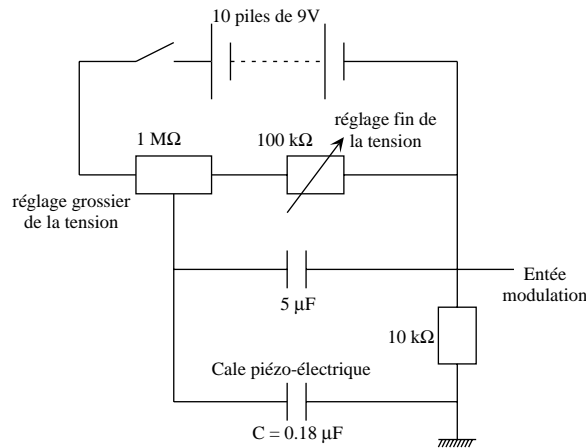


FIG. 1.17 – Alimentation cale piézo-électrique

1.3.3 Caractéristiques du laser

Dans cette partie, nous présenterons les résultats de la caractérisation expérimentale de notre laser. La mesure de la puissance et du spectre de notre laser a été réalisée en fonction de la longueur d'onde d'émission et du courant. Avant d'examiner les caractéristiques de la diode en cavité étendue, nous commencerons par analyser les propriétés de la diode libre.

Diode libre

Les caractéristiques de notre diode traitée antireflet sont très différentes d'une diode non traitée. En effet, une face de la cavité laser étant traitée antireflet, l'oscillation laser ne semble pas se produire. La puissance lumineuse en fonction

du courant ne présente pas de seuil bien marqué (voir figure 1.18). De plus quel que soit le courant, le spectre de la lumière émise est très large (20-30nm) (voir figure 1.19). Si on mesure précisément ce spectre, on s'aperçoit qu'il présente une

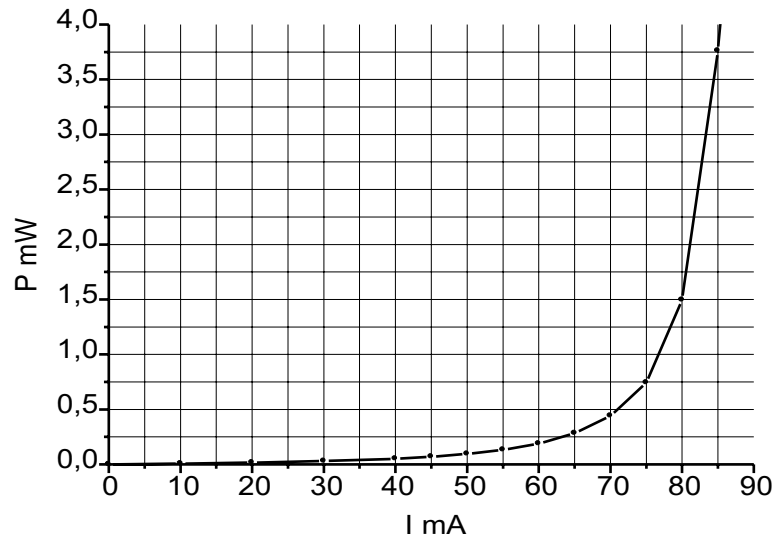


FIG. 1.18 – Puissance en fonction du courant pour la diode traitée antireflet ($T \sim 20^\circ\text{C}$)

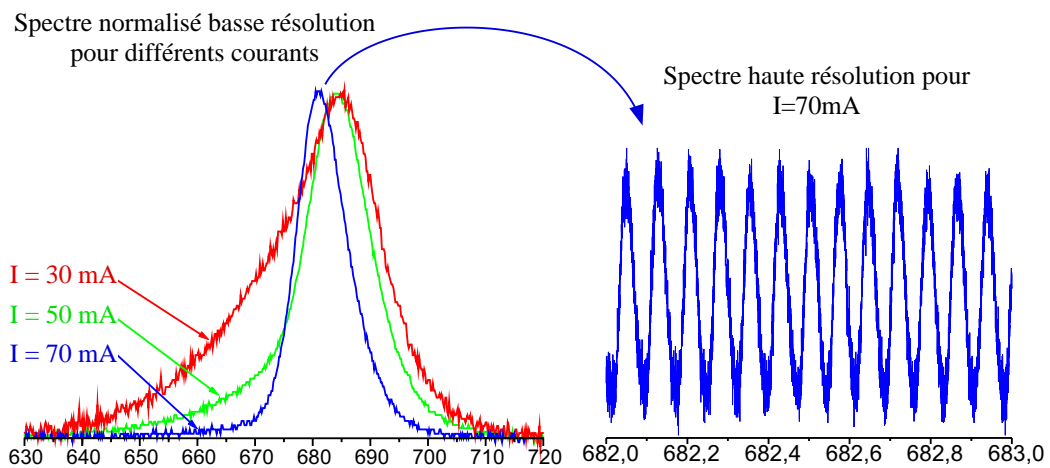


FIG. 1.19 – Spectre de la lumière émise par la diode traitée antireflet mesuré avec un monochromateur ($T \sim 20^\circ\text{C}$)

modulation de période 0.074 nm (voir figure 1.19). Cette modulation provient de l'effet résiduel de la cavité. La période de modulation mesurée correspond à une longueur optique de cavité égale à 3.1 mm. La mesure de l'amplitude de cette modulation peut servir pour mesurer la réflectivité résiduelle de la face traitée antireflet [113].

Diode en cavité étendue

La diode laser décrite précédemment est montée en cavité étendue (voir figure 1.15). On retrouve ici un effet laser. La puissance laser en fonction du courant présente un seuil bien marqué (figure 1.21). A partir du courant de seuil, le spectre lumineux devient très étroit. Ce spectre n'étant plus résolu avec le monochromateur (résolution 0.02 nm), on utilise un Fabry-Perot d'analyse. On constate alors que l'émission laser est monomode ou multimode (mode de la cavité externe) suivant le courant et l'orientation du réseau. Contrairement à une diode non traitée antireflet, la longueur d'onde d'émission au-dessus du seuil de notre laser est toujours déterminée par l'orientation du réseau. On peut ainsi balayer la longueur d'onde d'émission sur toute la courbe de gain de la diode laser. En pratique, on a réalisé un balayage de 678 nm à 693 nm limité par l'amplitude du réglage de l'orientation du réseau.

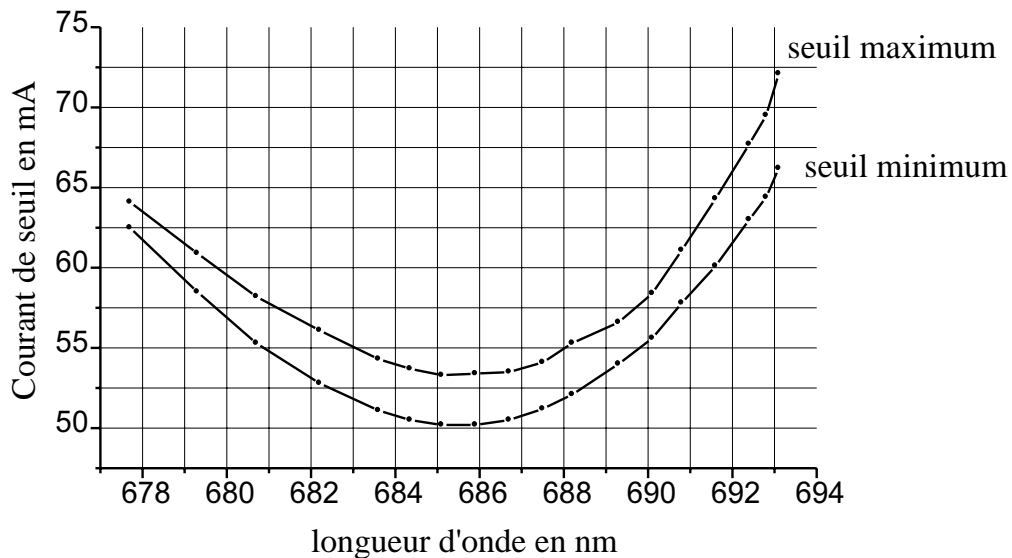


FIG. 1.20 – *Maximum et minimum de l'oscillation du seuil en fonction de la longueur d'onde*

Bien que la diode soit traitée antireflet, la cavité interne intervient encore sur les caractéristiques du laser. On a en effet remarqué que le seuil et

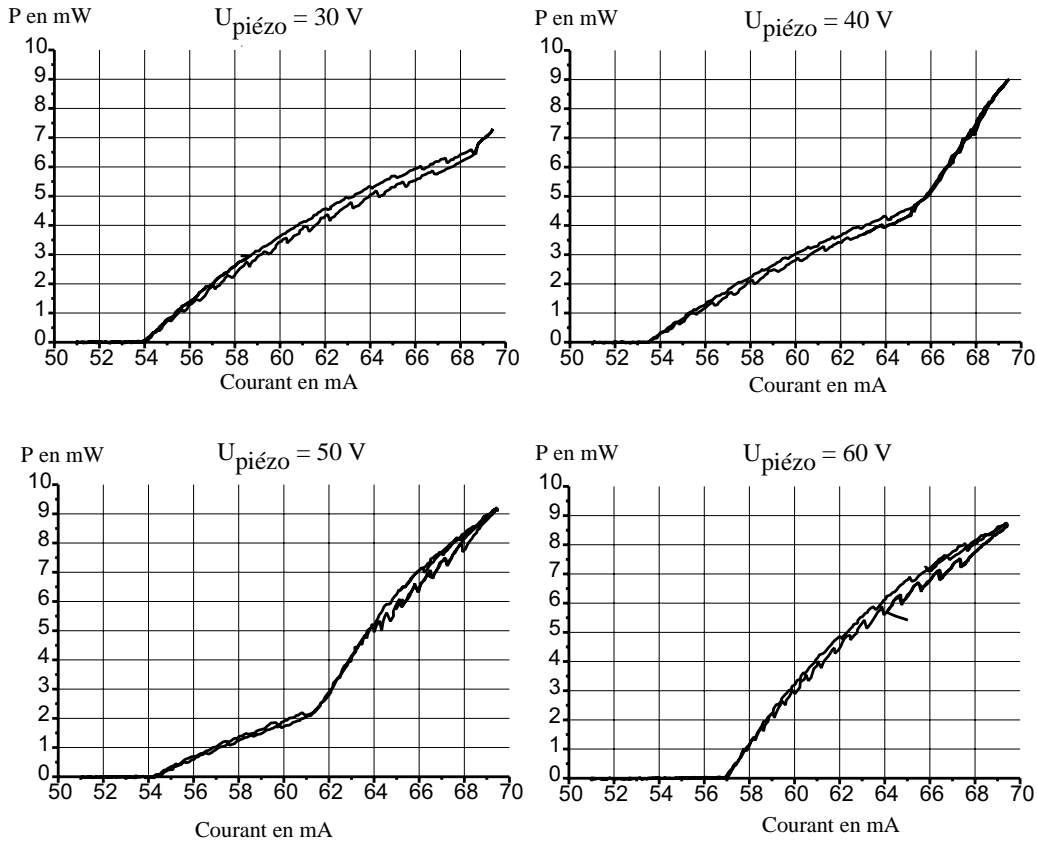


FIG. 1.21 – Puissance optique en fonction du courant pour différentes tensions sur la cale piézo-électrique et donc différentes orientations du réseau ($\lambda=689\text{nm}$, $T \sim 20^\circ\text{C}$)

plus généralement l'allure de la courbe puissance/courant évoluent de manière périodique avec la longueur d'onde d'émission (figure 1.21). Cette période d'évolution correspond à l'intervalle spectral libre de la cavité interne. Sur la figure 1.20, nous avons représenté le maximum et le minimum de cette oscillation en fonction de la longueur d'onde. A courant fixe et en faisant varier l'orientation du réseau, les caractéristiques de l'émission laser évoluent de manière périodique. On passe successivement d'un spectre monomode à un spectre multimode. La puissance et le bruit en intensité évoluent aussi de manière périodique.

Nous avons donc construit une source laser à 689nm monomode. Sa largeur spectrale associée à l'émission spontanée devrait être d'environ 10 kHz. Cependant, la largeur spectrale de notre diode sur réseau est limitée par les bruits techniques. Ceci conduit à une largeur spectrale qui est typiquement égale à 1 MHz sur 50ms. Pour réduire cette largeur spectrale une idée consisterait à éliminer tous les bruits techniques. Il faudrait avoir une source de courant stabilisée à

10 nA . Les fluctuations de la longueur de la cavité devraient être aussi inférieures à $3 \cdot 10^{-13}\text{ m}$. Ces conditions sont très difficiles à réaliser en pratique sur une diode sur réseau. Il est plus facile d'isoler une cavité Fabry Perot des bruits techniques et d'asservir en fréquence notre laser sur cette cavité.

1.4 Stabilisation en fréquence sur une cavité

Dans un laser, il existe généralement des paramètres qui permettent de contrôler la fréquence d'émission. Dans un asservissement en fréquence, on agit sur ces paramètres pour égaler la fréquence du laser à une fréquence de référence. Il est ainsi possible de corriger le bruit en fréquence du laser.

La référence de fréquence peut être une référence atomique ou une référence optique comme un interféromètre. Dans cette partie, nous décrirons l'asservissement en fréquence de notre source laser sur une cavité Fabry Perot. Nous commencerons par décrire le principe d'un asservissement en fréquence et nous en donnerons ses limites. Nous présenterons ensuite la technique d'asservissement utilisée et nous décrirons sa réalisation pratique. Enfin, nous analyserons les performances de l'asservissement en fréquence réalisé.

1.4.1 Principe d'un asservissement en fréquence et limite

Dans un asservissement en fréquence, on compare la fréquence du laser à une référence dans le but d'obtenir un signal d'erreur électrique dépendant du décalage entre ces deux fréquences. Pour être exploitable, le signal d'erreur doit être proportionnel à la différence de fréquence entre le laser et la référence lorsque la fréquence laser est proche de la référence. Ce signal d'erreur est ensuite envoyé sur les entrées en tension qui permettent de contrôler la fréquence du laser. On a ainsi réalisé une boucle de rétroaction électronique qui permet de corriger le bruit en fréquence du laser. Cependant, ce bruit ne peut pas être complètement corrigé. Les performances de l'asservissement sont limitées par la fonction de transfert du système qui impose une correction finie et par le bruit présent sur le signal d'erreur qui ne correspond pas au bruit de fréquence du laser. Ces deux limites seront décrites dans les deux paragraphes suivants.

La boucle de rétroaction d'un asservissement a une certaine fonction de transfert, elle ne réagit pas instantanément. La réponse en fréquence de la boucle de rétroaction est déterminée par le processus physique qui conduit à l'obtention du signal d'erreur, par l'électronique de l'asservissement et par la fonction de transfert des éléments de contrôle de la fréquence du laser. Cette réponse en fréquence se traduit par un certain temps de réponse de la boucle de rétroaction. L'asservissement ne pourra pas corriger des perturbations plus rapides que ce temps de réponse. La fonction de transfert de la boucle impose aussi une correction limitée pour des perturbations plus lentes. Dans un asservissement, plus on augmente le gain dans la boucle de rétroaction et plus le bruit sera corrigé. Cependant le gain ne peut pas être augmenté indéfiniment. A partir d'une certaine fréquence déterminée par la fonction de transfert de l'asservissement, la correction se retrouve en opposition de phase par rapport à la perturbation. Si à cette fréquence le gain atteint 1, le système se met à osciller. Le gain à cette fréquence d'oscil-

lation est donc limité et par conséquent le gain à plus basse fréquence se trouve aussi limité.

Afin d'optimiser les performances de l'asservissement, on peut placer un circuit électronique entre le signal d'erreur et l'entrée permettant de contrôler la fréquence du laser. Ce circuit a pour but d'augmenter le gain maximum de la boucle de rétroaction en adaptant la correction à la réponse du système. Le circuit le plus utilisé est un PID (Proportionnel, Intégrale, Dérivée). L'intégrale permet d'augmenter considérablement le gain de la boucle à basse fréquence. La dérivée permet d'anticiper les perturbations en fréquence en envoyant une correction proportionnelle à la dérivée de la perturbation. La dérivée permet ainsi d'améliorer la correction de l'asservissement à haute fréquence. Le rapport optimum entre le proportionnel, l'intégrale et la dérivée dépend de la fonction de transfert de la boucle.

La fonction de transfert de la boucle de rétroaction impose donc une correction limite du bruit en fréquence du laser. Pour obtenir un asservissement en fréquence performant, il faudra donc minimiser les déphasages dans la boucle de rétroaction. On améliorera ainsi la bande passante de correction et on pourra avoir un gain plus important pour des fréquences plus basses et donc une meilleure correction du bruit.

L'autre limite pour les performances d'un asservissement est le bruit sur le signal d'erreur qui ne code pas le bruit en fréquence du laser. L'asservissement ne peut pas distinguer ce bruit des véritables variations en fréquence du laser. Il essaye donc de le corriger et ajoute alors du bruit sur la fréquence du laser. L'asservissement ne pourra donc pas corriger le bruit en fréquence qui a la même amplitude que le bruit sur le signal d'erreur. Ceci impose une limite au bruit en fréquence que l'on peut atteindre avec un asservissement. Le bruit sur le signal d'erreur peut être d'origines diverses. Il peut provenir du bruit sur l'électronique d'asservissement, du bruit d'intermodulation qui est présent lorsqu'on obtient le signal d'erreur en modulant la fréquence laser [97] et du bruit en intensité du laser qui au minimum correspond au bruit de photon.

Pour avoir une limite sur le bruit en fréquence après asservissement la plus petite possible, il faudra donc minimiser les différentes sources de bruit sur le signal d'erreur. Pour réduire l'influence de ces bruits, on aura de plus intérêt à avoir un signal d'erreur avec une pente (dérivée par rapport à la fréquence) la plus grande possible. Le bruit en fréquence correspondant au bruit sur le signal d'erreur sera alors minimisé.

1.4.2 Présentation de la technique d'asservissement

De nombreuses techniques d'asservissement sont possibles pour réaliser l'asservissement en fréquence d'un laser. On utilise généralement une résonance en fréquence. Elle peut être atomique (vapeur atomique) ou optique (cavité Fabry Perot). On obtient généralement le signal d'erreur en modulant la fréquence la-

ser et en effectuant une détection synchrone. Il est aussi possible de s'asservir sans modulation. On peut s'asservir sur le flanc d'une résonance en comparant le signal de résonance à une référence de tension. On peut aussi obtenir le signal d'erreur sans modulation par spectroscopie de polarisation [114] pour un Fabry Perot ou en utilisant l'effet Zeeman pour une vapeur atomique [115].

Pour stabiliser en fréquence notre laser au kHz, nous avons choisi la technique de Pound-Drever-Hall [96]. C'est la technique avec laquelle ont été obtenues les meilleures stabilisations en fréquence de laser. Il a été ainsi possible d'atteindre une stabilité en fréquence inférieure au hertz [101] [116] [117].

La technique de stabilisation de Pound-Drever-Hall utilise comme référence de fréquence une cavité Fabry Perot de haute finesse. Pour obtenir le signal d'erreur, la fréquence du laser est modulée à haute fréquence ($\omega_m/2\pi = 10 - 50 \text{ MHz}$). Cette modulation conduit à la présence de deux bandes latérales sur le spectre du laser. La fréquence de modulation ω_m qui donne l'écart entre la bande centrale et les bandes latérales doit être supérieure à la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$. Ainsi, lorsque la bande centrale est résonnante avec la cavité, les bandes latérales se retrouvent hors de résonance. Le signal d'erreur est obtenu en mesurant l'intensité réfléchie par la cavité à la fréquence de modulation. Lorsque la bande centrale du spectre est proche de résonance, l'intensité réfléchie résulte du battement entre la bande centrale qui est déphasé et atténué par la cavité et les bandes latérales qui sont parfaitement réfléchies par la cavité. Le signal d'erreur a été calculé à la page 259; il correspond à un signal dispersif avec une largeur égale à la largeur de la résonance de la cavité. Si on utilise un Fabry Perot avec une grande finesse, on peut alors avoir un discriminateur de fréquence très précis.

Le signal d'erreur obtenu par la technique de Pound-Drever-Hall se comporte vis à vis des perturbations de la fréquence du laser comme un filtre passe bas du premier ordre avec une fréquence de coupure égale à la demi-largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$ (voir page 262). Cette fonction de transfert induite par la cavité ne limite pas la bande passante de correction de l'asservissement. En effet, le déphasage apporté par la cavité dans la boucle de rétroaction est au maximum égal à $\pi/2$ pour une fréquence de perturbation grande devant $\Delta\omega_c/2$. Ainsi, s'il n'y a pas d'autres éléments déphasants, on obtiendra jamais un déphasage de π qui provoque l'oscillation de l'asservissement et qui limite donc le gain et la bande passante de la boucle de rétroaction. De plus, nous verrons dans la suite qu'il est possible de compenser en partie la fonction de transfert induite par la cavité en ajoutant dans la boucle de rétroaction un filtre passe haut du premier ordre. On peut donc conclure que la largeur des résonances de la cavité $\Delta\omega_c$ ne limite pas la bande passante d'un asservissement utilisant le signal d'erreur d'un Pound-Drever-Hall qui est obtenu à partir de la réflexion de la cavité.

La technique de Pound-Drever-Hall permet donc d'avoir un signal d'erreur avec une grande pente et une réponse rapide. La bande passante de correction pour l'asservissement peut donc être très élevée, elle est limitée typiquement

à $\omega_m/20$ par le filtre passe bas de la détection synchrone qui coupe les composantes à ω_m et $2\omega_m$. On peut donc effectuer des corrections importantes du bruit de fréquence du laser. La technique de Pound-Drever-Hall permet aussi d'avoir un bruit d'intermodulation très faible. En effet, le fait d'utiliser une cavité de grande finesse et d'avoir une fréquence de modulation élevée donne une limite à la largeur spectrale du laser imposée par l'intermodulation très faible ($\Delta\omega_{intermodulation} \propto (\Delta\omega_c/\Omega_m)^2$) [97]. L'obtention du signal d'erreur par détection synchrone à fréquence élevée permet aussi de s'affranchir des bruits techniques présents sur l'intensité du laser et sur le détecteur. Il est ainsi possible d'obtenir un bruit sur le signal d'erreur très faible. La limite ultime du bruit en fréquence du laser est donc très basse.

1.4.3 Réalisation expérimentale de la stabilisation en fréquence du laser

Plusieurs éléments sont nécessaires pour réaliser la technique de stabilisation de Pound-Drever-Hall : cavité Fabry Perot, modulation de la fréquence laser, montage optique, électronique (détecteur, mixeur, électronique d'asservissement), élément de contrôle de la fréquence laser. Dans cette partie, nous décrirons chacun des éléments et nous donnerons les motivations des choix technologiques.

Cavité Fabry Perot

La cavité Fabry Perot utilisée a été achetée chez REO à Boulder (Etats Unis). Elle est constituée de deux miroirs identiques en ULE (Ultra Low Expansion) de diamètre 1 pouce (2.54 cm), de rayon de courbure 50 cm et de transmission 0.07% à 689 nm. Ces miroirs sont en contact optique avec une cale en ULE de 10 cm de long. Pour cette cavité, on obtient un intervalle spectral libre égal à $\Delta\nu_{ISL} = 1.5 GHz$ (eq. 1.42) et une finesse égale à $\mathcal{F} = 4500$ (eq. 1.46). La largeur des résonances de la cavité est alors égale à $\Delta\nu_c = 330 kHz$ (eq. 1.45).

La largeur de résonance est un paramètre important ; elle détermine les caractéristiques du signal d'erreur (pente, largeur, bande passante). La pente du signal d'erreur ($\frac{ds}{d\nu_L} = \frac{2s_{cc}}{\Delta\nu_c}$ voir page 258) détermine le bruit de fréquence ultime que l'on peut atteindre avec l'asservissement pour un rapport signal à bruit donné sur le signal d'erreur (bruit ne codant pas le bruit en fréquence du laser). Avec une largeur de $\Delta\nu_c = 330 kHz$ et un rapport signal à bruit de 100 ($s_{cc}/\sigma_s = 100$) sur le signal d'erreur, l'asservissement ne pourra pas corriger un bruit en fréquence qui a un écart type inférieur à $\sigma_\nu = \frac{\sigma_s}{s_{cc}} \frac{\Delta\nu_c}{2} = 1.7 kHz$. La limite ultime de l'écart type du bruit en fréquence du laser est donc de 1.7 kHz. Si le bruit sur le signal d'erreur est blanc de bande passante $B = 100 kHz$, on obtient une largeur de raie limite pour l'asservissement égale à $\frac{\pi\sigma_\nu^2}{B} = 90 Hz$ (voir page 240 relation 1.30). Une largeur de résonance de 330 kHz doit donc être suffisante pour atteindre une largeur spectrale de l'ordre du kHz.

La largeur du signal d'erreur correspond à la largeur des résonances de la cavité ; elle détermine le niveau d'amplitude des perturbations de fréquence pour laquelle la correction sature. Il faut donc choisir une largeur de résonance pas trop petite par rapport aux fluctuations de fréquence initiale du laser. Pour notre diode sur réseau, les fluctuations de fréquence sont de l'ordre du MHz. Une largeur de résonance de 330 kHz est donc raisonnable. La bande passante du signal d'erreur est égale à la demi-largeur de résonance de la cavité. Le signal d'erreur se comporte donc pour la fréquence du laser comme un filtre passe bas du premier ordre de fréquence de coupure 165 kHz. Cette fonction de transfert est compatible pour une correction des bruits en fréquence jusqu'au MHz.

A présent, nous allons donner les motivations du choix de la géométrie de la cavité. La géométrie confocale n'a pas été choisie. Dans ce cas, tous les modes seraient dégénérés, il est donc facile de coupler la lumière dans la cavité. Cependant, si la dégénérescence n'est pas parfaite, les résonances de la cavité sont élargies. On a donc choisi une géométrie de cavité clairement non dégénérée. On a de plus vérifié que les premiers modes propres d'ordres supérieurs ne se retrouvaient pas par coïncidence proche du mode $TEM_{0,0}$ ou à une distance égale à la fréquence de modulation. Des miroirs distants de $L=10$ cm avec des rayons de courbures de $R=50$ cm satisfont à ces conditions. Le waist du mode gaussien de cette cavité est obtenu par la relation :

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(2R - L)}{4}$$

On trouve pour les paramètres de notre cavité un waist égale à $w_0 = 0.18$ mm. On a vérifié que pour ce waist les pertes par diffraction avec des miroirs de 1 pouce sont négligeables pour la finesse de notre cavité.

La cavité Fabry Perot doit être une référence de fréquence stable au kHz. Il faut donc au maximum isoler la cavité des perturbations extérieures (fluctuations de température et de pression, vibration mécanique et acoustique). L'isolation de la cavité est décrite sur la figure 1.22. La mise sous vide de la cavité ($P \sim 10^{-6}$ mbar) permet d'isoler complètement la cavité des fluctuations de l'indice de l'air causées par les variations de pression et de température . Le vide permet aussi d'isoler la cavité des vibrations mécaniques et acoustiques. Des cales en viton limitent le passage des vibrations par les supports de la cavité. De plus l'ensemble du système est isolé à l'aide d'un isolant acoustique (Barson). Pour les fluctuations de température, la cavité est fabriquée en un matériau avec une très faible expansion thermique (ULE)⁸. L'ensemble du système est de plus asservie

8. Une mesure de l'expansion thermique a été réalisée en comparant les fréquences de

en température à l'aide de transistors de puissance. Les fluctuations rapides de températures sont moyennées par l'isolation thermique qu'assure le vide.

Les tests de stabilité de la cavité Fabry Perot devront être réalisés avec une référence atomique.

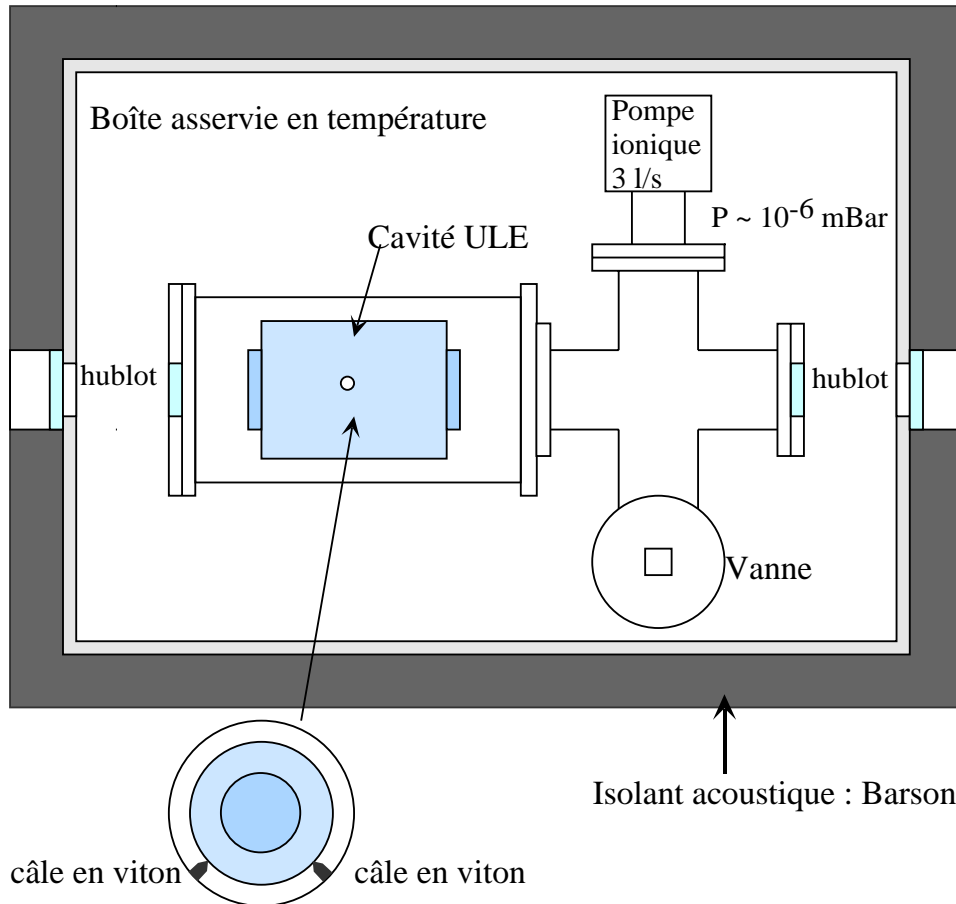


FIG. 1.22 – Isolation de la cavité Fabry Perot

Montage optique

Le montage optique permettant d'asservir le laser est décrit sur la figure 1.23. Ce montage doit nous permettre de coupler le faisceau laser dans le mode $TEM_{0,0}$ de la cavité Fabry Perot. On commence par transformer le faisceau elliptique sortant du laser en faisceau à symétrie sphérique à l'aide de prismes anamorphoseurs. On réalise ensuite un filtrage spatial avec un trou de $50 \mu m$. A l'aide de deux

résonance de la cavité à la résonance du strontium en fonction de la température de la cavité. Nous avons ainsi mesuré un déplacement des résonances de la cavité de $25 MHz.K^{-1}$ ce qui correspond à un coefficient d'expansion de $dL/L = 6 \cdot 10^{-8} K^{-1}$ ($T \sim 25^\circ C$).

lentilles, on focalise le faisceau laser au centre de la cavité et on adapte le waist du faisceau laser au mode $TEM_{0,0}$ de la cavité. Pour connaître le taux de lumière couplé dans le mode $TEM_{0,0}$, on mesure à résonance l'intensité réfléchie par la cavité. Si il n'y a pas d'absorption dans la cavité, l'intensité réfléchie à résonance doit être nulle. L'intensité résiduelle réfléchie nous donne donc l'intensité dans les autres modes. On obtient sur notre montage un taux de lumière couplé de 89%.

L'autre point qu'il faut soigner sur le montage optique est les éventuels retour de lumière dans le laser. En effet, ces retours de lumière engendrent un bruit de fréquence important sur le laser. Pour éviter ces retours de lumière dans le laser, on utilise donc un isolateur optique. Le taux d'isolation mesuré est de 10^{-4} . Comme la cavité renvoie directement la lumière dans le laser, cette isolation ne suffit pas. Il faut aussi soigner l'extinction du cube qui dirige la lumière réfléchie par la cavité sur la photodiode de l'asservissement.

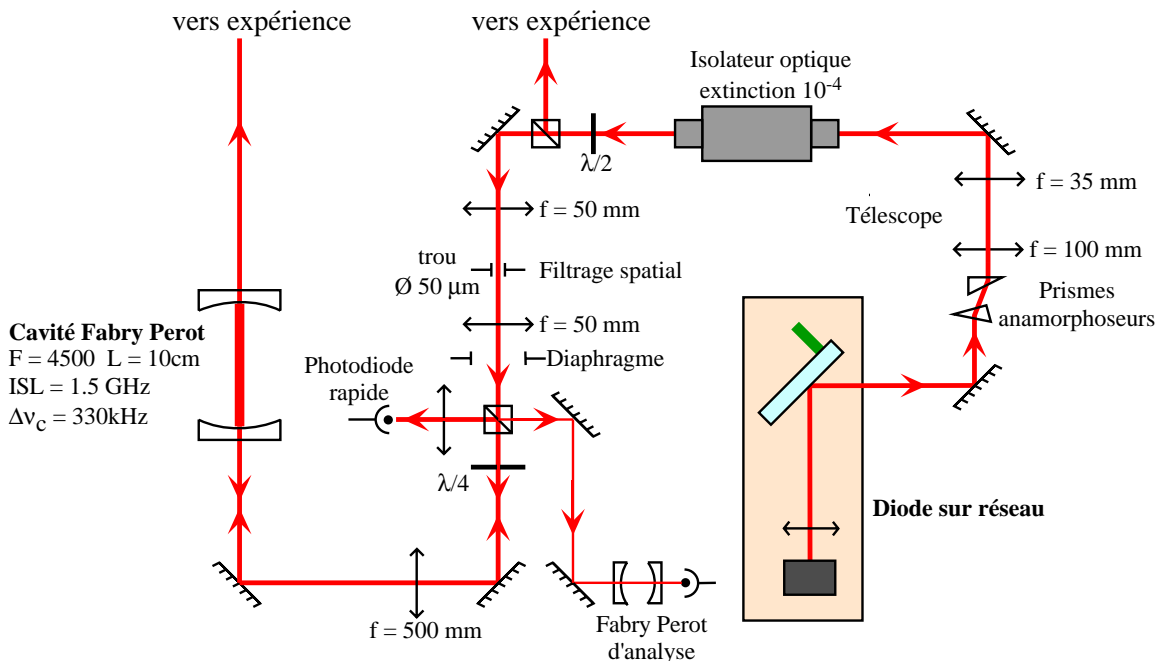


FIG. 1.23 – Montage optique de la stabilisation en fréquence du laser à 689 nm

Mesure de la finesse de la cavité

La largeur des résonances de la cavité est une donnée importante pour l'asservissement en fréquence du laser. Cette information permet de relier le bruit sur le signal d'erreur au bruit de fréquence du laser (voir relation 1.62 page 262). La largeur des résonances intervient de plus dans la fonction de transfert de la boucle de rétroaction.

On peut calculer la largeur des résonances de la cavité à partir des données fournies par le constructeur (coefficients de réflexion des miroirs, longueur de la cavité). Il est cependant important de vérifier expérimentalement cette valeur. En effet, la finesse de la cavité peut être dégradée par des pertes sur les miroirs causées par exemple par des poussières.

Comme la largeur spectrale de notre laser non asservi ($\sim 1\text{MHz}$) est plus grande que la largeur des résonances de la cavité ($\sim 0.3\text{MHz}$), on ne peut pas mesurer la largeur des résonances en mesurant la transmission ou la réflexion de la cavité en fonction de la fréquence laser. Il existe une autre technique qui consiste à mesurer le temps de vie d'une impulsion lumineuse dans la cavité ($\tau_v = 2/\Delta\omega_c = 1/(\pi\Delta\nu_c)$). Si on envoie une impulsion lumineuse dans la cavité plus courte que son temps de vie, la transmission de la cavité décroît de manière exponentielle avec une constante de temps égale au temps de vie τ_v . On peut ainsi mesurer le temps de vie de la cavité et donc la largeur de résonance. Cette méthode demande l'emploi d'un instrument qui permet d'obtenir des impulsions lumineuses comme par exemple un modulateur acousto-optique. Une technique plus simple à mettre en oeuvre sur notre montage consiste à réaliser un balayage rapide de la fréquence laser autour d'une résonance de la cavité. La cavité est dans ce cas résonnante un court instant avec le laser. Une onde lumineuse dont la fréquence correspond à peu près à la fréquence de résonance de la cavité est stockée dans celle-ci. L'intensité réfléchie correspond donc à l'interférence entre le champ incident avec une fréquence qui continue à augmenter linéairement avec le temps et l'onde stockée dans la cavité dont la fréquence est fixe. Lorsque la fréquence du laser passe par la résonance de la cavité, l'intensité réfléchie se met donc à osciller. Comme l'onde stockée a une certaine durée de vie, l'amplitude de cette oscillation s'atténue. La constante de temps de l'atténuation correspond au temps de vie de la cavité. La mesure expérimentale de l'intensité réfléchie par la cavité nous donne donc le temps de vie de la cavité et donc la largeur des résonances.

Nous avons donné de manière qualitative l'allure de l'intensité réfléchie par la cavité. Nous allons à présent calculer cette intensité de manière quantitative. On pourra alors réaliser une comparaison quantitative entre la prédiction théorique et la mesure expérimentale afin d'en déduire le temps de vie de la cavité.

On peut modéliser le champ électrique incident sur la cavité lorsqu'on balaye la fréquence du laser par :

$$E_i(t) = E_0 e^{i(\omega_L + \alpha t)t}$$

Le champ réfléchi par la cavité s'exprime comme le produit de convolution du champ incident $E_i(t)$ et de la réponse impulsionnelle de la réflexion de la cavité $r_c(t)$ (voir page 249). Si on est proche d'une résonance de la cavité ($\omega_L + \alpha t - \omega_0 \ll \Delta\omega_{ISL}$), la réponse impulsionnelle de la cavité peut s'écrire comme la transformée

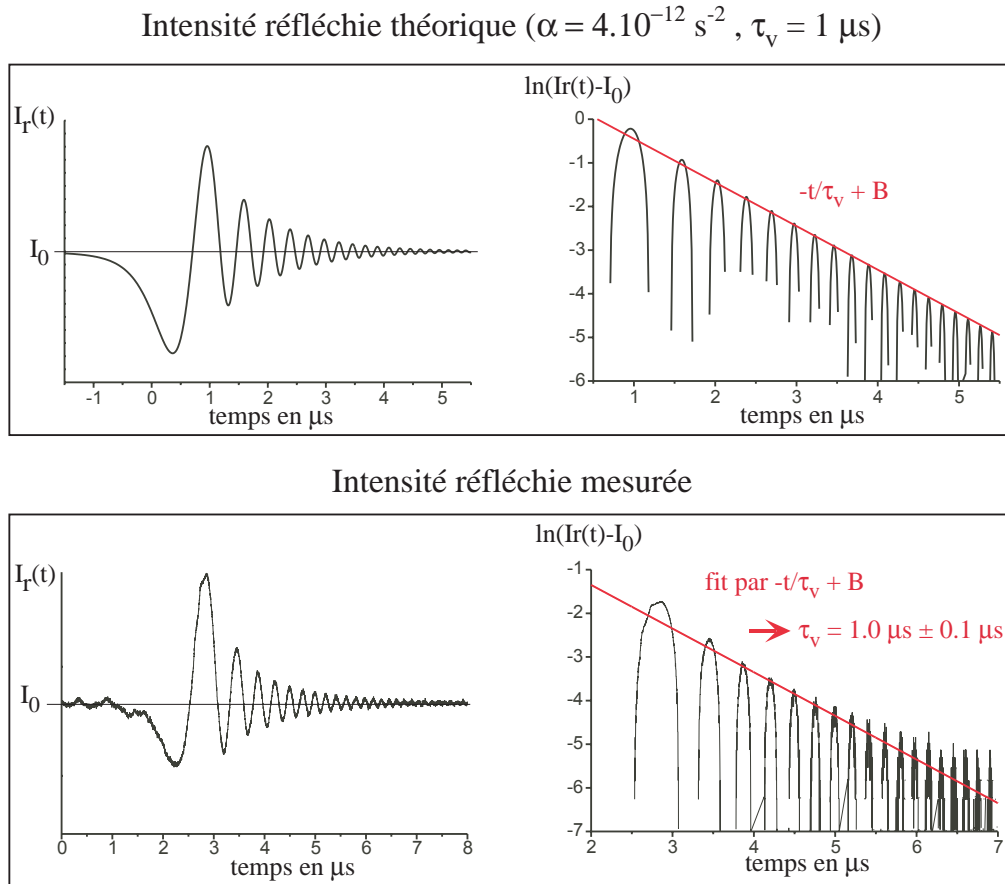


FIG. 1.24 – Intensité réfléchie par la cavité théorique et expérimentale lorsqu'on balaye rapidement la fréquence laser autour de résonance ($\omega_L = \omega_0 + \alpha t$)

de Fourier de l'expression 1.44 (page 250) :

$$r_c(t) = \delta(t) - \frac{2}{\Delta\omega_c} \text{Hea}(t) e^{-\frac{\Delta\omega_c t}{2}} e^{i\omega_0 t}$$

où $\text{Hea}(t)$ la fonction d'Heaviside. Elle est égale à 1 si $t > 0$ et 0 si $t < 0$.

Le produit de convolution entre $E_i(t)$ et $r_c(t)$ donne donc le champ réfléchi par la cavité :

$$E_r(t) = E_i(t) \left(1 - \frac{2}{\Delta\omega_c} \int_0^\infty e^{-\frac{\Delta\omega_c t'}{2}} e^{-i(\omega_L + 2\alpha t - \omega_0)t'} e^{i\alpha t'^2} dt' \right)$$

L'intégrale précédente peut se calculer en utilisant la fonction erreur erf :

$$E_r(t) = E_i(t) \left(1 - \frac{\sqrt{\pi} \Delta\omega_c}{\sqrt{-i\alpha}} e^{i\frac{(\frac{\Delta\omega_c}{2} + 2i\alpha t)^2}{4\alpha}} \left(1 - \text{erf} \left(\frac{\frac{\Delta\omega_c}{2} + 2i\alpha t}{2\sqrt{-i\alpha}} \right) \right) \right)$$

Le module carré de cette expression nous donne l'intensité réfléchie par la cavité. Sur la figure 1.24, nous avons tracé l'intensité réfléchie au cours du temps avec les paramètres expérimentaux. Lorsque la fréquence du laser atteint la fréquence de résonance de la cavité l'intensité réfléchie se met à osciller. La décroissance de ces oscillations n'est pas exactement exponentielle. Cependant, si on ne tient pas compte des deux premières oscillations et des oscillations après des temps supérieures à dix fois le temps de vie de la cavité, la décroissance des oscillations est à peu près exponentielle. La constante de temps de cette exponentielle correspond au temps de vie de la cavité ($\tau_v = 2/\Delta\omega_c = 1/(\pi\Delta\nu_c)$).

Pour évaluer le temps de vie de notre cavité, on mesure donc expérimentalement l'intensité réfléchie par la cavité lorsqu'on balaye la fréquence du laser autour de la résonance (figure 1.24). On réalise ensuite un fit de la décroissance des oscillations en ne tenant pas compte des deux premières oscillations et en s'arrêtant avant dix fois le temps de vie de la cavité. On obtient ainsi une constante de temps de $1.0\mu s \pm 0.1\mu s$ correspondant au temps de vie de la cavité. **La largeur des résonances de la cavité correspondante est égale à 314 kHz \pm 30 kHz. Cette valeur est en accord avec la largeur de résonance calculée à partir des données du constructeur 330 kHz.**

Génération des bandes latérales sur le spectre du laser

Pour obtenir le signal d'erreur pour l'asservissement Pound-Drever-Hall, il faut moduler la fréquence du laser à une fréquence supérieure à la largeur des résonances de la cavité. On choisira dans notre cas une fréquence de modulation de 20 MHz. Cette fréquence de modulation est très grande devant la largeur des résonances de notre cavité (330 kHz). De plus, avec cette fréquence, on sort du bruit technique présent sur l'intensité laser et sur le détecteur. La limite de largeur de raie après asservissement imposée par le processus d'intermodulation donne ici (voir page 261):⁹

$$\Delta\omega_{asservi} = \frac{\Delta\omega_c^2 \Delta\omega_{HF}}{4\omega_m^2} = \frac{(330kHz)^2 \cdot 10kHz}{4(20MHz)^2} = 0.6Hz \quad (1.88)$$

Dans la suite, on négligera donc le processus d'intermodulation pour l'asservissement de notre laser au kHz. La fréquence de modulation détermine aussi la bande passante de correction de notre asservissement. Avec une fréquence de modulation de 20 MHz, il est possible d'avoir une bande passante de correction de l'ordre du MHz qui est compatible avec une stabilisation au kHz de notre laser.

Une fréquence de modulation de 20 MHz devrait donc être suffisante pour obtenir une largeur spectrale de l'ordre du kHz. L'indice de modulation sera choisi voisin de 1 afin de maximiser l'amplitude du signal d'erreur (voir page 259).

9. La largeur spectrale correspondant au bruit à haute fréquence $\Delta\omega_{HF}$ a été estimée pour notre diode sur réseau page 278.

La modulation de fréquence du laser est généralement obtenue à l'aide d'un modulateur de phase (électro optique). Pour une diode laser, on n'est pas obligé d'utiliser cet instrument. En effet, une diode permet de réaliser des modulations de fréquence jusqu'au GHz en agissant sur le courant. En modulant le courant de notre diode à 20 MHz, on obtient donc la modulation de fréquence désirée. Cette modulation de fréquence est cependant accompagnée par une modulation de la puissance du laser qui se traduit principalement par l'ajout d'un signal continu ("offset") sur le signal d'erreur. Ce décalage horizontal du signal d'erreur peut être compensé électroniquement. Cependant des fluctuations de puissance du laser entraînent des fluctuations du décalage du signal d'erreur et donc des fluctuations de la fréquence du laser lorsqu'il est asservi. La modulation de puissance qui accompagne la modulation de fréquence lorsqu'on module le courant de la diode laser peut donc nuire à la stabilité de l'asservissement.

Il est cependant possible d'éliminer le décalage du signal d'erreur causé par la modulation de puissance en réalisant la détection synchrone en opposition de phase par rapport à la modulation de puissance. En pratique, on choisit le déphasage entre la référence et le signal provenant de la photodiode afin que le décalage sur le signal d'erreur soit nul. Cette procédure peut être utilisée si le signal d'erreur obtenu pour cette phase n'est pas nul ou très diminué.

Le signal d'erreur du Pound-Drever-Hall se détecte en opposition de phase par rapport à la fréquence de modulation (voir page 259). Comme il n'y a aucune raison que la modulation de puissance soit en opposition de phase par rapport à la modulation de fréquence, le signal d'erreur obtenu pour une phase de la détection synchrone qui annule la modulation de puissance ne doit pas être nulle en général. En comparant le signal d'erreur dans les bandes latérales (voir figure 1.25 page 298) à la prévision théorique donnée dans la référence [118], on trouve que le déphasage entre la modulation de puissance et la modulation de fréquence est de l'ordre de $\pi/4$. En choisissant la phase de la détection synchrone qui annule la modulation d'amplitude, on obtient donc un signal d'erreur sans décalage avec une amplitude un peu diminuée (~ 0.7).

En conclusion, si on choisit bien la phase de la détection synchrone pour annuler la modulation de puissance, la modulation de puissance ne nuit pas à l'asservissement en fréquence. Dans notre cas, la modulation de puissance a juste pour conséquence de diminuer l'amplitude du signal d'erreur d'un facteur 0.7.

Pour obtenir la modulation de fréquence désirée pour l'asservissement, on modulera donc le courant de notre diode à 20 MHz. Pour cela, on envoie le signal d'un oscillateur à quartz à 20 MHz sur l'entrée modulation rapide du courant de la diode laser (voir schéma 1.16 page 282).

Obtention du signal d'erreur

Le signal d'erreur de la technique de stabilisation Pound-Drever-Hall s'obtient en mesurant l'intensité réfléchie par la cavité à la fréquence de modulation. Pour

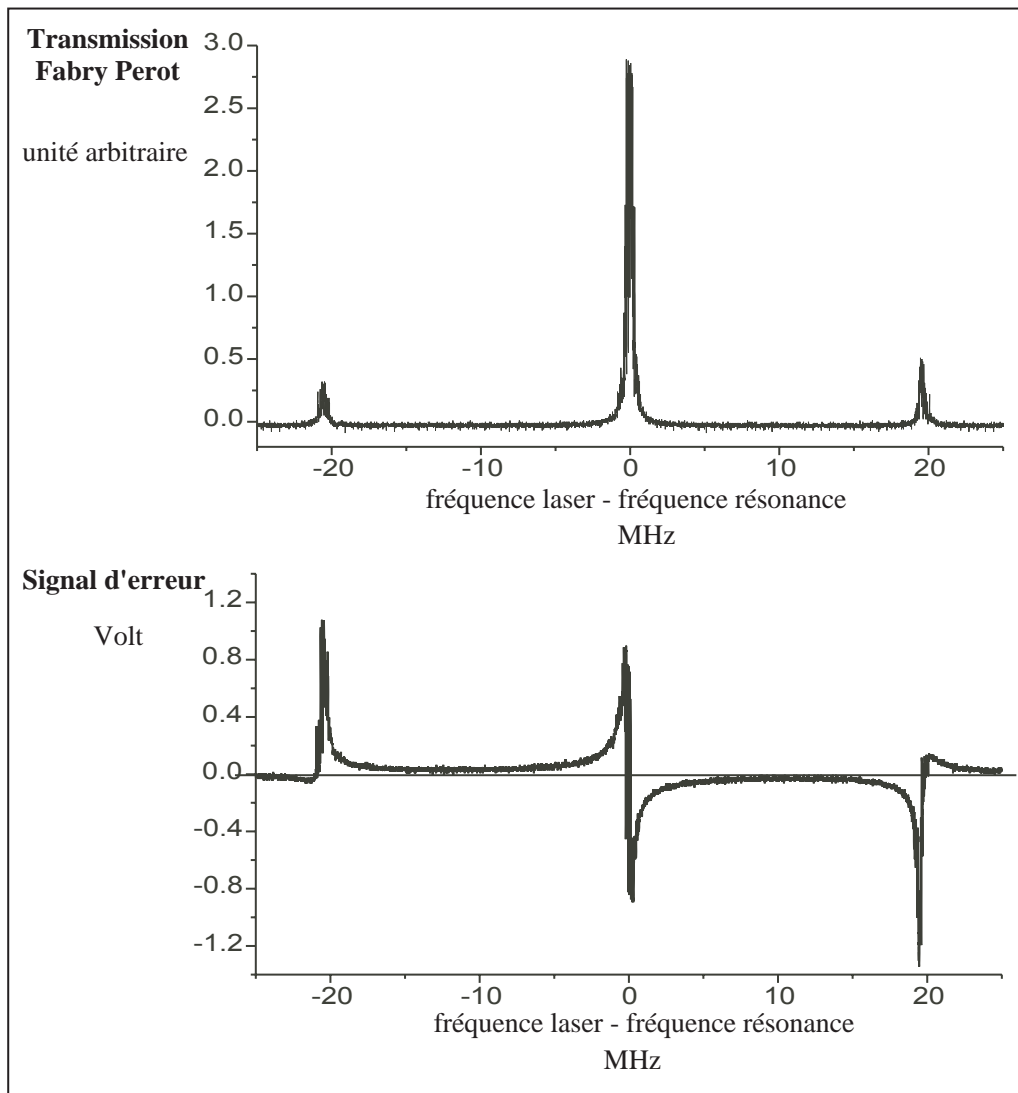


FIG. 1.25 – Transmission de la cavité et signal d'erreur en fonction de la fréquence laser (balayage de fréquence effectué sur le courant 0.56MHz/ms)

cela, on utilise un détecteur rapide constitué d'une photodiode PIN (photodiode Hamamatsu S5972) polarisée en inverse et d'un amplificateur opérationnel rapide (CLC 425). Le détecteur est aussi équipé d'un filtre passe haut à 300 kHz. Pour obtenir la composante du signal modulée à la fréquence de modulation, on utilise un mixeur minicircuit (SRA 6). Ce mixeur multiplie le signal venant de l'oscillateur à quartz et le signal venant du détecteur. Le déphasage entre ces deux signaux est réglé en jouant sur la longueur des câbles¹⁰ arrivant au

10. On obtient un déphasage de 2π pour un câble de 10 m.

mixeur. Après le mixeur, on a placé un filtre passe bas qui coupe la modulation résiduelle à 20 et 40 MHz. On doit utiliser un filtre passe bas qui induise un faible déphasage jusqu'au MHz dans la boucle de rétroaction et une bonne coupure de la modulation à 20 et 40 MHz. Pour cela, on utilise un filtre passe bas de Bessel du quatrième ordre ($f_c = 10 \text{ MHz}$). Le déphasage à 2 MHz est égale 22° . La coupure à 20 MHz est égale à $V_s/V_e = 0.2$ et la coupure à 40 MHz est égale à $V_s/V_e = 0.02$. Le signal est ensuite amplifié avec un gain de 20 à l'aide un amplificateur opérationnel (CLC 425).

On ainsi réalisé une détection synchrone de l'intensité réfléchié par la cavité à la fréquence de modulation (20MHz). Le déphasage contrôlé par la longueur des câbles avant le mixeur est réglé afin que l'offset lié à la modulation d'amplitude soit nul. Le signal d'erreur obtenu à la sortie de l'amplificateur est donné sur la figure 1.25.

Entrées de contrôle de la fréquence laser

Une diode sur réseau possède deux éléments de contrôle de la fréquence du laser : l'orientation du réseau commandée par la tension sur la cale piézo-électrique et le courant dans la diode laser.

La tension appliquée à la **cale piézo-électrique** contrôle l'orientation du réseau et la longueur de la cavité externe et donc la fréquence du laser. Avec cet élément de contrôle, on peut changer continûment la fréquence laser sur de grandes plages qui sont typiquement égales 5 GHz (limitées par les sauts de mode). Cependant, la bande passante de cet élément de contrôle est limitée. A partir de quelques kHz, il apparaît des résonances mécaniques sur la réponse du piézo (voir figure 1.26). Ces résonances sont gênantes pour l'asservissement car elles font osciller le système pour des gains sur la boucle de rétroaction très faible. Pour améliorer la correction du bruit en fréquence avec la cale piézo-électrique, nous avons placé un circuit électronique entre la correction et l'entrée modulation. Ce circuit permet d'empêcher l'établissement des oscillations. Il est constitué d'un filtre coupe bande à 3kHz correspondant à la première résonance de la cale piézo-électrique et d'un filtre passe bas coupant les autres résonances (voir figure 1.27). Avec ce circuit, on peut nettement augmenter le gain dans la boucle de rétroaction de l'asservissement et donc améliorer la correction du bruit en fréquence avec la cale piézo-électrique. La bande passante de correction obtenue est d'environ 1 kHz.

Le deuxième élément de contrôle de la fréquence du laser est le **courant de la diode laser**. En plus de changer la puissance laser, le courant modifie sa fréquence d'émission. La plage de changement continu de la fréquence laser est plus petite (typiquement 0.2 GHz) qu'avec la cale piézo-électrique mais la bande passante est beaucoup plus grande ($\sim \text{GHz}$) limitée par la relaxation dans le

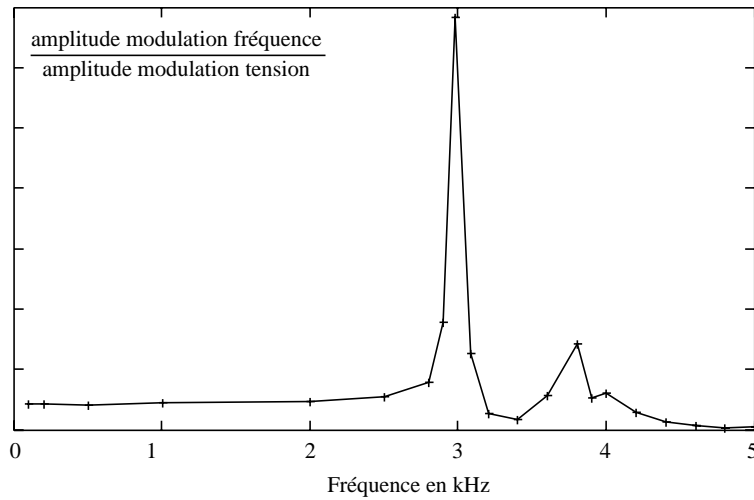


FIG. 1.26 – Réponse de la cale piézo-électrique obtenue en mesurant la modulation de fréquence induite par une modulation de tension

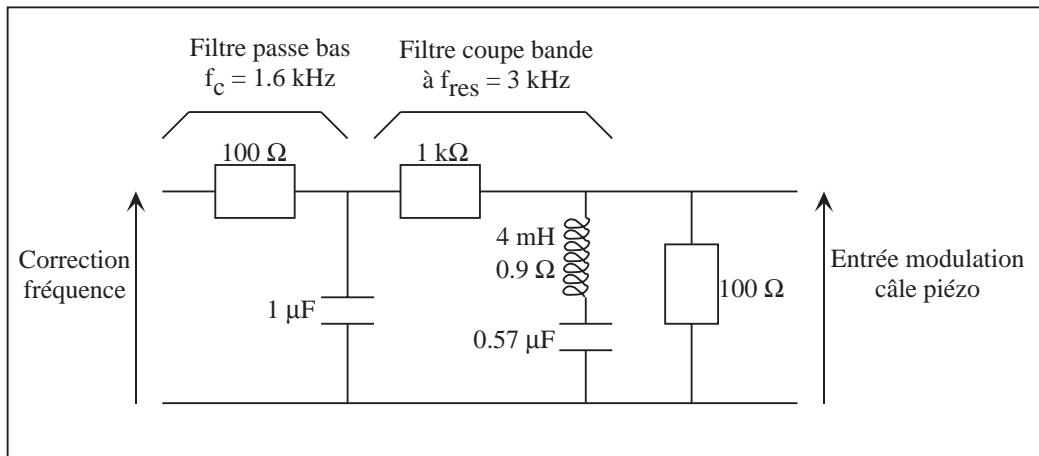


FIG. 1.27 – Circuit coupant les corrections aux fréquences de résonance de la cale piézo-électrique

semi-conducteur. Cet élément de contrôle permettra donc de corriger le bruit en fréquence du laser jusqu'à des fréquences élevées.

On dispose de deux entrées permettant d'agir sur le courant (voir page 281) : une entrée sur l'alimentation en courant avec une bande passante limitée à 50 kHz et une entrée au niveau du circuit de protection (voir figure 1.16 page 282) dont on n'a pas limité la bande passante. Les corrections de fréquence les plus rapides seront donc réalisées sur cette dernière entrée.

Pour corriger le bruit en fréquence du laser, on dispose donc de trois entrées de contrôle de la fréquence laser. L'entrée agissant sur la tension appliquée à la cale piézo-électrique permettra de corriger les dérives et le bruit en fréquence jusqu'au kHz. L'entrée modulation courant sur l'alimentation de la diode laser permettra des corrections du bruit de fréquence jusqu'à 50 kHz. Enfin, les corrections plus rapides seront assurées par l'entrée modulation courant sur le circuit de protection. Pour réaliser l'asservissement, on utilisera donc trois boucles de rétroaction avec des caractéristiques adaptées à l'élément de contrôle correspondant.

Boucle de rétroaction

Dans cette section, je vais décrire l'électronique composant les trois boucles de rétroaction agissant sur les trois entrées de contrôles de la fréquence laser vues précédemment.

La boucle de rétroaction agissant sur la cale piézo-électrique doit corriger les dérives de fréquence du laser et le bruit en fréquence jusqu'au kHz. On a placé dans la boucle un intégrateur réalisé avec un amplificateur opérationnel OP 25. Cet intégrateur permet d'avoir un gain très élevé à basse fréquence (limité par la saturation de l'amplificateur à 15 V). Cette boucle de rétroaction permet de corriger parfaitement les dérives de la fréquence laser et une partie du bruit en fréquence inférieur au kHz.

La boucle de rétroaction agissant sur l'entrée modulation de l'alimentation de courant doit corriger le bruit en fréquence jusqu'à 50 kHz (bande passante de l'entrée modulation). L'électronique de la boucle de rétroaction est constituée d'un circuit proportionnel et d'un circuit intégrateur dont les sorties sont sommées. Ces circuits sont réalisés avec des amplificateurs opérationnels OP 27. Le rapport entre le proportionnelle et l'intégrale est déterminé expérimentalement afin d'avoir la meilleure correction possible du bruit en fréquence du laser. Le gain à basse fréquence de l'intégrateur est limité afin que cette boucle de rétroaction ne corrige pas les dérives de fréquence du laser. A partir de 30 Hz, le gain de l'intégrateur n'augmente plus quand la fréquence diminue.

La boucle de rétroaction agissant sur l'entrée correction rapide du circuit de protection doit permettre de corriger le bruit à haute fréquence ($\leq MHz$). La boucle de rétroaction est comme précédemment constitué d'un proportionnel et d'un intégrateur sommés. Pour réaliser ces fonctions, on utilise des amplificateurs opérationnels plus rapides (CLC 425) afin de ne pas limiter la bande passante de la boucle de rétroaction. Comme précédemment, le rapport entre le proportionnelle et l'intégrale est déterminé expérimentalement afin d'avoir la meilleure correction possible du bruit en fréquence du laser. Le gain à basse fréquence de l'intégrateur est aussi limité afin que cette boucle de rétroaction ne corrige pas les dérives de fréquence du laser.

Nous avons de plus placé dans la boucle un filtre qui permet de corriger le déphasage apporté par la cavité [119]. Nous avons vu précédemment que la cavité se comportait comme un filtre passe bas du premier ordre de fréquence de coupure égale à la demi-largeur des résonances de la cavité $\Delta\nu_c/2$. Nous avons donc placé dans la boucle de rétroaction un filtre passe haut du premier ordre avec une fréquence de coupure égale à $\Delta\nu_c/2 \simeq 160\text{ kHz}$ (voir figure 1.28).

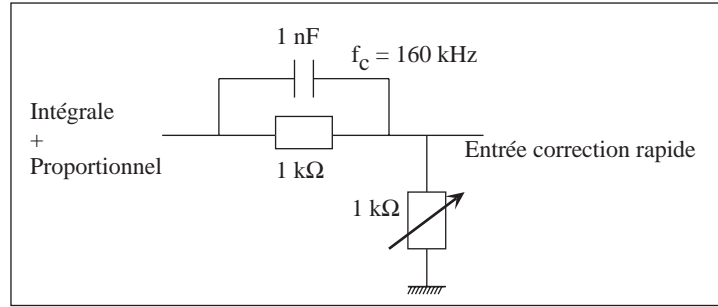


FIG. 1.28 – *Filtre électronique compensant la fonction de transfert de la cavité Fabry Perot*

Cette boucle de rétroaction est limitée à basse fréquence ($\sim 160\text{ Hz}$) par le filtre passe haut de l'entrée correction rapide (voir schéma 1.16 page 282). Les déphasages présents dans la boucle de rétroaction (longueur des câbles, amplificateurs opérationnels, filtre passe bas après le mixeur) limite la bande passante de correction à environ 1 MHz .

Le schéma récapitulatif de l'asservissement en fréquence de notre laser est représenté sur la figure 1.29.

1.4.4 Analyse des performances de l'asservissement

Le but de cette partie est de mesurer les performances de l'asservissement en fréquence réalisé. Nous allons donc déterminer les propriétés spectrales de notre laser lorsqu'il est asservi. Dans la partie 1.2, nous avons examiné plusieurs méthodes de détermination des propriétés spectrales d'un laser. Comme nous ne disposons pas d'un laser de référence ou d'un laser identique, la seule méthode permettant de connaître les propriétés spectrales de notre laser est d'analyser le bruit sur le signal d'erreur. La formule 1.62 (page 262) permet de relier la densité spectrale de puissance du bruit sur le signal d'erreur $S_s(f)$ à la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée $S_\nu(f)$:

$$S_\nu(f) = \frac{S_s(f)}{s_{cc}^2} \frac{\Delta\nu_c^2}{4} \left(1 + \left(\frac{2f}{\Delta\nu_c} \right)^2 \right) \quad (1.89)$$

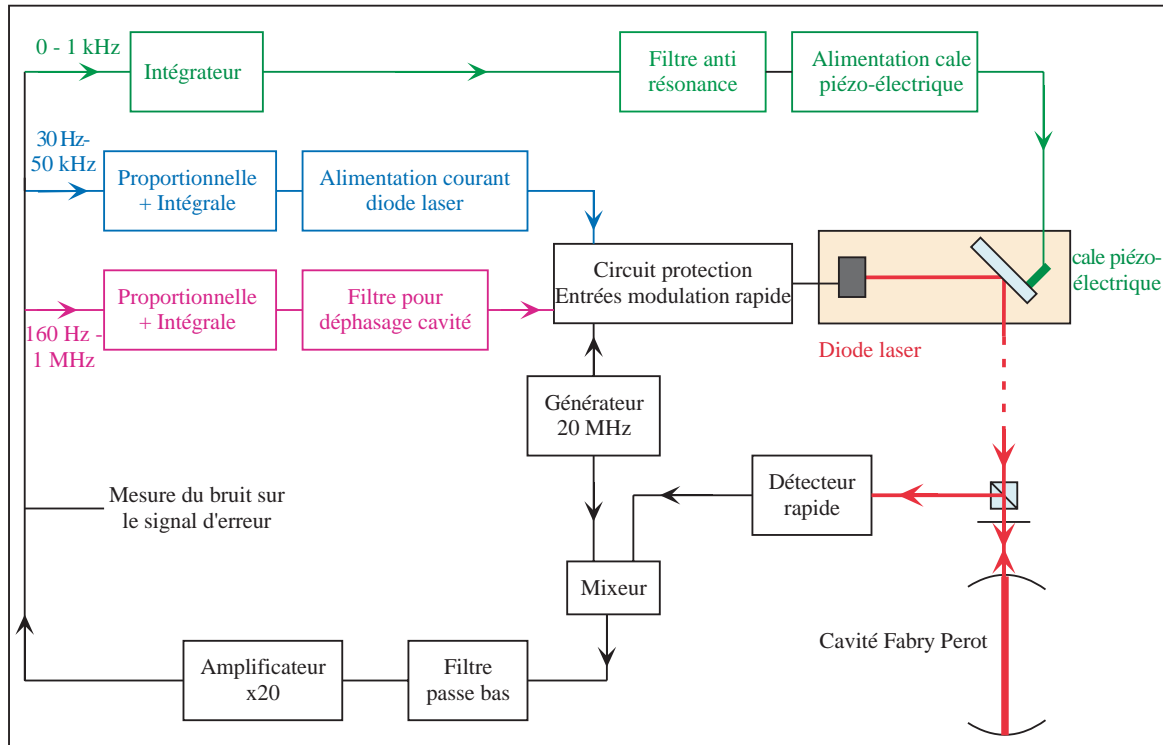


FIG. 1.29 – Schéma récapitulatif de la stabilisation en fréquence du laser

où s_{cc} est l'amplitude crête-crête du signal d'erreur. Dans notre cas $s_{cc} = 1.8V$.

Pour pouvoir appliquer cette formule, il faut satisfaire plusieurs conditions. Il faut tout d'abord que la largeur spectrale du laser soit petite devant la largeur des résonances de la cavité. Nous verrons que cette condition est parfaitement satisfaite lorsque le laser est asservi. Il faut de plus que le bruit présent sur le signal d'erreur corresponde bien au bruit en fréquence du laser c'est à dire que le bruit qui ne code pas le bruit en fréquence du laser (intermodulation, bruit de l'électronique, bruit d'intensité du laser) soit petit devant le bruit provenant du bruit de fréquence du laser. Nous avons vu précédemment (voir page 296) que dans notre cas le bruit d'intermodulation est négligeable pour une largeur spectrale du laser asservi de l'ordre du kHz. Nous verrons dans la suite que le bruit de l'électronique et que le bruit en intensité sont aussi négligeables.

Lorsqu'on branche les trois boucles de rétroaction, on voit une nette diminution du bruit sur le signal d'erreur. Pour obtenir la densité spectrale de puissance $S_s(f)$, nous avons enregistré le bruit sur le signal d'erreur sur un oscilloscope numérique. Nous avons ensuite effectué une transformée de Fourier numérique (FFT) du signal. En utilisant la relation 1.9 (page 232), on obtient finalement la densité spectrale de puissance du signal d'erreur $S_s(f)$. L'oscilloscope utilisé

comportant 10000 points, il faut enregistrer le signal d'erreur sur trois échelles de temps différentes pour avoir la densité spectrale de puissance entre 10 Hz et 100 MHz. Il faut de plus faire attention au phénomène de repliement de spectre. Le bruit dont la fréquence est supérieure au temps d'échantillonnage de l'oscilloscope est rapporté à basse fréquence. Pour les deux échelles de temps les plus longues, on a donc placé un filtre passe bas qui coupe le bruit à des fréquences plus rapides que le taux d'échantillonnage. Sur la figure 1.30, nous avons reporté la densité spectrale de puissance du bruit sur le signal d'erreur $S_s(f)$ dans trois conditions :

1. Laser asservi.
2. Laser asservi avec uniquement la boucle de rétroaction lente (cale piézo-électrique) avec un gain très faible. Ici, on a simplement corrigé les dérives en fréquence du laser. Dans ces conditions, on mesure donc le bruit en fréquence du laser lorsqu'il n'est pas asservi.
3. Laser non asservi hors résonance. Ici, le bruit sur le signal d'erreur provient du bruit en intensité du laser et du bruit de l'électronique.

La comparaison entre les densités spectrales de puissance prises dans les conditions 1 et 2 nous donne les corrections du bruit en fréquence effectuées par l'asservissement. On peut voir que le bruit en fréquence est corrigé jusqu'à 1MHz. Cette limite correspond à la bande passante de l'asservissement. A basse fréquence le bruit est corrigé de six ordres de grandeur.

La mesure du bruit du signal d'erreur dans la condition 3 nous donne le bruit présent sur le signal d'erreur qui ne code pas le bruit en fréquence du laser. Ce bruit provient essentiellement de l'électronique de l'asservissement. On constate que ce bruit qui ne code pas le bruit en fréquence du laser est pratiquement tout le temps négligeable par rapport au bruit sur le signal d'erreur lorsque le laser est asservi. On peut donc en conclure que le bruit mesuré sur le signal d'erreur lorsque le laser est asservi provient essentiellement du bruit de fréquence du laser.

En appliquant la formule 1.89 à la densité spectrale de puissance $S_s(f)$ mesurée lorsque le laser est asservi, on obtient donc la densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée du laser $S_\nu(f)$ (voir figure 1.31).

Nous avons vu que la quantité pertinente qui détermine l'interaction du laser avec un système physique est le spectre optique du laser $S_E(\Omega)$ et en particulier sa largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$. En supposant que le bruit sur la fréquence instantanée est gaussien, on peut déterminer le spectre du laser $S_E(\Omega)$ à partir de la densité spectrale de puissance $S_\nu(f)$ en utilisant la relation 1.23 (page 237). La détermination du spectre du laser à partir de la densité spectrale de puissance mesurée $S_\nu(f)$ demande cependant un calcul numérique relativement lourd. Comme nous voulons simplement savoir si la largeur spectrale de notre laser $\Delta\nu$ est petite par rapport à la largeur naturelle de la transition ($7.6 kHz$), nous réaliserons une estimation grossière de la largeur spectrale de notre laser $\Delta\nu$ basée sur les propriétés du bruit blanc de fréquence.

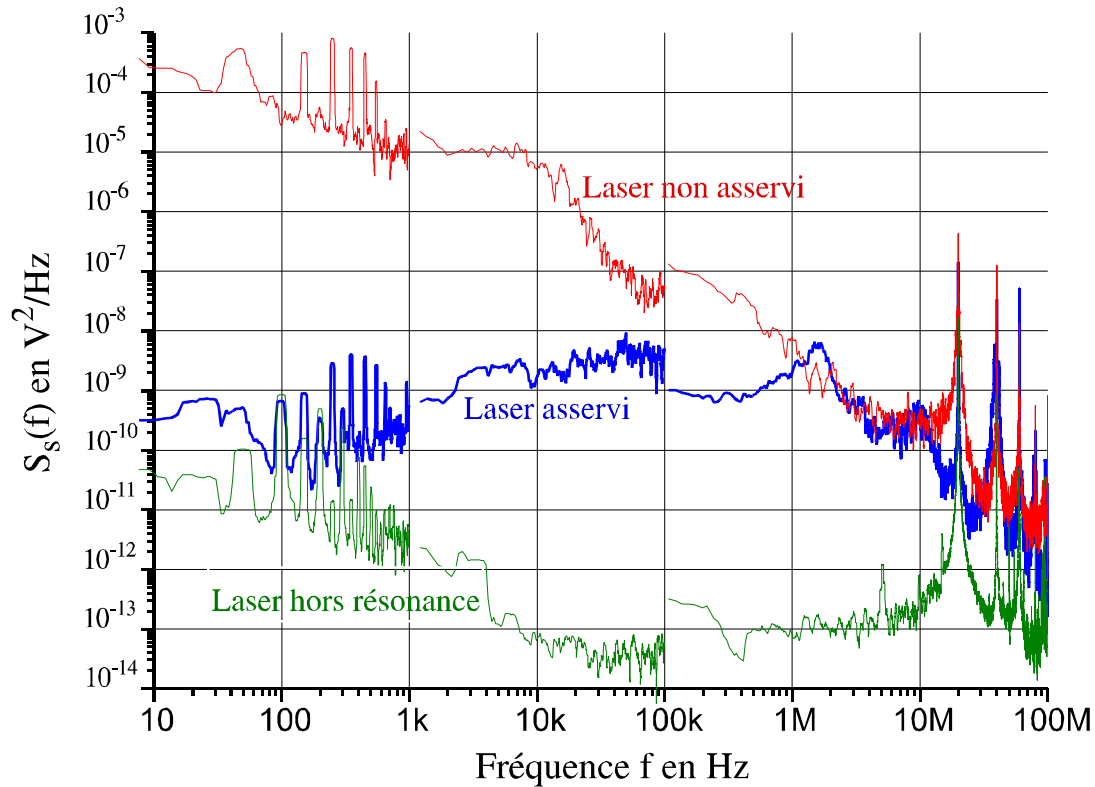


FIG. 1.30 – Densité spectrale de puissance du bruit sur le signal d'erreur ($S_s(f)$ en V^2/Hz).

Pour déterminer la largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$ du spectre de notre laser, nous ne nous intéresserons qu'à la densité spectrale de puissance $S_\nu(f)$ pour $f < 500 kHz$. La densité spectrale de puissance $S_\nu(f)$ pour $f > 500 kHz$ aura uniquement un impact sur les ailes du spectre de notre laser.

Un bruit blanc de fréquence avec une densité spectrale de puissance $S_\nu^0 = 0.16 kHz$ majore la densité spectrale de puissance mesurée $S_\nu(f)$ sur une plage de fréquence f comprise entre $10 Hz$ et $500 kHz$. Comme la bande passante du bruit blanc considérée est très grande devant S_ν^0 , la largeur à mi-hauteur du spectre laser associée à ce bruit blanc est donnée par la formule 1.30 (page 240) : $\Delta\nu = 2\pi S_\nu^0$. On obtient donc avec cette formule une largeur spectrale égale à $\Delta\nu \simeq 1 kHz$. Étant donné qu'un bruit blanc en fréquence donnant une largeur spectrale $\Delta\nu = 1 kHz$ a une densité spectrale de puissance S_ν^0 qui majore la densité spectrale de puissance mesurée $S_\nu(f)$, on peut en conclure que la largeur spectrale de notre laser est inférieure à $1 kHz$.

Le fait que la densité spectrale de puissance mesurée $S_\nu(f)$ excède la densité

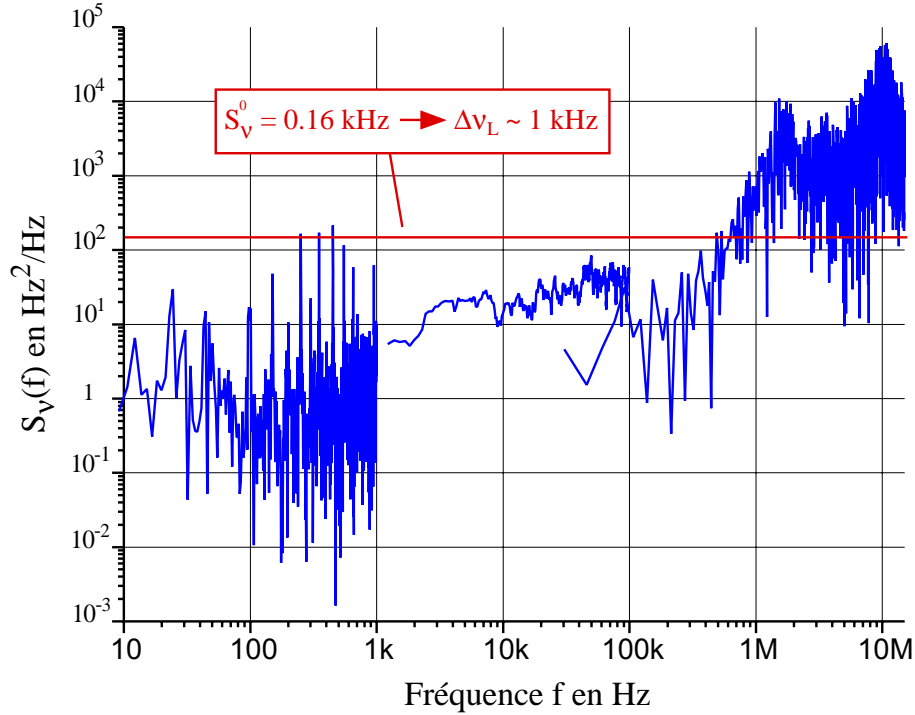


FIG. 1.31 – Densité spectrale de puissance de la fréquence instantanée du laser asservi ($S_\nu(f)$) obtenue à partir du bruit sur le signal d'erreur.

spectrale de puissance S_ν^0 du bruit blanc considéré pour $f > 500 \text{ kHz}$ se traduira sur le spectre du laser par des ailes qui décroissent moins vite à partir de 500 kHz que le spectre associé au bruit blanc de fréquence (lorentzienne de largeur à mi-hauteur 1 kHz).

L'estimation de la largeur spectrale inférieure à 1 kHz a été réalisée avec pour référence de fréquence la cavité Fabry Perot. La largeur spectrale absolue de notre laser dépend donc de la stabilité de notre cavité. Les études précédentes [149] nous laissent penser que l'isolation de notre cavité Fabry Perot est suffisante pour obtenir une largeur spectrale absolue de notre laser inférieure à 1 kHz sur un temps de 1 seconde. Pour s'assurer de la stabilité en fréquence de notre cavité Fabry Perot, il faudra faire interagir notre laser avec une vapeur atomique de strontium. Pour compenser les éventuelles dérives en fréquence de la cavité, il est envisagé de réaliser un asservissement en fréquence sur une vapeur atomique de strontium.

En conclusion, nous avons réalisé un laser stabilisé en fréquence sur une cavité ultrastable. Nous avons mesuré à partir du bruit sur le signal d'erreur une largeur

spectrale inférieure à 1 kHz. Cette largeur spectrale obtenue est petite devant la largeur de la transition d'intercombinaison du strontium (7.6 kHz). L'interaction de notre laser avec une vapeur atomique de strontium devrait donc être très peu modifiée par le bruit de fréquence.

Chapitre 2

Refroidissement Doppler sur une transition étroite

Depuis les années 80, de nombreuses techniques de refroidissement laser ont été développées pour réduire la dispersion en vitesse d'une vapeur atomique. Ces techniques de refroidissement sont caractérisées principalement par deux échelles de vitesse. La première échelle de vitesse correspond à la largeur en vitesse de la transition c'est à dire à l'effet Doppler qui change la fréquence apparente du laser d'une quantité égale à la largeur naturelle de la transition Γ : $v_\Gamma = \Gamma/k$. La deuxième échelle de vitesse est la vitesse de recul : $v_{rec} = \hbar k/m$. Elle correspond au changement de vitesse d'un atome lors de l'absorption ou de l'émission d'un photon.

Le refroidissement laser a d'abord été développé sur des transitions larges où la largeur en vitesse de la transition est très grande devant la vitesse de recul. Ces transitions sont très intéressantes car leur probabilité de transition (Γ) élevée leur permet d'échanger un grand nombre de photons par unité de temps et donc d'avoir des forces de pression de radiation très importantes. Le premier mécanisme de refroidissement introduit fut le refroidissement Doppler [131] [132]. Cette technique utilise la dépendance en vitesse de la force de pression de radiation causée par effet Doppler pour ralentir les atomes. La dispersion en vitesse obtenue correspond alors à la moyenne géométrique entre la vitesse de recul et la largeur en vitesse de la résonance ($\sigma_v \sim \sqrt{v_\Gamma v_{rec}}$). Pour des atomes possédant une structure interne, un mécanisme de refroidissement plus performant, le refroidissement Sisyphes, permet d'atteindre des dispersions en vitesse de quelques reculs. D'autres techniques comme le refroidissement par résonances noires [136] ou le refroidissement Raman [120] permettent d'obtenir des dispersions en vitesse inférieures au recul.

Dans cette partie, nous nous intéresserons au refroidissement laser utilisant une transition étroite pour laquelle la largeur en vitesse de la transition est voisine ou inférieure à la vitesse de recul. C'est le cas pour la transition d'intercombinaison du strontium où la largeur en vitesse de la transition est égale à

$v_{\Gamma} = 5.2 \text{ mm/s}$ et la vitesse de recul égale à $v_{rec} = 6.6 \text{ mm/s}$. Bien que la force de pression de radiation sur ces transitions étroites soit faible, la grande sélectivité en vitesse de la force est très intéressante pour obtenir des dispersions en vitesse très petites. En effet, un simple refroidissement Doppler sur cette transition permet d'atteindre une dispersion en vitesse égale au recul [128]. Sur la transition d'intercombinaison du strontium, à l'aide d'un piège magnéto-optique, il a été obtenu expérimentalement une dispersion en vitesse dans les trois dimensions égale au recul [21]. De plus, de nombreuses techniques de refroidissement ont été proposées sur les transitions étroites pour atteindre des dispersions en vitesse inférieures au recul. On peut citer le refroidissement Doppler utilisant un laser élargi spectralement [121] ou des impulsions lasers [122]. Le refroidissement par résonance noire sur un atome à deux niveaux [123] a été aussi proposé pour atteindre avec ces transitions étroites des dispersions en vitesse inférieures à la vitesse de recul.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons uniquement au refroidissement Doppler. Comme le modèle théorique décrivant le refroidissement Doppler sur des transitions larges n'est plus valable sur des transitions étroites, nous nous proposons dans une première partie de présenter les différents modèles qui permettent de décrire le refroidissement Doppler sur une transition de largeur quelconque. Nous montrerons alors qu'un modèle de marche au hasard en vitesse permet de décrire sous certaines conditions le refroidissement Doppler sur une transition de largeur quelconque. En utilisant ce modèle, nous donnerons les caractéristiques du refroidissement Doppler sur une transition étroite c'est à dire la dispersion en vitesse minimum et les conditions pour l'obtenir. Nous montrerons aussi que dans le refroidissement Doppler sur une transition étroite, la vitesse des atomes suit une statistique particulière qui conduit à l'obtention de distribution de vitesse non gaussienne.

2.1 Présentation des différents modèles

Le refroidissement Doppler constitue le mécanisme le plus simple permettant de refroidir des particules en utilisant la force de pression de radiation. Son principe a été introduit pour la première fois en 1975 par Hänsch et Schawlow pour des particules libres [131] et par Wineland et Dehmelt pour des particules piégées [132]. Le refroidissement a lieu lorsque des atomes sont placés entre deux ondes lasers contrapropageantes avec une fréquence laser ω_L légèrement inférieure à la fréquence d'une transition atomique ω_0 . A cause de l'effet Doppler, un atome se déplaçant à une vitesse v voit une fréquence laser apparente différente pour les deux ondes : $\omega_L + kv$, $\omega_L - kv$. Ainsi, si la fréquence du laser est inférieure à la fréquence de la transition, l'atome est plus en résonance avec l'onde laser se propageant dans le sens contraire à sa vitesse. La force de pression de radiation exercée par les deux lasers est donc déséquilibrée et a tendance à ralentir les atomes. Ceci conduit à une force de friction. On peut alors parler de mélasse optique. En plus de cette force de friction, les atomes sont soumis à un chauffage induit par les fluctuations de la force de pression de radiation. Ces fluctuations sont causées par la direction aléatoire des photons de fluorescence et par la statistique des photons absorbés. Ceci conduit à une diffusion de la vitesse des atomes. La dispersion en vitesse finale des atomes résulte alors d'un équilibre entre la friction et la diffusion.

Dans cette partie, nous allons décrire les différents modèles qui permettent de décrire le refroidissement Doppler.

2.1.1 Théorie semi-classique du refroidissement Doppler

On utilise en général un **modèle semi-classique** pour décrire le refroidissement Doppler [125] [124]. Les degrés de liberté internes (états atomiques internes) sont décrits de manière quantique et les degrés de liberté externes (position, impulsion) sont décrits de manière classique. On reviendra plus loin sur les hypothèses qui permettent d'utiliser ce modèle semi-classique. On trouve en utilisant ce modèle que le mouvement des atomes est analogue à un mouvement Brownien où une particule est soumise à des collisions aléatoires avec des particules beaucoup plus légères. On montre alors que la distribution de vitesse $P(v,t)$ des atomes obéit à une équation de **Fokker Planck** où apparaît un coefficient de diffusion en vitesse D et un coefficient de friction γ ($F = -\gamma v$) :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\gamma}{m} \frac{d(vP)}{dv} + D \frac{d^2 P}{dv^2} \quad (2.1)$$

Cette équation de Fokker Planck donne une distribution de vitesse stationnaire gaussienne avec une variance égale à :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{mD}{\gamma}$$

On peut à partir de cette distribution gaussienne définir une température. A une dimension, on obtient une température égale à :

$$T = \frac{m^2 D}{k_B \gamma}$$

Le coefficient de diffusion D et le coefficient de friction γ de l'équation de Fokker Planck sont obtenus en calculant à partir des équations de Bloch Optique la valeur moyenne et les fluctuations de la force exercée par l'onde laser sur les atomes.

Pour un refroidissement Doppler à une dimension sur une transition $J=0 \rightarrow J=1$, on trouve à faible saturation ($I \ll I_{sat}$) une dispersion en vitesse minimale égale à :

$$\langle v^2 \rangle_{min} = 0.7 \frac{\hbar \Gamma}{2m}$$

Cette dispersion en vitesse minimale est obtenue pour un désaccord laser égal à la demi largeur naturelle de la transition atomique $\omega_L - \omega_0 = -\Gamma/2$.

On constate sur cette expression de la dispersion de vitesse que plus la transition est étroite, plus la dispersion en vitesse attendue par la théorie Doppler semi-classique est petite. Les transitions atomiques étroites semblent donc intéressantes pour le refroidissement laser. Nous allons cependant voir que la théorie semi-classique du refroidissement Doppler n'est pas valable pour des transitions trop étroites.

Le modèle semi-classique du refroidissement Doppler suppose que l'on puisse traiter classiquement la position et l'impulsion de l'atome. Pour cela, la fonction d'onde atomique doit être suffisamment localisée devant les différentes échelles de variations de la force exercée par le laser sur les atomes. L'échelle de variation spatiale est caractérisée par la longueur d'onde du laser λ . L'échelle de variation en impulsion est donnée lorsque l'effet Doppler $k p/m$ est égal à la largeur naturelle de la transition Γ . L'approche semi-classique est donc valable lorsque la dispersion en position de la fonction d'onde ΔR est très petite devant la longueur d'onde λ et lorsque la dispersion en impulsion ΔP est petite devant $m \Gamma/k$:

$$\begin{aligned} \Delta R &\ll \lambda \\ \Delta P &\ll \frac{m \Gamma}{k} \end{aligned}$$

L'inégalité d'Heisenberg impose que $\Delta R \cdot \Delta P \gtrsim \hbar$ et donc que $\Delta P \gtrsim \hbar/\Delta R \gg \hbar/\lambda$. La dispersion en impulsion de la fonction d'onde ΔP doit alors satisfaire aux deux inégalités suivantes :

$$\hbar k \ll \Delta P \ll \frac{m \Gamma}{k}$$

Pour pouvoir utiliser le modèle semi-classique, il faut donc que la dispersion en impulsion de la fonction d'onde ΔP soit très grande devant l'impulsion d'un

photon $\hbar k$ et très petite devant la largeur en impulsion de la transition $m\Gamma/k$. Cette double condition ne peut être vérifiée que si la largeur naturelle de la transition Γ est très grande devant la fréquence de recul $\omega_r = \hbar k^2/2m$:

$$\Gamma \gg \omega_r$$

Lorsque la condition précédente est vérifiée, il est possible de découpler les échelles de temps caractérisant l'évolution des degrés de liberté internes et externes. En effet, l'évolution des degrés de liberté internes c'est à dire le passage entre l'état fondamental et l'état excité est caractérisée par le temps Γ^{-1} . L'évolution des degrés de liberté externes c'est à dire l'évolution de l'impulsion de l'atome comparée à la largeur de la transition est caractérisée par le temps ω_r^{-1} . Pour des transitions larges devant le recul, on peut donc considérer que l'impulsion est constante pendant le temps mis pour que les degrés de liberté internes atteignent leur état stationnaire. Les degrés de liberté internes s'adaptent donc adiabatiquement aux degrés de liberté externes. Cette propriété est utilisée dans la théorie semi-classique du refroidissement Doppler pour découpler l'évolution des degrés de liberté internes et externes.

L'approche semi-classique est valable pour la plupart des transitions utilisées pour le refroidissement laser qui ont une largeur naturelle très grande devant le recul ($\Gamma \gg \omega_r$). Cependant dans le cas des transitions étroites comme la transition d'intercombinaison du strontium ($\Gamma/2\pi = 7\text{kHz}$, $\omega_r = 5\text{kHz}$), la condition précédente n'est plus vérifiée. On ne peut donc pas traiter le refroidissement laser sur une transition étroite par une approche semi-classique. La fonction d'onde de l'atome ne peut pas être simultanément suffisamment localisée en impulsion et en position. On peut aussi remarquer que l'échelle de temps des variations des degrés de liberté internes Γ^{-1} et l'échelle de temps des variations des degrés de liberté externes ω_r^{-1} ne sont plus découplées. En effet dans le cas d'une transition étroite, après la diffusion d'un seul photon l'atome change suffisamment d'impulsion pour se retrouver hors de résonance. On ne pourra donc plus découpler l'évolution des degrés de liberté internes et externes.

2.1.2 Approche complètement quantique du refroidissement Doppler

Pour traiter le refroidissement sur une transition étroite, on doit donc en plus des degrés de liberté internes quantifier l'impulsion. L'évolution des degrés de liberté internes et externes est alors régie par des **équations de Bloch optiques généralisées** [137] [128]. Ces équations donnent rarement des solutions analytiques. Pour obtenir l'évolution de la distribution de vitesse, il faut alors faire une résolution numérique. La résolution numérique des équations de Bloch optiques étant difficile pour des temps longs, il a été aussi développé des simulations de **Monte Carlo quantique** [126] [127]. Ici l'évolution de la fonction d'onde est

vue comme une succession d'évolution hamiltonienne décrite par un hamiltonien effectif entrecoupé d'émission spontanée décrite comme des sauts quantiques.

2.1.3 Modèle de marche au hasard

Dans ce chapitre, nous utiliserons une approche différente pour traiter le refroidissement laser sur une transition étroite. Ici l'évolution de la vitesse de l'atome sera décrite comme une **marche au hasard en vitesse** au cours du temps (voir figure 2.1). Chaque saut en vitesse correspond à l'échange d'impulsion entre un atome et des photons. On supposera de plus que la marche au hasard constitue un processus Markovien. Ceci signifie que l'évolution de la vitesse à un instant t ne dépend que de la valeur initiale de la vitesse à l'instant t et pas des valeurs prises par la vitesse à des instants inférieurs à t . Ceci constitue un processus d'évolution de la vitesse sans mémoire. La marche au hasard en vitesse d'un atome peut être alors caractérisée par une probabilité de saut par unité de temps $\Phi(v)$ (taux de sauts) et une densité de probabilité d'effectuer un changement de vitesse Δv au cours d'un saut $\Pi(\Delta v, v)$. Ces deux quantités dépendent à priori de la vitesse de l'atome. Dans ce modèle, l'évolution de la probabilité d'avoir une vitesse v à l'instant t est régie par l'**équation maîtresse** suivante [130]:

$$\frac{dP(v,t)}{dt} = -\Phi(v) P(v,t) + \int \Phi(v - \Delta v) P(v - \Delta v) \Pi(\Delta v, v - \Delta v) d\Delta v \quad (2.2)$$

La dérivée par rapport au temps de la probabilité d'avoir une vitesse v évolue suivant deux termes. Le premier terme correspond au départ des atomes de la vitesse v . Le deuxième terme correspond aux atomes qui après avoir effectué un saut de vitesse Δv arrive à la vitesse v .

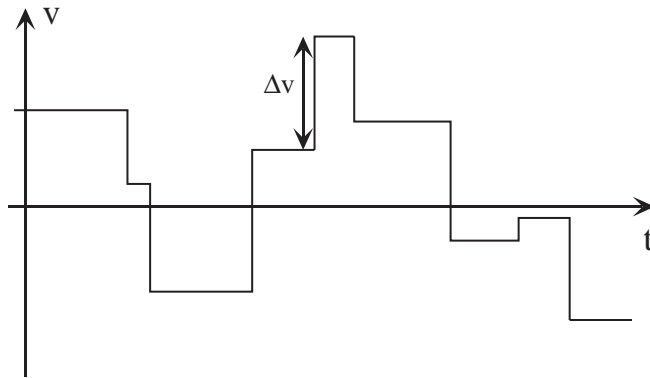


FIG. 2.1 – Marche au hasard en vitesse.

Cette approche de marche au hasard pour le refroidissement laser est équivalente à une simulation de Monte Carlo classique. L'utilisation de ce modèle

a tout d'abord été motivée par la référence [128] où il a été mentionné que la distribution en vitesse stationnaire obtenue par un Monté Carlo classique est proche de celle obtenue par les équations de Bloch optiques généralisées pour le refroidissement Doppler sur une transition étroite. On justifiera de manière plus rigoureuse cette approche en déduisant sous certaines approximations des équations de Bloch optiques généralisées l'équation maîtresse précédente 2.2. On pourra alors relier le taux de saut $\Phi(v)$ et la densité de probabilité de la longueur des sauts $\Pi(\Delta v, v)$ aux grandeurs caractérisant la transition atomique et le laser.

Il faut noter que l'équation maîtresse 2.2 est basée sur le fait que le processus d'évolution est sans mémoire. La densité de probabilité de faire un saut à un instant donné doit donc être indépendante de l'instant où l'atome a effectué son dernier saut. Dans ce cas, on peut définir une probabilité de saut par unité de temps et la densité de probabilité de faire un nouveau saut après un temps τ suit une décroissance exponentielle. Cependant, si on attribue les sauts en vitesse de l'atome à l'émission spontanée d'un photon, les phénomènes de dégroupement de photon et d'oscillation de Rabi créent une dépendance temporelle de la probabilité de saut. En effet, dans le phénomène de dégroupement de photon, la probabilité de faire une émission spontanée juste après en avoir réalisée une est nulle (voir figure 2.2). De plus, lorsque l'on sature la transition atomique, il se produit des oscillations de Rabi. Ainsi, la probabilité d'émettre un photon après un instant τ oscille en fonction du temps (voir figure 2.2). A cause du dégroupement de photon et des oscillations de Rabi, on ne peut donc pas définir de probabilité de saut par unité de temps. L'équation maîtresse ne peut donc pas décrire l'évolution en vitesse d'un atome qui tient compte du phénomène de dégroupement de photon et des oscillations de Rabi. On peut cependant se demander si ces phénomènes jouent un rôle dans l'évolution de la distribution en vitesse au cours du temps. Dans la suite nous verrons que dans le cas particulier du refroidissement Doppler 1D sans redistribution de photon, l'évolution de la distribution en vitesse moyennée sur des temps longs devant le temps de vie de la transition Γ^{-1} n'est pas affectée par les phénomènes quantiques tels que les oscillations de Rabi et le dégroupement de photon. Seule la valeur moyenne de la probabilité de saut semble jouer un rôle dans l'évolution de la distribution en vitesse sur des échelles de temps suffisamment grandes.

Nous avons présenté trois modèles permettant de décrire le refroidissement Doppler. Seule le modèle quantique permet de décrire rigoureusement l'évolution de la distribution en vitesse sur des transitions étroites. Comme ce modèle demande des résolutions numériques relativement lourdes pour obtenir l'évolution de la distribution de vitesse, nous utiliserons un modèle de marche au hasard. Ce modèle est plus intuitif et nécessite une résolution numérique beaucoup plus simple. Il permet de plus de trouver dans certains cas des solutions analytiques. Bien que ce modèle ne permette pas de décrire certains effets quantiques tels que les oscillations de Rabi et le dégroupement de photon, nous verrons que dans le

Densité de probabilité du délai τ entre deux émissions spontanées successives

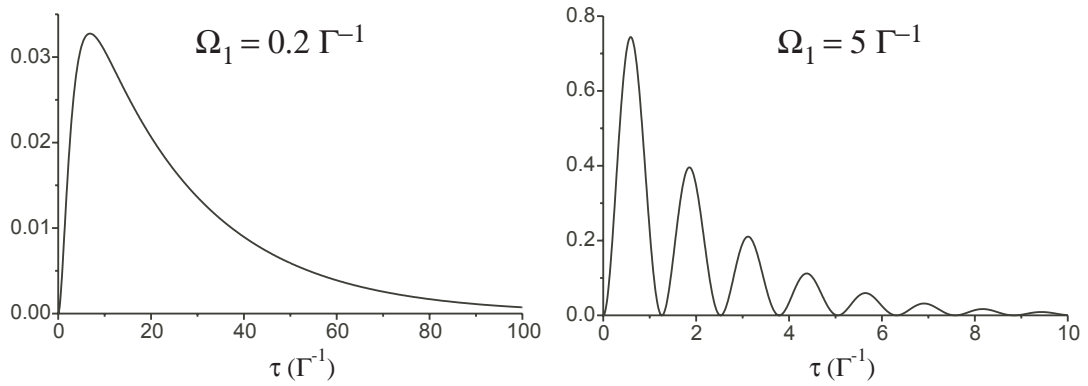


FIG. 2.2 – Délai entre deux émissions spontanées pour un atome à deux niveaux pour deux fréquences de Rabi Ω_1 différentes (obtenu par la méthode du hamiltonien effectif [129])

cas du refroidissement Doppler à une dimension sans redistribution de photon, l'évolution de la distribution de vitesse est bien décrite par ce modèle quelle que soit la largeur de la transition atomique.

2.2 Modèle de marche au hasard à une dimension sans redistribution de photons

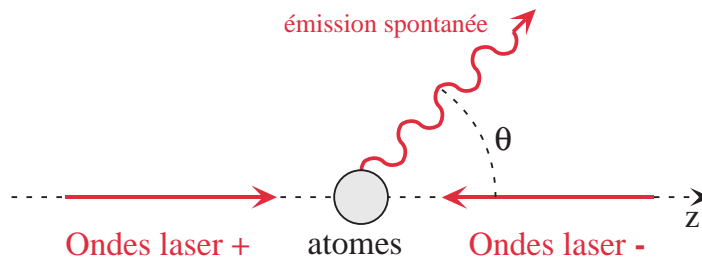
Nous allons appliquer le modèle de marche au hasard vu précédemment au refroidissement Doppler à une dimension sans redistribution de photon. Nous négligerons donc la redistribution de photon entre les deux ondes laser contre-propageantes c'est à dire les processus consistant à absorber un photon d'une onde et à réaliser une émission stimulée avec un photon de l'autre onde. Cette hypothèse est vérifiée pour une transition $J=0 \rightarrow J=1$ lorsque les ondes contre-propageantes ont une polarisation σ^+ et σ^- . Dans ce cas la conservation du moment cinétique oblige l'atome à effectuer le processus absorption émission stimulée avec des photons de la même onde laser. Il n'y a donc pas ici de redistribution possible de photons entre les deux ondes contre-propageantes.

Dans un premier temps nous donnerons la forme de l'équation maîtresse appliquée au refroidissement 1 D sans redistribution de photons. Nous étudierons ensuite le cas où les sauts de vitesse de la marche au hasard sont petits.

2.2.1 Equation d'évolution dans le cas général : équation maîtresse

S'il n'y a pas de redistribution de photons entre les deux ondes lasers, les changements de vitesse des atomes ont lieu uniquement lorsque l'atome diffuse un photon de l'onde laser + ou -. Lors de la diffusion d'un photon de l'onde +(-), l'atome absorbe un photon de l'onde +(-) et effectue une émission spontanée dans une direction aléatoire. Au cours de ce processus, la conservation de la quantité de mouvement entraîne que la vitesse de l'atome suivant l'axe de propagation des lasers change de la quantité $+(-) \hbar k/m = +(-) v_{rec}$ au cours de l'absorption d'un photon de l'onde +(-) et de la quantité $v_{rec} \cos(\theta)$ lors de l'émission spontanée d'un photon dans une direction aléatoire faisant un angle θ avec l'axe de propagation des lasers.

La loi de probabilité régissant θ est donnée par le diagramme de rayonnement



de l'atome. Dans le cas d'une transition Rayleigh (pas de changement de l'état atomique après la diffusion du photon), on peut montrer que l'intensité totale rayonnée dans une direction θ par rapport à l'axe de propagation est proportionnelle à :

$$I(\theta) \propto 1 + \cos^2(\theta)$$

Le changement de vitesse après une émission spontanée étant égal à $v_{rec} \cos(\theta)$, on obtient pour la densité de probabilité d'effectuer un changement de vitesse Δv après une émission spontanée :

$$\Pi_{spt}(\Delta v) \propto I(\theta) \quad \text{avec} \quad \cos(\theta) = \frac{\Delta v}{v_{rec}}$$

On peut noter que $\Pi_{spt}(\Delta v)$ est toujours bornée entre $-v_{rec}$ et $+v_{rec}$. Dans le cas d'une transition Rayleigh, on obtient (voir figure 2.3) :

$$\boxed{\begin{aligned} \Pi_{spt}(\Delta v) &= \frac{3}{8 v_{rec}} \left(1 + \left(\frac{\Delta v}{v_{rec}} \right)^2 \right) && \text{pour } |\Delta v| \leq v_{rec} \\ &= 0 && \text{pour } |\Delta v| > v_{rec} \end{aligned}} \quad (2.3)$$

Pour une transition $J=0 \rightarrow J=1$, il n'y a pas de transition Raman possible, la densité de probabilité du changement de vitesse après une émission spontanée est donc toujours donnée par la relation 2.3.

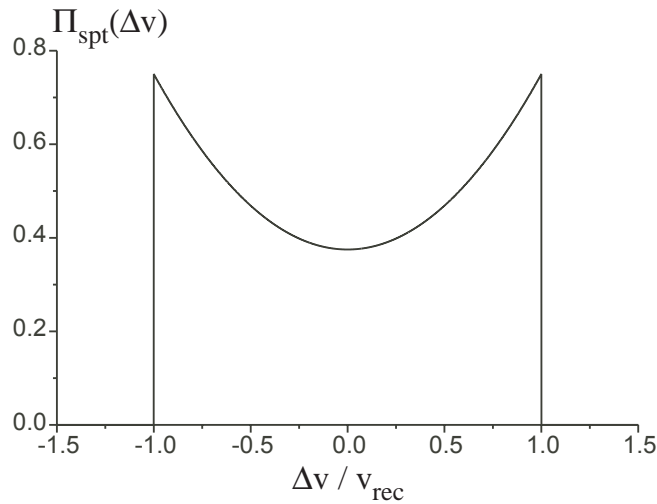


FIG. 2.3 – Densité de probabilité de faire un changement de vitesse Δv après une émission spontanée pour une transition Rayleigh.

Lors de la diffusion d'un photon de l'onde $+$ ($-$), le changement de vitesse est donc constitué d'un événement déterministe lié à l'absorption du photon de l'onde

+(-) ($\Delta v = +(-) v_{rec}$) et d'un événement aléatoire lié à l'émission spontanée d'un photon suivant la loi de probabilité $\Pi_{spt}(\Delta v)$. La densité de probabilité d'effectuer un changement de vitesse Δv après la diffusion d'un photon de l'onde +(-) est donc égale à $\Pi_{spt}(v - (+) v_{rec})$.

Dans le cas particulier du refroidissement 1D sans redistribution cohérente de photons, la dépendance en vitesse de la densité de probabilité de réaliser un changement de vitesse Δv au cours d'un saut $\Pi(\Delta v, v)$ ne dépend donc que du choix du photon absorbé. On peut donc adapter l'équation maîtresse générale 2.2 à notre cas particulier en faisant apparaître le taux de diffusion avec l'onde + $\Phi^+(v)$ et l'onde - $\Phi^-(v)$:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dP(v,t)}{dt} = & -(\Phi^+(v) + \Phi^-(v)) P(v,t) \\ & + \int \Phi^+(v - \Delta v) P(v - \Delta v, t) \Pi_{spt}(\Delta v - v_{rec}) d\Delta v \\ & + \int \Phi^-(v - \Delta v) P(v - \Delta v, t) \Pi_{spt}(\Delta v + v_{rec}) d\Delta v \end{aligned}} \quad (2.4)$$

On peut retrouver l'équation maîtresse du cas général 2.2 en posant :

$$\begin{aligned} \Phi(v) &= \Phi^+(v) + \Phi^-(v) \\ \Pi(\Delta v, v) &= \frac{\Phi^+(v) \Pi_{spt}(\Delta v - v_{rec}) + \Phi^-(v) \Pi_{spt}(\Delta v + v_{rec})}{\Phi^+(v) + \Phi^-(v)} \end{aligned}$$

L'équation maîtresse précédente 2.4 sera donc l'équation de base qui décrira le refroidissement laser à une dimension sans redistribution de photon. Cette équation n'admet pas de solution analytique dans le cas général. Nous verrons dans la partie suivante les solutions dans un cas limite.

2.2.2 Equation d'évolution dans le cas de sauts en vitesse petits : équation de Fokker Planck

Dans cette partie, nous allons étudier les solutions de l'équation maîtresse 2.4 dans le cas où l'échelle de variation du taux de diffusion $\Phi^{(-)+}(v)$ et l'échelle de variation de la distribution en vitesse $P(v)$ sont grandes devant la vitesse de recul v_{rec} . Cette approximation revient à dire que les sauts en vitesse de la marche au hasard sont petits devant l'échelle de vitesse caractérisant la distribution de vitesse et les taux de diffusion.

Comme Π_{spt} est bornée entre $-v_{rec}$ et v_{rec} , la variable Δv dans les intégrales de l'équation maîtresse 2.4 est comprise entre 0 et $\pm 2v_{rec}$. Si $\Phi^\pm P$ varie peu à l'échelle de v_{rec} , on peut donc effectuer le développement limité de $\Phi^\pm P(v - \Delta v)$:

$$\Phi^\pm P(v - \Delta v) = \Phi^\pm P(v) - \Delta v \frac{d\Phi^\pm P}{dv}(v) + \frac{\Delta v^2}{2} \frac{d^2 \Phi^\pm P}{dv^2}(v)$$

On obtient alors pour l'équation maîtresse 2.4 une équation de type Fokker Planck:

$$\frac{dP}{dt} = -v_{rec} \frac{d(\Phi^+ - \Phi^-)P}{dv} + \frac{v_{rec}^2 + \langle \Delta v^2 \rangle_{\Pi_{spt}}}{2} \frac{d^2(\Phi^+ + \Phi^-)P}{dv^2} \quad (2.5)$$

où $\langle \Delta v^2 \rangle_{\Pi_{spt}}$ est la variance sur la densité de probabilité d'effectuer un changement de vitesse Δv après une émission spontanée. Pour des transitions Rayleigh, Π_{spt} est donné par la formule 2.3. On obtient alors pour la variance du changement de vitesse lors d'une émission spontanée :

$$\langle \Delta v^2 \rangle_{\Pi_{spt}} = 0.4 v_{rec}^2 \quad (2.6)$$

On trouve ainsi pour l'équation maîtresse dans la limite où $\Phi^\pm P(v)$ varie peu à l'échelle du recul une équation de Fokker Planck. On peut alors à partir de l'équation 2.5 définir une force moyenne F et un coefficient de diffusion de la vitesse D :

$$F(v) = m v_{rec} (\Phi^+(v) - \Phi^-(v))$$

$$D(v) = \alpha v_{rec}^2 (\Phi^+(v) + \Phi^-(v)) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\langle \Delta v^2 \rangle_{\Pi_{spt}}}{v_{rec}^2} \right)$$

$$\alpha = 0.7 \quad \text{pour transition Rayleigh}$$

(2.7)

En fonction du coefficient de diffusion D(v) et de la force F(v), l'équation de Fokker Planck 2.5 s'écrit alors :

$$\frac{dP(v,t)}{dt} = -\frac{1}{m} \frac{dF(v)P(v,t)}{dv} + \frac{d^2 D(v)P(v,t)}{dv^2} \quad (2.8)$$

La solution stationnaire de l'équation de Fokker Planck ci-dessus s'obtient facilement [130] :

$$P_s(v) = \frac{cte}{D(v)} \exp \left(\int_0^v \frac{F(v')}{m D(v')} dv' \right)$$

$$= \frac{cte}{\Phi^+(v) + \Phi^-(v)} \exp \left(\int_0^v \frac{1}{\alpha v_{rec}} \frac{\Phi^+(v) - \Phi^-(v)}{\Phi^+(v) + \Phi^-(v)} dv' \right) \quad (2.9)$$

La constante de l'expression ci-dessus est choisie afin de normaliser la distribution en vitesse $P_s(v)$. Il faut noter que suivant l'expression de D(v) et F(v), la

distribution en vitesse n'est pas toujours normalisable. Dans ce cas, il n'existe pas d'état stationnaire. L'expression 2.9 est donc susceptible de nous donner la condition d'existence de l'état stationnaire et la forme de la distribution de vitesse quelle que soit la dépendance en vitesse du coefficient de diffusion et de la force.

Comme dans la théorie semi-classique du refroidissement Doppler, on retrouve ici que la distribution en vitesse obéit à une équation de Fokker Planck. Pour des transitions larges pour lesquelles la théorie semi-classique est valable, on suppose que le coefficient de diffusion est constant et que la force est linéaire en vitesse (force de friction). On obtient alors comme distribution de vitesse stationnaire une gaussienne avec une variance proportionnelle au rapport entre la diffusion et la friction :

$$P_s(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad F(v) = -\gamma v \quad D(v) = D \quad (2.10)$$

avec $\sigma_v^2 = \frac{mD}{\gamma}$

Comme dans ce cas la distribution de vitesse obtenue est gaussienne, on définit généralement une température égale à :

$$\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}m \sigma_v^2$$

Il est délicat de définir une température pour le refroidissement laser car on n'est pas dans une situation où il y a un équilibre thermodynamique. De plus lorsque $F(v)$ et $D(v)$ ont une dépendance en vitesse quelconque, les distributions de vitesse obtenues ne sont généralement pas gaussiennes.

A partir de l'équation maîtresse et en supposant que les sauts en vitesse étaient petits devant l'échelle de variation de la distribution en vitesse et du taux de diffusion, on a obtenu une équation de Fokker Planck. L'existence et l'expression de l'état stationnaire dépendent de l'expression de la force $F(v)$ et de la diffusion $D(v)$ et donc des taux de diffusions Φ^+ et Φ^- .

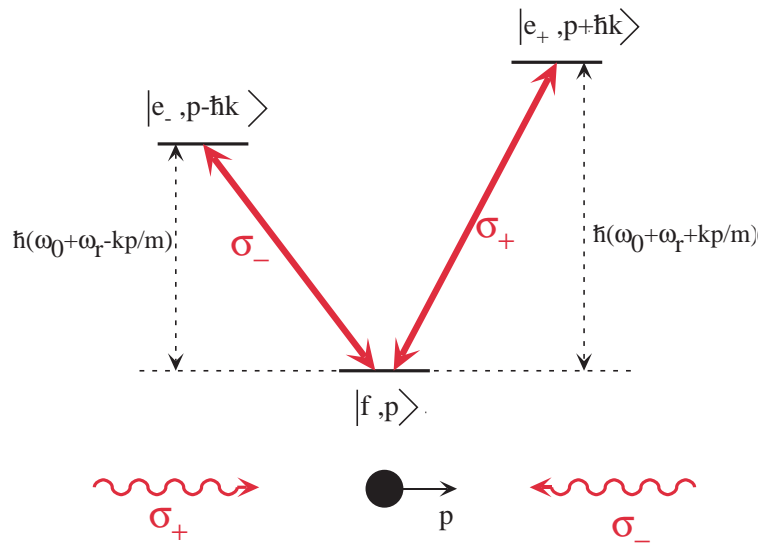
Dans cette partie, nous avons donc modélisé le refroidissement laser à une dimension sans redistribution de photons par une équation maîtresse où apparaissent les taux de diffusion de photons avec chacune des ondes. Dans la suite de ce chapitre, nous donnerons les conditions de validité de ce modèle et nous calculerons l'expression des taux de diffusion en fonction des paramètres du laser et de la transition atomique. Nous résoudrons ensuite cette équation maîtresse de manière numérique dans le cas général et nous donnerons des solutions analytiques dans le cas où les sauts de vitesse peuvent être considérés comme petits.

2.3 Lien entre le modèle quantique et le modèle de marche au hasard

Dans cette partie, nous établirons le lien entre la théorie quantique du refroidissement Doppler et le modèle de marche au hasard dans le cas du refroidissement Doppler à une dimension pour une transition $J=0 \rightarrow J=1$ et pour des ondes lasers polarisées σ_+ et σ_- . Cette configuration de polarisation permet de ne pas avoir de redistribution cohérente de photons entre les deux ondes lasers. Le traitement du refroidissement Doppler dans cette configuration a été réalisé en 1984 dans la référence [133] pour des transitions larges devant le recul (théorie semi-classique). Puis en 1989, dans la référence [128], le cas d'une transition de largeur quelconque a été traité en utilisant une approche complètement quantique.

2.3.1 Equations de Bloch optiques généralisées

La théorie quantique du refroidissement Doppler sur une transition étroite est présentée en détail dans la référence [128]. Nous en donnerons ici les principales étapes.



Pour traiter le cas de transitions avec une largeur naturelle quelconque, il faut quantifier les degrés de liberté externes et internes. Les degrés de liberté externes seront représentés par des états propres de l'impulsion du centre de masse de l'atome $|p\rangle$. Les degrés de liberté internes seront représentés pour une transition

$J=0$ $J=1$ par les états $|J, m_J\rangle$:

$$\begin{aligned} |J = 0, m_J = 0\rangle &= |g\rangle \\ |J = 1, m_J = -1\rangle &= |e_-\rangle \\ |J = 1, m_J = 0\rangle &= |e_0\rangle \\ |J = 0, m_J = 1\rangle &= |e_+\rangle \end{aligned}$$

Les états quantiques considérés appartiendront donc au produit tensoriel entre l'espace des états décrivant les degrés de liberté externes et l'espace des états décrivant degrés de liberté internes. Ces états sont des états propres du hamiltonien atomique (hamiltonien sans interaction avec le champ électrique du laser et du vide) :

$$H_{at} = \frac{P^2}{2m} + \hbar\omega_0 (|e_-\rangle\langle e_-| + |e_0\rangle\langle e_0| + |e_+\rangle\langle e_+|)$$

où P est l'opérateur impulsion.

Le potentiel d'interaction entre le champs électrique des ondes lasers σ_+ , σ_- et l'atome couple l'état $|f, p\rangle$ avec les états $|e_+, p + \hbar k\rangle$ et $|e_-, p - \hbar k\rangle$:

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega}{2} (|f, p\rangle\langle e_+, p + \hbar k| + |f, p\rangle\langle e_-, p - \hbar k| + |e_+, p + \hbar k\rangle\langle f, p| + |e_-, p - \hbar k\rangle\langle f, p|)$$

où Ω représente la fréquence de Rabi définie par $\Omega = -d E_0/\hbar$. d représente ici le dipôle atomique et E_0 l'amplitude du champs électrique de chacune des ondes lasers σ_+ et σ_- .

Pour décrire l'évolution de la fonction d'onde atomique, nous allons utiliser l'approche des familles introduite dans les références [134] [135] et appliquée au refroidissement laser dans la référence [137]. On considère alors la famille d'états couplés par l'interaction laser atome : $(|f, p\rangle, |e_-, p - \hbar k\rangle, |e_+, p + \hbar k\rangle)$. Le potentiel d'interaction laser atome couple les états d'une même famille entre eux, il n'y a pas de couplage avec les autres familles. Les différentes familles sont seulement couplées par émission spontanée. Avec cette approche, on peut obtenir l'évolution de la matrice densité ρ d'une famille. La matrice densité sera caractérisée par les termes suivants:

$$\begin{aligned} \rho_{gg}(p) &= \langle g, p | \rho | g, p \rangle && \text{population dans l'état fondamental } g \\ \rho_{++}(p) &= \langle e_+, p + \hbar k | \rho | e_+, p + \hbar k \rangle && \text{population dans l'état excité } e_+ \\ \rho_{--}(p) &= \langle e_-, p - \hbar k | \rho | e_-, p - \hbar k \rangle && \text{population dans l'état excité } e_- \\ \rho_{g+}(p) &= \langle g, p | \rho | e_+, p + \hbar k \rangle e^{-i\omega_L t} && \text{cohérence entre le fondamental et excité } e_+ \\ \rho_{g-}(p) &= \langle g, p | \rho | e_-, p - \hbar k \rangle e^{-i\omega_L t} && \text{cohérence entre le fondamental et excité } e_- \\ \rho_{+-}(p) &= \langle e_+, p + \hbar k | \rho | e_-, p - \hbar k \rangle && \text{cohérence entre les états excités} \end{aligned}$$

On peut montrer que l'évolution temporelle de ces quantités est régie par le système d'équations différentielles suivant [128] (équations de Bloch optiques généralisées) :

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{gg}(p) &= -\frac{i\Omega}{2}(\rho_{+g}(p) - \rho_{g+}(p) + \rho_{-g}(p) - \rho_{g-}(p)) \\
&\quad + \Gamma \int \Pi_{spt}(\Delta p)(\rho_{++}(p - \hbar k + \Delta p) + \rho_{--}(p + \hbar k + \Delta p)) d\Delta p \\
\dot{\rho}_{++}(p) &= \quad \quad \quad +i\frac{\Omega}{2}(\rho_{+g}(p) - \rho_{g+}(p)) \quad \quad \quad -\Gamma\rho_{++}(p) \\
\dot{\rho}_{--}(p) &= \quad \quad \quad +i\frac{\Omega}{2}(\rho_{-g}(p) - \rho_{g-}(p)) \quad \quad \quad -\Gamma\rho_{--}(p) \\
\dot{\rho}_{g+}(p) &= -i\left(\delta_L - \frac{kp}{m}\right)\rho_{g+}(p) + i\frac{\Omega}{2}(\rho_{gg}(p) - \rho_{++}(p) - \rho_{-+}(p)) - \frac{\Gamma}{2}\rho_{g+}(p) \\
\dot{\rho}_{g-}(p) &= -i\left(\delta_L + \frac{kp}{m}\right)\rho_{g-}(p) + i\frac{\Omega}{2}(\rho_{gg}(p) - \rho_{--}(p) - \rho_{+-}(p)) - \frac{\Gamma}{2}\rho_{g-}(p) \\
\dot{\rho}_{+-}(p) &= -2i\frac{kp}{m}\rho_{+-}(p) \quad \quad \quad +i\frac{\Omega}{2}(\rho_{+g}(p) - \rho_{g-}(p)) \quad \quad \quad -\Gamma\rho_{+-}(p)
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Dans ces équations, le point au dessus des variables désigne une dérivée par rapport au temps, δ_L représente le désaccord laser défini par $\delta_L = \omega_L - \omega_0 - \hbar k^2/2m$, $\Pi_{spt}(\Delta p)$ représente la probabilité de faire un changement d'impulsion Δp au cours d'une émission spontanée. Pour une transition $J=0 \rightarrow J=1$, on n'a que des transitions Rayleigh, $\Pi_{spt}(\Delta p)$ est donc donnée par la relation 2.3.

On peut noter que l'évolution de la matrice densité est régie par trois types de termes. Les premiers proportionnels à $\delta_L \pm kp/m$ ou kp/m représentent l'évolution induite par le hamiltonien atomique H_{at} . Les termes proportionnels à la fréquence de Rabi Ω correspondent à l'interaction atome laser. Enfin les termes proportionnels à Γ correspondent à l'émission spontanée.

Pour obtenir l'évolution de la distribution en vitesse des atomes, il faut donc à priori résoudre le système d'équations différentielles 2.11.

2.3.2 Lien avec l'équation maîtresse

Nous allons à présent établir un lien entre les équations de Bloch optiques généralisées 2.11 et l'équation maîtresse 2.4 du modèle de marche au hasard. Nous verrons dans un premier temps que la population totale d'une famille d'impulsion p obéit à une équation maîtresse si le rapport entre la population excitée et la population totale d'une famille est indépendante du temps. Nous étudierons ensuite dans quelles conditions on peut considérer que ce rapport entre population excitée et population totale est indépendant du temps. Nous donnerons enfin

à partir des équations de Bloch optiques généralisées l'expression des taux de diffusions Φ^\pm de l'équation maîtresse.

Equation d'évolution pour la population totale d'une famille

En sommant les trois premières équations du système 2.11, on trouve que l'évolution de la population totale d'une famille $\rho_{tot} = \rho_{gg} + \rho_{++} + \rho_{--}$ obéit à l'équation :

$$\dot{\rho}_{tot}(p) = -\Gamma(\rho_{++}(p) + \rho_{--}(p)) + \Gamma \int \Pi_{spt}(\Delta p) (\rho_{++}(p - \hbar k + \Delta p) + \rho_{--}(p + \hbar k + \Delta p)) d\Delta p \quad (2.12)$$

Introduisons le rapport entre la population dans l'état excité e_+ et e_- et la population totale d'une famille d'impulsion p :

$$f_\pm(p, t) = \frac{\rho_{\pm\pm}(p, t)}{\rho_{tot}(p, t)}$$

L'équation d'évolution de la population totale d'une famille 2.12 donne alors :

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{tot}(p, t) = & -(\Gamma f_+(p, t) + \Gamma f_-(p, t)) \rho_{tot}(p, t) \\ & + \int \Gamma f_+(p - \Delta p, t) \rho_{tot}(p - \Delta p, t) \Pi_{spt}(\Delta p - \hbar k) d\Delta p \\ & + \int \Gamma f_-(p - \Delta p, t) \rho_{tot}(p - \Delta p, t) \Pi_{spt}(\Delta p + \hbar k) d\Delta p \end{aligned} \quad (2.13)$$

On peut remarquer que l'équation précédente 2.13 est équivalente à l'équation maîtresse 2.4 si la fonction $f_\pm(p, t)$ est indépendante du temps ($f_\pm(p, t) = f_\pm(p)$). Le taux de diffusions de l'onde $\pm \Phi^\pm(p)$ correspond à $\Gamma f_\pm(p)$ et la population totale d'une famille d'impulsion p $\rho_{tot}(p, t)$ s'identifie alors à la densité de probabilité d'avoir une impulsion p $P(p, t)$. On peut noter qu'à forte saturation, lorsque la population dans les états excités n'est pas négligeable, la population totale d'une famille $\rho_{tot}(p, t)$ ne représente pas exactement la distribution en vitesse. En effet, la population totale d'une famille est la somme de la population de l'état fondamental g avec une impulsion p et la somme des populations dans les états excités e_- et e_+ avec une impulsion $p - \hbar k$ et $p + \hbar k$. La population totale d'une famille $\rho_{tot}(p, t)$ représentera donc la distribution de vitesse uniquement à faible saturation.

On vient donc de voir que si le rapport entre la population dans l'état excité e_+ et e_- et la population totale d'une famille d'impulsion p $f_\pm(p)$ est indépendant du temps alors l'évolution de la population totale d'une famille d'impulsion p est décrite par une équation maîtresse. Nous allons à présent voir dans quelles situations on peut considérer que le rapport entre population excitée et population totale d'une famille $f_\pm(p)$ est indépendant du temps.

Condition pour considérer le rapport entre population excitée et population totale d'une famille $f_{\pm}(p)$ indépendant du temps

A priori, d'après les équations de Bloch optiques généralisées 2.11, le rapport entre la population dans les états excités e_+ et e_- et la population totale d'une famille $f_{\pm}(p)$ dépend du temps. Pour des transitions larges devant le recul, on élimine généralement cette dépendance temporelle en effectuant une élimination adiabatique de l'état excité c'est à dire en supposant que la population dans les états excités s'adapte adiabatiquement à la population de l'état fondamental. Pour décrire l'évolution de la distribution de vitesse, le rapport entre la population des états excités et la population totale d'une famille $f_{\pm}(p)$ est donc toujours supposé indépendant du temps et égal à sa valeur stationnaire. Le rapport stationnaire $f_{\pm}(p)$ entre la population dans l'état excité et la population totale d'une famille s'obtient en résolvant la solution stationnaire des cinq dernières équations du système 2.11. L'élimination adiabatique de l'état excité n'est a priori valable que pour des transitions larges devant le recul où le temps caractérisant l'évolution du rapport entre la population fondamentale et excitée (Γ^{-1}) est très rapide devant le temps ω_r^{-1} caractérisant l'évolution de l'impulsion par rapport à la largeur de la transition. Pour des transitions étroites ($\Gamma^{-1} \gtrsim \omega_r^{-1}$), on ne peut pas découpler ces deux échelles de temps. Après la diffusion d'un seul photon, l'atome peut se retrouver en dehors de résonance. Il est donc difficile de considérer que le rapport entre la population fondamentale et excitée s'adapte adiabatiquement aux variations d'impulsion.

Pour des transitions étroites, l'élimination adiabatique de l'état excité n'est donc a priori pas justifiée. Nous allons cependant montrer que quelle que soit la largeur de la transition, l'élimination adiabatique de l'état excité revient à s'intéresser à la distribution de vitesse moyennée temporellement sur un temps grand devant le temps vie de l'état excité Γ^{-1} . Pour cela reprenons les équations de Bloch optiques généralisées 2.11 et réalisons une transformée de Fourier sur le temps ($\widehat{\rho}(p, \omega) = \int \rho(p, t) e^{-i\omega t} dt$):

$$\begin{aligned}
-i\omega \widehat{\rho}_{gg}(p) &= -\frac{i\Omega}{2} (\widehat{\rho}_{+g}(p) - \widehat{\rho}_{g+}(p) + \widehat{\rho}_{-g}(p) - \widehat{\rho}_{g-}(p)) \\
&\quad + \Gamma \int \Pi_{spt}(\Delta p) (\widehat{\rho}_{++}(p - \hbar k + \Delta p) + \widehat{\rho}_{--}(p + \hbar k + \Delta p)) d\Delta p \\
0 &= \quad \quad \quad + i\frac{\Omega}{2} (\widehat{\rho}_{+g}(p) - \widehat{\rho}_{g+}(p)) \quad \quad \quad -(\Gamma - i\omega) \widehat{\rho}_{++}(p) \\
0 &= \quad \quad \quad + i\frac{\Omega}{2} (\widehat{\rho}_{-g}(p) - \widehat{\rho}_{g-}(p)) \quad \quad \quad -(\Gamma - i\omega) \widehat{\rho}_{--}(p) \\
0 &= -i \left(\delta_L - \frac{k p}{m} \right) \widehat{\rho}_{g+}(p) + i\frac{\Omega}{2} (\widehat{\rho}_{gg}(p) - \widehat{\rho}_{++}(p) - \widehat{\rho}_{-+}(p)) - \left(\frac{\Gamma}{2} - i\omega \right) \widehat{\rho}_{g+}(p)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= -i \left(\delta_L + \frac{k p}{m} \right) \widehat{\rho}_{g-}(p) + i \frac{\Omega}{2} (\widehat{\rho}_{gg}(p) - \widehat{\rho}_{--}(p) - \widehat{\rho}_{+-}(p)) - \left(\frac{\Gamma}{2} - i\omega \right) \widehat{\rho}_{g-}(p) \\
0 &= -2i \frac{k p}{m} \widehat{\rho}_{+-}(p) + i \frac{\Omega}{2} (\widehat{\rho}_{+g}(p) - \widehat{\rho}_{g-}(p)) - (\Gamma - i\omega) \widehat{\rho}_{+-}(p)
\end{aligned}$$

A présent, nous coupons les fréquences ω élevées de variations des éléments de la matrice densité en multipliant les équations précédentes par une fonction \widehat{h} bornée entre $-\omega_B$ et ω_B avec $\omega_B \ll \Gamma$. La variable ω dans le système d'équations précédent est maintenant comprise entre $-\omega_B$ et $+\omega_B$. On peut alors réaliser l'approximation : $\Gamma - i\omega \sim \Gamma$. En repassant dans l'espace réel, on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{\widetilde{\rho}}_{gg}(p) &= -\frac{i\Omega}{2} (\widetilde{\rho}_{+g}(p) - \widetilde{\rho}_{g+}(p) + \widetilde{\rho}_{-g}(p) - \widetilde{\rho}_{g-}(p)) \\
&\quad + \Gamma \int \Pi_{spt}(\Delta p) (\widetilde{\rho}_{++}(p - \hbar k + \Delta p) + \widetilde{\rho}_{--}(p + \hbar k + \Delta p)) d\Delta p \\
0 &= +i \frac{\Omega}{2} (\widetilde{\rho}_{+g}(p) - \widetilde{\rho}_{g+}(p)) - \Gamma \widetilde{\rho}_{++}(p) \\
0 &= +i \frac{\Omega}{2} (\widetilde{\rho}_{-g}(p) - \widetilde{\rho}_{g-}(p)) - \Gamma \widetilde{\rho}_{--}(p) \\
0 &= -i \left(\delta_L - \frac{k p}{m} \right) \widetilde{\rho}_{g+}(p) + i \frac{\Omega}{2} (\widetilde{\rho}_{gg}(p) - \widetilde{\rho}_{++}(p) - \widetilde{\rho}_{-+}(p)) - \frac{\Gamma}{2} \widetilde{\rho}_{g+}(p) \\
0 &= -i \left(\delta_L + \frac{k p}{m} \right) \widetilde{\rho}_{g-}(p) + i \frac{\Omega}{2} (\widetilde{\rho}_{gg}(p) - \widetilde{\rho}_{--}(p) - \widetilde{\rho}_{+-}(p)) - \frac{\Gamma}{2} \widetilde{\rho}_{g-}(p) \\
0 &= -2i \frac{k p}{m} \widetilde{\rho}_{+-}(p) + i \frac{\Omega}{2} (\widetilde{\rho}_{+g}(p) - \widetilde{\rho}_{g-}(p)) - \Gamma \widetilde{\rho}_{+-}(p)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

où $\widetilde{\rho} = h * \rho$ est le produit de convolution entre un élément de la matrice densité et la fonction $h(t)$ de largeur $\omega_B^{-1} \gg \Gamma^{-1}$. $\widetilde{\rho}$ représente donc l'élément de la matrice densité moyennée temporellement sur un temps égal à ω_B^{-1} très grand devant Γ^{-1} .

La matrice densité moyennée temporellement sur un temps grand devant Γ^{-1} obéit donc au système d'équations 2.14. A partir des cinq dernières équations, il est possible de trouver une relation analytique indépendante du temps entre le rapport entre la population dans les états excités e_+ et e_- et la population totale d'une famille d'impulsion p [128] :

$$\widetilde{\rho}_{+(-)}(p, t) = f_{+(-)}(p) \widetilde{\rho}_{tot}(p, t)$$

La population totale d'une famille d'impulsion p moyennée temporellement sur

un temps grand devant Γ^{-1} obéit donc à une équation maîtresse du type 2.13 :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{tot}(p,t) = & -(\Gamma f_+(p) + \Gamma f_-(p)) \tilde{\rho}_{tot}(p,t) \\ & + \int \Gamma f_+(p - \Delta p) \tilde{\rho}_{tot}(p - \Delta p, t) \Pi_{spt}(\Delta p - \hbar k) d\Delta p \\ & + \int \Gamma f_-(p - \Delta p) \tilde{\rho}_{tot}(p - \Delta p, t) \Pi_{spt}(\Delta p + \hbar k) d\Delta p \end{aligned} \quad (2.15)$$

L'équation maîtresse nous donne donc l'évolution de la distribution en vitesse moyennée temporellement sur un temps grand devant Γ^{-1} . Nous allons à présent examiner qualitativement l'importance de l'évolution de la distribution en vitesse sur des temps de l'ordre de Γ^{-1} .

Pour des transitions larges devant la fréquence de recul, les distributions de vitesse sont très larges par rapport à la vitesse de recul. Il faut donc diffuser de nombreux photons pour que la distribution de vitesse change de manière non négligeable. Dans un temps de l'ordre de Γ^{-1} , le changement de la distribution de vitesse est donc très faible. La distribution en vitesse moyennée sur un temps grand devant Γ^{-1} est donc quasiment identique à la distribution en vitesse non moyennée. Pour des transitions larges devant le recul, l'équation maîtresse est donc une très bonne approximation pour décrire l'évolution de la distribution de vitesse.

Pour des transitions de largeur voisine ou inférieure à la fréquence de recul, les distributions de vitesse ont une largeur voisine de la vitesse de recul. La diffusion d'un seul photon par atome peut donc modifier de manière non négligeable la distribution en vitesse. Sur des temps de l'ordre de Γ^{-1} , l'évolution de la distribution de vitesse n'est donc généralement pas négligeable. On pourra donc trouver des différences entre la distribution en vitesse moyennée et la distribution en vitesse non moyennée. Par exemple, le dégroupement de photon et les oscillations de Rabi, qui sont sur des échelles de temps de l'ordre de Γ^{-1} , peuvent influencer l'évolution de la distribution de vitesse sur des temps inférieurs à Γ^{-1} et donc donner un écart entre la distribution de vitesse moyennée et la distribution de vitesse non moyennée. Lorsque l'on se rapproche de la distribution de vitesse stationnaire, l'évolution de la distribution en vitesse est de plus en plus lente et donc la distribution en vitesse moyennée et non moyennée seront donc de plus en plus proches. Pour l'état stationnaire, la distribution de vitesse moyennée est identique à la distribution de vitesse non moyennée. On peut finalement noter que lorsque la saturation est faible, le nombre de photons diffusés pendant Γ^{-1} est faible et donc l'évolution de la distribution en vitesse pendant un temps de l'ordre de Γ^{-1} est petite. Plus la saturation est faible, plus la distribution de vitesse moyennée sera proche de la distribution de vitesse non moyennée.

Pour des transitions larges devant le recul, la distribution de vitesse moyennée sur un temps grand devant Γ^{-1} est donc pratiquement identique à la distribu-

tion de vitesse non moyennée. Pour des transitions étroites, on peut trouver des différences entre la distribution de vitesse moyennée temporellement et la distribution de vitesse non moyennée. Ces différences sont d'autant plus faibles que la saturation est faible et que le temps d'interaction est grand c'est à dire qu'on se rapproche de l'état stationnaire.

Expressions des taux de diffusions Φ^\pm de l'équation maîtresse

La relation entre les populations dans les états excités et l'état fondamental $f_\pm(p)$ se déduit sans difficulté des relations 2.14. Son expression analytique dans le cas général est cependant lourde (on peut trouver l'expression analytique de $f_\pm(p)$ dans le cas général dans la référence [121]). Il est indiqué dans la référence [128] que les distributions en vitesse les plus étroites sont obtenues à faible saturation. **Dans la suite, nous nous limiterons donc au cas faible saturation** où l'expression analytique de $f_\pm(p)$ est beaucoup plus simple :

$$f_\pm(p) = \frac{\frac{\Omega^2}{\Gamma^2}}{1 + \frac{4(\delta_L \mp k p/m)^2}{\Gamma^2}} = \frac{1}{2} \frac{\frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{4(\delta_L \mp k p/m)^2}{\Gamma^2}}, \quad I \ll I_{sat} \quad (2.16)$$

où I est l'intensité de chacune des ondes lasers, I_{sat} est l'intensité de saturation de la transition et $\delta_L = \omega_L - \omega_0 - \hbar k^2/2m$ est le désaccord laser.

En identifiant l'équation maîtresse (eq. 2.4) et l'équation d'évolution de la population totale d'une famille d'impulsion p (eq. 2.15), les taux de diffusions de l'équation maîtresse sont égaux à :

$$\Phi^\pm(p) = \Gamma f_\pm(p)$$

On peut retrouver l'expression des taux de diffusions Φ^\pm à faible saturation en utilisant un modèle d'équation de taux. Ce modèle d'équation de taux ne donne cependant pas les taux de diffusion à forte saturation.

Dans cette partie, nous avons donné les équations de Bloch optiques généralisées décrivant le refroidissement Doppler à une dimension sur une transition $J=0$ $J=1$ avec des polarisations σ_+ , σ_- . A partir de ces équations de Bloch optique généralisées, nous avons montré que l'évolution de la population totale d'une famille d'impulsion p moyennée sur un temps grand devant Γ^{-1} obéit à une équation maîtresse provenant d'un modèle de marche au hasard. Les phénomènes quantiques contenus dans les équations de Bloch Optique généralisées n'influencent donc pas l'évolution de la distribution de vitesse moyennée sur un temps grand devant Γ^{-1} .

Dans la suite de ce chapitre, nous supposons que l'intensité laser est faible devant l'intensité de saturation. C'est dans cette situation que les dispersions en vitesse sont les plus étroites. Cette hypothèse de faible saturation laser, nous

permet d'assimiler la population totale d'une famille d'impulsion p à la distribution de vitesse. A faible saturation, on obtient de plus une expression analytique simple pour les taux de diffusions $\Phi^\pm(v)$. Nous utiliserons dans la suite les notations du modèle de marche au hasard. $P(v,t)$ représente alors la distribution de vitesse moyennée sur des temps grands devant Γ^{-1} .

$$\begin{aligned}
 \frac{dP(v,t)}{dt} = & -(\Phi^+(v) + \Phi^-(v)) P(v,t) \\
 & + \int \Phi^+(v - \Delta v) P(v - \Delta v, t) \Pi_{spt}(\Delta v - v_{rec}) d\Delta v \\
 & + \int \Phi^-(v - \Delta v) P(v - \Delta v, t) \Pi_{spt}(\Delta v + v_{rec}) d\Delta v
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

avec

$$\Phi^\pm(v) = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{1 + \frac{4(\delta_L \mp kv)^2}{\Gamma^2}}$$

$$\Pi_{spt}(\Delta v) = \frac{3}{8v_{rec}} (1 + (\Delta v/v_{rec})^2) \quad \text{pour } |\Delta v| \leq v_{rec}$$

2.4 Résolution de l'équation maîtresse

La distribution en vitesse moyennée sur des temps grands devant Γ^{-1} dans le refroidissement Doppler sur une transition $J=0 \rightarrow J=1$ (σ_+ , σ_-) obéit donc à l'équation maîtresse 2.17. Nous allons à présent résoudre cette équation maîtresse afin de prédire les distributions de vitesse obtenues dans le refroidissement Doppler sur une transition de largeur quelconque.

2.4.1 Cas général

A notre connaissance, il n'existe pas de solution analytique générale de l'équation maîtresse pour l'évolution temporelle et la solution stationnaire avec les taux de diffusions donnés en 2.17. Il faut donc effectuer une résolution numérique de l'équation maîtresse pour obtenir l'évolution temporelle et la distribution en vitesse stationnaire.

Bien qu'on ne possède pas de solution analytique de la distribution en vitesse, il est possible d'extraire de l'équation maîtresse la condition d'existence de l'état stationnaire et des différents moments de la distribution en vitesse. Il a été montré dans la référence [128] que le moment d'ordre $2n$ de la distribution de vitesse stationnaire $\int v^{2n} P(v) dv$ existe si $\delta_L < -(1.05 + 0.7n) k v_{rec}$. Ainsi il existe un état stationnaire si $\int P(v) dv$ ne diverge pas et donc si $\delta_L < -1.05 k v_{rec}$.

Il est aussi possible d'obtenir une solution analytique pour l'écart type de la distribution en vitesse. Il a été montré dans la référence [128] que l'écart type de la distribution en vitesse peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma_v = 0.35 v_{rec} \sqrt{\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 3 + \frac{1 + \left(\frac{\Gamma}{0.7 k v_{rec}}\right)^2}{\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 5} + 24 \frac{10a - \left(\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 3\right) R(\delta, \Gamma)}{\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 5}} \quad (2.18)$$

La fonction $R(\delta, \Gamma)$ est définie par :

$$R(\delta, \Gamma) = 4 \frac{a \left(2 \left(\frac{\Gamma}{0.7 k v_{rec}} \right)^2 + 3 \left(\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 2 \right)^2 \right) + 20 b}{\left(\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 2 \right) \left(\left(\frac{\Gamma}{0.7 k v_{rec}} \right)^2 + \left(\frac{-\delta_L}{0.35 k v_{rec}} - 2 \right)^2 \right) + 24 a}$$

a et b sont des constantes qui dépendent des six premiers moments de $\Pi_{spt}(\Delta v)$:

$$\begin{aligned} a &\simeq 0.02929 \\ b &\simeq 0.003395 \end{aligned}$$

On peut remarquer sur la formule 2.18 que l'écart type de la distribution de vitesse diverge pour $\delta_L = -1.75 k v_{rec}$. On retrouve donc comme précédemment que le moment d'ordre 2 n'existe que si $\delta_L < -1.75 k v_{rec}$.

Pour la transition d'intercombinaison du strontium ($\Gamma/2\pi = 7.5\text{kHz}$, $k v_{rec}/2\pi = 9.6\text{kHz}$), on obtient avec les relations précédentes que l'écart type minimum de la distribution de vitesse stationnaire est égal à :

$$\begin{aligned}\sigma_v &\simeq 0.80 v_{rec} \\ &\simeq 5.3\text{mm/s}\end{aligned}$$

Cet écart type minimum est obtenu pour un désaccord laser égal à

$$\begin{aligned}\delta_L &\simeq -2.38 k v_{rec} \\ \frac{\delta_L}{2\pi} &\simeq -22.8\text{kHz}\end{aligned}$$

Les résultats obtenus ici sont différents de ceux de la théorie Doppler semi-classique: $\sigma_{v\ min} = 0.52 v_{rec}$ pour $\delta_L = -\Gamma/2$ ($\delta_L/2\pi = -3.75\text{kHz}$). Nous reviendrons ultérieurement sur l'interprétation de ces résultats et nous représenterons l'écart type en fonction du désaccord laser et de la largeur naturelle de la transition.

Pour obtenir l'évolution de la distribution en vitesse dans le refroidissement Doppler sur la transition d'intercombinaison du strontium, nous avons effectué une résolution numérique de l'équation maîtresse avec une discrétisation en vitesse de $0.1 v_{rec}$ et une discrétisation temporelle de $0.2 \Gamma^{-1}$ ($I/I_{sat} = 0.1$). Il a été vérifié numériquement que l'effet de cette discrétisation est négligeable.

Sur la figure 2.4, on peut voir les résultats de la résolution numérique pour différents désaccords laser. On a tout d'abord pris un désaccord laser pour lequel il n'existe pas d'état stationnaire ($\delta_L = -0.5 k v_{rec}$). On voit dans ce cas que la distribution en vitesse s'étale en fonction du temps. On chauffe donc les atomes. On a ensuite calculé l'évolution de la distribution en vitesse pour un désaccord laser pour lequel la variance de l'état stationnaire diverge ($\delta_L = -1.2 k v_{rec}$). Ici, au cours du refroidissement, on diminue la largeur à mi-hauteur de la distribution de vitesse. Cependant, les distributions en vitesse présentent de grandes ailes qui font diverger l'écart type de la distribution en vitesse pour l'état stationnaire. On peut aussi remarquer que contrairement au cas d'une transition large, la distribution en vitesse stationnaire n'est clairement pas gaussienne. On a enfin calculé l'évolution temporelle de la distribution en vitesse pour le désaccord laser qui minimise l'écart type de la distribution de vitesse stationnaire ($\delta_L = -2.38 k v_{rec}$). Par rapport au cas précédent, les ailes de la distribution de vitesse sont beaucoup plus petites mais on obtient une largeur à mi-hauteur plus grande. On peut aussi remarquer qu'ici la forme de la distribution en vitesse se rapproche d'une gaussienne.

On reviendra dans la suite sur l'interprétation de ces résultats. A présent, en utilisant certaines approximations, nous allons essayer de trouver des solutions analytiques pour les distributions en vitesse stationnaires obtenues avec le refroidissement Doppler.

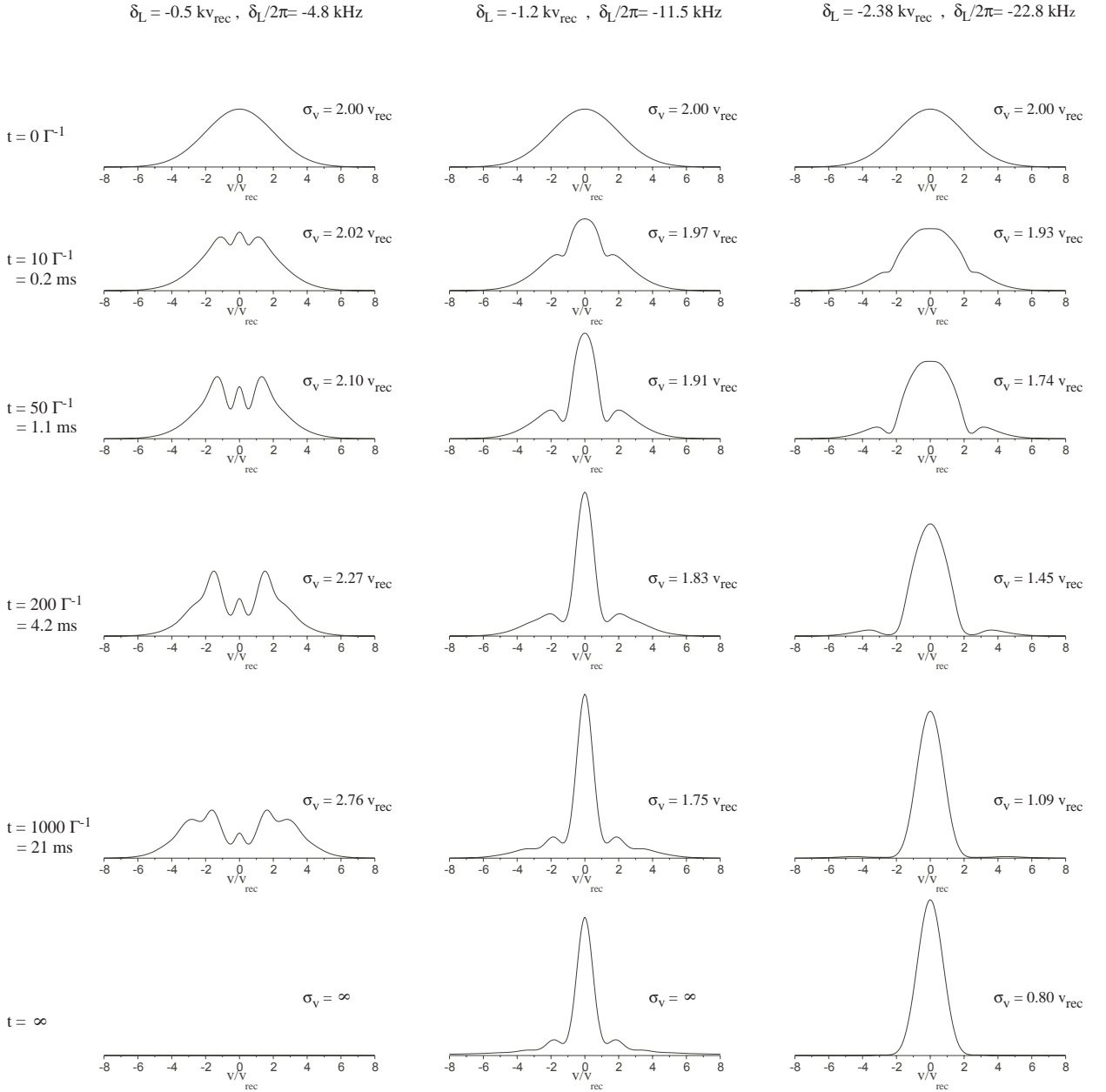


FIG. 2.4 – Evolution de la distribution de vitesse pour le refroidissement Doppler sur la transition d'intercombinaison du strontium (distribution initiale gaussienne d'écart type $2 v_{rec}$; $I/I_{sat}=0.1$).

2.4.2 Sauts de vitesse petits : Approche Fokker Planck

Lorsque les échelles de variation de la distribution en vitesse $P(v)$ et du taux de diffusion $\Phi^{+(-)}(v)$ sont grandes devant la vitesse de recul v_{rec} , l'équation maîtresse

peut se mettre sous la forme d'une équation de Fokker Planck (voir page 319). Cette approximation est parfaitement valable pour des transitions avec une largeur naturelle grande devant le recul où le taux diffusion et la distribution de vitesse varient peu à l'échelle du recul. Pour des transitions étroites, cette approximation ne sera valable que dans les ailes de la distribution de vitesse. En effet pour des vitesses grandes devant δ_L/k , la distribution en vitesse et le taux de diffusion varient peu à l'échelle du recul. Quelle que soit la largeur de la transition, on connaîtra donc de manière exacte la forme asymptotique des ailes des distributions en vitesse. Comme les conditions d'existence des différents moments de la distribution de vitesse sont données par la forme asymptotique des ailes, l'équation de Fokker Planck qui décrit de manière exacte l'allure asymptotique des ailes décrit aussi de manière exacte les conditions d'existence des différents moments de la distribution de vitesse.

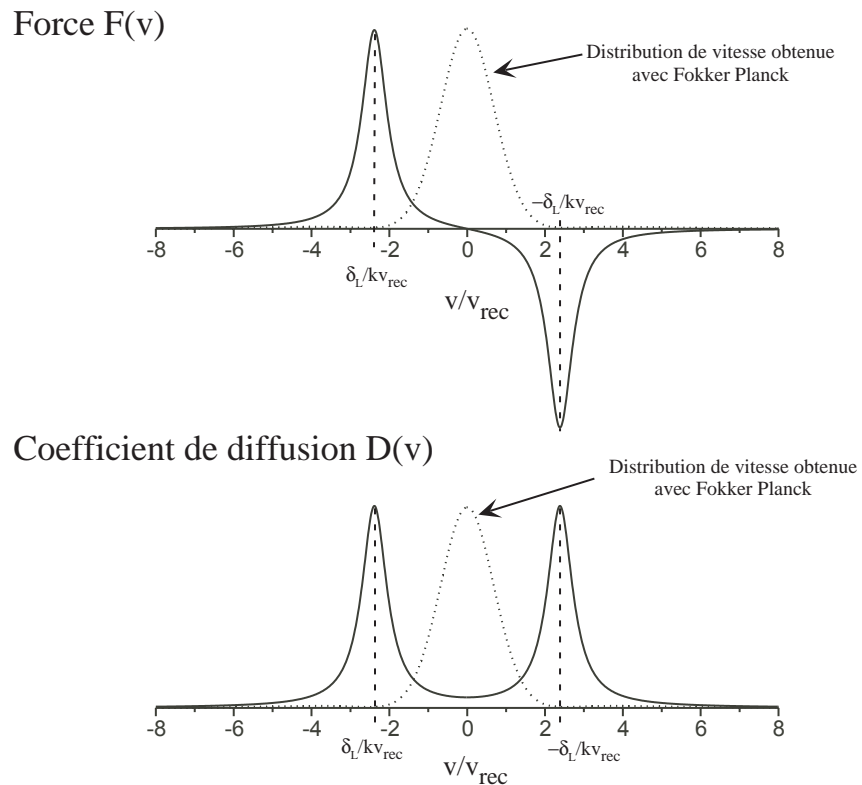


FIG. 2.5 – Force et coefficient de diffusion obtenus pour la transition d'intercombinaison du strontium avec le désaccord laser minimisant la variance de la distribution en vitesse ($\delta_L/2\pi = -22.8 \text{ kHz}$).

La distribution en vitesse obéira donc ici à l'équation de Fokker Planck 2.8 (voir page 320). Le coefficient de diffusion et la force s'obtiennent à partir des expressions de $\Phi^{+(-)}(v)$ du refroidissement Doppler à faible saturation 2.17 (voir page 330). L'allure de la force et l'allure du coefficient de diffusion sont représentées sur la figure 2.5.

La distribution de vitesse stationnaire de l'équation de Fokker Planck se calcule en utilisant les expressions 2.17 de $\Phi^{+(-)}(v)$ dans la formule 2.9 (voir page 320). On obtient alors après intégration :

$$P_s(v) = \left(1 - \left(\frac{\frac{8kv\delta_L}{\Gamma^2}}{1 + \frac{4(\delta_L^2 + k^2v^2)}{\Gamma^2}} \right)^2 \right) \left(1 + \frac{4(\delta_L^2 + k^2v^2)}{\Gamma^2} \right)^{\frac{\delta_L}{0.7kv_{rec}} + 1} \quad (2.19)$$

L'état stationnaire existe si la distribution de vitesse précédente est normalisable c'est à dire si $\int P(v) dv$ existe. A partir de l'expression précédente, on trouve qu'il existe un état stationnaire si $\delta_L < -1.05 kv_{rec}$. On trouve aussi que les moments de la distribution en vitesse d'ordre $2n$ existent si $\delta_L < -(1.05 + 0.7n)kv_{rec}$. Quelle que soit la largeur de la transition, on retrouve donc bien avec l'équation de Fokker Planck les mêmes conditions que l'équation maîtresse pour l'existence de l'état stationnaire et des différents moments.

Contrairement à la théorie Doppler sur transition large, on trouve ici une distribution de vitesse qui n'est jamais parfaitement gaussienne. On comparera dans la suite, la distribution de vitesse donnée par l'équation de Fokker Planck avec la distribution en vitesse obtenue en résolvant numériquement l'équation maîtresse.

2.4.3 Coefficient de diffusion constant et force linéaire en vitesse

On retrouve les résultats du modèle semi-classique du refroidissement Doppler, en supposant dans l'équation de Fokker Planck que la force est linéaire en vitesse (force de friction) et que le coefficient de diffusion est constant. Avec l'expression de la force et du coefficient de diffusion obtenu précédemment, cette approximation est valable pour des vitesses très petites devant $|\delta_L|/k$ (voir figure 2.5). Avec cette approximation, on obtiendra donc une forme correcte de la distribution en vitesse si la largeur de la distribution en vitesse obtenue est très petite devant $|\delta_L|/k$.

En prenant $D(v) = D(0)$ et $F(v) = v dF/dv(0)$ dans l'équation de Fokker Planck, on obtient alors une **distribution en vitesse gaussienne** avec une variance égale à :

$$\sigma_v^2 = 0.7 \frac{1}{2} v_{rec} \frac{\Gamma}{k} \frac{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2}}{-\frac{4\delta_L}{\Gamma}} = 0.7 \frac{\hbar\Gamma}{2m} \frac{1 + \frac{4\delta_L^2}{\Gamma^2}}{-\frac{4\delta_L}{\Gamma}} \quad (2.20)$$

On retrouve ici l'expression connue de la variance de la distribution en vitesse donnée par la théorie semi-classique du refroidissement Doppler. La variance σ_v^2 est minimale pour $\delta_L = -\Gamma/2$ et égale à $0.7\hbar\Gamma/2m$ (le facteur numérique 0.7 dépend du diagramme de rayonnement).

2.5 Interprétation des résultats du refroidissement Doppler sur une transition de largeur quelconque et comparaison des différents modèles

Dans cette partie, nous essayerons d'interpréter les résultats obtenus avec l'équation maîtresse pour le refroidissement Doppler sur une transition de largeur quelconque. Nous comparerons aussi ces résultats avec les solutions analytiques obtenues avec l'équation de Fokker Planck.

2.5.1 Existence d'un état stationnaire

Un état stationnaire existe si la distribution en vitesse stationnaire obtenue par l'équation maîtresse est normalisable. Pour le refroidissement Doppler à faible saturation, on a trouvé que l'état stationnaire existe si $\delta_L < -1.05 k v_{rec}$. Ici, lorsque l'état stationnaire n'existe pas, la distribution en vitesse s'élargit indéfiniment en fonction du temps. On chauffe donc les atomes. On peut expliquer cette absence d'état stationnaire pour des désaccords laser trop faibles par le fait que la force ne confine pas assez la vitesse des atomes. La force qui confine la vitesse des atomes est forte entre $\pm\delta_L/k$ (voir figure 2.5). Lorsque le désaccord laser est proche du recul, l'atome peut quitter facilement cette zone où sa vitesse est bien confinée car il suffit de quelques diffusions de photon pour en sortir. Lorsque la vitesse de l'atome est plus grande que $|\delta_L/k|$, la force qui confine la vitesse des atomes devient de plus en plus faible. Le rapport force sur diffusion décroît lorsque la vitesse augmente (décroissance en $1/v$). Cette décroissance est d'autant plus rapide que le désaccord laser est faible. A partir d'une certaine valeur du désaccord laser ($\delta_L < -1.05 k v_{rec}$), la force diminue trop vite par rapport à la diffusion pour pouvoir confiner la vitesse des atomes. La distribution de vitesse s'étale alors continûment en fonction du temps.

Sur la figure 2.6, nous avons représenté à l'aide d'une simulation de Monté Carlo, l'évolution de la vitesse d'un atome pour différents désaccords lasers. On voit clairement que plus le désaccord laser est faible, plus l'atome peut quitter facilement la zone où la force laser est importante ($|kv| \lesssim \delta_L$). Si le désaccord laser est trop faible, la vitesse de l'atome n'est pas assez confinée lorsque $|v| > |\delta_L|/k$ et la distribution de vitesse s'étale continûment en fonction du temps.

La condition d'existence d'un état stationnaire décrite précédemment s'applique pour n'importe quelle largeur de transition. Cependant pour des transitions larges devant le recul, le désaccord laser utilisé en pratique pour refroidir les atomes est de l'ordre de Γ et est donc très grand en valeur absolue devant le désaccord limite d'existence de l'état stationnaire $1.05 k v_{rec}$. Par contre pour des transitions étroites, le désaccord laser minimisant la distribution en vitesse est

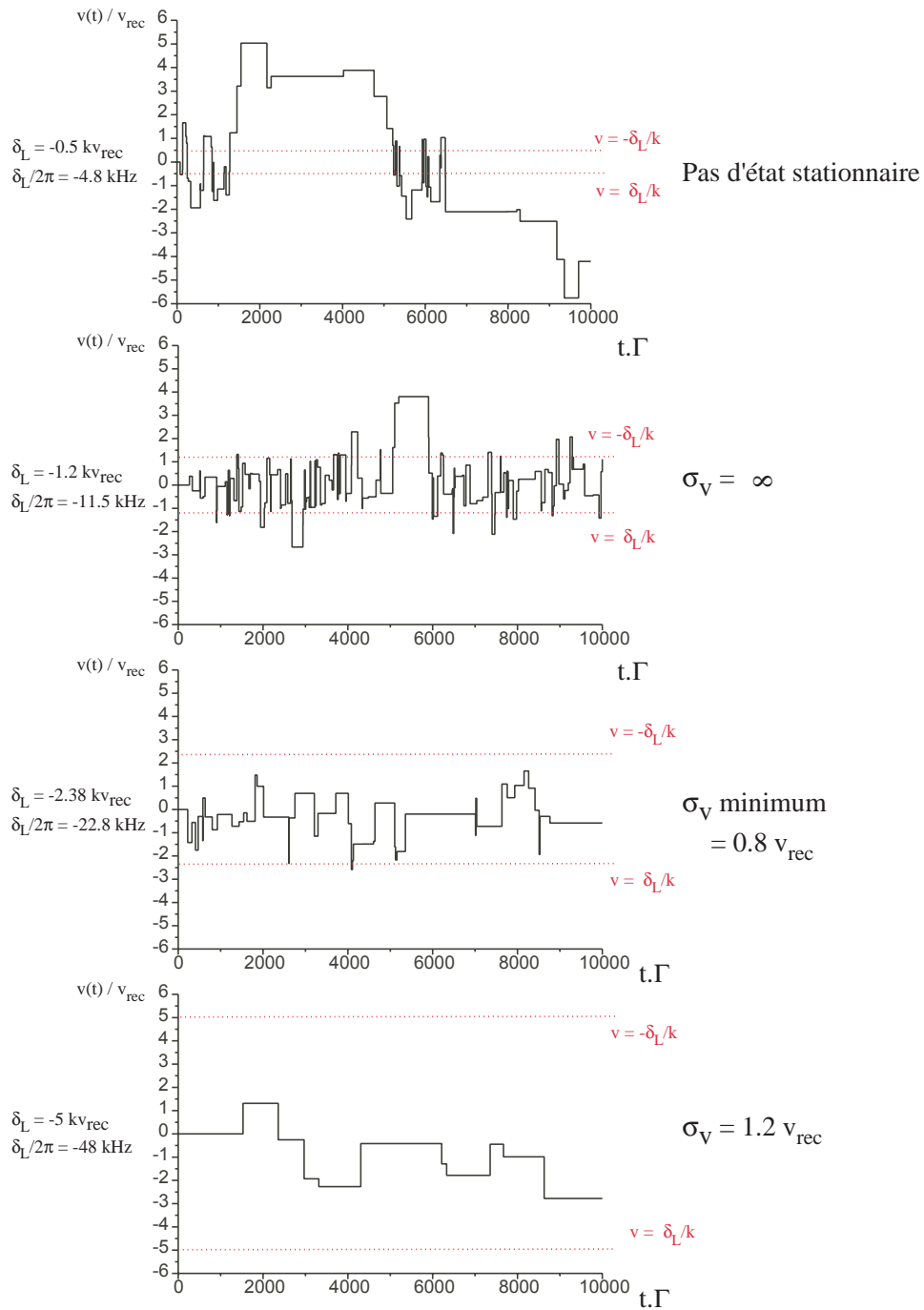


FIG. 2.6 – Evolution de la vitesse d'un atome soumis au refroidissement Doppler sur la transition d'intercombinaison du strontium ($I/I_{\text{sat}} = 0.1$).

voisin du désaccord limite pour l'existence d'un état stationnaire. On verra dans la suite que le fait qu'il n'existe pas d'état stationnaire pour des désaccords trop faibles limite l'efficacité du refroidissement laser sur transition étroite.

La condition d'existence d'un état stationnaire est décrite de manière exacte par l'équation de Fokker Planck car cette approche donne le comportement asymptotique exact des ailes de la distribution en vitesse quel que soit le désaccord. Lorsqu'on suppose que la force est linéaire en vitesse et le coefficient de diffusion constant, on ne trouve pas la bonne condition d'existence pour l'état stationnaire car la force ne sature pas lorsque la vitesse augmente. Ici le désaccord laser doit être seulement négatif pour obtenir un état stationnaire.

2.5.2 Forme des distributions de vitesse

La forme exacte de la distribution de vitesse stationnaire n'est donnée que par l'équation maîtresse ou les équations de Bloch optiques généralisées. Sur la figure 2.7, nous avons représenté dans le cas de la transition d'intercombinaison du strontium les distributions en vitesse stationnaires obtenues en résolvant numériquement l'équation maîtresse. Les distributions en vitesses obtenues sont clairement non gaussiennes. Elles présentent tout d'abord des ailes beaucoup plus importantes qu'une gaussienne. Ces ailes sont d'autant plus importantes que le désaccord laser est faible. En effet, plus le désaccord est faible et plus la zone où la vitesse est bien confinée ($|v| \lesssim |\delta_L|/k$) se rétrécit. Lorsque le désaccord laser est faible, la probabilité est donc plus élevée pour qu'un atome quitte cette zone et donc peuple les ailes de la distribution. Les distributions en vitesse présentent aussi deux creux pour des vitesses égales à $\pm\delta_L/k$. En effet pour ces vitesses, l'atome est en résonance avec un laser, il diffuse donc plus de photons et reste donc moins de temps à ces vitesses. Pour des vitesses supérieures, on peut aussi voir une série de bosses qui semble provenir du caractère borné des changements de vitesse effectués après chaque diffusion de photon.

Sur la figure 2.7, on peut comparer la distribution en vitesse stationnaire donnée par l'équation de Fokker Planck et par l'équation maîtresse. Lorsque le désaccord laser est suffisamment grand ($\delta_L \lesssim -2k v_{rec}$), la distribution en vitesse donnée par l'équation de Fokker Planck est qualitativement la même que celle donnée par l'équation maîtresse. Comme discuté précédemment, on trouve que quel que soit le désaccord laser, la forme asymptotique des ailes est la même pour Fokker Planck et l'équation maîtresse. Cependant Fokker Planck donne des ailes systématiquement plus importantes que l'équation maîtresse. En effet, l'importance des ailes de la distribution de vitesse est donnée par la proportion d'atome quittant la zone où la vitesse est bien confinée. Pour quitter cette zone, les atomes doivent franchir un pic de force (voir figure 2.5) dont la largeur est voisine du recul pour la transition d'intercombinaison du strontium. Il suffit donc de quelques sauts en vitesse pour franchir ce pic (voir figure 2.6). L'équation de

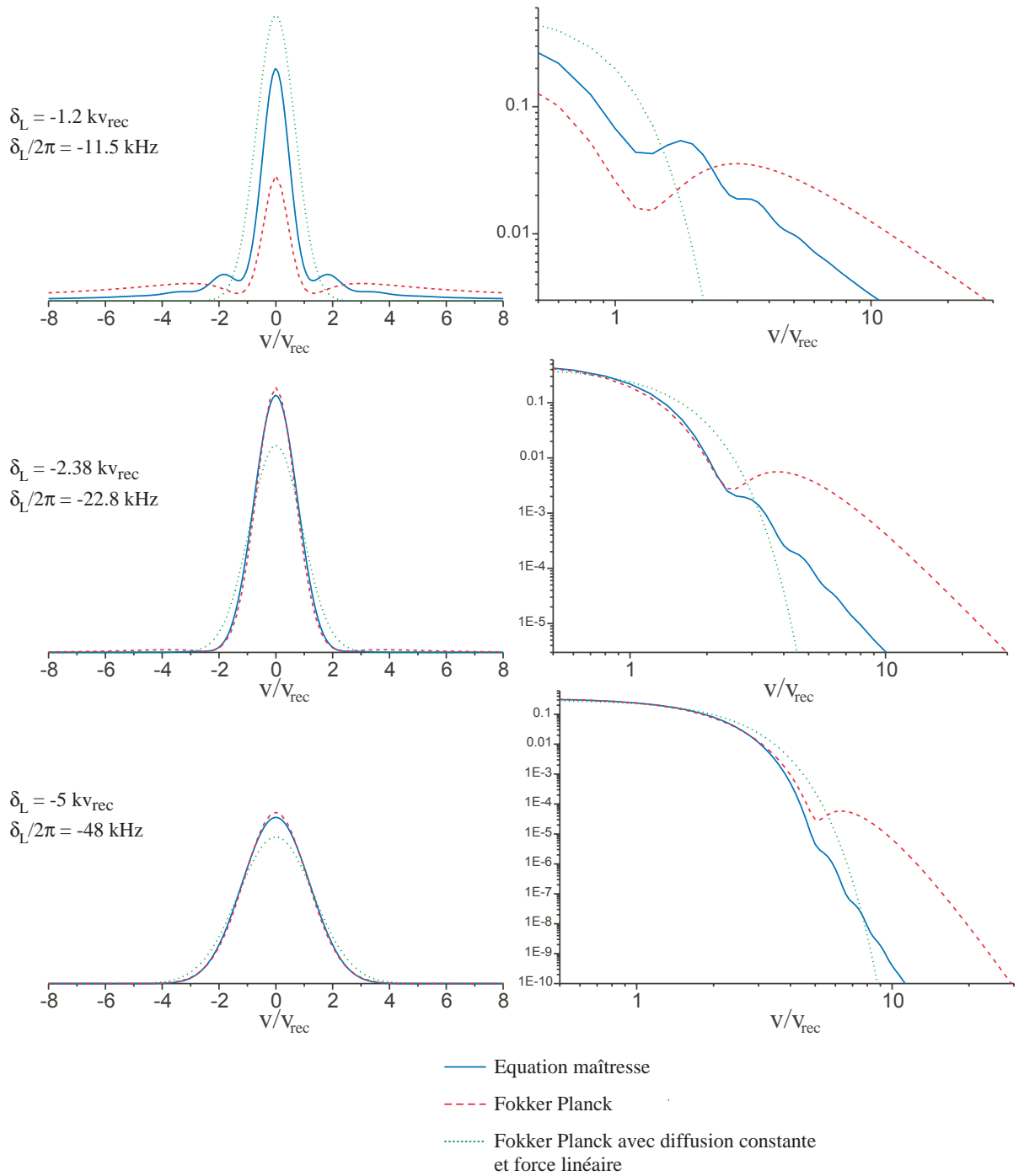


FIG. 2.7 – Distributions de vitesse stationnaires du refroidissement Doppler sur la transition d'intercombinaison du strontium obtenues par les différents modèles.

Fokker Planck qui suppose que les sauts en vitesse sont petits devant l'échelle de variation de la force est donc une mauvaise approximation pour décrire la probabilité de franchir le pic de force et donc pour donner la proportion d'atomes dans les ailes.

Comme l'équation maîtresse, l'équation de Fokker Planck donne bien un creux dans la distribution de vitesse à l'endroit où les atomes sont en résonance avec le laser. Cependant on ne retrouve pas dans Fokker Planck la série de bosses sur la distribution en vitesse car celle-ci traduit le caractère borné des sauts en vitesses qui est ignoré dans Fokker Planck.

Lorsqu'on suppose que la diffusion est constante et que la force est linéaire, on obtient toujours une forme de distribution en vitesse gaussienne. Dans le cas de la transition d'intercombinaison du strontium, ces distributions de vitesse gaussiennes sont qualitativement différentes des distributions obtenues avec l'équation maîtresse.

Pour des transitions larges devant le recul, l'approximation aboutissant à l'équation de Fokker Planck est parfaitement vérifiée. Contrairement à la théorie Doppler semi-classique pour des transitions larges, les distributions de vitesse obtenues ne sont jamais exactement gaussiennes. En particulier, l'allure asymptotique des ailes lorsque $kv \sim \delta_L$ est différente d'une gaussienne (loi de puissance 2.19). Pour la transition large du strontium à 461 nm ($\Gamma/kv_{rec} \sim 1.4 \cdot 10^3$), la mesure expérimentale de ces ailes est extrêmement difficile car au voisinage de la vitesse δ_L/k les ailes sont de l'ordre de 10^{-100} par rapport au centre de la distribution (pour $\delta_L = -\Gamma/2$). On peut voir aussi le caractère non gaussien dans le centre de la distribution de vitesse cependant l'écart à la gaussienne est de l'ordre de 10^{-5} et donc extrêmement difficile à mesurer en pratique.

2.5.3 Ecart type et largeur de la distribution en vitesse stationnaire en fonction du désaccord laser

L'écart type exact de la distribution de vitesse stationnaire est donnée par la formule 2.18. On peut noter que quelle que soit la largeur de la transition, l'écart type de la distribution de vitesse diverge lorsque $\delta_L > -1.75 kv_{rec}$. Sur la figure 2.8, nous avons tracé l'écart type de la distribution de vitesse stationnaire en fonction du désaccord laser pour la transition d'intercombinaison du strontium. L'écart type est minimum pour un désaccord égal à $-2.38 kv_{rec}$ et est égal à $0.80 v_{rec}$.

La largeur à mi-hauteur de la distribution en vitesse Δv peut être dans certain cas un paramètre plus pertinent que l'écart type pour caractériser une distribution de vitesse. Pour des transitions larges devant la fréquence de recul où les distributions en vitesse stationnaires sont gaussiennes, la largeur à mi-hauteur des distributions de vitesse Δv correspond à un facteur numérique près à l'écart

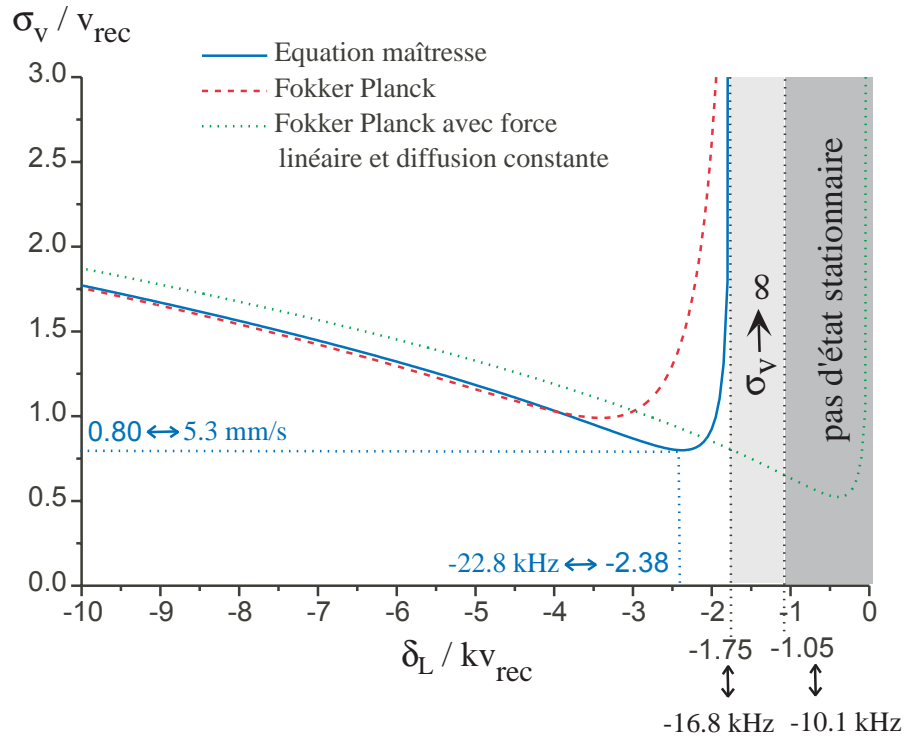


FIG. 2.8 – *Ecart type de la distribution en vitesse en fonction du désaccord laser pour la transition d'intercombinaison du Strontium ($\Gamma/2\pi = 7.5\text{kHz}$, $\Gamma/kv_{\text{rec}} = 0.782$).*

type ($\Delta v = \sqrt{8 \ln(2)} \sigma_v \simeq 2.35 \sigma_v$). Pour des transitions étroites, les distributions de vitesse stationnaires ne sont pas gaussiennes et présentent des ailes qui peuvent être importantes. Dans le cas où les ailes sont importantes, l'écart type σ_v ne correspondra pas seulement à la largeur de la distribution Δv mais dépendra aussi des ailes de la distribution. Pour les transitions étroites, il est donc intéressant en plus de l'écart type σ_v de connaître la largeur à mi-hauteur des distributions de vitesse Δv . Sur la figure 2.9, nous avons représenté la largeur à mi-hauteur de la distribution de vitesse en fonction du désaccord laser pour les paramètres de la transition d'intercombinaison du strontium. La largeur à mi-hauteur Δv est donnée à partir des distributions en vitesse stationnaires obtenues numériquement avec l'équation maîtresse. On peut voir sur la figure 2.9 que tant qu'un état stationnaire existe, la largeur de la distribution de vitesse Δv diminue lorsque le désaccord laser diminue en valeur absolue. Nous allons à présent essayer de donner une explication qualitative à la dépendance en désaccord laser de l'écart type et de la largeur à mi-hauteur.

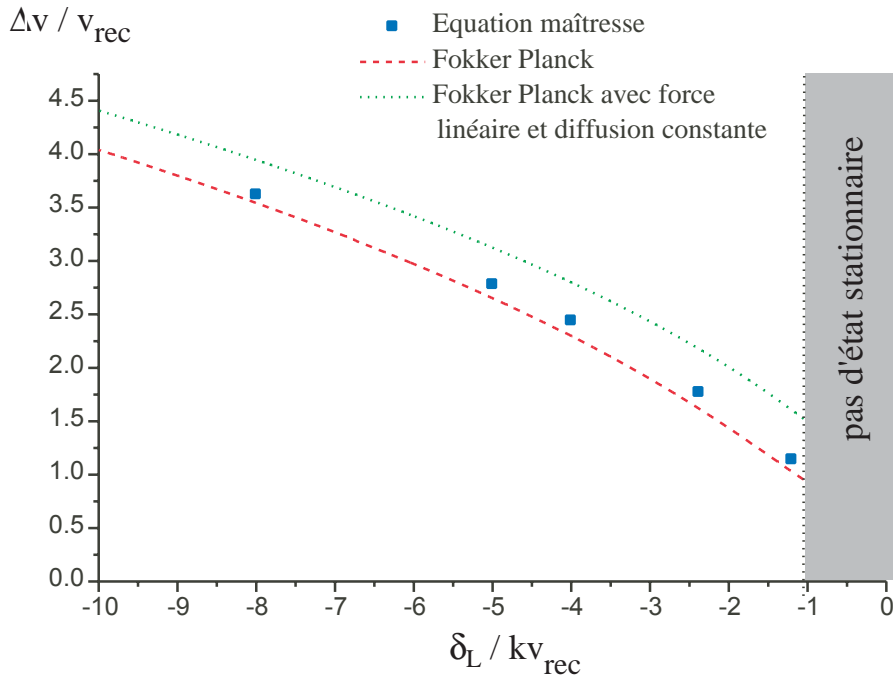


FIG. 2.9 – Largeur à mi-hauteur de la distribution en vitesse en fonction du désaccord laser pour la transition d’intercombinaison du Strontium ($\Gamma/2\pi = 7.5\text{kHz}$, $\Gamma/kv_{\text{rec}} = 0.782$).

Explication qualitative de la dépendance en désaccord laser de l’écart type et de la largeur à mi-hauteur

Plusieurs phénomènes interviennent dans la détermination de la largeur et de l’écart type des distributions de vitesse stationnaires. Il y a tout d’abord une compétition entre la force de friction qui tend à affiner la distribution en vitesse et la diffusion qui tend à l’élargir. Lorsque le désaccord laser diminue en valeur absolue, le rapport friction sur diffusion à vitesse nulle augmente et atteint son maximum pour $\delta_L = -\Gamma/2$. En tenant uniquement compte de ce phénomène, on trouve donc que la largeur de la distribution de vitesse est minimum pour $\delta_L = -\Gamma/2$. On retrouve ici le désaccord laser minimisant l’écart type et la largeur des distributions en vitesse du refroidissement Doppler sur transition large.

Pour des transitions étroites, un autre phénomène intervient dans la détermination de la largeur de la distribution en vitesse. En effet, sur l’étendue de la distribution de vitesse, le taux de diffusion n’est pas constant et présente un minimum à vitesse nulle (voir figure 2.5). Les atomes ont alors tendance à s’accumuler au voisinage de cette vitesse. On peut ici établir un parallèle avec

le refroidissement par résonance noire où les atomes sont soumis à un taux de diffusion non constant qui s'annule à vitesse nulle. Les atomes s'accumulent alors progressivement au voisinage de la vitesse nulle. Dans le cas des résonances noires, il n'y a pas d'état stationnaire, la largeur de la distribution en vitesse diminue indéfiniment. Dans le cas du refroidissement Doppler sur transition étroite, ce processus est beaucoup moins efficace car le coefficient de diffusion ne s'annule pas en zéro et présente seulement un minimum assez mou (voir figure 2.5). En première approximation, on considérera que l'affinement de la distribution de vitesse causé par la friction est prépondérant devant l'effet du coefficient de diffusion non constant. On considérera donc que c'est le rapport friction sur diffusion qui donnera la dépendance en désaccord laser de la largeur de la distribution de vitesse. Pour des transitions étroites, le désaccord laser optimisant la largeur de la distribution de vitesse est dans la zone où l'état stationnaire n'existe pas. Dans le cas où l'état stationnaire existe, la largeur de distribution de vitesse diminue donc toujours lorsque le désaccord laser diminue en valeur absolue (voir figure 2.9). On voit donc que le mauvais confinement de la vitesse des atomes dans les ailes de la distribution de vitesse limite la largeur à mi-hauteur minimum que l'on peut obtenir avec un refroidissement Doppler sur transition étroite.

Comme les distributions en vitesse sur transitions étroites peuvent présenter des ailes assez importantes, ces ailes interviennent dans la détermination de l'écart type. Les ailes importantes de la distribution de vitesse proviennent du fait que les atomes peuvent sortir de la zone où la force de friction est forte ($|v| \lesssim |\delta_L|/k$) et peuplent alors les ailes de la distribution de vitesse. Plus le désaccord sera petit en valeur absolue et plus la probabilité de quitter cette zone de vitesse sera élevée et donc plus les ailes de la distribution de vitesse prendront de l'importance. Pour résumer, lorsque le désaccord laser diminue en valeur absolue (pour $|\delta_L| > \Gamma/2$), la proportion d'atomes dans les ailes augmente mais la largeur de la distribution de vitesse diminue. Le désaccord minimisant l'écart type de la distribution de vitesse résulte alors d'un compromis entre la proportion d'atomes dans les ailes et la largeur à mi-hauteur. Pour des désaccords lasers plus petits en valeur absolue, l'écart type sera déterminé principalement par les ailes de la distribution de vitesse et pour des désaccords plus grands ce sera la largeur à mi-hauteur qui déterminera principalement l'écart type.

On peut conclure des discussions précédentes que les atomes qui quittent la zone où la vitesse est bien confinée limitent l'efficacité du refroidissement laser sur transition étroite.

Comparaison des différentes équations d'évolution

L'écart type de la distribution de vitesse obtenue avec Fokker Planck est en bon accord qualitatif avec l'écart type obtenue avec l'équation maîtresse. L'écart type diverge pour la même valeur du désaccord laser. On peut noter que l'accord est très bon pour $\delta_L < -4k v_{rec}$. Lorsque le désaccord laser est plus petit en valeur

absolue, la différence entre l'équation maîtresse et Fokker Planck devient assez grande. En effet, pour ces désaccords laser petits l'écart type de la distribution dépend fortement des ailes. Or, on a vu que l'équation de Fokker Planck décrivait très mal la proportion d'atomes dans les ailes de la distribution. On peut noter que l'accord sur les largeurs à mi-hauteur entre l'équation maîtresse et Fokker Planck reste par contre très bon même à faible désaccord laser 2.9.

La théorie Doppler pour des transitions larges ne tient pas compte de la variation de la force et du coefficient de diffusion en fonction de la vitesse. Ce modèle ne pourra alors pas prédire la fuite des atomes dans les ailes de la distribution de vitesse. Les écarts types obtenus pour de faibles désaccords laser sont donc qualitativement différents de ceux obtenus par l'équation maîtresse. Les largeurs à mi-hauteur obtenues avec la théorie Doppler sur transition large sont légèrement supérieures à celles données par l'équation maîtresse. La différence résulte du fait que le coefficient de diffusion non constant non pris en compte dans le modèle semi-classique a tendance à accumuler les atomes au voisinage de la vitesse nulle et donc à diminuer la largeur de la distribution de vitesse.

2.5.4 Ecart type de la distribution de vitesse stationnaire en fonction de la largeur de la transition

A présent, examinons la dépendance de l'écart type de la distribution de vitesse en fonction de la largeur de la transition. Sur la figure 2.10, nous avons représenté l'écart type minimum en fonction de la largeur de la transition. On note que contrairement à la théorie Doppler semi-classique, l'écart type tend vers une valeur finie lorsque la largeur naturelle tend vers 0. Ainsi quelle que soit la largeur de la transition, le refroidissement Doppler ne permet pas d'obtenir un écart type inférieur à $0.728 k v_{rec}$. Les mécanismes limitant sont la diffusion de photons et la proportion d'atome dans les ailes qui augmente lorsque le désaccord diminue. Dans le refroidissement Doppler, les atomes diffusent toujours des photons et font donc continûment des sauts de vitesse de l'ordre du recul. Il semble donc difficile d'obtenir des distributions de vitesse beaucoup plus étroites que le recul. On pourrait cependant confiner un peu mieux la vitesse des atomes en diminuant le désaccord laser et donc en augmentant le rapport friction sur diffusion. Cependant les ailes de la distribution prennent alors beaucoup d'importance et l'écart type de la distribution augmente alors.

Sur la figure 2.11, nous avons représenté le désaccord laser minimisant l'écart type de la distribution en vitesse en fonction de la largeur de la transition. Pour des transitions larges devant le recul, on retrouve que le désaccord minimisant l'écart type est égal à $-\Gamma/2$. Pour des transitions étroites devant le recul, le désaccord minimisant l'écart type devient indépendant de la largeur de la transition et est égal à $-2.22 k v_{rec}$.

On peut noter que l'équation de Fokker Planck donne des résultats qualitati-

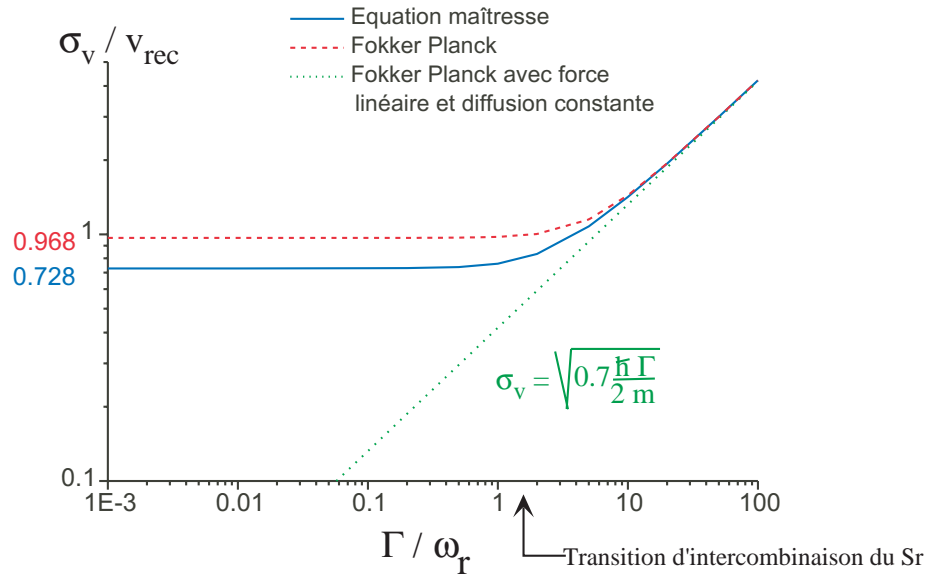


FIG. 2.10 – *Ecart type minimum de la distribution en vitesse en fonction de la largeur naturelle de la transition*

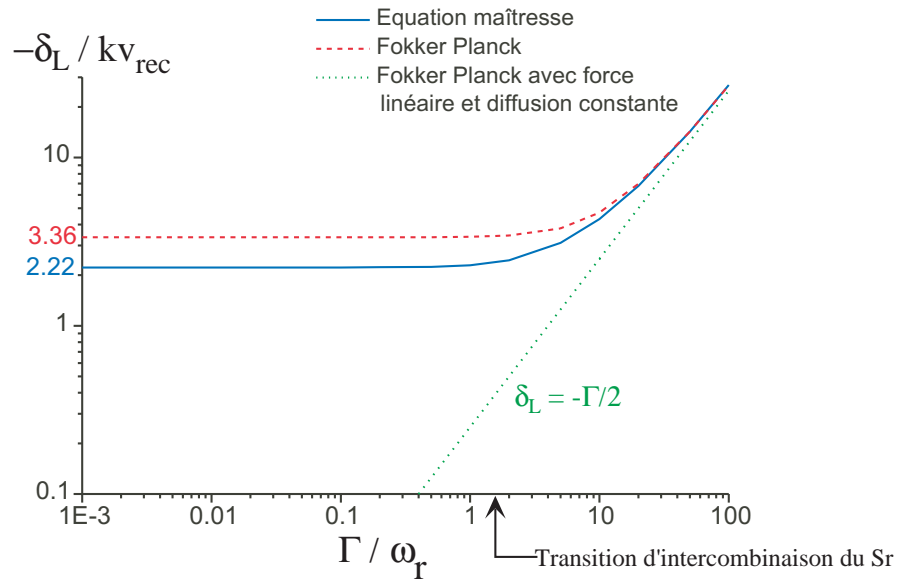


FIG. 2.11 – *Désaccord laser minimisant l'écart type de la distribution de vitesse en fonction de la largeur naturelle de la transition*

vement bons quelle que soit la largeur de la transition. Pour les largeurs naturelles très faibles, il y a seulement un décalage avec l'écart type obtenu avec l'équation maîtresse. Ce décalage vient du fait que Fokker Planck décrit mal la proportion d'atomes dans les ailes de la distribution.

Lorsque la largeur de la transition augmente, on constate (figures 2.10, 2.11) que les trois modèles convergent vers les mêmes résultats. A partir d'une largeur naturelle de 10 reculs, Fokker Planck et l'équation maîtresse donnent quasiment le même résultat. Le modèle semi-classique donne lui des résultats quasi-identiques à l'équation maîtresse pour des largeurs naturelles supérieures à 100 reculs.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné quatre équations d'évolution pour le refroidissement Doppler à une dimension sur une transition $J=0 \rightarrow J=1$ avec des polarisations σ_+ , σ_- :

- équations de Bloch optiques généralisées
- équation maîtresse
- équation de Fokker Planck
- équation de Fokker Planck avec coefficient de diffusion constant et force linéaire en vitesse.

Les équations de Bloch optiques généralisées sont obtenues à partir d'un modèle quantique du refroidissement laser. Ce sont les seules relations qui permettent de donner rigoureusement l'évolution de la distribution de vitesse quelle que soit la largeur de la transition. Ces équations demandent cependant une résolution numérique assez lourde et sont peu intuitives.

L'équation maîtresse qui provient d'un modèle de marche au hasard donne rigoureusement la distribution de vitesse stationnaire quelle que soit la largeur de la transition. Elle donne aussi l'évolution de la distribution de vitesse moyennée temporellement sur un temps grand devant Γ^{-1} . Cette équation maîtresse est plus intuitive et demande une résolution numérique plus facile que les équations de Bloch optiques généralisées. En pratique les temps de refroidissement sont grands devant Γ^{-1} . L'équation maîtresse est donc une très bonne approximation pour prédire les distributions de vitesse obtenues en pratique lors du refroidissement.

L'évolution de la distribution de vitesse peut être aussi décrite par une équation de Fokker Planck basée sur une approximation de saut en vitesse petit. Cette équation est intéressante car elle donne une solution analytique pour la distribution de vitesse stationnaire. Cette équation donne rigoureusement la condition d'existence de l'état stationnaire et la forme asymptotique des ailes des distributions quelle que soit la largeur de la transition. Pour des transitions larges devant le recul, les distributions de vitesse données par l'équation de Fokker Planck sont en très bon accord quantitatif avec les distributions de vitesse obtenues avec l'équation maîtresse. Pour des transitions étroites, on obtient seulement un bon accord qualitatif avec les distributions de vitesse de l'équation maîtresse. L'accord sur les largeurs à mi-hauteur est très bon par contre la proportion d'atomes dans les ailes de la distribution de vitesse est mal décrite par l'équation de Fokker Planck.

On peut enfin décrire l'évolution de la distribution de vitesse par une équation de Fokker Planck avec un coefficient de diffusion constant et une force linéaire en vitesse. Cette équation donne des résultats corrects uniquement pour le refroidissement sur une transition large devant recul. Pour des transitions étroites, les distributions de vitesse données sont qualitativement mauvaises.

On peut remarquer que l'extension de la théorie du refroidissement Doppler sur transition étroite de une à trois dimensions n'est pas évidente. En effet, à trois dimensions il n'existe pas de configuration de polarisation qui empêche la redistribution de photons. L'extension de l'équation maîtresse de une à trois dimensions pourrait alors donner des résultats qualitativement faux.

Dans ce chapitre, nous avons montré que le refroidissement Doppler sur transition étroite était limité par l'étroitesse de la zone où la vitesse des atomes est fortement confinée. Les atomes peuvent quitter facilement cette zone et peupler les ailes des distributions de vitesse. Ce phénomène limite l'efficacité du refroidissement Doppler qui donne quelle que soit la largeur de la transition un écart type minimum sur les distributions de vitesse égal à $0.73 v_{rec}$. La transition d'intercombinaison du strontium ($\Gamma = 0.78 k v_{rec}$) qui donne un écart type minimum égal à $0.80 v_{rec}$ semble donc être un bon compromis entre l'écart type de la distribution de vitesse et le temps de refroidissement ($\propto 1/\Gamma$).

Pour améliorer les performances du refroidissement Doppler sur transition étroite, il a été proposé dans la référence [121] d'utiliser un laser élargi spectralement. Ce laser élargi spectralement augmente considérablement la zone où la vitesse des atomes est bien confinée. Les ailes importantes des distributions de vitesse obtenues avec un laser monochromatique sont alors fortement réduites avec l'utilisation d'un laser élargi spectralement. Avec ce laser élargi spectralement, il a été montré numériquement dans la référence [121] que l'écart type des distributions de vitesse n'est plus limité à $0.73 v_{rec}$ mais est de l'ordre de $\sqrt{2\hbar\Gamma/m}$ quelle que soit la largeur de la transition. Ainsi la largeur des distributions de vitesse tend vers 0 lorsque la largeur de la transition tend vers 0. Pour la transition d'intercombinaison du strontium, comme Γ est voisin de kv_{rec} , le refroidissement Doppler avec un laser élargi spectralement ne permet pas d'obtenir des dispersions de vitesse beaucoup plus petites qu'avec un laser monochromatique. Cependant l'utilisation d'un laser élargi spectralement permet de diminuer le temps de refroidissement et d'augmenter la plage de capture en vitesse [121] [21]. En pratique, la difficulté du refroidissement Doppler avec un laser élargi spectralement réside dans l'obtention d'un spectre laser avec des bords très raides [138]. Le modèle de marche au hasard décrit dans ce chapitre devrait bien s'adapter au refroidissement Doppler avec laser élargi si on suppose comme dans la référence [121] que l'on ajoute de manière incohérente les taux de diffusion de chacune des composantes du spectre laser. On pourrait alors utiliser l'approche Fokker Planck basée sur une approximation de sauts en vitesse petits qui donne une solution analytique pour l'état stationnaire. Comme dans le cas du refroidissement avec un laser monochromatique, on devrait obtenir des résultats qualitativement bons quelle que soit la largeur de la transition.

Dans ce chapitre, le refroidissement Doppler a été étudié sur une transition $J=0 \rightarrow J=1$ avec des polarisations σ_+ , σ_- où il n'y a pas de redistribution cohérente de photons entre les deux ondes contrapropageantes. Si on choisit une configu-

ration de polarisation, par exemple deux polarisations identiques, où la redistribution cohérente de photons est possible entre les deux ondes lasers, l'étude théorique du refroidissement Doppler sur transition étroite devient plus difficile. En effet, dans l'approche quantique du refroidissement il n'y a plus de famille fermée (voir page 323). Il semble aussi difficile dans ce cas d'utiliser un modèle de marche au hasard. Pour des transitions $J=0$ $J=1$ larges devant le recul, les distributions de vitesse obtenues à faible saturation sont les mêmes quelle que soit la configuration de polarisation utilisée. Cependant pour des transitions étroites devant le recul, il existe une différence qualitative si on change de configuration de polarisation même à faible saturation. En effet, pour deux polarisations identiques, on peut montrer qu'une interférence quantique conduit à deux états noirs (refroidissement par résonance noire sur un atome à deux niveaux [123]). La durée de vie de ces deux états noirs est reliée à la largeur de la transition. Ainsi, plus la transition est étroite, plus on se rapproche d'un état parfaitement noir. Sur transition étroite, on obtient alors sur les distributions de vitesse deux pics dont la largeur peut être très petite devant le recul [123] [139]. Ce type de refroidissement semble donc prometteur sur la transition d'intercombinaison du strontium pour obtenir des dispersions de vitesse inférieures au recul et mérite donc une étude particulière.

Conclusion

Dans cette thèse, nous avons présenté une expérience de piégeage et de refroidissement par laser du strontium. Un laser bleu à 461 nm résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$ du strontium a été mis au point. Nous avons ainsi obtenu une puissance égale à $150 - 200\text{ mW}$ qui est suffisante pour l'expérience. Grâce à ce laser bleu, nous avons réalisé un piège magnéto-optique de strontium chargé à partir d'un jet ralenti par laser. Ce dispositif nous a permis de piéger 10^7 atomes de strontium à une température de quelques millikelvins. Nous avons montré que le nombre d'atomes piégés était limité par les collisions avec le gaz résiduel présent dans la cellule de piégeage. L'obtention d'un meilleur vide devrait donc permettre d'augmenter significativement le nombre d'atomes piégés.

Le gaz d'atomes froids de strontium obtenu a ensuite été utilisé comme milieu diffusant modèle pour étudier l'effet des interférences en diffusion multiple et en particulier la rétrodiffusion cohérente. Les mesures des cônes de rétrodiffusion cohérente effectuées sont en très bon accord avec les résultats d'une simulation de Monte Carlo. En outre, le facteur d'amplification proche de 2 obtenu dans le canal $h \parallel h$ montre que contrairement au rubidium, l'effet des interférences en diffusion multiple n'est pas réduit sur strontium. Ce résultat confirme la prévision théorique que la structure interne dégénérée de l'état fondamental conduit à une réduction de l'effet des interférences en diffusion multiple.

En vu de réaliser un piège magnéto-optique sur la transition d'intercombinaison du strontium, nous avons développé un laser à 689 nm asservi en fréquence sur une cavité ultrastable. Nous avons ainsi obtenu un laser avec une largeur spectrale inférieure au kHz par rapport à la cavité. Cette largeur spectrale petite devant la largeur naturelle de la transition d'intercombinaison (7.6 kHz) devrait permettre de réaliser un piège magnéto-optique dans de bonnes conditions. Il reste à présent à compenser les éventuelles dérives de fréquences liées à la cavité grâce à une référence atomique.

Enfin, nous avons présenté une étude théorique du refroidissement Doppler à une dimension sur transition étroite. En utilisant un modèle de marche au hasard, nous avons montré que la dispersion de vitesse minimum était limitée au recul quelle que soit la largeur de la transition. Pour la transition d'intercombinaison du strontium, on obtient une dispersion en vitesse égale à $\sigma_v \simeq 0.8 v_{rec} \simeq 5.3\text{ mm/s}$. Nous avons de plus montré que contrairement au refroidissement sur transition

large, les distributions de vitesse stationnaires n'étaient pas gaussiennes.

Les perspectives sur l'expérience concernent tout d'abord l'étude de la rétrodiffusion cohérente de la lumière dans les régimes nouveaux que nous permettent d'atteindre un gaz d'atomes. Il serait par exemple intéressant d'étudier l'effet de la saturation de la transition atomique ou l'effet de la vitesse des atomes. Une autre perspective pour l'expérience est l'obtention d'un gaz d'atomes froids de strontium avec une densité spatiale suffisamment élevée pour atteindre le régime de localisation forte. Dans ce but, la réalisation d'un piège magnéto-optique sur la transition d'intercombinaison du strontium et l'utilisation d'un piège dipolaire semblent être des techniques prometteuses. Enfin à plus long terme, la perspective de l'expérience de strontium est d'étudier la diffusion multiple d'ondes de matière. Pour cette expérience, un gaz d'atomes froids de strontium issu d'un piège magnéto-optique sur la transition d'intercombinaison est une source d'ondes de matière cohérentes. Le milieu diffusant pourrait alors être obtenu grâce au potentiel aléatoire créé par le speckle d'un laser désaccordé.

Annexe A

Données strontium

Dans cette annexe, nous donnerons les propriétés du strontium qui sont utiles pour des expériences de physique atomique. Après quelques généralités sur le strontium, nous donnerons dans une première partie les propriétés physiques du strontium. Nous indiquerons en particulier la pression de vapeur saturante du strontium. Dans la seconde partie de cette annexe, nous décrirons les transitions atomiques du strontium 88. Après avoir donné un diagramme des niveaux du strontium, nous donnerons les caractéristiques détaillées des deux transitions atomiques utilisées pour le piégeage et le refroidissement laser du strontium.

Le numéro atomique du strontium est $Z=38$. Il appartient à la famille des alcalino-terreux comme le calcium et le magnésium. Le strontium a été découvert en 1790 par Adair Crawford en Ecosse. Son nom strontium provient du nom du village (Strontian) où il a été découvert et analysé. A l'état naturel le strontium se trouve sous la forme de minéraux de strontianite ($SrCO_3$) et de célestine ($SrSO_4$). A partir de ces minéraux, il est possible d'extraire le strontium et d'obtenir du strontium sous forme métallique. Le strontium se présente généralement sous forme de pépite de couleur argentée.

Il existe à l'état naturel quatre isotopes de strontium (^{84}Sr , ^{86}Sr , ^{87}Sr , ^{88}Sr). La masse, le spin nucléaire et l'abondance naturelle de chaque isotope sont donnés dans le tableau A.1. Le strontium a aussi de nombreux isotopes radioactifs. L'isotope radioactif le plus connu est le strontium 90 (durée de vie de 29 ans). C'est un isotope radioactif particulièrement dangereux qui se produit lors d'explosion nucléaire.

Isotope	Abondance naturelle	Masse atomique (AMU ¹)	Spin nucléaire
⁸⁴ Str	0.56%	83.913430	0
⁸⁶ Str	9.86%	85.909267	0
⁸⁷ Str	7.00%	86.908884	9/2
⁸⁸ Str	82.58%	87.905619	0

TAB. A.1 – *Isotopes naturels du strontium (source [140])*

A.1. Propriétés physiques et chimiques du strontium

Propriétés physiques

Le strontium sous forme métallique a une densité égale à 2.6 g.cm^{-3} (20°C). Sa température de fusion est égale 769°C et sa température d'ébullition est égale à 1384°C .

L'obtention d'une vapeur atomique de strontium nécessaire pour des expériences de physique atomique est réalisée en chauffant du strontium sous forme solide. On obtient ainsi une vapeur de strontium dont la densité atomique et la pression dépendent de la température du strontium sous forme solide. On peut trouver la courbe donnant la pression de strontium en fonction de la température dans la référence [141]. Cette courbe est représentée sur la figure A.1. On peut effectuer un fit de la courbe pression de vapeur saturante en fonction de la température avec la loi de Clausius-Clapeyron.

$$P(T) = 10^{8.477 - \frac{8390}{T}} \text{ mbar}$$

La température est dans cette formule exprimée en Kelvin. Pour des températures comprises entre 200°C et 700°C , l'erreur relative du fit est inférieure à 15%.

1. AMU : unité de masse atomique ($\text{AMU} = 1.6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

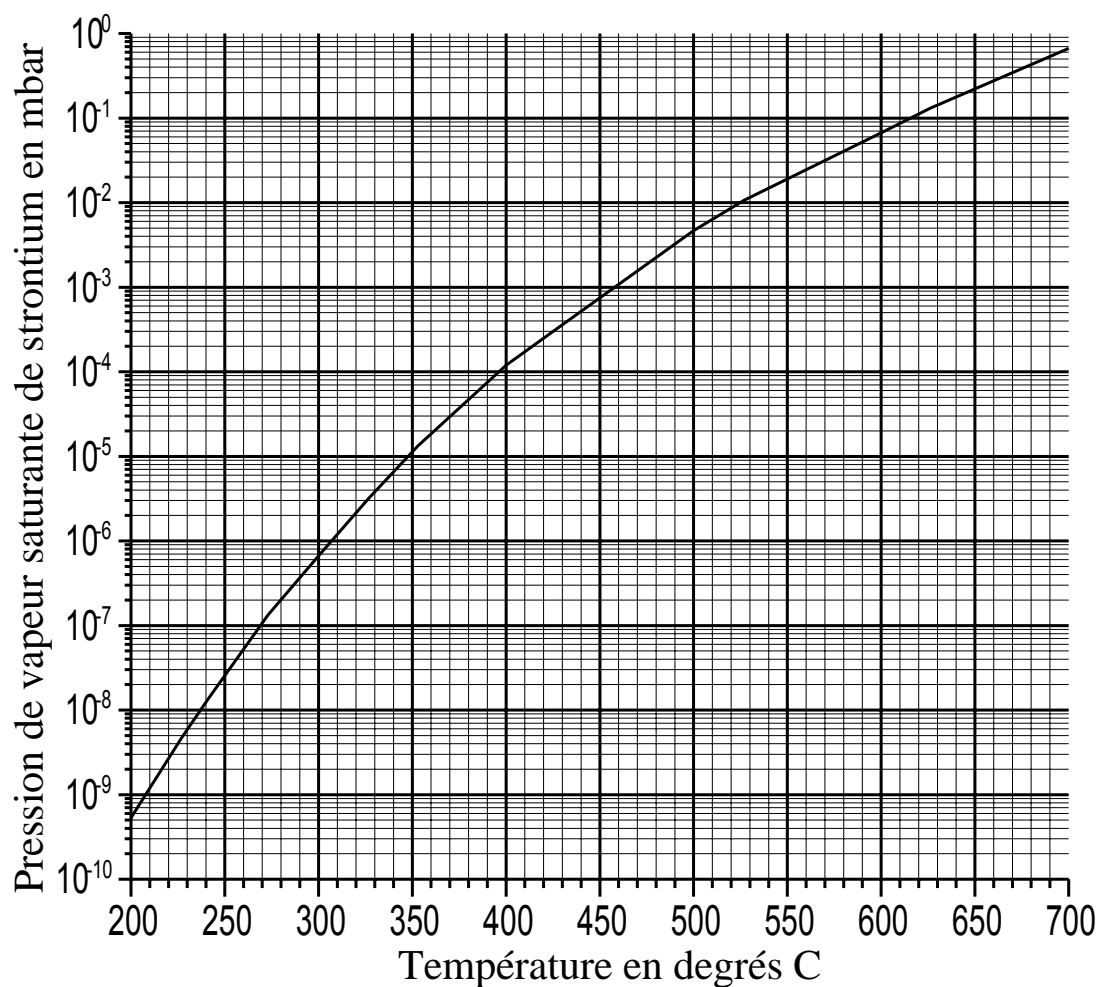


FIG. A.1 – *Pression de vapeur saturante de strontium en fonction de la température.*

A partir de cette pression de vapeur saturante, on peut exprimer la densité atomique de strontium dans la vapeur en utilisant la loi des gaz parfaits :

$$n(T) = \frac{P(T)}{k_B T}$$

où k_B est la constante de Boltzmann et T est la température en Kelvin. Sur la figure A.2, nous avons représenté la densité atomique de strontium en fonction de la température.

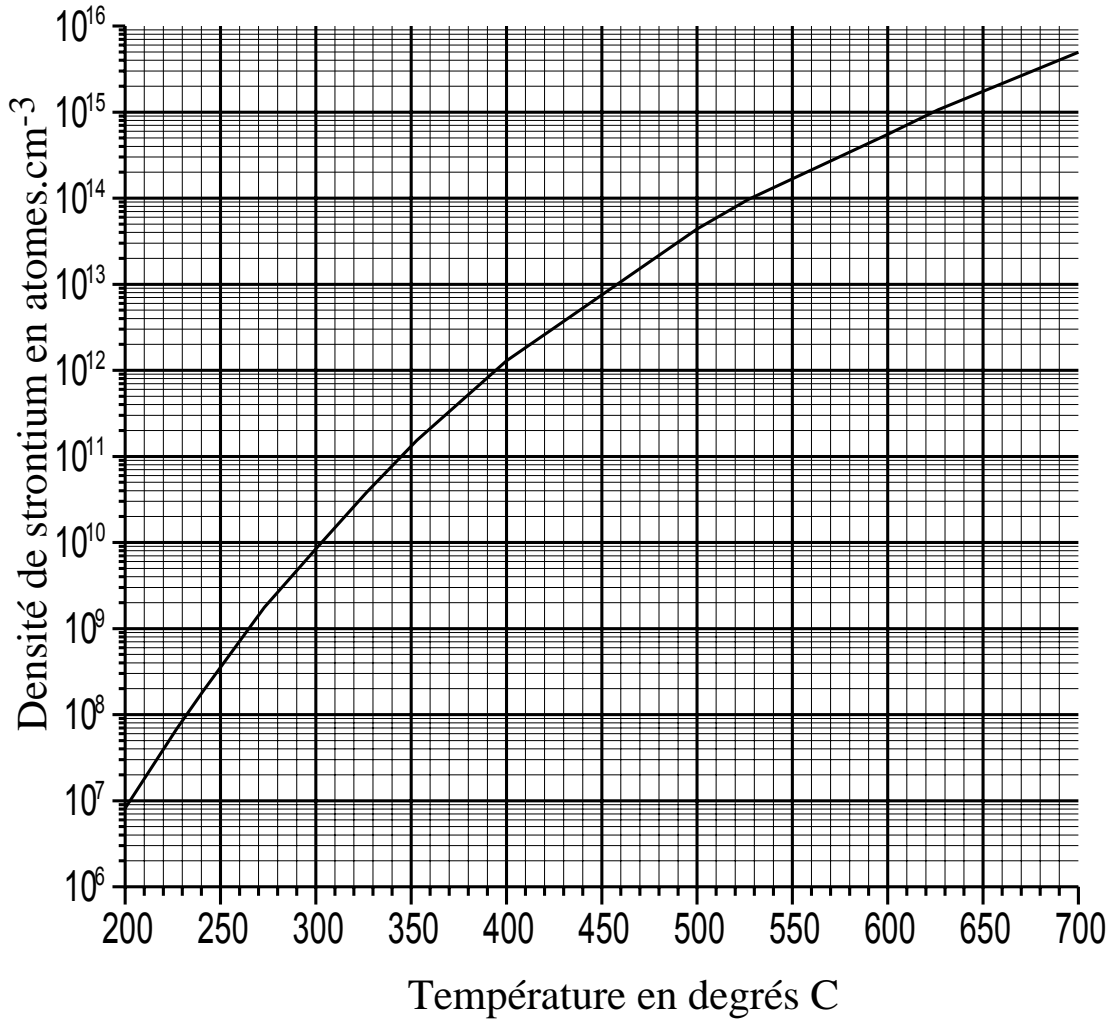


FIG. A.2 – *Densité atomique dans la vapeur de strontium en fonction de la température.*

Propriétés chimiques

Le strontium réagit rapidement à l'air et donne alors une poudre blanche (SrO , Sr_2N_3). Il faut donc conserver et manipuler le strontium sous atmosphère neutre (argon par exemple). Le strontium réagit aussi rapidement avec l'eau pour donner de l'hydroxyde de strontium et de l'hydrogène gazeux.

En vue de réaliser, une cellule contenant une vapeur de strontium, on peut mentionner que la vapeur de strontium est très corrosive. La vapeur de strontium

réagit facilement avec les silicates. Aux températures nécessaires pour obtenir une pression de vapeur de strontium suffisante ($\sim 300 - 500^\circ C$), des fenêtres en verre contenant la vapeur noirciraient rapidement et deviendraient inutilisables. Plusieurs travaux [145] ont montré que le saphir résiste chimiquement à une vapeur chaude de strontium. Ce matériau peut être de plus utilisé à des températures élevées ($T_{fusion} = 2050^\circ C$). L'utilisation de fenêtres en saphir semble donc être un bon choix pour contenir une vapeur de strontium chaude.

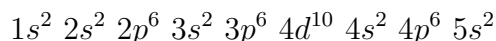
A.2. Transitions atomiques du strontium 88

Nous nous intéresserons dans cette partie aux transitions atomiques de l'isotope 88 du strontium. C'est l'isotope du strontium qui sera utilisé dans cette thèse. Il est l'isotope naturel le plus abondant et possède un spin nucléaire nul ($I=0$) (voir tableau A.1).

Diagramme de niveaux et transitions du strontium 88 I :

Sur la figure page 359, nous avons représenté le diagramme des niveaux de l'isotope 88 de l'atome de strontium non ionisé (^{88}Sr I). Tous les niveaux qui ont une différence d'énergie inférieure à 35000 cm^{-1} par rapport au niveau fondamental sont indiqués sur ce diagramme. La liste des niveaux d'énergie et leur désignation sont données dans la référence [142].

Le strontium non ionisé possède 38 électrons. La configuration électronique du niveau fondamental est :



Sur le diagramme des niveaux, nous avons reporté la configuration électronique des niveaux excités. Seul la configuration des deux derniers électrons a été inscrite sur le diagramme ; la configuration des autres électrons reste identique pour les niveaux excités représentés.

Les niveaux du strontium sont caractérisés par les nombres quantiques L, S et J associés respectivement au moment cinétique orbital \vec{L} , au moment cinétique de spin électronique \vec{S} et au moment cinétique total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. On peut rappeler que le moment cinétique du spin nucléaire n'intervient pas ici car le spin du noyau du strontium 88 est nul. On n'aura donc pas de structure hyperfine pour le strontium 88. Pour chaque niveau du diagramme, les trois nombres quantiques L S J seront indiqués en utilisant la notation usuelle :

$$^{2S+1}A_J$$

où A est une lettre qui représente la valeur du moment cinétique orbital (L=0 : S, L=1 : P, L=2 : D, L=3 : F).

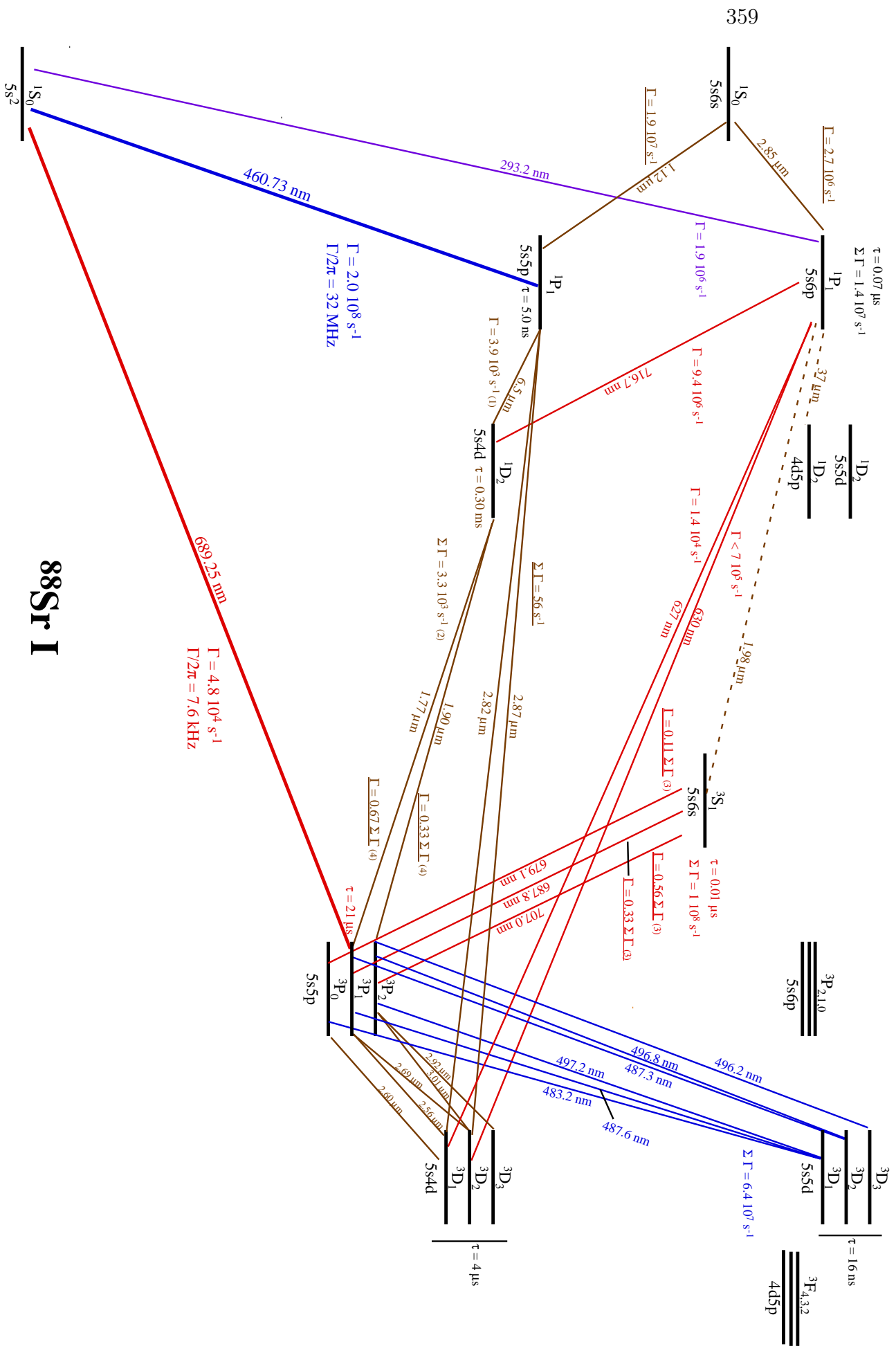
Comme les autres alcalino-terreux qui possèdent aussi deux électrons sur la couche externe, on peut séparer les niveaux d'énergie du strontium en deux catégories suivant le moment cinétique de spin électronique S : **les états singulets ($S=0$) et les états triplets ($S=1$)**. Dans les états singulets, les spins des deux électrons de la couche externe sont en sens opposé. Le moment cinétique de spin électronique pour les états singulets est donc nul ($S=0$). Pour les états triplets, les spins des deux électrons de la couche externe sont dans le même sens. Le moment cinétique de spin électronique pour les états triplets est donc égal à 1 ($S=1$).

Nous allons à présent donner les transitions atomiques entre les états atomiques décrits précédemment. Nous allons uniquement nous intéresser aux transitions dipolaires électriques qui constituent les transitions les plus intenses. Les règles de sélection pour une transition dipolaire électrique sont :

$$\begin{aligned}\Delta S &= 0 \\ \Delta L &= 0, \pm 1 \quad \text{sauf } 0 \leftrightarrow 0 \\ \Delta J &= 0, \pm 1 \quad \text{sauf } 0 \leftrightarrow 0\end{aligned}$$

D'après ces règles de sélection, il n'y a pas de transition dipolaire électrique possible entre un état triplet ($S=1$) et un état singulet ($S=0$) (le couplage dipolaire électrique n'agit pas sur les spins électroniques). Cependant à cause du couplage spin-orbite, les états triplets et singulets d'une même configuration électronique sont mélangés. Ainsi un état désigné triplet n'aura pas strictement un moment cinétique de spin électronique égal à 1 ($S=1$), il sera contaminé légèrement par un état de moment cinétique de spin électronique égal à 0 ($S=0$). De même un état nommé singulet n'aura pas strictement un moment cinétique de spin égal à 0 ($S=0$) mais il sera contaminé légèrement par un état de moment cinétique de spin électronique égal à 1 ($S=1$). A cause de cette contamination, les transitions dipolaires électriques entre état singulet et état triplet seront donc permises. Ces transitions sont appelées **transitions d'intercombinaison**. Elles sont généralement moins intenses que les transitions entre états de même moment cinétique de spin électronique. On peut noter que les transitions d'intercombinaison seront d'autant plus fortes que l'atome est lourd. Par exemple, les transitions d'intercombinaison du calcium ($Z=20$) seront moins intenses que celles du strontium ($Z=38$).

Les transitions dipolaires électriques du strontium sont représentées sur le diagramme des niveaux page 359. Par soucis de clarté, toutes les transitions atomiques entre les niveaux n'ont pas été représentées sur le diagramme. Nous nous sommes seulement intéressés aux transitions dont la connaissance semble présenter un intérêt pour le piégeage et le refroidissement du strontium.



Pour chaque transition, nous avons indiqué la longueur d'onde dans l'air¹ (données extraites de la référence [143]). Nous avons aussi indiqué sur le diagramme la probabilité de transition Γ lorsqu'elle est connue. Toutes les probabilités de transition ont été extraites de la référence [143] sauf la probabilité de transition suivie de (1) extraite de la référence [144] et celle suivie de (2) extraite de la référence [145]. Le temps de vie de certains niveaux τ a été aussi indiqué sur le diagramme. Nous rappelons que l'inverse du temps de vie d'un niveau est égal à la somme des probabilités de transition entre ce niveau et les niveaux énergétiquement inférieurs.

Toutes les données du diagramme de niveaux proviennent de mesures expérimentales exceptées les données soulignées qui proviennent d'un calcul théorique.

Les rapports de branchement entre le niveau 3S_1 et les niveaux 3P_0 , 3P_1 et 3P_2 (données suivies de (3) sur le diagramme des niveaux) sont obtenus à partir du calcul des coefficients de Clebsch-Gordan. Les rapports de branchement entre le niveau 1D_2 et les niveaux 3P_2 et 3P_1 (données suivies de (4) sur le diagramme des niveaux) sont obtenus d'après les résultats du calcul de la référence [146]. Le calcul de ces taux de branchement est plus compliqué que précédemment car la transition $^1D_2 \rightarrow ^3P_{2,1}$ est une transition d'intercombinaison.

Caractéristiques détaillées des transitions $^1S_0 - ^1P_1$ et $^1S_0 - ^3P_1$ du strontium 88

Pour refroidir et piéger le strontium, on utilise les transitions $^1S_0 - ^1P_1$ et $^1S_0 - ^3P_1$ du strontium 88. Les valeurs des différents paramètres liés à ces deux transitions sont indiquées sur le tableau A.2. Des précisions sur certains paramètres du tableau sont données ci-dessous.

La **section efficace de diffusion** (ou d'absorption) de photon est donnée pour une onde laser à résonance ($\delta_L = 0$) et pour une intensité très faible devant l'intensité de saturation ($I \ll I_{sat}$).

Dans un champ magnétique uniforme, il y a une levée de dégénérescence en m_J des états atomiques (m_J représente le nombre quantique associé à la projection du moment cinétique \vec{J} sur l'axe de quantification). Ceci correspond au **déplacement Zeeman** des niveaux atomiques. Si le champ magnétique est parallèle à l'axe de quantification ($\vec{B} = B \vec{u}_z$), le déplacement des niveaux est égal à²:

$$\Delta E = -g_J \mu_B B m_J$$

1. L'indice de réfraction de l'air dans les conditions de température et de pression standard est égal à 1.00029.

2. Cette expression des déplacements des niveaux est valable pour un champ magnétique faible. Le déplacement des niveaux causé par le champ magnétique doit être petit devant l'écart d'énergie de la structure fine (par exemple écart entre 3P_1 et 3P_0). Pour les champs magnétiques utilisés dans notre expérience (<100 Gauss), cette approximation sera parfaitement valable.

Transition :	$^1S_0 - ^1P_1$	$^1S_0 - ^3P_1$
Longueur d'onde dans l'air : λ_{air}	460.73 nm	689.25 nm
Longueur d'onde dans le vide : λ	460.86 nm	689.45 nm
Fréquence de la transition : $\nu = \frac{c}{\lambda}$	$6.505 \cdot 10^{14}$ Hz	$4.348 \cdot 10^{14}$ Hz
Largeur naturelle : $\frac{\Gamma}{2\pi}$	32.0 MHz	7.6 kHz
Temps de vie du niveau excité : $\tau = \frac{1}{\Gamma}$	4.98 ns	21 μ s
Section efficace de diffusion : $\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$	$0.1014 \mu m^2$	$0.2270 \mu m^2$
Intensité de saturation : $I_{sat} = \frac{\pi c h \Gamma}{3\lambda^3}$	$42.7 mW.cm^{-2}$	$3.0 \mu W.cm^{-2}$
Fréquence de recul : $\nu_r = \frac{h}{2m\lambda^2}$	10.686 kHz	4.775 kHz
Déplacement Zeeman : $\frac{gJ\mu_B}{h}$	1.4 MHz.Gauss ⁻¹	2.1 MHz.Gauss ⁻¹
Largeur de la transition en vitesse : $\frac{\Gamma\lambda}{2\pi}$	$14.7 m.s^{-1}$	$5.2 mm.s^{-1}$
Vitesse de recul : $\frac{h}{m\lambda}$	$9.85 mm.s^{-1}$	$6.58 mm.s^{-1}$
Refroidissement Doppler 1D : σ_v	$225 mm.s^{-1}$	$5.3 mm.s^{-1}$
Accélération maximale : $a_{max} = \frac{h}{\lambda} \frac{\Gamma}{2}$	$9.90 \cdot 10^5 m.s^{-2}$	$1.6 \cdot 10^2 m.s^{-2}$

TAB. A.2 – Caractéristiques des transitions $^1S_0 - ^1P_1$ et $^1S_0 - ^3P_1$ du ^{88}Sr .

où $\mu_B = \hbar q_e / 2m_e$ (q_e , m_e : masse et charge de l'électron) est le magnéton de Bohr, g_J est le facteur de Landé défini par :

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Pour le niveau 1P_1 le facteur de Landé est égal à 1 et pour le niveau 3P_1 , le facteur de Landé est égal à 1.5. Sur le tableau, nous avons indiqué la quantité $g_J \mu_B / h$ représentant le déplacement en fréquence du niveau $m_j = 1$ par unité de champ magnétique.

Nous avons donné dans le tableau les différentes vitesses caractéristiques des transitions atomiques. La **largeur en vitesse de la résonance** correspond à l'effet Doppler donnant un décalage en fréquence égal à la largeur naturelle. La **vitesse de recul** correspond au changement de vitesse d'un atome après l'absorption ou l'émission d'un photon. Nous avons aussi indiqué l'écart type minimum de la distribution de vitesse stationnaire obtenue avec un **refroidissement Doppler** à une dimension (voir chapitre refroidissement sur transition étroite).

Nous avons enfin donné dans le tableau, la force de pression de radiation maximale pour un laser résonnant avec la transition $^1S_0 - ^1P_1$ ou $^1S_0 - ^3P_1$. Cette force de pression de radiation maximale est donnée sous forme d'une **accélération maximale**.

Ecarts en fréquence entre les différents isotopes naturels du strontium pour la transition $5s^2 \ ^1S_0 - 5s5p \ ^1P_1$

La figure A.3 donne les écarts en fréquence de la transition $5s^2 \ ^1S_0 - 5s5p \ ^1P_1$ entre les différents isotopes naturels du strontium (84, 86, 87, 88). Comme l'isotope 87 du strontium a un spin nucléaire non nul ($I=9/2$), l'état excité 1P_1 possède une structure hyperfine. Les trois niveaux de la structure hyperfine sont repérés par le nombre quantique F associé au moment cinétique totale ($\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$). Pour le strontium 87, nous avons donc trois raies pour la transition $5s^2 \ ^1S_0 - 5s5p \ ^1P_1$

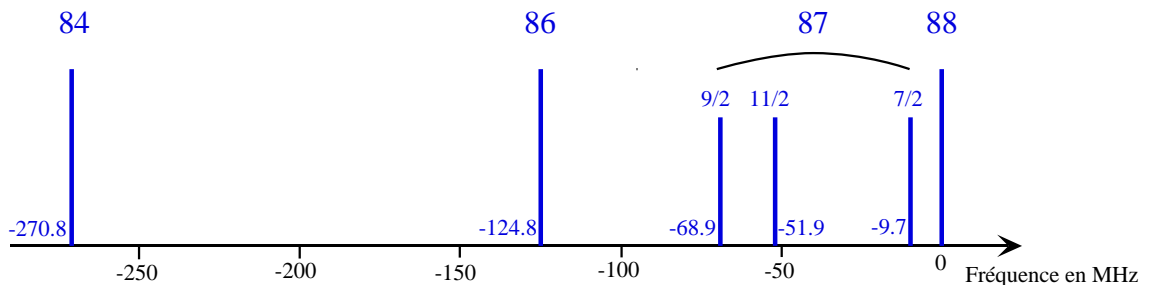


FIG. A.3 – *Ecart en fréquence entre les isotopes 84, 86, 87, 88 du strontium pour la transition $5s^2 \ ^1S_0 - 5s5p \ ^1P_1$ (données extraites des références [148] et [147]).*

qui sont repérées sur la figure A.3 par le moment cinétique total de l'état excité F.

Annexe B

Articles

Coherent Light Transport in a Cold Strontium Cloud

Y. Bidel,¹ B. Klappauf,² J. C. Bernard,¹ D. Delande,³ G. Labeyrie,¹ C. Miniatura,¹
D. Wilkowski,^{1,*} and R. Kaiser¹

¹Laboratoire Ondes et Désordre, FRE 2302, 1361 route des Lucioles F-06560 Valbonne, France

²Optoelectronics Research Center, University of Southampton, SO17 1BJ Southampton, United Kingdom

³Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, F-75252 Paris, France

(Received 13 March 2002; published 7 May 2002)

We study light coherent transport in the weak localization regime using magneto-optically cooled strontium atoms. The coherent backscattering cone is measured in the four polarization channels using light resonant with a $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$ transition of the strontium atom. We find an enhancement factor close to 2 in the helicity preserving channel, in agreement with theoretical predictions. This observation confirms the effect of internal structure as the key mechanism for the contrast reduction observed with a rubidium cold cloud [G. Labeyrie *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5266 (1999)]. Experimental results are in good agreement with Monte Carlo simulations taking into account geometry effects.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.203902

PACS numbers: 42.25.Dd, 32.80.Pj

During the past twenty years, the outstanding development of mesoscopic physics led to a critical inspection of coherent effects in wave transport. First motivated by electronic transport in conducting devices [1], the underlying physical ingredients proved to be relevant to any linear waves and in particular to light. This triggered active research in the field of optics during the past two decades [2], leading to the observation of coherent backscattering enhancement [3] and universal conductance fluctuations [4], to quote a few. A challenge in this field is still the observation of strong localization of visible light. It was recently reported for near-infrared light using semiconductor powders [5], but the interpretation of the experiment in term of Anderson localization was questioned [6]. Cold atoms have been quite recently considered as promising scattering media to achieve strong localization [7]. Indeed, they constitute perfectly monodisperse samples of resonant point-dipole scatterers with large cross sections. Moreover high spatial density is achieved by adequate trapping techniques [8,9].

In this Letter we report the observation of coherent backscattering (CBS) of light on cold strontium atoms in the weak localization regime $kl \gg 1$ (k is the light wave number and l is the elastic mean-free path). CBS is an interferential enhancement of the *average* scattered intensity reflected off a disordered scattering medium [10]. It originates from a two-wave constructive interference near exact backscattering between waves traveling along a given scattering path and its reversed counterpart. For classical scatterers, bearing on general symmetry arguments valid in the absence of any magnetic field, the CBS interfering amplitudes have been shown to have equal weights at exact backscattering in the so-called parallel polarization channels [11]. In the $\text{lin} \parallel \text{lin}$ (linear \parallel linear) channel the incoming and detected light fields have the same linear polarization. In the $\text{h} \parallel \text{h}$ (helicity \parallel helicity) channel, both light fields are circularly polarized with the same helicity, that is opposite polarizations (because the CBS signal

is emitted in the backward direction). In the perpendicular channels, nothing ensures the equality of the two interfering amplitudes, and the contrast of the interference is decreased. Single scattering events require a separate treatment as direct and reversed paths coincide in the backward direction and do not contribute to the CBS enhancement. For spherically symmetric scatterers, single scattering does not contribute in the $\text{lin} \perp \text{lin}$ and $\text{h} \parallel \text{h}$ channels. Thus, the CBS contrast (peak-to-background ratio) is predicted and has been observed to be exactly 2 in the helicity preserving polarization channel $\text{h} \parallel \text{h}$ [12]. By using an atomic gas at resonance, a dynamic breakdown of the CBS effect can occur due to the scatterers motion during the transit time of a photon inside the medium. This restricts the rms velocity δv below a critical velocity given by $v_c = \Gamma/k$ (where Γ is the width of the atomic dipole resonance), a condition which is well fulfilled for a laser cooled atomic gas [13]. The quantum internal structure of atoms also has severe consequences for coherent light transport in atomic media. A degeneracy in the ground state induces a dramatic reduction of the CBS interference [14]. This has first been experimentally observed with a cold rubidium sample on a $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$ transition [13]. These results highly motivated the use of nondegenerate ground state atoms, such as strontium, to benefit from full interference effects in coherent transport.

The cold strontium (Sr) cloud is stored in a magneto-optical trap (MOT). The transverse velocity of an effusive atomic beam, extracted from a 500 °C oven, is immediately compressed with 2D optical molasses. A 27-cm-long Zeeman slower then reduces the longitudinal velocity to within the capture velocity range of the MOT ($\sim 50 \text{ ms}^{-1}$). The Zeeman slower, molasses, MOT, and probe laser beams at 461 nm are generated from the same frequency-doubled source. Briefly, a single-mode grating-stabilized diode laser and a tapered amplifier are used in a master-slave configuration to produce 500 mW at 922 nm. The infrared light is then frequency

doubled in a semimonolithic standing wave cavity with an intracavity KNbO_3 crystal. The cavity is resonant for the infrared light while the second harmonic exits through a dichroic mirror providing 150 mW of tunable single-mode light, which is then frequency locked onto the 461 nm $^1\text{S}_0$ - $^1\text{P}_1$ strontium line in a heat pipe. We use acousto-optic modulators for subsequent amplitude and frequency variations. The MOT is made of six independent trapping beams of 5.2 mW cm^{-2} each, red detuned by $\delta = -\Gamma$ from the resonance. The saturation intensity is 42.5 mW cm^{-2} and the natural width of the transition is $\Gamma/2\pi = 32 \text{ MHz}$. Two anti-Helmholtz coils create a 100 G cm^{-1} magnetic field gradient to trap the atoms. A small population loss to metastable states is repumped to the ground state using two additional red lasers. The best achieved optical thickness of our Sr MOT is $b \approx 3$. It is deduced from transmission measurements of a resonant probe through the cloud shortly after switching off the MOT. Note that, because the optical thickness of the atomic cloud is larger than one, the imaging of the cloud does not yield a signal proportional to the atomic density and the whole process thus overestimates the size of the cloud (see discussion below). The number of trapped atoms $N \approx 10^7$ is derived from the MOT fluorescence signal. From a CCD image the rms radius of the cloud has been estimated at 0.65 mm. Since the mean-free path is $l = 1/(n\sigma)$ (n being the atomic density and $\sigma = 6\pi/k^2$ being the resonant light scattering cross section), this yields $l \approx 0.5 \text{ mm}$ (or $kl \approx 7000$). The rms velocity of the atoms is about 1 ms^{-1} , well below the critical velocity $v_c = 15 \text{ ms}^{-1}$.

The detailed experimental procedure for the CBS observation has been published elsewhere [13]. For the Sr experiment, the signal is obtained using a collimated resonant probe beam with a waist of 3 mm. To avoid any effects linked to the saturation of the optical transition (nonlinearities, inelastic radiation spectrum) [15], the probe intensity is weak (saturation parameter $s = 0.02$). The scattered light is collected in the backward direction by placing a CCD camera in the focal plane of an achromatic doublet. The angular resolution of our apparatus is 0.1 mrad, roughly twice the CCD pixel angular resolution. To avoid recording the MOT fluorescence signal while recording the CBS signal, a time-sequenced experiment is developed. The trapping beams and the magnetic field gradient are switched off during the CBS acquisition sequence (duration $100 \mu\text{s}$) and then switched on to recapture the atoms (duration 95% of the 6 ms total cycle time). This procedure also eliminates any possible unwanted nonlinear wave mixing processes. The whole time sequence is then repeated as long as necessary for a good signal-to-noise ratio (typically 15 min in the experiment). During the CBS sequence, the image field is opened (and then closed during the MOT sequence) thanks to a mechanical chopper. During the CBS probe interaction time, each atom scatters about 200 photons on average but always remains in

resonance since the mean atomic velocity increase is far below v_c . Consequently, most of them are recaptured during the following MOT sequence. The CBS images (see Fig. 1) are finally obtained by subtracting the background image taken without cold atoms. This background image is recorded in the absence of the magnetic gradient during all the acquisition time. We thus checked that the fluorescence signal from the residual Sr atoms was negligible.

In the helicity preserving channel ($h \parallel h$), the enhancement factor is found to be $\alpha = 1.86 \pm 0.10$ with an optical thickness of $b = 2.9$ (see Fig. 2), slightly lower than the theoretical prediction $\alpha = 2$. Several experimental issues can explain the difference. The finite angular resolution of the detection apparatus lowers the CBS enhancement factor by an amount evaluated to $\delta\alpha \approx 0.06$. Because single scattering contributes more than 90% of the total signal in the two authorized channels (see Table I), the reduction of the cone contrast due to imperfect polarization channel isolation in the $h \parallel h$ is not negligible. We have measured, in the limit of low optical thickness where single scattering dominates over multiple scattering, the fraction of detected light in the forbidden $h \parallel h$ channel with respect to the total scattered light. We found a channel isolation about 5×10^{-4} leading to a reduction of $\delta\alpha \approx 0.03$. Note that single scattering depolarization

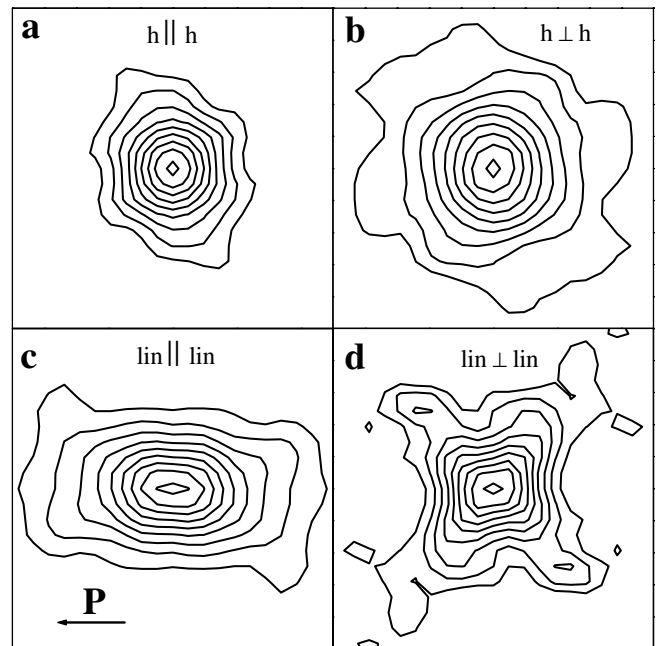


FIG. 1. Isocontours of the coherent backscattering cones obtained on a cloud of cold strontium atoms in the four polarization channels. We plot the CBS signal after subtraction of the large angle background, as a function of the backscattering angle. All cone heights have been scaled to 1. For better signal/noise the images have been symmetrized. The total angular range is 1 mrad. The lowest isocontour corresponds to roughly 20% of the peak intensity. For the linear channels, the incident polarization is horizontal.

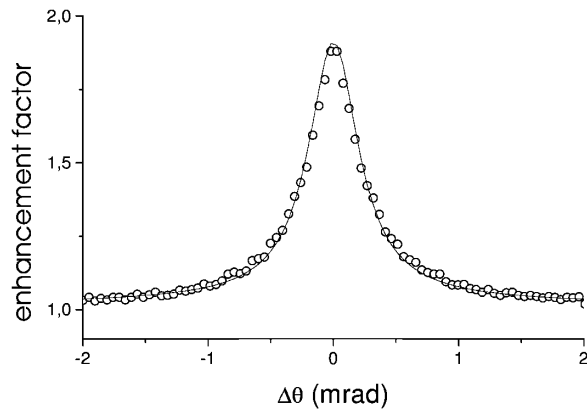


FIG. 2. Angular scan of the CBS cone for the $h \parallel h$ polarization channel. The optical thickness is $b = 2.9$. The experimental data are represented by open circles. For better signal/noise we perform an angular averaging of the original image. The solid line is the result of a Monte Carlo calculation taking into account the geometry of the atomic cloud (Gaussian distribution of the atomic density with rms radius value 0.45 mm) and experimental imperfections like the polarization channel isolation and angular resolution effects. The agreement is clearly excellent. The measured width of the cone is $\Delta\theta_{\text{CBS}} = 0.50 \pm 0.04$ mrad.

induced by a stray magnetic field acts here like an imperfect polarization isolation. For this reason, its impact on the cone reduction has been minimized during the channel isolation procedure. Another possible source

TABLE I. Comparison between the CBS enhancement factor and peak width measured in the experiment with the results of a Monte Carlo calculation, for optical thickness $b = 2$. In each polarization channel, the experimental enhancement factor α is given with a $\pm 2\sigma$ error bar. For linear polarization channels, the $\Delta\theta_{\text{CBS}}$ values are given only for scans parallel to the incident polarization. The results of MC simulation (noted MC) are given for a Gaussian distribution of the cloud with a rms radius value 0.45 mm. The experimental imperfections, such as the polarization channel isolation and angular resolution effects, have been taken into account in the MC simulation values noted MC*. The “Background” column shows the relative contribution of the channel to the total large angle scattered intensity in the backward direction.

Channel		Background	α	$\Delta\theta_{\text{CBS}}$ (mrad)
$h \parallel h$	Exp.	7.5%	1.77 ± 0.13	0.52 ± 0.07
	MC	7.8%	2	0.48
	MC*	7.8%	1.87	0.52
$h \perp h$	Exp.	92.5%	1.17 ± 0.03	0.71 ± 0.10
	MC	92.2%	1.20	0.69
	MC*	92.2%	1.19	0.75
$\text{lin} \parallel \text{lin}$	Exp.	96.0%	1.17 ± 0.03	0.9 ± 0.2
	MC	95.5%	1.24	0.92
	MC*	95.5%	1.22	0.98
$\text{lin} \perp \text{lin}$	Exp.	4.0%	1.59 ± 0.20	0.5 ± 0.3
	MC	4.5%	1.74	0.48
	MC*	4.5%	1.62	0.49

of contrast reduction is a Faraday effect induced by the residual magnetic field [16]. It turns out that, despite the huge Verdet constant in the atomic gas medium [17], its effect should be smaller than those previously discussed. We also checked that the finite transverse size of the laser beam has no significant influence on the signal. Taking into account the systematic errors, we find that the CBS enhancement factor should rather be $\alpha = 1.91$, consistent with the measured value. A remaining (but yet uncontrolled) source of error in determining α is certainly an imperfect estimation of the background level where the CBS interference has vanished, i.e., measured at angles large compared to the cone width $\theta \gg \Delta\theta_{\text{CBS}}$.

In the other polarization channels, we observe lower enhancement factors as predicted by the theory (see Table I). In the $\text{lin} \parallel \text{lin}$ and $h \perp h$ channels, the small enhancement factors are mainly due to the strong single scattering contribution (see the relative large angle background values given in Table I), which is very important since the optical thickness is not very large. In the $\text{lin} \perp \text{lin}$ channel (where single scattering is absent), the relatively high contrast value is explained by the low optical thickness. Indeed, in this situation, short scattering paths dominate and double scattering is known to exhibit full interference contrast in all polarization channels [18]. In Table I, we also show data obtained with a Monte Carlo (MC) calculation, where the amplitude of a multiple scattering path is computed as a function of the initial and final polarizations and of the geometrical positions of the various scatterers. We use a Gaussian distribution for the spatial density of scatterers and take into account the spatial variations of the mean-free path during the photon propagation. Our numerical method is tantamount to computing the integral involved in the configuration average using a MC procedure. Given a spatial configuration of the scatterers, we compute simultaneously the various scattering contributions at different scattering orders using the “partial photon” trick [19]. Typically, it is enough to launch less than one million photons on the medium to get a good signal/noise ratio for the CBS peak. For all polarization channels, there is a good agreement for the cone height between experiments and MC simulations adjusted to take into account the polarization channel isolation and angular resolution effects.

The experimental values $\Delta\theta_{\text{CBS}}$ of the FWHM CBS angular cone width are systematically higher (by a factor 1.4) than the ones given by the MC simulation using the measured optical thickness b and the size of the atomic cloud. As discussed above, our experimental procedure slightly overestimates the size of the cloud. Modifying the size of the cloud (keeping b constant) results only in a global multiplication of the angular scale, keeping both the enhancement factor and the cone shape identical. We are thus inclined to think that the actual rms radius of the cloud is ≈ 0.45 mm instead of 0.65 mm. With this corrected value, we observe excellent agreement between MC and the experimental data *in all polarization channels*

(see Fig. 2 and Table I). The angular dependence of the cone shape in the linear channels reflects the anisotropy of the scatterer's pattern [18]. In the $\text{lin} \parallel \text{lin}$ channel, an elliptical shape with the major axis parallel to the incident polarization is predicted and indeed observed (Fig. 1c). In the $\text{lin} \perp \text{lin}$ channel, the directions of maximum scattering are tilted at 45° from the incident polarization, yielding a "cloverleaf" CBS cone shape (Fig. 1d).

To summarize, we measured the coherent backscattering cone in four different characteristic polarization channels. Our results are in good agreement with a Monte Carlo calculation. The restoration of a full interference contrast in coherent multiple scattering with atomic gases (as exemplified by the maximum enhancement factor of 2 obtained in the helicity preserving channel) has interesting potentialities for wave localization experiments with cold atoms. For example, in the quest for Anderson localization (which could be obtained only at high density where $kl \approx 1$) where interferences play a crucial role, a $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$ transition appears to be a good choice, since a degenerate internal structure is known to reduce the interference significantly [14]. A maximum enhancement factor of 1.2 was found in a Rb experiment [13]. Is it now possible to increase the cloud density to reach the Anderson localization threshold? For this purpose, cooling strontium with the intercombination line in a dipole trap appears to be a promising technique [8].

The authors thank the CNRS and the PACA region for their financial support. Laboratoire Kastler Brossel is laboratoire de l'Université Pierre et Marie Curie et de l'École Normale Supérieure, UMR 8552 du CNRS.

*Electronic address: wilkowsk@inln.cnrs.fr

URL: <http://www-lod.inln.cnrs.fr/>

- [1] D.K. Ferry and S.M. Goodnick, *Transport in Nanostructures* (Cambridge University Press, New York, 1997); S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [2] V.L. Kuz'min and V.P. Romanov, Phys. Usp. **39**, 231 (1996); M.C.W. van Rossum and Th.M. Nieuwenhuizen, Rev. Mod. Phys. **71**, 313 (1999).
- [3] P.E. Wolf and G. Maret, Phys. Rev. Lett. **55**, 2696 (1985); M.P. Van Albada, and A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **55**, 2692 (1985).
- [4] F. Scheffold and G. Maret, Phys. Rev. Lett. **81**, 5800 (1998).
- [5] D.S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, and R. Righini, Nature (London) **390**, 671 (1997).
- [6] F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer, and G. Maret, Nature (London) **398**, 207 (1999).
- [7] Th.M. Nieuwenhuizen, A.L. Burin, Yu. Kagan, and G.V. Shlyapnikov, Phys. Lett. A **184**, 360 (1994).
- [8] T. Ido, Y. Isoya, and H. Katori, Phys. Rev. A **61**, R061403 (2000); H. Katori, T. Ido, and M. Gonokami, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 2479 (1999).
- [9] *Ultracold Atoms and Bose-Einstein Condensation*, edited by K. Burnett, OSA Trends in Optics and Photonics Series Vol. 7 (Optical Society of America, Washington, D.C., 1996).
- [10] E. Akkermans, P.E. Wolf, R. Maynard, and G. Maret, J. Phys. (Paris) **49**, 77 (1988).
- [11] B.A. van Tiggelen and R. Maynard, in *Wave Propagation in Complex Media*, edited by G. Papanicolaou, IMA Volumes in Mathematics and its Applications Vol. 96 (Springer, New York, 1997), p. 252.
- [12] D.S. Wiersma, M.P. van Albada, B.A. van Tiggelen, and A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **74**, 4193 (1995).
- [13] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.C. Bernard, C.A. Müller, C. Miniatura, and R. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **83**, 5266 (1999); G. Labeyrie, C. Müller, D. Wiersma, C. Miniatura, and R. Kaiser, J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt. **2**, 672 (2000).
- [14] T. Jonckheere, C.A. Müller, R. Kaiser, C. Miniatura, and D. Delande, Phys. Rev. Lett. **85**, 4269 (2000); C.A. Müller, T. Jonckheere, C. Miniatura, and D. Delande, Phys. Rev. A **64**, 053804 (2001).
- [15] V.M. Agranovich and V.E. Kravtsov, Phys. Rev. B **43**, 13 691 (1991); A. Heiderich, R. Maynard, and B. van Tiggelen, Opt. Commun. **115**, 392 (1995).
- [16] R. Lenke and G. Maret, Eur. Phys. J. B **17**, 171 (2000).
- [17] G. Labeyrie, C. Miniatura, and R. Kaiser, Phys. Rev. A **64**, 033402 (2001).
- [18] M.P. van Albada, M.B. van der Mark, and A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **58**, 361 (1987).
- [19] R. Lenke and G. Maret, in *Scattering in Polymeric and Colloidal Systems*, edited by W. Brown and K. Mortensen (Gordon and Breach, Reading, 2000), pp. 1–72.

Light transport in cold atoms: the fate of coherent backscattering in the weak localization regime

D. Wilkowski¹

Y. Bidet, T. Chanelière, R. Kaiser, B. Klappauf, G. Labeyrie,
C.A. Müller and Ch. Miniatura

*Laboratoire Ondes et Désordre, FRE 2302 du CNRS, 1361 route des Lucioles,
Valbonne F-06560, France*

Abstract

The recent observation of coherent backscattering (CBS) of light by atoms has emphasized the key role of the velocity spread and of the quantum internal structure of the atoms. Firstly, using highly resonant scatterers imposes very low temperatures of the disordered medium in order to keep the full contrast of the CBS interference. This criterion is usually achieved with standard laser cooling techniques. Secondly, a non trivial internal atomic structure leads to a dramatic decrease of the CBS contrast. Experiments with Rubidium atoms (with a non trivial internal structure) and with Strontium (with the simplest possible internal structure) show this behaviour and confirm theoretical calculations.

Key words: Multiple scattering, Atom, Cooling

After a few scattering mean free path ℓ , a wave (with wavenumber $k = 2\pi/\lambda$) propagating in an opaque medium rapidly loses the memory of its initial direction. At this scale, intensity propagation is often described as a diffusion process. However this description discards an important phenomenon: interference between multiply scattered waves. It is now known that interference alters the wave transport and can, under suitable conditions, bring it to a complete stop. This is the Anderson (or strong) localization regime, where the diffusion is suppressed [1]. For twenty years, there have been tremendous experimental as well as theoretical efforts to study interference effects in the multiple scattering regime [2].

A hallmark in this field is the CBS cone which is observed as a reflection

¹ email wilkowsk@inln.cnrs.fr

peak with angular width $\simeq 1/k\ell$ at backscattering. It corresponds to the incoherent sum of two-waves interference between a possible *multiple* scattering path amplitude and its reversed counterpart [3]. This interferential increase of the *configuration-averaged* diffuse reflection off a disordered sample depends on the nature of the scatterer but also, for vectorial waves like light, on the input/output polarization channel. For classical *spherically-symmetric* scatterers, the maximum enhancement factor of the CBS cone is 2 in the $h\parallel h$ helicity-preserving polarization channel, independently of the geometrical shape of the scattering medium [4]. This is so for two reasons. First, in the $h\parallel h$ channel single scattering is suppressed : for spherically-symmetric scatterers, the polarization is conserved at backscattering, like in specular reflection off a mirror. Second, in the absence of a magnetic field, the amplitudes of the interfering paths are exactly equal at backscattering by virtue of the reciprocity theorem [5].

We will see that the observation of a CBS cone with a maximum contrast on a resonant atomic gas, however imposes severe restrictions on the external as well as internal degrees of freedom of the atoms. In section 1 we review some effects related to *moving* resonant scatterers. In section 2 we show how the internal structure of the atomic scatterer reduces the CBS contrast. In section 3 experimental results, obtained in the weak localization regime $k\ell \gg 1$, are presented. They confirm theoretical predictions about the role of the internal structure.

1 CBS with resonant scatterers

1.1 Dynamical breakdown of CBS enhancement factor: Double scattering model

When the scattering medium is made of moving particles, and this is the case in an atomic cloud, the amplitudes of the direct and reverse scattering sequences are no more linked by reciprocity and one observes a dynamical breakdown of the CBS effect [6]. This reduction of the CBS enhancement factor depends on the velocity distribution of the particles and we can assert very generally that the interference contrast will not be much affected provided the velocity spread will not be too large. For moving resonant scatterers, we will see that “not too large” imposes a stringent condition which will require laser cooling techniques to be fulfilled.

As a simplistic starting model, we neglect light polarization effects (scalar wave approximation) and describe atoms as highly resonant isotropic scatterers. The atomic resonance is characterized by a transition frequency ω_0 in the optical domain and a transition width Γ (typically $\frac{\omega_0}{\Gamma} \simeq 10^8$). The scatterers are then

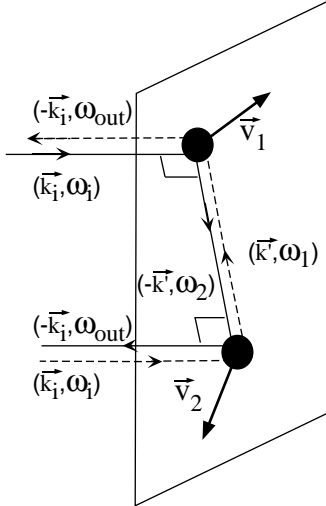


Fig. 1. Double scattering process with moving atoms. The atoms move in an orthogonal plane respect to the incident wave-vector. We have $\omega_1 = \omega - (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}')\mathbf{v}_1$, $\omega_2 = \omega - (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}')\mathbf{v}_2$ and $\omega_{out} = \omega_1 - (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}')\mathbf{v}_2$. \mathbf{k}_i ($-\mathbf{k}'$) is the incident (intermediate) wave-vector.

fully characterized by their complex electrical polarizability $\alpha(\omega)$, with:

$$\alpha(\omega) = -\frac{3\pi\Gamma c^3}{\omega_0^3} \left(\frac{1}{\omega - \omega_0 + i\frac{\Gamma}{2}} \right)$$

since the scattering differential cross-section is $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma}{4\pi}$ where the total cross-section is $\sigma = \frac{k^4|\alpha|^2}{6\pi}$. The velocity distribution of atoms has too major consequences: first the atomic response at each scattering has to be evaluated at a frequency $\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}$ which is *randomly* Doppler-shifted. This means that each scattering has a variable strength and that the wave experiences a random phase-kick. Furthermore, after scattering is completed, the wave has a frequency $\omega' = \omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}')\mathbf{v}$. Scattering is *inelastic* and propagation in an effective medium (until the following scattering) occurs with an optical index evaluated at random frequency. As an overall conclusion, there will be a random strength imbalance and a random dephasing between direct and reverse scattering sequences, leading to a reduction of the CBS interference. Let us illustrate this dynamical breakdown for a peculiar double scattering path (see figure 1). We consider an incoming resonant light wave (frequency $\omega = \omega_0$, wave-vector \mathbf{k}_i) and, to simplify the discussion, we only consider the effect of dephasing between the paths. The total phase shift at backscattering ($\mathbf{k}_{out} = -\mathbf{k}_i$) is

$$\Delta\phi = \Delta\phi_{pro} + \Delta\phi_{sca}$$

Where $\Delta\phi_{pro}$ corresponds to the dephasing accumulated during propagation in the effective medium and $\Delta\phi_{sca}$ the dephasing accumulated at scattering events. In a dilute medium ($n|\alpha| \ll 1$, where n is the spatial density), the

expressions of $\Delta\phi_{pro}$ et $\Delta\phi_{sca}$ are quite straightforward:

$$\Delta\phi_{pro} = \frac{n_r(\omega_1)\omega_1 - n_r(\omega_2)\omega_2}{c}L \quad (1)$$

and

$$\Delta\phi_{sca} = f(\omega - \mathbf{k}_i\mathbf{v}_1) + f(\omega_1 - \mathbf{k}'\mathbf{v}_2) - f(\omega - \mathbf{k}_i\mathbf{v}_2) - f(\omega_2 + \mathbf{k}'\mathbf{v}_1) \quad (2)$$

with

$$f(\omega) = Arg(\alpha) = \arctan\left(\frac{\Gamma}{2(\omega_0 - \omega)}\right)$$

and

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega - (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}')\mathbf{v}_1 \\ \omega_2 &= \omega - (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}')\mathbf{v}_2 \end{aligned}$$

The distance L between scatterers is of the order of the scattering mean free path $\ell(\omega_0) = \frac{1}{n\sigma(\omega_0)}$. The optical index $n_r(\omega)$ is given by

$$n_r(\omega) \simeq 1 + n\frac{Re(\alpha(\omega))}{2}$$

At first order in velocities, we get:

$$\Delta\phi_{pro} \simeq -\frac{1}{\Gamma}((\mathbf{k}' - \mathbf{k}_i)\mathbf{v}_1 + (\mathbf{k}' + \mathbf{k}_i)\mathbf{v}_2)$$

and

$$\Delta\phi_{sca} \simeq \frac{4}{\Gamma}\mathbf{k}_i(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$$

Averaging over the Gaussian velocity distribution of the two atoms leads to the interference contrast:

$$C(\langle v^2 \rangle) = 1 + \langle \cos(\Delta\phi) \rangle_{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2} = 1 + \exp\left(-6\frac{k^2\langle v^2 \rangle}{\Gamma^2}\right) \quad (3)$$

where

$$k \simeq |\mathbf{k}_i| \simeq |\mathbf{k}'|$$

Expression 3 shows that, to preserve the double scattering CBS effect, one needs :

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} \ll \Gamma/k \quad (4)$$

For scattering sequences of higher orders, one can argue that the scattering phaseshift roughly performs a random walk of step of order of $\frac{k\sqrt{\langle v^2 \rangle}}{\Gamma}$, thus increasing as \sqrt{N} with scattering order N . This puts a more stringent condition

Atom	$\lambda(nm)$	$\frac{\Gamma}{2\pi}(MHz)$	$k\sqrt{\langle v^2 \rangle}(\Gamma^{-1})$	$C(\langle v^2 \rangle)$
Rb	780	6	0.04	2.0
Sr	461	32	0.03	2.0
Sr	689	7.10^{-3}	1	
He*	1080	1.6	0.2	1.7

Table 1

Specific values of the double scattering contrast $C(\langle v^2 \rangle)$ for different atoms and transitions. The cases of Rb, Sr and He* correspond to dipole-allowed transitions. For the intercombination line cooling of Sr (at $\lambda = 689nm$) the transition is too narrow and dynamical breakdown occurs.

on the required velocity spread to preserve the CBS effect at higher orders. For atoms, $\Gamma/k \simeq 10m/s$, which means that the atomic gas has first to be laser-cooled before observing CBS. This is done using a magneto-optical trap (MOT).

1.2 Atoms cooling and trapping

In a MOT, due to the combined action of the Zeeman and Doppler effects, a restoring force spatially traps the atoms at the zero of the magnetic field gradient and cools them in velocity space (for a review on cooling see *e.g.* W. Phillips [7]). The cooling action is based on a Doppler-induced differential radiation pressure force between contra-propagating laser beams. For a two-level system in the low saturation limit and at low velocities ($kv \ll \Gamma$), the average force is a pure friction force if the laser is red-detuned with respect to the transition ($\omega < \omega_0$). At steady state, this cooling mechanism is balanced by the heating mechanism induced by the random character of photon absorption and emission processes. The equilibrium state is then characterized by a Gaussian velocity distribution with *rms* value:

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} \simeq \sqrt{\frac{\Gamma}{k} v_r} \quad (5)$$

where the recoil velocity $v_r = \frac{\hbar k}{m}$ is the velocity change during a single absorption or emission event. For the usual dipole-allowed transitions, the recoil frequency shift is small with respect to the width of the transition

$$kv_r \ll \Gamma \quad (6)$$

Thus equation 4 is well fulfilled in a MOT and the dynamical breakdown of the CBS effect should be negligible in most cases (see for example Table

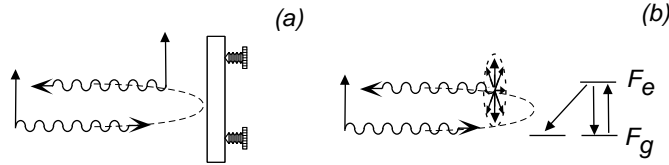


Fig. 2. For classical spherics scatterer, the backscattered wave conserves his polarization like in specular reflection off a mirror (a). For a quantum scatterer the polarization is not anymore conserved, due to Raman transition (b).

1). Moreover, when $F_g > 0$, extra cooling mechanics, the so-called Sisyphus cooling [8], lower the final *rms* velocity with respect to relation (5).

For Rb, the MOT is loaded in a cell from a low-pressure thermal vapour and for Sr from an effusive atomic beam. The total number of trapped atoms is determined by a balance between trapping and loss mechanisms (*e.g.* atom-atom collisions). It usually ranges from 10^7 to 10^{10} atoms in standard operating conditions. However for localization experiments, it is crucial to achieve an optical depth at least larger than unity to reach the multiple scattering regime. This requirement is usually satisfied in a MOT using a resonant probe beam. It can be also interesting to achieve a high spatial density for strong localization experiments where $kl \simeq 1$ is demanded. Unfortunately, in most cases, multiple scattering is the dominant limiting factor [9] and spatial densities in a MOT are generally limited to a few of $10^{10} \text{ atoms/cm}^3$ implying $kl \gg 1$.

2 Reduction of the CBS cone due to internal structure

In section 1.1, we saw how the velocity distribution of atoms can alter the CBS contrast. Another important suppression mechanism of the CBS interference effects has been pointed out in reference [10]. It is related to the internal degrees freedom of the scatterers. In fact, the optical dipole transition connects two Zeeman-degenerate multiplets (in the absence of a magnetic field). The groundstate (resp. excited) multiplet has a total angular momentum F_g (resp. F_e) and contains $2F_g + 1$ (resp. $2F_e + 1$) magnetic levels. To fully describe scattering, one needs to specify the initial and final groundstate levels. Two types of transitions can occur : those leaving the internal state unaffected (Rayleigh transitions) and those changing the internal state (Raman transitions). Thus, when calculating the CBS cone one has to take properly into account all those allowed mechanisms. Note that since all levels in a given multiplet have same energies, light scattering is always *elastic*. However scattering is no more described by the atomic polarizability alone and one now needs the *full scattering tensor*. In other words, *non scalar* features of scattering will become essential. It can be shown that the internal structure has two major consequences. First, because Raman transitions are unavoidable and since they are accompanied

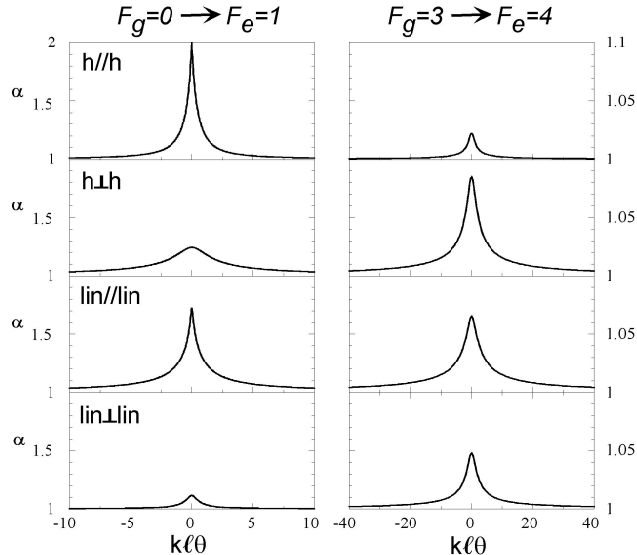


Fig. 3. CBS cones calculated in a semi-infinite homogeneous scattering medium. For the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ transition, the enhancement factor is systematically lower for all polarization channels when compared to the $F_g = 0 \rightarrow F_e = 1$ case where CBS cones are the same than for a classical dipole-like scatterer.

by a change of light polarization at backscattering (see Figure 2b), the single scattering contribution is no more suppressed in the $h//h$ channel. This leads to a rather trivial CBS contrast reduction since the same would occur with classical *non-spherically symmetric* scatterers. Second, and this point is more subtle, the interfering amplitudes are no more linked in general by reciprocity. This is because under time-reversal the angular momentum of atoms has to be flipped. This leads to unbalanced amplitudes for the direct and reverse scattering sequences and to a decrease of the CBS contrast as soon as $F_g > 0$ [11,12]. In the $h//h$ channel, it can be shown that this contrast reduction can be attributed to the antisymmetric part of the scattering tensor [11]. For $F_g = 0$ (absence of internal structure in the groundstate), one recovers the previous classical result. Figure 3 shows the CBS cone for the four usual polarization channels and for two different transitions in a semi-infinite medium. For the $F_g = 0 \rightarrow F_e = 1$ transition, cones shape and height are the same than for a classical dipole-like scatterer. For the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ transition, the enhancement factor is systematically lower for all polarization channels.

3 Experimental results

The detailed experimental procedure for the CBS observation has been published elsewhere [13]. Briefly, the signal is obtained using a collimated resonant probe with a beam waist bigger than the size of the cloud ($\simeq 1cm$). To avoid any effects linked to the saturation of the optical transition (non-linearities,

inelastic radiation spectrum) [14], the probe intensity is weak (saturation parameter $s \ll 1$). The scattered light is collected in the backward direction by placing a CCD camera in the focal plane of an achromatic doublet. The CBS cone plots shown in figure 4 are obtained in the $h||h$ polarization. As predicted, the enhancement factor is strongly reduced for the Rb transition. However a quantitative comparison with theory calls for some care since the calculation assumes an homogeneous semi-infinite medium whereas the Rb experiment is made on a finite sample of Gaussian-distributed atoms. In this type of geometry, it is clear that the weight of long scattering paths are overestimated with respect to the finite size sample case. Besides, theoretical calculations show that the major contribution of the CBS cone comes from low scattering orders. Thus, considering only the single and double scattering events, the enhancement factor is predicted to be $\alpha_{th}^{(2)} = 1.17$ [10]. The experimental value thus interpolates nicely these two extreme predictions. For the Sr experiment, the enhancement factor is found to be $\alpha = 1.86$, slightly lower the theoretical prediction $\alpha = 2$. Several experimental issues can explain the difference; the finite angular resolution of the detection apparatus and the imperfect polarization channel isolation [15]. In figure 4, the experimental Sr CBS cone is compared to a Monte-Carlo simulation [15]. The agreement is clearly excellent.

4 Conclusion

To summarize, we have shown that the internal structure and the velocity distribution of resonant scatterers like atoms have a deep impact on the CBS effect. The dynamical breakdown induced by the motion of the scatterers can be made negligible at the expense of using laser-cooled atoms. Unfortunately, the internal structure irrevocably leads to very small enhancement factors in all polarization channels as soon as the atomic groundstate is degenerate. This has been evidenced by experiments on Rubidium. Restoration of a full interference contrast is obtained with non degenerate atoms like in the Strontium experiment. This should have interesting potentialities for wave localization experiments with cold atoms. For example, in the quest for Anderson localization (which could be obtained only at high density where $kl \approx 1$) where interferences play a crucial role, a $F_g = 0 \rightarrow F_e = 1$ transition appears to be a good choice. Is it now possible to increase the cloud density to reach the Anderson localization threshold? For this purpose, cooling strontium with the intercombination line in a dipole trap appears to be a promising technique [16].

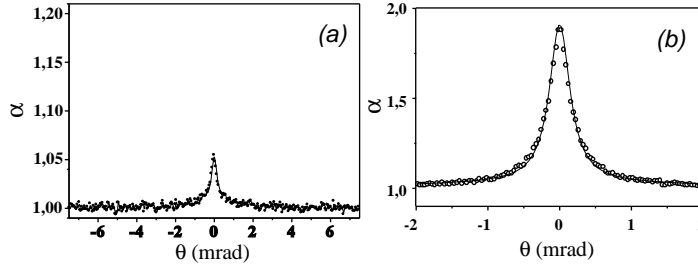


Fig. 4. Angular dependence of the CBS cone in the helicity preserving $h\parallel h$ polarization channel. Figure (a) corresponds to a Rb cloud of 4mm of diameter and a optical depth of $b \simeq 30$ (the plain line connect two adjacent experimental points). The CBS cone on Sr is plotted on figure (b). For Sr, the cold cloud has a diameter of 1mm and an optical depth of $b \simeq 3$. The plain curve in figure (b) corresponds to a Monte-Carlo simulation done with the actual experimental parameters.

5 Acknowledgments

We gratefully acknowledge D. Delande for stimulating discussions and for Monte-carlo simulations on the Sr CBS cone. This work is funded by the CNRS and the PACA region.

References

- [1] P.W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958). D.K. Ferry and S.M. Goodnick, *Transport in Nanostructures*, Cambridge University Press, New York (1997). S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- [2] *Mesoscopic Quantum Physics*, ed. by E. Akkermans, G. Montambaux, J.-L. Pichard and J. Zinn-Justin, North-Holland, Amsterdam (1995). R. Berkovits and S. Feng, *Phys. Rep.* **238**, 135 (1994). M.C.W. van Rossum and T.M. Nieuwenhuizen, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 313 (1999).
- [3] Y. Barabanenkov, *Izv. Vyssh. Uche. Zaved. Radiofiz.* **16**, 88 (1973). M. Van Albada and A. Lagendijk, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2692 (1985). P. Wolf and G. Maret, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985). Y. Kuga and A. Ishimaru, *J. Opt. Soc. Am. A* **1**, 831 (1985).
- [4] D.S. Wiersma, M.P. van Albada, B.A. van Tiggelen and A. Lagendijk, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4193 (1995).
- [5] B.A. van Tiggelen and R. Maynard, in *Wave Propagation in Complex Media*, IMA **96**, edited by G. Papanicolaon (Springer, New-York), 252 (1997).
- [6] A. Golubentsev, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **86**, 47 (1984).
- [7] W. Philips, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).

- [8] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [9] T. Walker, D. Sesko and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990)
- [10] T. Jonckheere, C.A. Müller, R. Kaiser, C. Miniatura and D. Delande, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4269 (2000).
- [11] C.A. Müller, T. Jonckheere, C. Miniatura and D. Delande, *Phys. Rev. A* **64**, 053804 (2001).
- [12] C.A. Müller and C. Miniatura, preprint: physics/0205029 , submitted to *J. Phys. A* (2002).
- [13] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.C. Bernard, C.A. Müller, C. Miniatura and R. Kaiser , *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5266 (1999). G. Labeyrie, C.A. Müller, D. Wiersma, C. Miniatura and R. Kaiser, *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.* **2**, 672 (2000).
- [14] V. Agranovich and V. Kravtsov, *Phys. Rev. B* **43** , 13691 (1991). A. Heiderich, R. Maynard and B. van Tiggelen, *Opt. Comm.* **115**, 392 (1995).
- [15] Y. Bidel, B. Klappauf, J.C. Bernard, D. Delande, G. Labeyrie, C. Miniatura, D. Wilkowski and R. Kaiser, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 203902 (2002).
- [16] T. Ido, Y. Isoya and H. Katori , *Phys. Rev. A* **61**, R033402 (2000). H. Katori, T. Ido and M. Gonokami, *J. Phys. Soc. of Jap.* **68**, 2479 (1999).

Bibliographie

- [1] S. Chu, C. Cohen Tannoudji, W.D. Phillips, "Nobel lectures in physics 1997", *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 70, No. 3, p. 685-741, 1998.
- [2] H.J. Metcalf, P. van der Straten, "Laser cooling and trapping", Springer, 1999.
- [3] "Nature insight ultracold matter", *Nature*, Vol. 416, p. 205, March 2002.
- [4] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor", *Science*, Vol. 269, p. 198, 1995.
- [5] E.W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S.L. Rolston, W.D. Phillips, "A well-collimated quasi-continuous atom laser", *Science*, Vol. 283, p. 1706, 1999.
- [6] A. Peters, K. Y. Chung, S. Chu, "Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms", *Nature*, Vol. 400, p. 849, August 1999.
- [7] T. L. Gustavson, P. Bouyer, M. A. Kasevich, "Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 81, p. 971, 1998.
- [8] A. Clairon, S. Ghezali, G. Santarelli, P. Laurent, S. Lea, M. Bahoura, E. Simon, S. Weyers, and K. Szymaniec, "Preliminary accuracy evaluation of a cesium fountain frequency standard", in *Proc. 5th Symp. Frequency Standards and Metrology*. Singapore: World Scientific, p. 49-59, 1996.
- [9] J.D. Prestage, R.L. Tjoelker, L. Maleki "Atomic clocks and variations of fine structure constant", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 74, No. 18, p. 3511, May 1995.
- [10] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, I. Bloch, "quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms", *Nature*, Vol. 415, p. 39, January 2002.
- [11] W. K. Hensinger, H. Häffner, A. Browaeys, N. R. Heckenberg, K. Helmerson, C. McKenzie, G. J. Milburn, W. D. Phillips, S. L. Rolston, H. Rubinsztein-Dunlop, B. Upcroft, "Dynamical tunnelling of ultracold atoms", *Nature*, Vol. 412, p. 52, July 2001.
- [12] P.W. Anderson, "Absence of diffusion in certain random lattices", *Physical Review*, Vol. 109, No. 5, p. 1492, 1958.

- [13] A. A. Chabanov, A. Z. Genack, "Photon Localization in Resonant Media", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 87, No. 15, p. 153901, 2001.
- [14] D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, R. Righini, "Localization of light in a disordered medium", *Nature*, Vol. 390, p. 671, December 1997.
- [15] F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer, G. Maret, "Localization or classical diffusion of light", *Nature*, Vol. 398, p. 206, March 1999.
- [16] K.M. Watson, "Multiple scattering of electromagnetic waves in an underdense plasma media", *J. Math. Phys.*, Vol. 10, p. 688, 1969.
- [17] E. Akkermans, P.E. Wolf, R. Maynard, "Coherent backscattering of light by disordered media: Analysis of the peak line shape", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 56, No. 14, p. 1471, April 1986.
- [18] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.C. Bernard, C.A. Müller, C. Miniatura, R. Kaiser, "Coherent backscattering of light by cold atoms", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 83, No. 25, p. 5266, December 1999.
- [19] T. Jonckheere, C.A. Müller, R. Kaiser, C. Miniatura, D. Delande, "Multiple scattering of light by atoms in weak localization regime", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 85, No. 20, p. 4269, November 2000.
- [20] C.A. Müller, T. Jonckheere, C. Miniatura, D. Delande, "Weak localization of light by cold atoms: the impact of quantum internal structure", *Phys. Rev. A*, Vol. 64, p. 053804, October 2001.
- [21] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya, M. Kuwata-Gonokami, "Magneto-optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, No. 6, p. 1116, February 1999.
- [22] T. Ido, Y. Isoya, H. Katori, "Optical-dipole trapping of Sr atoms at a high phase-space density", *Phys. Rev. A*, Vol. 61, p. 061403, 2000.
- [23] M. Bode, I. Freitag, A. Tünnermann, H. Welling, "Frequency-tunable 500 mW continuous-wave all-solid-state single-frequency source in the blue spectral region", *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 6, p. 1220, August 1997.
- [24] D. Voigt, E.C. Schilder, R.J.C. Spreeuw, H.B. van Linden van den Heuvell, "Characterization of a high-power tapered semiconductor amplifier system", *Applied Physics B*, Vol. B72, No. 3, p. 279-284, March 2001.
- [25] R. W. Boyd, "Nonlinear optics", Academic Press, Boston, San Diego, 1992.
- [26] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan, "Handbook of nonlinear optical crystals", vol. 64, Springer-Verlag, Berlin; New York, 1991.
- [27] B. Zysset, I. Biaggio, P. Günter, "Refractive indices of orthorhombic $KNbO_3$. I. Dispersion and temperature dependence", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 9, No. 3, p. 380, March 1992.
- [28] I. Biaggio, P. Kerkoc, L.-S. Wu, P. Günter, B. Zysset, "Refractive indices of orthorhombic $KNbO_3$. II. Phase-matching configurations for nonlinear-optical interactions", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 9, No. 4, p. 507, April 1992.

- [29] J.C. Baumert, J. Hoffnagle, P. Günter, "Nonlinear optical effects in $KNbO_3$ crystals at $Al_xGa_{1-x}As$, dye ruby and Nd:YAG laser wavelengths", in 1984 European Conference on Optics, Optical Systems, and Applications, B. Bolger and H.A. Ferwerda, eds., Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., Vol. 492, p. 374-385, 1984.
- [30] R.C. Miller, "Optical second harmonic generation in piezoelectric crystals", Appl. Phys. Lett., Vol. 5, p. 17-19, 1964.
- [31] V.D. Volosov, A.G. Kalintsev, V.N. Krylov, "Phase effects in a double-pass frequency doubler", Sov. Tech. Phys. Lett. 5, p. 5, 1979.
- [32] A. Ashkin, G.D. Boyd, J.M. Dziedzic, "Resonant Optical Second Harmonic Generation and Mixing", IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-2, No. 6, p.109, 1966.
- [33] G.D. Boyd, D.A. Kleinman, "Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams", Journal of Applied Physics, Vol. 39, No. 8, 1968.
- [34] H. Mabuchi, E. S. Polzik, H. J. Kimble, "Blue-light induced infrared absorption in $KNbO_3$ ", J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 11, No. 10, p. 2023-2029, 1994.
- [35] L. Shiv, J.L. Sørensen, E.S. Polzik, "Inhibited light-induced absorption in $KNbO_3$ ", Opt. Lett., Vol. 20, No. 22, p. 2270, 1995.
- [36] W.J. Kosolovsky, S.D. Nabors, R.L. Byer, "Efficient second harmonic generation of a diode-laser-pumped CW Nd:YAG laser using monolithic $MgO:LiNbO_3$ external resonant cavities", IEEE J. Quant. Elec., Vol. 24, No. 6, p. 913-919, 1988.
- [37] Y.C. Chan, J.A. Gelbwachs, "Broadening shifting and asymmetry of the strontium resonance line induced by rare gas perturbers", J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., Vol. 25, p. 3601-3612, 1992.
- [38] B. Klappauf, Y. Bidel, D. Wilkowski, G. Gottwald, R. Kaiser, "Efficient blue laser source for laser cooling and trapping of the earth alkalis", en préparation.
- [39] R. Frisch, Z. Phys., Vol. 86, p. 42, 1933.
- [40] W. D. Phillips, H. Metcalf, "Laser Deceleration of an Atomic Beam", Phys. Rev. Lett., Vol. 48, No. 9, p. 596, 1982.
- [41] J. Prodan, A. Migdall, W. D. Phillips, I. So, H. Metcalf, J. Dalibard, "Stopping Atoms with Laser Light", Phys. Rev. Lett., Vol. 54, No. 10, p. 992, 1985.
- [42] W. Ertmer, R. Blatt, J.L. Hall, M. Zhu, "Laser Manipulation of Atomic Beam Velocities: Demonstration of Stopped Atoms and Velocity Reverseal", Phys. Rev. Lett., Vol. 54, No. 10, p. 996, 1985.
- [43] E.L. Raab, M. Prentis, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard, "Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure", Phys. Rev. Lett., Vol. 59, No. 23, p. 2631, 1987.

- [44] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman, "Very Cold Trapped Atoms in a Vapor Cell", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 65, No. 13, p. 1571, 1990.
- [45] T. Walker, "Three-dimensional Analytical Calculation of the Magneto-optical Trapping Forces on stationary $J=0$ to $J=1$ Atom", *Laser-Physics*, Vol. 4, No. 5, p. 965, 1994.
- [46] P.D. Lett, R.N. Watts, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, P.L. Gould, H.J. Metcalf, "Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 61, No. 2, p. 168, 1988.
- [47] T. Walker, D. Sesko, C. Wieman, "Collective Behavior of Optically Trapped Neutral Atoms", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 64, No. 4, p. 408, 1990.
- [48] K. Lindquist, M. Stephens, C. Wieman, "Experimental and theoretical study of the vapor-cell Zeeman optical trap", *Phys. Rev. A*, Vol. 46, No. 7, p. 4082, 1992.
- [49] T. Kurosu, F. Shimizu, "Laser Cooling and Trapping of Alkaline Earth Atoms", *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 31, p. 908, 1992.
- [50] T. Bergeman, G. Erez, H.J. Metcalf, "Magnetostatic trapping fields for neutral atoms", *Phys. Rev. A*, Vol. 35, No. 4, p. 1535, 1987.
- [51] H. Pauly, "Other Low-Energy Beam Sources", in *Atomic and Molecular Beam Methods*, ed. by G. Scoles (Oxford University Press, New York 1988), Vol. 1, p.83.
- [52] W.D. Phillips, H. Metcalf, "Laser Deceleration of an Atomic Beam", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 48, No. 9, p. 596, 1982.
- [53] W. Ertmer, R. Blatt, J.L. Hall, M. Zhu, "Laser Manipulation of Atomic Beam Velocities: Demonstration of Stopped Atoms and Velocity Reversal", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 54, No. 10, p. 996, 1985.
- [54] P. A. Molenaar, P. van der Straten, H. G. M. Heideman, "Diagnostic technique for Zeeman-compensated atomic beam slowing: Technique and results", *Phys. Rev. A*, Vol. 55, No. 1, p. 605, 1997.
- [55] F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich, D. Meschede, "High-brilliance Zeeman-slowed cesium atomic beam", *Phys. Rev. A*, Vol. 61, p. 013405, 1999.
- [56] M. E. Firmino, C. A. Faria Leite, S. C. Zilio, V. S. Bagnato, "Process of stopping atoms with the Zeeman tuning technique with a single laser", *Phys. Rev. A*, Vol. 41, No. 7, p. 4070, 1990.
- [57] S. G. Miranda, S.R. Muniz, G. D. Telles, L.G. Marcassa, K. Helmerson, V.S. Bagnato, "Dark-spot atomic-beam slowing for on-axis loading of traps", *Phys. Rev. A*, Vol. 59, No. 1, p. 882, 1999.
- [58] A. Mirage, A. Scalabrin, D. Pereira, N.D. Viera Jr., "Population inversion measurements in a hollow-cathode discharge by optogalvanic spectroscopy", *Optics Communications*, Vol. 129, p. 358 - 360, 1996.

- [59] A. Mirage, F.C. Cruz, A. Scalabrin, D. Pereira, "Saturation measurements of a $^3P_0 - y^3D_1^o$ Ti I transition by optogalvanic spectroscopy", *Optics Communications*, Vol. 153, p. 231 - 234, 1998.
- [60] D.S. Weiss, E. Riis, Y. Shevy, P. Jeffrey Ungar, S. Chu, "Optical molasses and multilevel atoms: experiment", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 6, No. 11, November 1989.
- [61] David S. Saxon, "Tensor Scattering Matrix for the Electromagnetic Field", *Phys. Rev.*, Vol. 100, No. 6, p. 1771, 1955.
- [62] D.S. Wiersma, M.P. van Albada, B. A. van Tiggelen, A. Lagendijk, " Experimental Evidence for Recurrent Multiple Scattering Events of Light in Disordered Media", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 74, No. 21, p. 4193, 1995.
- [63] M.C.W. van Rossum, Th. M. Nieuwenhuizen, "Multiple scattering of classical waves: microscopy, mesoscopy and diffusion", *Reviews of Modern Physics*, Vol. 71, No. 1, p. 313, 1999.
- [64] B.A. van Tiggelen, A. Lagendijk, D.S. Wiersma, "Reflection and Transmission of Waves near the Localization Threshold", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 84, No. 19, p. 4333, 2000.
- [65] Meint P. Van Albada, Ad. Lagendijk, "Observation of Weak Localization of Light in a Random Medium", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 55, No. 24, p. 2692, 1985.
- [66] P. E. Wolf, G. Maret, "Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 55, No. 24, p. 2696, 1985.
- [67] L. Onsager, "Reciprocal relations in irreversible processes", *Phys. Rev.*, Vol. 38, p. 2265, 1931.
- [68] H. B. G. Casimir, "On Onsager's Principle of Microscopic Reversibility", *Reviews of moderns physics*, Vol. 17, p. 343, 1945.
- [69] B.A. van Tiggelen, R. Maynard, "Reciprocity and coherent backscattering of light", *Waves in random and other complex media*, edited by R. Burridge, G. Papanicolaou and L pastur, Vol. 96, p. 247 - 271, (Springer, 1997).
- [70] P.E. Wolf, G. Maret, E. Akkermans, R. Maynard, "Optical coherent backscattering by random media: an experimental study", *J. Phys. France*, Vol. 49, p. 63, 1988.
- [71] E. Akkermans, P.E. Wolf, R. Maynard, G. Maret, "Theoretical study of the coherent backscattering of light by disordered media", *J. Phys. France*, Vol. 49, p. 77, 1988.
- [72] E. Akkermans, P.E. Wolf, R. Maynard, "Coherent Backscattering of Light by Disordered Media: Analysis of the Peak Line Shape", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 56, No. 14, p. 1471, 1986.
- [73] M.P. van Albada, M. B. van der Mark, A. Lagendijk, "Obsevation of Weak Localization of Light in a Finite Slab: Anisotropy Effects and Light-Path Classification", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 58, No. 4, p. 361, 1987.

- [74] S. Etemad, R. Thompson, M.J. Andrejco, S. John, F.C. MacKintosh, "Weak Localization of Photons: Termination of Coherent Random Walks by Absorption and Confined Geometry", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 59, No. 13, p. 1420, 1987.
- [75] G. Bayer, T. Niederdränk, "Weak Localization of Acoustic Waves in Strongly Scattering Media", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 70, No. 25, p. 3884, 1993.
- [76] E. E. Gorodnichev, S. L. Dudarev, D. B. Rogozkin, "Coherent wave backscattering by random medium. exact solution of the albedo problem", *Phys. Lett. A*, Vol. 144, p. 48, 1990.
- [77] Th. M. Nieuwenhuizen, J.M. Luck, "Skin layer of diffuse media", *Phys. Rev. E*, Vol. 48, No. 1, p.569, 1993.
- [78] D. S. Wiersma, "Light in strongly scattering and amplifying random media", Ph. D. thesis, Université Amsterdam, 1995.
- [79] A. A. Golubentsev, "Suppression of interference effects in multiple scattering of light", *Sov. Phys. JETP*, Vol. 59, p. 26, 1984.
- [80] F. A. Erbacher, R. Lenke, G. Maret, "Multiple Light Scattering in Magneto-optically active Media", *Europhys. Lett.*, Vol. 21, p. 551, 1993.
- [81] R. Lenke, G. Maret, "Magnetic field effects on coherent backscattering of light", *Eur. Phys. J. B*, Vol. 17, p. 171, 2000.
- [82] D. Wilkowski, Y. Bidel, T. Chanelière, R. Kaiser, B. Klappauf, C.A. Müller, C. Miniatura, "Light transport in cold atoms: the fate of coherent backscattering in the weak localization regime", to appear in *Physica B*.
- [83] G. Labeyrie, C. Miniatura, C.A. Müller, O. Sigwarth, D. Delande, R. Kaiser, "Hanle Effect in Coherent Backscattering", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 89, No. 16, p. 163901, 2002.
- [84] C.A. Müller, C. Miniatura, "Multiple scattering of light by atoms with internal degeneracy", *J. Phys. A: Math. Gen.*, Vol. 35, p. 10163 - 10188, 2002.
- [85] Y. Bidel, B. Klappauf, J. C. Bernard, D. Delande, G. Labeyrie, C. Miniatura, D. Wilkowski, R. Kaiser, "Coherent Light Transport in a Cold Strontium Cloud", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 88, No. 20, p. 203902, 2002.
- [86] G. Labeyrie, D. Delande, C. A. Müller, C. Miniatura, R. Kaiser, "Coherent backscattering of light by an inhomogeneous cloud of cold atoms", à paraître.
- [87] M.I. Mishchenko, "On the nature of the polarization opposition effect exhibited by Saturn's rings", *Astrophys. J.*, Vol. 411, No. 351, 1993.
- [88] B. W. Hapke, R. M. Nelson, W. D. Smythe, "The opposition effect of the moon: The contribution of coherent backscatter", *Science*, Vol. 260, p. 509, 1993.
- [89] C. A. Müller, "Localisation faible de la lumière dans un gaz d'atomes froids: rétrodiffusion cohérente et structure quantique interne", thèse, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2001.

- [90] John L. Hall and Miao Zhu, "An Introduction to Phase-Stable Optical Sources", of the International School of Physics Enrico Fermi, edited by E. Arimondo, W. D. Phillips, and F. Strumia (North-Holland), 1992.
- [91] D. Middleton, "An Introduction to Statistical Communication Theory", McGraw-Hill, New York, 1960.
- [92] A. Papoulis, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", McGraw-Hill, 1965.
- [93] D.S. Elliott, R. Roy and S.J. Smith, "Extracavity laser band-shape and bandwidth modification", Phys. Rev. A, Vol. 26, No 1, p. 12, 1982.
- [94] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, "Introduction aux lasers et à l'optique quantique", ellipses, 1997.
- [95] B.A. Ferguson and D.S. Elliott, "Laser-noise-induced intensity fluctuations in an optical interferometer", Phys. Rev. A, Vol. 41, No 11, p.6183, 1990.
- [96] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, "Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator", Appl. Phys. B, Vol. 31, p. 97, 1983.
- [97] M. Bahoura, "Influence du bruit de phase d'une diode laser sur les performances ultimes de son asservissement en fréquence sur une résonance optique", Thèse soutenue à l'université Paris XI Orsay le 17 juin 1998.
- [98] M.G. Raymer, J. Cooper, "Resonance fluorescence in a weak radiation field with arbitrary spectral distribution", Phys. Rev. A, Vol. 20, No 5, p. 2238, 1979.
- [99] K. Rzazewski, B. Stone, M. Wilkens, "Lase-noise-induced intensity fluctuations in resonance fluorescence", Phys. Rev. A, Vol. 40, No 5, p. 2788, 1989.
- [100] M.H. Anderson, R.D. Jones, J. Cooper, S.J. Smith, D.S. Elliott, H. Ritsch, P. Zoller, "Variance and spectra of fluorescence-intensity fluctuations from two-level atoms in a phase-diffusing field" , Phys. Rev. A, Vol. 42, No 11, p. 6690, 1990.
- [101] B.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano, J.C. Berquist: "Visible Lasers with Subhertz linewidths", Phys. Rev. Lett., Vol. 82, No 19, p. 3799, 1999.
- [102] J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics", Second Edition, Ed. by Wiley, 1975.
- [103] J. Weiner, V.S. Bagnato, S. Zilio, P.S. Julienne, "Experiments and theory in cold and ultracold collisions", Reviews of Modern Physics, Vol. 71, No. 1, January 1999.
- [104] C.E. Wieman, L. Hollberg, "Using diode lasers for atomic physics", Rev. Sci. Instrum. 62 (1), January 1991.
- [105] K. Vahala, A. Yariv, "Semiclassical Theory of Noise in Semiconductor Lasers-Part I", IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-19, No 6, p. 1096, June 1983.

- [106] R.F. Kazarinov, C.H. Henry, "The Relation of Line Narrowing and Chirp Reduction Resulting from the Coupling of a Semiconductor Laser to a Passive Resonator", *IEEE Journal of quantum electronics*, Vol. QE-23, No 9, p. 1401, September 1987.
- [107] E. Patzak, A. Sugimura, S. Saito, T. Mukai, H. Olesen, "Semiconductor laser linewidth in optical feedback configurations", *Electronics Letters*, Vol. 19, No. 24, p. 1026, November 1983.
- [108] R. Wyatt, "Spectral linewidth of external cavity semiconductor lasers with strong, frequency-selective feedback", *Electron. Lett.*, Vol. 21, No. 15, p. 658, 1985.
- [109] K.C. Harvey, J.C. Myatt, "External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating", *Optics Letters*, Vol. 16, No. 12, p. 910, 1991.
- [110] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, T.W. Hänsch, "A compact grating-stabilized diode laser system for atomis physics", *Optics Comm.*, Vol. 117, p. 541 - 549, 1995.
- [111] K.B. MacAdam, A. Steinbach, C. Wieman, "A narrow-band tunable diode laser sytem with grating feedback, and a saturated absorption spectrometer for Cs and Rb", *Am. J. Phys.*, Vol. 60, No 12, p. 1098, December 1992.
- [112] J.G. Ziegler, N.B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers", *Trans. ASME* 64, p. 749, 1942.
- [113] Kaminov et al, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-19, p.493, 1983.
- [114] T.W. Hansch and B. Couillaud, "Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity", *Optics Com.*, Vol. 35, No. 3, p. 441, December 1980.
- [115] K.L. Corwin, T.L. Zheng, C.F. Hand, R.J. Epstein, C.E. Wieman, "Frequency-stabilized diode laser with Zeeman shift in an atomic vapor", *Applied Optics*, Vol. 37, No. 15, p. 3295-8, May 1998.
- [116] D. Hils and J.L. Hall, "Ultra-Stable Cavity-Stabilized Lasers with Subhertz Linewidth", *Frequency Standard and Metrology*, p.162, Editor : A. De Marchi, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1989.
- [117] Ch. Salomon, D. Hils, J.L. Hall, "Laser stabilization at the millihertz level", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 5, No. 8, p. 1576, August 1988.
- [118] X. Zhu, D. Cassidy, "Modulation spectroscopy with a semiconductor diode laser by injection-current modulation", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 14, No. 8, p. 1945, 1997.
- [119] A. Schoof, J. Grünert, S. Ritter, A. Hemmerich, "Reducing the linewidth of a diode laser below 30 Hz by stabilization to a reference cavity with a finesse above 10^5 ", *Optics Letters*, Vol. 26, No. 20, October 2001.
- [120] M. Kasevich, S. Chu, "Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 69, p. 1741, 1992.

- [121] H. Wallis, W. Ertmer, "Broadband laser cooling on narrow transitions", *Journal of the Optical Society of America B*, Vol. 6, No. 11, p. 2211, November 1989.
- [122] K. Mølmer, "Limits of Doppler cooling in pulsed laser fields", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 66, No 18, p. 2301, May 1991.
- [123] J. Hack, L. Liu, M. Olshanii, H. Metcalf, "Velocity-selective coherent population trapping of two-level atoms", *Phys. Rev. A*, Vol. 62, p. 013405, 2000.
- [124] C. Cohen-Tannoudji, "Atomic motion in laser light", *Les Houches Session LIII (1990), Systèmes Fondamentaux en Optique Quantique*, Elsevier Science Publishers B. V., 1991.
- [125] S. Stenholm, "The semiclassical theory of laser cooling", *Reviews of Modern Physics*, Vol. 58, No. 3, p. 699, July 1986.
- [126] J. Dalibard, Y. Castin, K. Mølmer, "Wave-Function Approach to Dissipative Processes", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 68, p. 580-583, 1992.
- [127] K. Mølmer, Y. Castin, J. Dalibard, "Monte Carlo wave-function method in quantum optics", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 10, No. 3, p. 524, March 1993.
- [128] Y. Castin, H. Wallis, J. Dalibard, "Limit of Doppler cooling", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 6, No. 11, November 1989.
- [129] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, "Processus d'interaction entre photons et atomes", CNRS Editions, 1988.
- [130] N.G. Van Kampen, "Stochastic processes in physics and chemistry", North-Holland personal library, 1992.
- [131] T.W. Hänsch, A.L. Schawlow, "Cooling of gases by laser radiation", *Opt. Comm.*, Vol. 13, p. 68, 1975.
- [132] D. Wineland, H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.*, Vol. 20, p. 169-172, 1975.
- [133] J. Dalibard, S. Reynaud, C. Cohen-Tannoudji, "Potentialities of a new σ_+ - σ_- laser configuration for radiative cooling and trapping", *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, Vol. 17, p. 4577, 1984.
- [134] S. Stenholm, *Appl. Phys.*, Vol. 15, p. 287, 1978.
- [135] C. Bordé, dans "Advances in laser Spectroscopy", S. Arecchi and F. Strumia eds., Plenum, New York, 1983.
- [136] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen Tannoudji, "Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 61, p. 826, 1988.
- [137] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen Tannoudji, "Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping: theoretical analysis", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 6, No. 11, November 1989.
- [138] S.N. Atutov, W. Baldini, R. Calabrese, V. Guidi, P. Lenisa, B. Mai, L. Tomassetti, "Achromatic optical device for generation of a broadband fre-

- quency spectrum with high-frequency stability and sharp termination", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 18, No. 3, p. 335, March 2001.
- [139] M.R. Doery, E.J.D. Vredenburg, T. Bergeman, "Quantum dynamics and cooling of atoms in one-dimensional standing-wave laser fields: Anomalous effects in Doppler cooling", *Phys. Rev. A*, Vol. 51, No. 6, p. 4881, June 1995.
- [140] "Handbook of Chemistry and Physics", Editor-in-chief: David R. Lide, 72nd edition 1991-1992, CRC Press.
- [141] "Vapor Pressure Data for the Solid and Liquid Elements", ed. Richard E. Honig & Dean A. Kramer, *RCA Review* 30, p. 285-305, 1969.
- [142] C.E. Moore, "Atomic Energy Levels, Vol II. U.S. Department of Commerce. National Bureau of Standards. December, 1971.
- [143] H.G.C. Werij, C.H. Greene, C.E. Theodosiou, A. Gallagher, "Oscillator strengths and radiative branching ratios in atomic Sr", *Phys. Rev. A*, Vol. 46, No. 3, p. 1248, August 1992.
- [144] L.R. Hunter, W. A. Walker, D.S. Weiss, "Observation of an Atomic Stark-Electric-Quadrupole Interference", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 56, No. 8, p. 823, February 1986.
- [145] K.R. Vogel, "Laser cooling on a narrow atomic transition and measurement of the two-body cold collision loss rate in a strontium magneto-optical trap", Thesis, University of Colorado, 1999.
- [146] C.W. Bauschlicher, S.R. Langhoff, H. Partridge, "The radiative lifetime of the 1D_2 state of Ca and Sr: a core-valence treatment", *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, Vol. 18, p. 1523, 1985.
- [147] E.R. Eliel, W. Hogervorst, "High Resolution Laser Spectroscopy of Low-Lying p-States in Sr I and Ba I", *Z. Phys. A.*, 311, 1-6, 1983.
- [148] H.-Jürgen Kluge, H. Sauter, "Levelcrossing Experiments in the First Excited 1P_1 States of the Alkaline Earths", *Z. Physik* 270, p. 295-309, 1974.
- [149] C.W. Oates, F. Bondu, R.W. Fox, L. Hollberg, "A diode-laser optical frequency standard based on laser-cooled Ca atoms: Sub-kilohertz spectroscopy by optical shelving detection", *Eur. Phys. J. D*, Vol. 7, p. 449, 1999.

Résumé

Dans cette thèse, nous présentons la réalisation d'un piège magnéto-optique de strontium chargé à partir d'un jet atomique ralenti par laser. Pour cela, nous avons développé un laser bleu à 461 nm de puissance 200 mW obtenu en doublant la fréquence d'un laser infrarouge à semi-conducteur. Notre piège magnéto-optique nous a permis de piéger 10^7 atomes à une température de 8 mK.

Nous avons utilisé ce gaz d'atomes froids de strontium pour étudier l'effet des interférences en diffusion multiple. Plus particulièrement, nous avons mesuré le cône de rétrodiffusion cohérente en utilisant de la lumière résonnante avec la transition $J = 0 - J = 1$ du strontium. Le facteur d'amplification proche de 2 obtenu dans le canal $h \parallel h$ montre que contrairement au rubidium, l'effet des interférences en diffusion multiple qui jouent un rôle crucial dans la localisation forte n'est pas réduit sur strontium.

En vu de réaliser un piège magnéto-optique sur la transition étroite du strontium, nous avons développé un laser à 689 nm asservi en fréquence sur une cavité ultrastable. Nous avons mesuré une largeur spectrale inférieure à 1 kHz qui est suffisante pour l'expérience. Enfin, nous présentons une étude théorique du refroidissement Doppler sur une transition étroite.

Abstract

In this thesis we present the realization of a magneto-optical trap of strontium loaded from a laser slowed atomic beam. We have constructed a 200 mW blue laser at 461 nm by frequency doubling an amplified laser diode. Our device has allowed us to trap 10^7 atoms at a temperature of 8 mK.

We have used this cold strontium cloud to study interference effects in multiple scattering. More precisely, we have measured the coherent backscattering cone using light resonant with the $J=0 - J=1$ transition of strontium. The enhancement factor close to 2 obtained in the polarization channel $h \parallel h$ shows that, as opposed to rubidium, the effect of interferences in multiple scattering, which play a crucial role in strong localization, are not reduced in strontium.

In order to achieve a magneto-optical trap on the narrow transition of strontium we have frequency locked a laser at 689 nm to an ultrastable cavity. We have measured a spectral linewidth below 1 kHz which is sufficient for the experiment. Finally, we present a theoretical study of Doppler cooling on a narrow transition.

Mots clés: strontium, piège magnéto-optique, refroidissement laser, diffusion multiple, rétrodiffusion cohérente, laser stabilisé en fréquence, refroidissement Doppler sur transition étroite.