



**HAL**  
open science

# Dynamique des galaxies de type précoce:observations 3D et modélisations

Yannick Copin

► **To cite this version:**

Yannick Copin. Dynamique des galaxies de type précoce:observations 3D et modélisations. Astrophysique [astro-ph]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2000. Français. NNT: . tel-00001338

**HAL Id: tel-00001338**

**<https://theses.hal.science/tel-00001338>**

Submitted on 2 May 2002

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON  
CENTRE DE RECHERCHE ASTRONOMIQUE DE LYON  
en collaboration avec l'OBSERVATOIRE DE LEIDEN (PAYS-BAS)

## THÈSE

présentée pour obtenir le titre de  
Docteur de l'École normale supérieure de Lyon  
— spécialité Physique —

par

M. YANNICK COPIN

---

# DYNAMIQUE DES GALAXIES DE TYPE PRECOCE: OBSERVATIONS 3D ET MODELISATIONS

---

Soutenue publiquement le 15 mai 2000 devant la commission d'examen formée de :

M. Guy MONNET	Président
Mme Françoise COMBES	Rapporteur
M. Daniel PFENNIGER	Rapporteur
M. Roland BACON	Directeur de thèse
M. Tim DE ZEEUW	Membre
M. Roger DAVIES	Membre



DOCIUS CUM LIBRO



◇  
 Cette  
 thèse a été ef-  
 fectuée sous la di-  
 rection de Roland BA-  
 CON, que je remercie sincè-  
 rement pour m'avoir accueilli et  
 guidé pendant ces trois années  
 (et quelques mois...), et pour  
 m'avoir permis de trou-  
 ver ma place dans le  
 projet **SAD-**  
**RON.**  
 ◇

## REMERCIEMENTS

Je re-  
 mercie tous les  
 membres du jury d'avoir  
 accepté d'évaluer et de  
 commenter mon travail de  
 thèse, et tout particulièrement  
 Mme Françoise COMBES et  
 M. Daniel PFENNIGER, qui  
 m'ont fait l'honneur  
 d'en être les rap-  
 porteurs.

Je tiens également à remercier  
 toutes les personnes qui, par leur  
 aide active, ont rendu cette thèse  
 possible *et* agréable: l'équipe TIGRE —  
 Emmanuel & Arlette PÉCONTAL, Éric EM-  
 SELLEM, Gilles ADAM et Pierre FERRUIT (sans  
 parler du « chef ») — pour avoir su  
 développer un cadre de tra-  
 vail aussi efficace que convivial;  
 les autres *Nazgûls*, et plus particu-  
 lièrement « *el fu-*  
*gitivo* » Bryan MIL-  
 LER, pour leur en- thousiasme et leur  
 confiance; Hong- Sheng ZHAO et  
 Nicolas CRET- TON à Leiden  
 pour leur soutien permanent; et tous  
 les autres qui, d'une façon ou d'une autre, ont  
 également apporté leur contribution. Je re-  
 mercie également la Région Rhône-Alpes  
 pour la bourse Eurodoc qu'elle m'a at-  
 tribuée pour mon long séjour à l'ob-  
 servatoire de Leiden (Pays-Bas).

J'adresse un grand  
 merci à tous mes proches,  
 ma famille, mes ami(e)s, pour  
 m'avoir soutenu souvent sans re-  
 tour et pour avoir supporté mes  
 grognements téléphoniques, voire  
 mon silence coupable. Enfin,  
 tout mon amour va à Sylvie,  
 qui a toujours su, même  
 éloignée, être à  
 mes côtés.



I would like to thank Tim  
 DE ZEEUW for his warm  
 welcome in Sterrewacht  
 Leiden (The Netherlands),  
 where a part of this thesis  
 has been completed. I ap-  
 preciated his kindness and  
 his understanding, and it  
 will be a real pleasure for  
 me to have the opportunity  
 to work with him again.



# Table des matières

	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.	Problématique . . . . .	1
1.1.	Géométrie intrinsèque . . . . .	1
1.2.	Cuspides et trous noirs . . . . .	3
1.2.1.	Les trous noirs super-massifs . . . . .	3
1.2.2.	Divergence centrale de la densité . . . . .	3
1.3.	Dichotomie des galaxies . . . . .	5
2.	Le projet <b>SAURON</b> . . . . .	5
3.	Plan de la thèse . . . . .	6
4.	Bibliographie générale . . . . .	7
	Références . . . . .	7
	<b>I Le projet SAURON</b>	<b>9</b>
1.	Cahier des charges . . . . .	9
2.	L'instrument <b>SAURON</b> . . . . .	10
2.1.	La spectrographie intégrale de champ . . . . .	10
2.1.1.	Réflexions générales . . . . .	10
2.1.2.	Les outils de la spectrographie 2D . . . . .	11
2.1.3.	La spectrographie intégrale de champ de type TIGER . . . . .	14
2.2.	Concept optique de <b>SAURON</b> . . . . .	14
2.3.	Réalisation . . . . .	16
2.4.	Caractéristiques techniques . . . . .	18
3.	Échantillon de galaxies . . . . .	19
3.1.	Taille de l'échantillon . . . . .	20
3.2.	Critères de sélection . . . . .	20
3.2.1.	Contraintes techniques . . . . .	20
3.2.2.	Type morphologique . . . . .	21
3.2.3.	Magnitude absolue . . . . .	21
3.2.4.	Amas de galaxies . . . . .	21
3.3.	Échantillon final . . . . .	22
3.4.	Échantillon d'étoiles standards . . . . .	22
	Références . . . . .	24
	<b>II Réduction des données SAURON</b>	<b>27</b>
1.	Prétraitement des poses CCD . . . . .	27
2.	Extraction des spectres et création des cubes . . . . .	28
2.1.	Position des micro-pupilles . . . . .	29
2.1.1.	Détection des micro-pupilles . . . . .	29
2.1.2.	Modélisation de la trame . . . . .	30

2.1.3. Analyse du profil de micro-pupilles . . . . .	31
2.2. Position des crêtes de spectres . . . . .	33
2.3. Création du masque d'extraction . . . . .	36
2.3.1. Création du masque . . . . .	36
2.3.2. Association . . . . .	37
2.3.3. Ajustement du masque . . . . .	38
2.3.4. Décalage du masque . . . . .	38
2.4. Extraction des spectres . . . . .	38
2.4.1. Extraction non-optimale . . . . .	39
2.4.2. Extraction optimale . . . . .	39
2.4.3. Spectre de bruit . . . . .	41
3. Étalonnage des cubes de données . . . . .	42
3.1. Étalonnage en longueur d'onde . . . . .	42
3.2. Champ plat spectro-spatial . . . . .	42
3.2.1. Non-uniformités . . . . .	43
3.2.2. Calcul de la correction $\mathcal{L}$ . . . . .	43
3.3. Élimination des rayons cosmiques . . . . .	44
3.4. Soustraction du ciel . . . . .	45
3.5. Étalonnage en flux . . . . .	45
4. Mosaïquage . . . . .	46
5. Pipeline et base de données . . . . .	47
5.1. Digression . . . . .	47
5.2. PALANTÍR & Co. . . . .	48
Références . . . . .	49

**III Analyse des spectres galactiques 51**

1. Mesure du profil des vitesses . . . . .	52
1.1. Introduction . . . . .	52
1.1.1. Origine du spectre galactique . . . . .	52
1.1.2. Problèmes pratiques de la déconvolution . . . . .	53
1.1.3. Spectre de référence cinématique . . . . .	53
1.2. Méthodes d'extraction du profil des vitesses . . . . .	54
1.2.1. Les moteurs . . . . .	54
1.2.2. Caractérisation du profil des vitesses . . . . .	58
1.3. Mise en œuvre pratique . . . . .	63
1.3.1. Algorithmique . . . . .	63
1.3.2. Tests et estimation des erreurs . . . . .	66
2. Indices de raie . . . . .	71
2.1. Définition des indices de raie . . . . .	73
2.2. Mesure des indices de raie . . . . .	73
2.3. Correction de dispersion . . . . .	75
3. Raies en émission . . . . .	75
Références . . . . .	75

**IV Résultats de spectrographie intégrale de champ 79**

1. Observations du noyau double de M31 par OASIS . . . . .	79
1.1. Introduction . . . . .	79
1.2. Observations OASIS . . . . .	81
1.3. Réduction des données . . . . .	82
1.3.1. Extraction des spectres et calibration . . . . .	82
1.3.2. Estimation de la fonction d'appareil et mosaïquage des cubes . . . . .	83
1.3.3. Extraction du profil des vitesses . . . . .	85

1.4.	Résultats . . . . .	86
1.4.1.	Cartes de la cinématique stellaire . . . . .	86
1.5.	Éléments de discussion . . . . .	89
1.6.	Conclusion . . . . .	90
2.	Observations à grand champ <b>SADRON</b> . . . . .	91
2.1.	Premiers résultats . . . . .	91
2.1.1.	Observations . . . . .	92
2.1.2.	Réduction . . . . .	93
2.1.3.	Cinématique stellaire . . . . .	93
2.1.4.	Indices de raie . . . . .	95
2.1.5.	Cinématique du gaz . . . . .	96
2.2.	Caractérisation des champs de vitesse . . . . .	96
2.2.1.	Introduction . . . . .	96
2.2.2.	Exemples de champ de vitesse . . . . .	97
2.2.3.	Méthodes d'analyse déjà envisagées . . . . .	100
2.2.4.	Une nouvelle caractérisation du champ de vitesse . . . . .	101
2.2.5.	Conclusions et perspectives . . . . .	106
Références	. . . . .	108
<b>V Modélisations dynamiques de NGC 3377</b>		<b>111</b>
1.	Outils de modélisation dynamique . . . . .	111
1.1.	Généralités . . . . .	111
1.1.1.	Équation de Boltzmann sans collision . . . . .	111
1.1.2.	Théorème de Jeans . . . . .	112
1.2.	Modèles de Jeans . . . . .	113
1.2.1.	Équations de Jeans . . . . .	113
1.2.2.	Modèles de Jeans semi-isotropes . . . . .	114
1.3.	Modèles de Schwarzschild . . . . .	114
1.3.1.	Introduction . . . . .	114
1.3.2.	Principe . . . . .	115
1.3.3.	Éléments de discussion . . . . .	116
2.	Modélisation dynamique de NGC 3377 . . . . .	118
2.1.	Introduction . . . . .	118
2.2.	Photométrie et modèle de masse . . . . .	118
2.2.1.	Données photométriques . . . . .	119
2.2.2.	Modélisation MGE . . . . .	120
2.3.	Données cinématiques . . . . .	124
2.3.1.	Données OASIS . . . . .	124
2.3.2.	Comparaisons . . . . .	126
2.3.3.	Signature de triaxialité . . . . .	126
2.4.	Modèle de Jeans à deux intégrales . . . . .	128
2.4.1.	Principe . . . . .	128
2.4.2.	Résultats . . . . .	129
2.4.3.	Conclusions . . . . .	130
2.5.	Modèle de Schwarzschild . . . . .	131
2.5.1.	Mise en œuvre . . . . .	131
2.5.2.	Résultats . . . . .	134
2.6.	Conclusions . . . . .	137
Références	. . . . .	138

<b>VI Éléments de dynamique spectrale</b>		<b>141</b>
1.	Introduction . . . . .	142
2.	Introduction to spectral dynamics . . . . .	143
	2.1. Phase-space structure, action-angle variables and base frequencies . . . . .	143
	2.2. Description of an orbit in angle variables . . . . .	144
3.	Extended formalism . . . . .	145
	3.1. $\varphi$ -inversion . . . . .	145
	3.2. Orbital density . . . . .	146
	3.3. Boundary of the orbit . . . . .	147
	3.4. Orbital distribution function . . . . .	147
	3.5. Line-of-sight velocity distribution . . . . .	148
	3.6. Actions . . . . .	148
4.	2D numerical implementation . . . . .	149
	4.1. Sridhar & Touma potential . . . . .	149
	4.1.1. Spectral analysis and time-dependent expressions . . . . .	149
	4.1.2. $\varphi$ -expressions . . . . .	149
	4.1.3. Density maps and velocity profiles . . . . .	151
	4.2. Logarithmic potential . . . . .	153
	4.2.1. Density maps and velocity profiles . . . . .	153
	4.2.2. Surface of section and action space . . . . .	154
	4.3. Numerical discussion . . . . .	155
5.	Axisymmetric potentials . . . . .	156
	5.1. Spatial density . . . . .	158
	5.2. Projected intensity . . . . .	158
	5.3. Line-of-sight velocity distribution . . . . .	159
6.	Conclusions . . . . .	161
	References . . . . .	162
<b>Conclusions &amp; perspectives</b>		<b>165</b>
	Références . . . . .	168
<b>Annexes</b>		<b>171</b>
A.	Polynômes de Gauss-Hermite . . . . .	171
B.	Sridhar & Touma potential . . . . .	171
	B.1. Definition . . . . .	172
	B.2. Boundaries . . . . .	172
	B.3. Density . . . . .	172
	Références . . . . .	173
<b>Index</b>		<b>175</b>

# Table des figures

1	Taxinomie des galaxies elliptiques . . . . .	2
2	Démographie des trous noirs super-massifs . . . . .	4
3	Profils de luminosité des galaxies elliptiques . . . . .	5
I.1	Schéma optique de SAURON . . . . .	15
I.2	Poses typiques du mode LR de SAURON . . . . .	16
I.3	SAURON sur le WHT . . . . .	17
I.4	Plans ( $M_B, \epsilon$ ) de l'échantillon de galaxies SAURON . . . . .	23
II.1	Profil intégré de la pupille géométrique . . . . .	32
II.2	Profil des micro-pupilles . . . . .	33
II.3	Carte des dispersions de $\mathcal{F}_i^*$ . . . . .	34
II.4	Ajustement du profil de cross-dispersion de la pose de continu . . . . .	35
II.5	Position de la crête des spectres . . . . .	35
II.6	Ajustement du masque d'extraction . . . . .	37
II.7	Extraction des spectres . . . . .	40
II.8	Influence de l'extraction optimale . . . . .	41
II.9	Spectres d'étalonnage (Néon et Tungstène) . . . . .	43
II.10	Schéma de principe du pipeline PALANTÏR . . . . .	48
III.1	Effet de l'inadéquation de la référence cinématique . . . . .	54
III.2	Profils de Gauss-Hermite . . . . .	61
III.3	Organigramme des méthodes d'extraction du profil des vitesses . . . . .	64
III.4	Spectre de puissance et filtres de Wiener . . . . .	65
III.5	Spectre synthétique de galaxie . . . . .	66
III.6	Extraction d'un profil des vitesses non-gaussien . . . . .	67
III.7	SAURON : estimation des erreurs sur $V$ et $\sigma$ (cas d'une gaussienne) . . . . .	68
III.8	SAURON : estimation des erreurs sur $V$ et $\sigma$ (cas d'une fonction de Gauss-Hermite) . . . . .	68
III.9	Modèle d'erreur de $V$ et $\sigma$ . . . . .	69
III.10	SAURON : estimation des erreurs sur $h_3$ et $h_4$ (cas d'une gaussienne) . . . . .	70
III.11	SAURON : estimation des erreurs sur $h_3$ et $h_4$ (cas d'une fonction de Gauss-Hermite) . . . . .	70
III.12	OASIS : estimations des erreurs sur $V, \sigma, h_3$ et $h_4$ . . . . .	72
III.13	Mise en évidence des raies en émission . . . . .	76
IV.1	Noyau double de M31 . . . . .	80
IV.2	Ajustement de la FEP pour la pose OASIS n° 6. . . . .	84
IV.3	FEP estimées pour les 9 poses OASIS . . . . .	84
IV.4	Cartes OASIS de la cinématique stellaire, pose M2 . . . . .	86
IV.5	Cartes OASIS de la cinématique stellaire, pose M8 . . . . .	87

*Table des figures*

---

IV.6	Profils cinématiques le long du grand axe cinématique . . . . .	87
IV.7	Comparaison des données OASIS et KORMENDY & BENDER 1999 . . . . .	88
IV.8	Ajustement du profil des vitesses OASIS . . . . .	88
IV.9	Cartes de la cinématique stellaire de NGC 3377 . . . . .	94
IV.10	Exemples de cartes cinématiques SAURON . . . . .	94
IV.11	Cartes d'indices de raies de NGC 3377 . . . . .	95
IV.12	Cartes de la cinématique du gaz de NGC 3377 . . . . .	96
IV.13	Exemples de champs de vitesse simples . . . . .	99
IV.14	Exemples de champs de vitesse de galaxies triaxiales . . . . .	99
IV.15	Profils azimutaux intégrés des vitesses de NGC 3379, NGC 3377 et NGC 2549 . . . . .	104
IV.16	Décomposition en série de Fourier d'un profil azimutal des vitesses de NGC 3377 . . . . .	104
IV.17	Profil radial des coefficients de Fourier de NGC 3377 . . . . .	105
IV.18	Champ de vitesse reconstruit de NGC 3377 . . . . .	106
IV.19	Profils comparés des coefficients de Fourier de NGC 3379, NGC 3377 et NGC 2549 . . . . .	107
V.1	Organigramme de la méthode de Schwarzschild étendue . . . . .	116
V.2	Modèle photométrique MGE de NGC 3377 . . . . .	122
V.3	Bandes de poussière au cœur de NGC 3377 . . . . .	123
V.4	FEP finale OASIS de NGC 3377 . . . . .	125
V.5	Cartes OASIS de la cinématique stellaire de NGC 3377 . . . . .	126
V.6	Comparaison données cinématiques SAURON– littérature . . . . .	127
V.7	Comparaison données cinématiques OASIS– littérature . . . . .	127
V.8	Modèle de Jeans de NGC 3377 : second moment $\mu_2$ . . . . .	130
V.9	Modèle de Jeans de NGC 3377 : cartes de la cinématique . . . . .	131
V.10	Modèle de Schwarzschild de NGC 3377 : axes principaux . . . . .	135
V.11	Modèle de Schwarzschild de NGC 3377 : cartes de la cinématique . . . . .	136
V.12	Structure orbitale de NGC 3377 . . . . .	136
VI.1	A regular open orbit spiraling on its invariant torus . . . . .	144
VI.2	Fourier spectra for the test orbit . . . . .	150
VI.3	Comparison between numerical integration and spectral expansion of an orbit . . . . .	150
VI.4	Contours of $x(\varphi)$ and $y(\varphi)$ for the test orbit . . . . .	151
VI.5	Comparison between densities computed from Stäckel expression and spectral theory . . . . .	152
VI.6	Position-velocity diagram computed from Stäckel expression and spectral theory . . . . .	152
VI.7	Integrated box and loop orbits and spectral densities . . . . .	153
VI.8	Position-velocity diagrams for box and loop orbits computed from spectral theory . . . . .	154
VI.9	Surface of section . . . . .	155
VI.10	Action space . . . . .	156
VI.11	Comparison between the spectral density and the 'bucket' densities (box orbit) . . . . .	156
VI.12	Comparison between the spectral density and the 'bucket' densities (loop orbit) . . . . .	157
VI.13	Computation efficiency comparison . . . . .	157
VI.14	Meridional plane integration and spectral density . . . . .	158
VI.15	Elements of geometry . . . . .	159
VI.16	3D axisymmetric sky densities . . . . .	160
VI.17	Elements of geometry (velocities) . . . . .	160
VI.18	3D axisymmetric position-velocity diagram . . . . .	161
1	Observations SAURON de NGC 4365 . . . . .	168

# Liste des tableaux

1	Recensement des trous noirs super-massifs . . . . .	4
I.1	Quelques spectrographes intégraux de champ dans le monde . . . . .	13
I.2	Spécifications techniques de SAURON. . . . .	19
I.3	Échantillon SAURON. . . . .	22
III.1	Moteurs d'extraction du profil des vitesses . . . . .	55
III.2	Définition des indices de raie Lick/IDS . . . . .	74
III.3	Définition des indices de raie en émission . . . . .	76
IV.1	Configuration instrumentale pour les observations OASIS de M31 . . . . .	82
IV.2	Journal des observations OASIS du noyau de M31 . . . . .	82
IV.3	Caractéristiques des deux poses mosaïquées . . . . .	85
IV.4	Galaxies observées lors de la mission de février 1999 . . . . .	92
IV.5	Coefficients de Fourier intégrés de NGC 3379, NGC 3377 et NGC 2549 . . . . .	106
V.1	Modèle MGE de NGC 3377 . . . . .	122
V.2	Configuration instrumentale pour les observations OASIS de NGC 3377 . . . . .	124



# Introduction générale

**Q**UE SAVONS-NOUS DES GALAXIES ELLIPTIQUES? Pas grand chose semble-t-il, puisque beaucoup de questions essentielles les concernant restent en suspens : quelle est leur forme intrinsèque? quelle est leur masse? abritent-elles des trous noirs en leur cœur? quelle est l'origine des corrélations observées entre certaines caractéristiques *a priori* indépendantes? etc. La question fondamentale, à laquelle toutes les recherches dans le domaine se réfèrent finalement, concerne bien *la formation et l'évolution* de ces galaxies, et plus généralement de toutes les catégories de galaxies.

Il peut paraître surprenant au premier abord que si peu soit connu de ces objets, qui constituent, selon l'environnement, de 10 à 40 % des galaxies observées. Il faut pourtant se souvenir que, d'une part la nature réelle des galaxies n'a été comprise qu'à partir des années 20, et d'autre part, les galaxies elliptiques ont longtemps été déconsidérées, car jugées excessivement simples et donc *a priori* bien comprises. Or, ce n'est que dans les années 70 que l'on a enfin pris conscience de toute la richesse de ces objets, dont la structure est loin d'être aussi évidente que prévue. Depuis lors, les données s'accumulent, les astronomes travaillent dur, et pourtant le mystère semble s'épaissir sans cesse.

## 1. Problématique

Même dans le cadre restreint de l'étude de la dynamique des galaxies de type précoce<sup>a</sup>, les points restant à éclaircir demeurent extrêmement nombreux. Ils peuvent être regroupés en trois grandes catégories :

- les questions concernant la structure à grande échelle de ces galaxies : géométrie intrinsèque, présence d'un halo de matière sombre, etc.
- les problèmes spécifiques aux parties les plus centrales : influence dynamique d'un pic de densité central, présence d'un trou noir super-massif, etc.
- les relations d'ensemble entre les différentes grandeurs caractéristiques : origine du « plan fondamental », dichotomie des galaxies elliptiques, etc.

Tous ces points constituent un sujet tellement vaste qu'il n'est certainement pas possible de les aborder, même succinctement, dans le contexte de cette introduction générale, et je réfère pour cela à la bibliographie donnée au § 4. Je n'aborde ici que quelques considérations justifiant plus particulièrement le travail de cette thèse.

### 1.1. GÉOMÉTRIE INTRINSÈQUE

Les galaxies elliptiques se présentent, comme leur nom l'indique, comme des ellipses, et sont traditionnellement classées selon leur aplatissement *apparent*  $q' \hat{=} b'/a'$ ,  $a'$  et  $b'$  désignant respectivement les grand et petit axes moyens de ces ellipses. Ainsi, la classification de Hubble les désigne

---

<sup>a</sup> Conformément à l'usage courant, le terme « galaxies de type précoce » englobe non seulement les galaxies elliptiques et les lenticulaires, mais également les bulbes des galaxies spirales de type Sa et Sb, même s'il n'est pas évident que cette catégorie regroupe des galaxies effectivement semblables dans leurs propriétés ou leurs origines.

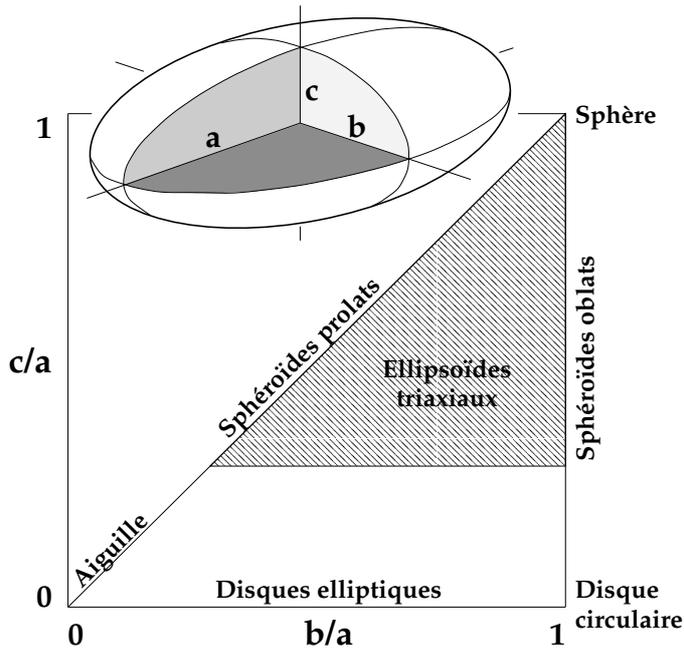


FIG. 1: Taxinomie des galaxies elliptiques, en fonction des rapports d'axes  $b/a$  et  $c/a$  du cas triaxial général (en haut), pour lequel on a toujours, par définition,  $a \geq b \geq c$ . Puisque l'on observe pas de galaxies plus aplaties que 0,7, seule la zone hachurée peut effectivement être peuplée.

par «  $En$  », où l'entier  $n = 10(1 - q')$ . P.ex., la galaxie NGC 3379, classée E1, apparaît pratiquement circulaire ( $q' \sim 0,9$ ), tandis que la galaxie NGC 3377, classée E5, est plus allongée ( $q' \sim 0,5$ ). Il est à noter qu'il n'existe pratiquement aucune galaxie plus aplatie que E6.

Cependant, cette classification historique est maintenant connue pour refléter au moins tout autant l'angle sous lequel est vue la galaxie que sa géométrie intrinsèque (voir Chap. IV, § 2.2.5., p. 106). Par ailleurs, le mécanisme d'aplatissement par rotation d'ensemble initialement suggéré — selon lequel les galaxies devaient avoir une forme de galette — a été mis à mal par l'observation dans les années 70 que beaucoup d'elliptiques — pourtant non-circulaires — ne tournaient pas ou insuffisamment pour valider cette hypothèse. Malheureusement, l'explication alternative de l'aplatissement des galaxies, qui fait intervenir l'anisotropie de la dispersion des vitesses, ne prédit rien *a priori* sur leur géométrie propre.

De fait, la forme *réelle* des galaxies elliptiques reste inconnue. Les géométries intrinsèques compatibles avec les formes elliptiques observées sont généralement reconnues être au nombre de trois (Fig. 1) :

- le sphéroïde aplati, c.-à-d. en forme de galette (« *oblat* » est l'anglicisme consacré, que j'emploierai donc par la suite),
- le sphéroïde allongé, c.-à-d. en forme de cigare (« *prolat* »),
- l'ellipsoïde triaxial, de forme intermédiaire et donc de symétrie moindre.

La convention pour un ellipsoïde galactique est de désigner les longueurs du grand axe, de l'axe intermédiaire et du petit axe par  $a$ ,  $b$  et  $c$  respectivement, de sorte que  $a \geq b \geq c$ . En définissant la *triaxialité* d'une galaxie de rapport d'axe 1 :  $b/a$  :  $c/a$  par  $T \hat{=} (a^2 - b^2)/(a^2 - c^2)$  — on a  $T = 0$  pour les galaxies oblates et  $T = 1$  pour les galaxies prolates — les galaxies de type précoce constituent une population à (au moins) deux paramètres géométriques, l'aplatissement réel  $q_{\text{réel}} \hat{=} c/a$  et de la triaxialité  $T$ .

Après de multiples études tentant de déterminer la distribution de  $(q_{\text{réel}}, T)$  à partir de la seule distribution observée de  $q'$ , et devant l'impossibilité de relier efficacement d'autres signatures morphologiques de triaxialité — p.ex. la rotation du grand axe des isophotes (« *isophote twist* ») — il apparaît maintenant évident que le problème de la géométrie intrinsèque des galaxies de type précoce ne peut pas être abordé uniquement à l'aide de leur analyse photométrique : dans ce domaine, *l'information cinématique est indispensable* (voir Chap. IV, § 2.2.1., p. 96).

Cependant, le demi-échec de l'approche de FRANX *et al.* (1991) — ces auteurs, utilisant des don-

nées cinématiques le long des grand et petit axes photométriques, ne parviennent pas à contraindre efficacement la géométrie intrinsèque de l'échantillon de galaxies observées — montre que cette information supplémentaire, *si elle se limite aux axes principaux de la galaxie*, n'est pas encore suffisante pour lever l'indétermination. Par ailleurs, s'ajoute aux difficultés liées aux effets de projection une particularité du cas triaxial : dans cette configuration, le moment cinétique intrinsèque de la galaxie n'est pas nécessairement aligné avec l'axe majeur (cas prolat) ou mineur (cas oblat) de l'ellipsoïde (« *intrinsic misalignment* »), et sa direction dans le plan grand axe–petit axe représente une nouvelle inconnue.

Le problème excessivement complexe de la géométrie intrinsèque des galaxies de type précoce reste donc à l'heure actuelle très largement non-résolu, et il est maintenant reconnu qu'il peut difficilement être traité avec les méthodes classiques de l'observation (imagerie et spectrographie à longue fente).

## 1.2. CUSPIDES ET TROUS NOIRS

Le problème de la géométrie intrinsèque moyenne des galaxies de type précoce concerne l'ensemble de la galaxie. Mais les parties les plus centrales de ces galaxies ne sont pas sans poser également un certain nombre de questions, dont celles concernant la présence, l'origine et l'influence des structures nucléaires telles que les trous noirs super-massifs et les divergences de densité.

### 1.2.1. Les trous noirs super-massifs

La « chasse au trou noir » est une pratique relativement récente. Elle ne suscite pourtant plus tout à fait la même effervescence qu'il y a quelques années, car la situation est maintenant largement admise : la plupart des galaxies elliptiques abritent en leur sein une masse ponctuelle, très probablement un trou noir super-massif (TNS), d'une masse typique de  $10^{6-9} M_{\odot}$ . Les observations se multiplient en ce sens (Table 1), et les arguments physiques en faveur de leur présence sont nombreux.

La question porte maintenant d'avantage sur la démographie de ces trous noirs que sur leur présence. Plusieurs relations entre la masse du trou noir et la masse de la galaxie hôte, ou du bulbe de la cas d'une galaxie composite, ont été proposées (Fig. 2), mais les données fiables sont encore en nombre insuffisant pour pouvoir conclure, d'autant plus que la dispersion autour de ces relations est très grande. Par ailleurs, il existe un biais observationnel fort limitant la détection des « petits » trous noirs dans les galaxies les plus lumineuses (zone en bas à droite de la Fig. 2).

### 1.2.2. Divergence centrale de la densité

Les observations à haute résolution angulaire permises par Hubble Space Telescope (HST) ont permis de mettre en évidence que le profil de luminosité  $\Sigma(R)$  des galaxies —  $R$  étant la distance au centre dans le plan du ciel — est, dans la très grande majorité des cas, *divergente* au centre :  $\Sigma(R) \propto R^{-\gamma}$  ( $R \rightarrow 0$ ), avec  $\gamma > 0$ . De plus, il existe une dichotomie apparente des galaxies de type précoce (Fig. 3) :

- les galaxies à cuspide (« *cuspy* »), pour lesquelles  $\gamma \gtrsim 0,5$ ,
- les galaxies à cœur (« *core* »), avec  $\gamma \leq 0,3$ .

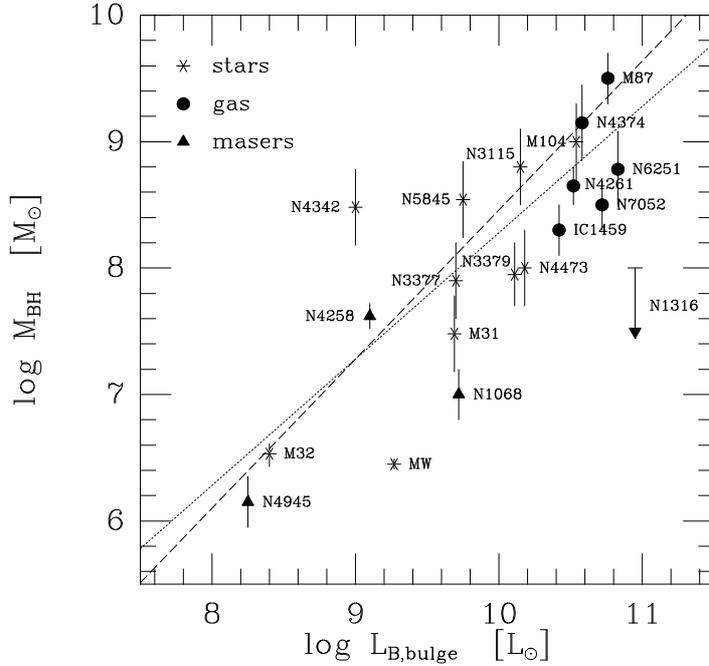
La classification en deux catégories se justifie par le fait que la répartition des galaxies semble effectivement bimodale, très peu d'objet ayant des propriétés intermédiaires.

Il est important de noter qu'une divergence du profil de luminosité  $\Sigma(R)$  dans le plan du ciel correspond en fait à une divergence encore plus forte du profil de densité intrinsèque  $\rho(r)$ ,  $r$  étant cette fois-ci la distance réelle, c.-à-d. non projetée, au centre de la galaxie. On estime ainsi que  $\rho(r) \propto r^{-1,9}$  ( $r \rightarrow 0$ ) pour les galaxies à cuspidés, et  $\rho(r) \propto r^{-0,8}$  pour les galaxies à cœur.

L'influence dynamique de ces singularités nucléaires — TNS et divergence de la densité — sur la dynamique de la galaxie est encore mal connue. Si beaucoup d'arguments laissent penser que les galaxies de type précoce sont triaxiales, des études suggèrent que la triaxialité ne peut être maintenue en présence de ces singularités, et qu'elle évolue vers des géométries de plus grande symétrie

TAB. 1 – Recensement des trous noirs super-massifs (voir <http://chandra.as.utexas.edu/~kormendy/bhsearch.html> pour mise à jour et références).

Galaxie	Type	Distance [Mpc]	$M_B$ (bulbe)	$M_\bullet$ [ $M_\odot$ ]	$\log\left(\frac{M_\bullet}{M_{\text{bulbe}}}\right)$
<b>Dynamique stellaire</b>					
Voie Lactée	Sbc	0,0085	-17,7	$2,6 \cdot 10^6$	-3,664
NGC 221 (M32)	E2	0,7	-15,51	$3,4 \cdot 10^6$	-2,274
NGC 224 (M31)	Sb	0,7	-18,82	$3 \cdot 10^7$	-3,309
NGC 3115	S0	8,4	-19,90	$1 \cdot 10^9$	-1,915
NGC 4594 (M104)	Sa	9,2	-21,21	$1 \cdot 10^9$	-2,689
NGC 3377	E5	9,9	-18,80	$8 \cdot 10^7$	-2,243
NGC 3379 (M105)	E1	9,9	-19,79	$9,5 \cdot 10^7$	-2,959
NGC 4342 (IC 3256)	S0	15,3	-17,04	$3,0 \cdot 10^8$	-1,642
NGC 4486B	E1	15,3	-16,66	$5,7 \cdot 10^8$	-1,03
<b>Dynamique gazeuse</b>					
NGC 4374 (M84)	E1	15,3	-20,96	$1,35 \cdot 10^9$	-2,531
NGC 4486 (M87)	E0	15,3	-21,42	$3 \cdot 10^9$	-2,318
NGC 4261	E2	28,8	-20,89	$4,7 \cdot 10^8$	-2,918
NGC 7052	E4	58,7	-21,31	$3,3 \cdot 10^8$	-3,309
NGC 6251	E2	106	-21,81	$6,0 \cdot 10^8$	-3,175
<b>MASERS</b>					
NGC 4945	Scd	3,7	-15,1	$1,4 \cdot 10^6$	—
NGC 4258 (M106)	Sbc	7,5	-17,28	$4,1 \cdot 10^7$	-2,051
NGC 1068 (M77)	Sb	15,0	-18,82	$1,0 \cdot 10^7$	—
<b>Non-détection</b>					
NGC 205	Sph	0,72	-9,02	$< 9 \cdot 10^4$	—
NGC 598 (M33)	Scd	0,795	-10,21	$< 5 \cdot 10^4$	—


 FIG. 2: Masse  $M_{\text{BH}}$  du TNS en fonction de la luminosité absolue  $L_B$  de la galaxie hôte ou de son bulbe (DE ZEEUW, communication privée, RICHSTONE et al. 1998). La masse du TNS a été déterminée à partir de la dynamique stellaire (étoiles), de la dynamique gazeuse (cercles) et de l'étude des MASERS (triangles). Le trait plein correspond à une corrélation suggérée à partir de modèles axisymétrique  $f(E, L_z)$  (MAGORRIAN et al. 1998), et le trait tireté à celle établie à partir d'un modèle de croissance adiabatique du trou noir (VAN DER MAREL 1999).

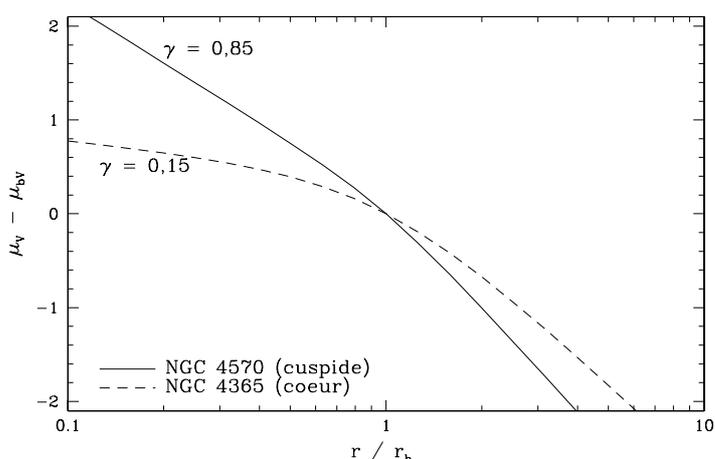


FIG. 3: Profils de luminosité des galaxies NGC 4570 (trait plein) et NGC 4365 (tirets). En écrivant la brillance de surface sous la forme  $\Sigma(R) \propto R^{-\gamma}$  ( $R \rightarrow 0$ ), on distingue les galaxies à cœur, avec  $\gamma \leq 0,3$ , des galaxies à cuspide, avec  $\gamma \gtrsim 0,5$  (FABER et al. 1997).

(p.ex. MERRITT & QUINLAN 1998). Cette contradiction conduit directement à la conclusion, dramatique pour le dynamicien, qui voit là une de ses hypothèses fondamentales s’effondrer : les galaxies elliptiques *ne sont probablement pas* des systèmes stationnaires, au moins sur des échelles de temps comparables au temps de Hubble.

### 1.3. DICHOTOMIE DES GALAXIES

Plusieurs corrélations globales reliant certains paramètres caractéristiques des galaxies de type précoce sont bien établies, à défaut d’être bien comprises (plan fondamental des galaxies, reliant la dispersion des vitesses, la brillance de surface et le rayon effectif, ou relation  $M_B - \sigma$ , entre la dispersion des vitesses et les populations stellaires, etc.). Mais au delà de ces corrélations apparaît une véritable dichotomie des galaxies :

- Les galaxies les plus brillantes, typiquement  $M_V \lesssim -22$ , sont majoritairement des galaxies à cœur, et présentent souvent des isophotes « boîtes » (voir Chap. IV, § 2.2.5., p. 106) ; elles tournent faiblement et sont supportées par des distributions de vitesse stellaire anisotropes, ce qui laisse présager de leur forme triaxiale. Enfin, elles sont généralement plus rouges, et plus riches en métaux.
- *A contrario*, les galaxies intrinsèquement moins lumineuses, avec  $M_B \gtrsim -20,5$ , possèdent des cuspidés et des isophotes « disques », et leur rotation relativement rapide laissent supposer une morphologie axisymétrique. Par ailleurs, elles sont également plus bleues et de métallicité moindre.

Cette dichotomie apparente de la population des galaxies elliptiques, liée au fait que le caractère boîte/disque des isophotes est une grandeur relativement facile à mesurer, est à l’origine de la proposition de révision de la traditionnelle séquence de Hubble par KORMENDY & BENDER (1996).

La question demeure cependant de savoir si ces deux catégories sont effectivement strictement distinctes — car issues de mécanismes de formation fondamentalement différents (p.ex. formation hiérarchique ou effondrement primordial) — ou s’il existe plutôt une transition continue entre ces deux cas extrêmes — signe d’une certaine homogénéité dans les processus initiaux. La question n’est pas encore tranchée, mais nul doute que la réponse apportera un éclairage nouveau sur les mécanismes de formation et d’évolution des galaxies.

## 2. Le projet SAURON

Après avoir identifié les multiples questions que posent les galaxies de type précoce, des besoins observationnels particuliers sont nécessaires pour tenter d’apporter des éléments de réponse :

- la nécessité d’une approche *intégrale*, dans le sens de la spectrographie intégrale de champ,

est fondamentale. L'étude des signatures de la triaxialité, des cœurs cinématiquement découplés, des structures complexes ne peut se contenter des limitations de la spectrographie à fente longue ;

- les problèmes des galaxies elliptiques se posent à des échelles très différentes : l'approche observationnelle doit donc être *multi-échelle*, c.-à-d. à la fois à haute résolution spatiale et à plus grand champ ;
- outre l'analyse prépondérante de la cinématique stellaire nécessaire à la compréhension de ces objets, l'étude des populations stellaires et de la cinématique du gaz peut apporter des contraintes tout à fait spécifiques.

Mais alors que de nombreux moyens d'observations — observations HST, spectrographie intégrale de champ à haute résolution angulaire (p.ex. OASIS, voir Chap. I), spectrographie à fente longue, approche multi-longueurs d'onde (X, IR, radio, etc.), etc. — permettent d'aborder certains des problèmes évoqués, aucun instrument ne donnait accès à la spectrographie intégrale à *grand champ*, pourtant cruciale. C'est pourquoi trois instituts — le CRAL – Observatoire de Lyon (R. BACON), l'Observatoire de Leiden, Pays-Bas (P.T. DE ZEEUW), et le Département de physique de l'Université de Durham, Grande-Bretagne (R.L. DAVIES) — ont constitué, fin 1996, le consortium SAURON (pour *Spectrographic Areal Unit for Research on Optical Nebulae*)<sup>b</sup>. Ce consortium a pour but le développement, la mise en œuvre et l'exploitation, au cours d'un projet à moyen-terme, du spectrographe intégral de champ SAURON, installé sur le télescope William Herschel (WHT) de 4,20 m de La Palma (ING, Canaries).

La réussite du projet SAURON dépend directement de la réalisation de différentes étapes :

- d'abord la *mise en œuvre* du spectrographe intégral de champ SAURON, spécialement conçu pour répondre au projet scientifique visé ;
- la sélection stricte et l'observation d'un échantillon *représentatif* de galaxies de type précoce ;
- d'un point de vue plus technique, le besoin impérieux d'une réduction et d'une analyse *homogènes* des données, permettant une comparaison directe des résultats obtenus ;
- la nécessité d'une interprétation des observations dans un cadre théorique commun : au-delà d'une collection disparate d'objets individuels, l'échantillon observé et son analyse globale permettront d'acquérir une vision d'ensemble des galaxies de type précoce.

### 3. Plan de la thèse

La présente thèse s'inscrit directement dans le cadre du projet SAURON et de son application à l'étude de la dynamique des galaxies de type précoce. Elle m'a donné l'occasion d'aborder des domaines aussi variés que l'instrumentation, la réduction des données, la modélisation dynamique et des travaux plus théoriques. *In fine*, ce manuscrit se compose de six chapitres, suivant une graduation que j'ai voulu « du plus concret au plus abstrait ».

Le premier d'entre eux (p. 9) est l'occasion de présenter dans le détail le projet SAURON, non seulement dans son aspect purement instrumental, avec la description du spectrographe intégral grand champ spécifiquement conçu à l'Observatoire de Lyon, mais aussi dans ses aspects scientifiques, en décrivant en particulier la construction de l'échantillon de  $\sim 70$  galaxies sélectionnées pour être observées avec cet instrument.

Le second chapitre (p. 27) détaille les méthodes de réduction des données des spectrographes intégraux de champ de type TIGER, illustrées dans le cas SAURON. Ces instruments intrinsèquement 3D, c.-à-d. associant les qualités d'un imageur et les performances d'un spectrographe, fournissent des données relativement complexes, dont le traitement nécessite une attention toute particulière.

Dans un troisième chapitre (p. 51), je décris comment l'information physique pertinente peut en pratique être extraite des spectres galactiques observés. Je m'attarde plus spécialement sur les

---

<sup>b</sup> En référence au Maître des ténèbres et du « *one ring to bind them all* » du « Seigneur des anneaux » de TOLKIEN (1972).

méthodes de détermination de la distribution des vitesses le long de la ligne de vue, élément clé dans l'étude de la dynamique des galaxies.

Les outils nécessaires ayant été décrits dans les chapitres précédents, le quatrième chapitre (p. 79) présente deux applications de la SIC appliquée à la dynamique des galaxies de type précoce, d'une part les observations à haute résolution spatiale du double noyau de la galaxie M31 avec OASIS (p. 79), et d'autre part quelques résultats préliminaires issus des observations SAURON (p. 91). Ces derniers sont l'occasion de proposer et de tester une nouvelle caractérisation des champs de vitesse galactiques.

Le cinquième chapitre (p. 111) aborde les méthodes de modélisation dynamique des galaxies elliptiques, et plus particulièrement la méthode de superposition d'orbites de Schwarzschild. Cette méthode a été appliquée à l'étude de la galaxie NGC 3377, avec pour la première fois des contraintes cinématiques recouvrant l'ensemble de la galaxie, à la fois à haute résolution spatiale (observations OASIS) et à grand champ (observations SAURON).

Enfin, le sixième et dernier chapitre (p. 141) présente un travail plus théorique concernant l'analyse des orbites régulières par reconstruction et projection de leur tore orbital. La méthode décrite permet un gain en précision considérable dans la connaissance des propriétés dynamiques des orbites, éléments clé de la modélisation de Schwarzschild.

Puisque les sujets abordés au cours de cette thèse sont relativement distincts les uns des autres, les références bibliographiques appropriées sont regroupées à la fin de chaque chapitre.

## 4. Bibliographie générale

Les livres de référence dans le domaine de l'étude des galaxies, y compris évidemment des galaxies elliptiques, sont le tout récent « *Galactic Astronomy* » de BINNEY & MERRIFIELD (1998) (la version précédente de MIHALAS & BINNEY (1981) semble épuisée) pour les aspects généraux et observationnels, le fameux « *Galactic Dynamics* » de BINNEY & TREMAINE (1987), pour les aspects plus théoriques, et le « *Galaxies et cosmologie* » de COMBES *et al.* (1991), référence en langue française. Des cours d'écoles internationales d'astrophysique, de diffusion malheureusement plus restreinte, abordent également le sujet, p.ex. GERHARD (1994) et les différents articles de MUÑOZ-TUÑÓN & SÁNCHEZ (1994).

Il existe par ailleurs de nombreux articles de revue, les plus récents et facilement accessibles étant KORMENDY & DJORGOVSKI (1989) pour la photométrie de surface et la structure des galaxies elliptiques, CAPACCIOLI & LONGO (1994) pour les propriétés cinématiques des galaxies de type précoce, KORMENDY & RICHSTONE (1995) pour la recherche des trous noirs super-massifs dans les noyaux de galaxies, DE ZEEUW & FRANX (1991) pour la structure et la dynamique des galaxies elliptiques, et MERRITT (1999) pour une approche plus théorique de la dynamique de ces galaxies.

## Références

- BINNEY, J. & MERRIFIELD, M., 1998; *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press
- BINNEY, J. & TREMAINE, S., 1987; *Galactic Dynamics*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press. BT87
- CAPACCIOLI, M. & LONGO, G., 1994; *Kinematical Properties of Early-Type Galaxies*. A&AR, 5, 293
- COMBES, F., BOISSÉ, P., MAZURE, A. & BLANCHARD, A., 1991; *Astrophysique: Galaxies et cosmologie*. Savoirs Actuels. InterÉdition et Éd. du CNRS, Paris
- DE ZEEUW, T. & FRANX, M., 1991; *Structure and dynamics of elliptical galaxies*. ARA&A, 29, 239
- FABER, S. M., TREMAINE, S., AJHAR, E. A., BYUN, Y. I., DRESSLER, A., GEBHARDT, K., GRILLMAIR, C., KORMENDY, J., LAUER, T. R. & RICHSTONE, D., 1997; *The Centers of Early-Type Galaxies with HST.IV.Central Parameters*. AJ, 114, 1771
- FRANX, M., ILLINGWORTH, G. & DE ZEEUW, T., 1991; *The ordered nature of elliptical galaxies - Implications for their intrinsic angular momenta and shapes*. ApJ, 383, 112

## Références

---

- GERHARD, O. E., 1994; *Galactic Dynamics and N-body Simulations*, tm. 433 de *Lecture Notes in Physics*, chap. Elliptical Galaxies. Springer-Verlag, New York, Contopoulos, G. and Spyrou, N. K. and Vlahos, L. édn., pp. 191–274
- KORMENDY, J. & BENDER, R., 1996; *A proposed Revision of the Hubble Sequence for Elliptical Galaxies*. ApJ, **464**, L119
- KORMENDY, J. & DJORGOVSKI, S., 1989; *Surface Photometry and the Structure of Elliptical Galaxies*. ARA&A, **27**, 235
- KORMENDY, J. & RICHSTONE, D., 1995; *Inward Bound – The Search for Supermassive Black Holes in Galactic Nuclei*. ARA&A, **33**, 581
- MAGORRIAN, J., TREMAINE, S., RICHSTONE, D., BENDER, R., BOWER, G., DRESSLER, A., FABER, S. M., GEBHARDT, K., GREEN, R., GRILLMAIR, C., KORMENDY, J. & LAUER, T., 1998; *The Demography of Massive Dark Objects in Galaxy Centers*. AJ, **115**, 2285
- MERRITT, D., 1999; *Elliptical Galaxy Dynamics*. PASP, **111**, 129
- MERRITT, D. & QUINLAN, G. D., 1998; *Dynamical Evolution of Elliptical Galaxies with Central Singularities*. ApJ, **498**, 625
- MIHALAS, D. & BINNEY, J., 1981; *Galactic Astronomy – Structure and Kinematics*. W.H. Freeman & Co., New York, 2nd édn.
- MUÑOZ-TUÑÓN, C. & SÁNCHEZ, F. (réds.), 1994; *The Formation and Evolution of Galaxies*. Cambridge University Press. V Canary Islands Winter School of Astrophysics
- RICHSTONE, D., AJHAR, E. A., BENDER, R., BOWER, G., DRESSLER, A., FABER, S. M., FILIPPENKO, A. V., GEBHARDT, K., GREEN, R., HO, L. C., KORMENDY, J., LAUER, T. R., MAGORRIAN, J. & TREMAINE, S., 1998; *Supermassive black holes and the evolution of galaxies*. Nat, **395**, A14
- TOLKIEN, J. R. R., 1972; *Le Seigneur des Anneaux*. Presses Pocket, Paris, Bourgeois édn.
- VAN DER MAREL, R. P., 1999; *The Black-Hole Mass Distribution in Early-Type Galaxies: Cusps in Hubble Space Telescope Photometry Interpreted Through Adiabatic Black-Hole Growth*. AJ, **117**, 744

## CHAPITRE PREMIER

# Le projet SAURON

LA RÉUSSITE DU PROJET SAURON, ou de tout autre projet de ce type, ne peut se résumer pas à une réussite instrumentale ou observationnelle. Cependant, il est évident que ces aspects demeurent des conditions *sine qua non*, et constituent de fait une étape cruciale. Il semble donc logique de commencer cette thèse par la description de ces deux aspects fondamentaux — instrumentation et stratégie observationnelle — replacés dans le contexte des objectifs scientifiques que le projet s’est fixé. Dans un premier temps, j’aborde la description du nouveau spectrographe intégral de champ SAURON, développé à l’Observatoire de Lyon. J’expose ensuite de façon détaillée la construction de l’échantillon de galaxies de type précoce destinées à être observées avec cet instrument.

Les descriptions de la réduction spécifique des données de type SAURON, de l’analyse générique des spectres galactiques et des méthodes de modélisation sont reportées à des chapitres ultérieurs (respectivement les chapitres II, III et V de cette thèse).

## 1. Cahier des charges

Afin d’aborder les questions générales relatives à la formation et l’évolution des galaxies de type précoce, des besoins observationnels précis ont été dégagés dans le cadre d’un projet à moyen terme (voir Introduction générale, p. 5) :

- à défaut de pouvoir constituer un échantillon complet au sens statistique du terme, il est important de pouvoir étudier un ensemble *représentatif* de galaxies de type précoce — galaxies elliptiques et lenticulaires et bulbes de galaxies spirales — couvrant un large éventail de propriétés intrinsèques ;
- il est nécessaire d’avoir une vision d’ensemble de chacune des galaxies observées, telle que la permet la spectrographie intégrale de champ ;
- l’approche du problème doit être *multi-échelle*, puisque les données à haute résolution spatiale et les observations à plus grand champ sont totalement complémentaires et indissociables pour la compréhension générale ;
- les observables permettant d’aborder la problématique de façon décisive sont entre autres : *a* – la cinématique des étoiles, *b* – l’étude des populations stellaires, *c* – la cinématique du contenu gazeux.

Les besoins scientifiques ayant été clairement identifiés, il est alors relativement facile de préciser quelles doivent être les caractéristiques techniques essentielles de l’instrument à développer dans le cadre du projet SAURON :

- L’instrument doit être un *spectrographe intégral de champ* pour les raisons déjà évoquées ;

- Le spectrographe doit être de type TIGER. En effet, après les épisodes TIGER et OASIS, cette solution technique est maintenant largement éprouvée, et l’expertise instrumentale acquise par l’Observatoire de Lyon dans ce domaine permet des temps de développement et des coûts de fabrication minimales ;
- Le champ de vue du nouvel instrument doit être *complémentaire* de celui d’OASIS, totalement dédié aux observations à haute résolution spatiale. Dans cette optique, l’exploration des galaxies proches jusqu’à un rayon effectif<sup>a</sup> ( $R_e$ ) nécessite un champ de  $\sim 30''$  de côté ;
- La brillance de surface des galaxies à  $1 R_e$  est typiquement  $\mu_e \sim 21 \text{ mag/arcsec}^2$ , très proche de la brillance de surface du ciel nocturne, de l’ordre de  $\mu_c \sim 21,5 \text{ mag/arcsec}^2$  à La Palma (cf. <http://www.ing.iac.es/>). Il est donc nécessaire de disposer d’un moyen efficace de soustraction de la contribution du ciel ;
- Afin de réduire son temps de développement et de pouvoir l’optimiser pour des objectifs précis, l’instrument doit être *dédié* au projet, et donc acquérir le statut d’instrument d’équipe ;
- La résolution spectrale doit être adaptée aux objectifs scientifiques : trop grande, les temps de pose deviennent excessivement longs, trop faible, les données cinématiques ne sont plus exploitables. La résolution typique des spectres utilisés dans l’étude des galaxies elliptiques est de l’ordre de  $100 \text{ km.s}^{-1}$  ;
- À cette résolution, le domaine spectral accessible à un spectrographe de type TIGER est relativement limité. La bande 4800-5400 Å est alors parfaitement adaptée aux besoins, du fait de la présence de raies essentielles aux trois observables recherchées : *a* – le triplet du magnésium pour la cinématique stellaire, *b* – raies  $H_\beta$ , du magnésium, du fer, etc. permettant le calcul d’indices de raie standards, *c* – raies en émission pour le gaz ( $H_\beta$ , [OIII]).

Le cahier des charges ainsi défini, il ne reste plus qu’à construire l’instrument d’une part, l’échantillon de galaxies d’autre part, et à utiliser l’un pour observer l’autre...

## 2. L’instrument SAURON

Je décris dans cette section le projet SAURON dans son aspect le plus *instrumental* (voir également les actes de conférence MILLER *et al.* 2000, PELETIER *et al.* 2000). J’insisterai en particulier sur le concept optique utilisé par cet instrument, propre aux spectrographes de type TIGER développés depuis plus de 10 ans à l’Observatoire de Lyon, et sur ses avantages (et inconvénients) vis-à-vis des autres méthodes de spectrographie intégrale de champ.

### 2.1. LA SPECTROGRAPHIE INTÉGRALE DE CHAMP

#### 2.1.1. Réflexions générales

Deux grands types d’observation ont été traditionnellement distingués en astronomie optique : l’*imagerie* et la *spectrographie*. Les techniques d’imagerie étudient la répartition *spatiale* de la lumière dans une certaine gamme de longueur d’onde, tandis que la spectrographie analyse la répartition *spectrale*, c.-à-d. la distribution en fonction de la longueur d’onde, de la lumière en certains points de l’objet observé.

Dans le sens où l’imagerie donne en fait accès en chaque point de l’objet à l’intégral du spectre dans une certaine bande passante, on peut considérer que « tout est spectrographie ». C’est pourquoi on distingue en général les deux techniques selon leur pouvoir de résolution  $\mathcal{R} \hat{=} \lambda/\Delta\lambda$ , où  $\lambda$  est la longueur d’onde moyenne, et  $\Delta\lambda$  est la résolution spectrale, fixée par la bande passante du filtre dans le cas de l’imagerie, ou par l’élément disperser dans le cas de la spectrographie : on parle d’imagerie pour  $\mathcal{R} \lesssim 10$ , et de spectrographie pour  $\mathcal{R} \gtrsim 10$ .

<sup>a</sup> Le rayon effectif d’une galaxie est le rayon englobant la moitié de la lumière totale dans le cas d’une modélisation du profil de luminosité par une loi en  $R^{1/4}$  (p.ex. BINNEY & TREMAINE 1987).

Spectrographie et imagerie sont *a priori* également nécessaires, car elles donnent accès — dans le cas des objets résolus — à des informations complémentaires : l'imagerie renseigne plutôt sur la morphologie, la composition structurale de l'objet, etc. ; la spectrographie informe quant à elle sur la composition chimique ou les conditions physiques régnant au sein de l'astre. Mais ces deux techniques sont aussi également frustrantes : l'ultime source d'information est la répartition *spectro-spatiale* de la lumière, et classiquement, chacune des deux techniques ne concerne en fait qu'une *projection* de ce signal selon certaines directions (spectrale pour l'imagerie, spatiale pour la spectrographie).

Obtenir l'information spectro-spatiale intrinsèque à l'aide des techniques traditionnelles est en théorie possible par des techniques de *balayage*. Plusieurs images obtenues à travers des filtres très étroits de longueurs d'onde centrales adjacentes permettent de reconstruire un spectre en tout point. Inversement, l'obtention d'un spectre en tout point de l'objet permet de reconstruire des images en intégrant les spectres dans une certaine gamme de longueur d'onde. Cependant, dans les deux cas, cela suppose en fait une multitude d'observations qu'il faut ensuite regrouper : si les conditions d'observation changent, ou pire, si les observations sont interrompues, les données seront très difficiles à exploiter. De plus, cela correspond à une utilisation peu efficace du temps de télescope.

Il serait donc préférable de pouvoir obtenir *en même temps* l'intégralité de l'information disponible. Mais survient alors un problème technique majeur : comment stocker sur des détecteurs au mieux *bi*-dimensionnels (plaque photographique, caméra électronique, etc.) une information fondamentalement *tri*-dimensionnelle (deux dimensions spatiales décrivant la répartition de la lumière sur le plan du ciel, et une information spectrale) ?

### 2.1.2. Les outils de la spectrographie 2D

Plusieurs solutions techniques ont été proposées pour résoudre cette « quadrature du cercle » que constitue la spectrographie 2D<sup>b</sup> : stocker une information 3D sur un détecteur 2D. On peut les classer en trois catégories :

- la spectrographie à fente longue, où le problème de la troisième dimension est résolu en sacrifiant une des deux dimensions spatiales,
- les spectrophotomètres à balayage, où la troisième dimension est explorée au cours du temps,
- les spectrographes intégraux de champ, où un ré-arrangement de l'information sur le détecteur permet le stockage souhaité.

Je vais présenter quelques unes de ces techniques sommairement, en insistant particulièrement sur leurs avantages et leurs inconvénients respectifs, tout en référant à PÉCONTAL (1991) et BACON *et al.* (1995) pour une étude plus détaillée. Je passerai totalement sous silence la solution optimale potentielle que constituent les détecteurs tri-dimensionnels, stockant dans le même temps l'information spatiale *et* spectrale, dont la technologie n'est encore qu'émergente (p.ex. PEACOCK *et al.* 1998).

#### a. La spectrographie à fente longue

L'approche la plus naturelle pour acquérir dans le même temps une information spatiale *et* spectrale à l'aide d'un détecteur 2D est de limiter ses ambitions en se contentant d'une *seule* dimension spatiale : en masquant la deuxième dimension spatiale de l'objet par une fente, la deuxième direction du détecteur est réservée au stockage de l'information spectrale. C'est le principe de la spectrographie à *fente longue*.

Exposons brièvement les principaux avantages ( $\oplus$ ) et inconvénients ( $\ominus$ ) de cette méthode :

$\ominus$  La largeur de la fente résulte d'un compromis. Trop large par rapport à la résolution spatiale de l'instrument, fixée généralement par les conditions de « *seeing*<sup>c</sup> », elle corréle informations spectrale

---

<sup>b</sup> Les avis divergent toujours quant à savoir si l'on doit parler, pour un spectrographe donnant le spectre en chaque point de l'image, de spectrographie 2D, en référence à la dimension de la zone du ciel explorée, ou de spectrographie 3D, en référence à la dimension de l'information obtenue.

<sup>c</sup> Le *seeing*, exprimé en seconde d'arc (arcsec), caractérise la dégradation de l'image observée par les phénomènes de turbulence atmosphérique. Il est typiquement de l'ordre de la seconde d'arc (largeur à mi-hauteur) pour les bons sites d'obser-

et spatiale : c'est ce que l'on appelle l'*effet de fente* (pour une illustration de cet effet, voir BACON *et al.* 1995). Trop étroite, la fente masque trop de lumière en provenance de l'objet, et les temps d'exposition deviennent prohibitifs. Il faut donc adapter la largeur de la fente au télescope et aux conditions d'observation, ce qui est d'autant plus difficile que le télescope est grand et que le *seeing*, naturel ou corrigé par une optique adaptative, est petit. La spectrographie à fente longue est donc une technique peu appropriée aux études à haute résolution spatiale à l'aide des télescopes modernes.

⊕ La longueur de la fente correspond en général à une dimension projetée sur le ciel très supérieure à la dimension de l'objet, et n'est limitée en pratique que par la taille du détecteur. Cela permet de déterminer précisément le spectre du ciel (émis principalement par l'atmosphère), et de le soustraire du spectre de l'astre. Cette étape est cruciale dans le cas où l'objet a une brillance de surface inférieure à celle du ciel, ce qui est le cas p.ex. pour les parties externes des galaxies.

⊕ La résolution spectrale ne dépend que de l'élément disperseur, et peut donc être adaptée *a priori* aux besoins scientifiques. En outre, le domaine spectral accessible en une pose n'est limité que par la dimension du détecteur dans la direction de dispersion.

⊖ Puisque le spectrographe à fente longue ne dispose pas *a priori* de capacité d'imagerie, il est en général délicat de placer précisément la fente sur l'objet, ou de déterminer sa position effective *a posteriori*.

⊖ Le spectrographe à fente longue n'explore de fait qu'une seule dimension spatiale, et l'on ne peut à proprement parler le considérer comme un outil de la spectrographie 2D. Cependant, la seconde dimension spatiale de l'objet est accessible en déplaçant la fente parallèlement à elle-même, et en acquérant ainsi une pose à chaque position. Cependant, cela correspond aux problèmes d'application et d'inefficacité d'utilisation du temps de télescope inhérents à toute méthode à balayage déjà évoqués.

### **b. Les spectro-interféromètres**

On regroupe dans cette catégorie les instruments dont la résolution spectrale dépend directement d'un phénomène d'interférence, en particulier les interféromètres de Fabry-Pérot et de Michelson (p.ex. LÉNA 1986).

Les spectrographes de Fabry-Pérot utilisent un étalon de Fabry-Pérot associé à un filtre passe-bande étroit pour observer dans une bande de longueurs d'onde très limitée. L'ensemble des interférogrammes obtenus en modifiant la longueur d'onde centrale du pic de transmission donne le spectre en chaque point de l'image avec une grande résolution spectrale. Corollaire logique : la bande passante des observations très étroite ne permet d'étudier en pratique qu'une seule raie (p.ex.  $H_\alpha$  ou [OIII]). De plus, puisque chaque élément spectral est obtenu indépendamment à partir d'une pose dédiée, les variations de transparence de l'atmosphère se traduisent directement, si elles ne sont pas prises en compte, par une modification du profil de raie observé.

L'interféromètre de Michelson, dit également « à transformée de Fourier », acquiert en chaque point du champ la transformée de Fourier du spectre à mesure que la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre change. La résolution spectrale finale est alors fixée par l'étendue de la différence de marche explorée lors du balayage du miroir mobile.

Les spectro-interféromètres ont en commun d'être de véritables imageurs, bénéficiant à la fois d'un très grand champ de vue et d'une résolution spatiale *a priori* limitée par les conditions de *seeing*. Ils souffrent principalement de la nécessité d'acquérir l'ensemble de l'information à des instants différents, ce qui peut provoquer des hétérogénéités dans les données du fait de l'éventuelle évolution des conditions d'observations (p.ex. BLAIS-OUELLETTE *et al.* 1999).

### **c. Les spectrographes intégraux de champ**

Les méthodes précédentes donnent bien accès, sous certaines conditions, à une information spectro-spatiale, et sont donc classifiées dans la spectrographie 2D. Cependant, elles nécessitent encore un processus de balayage souvent critique. On dénomme *spectrographie intégrale de champ* les techniques

---

vation, et constitue donc le facteur limitant la résolution spatiale des télescopes optiques au sol de diamètre supérieur à la dizaine de centimètres.

## 2. L'instrument SAURON

TAB. I.1 – Quelques exemples de spectrographes intégraux de champ en œuvre ou en préparation (d'après IFMOS FINAL REPORT 1999).

Spectrographe	Type*	Domaine [ $\mu\text{m}$ ]	Champ de vue [arcsec <sup>2</sup> ]	Échantillonnage spatial [arcsec]	Nb d'éléments spatiaux/spectraux	Référence
<b>TCFH</b>						
MOS+ARGUS	FO	0,4–1	96	0,4	600/600	VANDERRIEST 1995
TIGER	TML	0,4–1	49	0,4	400/400	BACON <i>et al.</i> 1995
OASIS	TML	0,4–1	13	0,1	1200/400	BACON <i>et al.</i> 1998
			86	0,3		
<b>WHT</b>						
2D-FIS/ISIS	FO	0,4–1	115	0,9	125/1000	GARCIA <i>et al.</i> 1994
INTEGRAL	FO	0,4–1	49	0,45	175/1000	ARRIBAS <i>et al.</i> 1998
			985	2,7	115/1000	
TEIFU	FO+L	0,4–1	197	0,5	900/1000	HAYNES <i>et al.</i> 1998
			8	0,13	900/1000	
SAURON	TML	0,4–0,6	1300	1	1500/500	<i>ce travail</i>
			100	0,3		
<b>Calar-Alto</b>						
MPE-3D	DI	1–2,5	64	0,3–0,5	256/256	KRABBE <i>et al.</i> 1995
<b>VLT</b>						
VIMOS	FO+L	0,4–1	3600	0,7	6400/600	LE FÈVRE <i>et al.</i> 1998
			576	0,3	6400/4096	
NIRMOS	FO+L	1–1,8	900	0,7	1600/2048	LE FÈVRE <i>et al.</i> 1998
SINFONI	FO+L	1–2,5	64	0,06–0,25	1024/1024	THATTE <i>et al.</i> 1998
<b>Gemini</b>						
GMOS-IFU	DI	0,4–1	95	0,09×0,16	9100/1200	CONTENT 1997
GNIRS-IFU	DI	1–2,5	12	0,12×0,15	1000/512	CONTENT 1998
			1.3	0,03×0,04		

\* FO : fibres optiques, FO+L : fibres optiques et lentilles, TML : trame de micro-lentilles, DI : dissecteur d'image

obtenant *simultanément* les spectres provenant de chaque point d'un objet régulièrement échantillonné (PÉCONTAL 1991).

Il existe trois grandes techniques de spectrographes intégraux de champ :

- à fibres optiques,
- à trame de micro-lentilles,
- à dissecteur d'image (« *image slicer* »).

La Table I.1 donne quelques exemples d'instruments utilisant les différents concepts.

**Fibres optiques.** L'image de l'objet est formée à l'entrée d'un faisceau de fibres optiques transférant la lumière incidente à un spectrographe. La souplesse des fibres permet de réordonner le champ de vue 2D en une ou plusieurs *pseudo-fentes* : le spectrographe traite donc effectivement des données similaires à celles d'un spectrographe à fente longue, ce qui résout naturellement le problème du stockage de l'information, et permet en outre un domaine spectral important, limité par la taille du détecteur. Mais deux problèmes majeurs liés à l'utilisation des fibres optiques se posent :

- en général, la couverture spatiale du faisceau de fibres n'est pas dense, d'une part à cause de leur section circulaire<sup>d</sup>, et d'autre part à cause de la gaine « aveugle » entourant le cœur de la fibre (« *cladding* ») et nécessaire à la propagation de la lumière ;
- les fibres ont des propriétés optiques, en terme de conservation de l'étendue optique ou de

<sup>d</sup> La couverture la plus dense du plan est obtenue pour l'empilement hexagonal compact de fibres à section circulaire. Dans ce cas, le coefficient de remplissage est de  $\pi\sqrt{3}/6 = 90,7\%$ .

transmission, encore relativement médiocres (PÉCONTAL 1991), ce qui provoque une dégradation de la qualité optique, et limite la résolution spatiale.

Ces problèmes peuvent être résolus en partie par l'utilisation de micro-lentilles d'adaptation en entrée et sortie de fibres.

**Trame de micro-lentilles.** L'image de l'objet est formée à l'entrée d'une trame de micro-lentilles. Chacune des micro-lentilles va former une image de la pupille du télescope, qui est ensuite dispersée par un spectrographe classique. Les spectres en provenance des différentes lentilles ne doivent pas se chevaucher au niveau du détecteur, ce qui impose en particulier une limitation sur la largeur du domaine spectral accessible. Ce domaine de longueurs d'onde restreint est d'ailleurs l'un des principaux inconvénients de cette technique. Je reviendrais en détail sur cette méthode (voir § 2.2.), puisque c'est la solution technique choisie pour les spectrographes de type TIGER dont SAURON fait partie.

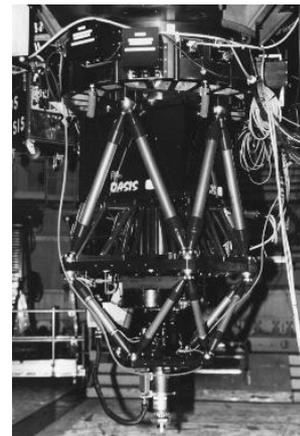
**Dissecteur d'image.** Cette méthode de spectrographie intégrale de champ est la plus récente et la plus difficile à mettre en œuvre techniquement. L'image de l'objet est formée sur un miroir finement segmenté selon une direction, dont chaque segment va en fait agir comme une fente. Un second miroir segmenté va réordonner ces multiples fentes adjacentes en une unique *pseudo*-fente en entrée du spectrographe. On réalise ainsi en une seule pose le balayage en position auparavant nécessaire avec les spectrographes à fente longue. Outre les difficultés optiques mises en jeu, ce concept est naturellement soumis à l'effet de fente. Cependant, puisque l'intégralité du champ est recueillie, contrairement au spectrographe à fente longue, les problèmes de perte de lumière liée à une fente trop étroite ne se posent plus.

### 2.1.3. La spectrographie intégrale de champ de type TIGER

Le spectrographe intégral de champ TIGER (« Traitement Intégral des Galaxies par l'Étude de leurs Raies ») est la première réalisation du concept à trame de micro-lentilles (COURTES *et al.* 1987, BACON *et al.* 1995). En tant que prototype, l'instrument a connu de nombreuses modifications et améliorations optiques et mécaniques. La première version, mise en place en 1987 sur le Télescope Canada-France-Hawaï (TCFH), comptait 80 micro-lentilles, tandis que la version définitive, installée en 1990, en comptait 400. Son champ de vue était de l'ordre de  $7 \times 7$  arcsec<sup>2</sup>, avec un échantillonnage spatial de  $\sim 0''.4$ . Les spectres comportaient 375 éléments spectraux, avec un échantillonnage variant de 1,5 Å à 12 Å et une bande passante variant de 560 à 4500 Å respectivement.

Le prototype TIGER a été décommissionné du TCFH en 1996, pour être remplacé en 1997 par la version aboutie du concept, OASIS (« *Optically Adaptive System for Imaging Spectroscopy* »). Cet instrument, dédié à la bonnette d'optique adaptative PUEO au foyer Cassegrain du TCFH, est destiné aux observations à très haute-résolution spatiale (<http://www-obs.univ-lyon1.fr/~oasis/home>, BACON *et al.* 1998, 2000). Contrairement à TIGER, il s'agit d'un instrument ouvert à l'ensemble de la communauté astronomique. Il dispose donc de multiples modes, avec un échantillonnage spatial variant de  $0''.04$  à  $0''.40$ , et des résolutions spectrales  $\mathcal{R}$  dans la gamme 400–4000.

Le concept optique d'OASIS est en tout point similaire à celui de TIGER, et va être décrit plus en détail dans la section suivante. La vidéo « OASIS : l'œil aux mille regards » (BACON & TISSEYRE 1998) en offre une présentation plus vivante.



## 2.2. CONCEPT OPTIQUE DE SAURON

SAURON est un *spectrographe intégral grand-champ à trame de micro-lentilles*. Son schéma optique (Fig. I.1) est tout à fait conforme au concept du spectrographe TIGER, décrit dans BACON *et al.* (1995). J'en rappelle ici les éléments principaux.

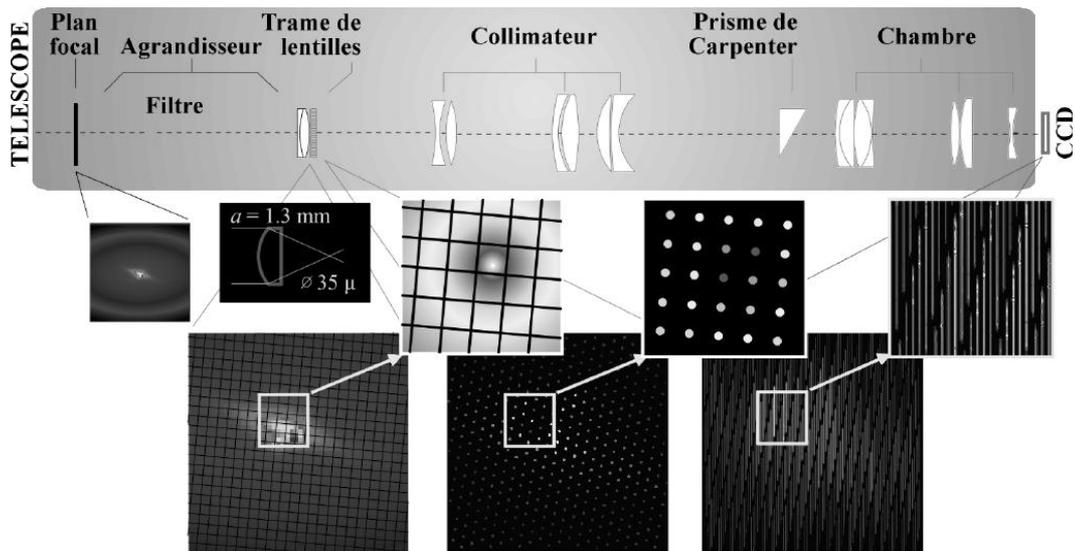


FIG. I.1 – Schéma optique de SAURON : l'image de la galaxie est agrandie sur la trame de micro-lentilles (image à gauche), qui la « condense » en une multitude de micro-pupilles (image au centre). Chaque micro-pupille est alors traitée par un spectrographe classique, pour donner un spectre sur le CCD (image à droite). Voir également Fig. I.2 pour quelques images typiques.

**Agrandisseur.** L'image du plan focal du télescope est agrandie et formée à l'entrée d'une trame de micro-lentilles (TML) par un agrandisseur.

**Trame de micro-lentilles.** La TML va « disséquer » cette image : chaque micro-lentille va focaliser l'ensemble des rayons optiques qu'elle intercepte en une micro-pupille. Cette dernière correspond en fait à la pupille du télescope, de sorte que tout gradient spatial au niveau de la trame — p.ex. du fait d'un sous-échantillonnage de la tâche de *seeing* — ne provoque aucun effet de fente<sup>e</sup> au niveau de la micro-pupille, qui reste toujours uniformément éclairée.

La TML constitue le cœur de l'instrument. Elle permet de passer d'une image « dense » dans le plan à une version « pointilliste » de cette image. L'espace inter-pupille libéré sera mis à profit pour stocker l'information spectrale.

**Spectrographe.** Chaque micro-pupille est ensuite traitée par un spectrographe classique, composé d'un collimateur, d'un disperseur, en l'occurrence un prisme de Carpenter ou *grism*<sup>f</sup>, et d'une chambre (« camera » en anglais). En l'absence de disperseur, on obtient sur le CCD une image directe des micro-pupilles (pose de micro-pupilles de la Fig. I.2).

**Détecteur.** Les spectres issus du spectrographe sont stockés de façon optimale sur un CCD classique, de sorte que le maximum d'espace du détecteur soit utilisé tout en évitant que les spectres ne se chevauchent les uns les autres. Pour limiter les recouvrements dans la direction de dispersion, on utilise un filtre passe-bande très abrupt limitant strictement l'étendue spectrale des spectres. Pour éviter les pollutions dans la direction longitudinale, on incline la direction de dispersion par rapport aux directions principales de la TML, de sorte que les spectres de deux lentilles voisines s'évitent sur le CCD (Fig. I.2).

On obtient en sortie d'un tel instrument des poses assez peu explicites (Fig. I.2), constituées d'une multitude de spectres *individuels* répartis sur l'ensemble du CCD. Cet agencement très particulier ne permet pas d'utiliser les méthodes de réduction de données classiques, adaptées à la spectrographie à fente longue, et nécessite donc un traitement approprié des poses (détaillé au Chap. II, § 2., p. 28).

<sup>e</sup> Toutefois, un effet analogue, mais du second ordre, apparaît alors, lié aux phénomènes de diffraction par la micro-lentille.

<sup>f</sup> Un prisme de Carpenter est constitué d'un prisme classique auquel est accolé un réseau par transmission. L'angle de déviation du système peut être annulé pour une longueur d'onde donnée, ce qui en fait un dispositif dispersant idéal pour les instruments en ligne. On parle également de « *grism* », pour « GRating + prISM ».

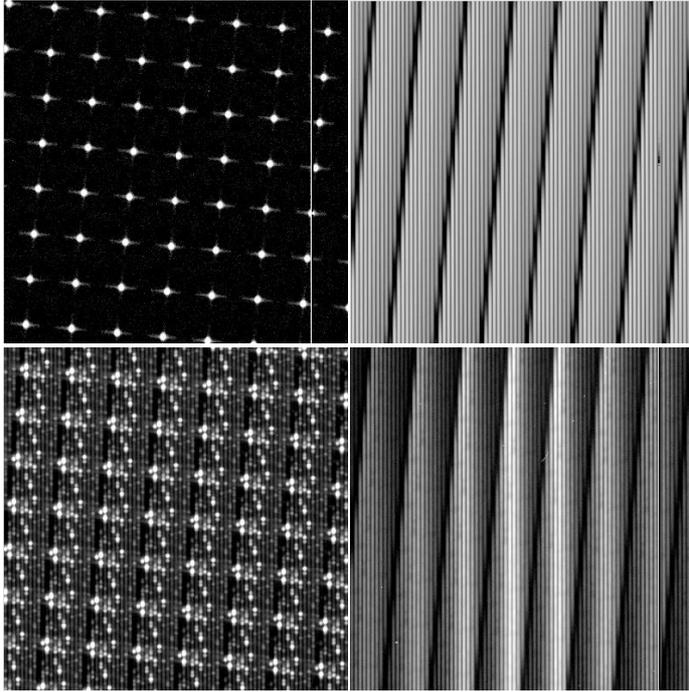


FIG. I.2: Poses typiques du mode LR de SAURON (détail de  $400 \times 400$  pixels, échelle des couleurs logarithmique). En haut à gauche : pose de micro-pupilles, en haut à droite : pose d'étalonnage sur lampe à continu (filament de Tungstène), en bas à gauche : pose de référence spectrale (lampe Néon), en bas à droite : pose scientifique de NGC 3377. Noter dans tous les cas la présence d'une mauvaise colonne du CCD à l'extrémité droite de l'image.

### Spectres du ciel

Comme je l'ai déjà dit précédemment, l'observation des parties externes des galaxies, pour lesquelles les brillances de surface observées sont de l'ordre de celle du ciel, nécessite une procédure de soustraction de la contribution atmosphérique précise (voir Chap. II, § 3.4., p. 45). Dans le cas d'OASIS, une telle procédure est souvent inutile pour les galaxies étudiées pour leur cinématique, puisque le champ est alors restreint aux zones centrales bien plus brillantes que le ciel. En revanche, cela devient crucial pour SAURON, où les observations portent jusqu'à  $\sim 1 R_e$  (voir § 1.).

Il est relativement difficile d'estimer le spectre du ciel directement à partir de la pose sur la galaxie, puisque l'objet contribue en général significativement en tout point. SAURON dispose donc d'un dispositif dédié à l'acquisition de spectres du ciel « purs » : une voie optique parallèle à la voie principale observe une région du ciel située à  $\sim 1,7$  du champ principal, zone où la contribution de la galaxie est généralement négligeable<sup>g</sup>. La zone ciel couvre  $\sim 100$  micro-lentilles, donnant une centaine de spectres du ciel au bord de la pose CCD. Ces spectres permettront une estimation précise de la contribution du ciel, et la correction des spectres SAURON pour ne garder que la contribution de la galaxie (voir Chap. II, § 3.4., p. 45).

## 2.3. RÉALISATION

Le spectrographe SAURON a été conçu et réalisé par les services techniques de l'Observatoire de Lyon au cours de l'année 1998, avec une contribution financière significative de la part de l'observatoire de Leiden (Pays-Bas). Après quelques tests de validation de l'optique, il a été installé sur le William Herschel Telescope lors de la mission de février 1999 (Fig. I.3). Il a aussitôt conquis le cœur des foules<sup>h</sup> et acquis ses premières données scientifiques (voir Chap. IV).

SAURON a beaucoup bénéficié de l'expérience acquise avec les instruments TIGER et OASIS. Il reprend en particulier de ce dernier la structure mécanique « en double serrurier » (Fig. I.3), qui

<sup>g</sup> Dans le cas d'une galaxie typique de l'échantillon SAURON, avec  $R_e = 30''$  et  $\mu_e = 21 \text{ mag/arcsec}^2$ , et du ciel typique de La Palma,  $\mu_c \sim 21,5 \text{ mag/arcsec}^2$ , la galaxie ne contribue plus qu'à  $\sim 10\%$  du flux recueilli à  $1,7$  du centre galactique.

<sup>h</sup> Il a été élu « *The Most Elegant Instrument on WHT* » pour son choix particulièrement judicieux de couleurs...

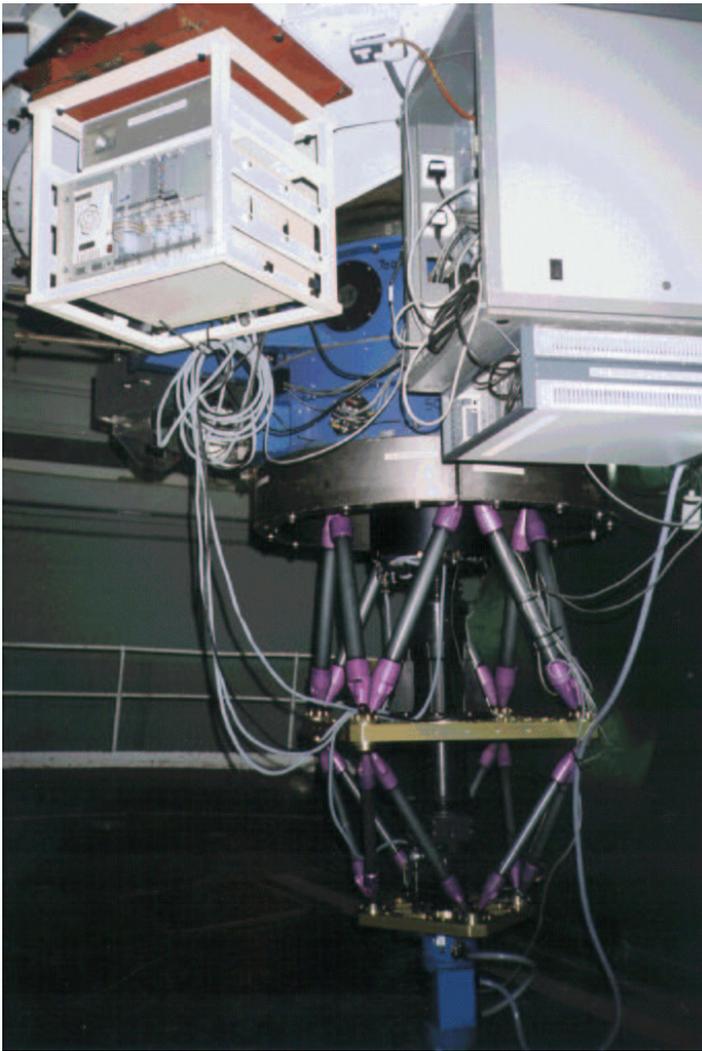


FIG. I.3: SAURON monté au foyer Cassegrain du William Herschel Telescope. En haut à gauche: l'électronique de commande de l'instrument; en haut: module d'acquisition et de guidage (A&G) du foyer Cassegrain du télescope; au centre: l'instrument SAURON, supporté par la structure en double serrurier déjà utilisée sur OASIS, en bas: dewar du CCD.

s'avère très efficace pour assurer la rigidité de l'instrument et donc limiter les flexions, ainsi que la conception de l'électronique de contrôle.

Étant de conception ultérieure, SAURON a pu bénéficier d'une nouvelle technologie pour la construction de la trame de micro-lentilles. La TML hexagonales en *epoxy* d'OASIS a pu être remplacée par une TML carrées en verre, matière assurant une meilleure qualité optique et permettant le traitement anti-reflet des surfaces. Chaque micro-lentilles correspond au croisement à angle droit de deux barreaux semi-cylindriques. Inconvénient de cette solution: un défaut de conception d'un barreau entraîne une dégradation de la qualité optique des micro-lentilles sur une ligne/colonne entière de la trame; c'est malheureusement le cas pour une colonne de la TML de SAURON (voir Fig. II.3, p. 34).

L'une des difficultés majeures dans la conception de SAURON est venue de l'optique très ouverte nécessaire à l'acquisition d'un grand champ. Cela rend la réalisation du réducteur focal (collimateur + chambre) délicate et coûteuse, et impose des compromis au niveau de la qualité optique (p.ex. absence de correction du chromatisme latéral), dont il faudra tenir compte lors de la réduction des données.

Outre ces différences techniques, SAURON se distingue également d'OASIS sur des aspects plus fondamentaux, principalement liés aux finalités différentes des deux instruments: tandis qu'OASIS est un instrument destiné à être utilisé par une *communauté* d'astronomes aux aspirations diverses — les spécialistes des radio-galaxies à grand décalage spectral n'ont pas les mêmes besoins que les férus d'étoiles jeunes — SAURON est un instrument d'*équipe* dédié à un projet scientifique précis aux

nécessités techniques bien établies. Il en résulte qu'OASIS dispose de nombreux modes d'observation, en spectroscopie ou en imagerie, pour répondre aux attentes de chacun — modes à haute/moyenne résolution spectrale, utilisation ou non de l'optique adaptative, etc., soit près d'une *centaine* de modes au total — tandis que SAURON n'offre que *deux* modes : modes basse ou haute résolution spatiale (voir § 2.4.).

Cela rend évidemment SAURON moins versatile : il ne peut aborder efficacement qu'un type de problème astronomique, celui pour lequel il a été spécifiquement conçu. Mais la simplicité de conception a plusieurs avantages :

- Ajoutée à l'expérience déjà acquise avec OASIS, elle a permis un développement de l'instrument beaucoup plus rapide et à moindre coût, et donc bien adapté à la résolution d'une problématique scientifique « dans l'air du temps ». Ainsi,  $\sim 18$  mois ont été nécessaires à l'élaboration de SAURON, pour un coût total de  $\sim 6$  MF, à comparer avec les 4 ans et  $\sim 18$  MF d'OASIS (budgets consolidés) ;
- Elle résulte en une optique plus efficace (p.ex. absence de diasporamètre<sup>i</sup>, du fait de l'unicité du couple *grism*+filtre, ou absence de correcteur de dispersion atmosphérique), optimisée pour la gamme de longueurs d'onde observée.

En contrepartie, en tant qu'instrument d'équipe sur le WHT, SAURON dispose d'un support technique local moindre ; en particulier, il ne bénéficie malheureusement pas de l'intégration totale au sein du *Telescope Control Software* (encore en bonne partie sous VMS...), ce qui rend les observations sensiblement plus délicates. Cela est toutefois largement compensé par la facilité d'utilisation de cet instrument quasi-monomode.

## 2.4. CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES

Comme je l'ai indiqué précédemment, SAURON ne dispose que de deux modes d'observation (Table I.2) :

- un mode basse-résolution spatiale (dit mode LR), donnant un champ de vue de  $40 \times 33$  arcsec<sup>2</sup> échantillonné à  $0',94$ ,
- un mode haute-résolution spatiale (dit mode HR), donnant un champ de vue de  $11 \times 9$  arcsec<sup>2</sup> échantillonné à  $0',27$ .

Le domaine de longueurs d'onde est le même dans les deux modes (utilisation d'un filtre unique), mais la résolution spectrale est légèrement différente, puisque la taille de la micro-pupille, fixant en grande partie la fonction d'appareil spectrale, est inférieure dans le mode HR.

Le mode LR correspond au principal mode d'observation de SAURON, puisqu'il est le plus conforme aux objectifs scientifiques de cet instrument, en particulier en ce qui concerne le champ accessible. Le mode HR a été prévu afin de pouvoir tirer pleinement profit des nuits de très bonne qualité bénéficiant d'un *seeing* sub-seconde d'arc. Il est à noter que ce mode HR correspond en fait à peu près au mode de plus basse résolution spatiale d'OASIS, ce qui accentue la complémentarité des deux instruments.

Le domaine de longueurs d'onde 4780–5380 Å a été soigneusement choisi afin de maximiser le nombre de quantités mesurables. Ce domaine contient en effet des raies permettant :

- l'étude de la cinématique stellaire, principalement à l'aide du triplet du Magnésium (Mg I à 5167, 5173 et 5184 Å),
- l'étude de la distribution et de la cinématique du gaz, à l'aide des raies d'émission H <sub>$\beta$</sub>  (4861 Å) et [OIII] (4959, 5007 Å)
- la détermination des indices de raies du système Lick/IDS H <sub>$\beta$</sub> , Mgb, Mg<sub>1</sub> et Mg<sub>2</sub>, Fe 5015, Fe 5270 et Fe 5335 (Table III.2, p. 74),

Il s'est avéré nécessaire, lors de la mise en place de l'instrument sur le télescope, d'incliner le filtre dans le chemin optique, ce qui rend sa bande passante légèrement dépendante de la position dans le

<sup>i</sup> Dispositif optique, également appelé *wedge*, constitué de deux prismes accolés placé en avant du *grism* permettant d'ajuster sa longueur d'onde de déviation nulle.

### 3. Échantillon de galaxies

TAB. I.2 – *Spécifications techniques de SAURON.*

Propriétés	Mode	
	LR	HR
<b>Spatiales</b>		
Taille projetée de la lentille	0',94	0',26
Champ de vue [arcsec × arcsec]	40 × 33	11 × 9
Nombre de lentilles: objet	~ 1500	
ciel	~ 100	
Distance objet-ciel	1',9	
<b>Spectrales</b>		
Grism	514 lignes/mm	
Échantillonnage spectral [ $\text{\AA}/\text{px}$ ]	1,1	
Résolution spectrale: LMH [ $\text{\AA}$ ]	3,6	2,8
$\sigma$ [km/s]	90	70
Couverture spectrale	4780–5380 $\text{\AA}$	
Raies spectrales importantes	$H_{\beta}$ , [OIII], Mg I, Fe I, [N I]	
Lampes d'étalonnage	Ne, Ar	
<b>Réduction</b>		
Séparation des spectres [pixel]	4,8	
Rapport séparation/LMH	1,4	2,3
<b>Autres</b>		
Télescope	William Herschel, 4,2 m	
Détecteur	EEV12, 2148 × 4200	
Taille du pixel	13,5 $\mu\text{m}$	
Efficacité (optique seule/totale)	~ 35 %/~ 14 %	

champ ( $\pm 20 \text{\AA}$ ). De fait, le domaine nécessaire à la mesure de l'indice Fe 5406 est tout à fait en bord du filtre, et la mesure de cet indice est donc très incertaine.

Il est important de noter la très haute efficacité de l'instrument, estimée à  $\sim 35 \%$  dans les deux modes (COPIN 1998). Ce très bon résultat est principalement dû à l'optimisation de l'optique, et ce malgré le nombre élevé de lentilles du réducteur focal. L'efficacité totale de l'instrument — y compris la transmission atmosphérique ( $\sim 90 \%$  pour le site du Roque de los Muchachos, La Palma), la piètre efficacité du télescope ( $\sim 63 \%$ ), et le bon rendement quantique du CCD EEV12 utilisé ( $\sim 80 \%$ ) — est de l'ordre de  $\sim 14 \%$ . Cela permet p.ex. d'obtenir avec le mode LR un rapport S/B de l'ordre de 15 en 2 h de pose pour une brillance de surface de  $\sim 21 \text{ mag/arcsec}^2$ , magnitude typique à un rayon effectif des galaxies de l'échantillon.

La transmission de l'instrument, déjà très bonne, pourrait à terme être encore améliorée — pour passer à 20 % d'efficacité totale — par l'utilisation d'un disperseur d'un type nouveau, à savoir un prisme holographique (*Volume-Phase Holographic grating*), de transmission  $\sim 50 \%$  plus élevée que celle du prisme de Carpenter actuellement en place.

## 3. Échantillon de galaxies

Les objectifs scientifiques du projet SAURON, qui se placent plus dans le domaine de l'« exploration » que dans celui de la confirmation, ne requiert pas l'observation d'un échantillon *complet* dans un quelconque sens, mais plutôt d'un échantillon *représentatif* de galaxies, aux propriétés physiques — morphologie, magnitude, environnement, etc. — les plus diverses. Les galaxies elliptiques, lenticulaires et spirales de type précoce doivent être représentées dans des proportions à peu près équivalentes. Le choix de l'échantillon s'avère donc être un élément important si l'on veut pouvoir tirer des conclusions statistiquement significatives. Il a été supervisé par Martin BUREAU (Sterrewacht Leiden).

### 3.1. TAILLE DE L'ÉCHANTILLON

Avant d'entamer la sélection de l'échantillon à observer à proprement parler, il faut déterminer la taille qu'il peut raisonnablement avoir d'après les estimations d'efficacité d'observation et de temps d'accès au télescope.

**Temps de pose.** L'efficacité totale de SAURON impose d'exposer environ 2 h sur une galaxie pour obtenir des spectres de rapport S/B  $\gtrsim 20$  (voir § 2.4.). Si l'on estime qu'à peu près la moitié des objets seront observés avec un seul pointage, l'autre moitié faisant l'objet d'une mosaïque de 2 pointages afin de couvrir un champ plus grand, le temps de pose moyen est d'environ 3 h par objet.

**Overhead.** Lors de l'observation d'un objet astronomique, il est nécessaire d'acquérir, outre les poses purement scientifiques, des poses de référence spectrales avant *et* après chaque pose scientifique longue. Par ailleurs, le temps de lecture du CCD utilisé sur le WHT (EEV12) est (pour l'instant) très long, près de 5 mn. En ajoutant la nécessité d'observer en sus des objets scientifiques des étoiles standards (flux, métallicité, vitesse), on peut évaluer l'« *overhead* » — c.-à-d. la fraction de temps technique supplémentaire nécessaire pour valider les observations — à  $\sim 30\%$ . En prenant une nuit astronomique moyenne de 10 h, cela correspond à l'observation de  $\sim 2,5$  galaxies par nuit de mission.

**Missions d'observation.** Le projet SAURON peut raisonnablement espérer obtenir  $\sim 7$  nuits d'observation par semestre, réparties entre les agences anglaises et néerlandaises, et ce pendant 3 ans, soit 42 nuits au total. Seulement 2/3 du temps alloué permettra effectivement des observations (météo, problèmes techniques, etc.).

Au total, on peut évaluer la taille de l'échantillon observable par SAURON au cours d'un projet à moyen terme à  $\sim 75$  galaxies. À ce jour, après 2 missions d'observations totalisant 14 nuits et 15 objets de l'échantillon — dont 6 observés en mosaïque de 2 poses — le rythme prévu n'a pas été tenu, principalement du fait du mauvais temps et de problèmes techniques avec le télescope. Cependant, le probable remplacement de l'élément disperseur actuel (prisme de Carpenter) par un réseau holographique  $\sim 50\%$  plus efficace (voir § 2.4.) permettra sans aucun doute de rattraper, voir de dépasser les prévisions, en ramenant les temps de pose nécessaires à moins de 2 h par pointage.

### 3.2. CRITÈRES DE SÉLECTION

Il faut donc déterminer un échantillon représentatif de 70–80 galaxies satisfaisant non seulement au cahier des charges scientifique mais également aux contraintes techniques. Le choix des objets se fait à l'aide de la base de données extragalactiques de Lyon-Meudon LEDA (PATUREL *et al.* 1989, 1997, <http://leda.univ-lyon1.fr/>), référençant plus de 100 000 galaxies et leurs principaux paramètres astrophysiques, et interrogeable selon de multiples critères de sélection.

#### 3.2.1. Contraintes techniques

L'échantillon est d'abord soumis à des contraintes purement techniques :

**Distance zénithale.** Les observations aux grandes distances zénithales posent de multiples problèmes : flexions de l'instrument dégradant la résolution spatiale (voir Chap. II, § 3.3., p. 44), absorption et réfraction atmosphériques. On se restreint donc à une distance zénithale maximale de  $\sim 35^\circ$ , c.-à-d., pour le WHT (latitude :  $+28^\circ 45' 40''$ ), à l'intervalle de déclinaison  $-6^\circ < \delta < 64^\circ$  ;

**Extinction galactique.** Pour ne pas trop gêner par l'extinction galactique, on évite le disque de la Voie Lactée en imposant une latitude galactique  $|b| > 15^\circ$  ;

**Couverture spectrale.** Afin que les raies importantes du domaine spectral étudié ne sortent pas de la bande passante du filtre utilisé, on limite la vitesse systémique des objets observés à  $V_{\text{sys}} = cz < 3\,000 \text{ km.s}^{-1}$ .

La sélection s'est effectuée sur la base des données fournies par LEDA (coordonnées B1950 et vitesses héliocentriques)

### 3.2.2. Type morphologique

L'objectif scientifique est d'observer les galaxies elliptiques (E), lenticulaires (S0) et spirales de type précoce (SAa/SABa/SBa) dans des proportions à peu près équivalentes. On établit selon le type morphologique  $T$  les catégories suivantes (PATUREL *et al.* 1997, BINNEY & MERRIFIELD 1998) :

$$\begin{aligned} \text{Elliptiques :} & \quad T \leq -3,0, \\ \text{Lenticulaires :} & \quad -3,0 < T \leq -0,5, \\ \text{Spirales :} & \quad -0,5 < T \leq +1,5. \end{aligned}$$

### 3.2.3. Magnitude absolue

Pour éviter des temps de pose excessifs, il ne faut sélectionner que les galaxies suffisamment brillantes. Cependant, la magnitude apparente d'un objet n'est pas une caractéristique physique pertinente, puisqu'elle est directement liée à sa distance. Puisque l'on a déjà réalisé une certaine sélection sur la distance à travers le critère  $cz < 3000 \text{ km.s}^{-1}$ , on peut sélectionner les galaxies sur la base de leur magnitude absolue. On choisit ainsi de restreindre la magnitude absolue à  $M_B < -18^m$ .

La magnitude absolue d'un objet est obtenue à partir de sa magnitude apparente, corrigée de l'extinction galactique, et de sa distance, estimée au sein de LEDA par un modèle de chute sur Virgo appliqué au décalage spectral  $z$  observé (PATUREL *et al.* 1997) : la vitesse systémique de la galaxie, exprimée dans le référentiel du Groupe Local, est corrigée de la vitesse de chute sur l'amas Virgo (pris égal à  $170 \text{ km.s}^{-1}$ ) ; la vitesse ainsi calculée est alors convertie en distance avec une constante de Hubble de  $75 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ .

Dans le cas des galaxies n'appartenant pas à un amas, la procédure est appliquée telle quelle à l'objet. Dans le cas contraire, le décalage spectral moyen de l'amas est utilisé, de sorte que toutes les galaxies de l'amas correspondent à la même distance, et que cette distance soit cohérente avec les galaxies de champ.

### 3.2.4. Amas de galaxies

Un des objectifs de SAURON est d'étudier les propriétés des galaxies en fonction de leur environnement et de leur appartenance à un amas. Une galaxie est considérée comme membre d'un amas uniquement si elle appartient à l'un des trois amas suivants :

- l'amas Virgo,
- le nuage Coma I,
- l'amas Leo I.

Le critère d'appartenance est déterminé à partir du Nearby Galaxy Catalog (TULLY 1987), mais également à partir du catalogue Lyons Galaxy Groups (GARCIA *et al.* 1993, GARCIA 1993) et de l'extension spatiale, de la vitesse moyenne et de la dispersion des vitesses des groupes. Les distances calculées pour les trois amas selon la méthode précédemment exposée sont tout à fait compatibles avec celles déterminées à l'aide des Céphéides du HST *Extragalactic Distance Scale Key Project* :

Amas	Vitesse moyenne [ $\text{km.s}^{-1}$ ]	Distance [Mpc]	Module de distance
Virgo	1169	16,28	31,06
Coma I	899	13,67	30,68
Leo I	779	10,66	30,14

TAB. I.3 – Échantillon SAURON.

Galaxies elliptiques		Galaxies lenticulaires		Galaxies spirales	
Amas	Champ	Amas	Champ	Amas	Champ
11	13	12	17	12	15
Elliptiques : 24		Lenticulaires : 29		Spirales : 27	
Galaxies : 80					

### 3.3. ÉCHANTILLON FINAL

À l'aide des uniques critères de sélection précédents, on obtient une liste de 327 galaxies candidates (correspondant aux *points* de la Fig. I.4), selon la répartition suivante :

- 76 galaxies elliptiques (29 galaxies d'amas, 47 de champ),
- 137 galaxies lenticulaires (51 galaxies d'amas, 86 de champ),
- 114 galaxies spirales (37 galaxies d'amas, 77 de champ).

Il faut donc établir des critères de sélection supplémentaires pour restreindre l'échantillon à un nombre adapté.

On sépare d'abord les galaxies candidates en 6 catégories (E/S0/Sa  $\times$  amas/champ), que l'on va tenter de peupler équitablement en appliquant les critères suivants (dans l'ordre d'importance décroissante) :

1. couverture *uniforme* — au moins une galaxie par zone, y compris au niveau des valeurs extrêmes — de chacun des plans ( $M_B, \epsilon$ ), où  $\epsilon \cong 1 - b/a$  mesure l'ellipticité de la galaxie (Fig. I.4). Puisque la magnitude  $M_B$  est corrélée à de nombreuses autres propriétés des galaxies — dispersions centrales (FABER & JACKSON 1976), indice  $Mg_2$  (p.ex. DAVIES *et al.* 1987), intensité du cuspide (p.ex. FABER *et al.* 1997), etc. — la couverture uniforme du plan ( $M_B, \epsilon$ ) devrait effectivement permettre une bonne exploration des différentes caractéristiques physiques ;
2. disponibilité de données HST, aussi bien en spectroscopie (p.ex. FOC, STIS) qu'en imagerie (WFPC2) ;
3. disponibilité de données sol, tant pour l'imagerie et spectroscopie à haute résolution spatiale (p.ex. OASIS) que pour les données cinématiques à grande distance (données fente longue) ;
4. un ou plusieurs des sous-critères suivants :
  - petit rayon effectif apparent  $R_e$ , afin de limiter le nombre de galaxies nécessitant plusieurs pointages,
  - magnitude apparente totale élevée, favorisant le rapport S/B des observations,
  - pour les galaxies de type S0/Sa, répartition homogène entre les sous-types A/AB/B,
  - pour les galaxies de type S0/Sa, favoriser les galaxies faiblement ou fortement inclinées ( $i = 0^\circ$  ou  $i = 90^\circ$ ), ce qui simplifie les interprétations.

*In fine*, l'échantillon SAURON contient 80 galaxies (correspondant aux *carrés* de la Fig. I.4), réparties de la façon suivantes (Table I.3) :

- 24 galaxies elliptiques, dont 11 galaxies d'amas et 13 de champ ;
- 29 galaxies lenticulaires, dont 12 galaxies d'amas et 17 de champ ;
- 27 galaxies spirales, dont 12 galaxies d'amas et 15 de champ.

### 3.4. ÉCHANTILLON D'ÉTOILES STANDARDS

Dans une moindre mesure, il est également intéressant d'établir un échantillon d'étoiles standards destinées à l'étalonnage des poses SAURON. En pratique, on distingue trois catalogues, compilés par Harald KUNTSCHEMER (Durham University), selon le type d'étoile de référence considéré :

- un catalogue de  $\sim 220$  étoiles de référence en indice de raies, établi à partir du catalogue Lick/IDS (BURSTEIN *et al.* 1984, WORTHEY *et al.* 1994). Certaines de ces étoiles peuvent éga-

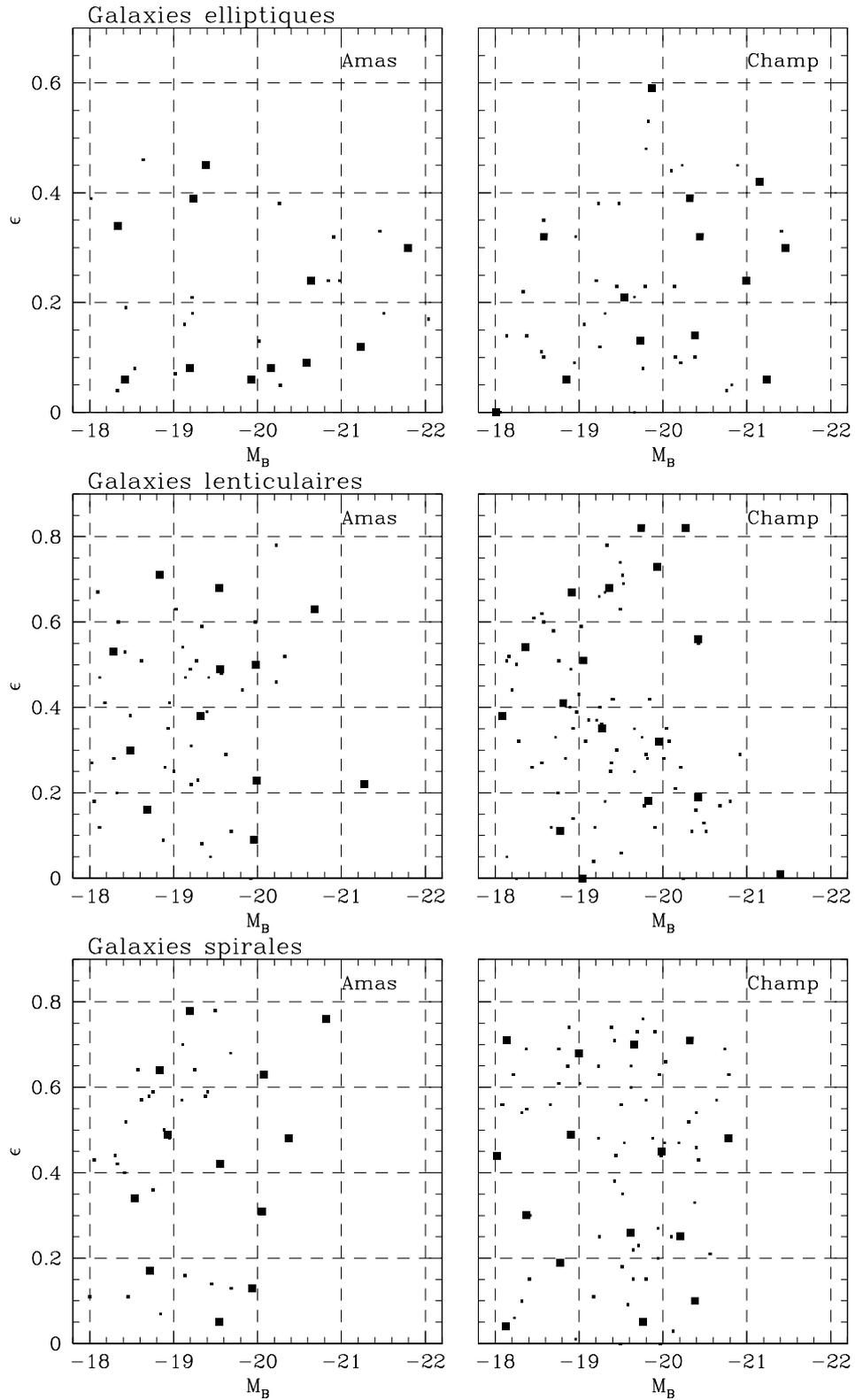


FIG. I.4 – Plans  $(M_B, \epsilon)$  des galaxies candidates (327 points) et sélectionnées (80 carrés) pour l'échantillon SAURON. De haut en bas : galaxies elliptiques, lenticulaires et spirales ; à gauche : galaxies appartenant à un amas, à droite : galaxies de champ.

lement servir d'étoiles de référence pour l'extraction de la distribution des vitesses (*template*, voir Chap. III, § 1., p. 52);

- un catalogue de  $\sim 20$  étoiles de référence en flux;
- un catalogue de  $\sim 60$  étoiles de référence cinématique, principalement extrait du *Astronomical Almanac* (p.ex. U. S. NAVAL OBSERVATORY 1999).

Ces étoiles ont été sélectionnées d'un part selon des critères d'« observabilité » par SAURON (voir § 3.2.1.) et d'autre part selon des critères spécifiques à chacun des catalogues — p.ex. absence de raies d'absorption pour les étoiles de référence en flux, étoiles de type géantes G, K et M pour les étoiles de référence en vitesse, etc.

L'intérêt de ces catalogues, outre leur aspect purement pratique durant les missions d'observation, est double :

- ils permettent une couverture *uniforme* des paramètres physiques étudiés, en particulier pour le calcul des indices de raies, et donc au final un meilleur étalonnage,
- dans le même temps, ils favorisent l'observation répétée des mêmes étoiles standard d'une mission à l'autre afin de quantifier l'évolution éventuelle des paramètres instrumentaux (p.ex. résolution spectrale) ou observationnels (p.ex. transmission atmosphérique).

## Références

- ARRIBAS, S., CARTER, D., CAVALLER, L., DEL BURGO, C., EDWARDS, R., FUENTES, F. J., GARCIA, A. A., HERREROS, J. M., JONES, L. R., MEDIAVILLA, E., PI, M., POLLACCO, D., RASILLA, J. L., REES, P. C. & SOSA, N. A., 1998; *INTEGRAL: a matrix optical fiber system for WYFFOS*. Proceedings of SPIE, **3355**, 821
- BACON, R., ADAM, G., BARANNE, A., COURTES, G., DUBET, D., DUBOIS, J. P., EMMELM, E., FERRUIT, P., GEORGELIN, Y., MONNET, G., PÉCONTAL, E., ROUSSET, A. & SAY, F., 1995; *3D spectrography at high spatial resolution. I. Concept and realization of the integral field spectrograph TIGER*. A&AS, **113**, 347
- BACON, R., ADAM, G., COPIN, Y., EMMELM, E., FERRUIT, P., PÉCONTAL, E. & PÉCONTAL, A., 1998; *The integral field spectrograph OASIS*. Dans *CFHT Users Meeting*. Québec
- BACON, R., EMMELM, E., COMBES, F., COPIN, Y., MONNET, G. & MARTIN, P., 2000; *OASIS Observations of the M31 Double Nucleus*. A&A. In preparation
- BACON, R. & TISSEYRE, F., 1998; *OASIS: l'œil aux mille regards*. CNRS vidéo
- BINNEY, J. & MERRIFIELD, M., 1998; *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press
- BINNEY, J. & TREMAINE, S., 1987; *Galactic Dynamics*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press. BT87
- BLAIS-OUELLETTE, S., CARIGNAN, C., AMRAM, P. & CÔTÉ, S., 1999; *Accurate Parameters of the Mass Distribution in Spiral Galaxies. I. Fabry-Perot Observations of NGC 5585*. AJ, **118**, 2123
- BURSTEIN, D., FABER, S. M., GASKELL, C. M. & KRUMM, N., 1984; *Old stellar populations. I - A spectroscopic comparison of galactic globular clusters, M31 globular clusters, and elliptical galaxies*. ApJ, **287**, 586
- CONTENT, R., 1997; *New design for integral field spectroscopy with 8-m telescopes*. Proceedings of SPIE, **2871**, 1295
- , 1998; *Advanced image slicers for integral field spectroscopy with UKIRT and GEMINI*. Proceedings of SPIE, **3354**, 187
- COPIN, Y., 1998; *SAURON - Estimateur S/B*. Rap. tech., CRAL - Observatoire de Lyon. URL <http://www-obs.univ-lyon1.fr/~ycopin/sauron/>
- COURTES, G., GEORGELIN, Y., BACON, R., MONNET, G. & BOULESTEIX, J., 1987; *A new device for faint objects high resolution imagery and bidimensional spectrography*. Dans *Instrumentation for ground-based optical astronomy, Santa Cruz Summer Workshop*
- DAVIES, R. L., BURSTEIN, D., DRESSLER, A., FABER, S. M., LYNDEN-BELL, D., TERLEVICH, R. J. & WEGNER, G., 1987; *Spectroscopy and photometry of elliptical galaxies. II - The spectroscopic parameters*. ApJS, **64**, 581
- FABER, S. M. & JACKSON, R. E., 1976; *Velocity dispersions and mass-to-light ratios for elliptical galaxies*. ApJ, **204**, 668
- FABER, S. M., TREMAINE, S., AJHAR, E. A., BYUN, Y. I., DRESSLER, A., GEBHARDT, K., GRILLMAIR, C., KORMENDY, J., LAUER, T. R. & RICHSTONE, D., 1997; *The Centers of Early-Type Galaxies with HST.IV.Central Parameters*. AJ, **114**, 1771
- GARCIA, A. A., RASILLA, J. L., ARIBAS, S. & MEDIAVILLA, E., 1994; *Bidimensional spectroscopy with*

- optical fibers at the William Herschel and Nordic Optical Telescopes. *Proceedings of SPIE*, **2198**, 75
- GARCIA, A. M., 1993; *General study of group membership. II - Determination of nearby groups*. *A&AS*, **100**, 47
- GARCIA, A. M., PATUREL, G., BOTTINELLI, L. & GOUGUENHEIM, L., 1993; *General study of group membership. I - The sample*. *A&AS*, **98**, 7
- HAYNES, R., DOEL, A. P., CONTENT, R., ALLINGTON-SMITH, J. R. & LEE, D., 1998; *TEIFU: a thousand element integral field unit for the WHT fed by the ELECTRA AO system*. *Proceedings of SPIE*, **3355**, 788
- IFMOS FINAL REPORT, 1999; *ESA-IFMOS: Integral Field Multi-Object Spectrograph for the NGST (Final Report)*. Rap. tech., European Space Agency
- KRABBE, A., WEITZEL, L., KROKER, H., TACCONI-GARMAN, L. E., CAMERON, M., THATTE, N. A., SAMANN, G., BOEKER, T., GENZEL, R. & DRAPATZ, S., 1995; *3D: a new generation imaging spectrometer*. *Proceedings of SPIE*, **2475**, 172
- LE FÈVRE, O., VETTOLANI, G. P., MACCAGNI, D., MANCINI, D., PICAT, J. P., MELLIER, Y., MAZURE, A., SAISSE, M., CUBY, J. G., DELABRE, B., GARILLI, B., HILL, L., PRIETO, E., ARNOLD, L., CONCONI, P., CASCONI, E., MATTAINI, E. & VOET, C., 1998; *VIRMOS: visible and infrared multiobject spectrographs for the VLT*. *Proceedings of SPIE*, **3355**, 8
- LÉNA, P., 1986; *Astrophysique: Méthodes physiques de l'observation*. Savoirs Actuels. InterÉdition et Éd. du CNRS, Paris
- MILLER, B. W., BUREAU, M., VEROLME, E., DE ZEEUW, P. T., BACON, R., EMSSELLEM, E., COPIN, Y., DAVIES, R., PELETIER, R. F., CAROLLO, M. C. & MONNET, G., 2000; *SAURON: Integral-field Spectroscopy of Galaxies*. Dans *Imaging the Universe in Three Dimensions: Astrophysics with Advanced Multi-Wavelength Imaging Devices*, W. van Breugel & J. Bland-Hawthorn, réds., ASP Conference Series
- PATUREL, G., ANDERNACH, H., BOTTINELLI, L., DI NELLA, H., DURAND, N., GARNIER, R., GOUGUENHEIM, L., LANOIX, P., MARTHINET, M. C., PETIT, C., ROUSSEAU, J., THEUREAU, G. & VAUGLIN, I., 1997; *Extragalactic database. VII. Reduction of astrophysical parameters*. *A&AS*, **124**, 109
- PATUREL, G., FOUQUE, P., BOTTINELLI, L. & GOUGUENHEIM, L., 1989; *An extragalactic database. I - The Catalogue of Principal Galaxies*. *A&AS*, **80**, 299
- PÉCONTAL, E., 1991; *Étude du spectrographe à trame de micro-lentilles TIGER, application à l'observation des environnements de noyaux actifs*. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris
- PEACOCK, T., VERHOEVE, P., RANDO, N., ERD, C., BAVDAZ, M., TAYLOR, B. G. & PEREZ, D., 1998; *Recent developments in superconducting tunnel junctions for ultraviolet, optical & near infrared astronomy*. *A&AS*, **127**, 497
- PELETIER, R. F., DAVIES, R., ALLINGTON-SMITH, J. R., BACON, R., COPIN, Y., EMSSELLEM, E., DE ZEEUW, P. T., MILLER, B. W., BUREAU, M., VEROLME, E., CAROLLO, M. C. & MONNET, G., 2000; *SAURON: Integral-field Spectroscopy of Galaxies*. Dans *Instrumentation at the ING: The Next Decade*. Sheffield, UK
- THATTE, N. A., TECZA, M., EISENHAEUER, F., MENGEL, S., KRABBE, A., PAK, S., GENZEL, R., BONACCINI, D., EMSSELLEM, E., RIGAUT, F. J., DELABRE, B. & MONNET, G., 1998; *SINFONI: a near-infrared AO-assisted integral field spectrometer for the VLT*. *Proceedings of SPIE*, **3353**, 704
- TULLY, R. B., 1987; *Nearby groups of galaxies. II - An all-sky survey within 3000 km/s*. *ApJ*, **321**, 280
- U. S. NAVAL OBSERVATORY, R. G. O., 1999; *The Astronomical Almanac for the year 2000*. Washington: United States Government Printing Office (USGPO) and London: Her Majesty's Stationery Office (HMSO)
- VANDERRIEST, C., 1995; *Integral Field Spectroscopy with Optical Fibres*. Dans *3D Optical Spectroscopic Methods in Astronomy*, G. Comte & M. Marcelin, réds., tm. 71 de *ASP Conference Series*
- WORTHEY, G., FABER, S. M., GONZALEZ, J. J. & BURSTEIN, D., 1994; *Old stellar populations. 5: Absorption feature indices for the complete LICK/IDS sample of stars*. *ApJS*, **94**, 687



# Réduction des données SAURON

LA RÉDUCTION DES DONNÉES issues d'un spectrographe intégral de champ (SIC) doit être optimisée afin d'exploiter au mieux les performances de ce genre d'instrument, c.-à-d. à la fois les qualités d'imagerie et de photométrie d'un imageur *et* les qualités spectrales d'un spectrographe. Pour ce faire, du fait de la nature même des données 3D — une direction spectrale donnant l'intensité lumineuse reçue en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ , et deux directions spatiales précisant la position  $(\alpha, \delta)$  du spectre considéré sur le ciel —, la chaîne de réduction doit comporter des corrections de type à la fois « *spatial* » (p.ex. correction des variations de transmission d'une lentille à une autre) et « *spectral* » (p.ex. étalonnage en longueur d'onde des spectres).

Je tâcherai de décrire dans ce chapitre la méthode de réduction typique des données SIC de type TIGER, plus particulièrement appliquée au cas du spectrographe SAURON. La chaîne de réduction se déroule en plusieurs étapes :

- le prétraitement des poses CCD ;
- l'extraction des spectres et la création des cubes de données  $(\alpha, \delta, \lambda)$  ;
- les étalonnages divers de ces cubes (étalonnage en longueur d'onde, champs plats spectrospatial, élimination des rayons cosmiques, etc.) ;
- le « mosaïquage », permettant de combiner plusieurs cubes individuels afin d'obtenir un cube à plus haut rapport signal/bruit (rapport S/B) et/ou à plus grand champ.

Certaines étapes, telles que le prétraitement ou les étalonnages purement spectraux, sont couramment appliquées dans les réductions de données plus classiques (p.ex. imagerie CCD, spectrographie à fente longue) ; je ne m'attarderai donc pas sur leur description. En revanche, la phase d'extraction, et dans une moindre mesure certains étalonnages spectro-photométriques ainsi que la phase de mosaïquage, constituent l'étape caractéristique de la réduction des données TIGER.

Dans l'ensemble, la description correspond à la procédure de réduction mise en œuvre par le logiciel XOASIS, développé et mis à la disposition de la communauté par l'équipe TIGER du CRAL – Observatoire de Lyon pour le dépouillement des données OASIS (<http://www-obs.univ-lyon1.fr/~oasis/home>). Certaines adaptations ont cependant été nécessaires pour l'instrument SAURON, en particulier dans la phase d'extraction des spectres — qui dépend directement d'un modèle optique de l'instrument.

## 1. Prétraitement des poses CCD

La première étape de la réduction des données obtenues à l'aide d'un CCD consiste à éliminer les contributions du système d'acquisition du signal, le détecteur et son électronique de contrôle. Elle se décompose en plusieurs phases :

- correction d'*offset*,

- soustraction du niveau de base du détecteur,
- élimination du courant d’obscurité,
- application d’un champ plat haute-fréquence,

qui sont appliquées successivement à l’ensemble des images obtenues. Pour plus de détail sur le principe de fonctionnement des détecteurs CCD, et sur l’origine et la cause des différents signaux parasites, voir p.ex. LÉNA (1986).

#### a. Offset

Afin de quantifier la contribution de l’électronique de contrôle au signal, variable au cours de la lecture d’une même image, le contrôleur ajoute, à la lecture de chaque ligne du détecteur, un certain nombre de pixels *virtuels*, typiquement quelques dizaines. L’ensemble de ces pixels constitue la bande d’*offset*, qui permettra d’estimer et d’éliminer ligne par ligne la fraction de signal issue de l’électronique.

Pour chaque ligne, la médiane des pixels virtuels est calculé puis soustrait, soit directement soit à travers un ajustement polynomial de bas degré ( $\lesssim 5$ ). La seconde solution a l’avantage d’un meilleur rapport S/B, mais s’avère inutilisable en présence des forts gradients parfois observés dans la bande d’*offset*. L’une ou l’autre des méthodes est donc appliquée, selon la qualité de l’image, . Une fois la correction effectuée, la zone d’*offset* devenue inutile est éliminée.

#### b. Niveau de base

Le niveau de base du détecteur est estimé à partir de poses de temps d’intégration nulle, les *biais*. Cette quantité évolue au cours du temps, sensiblement d’une nuit d’observation à l’autre, mais relativement peu au cours d’une même nuit.

Afin d’accroître le rapport rapport S/B de la mesure du niveau de base à utiliser pour une nuit, l’ensemble des biais de la nuit est médiané, et la médiane est systématiquement soustraite de chacune des poses.

#### c. Courant d’obscurité

Même en l’absence de tout signal lumineux, chaque pixel du détecteur détecte un signal, lié à l’accumulation des charges produites par l’agitation thermique au sein du substrat. Ce « courant d’obscurité » est d’autant plus faible que le récepteur est refroidi. Pour le CCD EEV12 utilisé par SAURON, opérant à une température de  $-120$  °C, il est effectivement très faible — de l’ordre de  $0,7 e^-$ /pixel/heure (cf. <http://www.ing.iac.es/>) — et peut être considéré comme constant sur l’ensemble du détecteur, ce dernier point étant vérifié régulièrement par l’acquisition de poses d’obscurité. On retire donc à chaque pixel une valeur moyenne déterminée soit en laboratoire pour des conditions d’utilisation typiques, soit à partir des poses d’obscurité.

#### d. Champ plat haute-fréquence

Pour corriger la variation de sensibilité de pixel à pixel au sein du récepteur, il est en général nécessaire d’appliquer à la pose CCD un champ plat haute-fréquence, obtenu à l’aide d’une illumination uniforme du détecteur. Cependant, dans le cas de poses de type TIGER, cela s’avère non seulement difficile à réaliser — d’une part à cause du très bon rapport S/B requis pour la correction d’une variation de sensibilité de pixel à pixel de l’ordre de quelques pourcents, et d’autre part du fait de l’illumination hautement non-uniforme du récepteur — mais également moins critique, puisque la phase d’extraction, qui utilise une sommation de pixels voisins, atténuera cet effet.

## 2. Extraction des spectres et création des cubes

Cette phase constitue le cœur de la réduction des données de type TIGER, puisqu’elle permet de passer d’une pose CCD prétraitée, contenant une information du type  $I(n,p)$ , donnant l’intensité du

pixel  $(n, p)$  du CCD, au cube de données TIGER, contenant une information du type  $I(\alpha, \delta, \lambda)$ , où  $\alpha$  et  $\delta$  correspondent à la position du spectre considéré sur le ciel et  $\lambda$  à la longueur d'onde.

Elle s'articule autour de 4 étapes :

- détermination de la position des micro-pupilles — par la suite  $\mu$ -pup (§ 2.1.),
- détermination de la position des spectres sur le CCD par la détection des crêtes de spectres (§ 2.2.),
- création du masque d'extraction, liant chaque pixel du CCD à un spectre et à une longueur d'onde donnés (§ 2.3.),
- extraction des spectres et création du cube de données (§ 2.4.).

Elles sont mises en œuvre par divers programmes informatiques écrits en langage C (respectivement `find_mpup`, `find_maxima`, `create_mask` et `extract_spec`) développés dans le cadre du logiciel de traitement de données intégrales de champ XOASIS.

Avant de décrire les algorithmes utilisés lors de chaque étape, objet de cette section, il est important de noter leur *généralité*, dans le sens où ils ne dépendent qu'à travers des détails techniques (p.ex. la disposition des lentilles, hexagonale pour OASIS et carrée pour SAURON) du SIC dont on réduit les données. C'est pour cette raison, et dans la perspective de nouveaux développements instrumentaux de type TIGER— p.ex. le projet SNIFS (« *Super-Novae Integral Field Spectrograph* ») dédié à l'étude spectro-photométrique des super-novae de type Ia à petit décalage spectral (<http://www-obs.univ-lyon1.fr/~snifs/>)— qu'il me semble intéressant de les détailler.

Enfin, il est utile de souligner que ces algorithmes, présentés dans ce travail comme « évidents » en passant sous silence les multiples expérimentations, tentatives et échecs qui les ont précédés, sont issus d'une *longue* expérience dans le traitement de la SIC, acquise par l'équipe TIGER depuis la première mission TIGER en 1987 (voir en particulier les travaux d'Emmanuel Pécontal, 1991, et d'Arlette Rousset-Pécontal, 1992).

## 2.1. POSITION DES MICRO-PUPILLES (FIND\_MPUP)

L'objectif de cette première étape est de détecter les  $\mu$ -pup sur la pose obtenue *sans disperseur* sur un champ uniforme fourni par une voie d'étalonnage (pose de micro-pupilles), et de déterminer les paramètres géométriques de la trame de micro-lentilles (TML), ainsi qu'un premier modèle de la distorsion optique introduite par le réducteur focal (collimateur + chambre) situé entre la TML et le CCD. Les positions observées et théoriques seront par la suite utilisées pour la création du masque d'extraction, afin de relier pour chaque spectre position sur le CCD et position sur le ciel.

Cette phase se décompose elle-même en trois parties, la dernière n'étant appliquée que dans le cadre d'une extraction dite *optimale*, systématiquement utilisée dans le cas SAURON :

- la détection et la détermination de la position des  $\mu$ -pup sur la pose,
- l'ajustement d'un premier modèle de la TML et du réducteur focal de l'instrument,
- l'analyse du profil des  $\mu$ -pup et de la variation de ce profil sur l'ensemble de la pose.

### 2.1.1. Détection des micro-pupilles

Le processus de détection des  $\mu$ -pup se doit d'être particulièrement robuste vis-à-vis de la présence sur la pose de  $\mu$ -pup de mauvaises colonnes, pixels chauds et rayons cosmiques pouvant simuler une  $\mu$ -pup fictive ou masquer/déformer une  $\mu$ -pup réelle. Il se déroule en plusieurs étapes, et requiert la vérification régulière du caractère *typique* des résultats obtenus.

**Seuillage.** La première étape consiste à détecter les candidates  $\mu$ -pup par seuillage de l'image au dessus du niveau du bruit. Les  $\mu$ -pup n'occupent qu'une fraction très négligeable<sup>a</sup> de la surface du CCD, et un calcul direct de la médiane de tous les pixels de la pose donne une estimation du niveau de base  $B$ , tandis que l'écart médian des pixels à  $B$  donne lui une estimation robuste de la dispersion

<sup>a</sup> Dans le mode LR, chaque  $\mu$ -pup couvre  $\sim 40$  pixels, ce qui, pour les 1600  $\mu$ -pup détectés sur une pose  $2000 \times 3000$ , correspond à un recouvrement de  $\sim 1\%$ .

$\sigma_B$  du bruit de fond, sous l'hypothèse d'un bruit gaussien<sup>b</sup>. Connaissant les caractéristiques de la distribution du bruit, il est possible déterminer le seuillage  $S$  à appliquer à l'image pour que la probabilité  $p$  qu'un pic de bruit ne le dépasse soit arbitrairement faible. Pour  $p = 0,1\%$ , cela correspond à  $S = B + 10 \sigma_B$ . Ce seuillage donne la position des pixels pouvant appartenir à une  $\mu$ -pup.

**Regroupement.** Les pixels individuels contigus précédemment détectés sont regroupés en ensembles connexes (« classes »), sensés représenter chacune des  $\mu$ -pup. Pour éviter qu'une même  $\mu$ -pup soit artificiellement scindée, p.ex. par une mauvaise colonne, les classes séparées d'un seul pixel sont fusionnées.

**Épuration.** Un rayon cosmique ou un pixel chaud peut avoir été détecté au dessus du seuil  $S$ , mais la classe correspondante contiendra certainement moins de pixels que pour une  $\mu$ -pup réelle. La médiane et l'écart médian de la taille des  $\mu$ -pup sont donc calculés, et les classes de taille trop faible sont éliminées (réjection à  $5 \sigma$ ).

**Centrage.** Le barycentre de chacune des classes sert de point de départ à l'ajustement d'une gaussienne sur les  $\mu$ -pup, donnant leur centre, ainsi qu'une première estimation de leur largeur à mi-hauteur.

## 2.1.2. Modélisation de la trame

La phase de détection achevée, on obtient la position précise de  $\sim 1600$   $\mu$ -pup détectées sur la pose. Cependant, toutes les lentilles de la trame peuvent ne pas avoir de  $\mu$ -pup associée (p.ex.  $\mu$ -pup masquée par une mauvaise colonne du CCD), et des points parasites peuvent être passés à travers les critères de réjection — même s'ils s'avèrent en pratique assez rares. Une étape supplémentaire faisant intervenir une modélisation *globale* de la trame est donc nécessaire pour discriminer les différents cas et intégrer la liste des positions dans un ordonnancement régulier.

### a. Triangulation

La triangulation des positions de  $\mu$ -pup permet de déterminer précisément les paramètres géométriques de la trame, en particulier son angle  $\theta \simeq -5,19^\circ$  par rapport au CCD et la distance interpupille  $d \simeq 54$  pixels, par l'étude de la géométrie médiane des triangles de la grille. Là encore, les triangles atypiques sont rejeté sur un critère de type médian-écart médian.

### b. Paramètres de distorsion

On peut montrer que la loi de distorsion introduite par un réducteur focal constitué d'un collimateur et d'une chambre de focales respectives  $F_{\text{coll}}$  et  $F_{\text{cam}}$  et de coefficients de distorsion<sup>c</sup>  $E_{\text{coll}}$  et  $E_{\text{cam}}$ , peut s'écrire au premier ordre (E. Pécontal, communication privée):

$$r_d = r_{nd} (1 + \alpha r_{nd}^2), \tag{II.1}$$

où  $r_d$  et  $r_{nd}$  sont respectivement les distances au centre de distorsion en présence et en l'absence de distorsion (en pixel), et  $\alpha \hat{=} \frac{(E_{\text{cam}} - E_{\text{coll}}) \Delta p^2}{F_{\text{cam}}^2}$  correspond au coefficient de distorsion ( $\Delta p$  est la taille du pixel).

La position  $(x, y)$  de chaque  $\mu$ -pup subit donc une distorsion radiale par rapport au centre de distorsion  $(x_c, y_c)$ , avec  $r \hat{=} \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$ . On peut alors montrer que la surface des triangles

<sup>b</sup> On utilise généralement la médiane et l'écart médian comme estimateurs des paramètres d'une distribution statistique, puisque ces grandeurs, étant moins sensibles aux points atypiques, sont plus robustes que les grandeurs moyennes équivalentes. Dans le cas d'une distribution gaussienne, la médiane  $m$  correspond exactement à la valeur moyenne  $\mu$ , et la dispersion médiane  $s$  — médiane de la valeur absolue des écarts à la médiane — est reliée à la dispersion  $\sigma$  par la relation :  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\mu-s}^{\mu+s} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx \hat{=} 1/2$ , soit  $\text{erf}\left(\frac{s}{\sigma\sqrt{2}}\right) = 1/2$ , c.-à-d.  $\sigma \simeq 1,483 s$ .

<sup>c</sup> On définit p.ex. pour le collimateur le coefficient de distorsion  $E_{\text{coll}}$  en modélisant la distorsion par la relation  $r = F_{\text{coll}} \tan \theta (1 + E_{\text{coll}} \tan^2 \theta)$ , où  $r$  est la distance à l'axe optique dans le plan objet du collimateur et  $\theta$  l'angle de la direction émergente par rapport à l'axe optique. Ce coefficient est estimé à partir d'un ajustement des figures de distorsion calculées par un logiciel d'optique tel que ZeMax.

issus de la triangulation de la trame suit aussi une loi de distorsion radiale, pouvant s'écrire au premier ordre :

$$S_d = S_{nd} (1 + 4\alpha r^2), \quad (\text{II.2})$$

où  $S_d$  et  $S_{nd}$  correspondent à la surface des triangles distordus et non-distordus respectivement. On peut donc *a priori* déterminer les paramètres de distorsion ( $x_c, y_c, \alpha$ ) en ajustant une loi de la forme (II.2) sur les surfaces des triangles issus de la triangulation.

Cette approche est valable pour OASIS, où le paramètre de distorsion  $\alpha$  est suffisamment grand ( $\simeq 10^{-8}$ ) pour que la distorsion des surfaces soit suffisante pour être ajustable au delà des erreurs de mesure. Dans le cas de SAURON, ce paramètre est trop faible ( $\alpha \simeq 10^{-10}$ ) pour pouvoir être déterminé ainsi : on se contente alors d'une première estimation *ad hoc* des paramètres de distorsion :  $\alpha \equiv 10^{-10}$ , et  $(x_c, y_c) \equiv$  centre de la trame. Les paramètres géométriques  $\theta$  et  $d$  précédemment déterminés restent toutefois valables.

### c. Détermination de la lentille centrale

L'ensemble des grandeurs mesurées ( $\theta, d, \alpha, x_c$  et  $y_c$ ) va servir de conditions *initiales* dans l'ajustement *global* de la trame théorique. Lors de cet ajustement, la position théorique d'un point de cette trame sera calculée par son indice  $(m, n)$  à partir d'une  $\mu$ -pup origine. Cette dernière doit être au plus proche du centre de distorsion, de sorte que sa position distordue — seule mesurable — se confonde au mieux avec sa position non-distordue. De plus, il est crucial que cette  $\mu$ -pup choisie comme origine dans la construction de la trame ne soit pas un point parasite. Pour cela, on considère tour à tour les  $\mu$ -pup situées près du centre de distorsion estimé, et l'on construit pour chacune d'entre elles la trame théorique prenant cette pupille comme origine. Pour chaque pupille origine, on calcule la médiane des écarts entre les  $\mu$ -pup détectées et les positions théoriques : si un des points-origine est un parasite, la trame reconstruite ne s'ajustera pas convenablement aux autres  $\mu$ -pup, et l'écart médian sera anormalement élevé. Un critère de seuillage médiane-écart médian permet donc à nouveau de discriminer les  $\mu$ -pup centrales parasites, et de choisir la  $\mu$ -pup origine réelle au plus près du centre de distorsion. Cette méthode ne fonctionne que si plus de la moitié des  $\mu$ -pup centrales étudiées sont effectivement « réelles », ce qui est toujours le cas en pratique.

### d. Ajustement global et modèle de trame

À partir de la lentille origine et des valeurs initiales des paramètres des paramètres précédemment estimés, on réalise un ajustement *global* de la trame de  $\mu$ -pup, visant à déterminer précisément  $\theta, d, \alpha, x_c$  et  $y_c$ , en comparant pour l'ensemble des lentilles la position distordue prédite et la position observée. Il s'avère que les estimations initiales de ces paramètres sont déjà très bonnes. En outre, on obtient la position théorique, distordue ou non, de chacune des  $\mu$ -pup détectées. Tout point détecté ne tombant pas à proximité d'une position théorique est considéré comme parasite et éliminé de la trame ; au contraire, les positions théoriques ne correspondant pas à un point mesuré mettent en évidence les lentilles accidentellement non-détectées.

L'ensemble de ces informations sont stockées dans une table nommée « masque », puisqu'elle est appelée à être complétée par la suite pour devenir le masque d'extraction, objectif de toutes ces études.

## 2.1.3. Analyse du profil de micro-pupilles

L'*extraction optimale* des spectres (voir voir § 2.4., p. 38) s'appuie sur une connaissance du profil des spectres dans la direction de *cross-dispersion* (c.-à-d. perpendiculaire à la direction de dispersion<sup>d</sup>), que l'on doit estimer *a priori*.

La procédure de création du masque d'extraction (voir voir § 2.3., p. 36) tachera de déterminer la loi reliant, pour chaque micro-lentille  $i$ , la longueur d'onde  $\lambda$  à la position  $x, y$  du point illuminé

<sup>d</sup> Par la suite, on note  $y$  la direction de dispersion — puisque dans le cas des poses TIGER, la direction de dispersion est « verticale » — et  $x$  la direction de cross-dispersion.

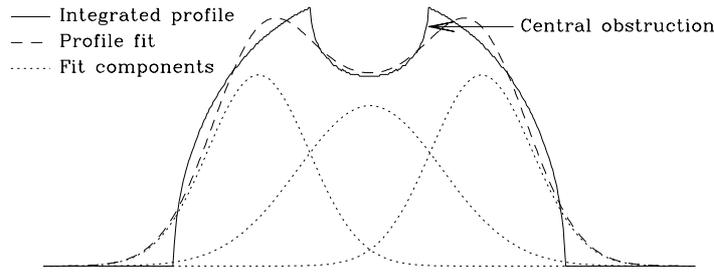


FIG. II.1: Profil intégré de la pupille géométrique (trait plein) et ajustement par une somme de trois gaussiennes (somme : tirets, composantes individuelles : pointillés).

sur le CCD. Cependant, ce spectre « géométrique »  $I_i(\lambda, x(\lambda), y(\lambda))$  que l'on cherche à extraire est en réalité convolué par la réponse d'appareil de l'instrument, constituée d'une partie géométrique<sup>e</sup> et d'une partie physique, due aux aberrations optiques et à la diffraction. Cette fonction d'appareil (par la suite FEP, pour « Fonction d'étalement en point », ou PSF pour « Point Spread Function ») a une conséquence double : *a* – dans la direction de dispersion, elle détériore la résolution spectrale, *b* – dans la direction de cross-dispersion, elle élargit le spectre intrinsèque pour lui donner un certain profil. Le premier point est incontournable, et participe à la résolution spectrale de l'instrument (de l'ordre de 3,6 Å pour SAURON dans le mode LR, voir Table I.2, p. 19). En revanche, l'élargissement dans la direction de cross-dispersion correspond au profil dont il faudra tenir compte lors de l'extraction optimale des spectres (voir § 2.4.).

Le profil cross-dispersion sera analysé en plusieurs étapes :

- calcul et modélisation de la pupille géométrique,
- estimation de la dépendance spatiale de la FEP, en distinguant la partie « globale » — indépendante de la micro-lentille considérée — et partie « locale » — spécifique à chacune des lentilles de la trame,
- estimation de la dépendance chromatique de la FEP.

En l'absence de disperseur et donc d'information chromatique, seules les deux premières étapes peuvent être réalisées à partir de la pose  $\mu$ -pup, le profil de cross-dispersion étant obtenu en intégrant chaque  $\mu$ -pup le long de la direction de dispersion. *Avantage* : la grande distance inter-pupille — plusieurs dizaines de pixels — élimine *de facto* tout phénomène de pollution ; *inconvénient* : les aberrations chromatiques étant concentrées sur la  $\mu$ -pup non-dispersée, elles vont artificiellement élargir la FEP. Cependant, cet effet sera corrigé *a posteriori* par la connaissance de la dépendance chromatique de la FEP, que l'on estimera à partir d'une pose de continu où les aberrations chromatiques sont réparties le long du spectre (voir voir § 2.2., p. 33).

### a. Pupille géométrique

Connaissant les diamètres du miroir primaire du télescope et de l'obstruction centrale (miroir secondaire et support), et les différentes focales impliquées dans la construction de la micro-pupille, il est facile de déterminer la géométrie exacte de la micro-pupille, et donc, par une intégration selon la direction de dispersion, sa contribution  $\mathcal{G}$  au profil. La Fig. II.1 donne cette contribution géométrique dans le cas de l'instrument SAURON. Pour son utilisation ultérieure, cette contribution ne prenant pas une forme analytique simple, on l'ajuste par une somme de trois gaussiennes.

### b. Fonction d'appareil

Si l'on note  $\mathcal{F}_i$  la fonction d'appareil du réducteur focal pour la  $\mu$ -pup  $i$ , le profil  $\mathcal{P}_i$  de cette  $\mu$ -pup peut s'écrire :

$$\mathcal{P}_i \equiv \mathcal{F}_i \otimes \mathcal{G}, \tag{II.3}$$

<sup>e</sup> Dans le concept TIGER, la trame de micro-lentilles image la pupille d'entrée du télescope. Une  $\mu$ -pup n'est donc pas, même en l'absence de tout phénomène de diffraction ou d'aberration, un point mais une image de la pupille d'entrée du télescope — c.-à-d. un disque percé au centre — de taille liée aux diamètres des miroirs et aux focales de l'optique.

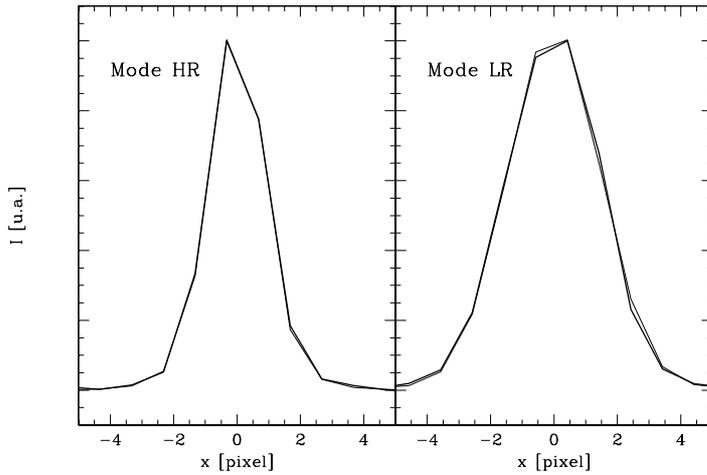


FIG. II.2: Profil intégré le long de la direction de dispersion  $y$  (trait épais) d'une  $\mu$ -pup en mode HR (à gauche et en mode LR à droite). On indique également (trait fin) le résultat de l'ajustement du profil par le modèle décrit dans le texte.

où  $\otimes$  dénote la convolution. Par ailleurs,  $\mathcal{F}_i$  se décompose en une partie fixe  $\mathcal{F}^*$  — le kernel de la fonction d'appareil, indépendant de la position dans le champ — et une partie locale  $\mathcal{F}_i^*$ , avec

$$\mathcal{F}_i \cong \mathcal{F}^* \otimes \mathcal{F}_i^*. \quad (\text{II.4})$$

Pour une bonne approximation de la fonction d'appareil, on choisit d'assimiler  $\mathcal{F}^*$  à la somme de trois gaussiennes centrées, et  $\mathcal{F}_i^*$  à une unique gaussienne centrée. En tenant compte par ailleurs de l'intégration sur le pixel, on dispose ainsi d'une description très détaillée du profil des  $\mu$ -pup. Cette précision est nécessaire si l'on veut correctement mettre en évidence la variation intrinsèque de la FEP dans le champ sans être limité par le sous-échantillonnage des  $\mu$ -pup (Fig. II.2).

Les phénomènes d'aberration vont provoquer un élargissement progressif de  $\mathcal{F}_i$  à mesure que l'on s'éloigne du centre optique. On peut donc estimer  $\mathcal{F}^*$  à partir de l'analyse des  $\mu$ -pup les plus proches du centre de distorsion<sup>f</sup>. L'ajustement du kernel  $\mathcal{F}^*$  se fait simultanément sur plusieurs lentilles centrales, moins pour accroître le rapport S/B que pour mieux tenir compte des effets de sous-échantillonnage des  $\mu$ -pup.

Une fois la partie globale de la fonction d'appareil  $\mathcal{F}^*$  connue,  $\mathcal{F}_i^*$  est déterminé par un ajustement systématique du profil de chacune des  $\mu$ -pup. La Fig. II.3 présente la carte des dispersion de  $\mathcal{F}_i^*$  dans le cas du mode HR de SAURON. Ce mode présente une contribution géométrique plus fine — ce qui justifie sa meilleure résolution spectrale — et permet donc une analyse plus précise de la fonction d'appareil. Noter que l'on ne discerne aucun effet de moiré<sup>g</sup> ce qui indique bien que le modèle prend parfaitement en compte le sous-échantillonnage des pupilles.

## 2.2. POSITION DES CRÊTES DE SPECTRES (FIND\_MAXIMA)

L'analyse précédente a relié une  $\mu$ -pup détectée sur le CCD à la micro-lentille correspondante au niveau de la trame, et donc à la position sur le ciel de la zone interceptée par cette lentille. Elle a donc permis de « remonter » le dispositif optique de l'instrument, *hors disperseur*, du CCD à la trame : c'est le « chemin aller » de la modélisation de l'instrument. Dans un second temps, on va chercher inversement à trouver la position sur le CCD à laquelle parvient un rayon lumineux de longueur d'onde  $\lambda$  issu d'une lentille donnée, cette fois-ci en présence du disperseur (d'où la dépendance chromatique) : c'est le « chemin retour ». À terme, la modélisation en « aller-retour » va permettre de déterminer à quel spectre et à quelle longueur d'onde contribue l'intensité d'un pixel donné du

<sup>f</sup> *A priori*, on pourrait choisir  $\mathcal{F}^*$  maximale de sorte que  $\mathcal{F}_i^* \rightarrow \delta_{\text{Dirac}}$  au niveau du centre de distorsion. Cependant, pour des raisons de stabilité numérique, il est préférable d'imposer une largeur maximale pour  $\mathcal{F}^*$ , ce qui revient de fait à stocker une partie du kernel dans la composante locale.

<sup>g</sup> L'effet de moiré correspond à l'apparition d'une structure périodique résultant de la « résonance » entre deux grandeurs voisines, ici p.ex. la taille du pixel et la largeur de la  $\mu$ -pup sous-échantillonnée.

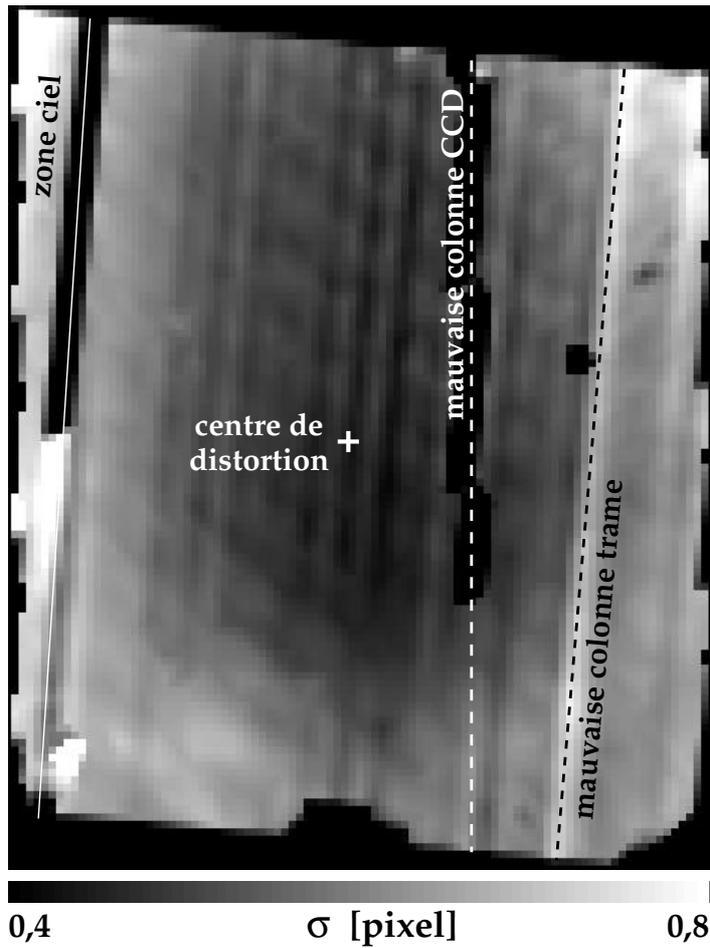


FIG. II.3: Carte des dispersions (en pixel) de  $\mathcal{F}_i^*$  dans le mode HR de SAURON. Elle indique bien un élargissement de la fonction d'appareil à mesure que l'on s'éloigne du centre de distortion (croix). Elle est également un bon indicateur de la qualité de la trame de micro-lentilles utilisée, et met en particulier en évidence la présence d'une mauvaise colonne de lentilles. Noter également la présence d'une mauvaise colonne sur le CCD, empêchant l'analyse détaillée des  $\mu$ -pup.

CCD: c'est l'objectif du masque d'extraction (voir § 2.3.), sur lequel s'appuiera toute la procédure d'extraction (cf. § 2.4.).

Pour pouvoir construire ce modèle, il est nécessaire de préciser la position des spectres sur le CCD, de préférence à partir d'une pose où les spectres sont suffisamment intenses et continus. Cette pose est obtenue par l'observation — au sein de l'instrument — d'une lampe d'étalonnage à continu (lampe halogène à filament de Tungstène).

Il est important de comprendre qu'en l'absence du modèle *global*, la notion de spectre n'existe pas encore dans l'analyse des images. On se contentera donc ici de trouver *localement* la position de la crête du spectre dans la direction de cross-dispersion, à charge par la suite de regrouper ces positions en lignes de crête cohérentes.

L'analyse va donc se porter sur chacun des profils de cross-dispersion de la pose de continu, c.-à-d. une coupe en  $x$ ; elle se décompose en plusieurs étapes.

**Médiane.** Afin d'augmenter le rapport  $S/B$ , et sachant que les propriétés des spectres — position et largeur — évoluent très peu sur quelques pixels le long de la direction de dispersion, on réalise l'étude sur la médiane  $\mathcal{M}$  de quelques lignes contiguës du CCD.

**Détection des pics.** Il faut alors détecter dans ce profil la position des maxima locaux, correspondant à la présence des spectres. Du fait de la disposition typique des poses TIGER, ces maxima se regroupent par paquets d'une dizaine de pics, relativement denses (Fig. II.5), puisque le rapport séparation des pics sur largeur à mi-hauteur varie de 1,5 à 2 selon de mode d'observation (cf. Table I.2, p. 19).

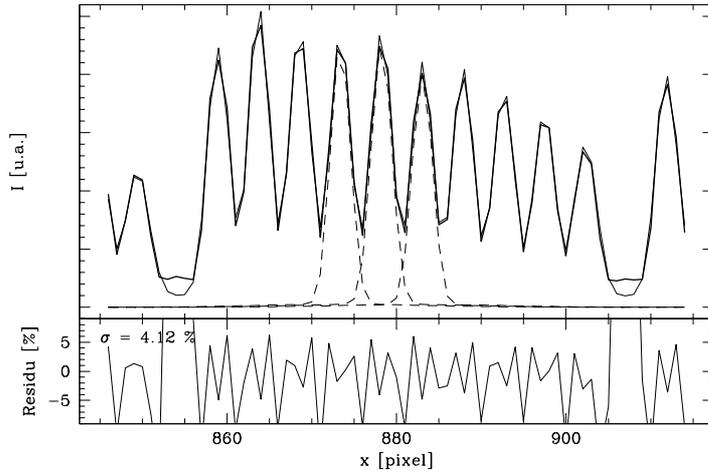


FIG. II.4: En haut: profil de cross-dispersion d'une pose de continu SAURON, mode LR (en trait épais), et son ajustement par le modèle (trait fin). On présente sur trois pics le résultat de l'ajustement (tirets), pour souligner l'importance de la pollution inter-pic. En bas: résidus de l'ajustement, en pourcents.

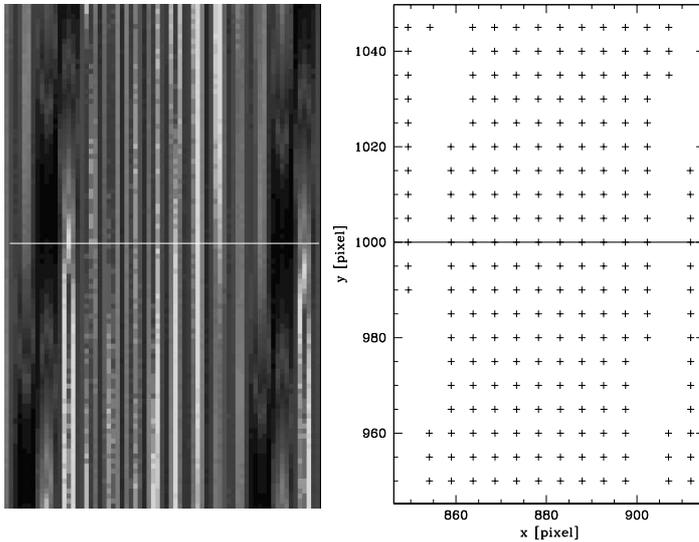


FIG. II.5: À gauche: portion de la pose de continu, à droite: position des crêtes de spectres détectées dans la portion de pose précédente. Dans les deux cas, on indique la position du profil présenté en Fig. II.4 (trait continu).

**Analyse.** On peut alors, par une méthode d'ajustement similaire à celle utilisée lors de l'analyse des profils des  $\mu$ -pup (voir § 2.1.) s'appuyant sur la connaissance de la fonction d'appareil globale  $\mathcal{F}^* \otimes \mathcal{G}$ , déterminer pour chacun des pics sa position et sa largeur caractéristique  $\sigma$  le long de la direction de cross-dispersion<sup>h</sup>. En l'état, on ne sait pas encore ni à quel spectre ni à quelle longueur d'onde correspond le pic analysé, mais à terme, la relation  $\sigma_i(\lambda)$  correspondra à la dépendance chromatique de la FEP pour la lentille  $i$ . Du fait de la densité des paquets de pic et de la pollution inter-pic qui en résulte, il n'est pas possible d'analyser individuellement chacun des pics. On choisit donc d'ajuster *simultanément* la position et la largeur de l'ensemble des pics du paquet considéré (Fig. II.4).

On obtient à la fin de la procédure la position et la largeur caractéristique selon la direction de cross-dispersion des parties de spectres interceptées par chacune des médianes analysées (Fig. II.5). Cet ensemble de données pour l'instant incohérent — il n'y a pour l'instant aucun moyen de relier le pic correspondant à un spectre dans un profil au pic du même spectre dans le profil voisin — sera structuré lors de la création du masque, qui associera chacun des pics à une lentille et une longueur d'onde précises.

<sup>h</sup> Dans le cas d'une extraction non-optimale, pour laquelle la fonction d'appareil n'est pas connue, on ajuste chacun des pics par une simple gaussienne, ce qui a pour inconvénient d'être très sensible aux effets d'échantillonnage.

## 2.3. CRÉATION DU MASQUE D'EXTRACTION (CREATE\_MASK)

Rappelons les données minimales dont nous disposons à ce stade de l'analyse :

- le lien entre la position des  $\mu$ -pup sur le CCD et les micro-lentilles de la trame, et donc la zone du ciel interceptée par ces micro-lentilles (le « chemin aller »), établi à l'aide de la pose de  $\mu$ -pup (voir § 2.1.);
- la position observée sur le CCD de la ligne de crête des spectres, déterminée à partir d'une pose de continu (cf. § 2.2.).

Il s'agit maintenant de déterminer à l'aide de ces données le « chemin retour » du modèle, en trouvant en quel point  $(x,y)$  du CCD va tomber la longueur d'onde  $\lambda$  du spectre issu de la lentille  $i$  (fonction  $(x,y)_i(\lambda)$ ), ou réciproquement quelle est la longueur d'onde  $\lambda$  et la lentille d'origine  $i$  de la lumière illuminant le pixel  $(n,p)$  du CCD (fonction  $(i,\lambda)_{(n,p)}$ ) — d'où le nom *masque*, à comprendre au sens photo-lithographique du terme.

### 2.3.1. Création du masque

Pour établir ce modèle, nous allons utiliser la technique du *lancer de rayons* : en modélisant les éléments optiques majeurs de l'instrument — collimateur, diasporamètre (uniquement dans le cas d'OASIS), prisme de Carpenter, chambre — par ses grandeurs optiques principales — p.ex. longueur focale, paramètre de distorsion, inclinaison, loi de dispersion, etc. — on peut suivre par les lois de l'optique la progression d'un rayon de longueur d'onde  $\lambda$  issu d'une micro-lentille  $i$  (PÉCONTAL 1991). On connaît déjà, depuis l'étude de la pose de  $\mu$ -pup, comment se projettent les micro-lentilles sur le CCD en l'absence de *disperseur*, mais cette information est évidemment *achromatique*.

Les différentes grandeurs optiques, qui caractérisent le comportement de l'instrument, ne sont pas connues précisément *a priori* même si elles ont été prévues lors de sa conception, p.ex. à cause de défauts de réalisation ou d'alignement. Elles vont donc être déterminées lors d'un double ajustement simultané :

- d'une part, tous les rayons de longueur d'onde comprise entre les bornes connues du filtre doivent tomber *sur* des points du CCD correspondant effectivement à un spectre dont la ligne de crête a été détectée ;
- d'autre part, pour les longueurs d'onde des raies d'une lampe d'étalonnage spectral (Néon, Argon, etc.) observée dans les mêmes conditions que la lampe à continu, les rayons doivent correspondre à des zones effectivement illuminées du CCD.

Le premier ajustement, concernant la position et la forme des spectres, permet de contraindre très fortement les paramètres optiques et leur dépendance *relative* en  $\lambda$  ; le second permet d'« ancrer » précisément le modèle en longueur d'onde (Fig. II.6).

Les paramètres à ajuster durant cette procédure doivent être choisis avec soin : en nombre insuffisant, ils ne permettront pas la construction d'un modèle précis de l'optique ; trop nombreux ou redondants, l'ajustement ne convergerait pas. Ils dépendent également de l'instrument considéré : p.ex., OASIS dispose d'un diasporamètre dont il est nécessaire d'ajuster les angles, tandis que SAURON ne nécessite pas un tel dispositif ; en revanche, du fait de son optique non-correctée de certaines aberrations, il est p.ex. important de tenir compte de la dépendance chromatique des longueurs focales.

Dans le cas particulier de SAURON, les paramètres ajustés lors de la création du masque sont :

- les trois angles d'Euler du *grism* ;
- les paramètres de distorsion du réducteur focal  $E_{\text{coll}}$  et  $E_{\text{cam}}$ , ainsi que leurs dépendances chromatiques  $A_{\text{coll}}$  et  $A_{\text{cam}}$  ( $A \hat{=} \frac{\partial E}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0}$ ) ;
- la dépendance chromatique des longueurs focales du réducteur focal  $\frac{\partial F_{\text{coll}}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0}$  et  $\frac{\partial F_{\text{cam}}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0}$  ;
- le centre de distorsion  $(x_c, y_c)$  du système optique ;
- une correction de translation  $(\delta x, \delta y)$  et un facteur d'expansion  $\epsilon$ . Ces derniers paramètres, phénoménologiques, permettent une amélioration sensible de l'ajustement.

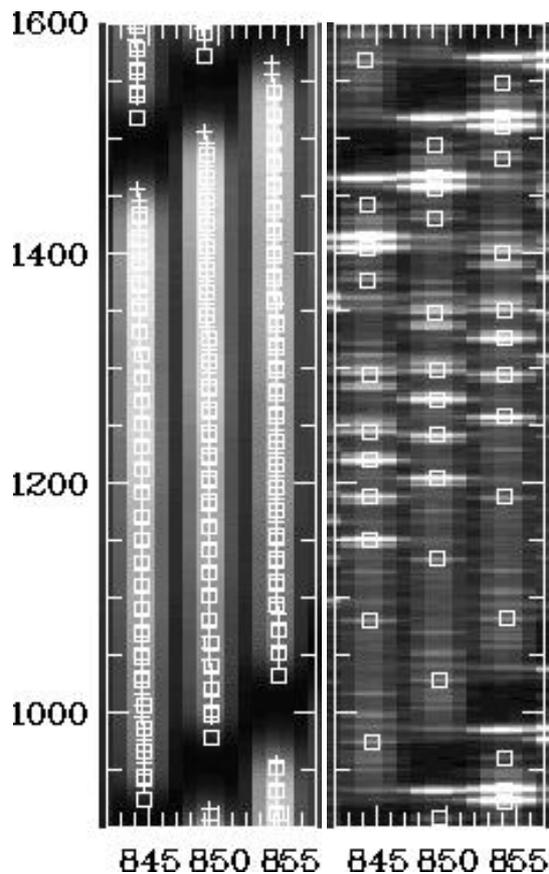


FIG. II.6: Ajustement du masque d'extraction (carrés) sur les ligne de crêtes des spectres (croix) d'une portion de la pose de continu (à gauche), et sur la position des principales raies d'une portion de la pose d'étalonnage spectral (Néon) (à droite).

Une fois l'ajustement de ces paramètres effectués, le masque  $\mathcal{M}$  correspond à un modèle mathématique du comportement optique de l'instrument donnant le point d'incidence  $(x_{\mathcal{M}}, y_{\mathcal{M}})_i(\lambda)$  sur le CCD d'un rayon de longueur d'onde  $\lambda$  issu de la micro-lentille  $i$ . L'ensemble des paramètres optiques et la position de chacune des micro-lentilles décrivant ce modèle sont stockés dans la table du *masque*.

La construction du masque est l'une des parties les plus délicates de la réduction des données SIC, puisque de la qualité de ce masque dépend directement la qualité de l'extraction des spectres : un mauvais masque va fournir des spectres plus ou moins pollués par les spectres voisins, et dont le pré-étalonnage en longueur d'onde est mauvaise. En règle générale, un bon masque permet de prédire la position des spectres sur le CCD avec une précision finale (après correction locale, voir ci-dessous) supérieure au  $1/10^e$  de pixel (RMS en  $x$ ) ; de plus, de par l'ajustement simultané sur une pose de référence spectrale, il permet à l'extraction un très bon pré-étalonnage en longueur d'onde des spectres (voir voir § 3.1., p. 42).

### 2.3.2. Association

Une fois le masque calculé, on dispose de la notion de spectre en tant qu'entité propre au niveau du CCD, qui n'apparaissait pour l'instant au niveau de l'algorithmique que comme un ensemble de pixels plus ou moins illuminés sans lien privilégié entre eux : cela permettra l'extraction des spectres. Cette nouvelle connaissance va également structurer l'ensemble des données acquises lors de la détermination de la position des crêtes de spectres. Jusqu'à maintenant, comme souligné au § 2.2., la position et la largeur des pics déterminées ligne par ligne ne s'inséraient pas dans un ensemble cohérent. À l'aide du masque, on peut dorénavant regrouper les pics des différentes lignes d'analyse en spectre, en sachant de plus à quelle longueur d'onde ils correspondent.

On peut ainsi analyser l'écart entre la position effective de la crête de spectre et la position prévue par le masque en fonction de la longueur d'onde, et apporter un terme correctif *local* — c.-à-d. ne

dépendant que du spectre considéré — au masque. Ce terme correctif, qui demeure inférieur au  $\sim 1/10^e$  de pixel, va modéliser de façon *ad hoc* les effets chromatiques dont on n'a pu tenir compte dans le modèle *global* du masque.

Par ailleurs, on peut déterminer quelle est la variation  $\sigma_i(\lambda)$  de la dispersion de la composante locale  $\mathcal{F}_i^*$  de la fonction d'appareil pour les différentes lentilles  $i$  sur l'ensemble du champ. On dispose ainsi d'un modèle *spectro-spatial* du profil de cross-dispersion  $x \mapsto \mathcal{P}_i(x; \lambda)$  des spectres sur l'ensemble du champ spatial (lentilles  $i$ ) et du domaine spectral (longueur d'onde  $\lambda$ ), ce qui permettra l'extraction optimale des spectres.

### 2.3.3. Ajustement du masque

Dans le cas de l'instrument OASIS, l'élément disperseur de l'instrument est mobile, ce qui permet de prendre des poses de  $\mu$ -pup à chaque nouvelle mission, et ainsi de construire un masque d'extraction parfaitement adapté aux conditions d'observations.

Dans le cas de SAURON, les choses sont rendues légèrement plus compliquées par le fait que l'élément disperseur est *fixe* : on ne peut donc prendre des poses de  $\mu$ -pup que rarement et difficilement, à ce jour une seule fois (il suffit pourtant juste de démonter l'instrument...). Cela ne pose pas trop de problème au niveau de l'estimation des paramètres optiques de l'instrument — longueurs focales, aberrations chromatiques, etc. — qui ne sont pas censés évoluer d'une mission à l'autre (même si en pratique, cela peut entraîner une dégradation de la qualité du masque, que l'on compense par l'application d'un terme correctif local, voir § précédent). Le problème majeur vient du fait que, le CCD ayant été manipulé d'une mission à l'autre, la figure des spectres ne tombe pas toujours exactement de la même façon sur le détecteur, et le masque valable pour une mission ne l'est plus pour une autre. Ce problème devrait être dorénavant résolu par une interface CCD – instrument adaptée.

Il faut donc reconstruire un nouveau masque pour chaque mission, sans toutefois avoir de nouvelle pose  $\mu$ -pup ! Pour ce faire, on va *ajuster* le masque de la mission précédente sur les poses de continu et de référence spectrale courantes en n'ajustant cette fois que les paramètres concernant le déplacement du CCD, c.-à-d. une translation ( $dx_{\text{CCD}}, dy_{\text{CCD}}$ ) et une rotation  $\alpha_{\text{CCD}}$ . De cette façon, on obtient un masque d'extraction valable alors même que le CCD a bougé entre les poses de  $\mu$ -pup et les poses scientifiques.

### 2.3.4. Décalage du masque

Les flexions mécaniques intervenant au sein de l'instrument au cours des observations, dues à l'évolution de l'angle zénithal, provoquent une translation du CCD vis-à-vis de l'optique (voir § 3.3.), et donc un décalage de la position des spectres. Il est donc nécessaire de « recalcr » le masque d'extraction, d'une quantité déterminée à partir de la cross-corrélation des poses de référence spectrale obtenues avec la pose de continu servant à la création du masque d'une part et avec la pose que l'on veut extraire d'autre part. Ce décalage peut s'élever à plusieurs pixels, mais est corrigé très précisément.

## 2.4. EXTRACTION DES SPECTRES (`EXTRACT_SPEC`)

Par abus de langage, on a généralement confondu jusqu'à maintenant le spectre « spectroscopique »  $I(\lambda)$ , quantité *unidimensionnelle* que l'on cherche à déterminer, et le spectre « observé » au niveau de la pose TIGER (voir p.ex. en bas à gauche de la Fig. II.5), figure *bidimensionnelle* de largeur finie du fait des fonctions d'appareils mises en jeu, forme dégradée du premier. C'est le but de la procédure d'extraction de passer, à l'aide du masque d'extraction précédemment calculé, de cette forme dégradée à la mesure physique  $I_i(\lambda)$  pour chaque micro-lentille  $i$ .

La méthode utilisée appelle un commentaire. L'utilisation d'un modèle relativement détaillé de l'optique de l'instrument s'appuyant sur une procédure de lancer de rayons peut apparaître de premier abord comme une technique bien complexe et peu intuitive pour l'extraction des spectres. Cependant, l'expérience acquise depuis plus de 10 ans sur la réduction des données de type TIGER a

montré que les méthodes plus directes d'extraction, p.ex. détecter et extraire individuellement les spectres de chacune des poses à traiter, s'avèrent finalement difficiles à mettre en œuvre et peu robustes, du fait de multiples facteurs tels que le faible rapport S/B de la plupart des spectres, leur faible échantillonnage dans la direction de cross-dispersion, les flexions mécaniques de l'instrument au cours des observations, etc. La technique du masque repose à la fois sur des considérations optiques et sur des ajustements *ad hoc* : le « réalisme » physique du modèle n'est pas l'objectif premier, mais il est un gage de précision et de robustesse.

### 2.4.1. Extraction non-optimale

On peut se contenter dans un premier temps — p.ex. pour une première analyse rapide — d'une extraction non-optimale ne tenant ni compte du profil de cross-dispersion du spectre ni de la pollution par les spectres voisins, que l'on sait pourtant importante, surtout dans le cas de SAURON où les spectres sont particulièrement serrés (voir voir § 2.2., p. 33).

Le masque d'extraction  $\mathcal{M}$  donne pour chaque spectre  $i$  la position  $(x_{\mathcal{M}}, y_{\mathcal{M}})_i(\lambda)$  sur le CCD (en pixel) de la ligne de crête en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  ; dans la direction de cross-dispersion, le spectre s'étend de part et d'autre de cette ligne de crête selon un certain profil  $\mathcal{P}_i(x; \lambda)$  dont on a déjà discuté. Il suffit donc de sommer, au sein d'une fenêtre d'extraction de largeur  $\Delta$ , l'intensité des pixels supposés contribuer *intégralement* au spectre considéré : si la ligne  $p$  de pixels correspond à la longueur d'onde  $\lambda_i(p)$  pour le spectre  $i$  (c.-à-d.  $y_{\mathcal{M},i}(\lambda_i(p)) \equiv p$ ), et si l'on note  $P(n,p)$  l'intensité du pixel  $(n,p)$ , on a

$$I_i(\lambda_i(p)) = \int_{x_{\mathcal{M}} \pm \Delta/2} g P(n,p) dn. \quad (\text{II.5})$$

où  $g$  désigne le gain (en  $e^- / \text{ADU}$ ) du CCD, de sorte que le spectre soit finalement exprimé en électrons.

L'utilisation du signe  $\int$  dans l'équation précédente exprime le fait que l'on tient compte des fractions de pixel dans la direction de cross-dispersion aux limites de la fenêtre d'extraction, mais pas dans la direction de dispersion, puisque les spectres ne sont que très peu inclinés par rapport à la verticale<sup>i</sup>.

Le choix de la largeur  $\Delta$  de la fenêtre d'extraction résulte d'un compromis : trop étroite, elle ne permet pas de récupérer tout le flux incident participant à cette longueur d'onde, et fait donc chuter le rapport S/B des spectres ; trop large, elle intercepte du signal des spectres voisins (cf. Fig. II.7). Dans le cas de l'extraction non-optimale, on se limite en général à une largeur égale à la distance inter-spectre (4,8 pixels dans le cas de SAURON).

### 2.4.2. Extraction optimale

L'extraction non-optimale somme « aveuglément » tous les pixels tombant dans la fenêtre d'extraction de part et d'autre de la ligne de crête prédite par le masque. Comme on l'a déjà entrevu, cela a deux désavantages :

- il est clair que les spectres voisins contribuent à l'intensité des pixels de la fenêtre d'extraction (Fig. II.7), et ce d'autant plus que le rapport (largeur de la fenêtre)/(distance inter-spectre) est élevé. Cela correspond à une pollution du spectre extrait par les spectres voisins, estimée à  $\sim 10\%$  avec les paramètres standards d'extraction (fenêtre d'extraction de 5 pixels). Ce signal parasite provient de zones du ciel et de longueurs d'onde différentes, ce qui va se manifester — en particulier dans le cas de spectres très contrastés (p.ex. spectre de Néon) — par l'apparition de raies « fantômes » (Fig. II.8) ;
- ne pas tenir compte du profil de cross-dispersion, pourtant accessible, ne permet pas une sommation *optimale* (dans le sens défini par HORNE 1986, ROBERTSON 1986), c.-à-d. pondérant les pixels selon la « fraction » de signal et de bruit qu'ils apportent dans la somme.

<sup>i</sup> Dans le pire des cas — bord du champ d'OASIS, où les phénomènes de distorsion sont les plus forts, l'angle d'un spectre sur le CCD avec la verticale est inférieur à  $0,7^\circ$ , correspondant à un décalage d' $1/14^e$  pixels d'un bord à l'autre d'une fenêtre d'extraction de 6 pixels de large.

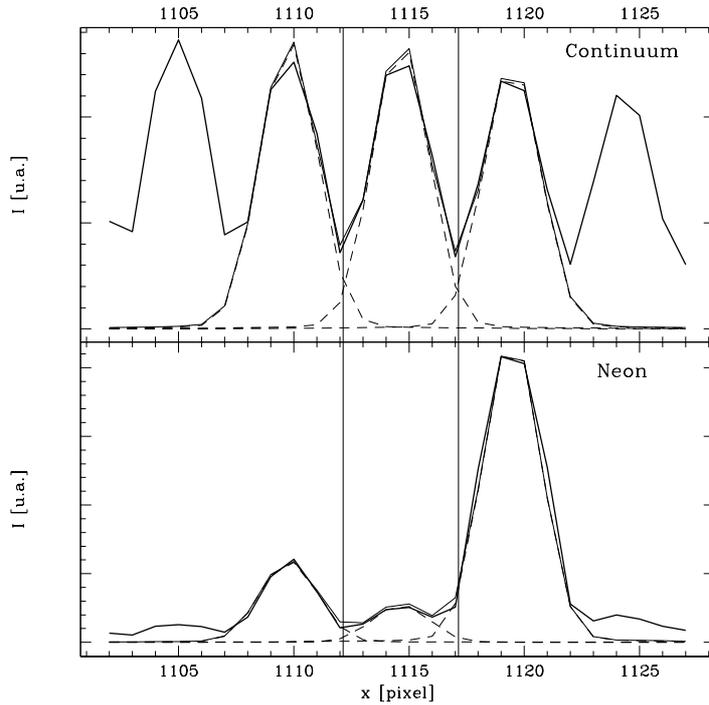


FIG. II.7: Profils de cross-dispersion (trait épais) du continuum (en haut) et du Néon (en bas). Dans les deux cas, on indique la fenêtre d'extraction utilisée lors de l'extraction du spectre central (traits verticaux), et les profils utilisés dans le cas de l'extraction optimale (somme du profil central et de ses deux voisins : trait fin, composantes individuelles : tirets). Noter l'importance de la pollution inter-spectre (relativement plus importante dans le cas du Néon) dont ne tient pas compte l'extraction non-optimale.

Ces deux effets sont *a priori* indépendants l'un de l'autre ; cependant, ils font intervenir le même concept de profil de cross-dispersion, et la correction de l'un rend la correction de l'autre relativement facile. En généralisant le terme, on va parler dans notre cas d'extraction *optimale* lorsque l'on corrige simultanément de ces *deux* effets.

L'extraction optimale nécessite la connaissance du profil  $\mathcal{P}_i(x; \lambda_i(y))$  de cross-dispersion (direction  $x$ ) des spectres (*tirets* de la Fig. II.7), à la fois pour la *dépollution* et la *sommation optimale*.

**La dépollution** consiste à soustraire de l'intensité  $P$  d'un pixel  $(n, p)$  situé dans la fenêtre d'extraction d'un spectre  $i$  la contribution provenant des spectres voisins  $i \pm 1$  (on se limite aux plus proches voisins) :

$$P_{\text{eff}}(n, p) = P(n, p) - \sum_{j=i \pm 1} \mathcal{P}_j(n; \lambda_j(p)); \quad (\text{II.6})$$

**La sommation optimale** permet de pondérer la contribution du pixel  $(n, p)$  au spectre  $i$  par le poids statistique optimal (p.ex. Eq. (16) de ROBERTSON 1986) :

$$W_i(n, p) = \frac{P_{\text{eff}}(n, p)}{\sigma_{\text{CCD}}^2 + gS(n, p)} \times \overline{\mathcal{P}}_i(n; \lambda_i(p)) \quad (\text{II.7})$$

où  $g$  et  $\sigma_{\text{CCD}}$  désignent le gain (en  $e^-/\text{ADU}$ ) et le bruit de lecture (en  $e^-$ ) du CCD respectivement, et

$$S(n, p) \hat{=} \sum_{j=i, i \pm 1} \mathcal{P}_j(n; \lambda_j(p)) \quad (\text{II.8})$$

correspond à la somme des trois profils voisins, c.-à-d. à un modèle du profil total effectivement observé (*trait fin* de la Fig. II.7), et

$$\overline{\mathcal{P}}_i(n; \lambda_i(p)) \hat{=} \frac{\mathcal{P}_i(n; \lambda_i(p))}{\int_{n \pm \Delta/2} \mathcal{P}_i(n'; \lambda_i(p)) dn'} \quad (\text{II.9})$$

représente le profil central normalisé.

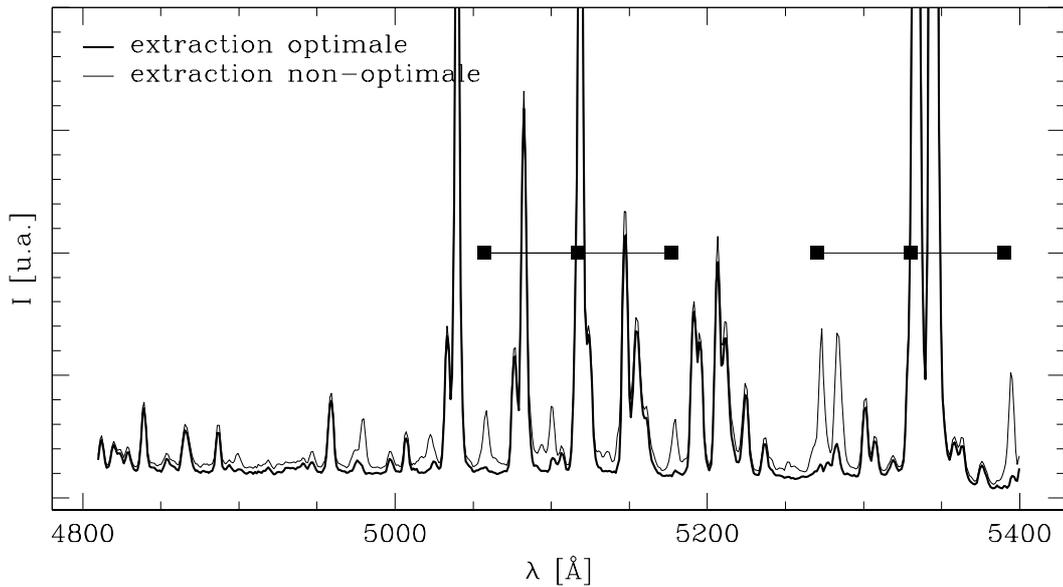


FIG. II.8 – Comparaison entre l'extraction non-optimale (trait fin) et optimale (trait épais) d'un même spectre de Néon — spectre à fort contraste spectral. Noter la présence dans le spectre non-optimale de raies « fantômes » absentes du spectre optimal : elles sont la conséquence de la pollution du spectre extrait par les raies intenses des spectres voisins, dont le décalage en  $y$  sur le CCD fait apparaître les raies décalées en longueur d'onde. On indique dans deux cas (carrés) comment la pollution d'une raie intense va se matérialiser de part et d'autre de cette raie.

Ce profil a été déterminé à partir de la pose de continu lors de la création du masque (voir § 2.3.2.). L'intensité des pics de cross-dispersion — qui dépend du spectre de la source observée — n'est pas constante d'une pose à l'autre pour un même spectre et une même longueur d'onde (p.ex. entre une pose de continu et une pose Néon, Fig. II.7), mais le profil — qui ne dépend que des paramètres optiques de l'instrument — est constant : il suffit de renormaliser le profil précédemment calculé à l'intensité observée pour obtenir le profil effectif (Fig. II.7).

Finalement, l'éq. (II.5) devient dans le cas de l'extraction optimale :

$$I_i(\lambda_i(p)) = \int_{x_M \pm \Delta/2} g W_i(n,p) P_{\text{eff}}(n,p) dn. \quad (\text{II.10})$$

Il est important de noter que l'estimation du profil  $\mathcal{P}$  n'est utilisé que pour la dépollution du spectre extrait (Éq. (II.6)) et pour le calcul des poids optimaux  $W_i(n,p)$  (Éq. (II.7)), mais n'intervient pas *directement* dans la sommation (II.10), pour laquelle on utilise la quantité  $P_{\text{eff}}$ , de sorte qu'une erreur d'estimation du profil n'induit qu'une erreur du second ordre dans le calcul de l'intensité du spectre.

Cette procédure est très efficace, surtout au niveau du traitement des pollutions, qui sont d'autant plus apparentes que les contrastes spatiaux ou spectraux sont importants (Fig. II.8), mais conduit évidemment à des temps de calcul plus longs. L'extraction optimale améliore également le rapport S/B des spectres dominés par le bruit de lecture du détecteur.

### 2.4.3. Spectre de bruit

Lors de l'extraction — optimale ou non — du spectre de signal, on peut calculer le spectre de bruit associé. La variance, exprimée en  $e^{-2}$ , est la somme quadratique d'un terme lié au bruit de photons ( $\sqrt{N}$  pour un signal incident de  $N$  coups), et du bruit de lecture du CCD ( $\sigma_{\text{CCD}}$ ). Par la suite, ce spectre de bruit subira les mêmes traitements que le spectre de signal, et permettra ainsi d'estimer à toutes les étapes de la réduction le rapport S/B du spectre courant.

### 3. Étalonnage des cubes de données

La phase d'extraction des spectres bruts à partir de la pose CCD précédemment décrite constitue le cœur de la procédure de réduction des données TIGER. Une fois le cube de spectres obtenu, il est nécessaire d'appliquer à ces spectres une série d'étalonnages à la fois spectraux et spatiaux plus classiques.

#### 3.1. ÉTALONNAGE EN LONGUEUR D'ONDE

La procédure d'étalonnage en longueur d'onde d'un spectre permet de déterminer très précisément la longueur d'onde des raies observées, et est donc cruciale pour son exploitation ultérieure. C'est une procédure classique se déroulant en deux étapes :

- un spectre de référence, obtenu à l'aide de lampes spectrales (Néon, Argon, etc.), permet le calcul de la relation d'étalonnage ;
- la relation d'étalonnage est appliquée au spectre objet à calibrer.

Dans le cas d'un cube de spectres, la procédure s'applique tour à tour à chacun des spectres, en prenant soin de bien associer spectre de référence et spectre objet.

##### a. Relation d'étalonnage

Un spectre d'étalonnage spectral est principalement constitué d'un certain nombre de raies en émission ( $i = 1, \dots, N$ ) dont on connaît la longueur d'onde  $\lambda_i$  mesurée en laboratoire (voir Fig. II.9). On identifie dans le spectre de référence observé ces raies, et l'on en détermine, par un ajustement approprié tenant compte de la présence d'une composante continue et d'éventuelle pollution par des raies proches, la position observée  $x_i$  le long du spectre. La relation d'étalonnage correspond à la meilleure (dans le sens des moindres carrés) transformation  $\mathcal{T} : x \mapsto \lambda$  — généralement un polynôme de bas degré — permettant de retrouver la longueur d'onde des différentes raies identifiées :  $\mathcal{T}(x_i) \equiv \lambda_i$ .

L'identification des raies dans le spectre de référence est dans notre cas facilitée par le *pré-étalonnage* en longueur d'onde réalisée lors de l'extraction du spectre, donnant la position observée des raies directement en longueur d'onde avec une assez bonne précision. Cela permet de plus de se limiter à un polynôme de très bas degré ( $\lesssim 3$ ). L'erreur résiduelle d'étalonnage est estimée à  $\sim 0,04 \text{ \AA}$  (RMS) pour OASIS, légèrement moins bon pour SAURON —  $\sim 0,1 \text{ \AA}$  ( $\sim 1/10^e$  de pixel), ce qui correspond à une incertitude en vitesse de  $\sim 5 \text{ km.s}^{-1}$ .

##### b. Étalonnage

Une fois la relation  $\mathcal{T}$  déterminée sur le spectre de référence, elle est appliquée au spectre à étalonner. S'il s'agit du même que le spectre de référence, l'étalonnage est effectivement idéal ; en général, évidemment, le spectre à étalonner est différent, et il est alors crucial de s'assurer que la transformation est encore valide. Pour cela, il est nécessaire de prendre la pose de référence dans des conditions (angle zénithal, température, flexions mécaniques, etc.) les plus proches possibles de celles de la pose à étalonner. En pratique, on se limite à l'utilisation de poses de référence obtenues juste *avant* et/ou *après* la pose à étalonner, avant *et* après dans le cas où le temps de pose sur l'objet a été suffisamment long pour que les flexions mécanique de l'instrument aient pu avoir une influence (voir § 3.3.).

#### 3.2. CHAMP PLAT SPECTRO-SPATIAL

Il faut maintenant corriger le cube des non-uniformités de transmission spectrales *et* spatiales au sein de l'instrument, afin de ne garder dans les spectres que les fluctuations d'intensité provenant de l'objet observé, et non celles introduites lors de l'observation. La correction spectrale est particulièrement importante pour récupérer les informations situées à la marge des spectres, dans la zone limite du filtre. La correction spatiale permet quant à elle d'obtenir une qualité photométrique.

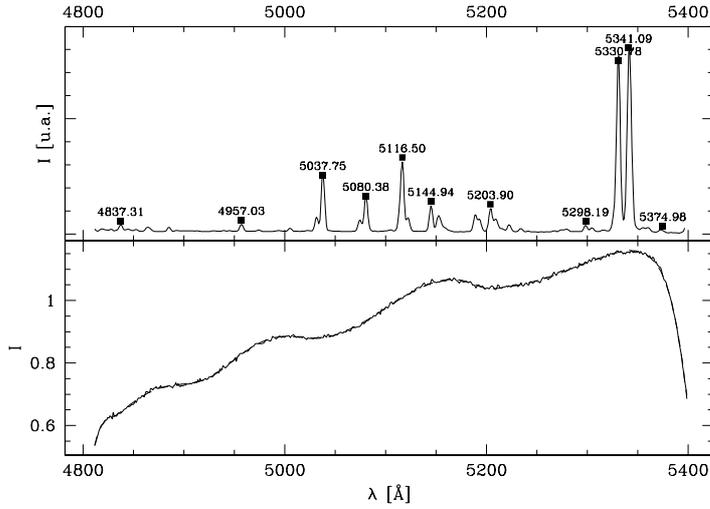


FIG. II.9: Spectres d'étalonnage SAURON : en haut, spectre de néon, mode LR, avec ses raies les plus caractéristiques; en bas, spectre de continu normalisé, mode HR (trait plein), et l'ajustement utilisé dans l'application du champ plat spectro-spatial (tirets).

La correction de ces non-uniformités nécessite l'application d'un champ plat spectro-spatial, calculé à partir de poses spatialement uniformes, d'une part de lampe à continu — lampe à filament de Tungstène — de spectre  $\mathcal{W}(\lambda)$ , d'autre part de ciel obtenu au lever ou au coucher du soleil (*twilight*), de spectre  $\mathcal{S}(\lambda)$ .

### 3.2.1. Non-uniformités

Les non-uniformités à corriger sont :

- la courbe de transmission du filtre  $F_i(\lambda)$  dépend bien sûr de la longueur d'onde, mais également de la lentille — en particulier dans le cas SAURON — puisque la bande passante du filtre interférentiel, du fait de son inclinaison dans le chemin optique, dépend de l'angle d'incidence des rayons et donc de la position de la lentille dans le champ ;
- la transmission moyenne  $K_i \sim 1$  des lentilles n'est pas constante d'une lentille à l'autre (variations de l'ordre de  $\pm 2\%$ ) ;
- l'éclairement par la lampe à continu n'est pas parfaitement uniforme sur le champ, ce qui fait intervenir un facteur  $E_i \sim 1$ . Il est important de noter que ce facteur n'intervient pas lors des observations sur le ciel.

*In fine*, les spectres observés par la lentille  $i$  pour la lampe à continu ( $\mathcal{W}_i$ ), le ciel ( $\mathcal{S}_i$ ) et un objet astronomique ( $\mathcal{O}_i$ ) s'écrivent :

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_i(\lambda) &= K_i \times F_i(\lambda) \times E_i \times \mathcal{W}(\lambda), \\ \mathcal{S}_i(\lambda) &= K_i \times F_i(\lambda) \times \mathcal{S}(\lambda), \\ \mathcal{O}_i(\lambda) &= K_i \times F_i(\lambda) \times \mathcal{O}(\lambda).\end{aligned}\tag{II.11}$$

L'objectif de la correction est d'obtenir une estimation  $\mathcal{L}_i(\lambda)$  du terme  $K_i \times F_i(\lambda)$  afin de l'éliminer des spectres objet. On ne peut l'estimer directement ni à partir de la pose de continu, à cause du terme  $E_i$ , ni à partir de la pose ciel, à cause de la présence de nombreuses raies d'absorption. Il va donc falloir passer par une utilisation conjointe de ces poses.

### 3.2.2. Calcul de la correction $\mathcal{L}$

On définit une norme sur les spectres, p.ex. par la relation :

$$\overline{\mathcal{W}_i} \triangleq \int \mathcal{W}_i d\lambda = K_i E_i \int F_i(\lambda) \mathcal{W}(\lambda) d\lambda.\tag{II.12}$$

Par définition, l'intégrale porte uniquement sur la partie centrale des spectres, où la transmission du filtre varie peu; de ce fait,  $\int F_i(\lambda) \mathcal{W}(\lambda) d\lambda \simeq c^{\text{te}} = X$  et  $\overline{\mathcal{W}_i} = XK_i E_i$ . De même, on a  $\overline{\mathcal{S}_i} = JK_i$ , avec

$\int F_i(\lambda)S(\lambda) d\lambda \simeq c^{te} = J$ . Enfin, on définit  $N \hat{=} \langle \overline{S_i} \rangle_{\text{lentilles centrales}} \simeq J$ , et  $N_i \hat{=} N \overline{W_i}/\overline{S_i}$ .

La quantité

$$\frac{W_i}{N_i} = K_i \times F_i \times \frac{W(\lambda)}{X} \tag{II.13}$$

correspond alors à *peu près* à ce que l'on cherche, hormis le terme  $W(\lambda)$ , qui correspond au spectre de la lampe à continu. Heureusement, ce spectre est un spectre de très basse fréquence — quasi-linéaire en longueur d'onde — et sa contribution sera corrigée ultérieurement par l'étalonnage en flux (voir § 3.5). Le terme  $X$  permet une normalisation appropriée.

On définit donc le champ plat spectro-spatial à appliquer par  $\mathcal{L}_i(\lambda) \hat{=} \widetilde{W}_i/N_i$ , où  $\widetilde{\phantom{x}}$  dénote un ajustement de *spline* pondéré permettant d'améliorer le rapport S/B du spectre continu  $W_i$  (voir Fig. II.9). La correction de transmission consiste alors simplement à diviser chaque spectre  $O_i$  par son champ plat correspondant  $\mathcal{L}_i$ .

### 3.3. ÉLIMINATION DES RAYONS COSMIQUES

L'impact de rayons cosmiques sur le détecteur pendant l'intégration de la pose va créer des charges superflues dont on veut finalement se débarrasser, puisque non-originaires de l'objet observé. Ces impacts sont caractérisés par leur quasi-punctualité : un impact correspond à quelques pixels adjacents dont le niveau est très supérieur à celui de leurs voisins immédiats.

Dans le cas de l'imagerie ou de la spectrographie à fente longue, il peuvent être repérés et éliminés à l'aide de cette signature statistique directement sur la pose CCD. Dans le cas des poses de type TIGER, cela est plus difficile, car, d'une part, les forts contrastes présents au sein de la pose CCD limitent la validité des signatures statistiques, et d'autre part, une raie en émission intense, que l'on ne veut évidemment pas éliminer, va avoir localement la même signature statistique qu'un rayon cosmique. Cependant, contrairement aux raies en émissions qui, si l'échantillonnage spatial est convenable, vont apparaître au moins sur plusieurs spectres mitoyens, le rayon cosmique ne va lui se manifester que sur un *unique* spectre. Pour tirer profit de cette caractéristique, il faut donc traiter l'élimination des rayons cosmiques au niveau des cubes de données étalonnés en longueur d'onde et corrigés du champ plat spectro-spatial. Dans ces cubes, les rayons cosmiques apparaissent donc comme des pics intenses très localisés à la fois spectralement — quelques pixels de largeur — et spatialement — ils ne concernent qu'une lentille.

On va donc utiliser un critère statistique spectro-spatial pour la détection et l'élimination des rayons cosmiques d'un spectre.

**Filtrage spatial.** On calcule la médiane  $\mathcal{V}(\lambda)$  des spectres voisins renormalisés, qui est soustraite du spectre à traiter. Apparaissent dans le spectre résidu les structures spectrales localisées spatialement.

**Filtrage spectral.** On retire de ce spectre résidu ce même spectre filtré par un filtre médian relativement large, afin de mettre en évidence les structures spectrales significatives correspondant à l'impact d'un rayon cosmique.

**Élimination.** Une fois les rayons cosmiques repérés par un critère statistique approprié (réjection à  $n\sigma$ ), on remplace les pixels touchés par leur valeur correspondante dans le spectre médian  $\mathcal{V}(\lambda)$  renormalisé.

Cette procédure est très robuste dans la plupart des cas, en particulier en l'absence de très fortes raies d'émission avec une structure spatiale très marquée (cas des galaxies « normales »). Dans le cas contraire, p.ex. pour certains noyaux actifs de galaxies, des ajustements spécifiques de certains paramètres de la procédure (largeur du filtre médian spectral, nombres de voisins spatiaux, etc.) peuvent être nécessaires.

Il est à noter que, du fait de l'utilisation d'un filtrage *spectro-spatial*, possible uniquement grâce à la nature 3D des données, la procédure d'élimination des rayons cosmiques ne nécessite, contrairement à la procédure classiquement utilisée en photométrie ou en spectrographie, qu'une pose objet.

Cependant, cela ne permet pas de se contenter, lors de l'observation d'un objet, d'une unique longue pose, et ce pour trois raisons :

- plus la pose est longue, plus les rayons cosmiques vont être nombreux, et densément répartis sur la pose. Pour une densité trop importante, la médiane des spectres voisins  $\mathcal{V}(\lambda)$  sera elle-même affectée, et ne permettra plus de corriger convenablement le spectre central. Élargir indéfiniment le cercle des voisins n'est pas une solution, car cela revient à corriger la zone touchée par un rayon cosmique par des portions de spectres spatialement éloignés ;
- par ailleurs, lors d'une pose trop longue, les flexions mécaniques au sein de l'instrument vont dégrader la résolution spectrale du cube en « mélangeant » l'information le long des spectres ;
- enfin, plusieurs poses d'un même objet, légèrement décalées les unes des autres ( $\sim$  une lentille), permettent d'atténuer, lors du moyennage des poses (voir § 4.), les résidus de correction de champ plat spectro-spatial, composante spatiale.

En pratique, le second phénomène est généralement le plus critique, même si le point précédent est particulièrement vrai dans le cas d'un observatoire situé à haute altitude — p.ex. le TCFH perché au sommet du Mauna Kea culminant à 4204 m — où le flux de rayons cosmiques est plus intense du fait de la moindre épaisseur d'atmosphère protectrice. En pratique, on se limite donc, aussi bien pour OASIS que pour SAURON, à des poses d'une durée  $< 45$  mn. Dans ce cas, la fraction des pixels touchés par un rayon cosmique s'élève à  $\sim 0,2$  %, et le décalage du CCD au cours d'un pose est typiquement inférieur à 0,02 pixel dans chaque direction.

### 3.4. SOUSTRACTION DU CIEL

Les spectres des objets observés sont contaminés par la contribution du spectre du ciel (pour l'origine de ce spectre, voir p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998). L'élimination de ce signal parasite est d'autant plus nécessaire que l'on étudie les parties les plus externes des galaxies, où le flux polluant est de l'ordre de grandeur du flux entrant. Généralement — p.ex. spectrographes à fente longue ou OASIS — le spectre nocturne est estimé à partir d'une zone de la pose ne contenant plus ou peu de signal astronomique. Cependant, cela n'est pas toujours possible, souvent parce que la contribution de la galaxie est encore significative en tout point du champ.

Dans le cas de SAURON, un dispositif optique dédié permet d'acquérir *durant* la pose  $\sim 100$  spectres situés à  $1/7$  du centre du champ, afin d'obtenir une bonne estimation du spectre nocturne (voir Chap. I, § 2.2., p. 16). Cela est particulièrement important pour cet instrument grand champ, où le signal est souvent dominé par le ciel dans les parties externes des poses.

La procédure d'estimation du spectre nocturne à partir des spectres du ciel est relativement délicate, puisque ces spectres ont en général un très faible rapport S/B. Dans le cadre du logiciel XOASIS, elle peut faire intervenir une étude détaillée de l'histogramme des spectres considérés, ou plus simplement utiliser la médiane des spectres. Une fois le spectre du ciel extrait, il est soustrait de tous les spectres de l'objet.

### 3.5. ÉTALONNAGE EN FLUX

L'étalonnage en flux d'un spectre permet d'exprimer son « intensité » — en l'occurrence un flux monochromatique — dans une unité physique absolue, p.ex. en  $10^{-16}$  erg/cm<sup>2</sup>/s/Å ou en Jansky. De plus, il corrige des dépendances résiduelles spectrales qui n'ont pas été éliminées par la correction de champ plat spectro-spatial (voir § 3.2.).

La procédure classique d'étalonnage nécessite l'observation d'une étoile standard photométrique, dont le spectre  $\mathcal{F}(\lambda)$  déjà lui-même étalonné en flux est connu par ailleurs. À partir du cube de l'étoile, il faut estimer le flux *total*  $\mathcal{E}(\lambda)$  incident, c.-à-d. intégrer l'ensemble du signal en provenance de cette étoile et réparti sur plusieurs lentilles par la fonction d'appareil spatiale de l'instrument. Dans le cas où l'image de l'étoile déborde significativement du champ observé<sup>j</sup>, et donc où une

---

<sup>j</sup> Ce qui arrive tout de même rarement avec le champ de  $30 \times 40$  arcsec<sup>2</sup> de SAURON, mais plus couramment avec le champ

partie du flux n'est pas présente dans les spectres du cube, il peut être nécessaire d'extrapoler le flux incident à partir d'une modélisation analytique de la fonction d'appareil spatiale, généralement la somme de deux gaussiennes concentriques.

### Transmission atmosphérique

Pour tenir compte de l'absorption atmosphérique lors d'une observation au sol, variable avec la longueur d'onde et d'autant plus grande que l'objet observé est bas sur l'horizon, il faut également introduire une *correction d'extinction atmosphérique*. Dans un modèle simple d'atmosphère plan-parallèle, on peut montrer que l'intensité  $I(\lambda)$  reçue au niveau de l'observatoire est reliée à l'intensité  $I_0(\lambda)$  au sommet de l'atmosphère par la relation (p.ex. LÉNA 1986)

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \times e^{-z\tau(\lambda)}, \quad (\text{II.14})$$

où  $z \hat{=} (\cos \alpha)^{-1}$  est la masse d'air,  $\alpha$  étant la distance zénithale de l'angle de visée, et où  $\tau(\lambda)$  est le taux d'absorption déterminé pour un site d'observation donné. Cette quantité est hautement variable au cours de l'année ou même de la nuit, mais, la courbe d'extinction moyenne  $K(\lambda) = 2,5 \tau(\lambda) / \ln 10$ , approximée par une fonction polynomiale de faible degré, est disponible pour chaque grand site d'observation.

On peut alors calculer le spectre de l'étoile standard  $\mathcal{E}^*(\lambda)$  tel qu'il serait observé en absence d'atmosphère, normalisé par le temps d'intégration  $T_E$  :

$$\mathcal{E}^*(\lambda) = \frac{\mathcal{E}(\lambda)}{T_E} \times 10^{0,4z_E K(\lambda)}. \quad (\text{II.15})$$

Ce spectre s'exprime en ADU/s/Å, ce qui est bien homogène à un flux monochromatique, compte tenu de la surface réceptrice du télescope.

Le rapport  $\mathcal{T}(\lambda) \hat{=} \mathcal{E}^*(\lambda) / \mathcal{F}(\lambda)$ , s'exprimant p.ex. en (ADU/s)/Jy, détermine donc la transmission absolue de l'ensemble atmosphère + instrument + CCD. Il suffit de l'appliquer à un spectre  $\mathcal{S}(\lambda)$ , après normalisation par le temps d'intégration  $T$  et correction de l'extinction atmosphérique pour la masse d'air  $z$  de l'observation, pour obtenir le spectre  $\mathcal{S}^*(\lambda)$  étalonné en flux :

$$\mathcal{S}^*(\lambda) = \frac{\mathcal{S}(\lambda)}{T} \times \frac{1}{\mathcal{T}(\lambda)} \times 10^{0,4z K(\lambda)}. \quad (\text{II.16})$$

## 4. Mosaïquage

La procédure d'étalonnage des cubes décrite précédemment fournit des cubes de spectres desquels a été soustraite toute contribution ne provenant pas directement de l'objet observé. Cependant, avant toute exploitation scientifique, il peut être intéressant de combiner plusieurs cubes individuels afin d'obtenir un cube à plus haut rapport  $S/B^k$  et/ou à plus grand champ : c'est le rôle du *mosaïquage*. Cette procédure s'avère en fait pratiquement toujours nécessaire dans le cas des objets étendus de faible brillance de surface (typiquement pour les galaxies), puisque la limitation du temps d'intégration, imposée par la pollution par les rayons cosmiques et la dégradation de la résolution spectrale due aux flexions mécaniques (voir § 3.3.), entraîne une multiplication des poses.

Supposons que l'on veuille combiner deux cubes  $A$  et  $B$  couvrant tout ou partie d'une région commune, c.-à-d. les combiner spectre à spectre afin d'accroître le rapport  $S/B$ . La probabilité que les deux spectres correspondant  $\mathcal{S}_A$  et  $\mathcal{S}_B$  recouvrent *exactement* la même portion de ciel est évidemment très faible, du fait p.ex. des erreurs de pointage du télescope ou des flexions mécaniques de l'instrument. En l'état, il n'est donc pas possible de combiner directement ces deux cubes.

---

$3 \times 4 \text{ arcsec}^2$  d'OASIS.

$k$  Dans le cas où le bruit est dominé par le bruit de photon de l'objet, la combinaison de  $N$  spectres permet d'augmenter le rapport  $S/B$  d'un facteur  $\sqrt{N}$ .

Il suffit alors de *ré-échantillonner* spatialement l'ensemble des cubes à combiner sur une grille de positions commune, de sorte que les divers spectres correspondent exactement à la même position sur le ciel. On peut en profiter pour disposer des spectres combinés selon une géométrie plus facile à gérer, en particulier dans le cas d'OASIS, où les micro-lentilles sont initialement réparties selon une trame hexagonale.

À partir de la position des lentilles dans chacun des cubes, on détermine donc une grille de positions commune sur laquelle on interpole chaque cube. En général, cette grille a un pas légèrement inférieur au pas initial — typiquement d'un facteur  $\sqrt{2}$  dans le cas des lentilles carrées de SAURON — afin d'être sûr de ne pas perdre en résolution spatiale (méthode se rapprochant de celle du *drizz-ling*, FRUCHTER & HOOK 1999), mais au prix d'une légère corrélation des erreurs dans le cube final. Une fois tous les cubes ramenés à une grille commune, leur combinaison se fait par le calcul de leur moyenne ou de leur médiane.

*A priori*, tous les cubes ont été extraits avec le même échantillonnage spectral (taille du pixel), avec un début différant éventuellement d'un nombre entier de pixels. Il est inutile de ré-échantillonner les cubes spectralement avant le mosaïquage, mais juste de se limiter à la zone spectrale commune (troncation). Compte tenu de la faible résolution spectrale ( $\gtrsim 70 \text{ km.s}^{-1}$ ), il n'est pas nécessaire de tenir compte de la correction de vitesse héliocentrique<sup>1</sup> d'une pose à l'autre.

## 5. Pipeline et base de données

### 5.1. DIGRESSION

OASIS est un instrument ouvert à la communauté destiné à une utilisation « coup par coup » sur des objets individuels, observés dans de multiples configurations (OASIS présente au total plus de 70 modes d'observation spectroscopique permettant de répondre aux exigences les plus diverses des différents observateurs). Cette approche permet une gestion « manuelle » de la réduction des données : l'opérateur va faire évoluer ses données étape par étape à travers le logiciel XOASIS, en utilisant à chaque fois les paramètres optimaux pour ce type de données.

Cette démarche n'est plus possible dans le cadre du projet SAURON, pour deux raisons : d'une part la quantité de données acquises durant le projet — l'observation d'un échantillon de  $\sim 80$  galaxies correspond approximativement à 80 Go de données, difficilement gérables « manuellement » ; d'autre part la nécessité scientifique d'une réduction *homogène* des observations. Cela rend donc indispensable la mise en place d'un pipeline de réduction des données, qui va non seulement automatiser la procédure d'extraction/étalonnage, mais également assurer l'utilisation uniforme des différentes procédures mises en œuvre. En parallèle, il est nécessaire de constituer une base de données avec laquelle le pipeline va constamment communiquer, à la fois pour récupérer les données à traiter et pour stocker les résultats intermédiaires et finals, ainsi que toutes les informations décrivant le processus de réduction (paramètres utilisés, version des programmes, etc.).

Il est important de bien comprendre le rôle du pipeline : son objectif n'est pas d'interagir directement avec les données qu'il « traite » — c'est le rôle imparti aux procédures décrites précédemment — mais de gérer et de relier l'exécution de ces procédures de traitement, afin qu'elles constituent *in fine* une *chaîne* de traitement des données autonome. Son rôle structurant est donc crucial et ne doit pas être sous-estimé. Dans le contexte de l'astronomie moderne, où l'information vient plus de l'accumulation et de la comparaison d'un grand nombre de données que de l'analyse (parfois trop) détaillée d'un objet unique dont rien n'assure la représentativité, et où la transparence des techniques mises en œuvre permet une confiance accrue dans les résultats obtenus, la maîtrise des pipelines de

---

<sup>1</sup> Rappelons quelques ordres de grandeurs à ce sujet : la vitesse tangentielle due à la rotation de la Terre sur elle-même est de  $\sim 0,5 \text{ km.s}^{-1}$ , et celle liée à la rotation de la Terre autour du Soleil de l'ordre de  $30 \text{ km.s}^{-1}$ , ce qui correspond à un décalage des vitesses maximum de  $\sim 3 \text{ km.s}^{-1}$  sur une mission typique de 7 jours. L'absence de correction de vitesse héliocentrique requiert donc que chaque objet soit observé au cours d'une unique mission, ce qui est de toute façon plus raisonnable...

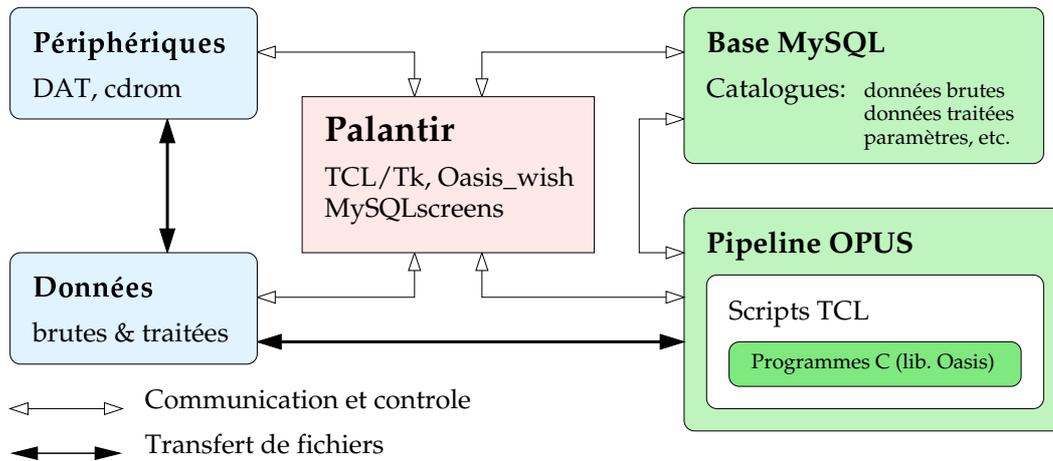


FIG. II.10 – Schéma de principe du pipeline PALANTÏR (d’après MILLER 2000).

réduction de données devient un enjeu majeur.

## 5.2. PALANTÏR & CO.

Dans le cadre du projet SAURON, un pipeline a été développé à l’observatoire de Leiden par Bryan MILLER. Il se compose en fait de deux *sous*-pipelines :

- le premier pipeline, nommé PALANTÏR, est destiné à fournir, pour chaque pose scientifique — sur une galaxie ou sur une étoile standard — le cube totalement étalonné à partir des images brutes recueillies lors des observations ; il n’inclut pas le processus de mosaïquage des différents cubes d’un même objet. Il s’agit donc d’un pipeline purement technique, entièrement axé sur la *réduction* des données sans présumer de leur contenu scientifique ;
- le second pipeline, à partir des cubes totalement étalonnés issus de PALANTÏR, va s’attacher à produire des données scientifiquement exploitables et à en faire une première analyse homogène. Pour les étoiles de référence, autres que les standards photométriques déjà utilisées par le premier pipeline, il va s’agir d’extraire *le* spectre utile par sommation des spectres centraux. Pour les galaxies, il faut d’abord mosaïquer l’ensemble des cubes concernant chacune des galaxies, et extraire, par des procédures appropriées (cf. Chap. III) les premiers résultats scientifiques — cartes de la cinématique, de la métallicité, etc. Finalement, ce pipeline fournira le cœur de la science du projet SAURON— un ensemble de données *homogènes* concernant la dynamique et les populations stellaires de l’échantillon observé — ainsi que des observations intégrales de champ « clé en main » d’un grand nombre de galaxies, directement exploitables.

Ce double pipeline s’appuie, outre évidemment les différentes procédures décrites dans cette thèse, sur le pipeline générique OPUS développé par le STScI (ROSE *et al.* 1995) pour la gestion des processus, et est interfacé à une base de données sous MySQL (MILLER 2000, voir également Fig. II.10). Cette base est destinée à contenir l’ensemble des données acquises lors des observations (données scientifiques et d’étalonnage), les résultats intermédiaires (des cubes brutes aux cubes mosaïqués en passant par les cubes individuels totalement étalonnés) et les premières analyses scientifiques (cartes de la cinématique, indices de raies, etc.) Cette base de donnée constituera le vivier de données disponibles aux membres du consortium SAURON.

---

## Références

- BINNEY, J. & MERRIFIELD, M., 1998; *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press
- FRUCHTER, A. S. & HOOK, R. N., 1999; *A Method for the Linear Reconstruction of Undersampled Images*. Astro-ph/9808087
- HORNE, K., 1986; *An optimal extraction algorithm for CCD spectroscopy*. PASP, **98**, 609
- LÉNA, P., 1986; *Astrophysique: Méthodes physiques de l'observation*. Savoirs Actuels. InterÉdition et Éd. du CNRS, Paris
- MILLER, B., 2000; *SAURON - Palantir User's Manual*
- PÉCONTAL, E., 1991; *Étude du spectrographe à trame de micro-lentilles TIGER, application à l'observation des environnements de noyaux actifs*. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris
- ROBERTSON, J. G., 1986; *Optimal extraction of single-object spectra from observations with two-dimensional detectors*. PASP, **98**, 1220
- ROSE, J., AKELLA, R., BINEGAR, S., CHOO, T. H., HELLER-BOYER, C., HESTER, T., HYDE, P., PER-RINE, R., ROSE, M. A. & K., S., 1995; *The OPUS Pipeline: A Partially Object-Oriented Pipeline System*. Dans *Astronomical Data Analysis Software and Systems IV*, R. A. Shaw, H. E. Payne & H. J. J. E., réds., tm. 77 de *ASP Conference Series*
- ROUSSET, A., 1992; *Contribution des méthodes numériques au dépouillement des données du spectrographe intégral de champ TIGER*. Thèse de doctorat, Université de Saint-Etienne



## Analyse des spectres galactiques

**A**U FIL DU TEMPS, la connaissance des astres s'est faite de plus en plus précise à mesure que les moyens d'observation et les outils théoriques se sont développés et ont dégagé de nouvelles perspectives. Après s'être longtemps contentés, par la force des choses, de la position des objets astronomiques sur la voûte céleste (astrométrie), les astronomes ont pu étudier plus précisément la répartition spatiale de la lumière (imagerie). Enfin, avec l'utilisation des méthodes spectroscopiques, analysant dans le détail la répartition de la lumière en fonction de la longueur d'onde (voir Chap. I, § 2.1.1., p. 10), ils ont eu accès à un nouveau type d'observations encore plus riches en enseignement, les informant sur :

- la composition de l'astre observé, à partir de la position et intensité des raies présentes dans son spectre,
- sa cinématique — c.-à-d. la distribution intrinsèque des vitesses — déterminée à l'aide de la position et du profil des raies,
- les conditions physiques (température, pression, gravité, état d'ionisation, etc.) régnant en son sein, reliées à l'intensités relatives des différentes raies,
- le champ magnétique auquel est soumis l'objet, p.ex. à l'aide des composantes de Zeeman,
- etc.

Pour l'astrophysicien étudiant les galaxies de type précoce, deux quantités sont particulièrement intéressantes pour la compréhension des mécanismes mis en jeu au sein de ces objets:  $a$  – la fonction de distribution  $f(r, v)$  décrivant la répartition des étoiles dans l'espace des phases associé à la galaxie (voir Chap. V), et dont la donnée détermine de manière univoque la dynamique de l'objet,  $b$  – la répartition des différents types d'étoiles au sein de la galaxie, mettant en évidence les processus physico-chimiques de formation et d'évolution ayant conduit à l'état actuel de l'objet. Cette distinction catégorique demeure bien artificielle, puisque il est connu, à partir de l'analyse détaillée de la répartition des étoiles au sein de notre Galaxie, que chaque type d'étoiles possède dans les faits sa propre fonction de distribution (p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998). Toutefois, dans le cas général, ces deux quantités sont l'objet de domaines d'étude encore relativement distincts.

Après avoir vu au Chap. I comment sont acquis les spectres des galaxies dans le cadre du projet SAURON, et au Chap. II comment ces spectres sont extraits et étalonnés, je vais maintenant développer la façon dont on peut espérer extraire l'information physique relative à une galaxie à partir de son spectre. Cela passe par la mesure de trois types d'observables :

- le profil des vitesses, projection directe de la fonction de distribution,
- les indices de raie, signatures des populations stellaires présentes,
- l'intensité et le profil des raies en émission.

Seul le premier point, ayant fait l'objet d'une partie conséquente de cette thèse, sera évoqué en détail dans ce chapitre, tandis que l'on rappellera seulement les résultats principaux pour les autres points.

# 1. Mesure du profil des vitesses

La fonction de distribution (FD) est la quantité centrale de la dynamique des galaxies (cf. Chap. V, § 1.1.1., p. 111). Malheureusement, elle n'est pas accessible à l'observation, et ce pour une bonne et triste raison : tandis que la FD est définie dans un espace à six dimensions — trois dimensions d'espace  $(x, y, z)$  et trois dimensions de vitesse  $(v_x, v_y, v_z)$  — les observations ne peuvent accéder, pour les galaxies lointaines pour lesquelles aucune mesure de mouvements propres n'est possible, qu'à trois quantités indépendantes, la position sur le ciel  $(\alpha, \delta)$ , et la vitesse radiale  $v_r$  (voir Chap. IV, § 2.2., p. 96). Les trois dimensions supplémentaires ont littéralement été *perdues* — à plus proprement parler intégrées — dans le processus de propagation et d'acquisition de l'information, et sont donc strictement inaccessibles.

Le profil des vitesses (voir ci-dessous pour une définition détaillée) correspond en chaque point de l'image de la galaxie à l'*intégralité* de l'information que l'on peut acquérir à propos de la fonction de distribution de la galaxie observée, c.-à-d. à la projection de sa fonction de distribution sur l'espace des observables. En ce sens, il constitue l'unique lien entre l'observateur et la dynamique interne de la galaxie, ce qui explique pourquoi tant d'études théoriques et pratiques ont été consacrées à sa détermination.

## 1.1. INTRODUCTION

### 1.1.1. Origine du spectre galactique

Le spectre optique que l'on observe en un point quelconque de l'image d'une galaxie correspond principalement à la somme des spectres des étoiles situées le long de la ligne de vue, toutes ces étoiles se déplaçant de manière plus ou moins ordonnée relativement à l'observateur. Or, si  $v$  est la vitesse relative d'une étoile, comptée positivement lorsqu'elle s'éloigne, chaque longueur d'onde  $\lambda$  du spectre de cette étoile sera décalé par effet Doppler de  $\Delta\lambda$ , avec la relation linéaire<sup>a</sup> :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \simeq \Delta \ln \lambda, \tag{III.1}$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière. Le décalage dépend donc de  $\lambda$ , mais si l'on considère maintenant le spectre comme étant une fonction de  $c \ln \lambda$  (vitesse spectrale), le décalage introduit est constant le long du spectre.

Par définition, la distribution  $\mathcal{L}(v)$  des vitesses stellaires le long de la ligne de vue (la littérature parle souvent de « *Line-Of-Sight Velocity Distribution* » (LOSVD), mais j'emploierai par la suite PV, pour « profil des vitesses ») donne la fraction  $df$  des étoiles contribuant au spectre le long de cette ligne de vue dont la vitesse relative est comprise entre  $v$  et  $v + dv$  :  $df \doteq \mathcal{L}(v) dv$ . Le spectre galactique correspond donc à la superposition, pondérée par  $\mathcal{L}(v)$ , des spectres stellaires décalés d'une vitesse  $v$ . Cela est équivalent à dire, en supposant que toutes les étoiles de la galaxie possèdent un spectre moyen commun  $\mathcal{E}(\lambda)$ , que le spectre galactique  $\mathcal{G}(\lambda)$  est le résultat de la convolution de  $\mathcal{E}(\lambda)$  par la distribution  $\mathcal{L}(v)$  :

$$\mathcal{G}(\ln \lambda) = \int \mathcal{L}(v) \mathcal{E}(\ln \lambda - v/c) dv, \tag{III.2}$$

la paramétrisation en  $\ln \lambda$  étant utilisée puisque le décalage Doppler est constant dans cette coordonnée.

C'est également selon cette relation de convolution que se transforme localement une raie caractéristique de  $\mathcal{E}$  en la raie associée de  $\mathcal{G}$ . C'est pour cette raison que  $\mathcal{L}$  est parfois appelée « profil de raie » (*Line Profile*), ou « fonction d'élargissement » (*Broadening Function*).

<sup>a</sup> On ne considère pas ici l'effet relativiste non-linéaire, puisque les gradients de vitesses observés sont toujours bien inférieurs à la vitesse de la lumière  $c$  : typiquement,  $\Delta v \sim 200 \text{ km.s}^{-1} \ll c$ .

### 1.1.2. Problèmes pratiques de la déconvolution

L'Éq. (III.2) correspond à un problème inverse typique : en observant un spectre galactique  $G(\lambda)$  et en supposant pouvoir estimer *a priori* le spectre stellaire moyen  $\mathcal{E}(\lambda)$  de cette galaxie, on cherche à déterminer la distribution des vitesses  $\mathcal{L}(v)$  le long de chaque ligne de vue. Malheureusement, les problèmes de déconvolution sont connus pour être difficile à traiter en pratique (p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998), et l'on peut d'ores et déjà prévoir deux types de problème dans l'inversion de l'Éq. (III.2) :

- la déconvolution de cette relation est notoirement *instable* en présence de bruit. Or le spectre de la galaxie  $G$  — tout comme le spectre stellaire  $\mathcal{E}$  — a naturellement un rapport S/B fini, du fait du brut de photons, de lecture, d'échantillonnage, etc. ;
- on a supposé, pour écrire l'Éq. (III.2), non seulement que toutes les étoiles de la galaxie partagent un spectre moyen  $\mathcal{E}(\lambda)$  auquel s'applique effectivement la fonction convoluante  $\mathcal{L}(v)$ , mais également que ce spectre est connu *a priori*. Or il est évident que ni l'une, et *a fortiori* ni l'autre de ces hypothèses n'est strictement valide.

Le premier point est classique, et pourra être plus ou moins contourné par la mise en place de stratégies appropriées (voir § 1.2.1.). Le second point est plus spécifique à l'extraction du profil des vitesses, et demande une attention particulière.

### 1.1.3. Spectre de référence cinématique

Dans les galaxies elliptiques, plus de 60 % de la lumière visible provient des étoiles sur les branches des géantes, asymptotique et horizontale (JÉSUS GONZÁLEZ 1993). De fait, leur spectre est très similaire à celui des étoiles géantes de type spectral G et K. En pratique, on peut donc identifier le spectre moyen  $\mathcal{E}$  — en supposant qu'il existe — au spectre d'une *unique* étoile de ce type que l'on considère être représentative de la population galactique toute entière<sup>b</sup>. Généralement, le choix pour ce spectre de référence cinématique (« *template* ») se porte sur une géante rouge de type spectral compris entre G8III et K2III.

On imagine bien à quel point assimiler le spectre moyen d'une galaxie, constituée typiquement de quelques  $10^{11}$  étoiles, au spectre d'une unique étoile de notre Galaxie, constitue un problème potentiel, même si cette étoile est choisie avec soin : la contribution d'autres types d'étoiles (p.ex. de type O, M, ou naines) n'est jamais absolument négligeable. En pratique, le spectre  $\mathcal{E}$  choisi ne satisfait donc *jamais* exactement la relation (III.2), même si le PV est connu par ailleurs. Ce problème d'inadéquation de la référence cinématique (« *template mismatch* ») a deux effets principaux :

- cela se traduit avant tout par une disparité significative dans la forme de la composante continue des spectres. Pour limiter ce problème, et puisque cette composante ne contient que peu d'information cinématique (BINNEY & MERRIFIELD 1998), on aborde l'Éq. (III.2) après élimination *ad hoc* — par ajustement d'un polynôme de bas degré ou par filtrage de Fourier — du continu des spectres. Mais la soustraction du continu n'est pas toujours chose facile, et le résultat de la déconvolution risque d'y être sensible.
- cela introduit également de façon plus insidieuse des différences de profondeur ou de profil de raies selon les caractéristiques physiques des étoiles, telles que gravité de surface, métallicité, température effective, etc. (Fig. III.1). Ces différences peuvent se traduire par une déformation artificielle du PV obtenu.

Ainsi, même si le spectre de l'étoile de référence est acquis dans les mêmes conditions instrumentales que celui de la galaxie, afin de ne pas introduire de biais supplémentaire<sup>c</sup>, l'effet de l'inadéquation de la référence cinématique utilisée reste une cause majeure d'erreurs systématiques en terme de déformation du PV résultant dont l'importance est souvent difficile à évaluer.

<sup>b</sup> Une solution alternative, faisant appel à une synthèse du spectre de référence est parfois possible, voir § f..

<sup>c</sup> En effet, chaque spectre observé est lui-même le résultat de la convolution du spectre intrinsèque de l'objet par la fonction d'appareil du spectrographe utilisé pour l'acquisition des données. Si tous les spectres sont obtenus de la même façon, cette convolution s'applique également à tous, et l'Éq. (III.2) reste valable.

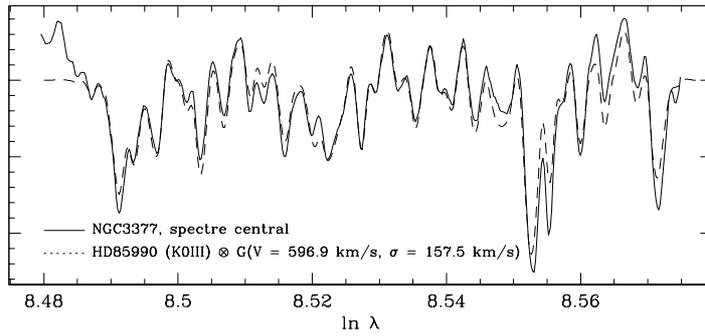


FIG. III.1: Comparaison entre le spectre central de NGC 3377 (observations SAURON, mode LR) et le spectre de référence stellaire (HD 85990, de type spectral K0III) convolué par la gaussienne ajustant le profil des vitesses extrait par la méthode FCQ.

## 1.2. MÉTHODES D'EXTRACTION DU PROFIL DES VITESSES

Il existe de nombreuses techniques d'analyse destinées à estimer le profil des vitesses stellaires par l'étude des raies en absorption du spectre galactique. Ces différentes méthodes de déconvolution sont autant d'outils à la disposition de l'astronome désirant accéder aux observables de la dynamique de la galaxie considérée. Je présente maintenant un tour d'horizon rapide de ces méthodes, en renvoyant le lecteur aux articles de référence pour de plus amples informations sur chacune d'entre elles. Les avantages et les inconvénients de certaines d'entre elles ont déjà été largement débattus (p.ex. RIX & WHITE 1992, KUIJKEN & MERRIFIELD 1993, et références incluses).

On peut généralement distinguer deux aspects dans chacune des techniques exposées :

- d'une part, le *moteur* de la méthode, c.-à-d. le moyen plus ou moins détourné d'extraire les informations relatives au PV,
- d'autre part, la *caractérisation* du PV : nous satisfaisons-nous des premiers moments de la distribution, cherchons-nous une forme paramétrée plus détaillée, ou bien espérons-nous accéder directement au « vrai » profil ?

Ces deux aspects sont relativement indépendants, même si telle méthode est souvent mieux adaptée à telle caractérisation.

### 1.2.1. Les moteurs

L'Éq. (III.2) est une relation de convolution reliant les spectres galactique  $\mathcal{G}$  et stellaire  $\mathcal{E}$  au PV  $\mathcal{L}$ , que l'on peut réécrire sous la forme symbolique suivante («  $\otimes$  » indique le produit de convolution) :

$$\mathcal{G} = \mathcal{L} \otimes \mathcal{E}. \quad (\text{III.2})$$

Puisqu'il s'agit d'une convolution, il est tout naturel de penser à passer dans l'espace de Fourier, dans lequel ce produit de convolution devient une simple multiplication («  $\hat{\phantom{x}}$  » dénote la transformée de Fourier) :

$$\hat{\mathcal{G}} = \hat{\mathcal{L}} \times \hat{\mathcal{E}}. \quad (\text{III.3})$$

Une autre relation intéressante peut être déduite de l'Éq. (III.2) : en calculant la corrélation — notée «  $\odot$  » — du spectre galactique  $\mathcal{G}$  avec le spectre de référence  $\mathcal{E}$ , on montre aisément que la relation de convolution se retrouve entre le spectre de cross-corrélation<sup>d</sup>  $\mathcal{C} \hat{=} \mathcal{G} \odot \mathcal{E}$  et le spectre d'auto-corrélation  $\mathcal{A} \hat{=} \mathcal{E} \odot \mathcal{E}$  :

$$\mathcal{C} = \mathcal{L} \otimes \mathcal{A}. \quad (\text{III.4})$$

Comme précédemment, cela correspond à un simple produit dans l'espace de Fourier :

$$\hat{\mathcal{C}} = \hat{\mathcal{L}} \times \hat{\mathcal{A}}. \quad (\text{III.5})$$

<sup>d</sup> Le terme de « cross-corrélation » est l'anglicisme usuellement employé pour corrélation croisée.

TAB. III.1 – Principales caractéristiques, avantages (+) et inconvénients (–) des différents moteurs d'extraction du profil des vitesses.

Méthode*	DR	MV	FFM	QF	CC	CCF	FCQ
Spectres analysés <sup>†</sup>	D	D	D	D	C	C	C
Espace de travail <sup>‡</sup>	R	R	F	F	R	R	F
Besoin en S/B	–	+	–	–	+	–	–
Template mismatch	–	–	–	–	+	+	+
Soustraction du continuum	–	–	+	+	–	–	–
Moments supérieurs du PV	+	+	+	–	–	+	+
Temps de calcul	–	–	+	+	+	–	+

- \* DR : ajustement direct dans l'espace réel (RIX & WHITE 1992),  
 MV : maximum de vraisemblance (MERRITT 1997),  
 FFM : ajustement direct dans l'espace de Fourier (FRANX *et al.* 1989),  
 QF : quotient de Fourier (SIMKIN 1974),  
 CC : cross-corrélation (SIMKIN 1974),  
 CCF : ajustement du pic de cross-corrélation (STATLER 1995),  
 FCQ : quotient de Fourier du pic de cross-corrélation (BENDER 1990),  
 † D : spectres directs, C : spectres de corrélation  
 ‡ R : espace réel, F : espace de Fourier

Ces quelques équations constituent la base des moteurs de la plupart des méthodes d'extraction du PV : l'inversion de l'Éq. (III.2) s'effectue d'une part soit dans l'espace réel soit dans l'espace de Fourier, et d'autre part soit directement sur le spectre galactique soit sur le spectre de cross-corrélation (Table III.1). Chaque méthode a bien sûr ses avantages et inconvénients vis-à-vis des problèmes connus de la déconvolution, très succinctement résumés dans la Table III.1 : certaines sont plus efficaces en cas de bas rapport S/B, d'autres sont moins sensibles au problème du *template mismatch*, etc. De plus, certaines méthodes n'autorisent pas par construction la détermination des moments supérieurs de la distribution des vitesses (voir § a.), ce qui restreint leur utilisation à la mesure de la vitesse moyenne et de la dispersion des vitesses.

Ces différentes méthodes sont maintenant présentées dans un ordre plus ou moins arbitraire, mais *non*-chronologique, ce qui pourrait faire apparaître certaines d'entre elles comme des régressions, alors qu'elles constituaient bien en fait des améliorations par rapport aux techniques alors couramment utilisées.

### a. Ajustement direct dans l'espace réel

Pour estimer le PV, on peut directement comparer le spectre galactique  $G$  au spectre de référence  $\mathcal{E}$  convolué<sup>e</sup> par une fonction paramétrée modélisant la distribution  $\mathcal{L}$ . Cela revient à minimiser une norme du type  $\chi^2(\mathcal{L}) \hat{=} \|G - \mathcal{E} \otimes \mathcal{L}\|^2$  dont les variables sont les paramètres décrivant la fonction convoluante  $\mathcal{L}$ .

RIX & WHITE (1992) ont ainsi développé une méthode d'ajustement dans l'espace réel, tirant avantage de l'échantillonnage naturel des spectres (« pixelisation ») afin de résoudre le problème de minimisation de façon stricte dans le formalisme de l'algèbre linéaire. La méthode permet en outre une estimation précise des erreurs sur les paramètres ajustés.

On peut également réaliser l'ajustement de la fonction convoluante  $\mathcal{L}$  non plus simplement en terme de moindres carrés, mais en terme de maximum de vraisemblance (MERRITT 1997), ce qui permet d'imposer *a priori* certaines contraintes physiques — régularité, positivité — sur le profil des vitesses. Cela consiste alors à maximiser la quantité  $\log \mathcal{V}(\mathcal{L}) \hat{=} -\chi^2(\mathcal{L}) - \alpha P(\mathcal{L})$ , où le terme

<sup>e</sup> Avant l'invention des algorithmes permettant le calcul rapide du produit de convolution, l'élargissement du spectre  $\mathcal{E}$  était obtenu de diverses manières, p.ex. lors du traitement des plaques photographiques (MINKOWSKI 1962, cité par DALLE ORE *et al.* 1991).

supplémentaire  $P(\mathcal{L})$  est une fonction pénalisant les profils  $\mathcal{L}$  que l'on estime non-physiques. P.ex.,

$$P(\mathcal{L}) = \int_{\mathbb{R}} \left[ \frac{\partial^3 \mathcal{L}(v)}{\partial v^3} \right]^2 dv, \quad (\text{III.6})$$

donne une pénalité nulle à la gaussienne, mais une pénalité d'autant plus grande que le profil  $\mathcal{L}$  varie rapidement. Le paramètre de régularisation  $\alpha$  règle les poids relatifs des deux contributions — ajustement des données et pénalité de la fonction — dans la vraisemblance  $\mathcal{V}$ .

### b. Ajustement direct dans l'espace de Fourier

Il est également possible de réaliser la comparaison dans l'espace de Fourier, en minimisant l'équivalent de la norme précédente:  $\hat{\chi}^2(\mathbf{a}) = [\hat{\mathcal{G}}^* - \hat{\mathcal{E}}^* \hat{\mathcal{L}}^*(\mathbf{a})][\hat{\mathcal{G}} - \hat{\mathcal{E}} \hat{\mathcal{L}}(\mathbf{a})]$ , où «  $X^*$  » représente le conjugué complexe de  $X$  (« *Fourier Fitting Method* », FRANX *et al.* 1989, VAN DER MAREL & FRANX 1993). L'avantage principal de l'espace de Fourier est de rendre les calculs de convolution beaucoup plus rapides. En outre, il facilite dans une certaine mesure le filtrage des basses fréquences, correspondant à une mauvaise soustraction du continu, et des hautes fréquences, associées au bruit: l'ajustement peut se limiter à une gamme restreinte de fréquence.

Cependant, le passage dans l'espace de Fourier nécessite de prendre quelques précautions supplémentaires. En particulier, il est nécessaire d'appliquer une fonction apodisante sur le spectre de domaine spectral fini, afin d'éviter l'apparition de hautes fréquences artificielles, mais ce au détriment du signal disponible. De plus, le problème du *template mismatch* se pose avec d'autant plus d'acuité qu'il devient alors global et ne concerne plus quelques raies particulières. Enfin, une interpolation dans l'espace réel est nécessaire si l'on veut éliminer des zones du spectre que l'on sait être de mauvaise qualité (p.ex. présence de raies d'émission, mauvaise soustraction de raies du ciel).

### c. Quotient de Fourier

Après l'apparition des techniques informatiques permettant un calcul efficace des transformées de Fourier — en particulier l'algorithme FFT (*Fast Fourier Transform*) —, on a pu directement tenter la déconvolution de l'Éq. (III.2), qui se résume à une simple division dans l'espace de Fourier (Éq. (III.3)): cela constitue la méthode du *quotient de Fourier* (QF, SIMKIN 1974, BENDER 1990).

Cette méthode est la plus intuitive, puisqu'elle correspond à la déconvolution directe du spectre galactique. C'est aussi probablement la moins efficace en pratique, du fait des problèmes bien connus de la résolution des problèmes inverses (voir § 1.1.2.). Le problème principal vient de la présence de pôles dans la division complexe relative à l'Éq. (III.3), dûs au bruit intrinsèque des spectres. Ceux-ci amplifient exagérément le bruit haute-fréquence dans le spectre déconvolué (voir Fig. III.4), et imposent l'utilisation d'un filtre coupe-haut draconien. Dans les faits, un tel filtrage est obtenu en contraignant la distribution  $\mathcal{L}$  à être gaussienne, ce qui ne permet donc pas d'accéder aux moments supérieurs du PV. Une généralisation de cet algorithme, visant à mesurer le *kurtosis* de la distribution, a été proposée par WINSALL & FREEMAN (1993).

Outre l'analyse directe des spectres, dans l'espace réel ou de Fourier, les Éq. (III.4) et (III.5) permettent également de travailler dans l'« espace des corrélations », c.-à-d. sur les spectres d'auto et cross-corrélation. Le passage dans cet espace permet de « regrouper » dans le pic central du spectre de cross-corrélation toute l'information cinématique commune originellement dispersée dans chacune des raies du spectre galactique. Inversement, on peut montrer que l'effet de l'inadéquation du spectre de référence intervient surtout dans les pics secondaires de la cross-corrélation (BENDER 1990). Les méthodes travaillant sur les spectres de corrélation sont donc *a priori* moins sensibles au problème de *template mismatch* que celles portant sur l'étude directe des spectres. Les différentes techniques de déconvolution utilisées dans l'étude des spectres directs — ajustement direct, quotient de Fourier — sont à nouveau applicables dans le cas des spectres de corrélation, ainsi que des méthodes de déconvolution spécifiques (algorithme CLEAN, utilisé par FRANX & ILLINGWORTH 1988).

**d. Méthodes de cross-corrélation**

La première méthode tirant profit des propriétés des spectres de corrélation est la *méthode de cross-corrélation* (SIMKIN 1974, TONRY & DAVIS 1979). La dispersion  $\sigma_{\mathcal{A}}$  du pic d'auto-corrélation  $\mathcal{A}$  de l'étoile de référence est directement liée à la résolution spectrale  $\sigma_1$  des observations :  $\sigma_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} \sigma_1$ . Si l'on estime que le PV peut se modéliser par une gaussienne de vitesse moyenne  $V$  et de dispersion  $\sigma$ , on montre que le pic de cross-corrélation  $C$  est également, au premier ordre, une gaussienne centrée sur  $V$  et de dispersion  $\sqrt{\sigma^2 + \sigma_{\mathcal{A}}^2}$ . Cette propriété permet de déterminer les deux premiers moments de la distribution des vitesses à partir d'un ajustement gaussien des pics d'auto et de cross-corrélation. En retour, cela contraint à la fois la fonction d'appareil et la distribution des vitesses à avoir un profil gaussien, ce qui ne permet donc pas l'estimation des moments supérieurs.

STATLER (1995) a « remis la méthode de cross-corrélation à jour » en levant l'hypothèse trop restrictive du caractère gaussien du PV (CCF, pour « *Cross-Correlation Fitting* »). On ajuste alors, par la minimisation de  $\chi^2(\mathbf{a}) = \|C - \mathcal{A} \otimes \mathcal{L}(\mathbf{a})\|^2$ , le pic de cross-corrélation  $C$  par le pic d'auto-corrélation  $\mathcal{A}$  convolué par une estimation paramétrée quelconque du profil des vitesses  $\mathcal{L}$ , ce qui correspond en fait à une transposition de la méthode de RIX & WHITE (1992) dans l'espace des corrélations.

**e. Quotient de Fourier du pic de cross-corrélation**

De la même façon que la méthode du quotient de Fourier tente la déconvolution directe du spectre galactique par le spectre de référence stellaire, on peut chercher à déconvoluer le spectre de cross-corrélation par le spectre d'auto-corrélation : c'est la méthode FCQ, pour « *Fourier Correlation Quotient* » (BENDER 1990).

La déconvolution dans l'espace des corrélations est plus efficace que celle dans l'espace direct, car elle se limite à la déconvolution du seul pic principal, contenant l'intégralité de l'information cinématique et en partie débarrassé des effets de *template mismatch*. Cependant, le bruit des spectres se traduit toujours par l'apparition de pôles dans la division complexe (Fig. III.4), ce qui impose un filtrage précis et délicat du signal avant retour dans l'espace réel.

Divers outils supplémentaires peuvent être utilisés en parallèle de certaines des méthodes précédemment présentées, afin de mieux gérer certaines difficultés.

**f. Synthèse de population**

Le problème du *template mismatch* peut être limité en laissant la forme du spectre de référence  $\mathcal{E}$  plus ou moins libre, afin d'ajuster au mieux, une fois convolué par le PV, le spectre de la galaxie. En pratique, cela consiste à construire le spectre  $\mathcal{E}$  par la combinaison linéaire de spectres représentatifs des différentes populations stellaires présentes dans la galaxie (RIX & WHITE 1992). Les coefficients de pondération à appliquer lors de la superposition sont estimés en même temps que l'ajustement du PV, comme autant de paramètres libres supplémentaires à déterminer.

En pratique, toutefois, cela ne résout pas totalement le problème du *mismatch* (BINNEY & MERRIFIELD 1998):

- dans notre Galaxie, il est connu que la cinématique des étoiles est en partie fonction de leur type spectral. Il faut donc *a priori* estimer un PV par type, ce qui n'est pas réalisable avec les observations courantes ;
- l'ajustement de la contribution relative des différents types spectraux dans le spectre moyen  $\mathcal{E}$  est fortement sous-contraint : la somme des spectres d'une étoile F et d'une étoile K correspond à peu près au spectre d'une étoile G...

**g. Approche bayésienne**

Le rapport S/B généralement faible des spectres utilisés dans l'étude de la cinématique des galaxies — effectivement souvent inférieur à 10 dans les parties externes — justifie parfois d'aborder le problème de la déconvolution sous l'angle de la statistique conditionnelle de Bayes (SAHA & WILLIAMS 1994). Tout ce que l'on sait *a priori* sur la distribution des vitesses (positivité, régularité, etc.), et tout ce que l'on veut savoir *a posteriori* sur cette même distribution (approximation gaus-

sienne, etc.) est ainsi clairement identifié et fait l'objet d'une étude statistique précise, ce qui conduit à une estimation fine de la validité des résultats obtenus et des erreurs associés aux paramètres ajustés.

### 1.2.2. Caractérisation du profil des vitesses

D'une manière générale, l'information que l'on peut acquérir à propos du profil des vitesses — comme pour toute distribution statistique — peut se ranger en trois niveaux :

- seuls les deux premiers moments, vitesse moyenne  $\bar{V}$  et dispersion des vitesses  $\bar{\sigma}$  sont connus, ce qui est équivalent à l'hypothèse d'un PV gaussien (3 paramètres libres) ;
- outre  $\bar{V}$  et  $\bar{\sigma}$ , quelques moments d'ordre supérieurs sont accessibles, ce qui correspond à la modélisation du PV par une fonction paramétrée plus complexe (plus de 3 paramètres libres) ;
- la forme « exacte » de la distribution est connue : le PV n'est pas contraint *a priori* à se plier à une certaine paramétrisation.

Il est clair que la forme *a*paramétrée du PV correspond à l'intégralité de l'information cinématique disponible. Malheureusement, il est tout aussi clair que l'extraction d'un grand nombre de paramètres, *a fortiori* d'un profil libre, est en pratique plus difficile, en particulier en présence de bruit, que l'estimation des deux premiers moments  $\bar{V}$  et  $\bar{\sigma}$  de la distribution. C'est pourquoi le choix de la caractérisation du PV est un choix stratégique duquel dépend la pertinence des résultats obtenus.

Par la suite, pour chacune des paramétrisations évoquées, je donne les moments de la distribution  $\mathcal{L}$ , définis classiquement par :

$$\begin{aligned}
 \text{intensité totale:} & \quad \bar{\gamma} \hat{=} \int_{\mathbb{R}} \mathcal{L}(v) dv \\
 \text{vitesse moyenne:} & \quad \bar{V} \hat{=} \frac{1}{\bar{\gamma}} \int_{\mathbb{R}} v \mathcal{L}(v) dv, \\
 \text{dispersion des vitesses:} & \quad \bar{\sigma} \hat{=} \left[ \frac{1}{\bar{\gamma}} \int_{\mathbb{R}} (v - \bar{V})^2 \mathcal{L}(v) dv \right]^{\frac{1}{2}}, \\
 \text{moment centré d'ordre 3:} & \quad \bar{\xi}_3 \hat{=} \frac{1}{\bar{\gamma}} \int_{\mathbb{R}} \left( \frac{v - \bar{V}}{\bar{\sigma}} \right)^3 \mathcal{L}(v) dv, \\
 \text{moment centré d'ordre 4:} & \quad \bar{\xi}_4 \hat{=} \frac{1}{\bar{\gamma}} \int_{\mathbb{R}} \left( \frac{v - \bar{V}}{\bar{\sigma}} \right)^4 \mathcal{L}(v) dv.
 \end{aligned} \tag{III.7}$$

La définition du profil des vitesses impose parfois sa normalisation, de sorte que  $\bar{\gamma} \equiv 1$ . Le moment centré d'ordre  $n$  est normalement défini par la relation  $\bar{\mu}_k \hat{=} 1/\bar{\gamma} \times \int (v - \bar{V})^k \mathcal{L}(v) dv$ , mais l'on utilise en général le moment adimensionné  $\bar{\xi}_k \equiv \bar{\mu}_k/\bar{\sigma}^k$ . Les moments  $\bar{\xi}_3$  et  $\bar{\xi}_4$  sont parfois appelés *skewness* et *kurtosis* dans la littérature de langue anglaise. Ils caractérisent respectivement l'asymétrie et le « piqué » de la distribution, que l'on compare toujours au premier ordre à une distribution gaussienne, pour laquelle  $\bar{\xi}_3 = 0$ ,  $\bar{\xi}_4 = 3$ . Une distribution avec  $\bar{\xi}_3 < 0$  (resp.  $> 0$ ) correspond à un surplus relatif d'étoiles possédant une vitesse plus petite (resp. plus grande) que la vitesse moyenne  $\bar{V}$ . De même, une distribution pour laquelle  $\bar{\xi}_4 < 3$  (resp.  $> 3$ ) est plus « rectangulaire » (resp. « piquée ») que la distribution gaussienne (Fig. III.2).

#### a. Modélisation gaussienne

Si l'on ne veut/peut pas obtenir plus d'information à propos du PV que l'estimation de ses deux premiers moments, la distribution  $\mathcal{L}$  est approximable par une simple gaussienne<sup>f</sup> :

$$\mathcal{L}(v) = \frac{\gamma \alpha(w)}{\sigma} \quad \text{avec} \quad \alpha(w) \equiv \frac{e^{-w^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{et} \quad w \equiv \frac{v - V}{\sigma}, \tag{III.8}$$

<sup>f</sup> Je reprend ici les notations maintenant classiques telles que définies par VAN DER MAREL & FRANX (1993).

où l'intensité  $\gamma$  est représentative de la différence de profondeur des raies entre le spectre galactique et le spectre stellaire de référence. On a alors bien sûr  $\bar{\gamma} = \gamma$ ,  $\bar{V} = V$  et  $\bar{\sigma} = \sigma$ .

Les avantages de cette modélisation sont évidents. Outre son extrême simplicité de mise en œuvre, elle permet de *stabiliser* les méthodes de déconvolution en limitant l'information que l'on cherche à acquérir à propos de la distribution des vitesses — uniquement ses deux premiers moments  $\bar{V}$  et  $\bar{\sigma}$  —, ce qui revient à contraindre le PV à adopter un profil simple fixé *a priori*. Pour cette raison, cette modélisation apparaît comme nécessaire pour les spectres à faible rapport S/B. En outre, dans beaucoup de circonstances, l'intégration le long de la ligne de vue, la moyenne spatiale provoquée par les effets de turbulence atmosphérique, la résolution finie du spectrographe, etc., tous ces facteurs conduisent *effectivement* à faire tendre le profil des vitesses observé vers une gaussienne — conséquence indirecte du *Théorème Limite Centrale*.

Si la modélisation du PV en terme de gaussienne offre de nombreux avantages pratiques, et constitue de fait un excellent point de départ, les deux premiers moments de la distribution des vitesses ne suffisent souvent pas à eux seuls à discriminer plusieurs modèles dynamiques pourtant totalement différents (p.ex. MAGORRIAN & BINNEY 1994, et références incluses).

Il est évident qu'il n'existe pas de raison physique pour que le PV soit *intrinsèquement* gaussien, et il existe plusieurs configurations dynamiques pour lesquelles les profils prévus ne sont effectivement pas gaussiens (p.ex. VAN DER MAREL *et al.* 1994), p.ex. :

- dans un système « froid » — c.-à-d. dont la dispersion des vitesses autour de la vitesse moyenne reste faible — en rotation rapide tel qu'un disque, la rotation et l'intégration le long de la ligne de vue peuvent conduire à des asymétries notables dans le profil des vitesses, notamment un excès dans la zone des faibles vitesses (p.ex. BENDER 1990). En effet, les étoiles se situant *en avant* ou *en arrière* du point tangent à la ligne de vue contribuent avec des vitesses projetées dans la direction de l'observateur plus faibles ;
- dans les systèmes « chauds », ayant une rotation d'ensemble nulle ou faible mais une dispersion des vitesses importante, des anisotropies locales de la distribution des vitesses peuvent conduire à des PV qui, même s'ils restent symétriques, sont significativement plus — ou moins — piqués qu'une gaussienne. DEJONGHE (1987) montre ainsi que les modèles de systèmes sphériques présentant une anisotropie radiale ont des profils plus piqués, tandis que les anisotropies tangentielles conduisent à des profils plus aplatis ;
- enfin, la présence de sous-structures dans la galaxie peut conduire à des profils fortement non-gaussiens. En particulier, la superposition d'un composant chaud tournant peu — un bulbe — et d'un composant plus froid en rotation rapide — un disque — laisse prévoir un profil bimodal, ou tout du moins très asymétrique (p.ex. CINZANO & VAN DER MAREL 1994).

La modélisation gaussienne ne se justifie donc pas d'un point de vue théorique, pas même par l'habitude prise de travailler sur les modèles de Jeans du second ordre pour lesquels la distribution locale des vitesses est effectivement assimilée à une gaussienne.

Afin de contraindre au mieux les modèles dynamiques, il est donc important d'extraire le maximum d'information relative au PV, sans se contenter de ses deux premiers moments. Différentes techniques ont ainsi été mises au point dans le but de remonter à une description plus fine de la distribution  $\mathcal{L}(v)$ . Elles peuvent être regroupées en deux catégories *a priori* distinctes, mais qui sont en fait le prolongement l'une de l'autre (voir § f.) : *a* – les méthodes *non-paramétrées*, où la forme du PV est laissée libre, *b* – les méthodes *paramétrées*, pour lesquelles la distribution est contrainte à être décrite par une forme analytique à quelques paramètres fixée *a priori*. Dans l'absolu, et du fait du caractère discret des spectres, la donnée d'un PV « libre » se limite toujours au maximum à la donnée de l'intensité de chacun des pixels constitutifs, ce qui constitue de fait une paramétrisation à un grand nombre de paramètres plus ou moins indépendants. Cependant, le nombre des variables est alors égal au nombre de degrés de liberté, ce qui justifie le terme de *non-paramétré*.

### **b. Caractérisations non-paramétrées**

Dans ce genre de méthodes, on ne s'autorise aucune hypothèse *a priori* sur la forme effective du PV que l'on cherche à extraire. L'avantage de ce type de procédé est donc sa souplesse et sa polyvalence,

puisque'il ne préjuge pas de la forme du profil, et s'adapte donc à toute sorte de distribution.

Dans le même temps, une telle approche ne permet pas directement l'utilisation de la connaissance que l'on a *a priori* sur la distribution des vitesses. Or on sait déjà, par définition de la fonction de distribution dont le PV ne constitue qu'une projection, que

1. le PV est non-négatif en tout point,
2. il est non-nul seulement sur un petit domaine de vitesse,
3. c'est une fonction relativement régulière, ne variant pas en-deça d'une échelle caractéristique.

Il s'ensuit que les profils issus des techniques non-paramétrées ne satisfont pas toujours à ces critères naturels, et que l'on doit trier *a posteriori* les profils ayant une réelle signification physique. Une bonne approche est alors non pas de laisser le profil *totale*ment libre, mais de le laisser libre dans la limite des contraintes précédentes à l'aide d'une paramétrisation appropriée (voir § f.).

Puisque l'on cherche à extraire une grande quantité d'information, seul un bon rapport S/B permet de contraindre suffisamment l'estimation *ex nihilo* de la distribution  $\mathcal{L}$ . Enfin, dans la plupart des cas, le profil libre extrait par ce type de technique doit de toute façon être quantifié par une certaine paramétrisation, afin d'être comparé quantitativement aux prédictions. Cette approche semble donc réservée aux études préliminaires, où l'on n'a pas encore d'idée nette sur la forme du profil, ou bien aux analyses de spectres à haut rapport S/B.

La philosophie de ces méthodes paramétrées est toute autre : plutôt que de tenter une déconvolution aveugle et plus ou moins fiable du PV, on préjuge de sa forme à l'aide d'une fonction analytique caractérisée par quelques paramètres. Cela permet d'éliminer les inconvénients des méthodes *ex nihilo*, au prix d'une perte de souplesse et de polyvalence. Puisque la quantité d'information recherchée, limitée maintenant à l'estimation de quelques paramètres, est moindre, les méthodes paramétrées sont plus robustes, c.-à-d. peuvent travailler avec un rapport S/B plus faible. L'estimation des erreurs sur les paramètres est également plus facile en général, pour peu que ces paramètres soient suffisamment décorrélés.

En fait, l'ajustement du PV par une gaussienne est l'exemple même de ce type de méthode. Plusieurs paramétrisations plus riches que la gaussienne ont été proposées.

### c. Double gaussienne

Au delà de la gaussienne, la décomposition du profil en une somme de deux gaussiennes constitue évidemment une approche possible. Elle s'avère naturelle lorsque l'on soupçonne la galaxie observée d'abriter des sous-structures cinématiquement découplées, typiquement un disque en rotation rapide au sein d'une structure diffuse en rotation plus lente (p.ex. CINZANO & VAN DER MAREL 1994) : on applique alors à chacune de ces sous-structures l'approximation gaussienne, et l'on écrit simplement pour la distribution globale :

$$\mathcal{L}(v) \equiv \frac{\gamma_1 \alpha(w_1)}{\sigma_1} + \frac{\gamma_2 \alpha(w_2)}{\sigma_2} \quad \text{avec} \quad w_i \equiv \frac{v - V_i}{\sigma_i}. \quad (\text{III.9})$$

Les six paramètres caractérisant cet ajustement, à savoir la valeur moyenne, la dispersion et l'intensité de chacune des deux gaussiennes, ont l'avantage de posséder un sens physique fort, à savoir les premiers moments de chacune des sous-distributions. L'inconvénient de cette décomposition est la forte corrélation des six paramètres, particulièrement lorsque le PV ne présente qu'une légère asymétrie. Trouver la solution optimale n'est donc pas toujours évident (problème de convergence ou existence de solutions multiples), et l'analyse ultérieure des erreurs est délicate.

Les premiers moments de cette distribution peuvent être calculés à partir des expressions (III.15) obtenues pour une somme quelconque de gaussiennes (voir § f.).

### d. Série de Gauss-Hermite

Comme l'on fait remarqué GERHARD (1993) et VAN DER MAREL & FRANX (1993), une fonction que l'on sait être proche d'une gaussienne est particulièrement bien approximée par l'extension na-

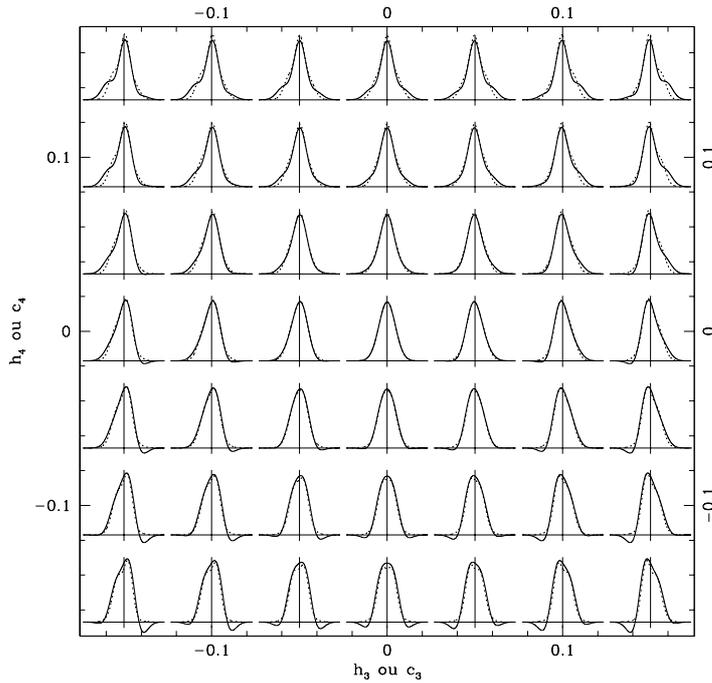


FIG. III.2: Profils de Gauss-Hermite (GH) d'ordre  $N = 4$  (traits pleins) et profils de Gauss-Hermite généralisés (GHG) d'ordre  $N = 4$ , avec  $b = 1$  (apodisation moyenne, pointillés). Noter les profils de GH sont parfois négatifs, et ceux de GHG parfois double-piqués.

tuelle de la gaussienne, à savoir la série de Gauss-Hermite<sup>g</sup> (GH):

$$\mathcal{L}(v) \equiv \frac{\gamma \alpha(w)}{\sigma} \times \left[ 1 + \sum_{i=3}^N h_i H_i(w) \right], \quad (\text{III.10})$$

où  $H_i$  désigne le polynôme d'Hermite d'ordre  $i$  (quelques propriétés de ces polynômes sont rappelées dans l'annexe A.), et où les coefficients successifs  $h_i$  quantifient directement l'écart du profil étudié par rapport à la gaussienne de référence. Dans la limite d'une série infinie ( $N \rightarrow \infty$ ), cette méthode permet de reproduire n'importe quel PV, puisque l'ensemble des fonctions de Gauss-Hermite sur lesquelles le profil est projeté constitue une base des fonctions continues.

En pratique, on limite généralement la série de GH (III.10) à l'ordre  $N = 4$ , ce qui correspond finalement à une paramétrisation de la distribution à 5 paramètres libres ( $\gamma$ ,  $V$ ,  $\sigma$ ,  $h_3$  et  $h_4$ ). Le coefficient  $h_3$  caractérise alors les déviations asymétriques à la gaussienne, tandis que  $h_4$  quantifie les déviations symétriques (Fig. III.2). Ces deux grandeurs n'ont pas de signification physique, mais sont directement reliées aux troisième et quatrième moments de la distribution.

Cette modélisation possède plusieurs qualités mathématiques; en particulier, la base des fonctions de Gauss-Hermite est orthogonale, ce qui implique que l'erreur sur la détermination de chaque coefficient  $h_n$  de la série, même tronquée, est très faiblement corrélée aux autres. Par ailleurs, cette paramétrisation, tout en restant proche de la gaussienne fondamentale qui demeure pour des raisons physiques l'approximation du premier ordre, permet de couvrir un large spectre de formes possibles (Fig. III.2).

Si l'on se limite aux premiers termes  $h_3$  et  $h_4$  de l'expansion, les moments de la distribution décrite par l'Éq. (III.10) sont:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \gamma \left( 1 + \frac{\sqrt{6}}{4} h_4 \right), & \bar{V} &= V + \sqrt{3} \sigma h_3, & \bar{\sigma} &= \sigma \left( 1 + \sqrt{6} h_4 \right), \\ \bar{\xi}_3 &= 4\sqrt{3} h_3, & \bar{\xi}_4 &= 3 + 8\sqrt{6} h_4. \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

<sup>g</sup> La série de Gauss-Hermite est plus connue en statistique sous le nom de « série de Gram-Charlier de type A » (voir p.ex. KENDALL & STUART 1963).

**e. Généralisation de la série de Gauss-Hermite**

Comme le montre la III.2, la modélisation du PV en terme de série de GH n'impose pas la positivité de la distribution, et conduit effectivement à des ailes négatives pour  $h_4 < 0$ . Il est cependant possible de remédier à cela dans une certaine mesure en modifiant légèrement les termes de l'expansion par l'introduction d'une fonction apodisante appropriée. Cela permet en outre d'accéder plus facilement aux profils présentant un double pic (bimodalité). Une telle généralisation de l'expansion de GH a été proposée par ZHAO & PRADA (1996), en écrivant :

$$\mathcal{L}(v) \equiv \frac{\gamma \alpha(w)}{\sigma} \times \left[ 1 + ae^{-bw^2/2} \sum_{i=3}^N c_i H_i(aw) \right], \quad (III.12)$$

avec  $b \in \{0,1,2\}$ ,  $a \equiv \sqrt{1+b/2}$ . La constante  $b$ , laissé au choix de l'utilisateur, contrôle la « puissance » de l'apodisation par la fonction-cloche, qui se trouve être ici une gaussienne; le cas  $b = 0$  (apodisation nulle) correspond formellement à l'expansion de Gauss-Hermite classique. Le facteur  $a$  permet de conserver les propriétés d'ortho-normalité de l'expansion.

Si l'on se limite à l'ordre  $N = 4$  du développement, les moments de la distribution décrite par l'Éq. (III.12) avec  $b = 1$  (apodisation moyenne) sont :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \gamma \left( 1 + \frac{3\sqrt{2}}{32} c_4 \right), & \bar{V} &= V + \frac{3\sqrt{6}}{16} \sigma c_3, & \bar{\sigma} &= \sigma \left( 1 + \frac{33\sqrt{2}}{128} c_4 \right), \\ \bar{\xi}_3 &= \frac{9\sqrt{6}}{32} c_3, & \bar{\xi}_4 &= 3 + \frac{9\sqrt{2}}{128} c_4. \end{aligned} \quad (III.13)$$

**f. « Unresolved Gaussian Decomposition »**

Enfin, une approche tente de concilier la robustesse des méthodes paramétrées à la souplesse des méthodes non-paramétrées : il s'agit de la méthode dite *Unresolved Gaussian Decomposition* (UGD), développée par KUIJKEN & MERRIFIELD (1993). S'appuyant sur la connaissance *a priori* que l'on a des caractéristiques du PV — non-négativité, domaine borné, régularité — elle modélise cette dernière par une somme de gaussiennes uniformément réparties en vitesse et de dispersion fixée, mais d'intensité variable, ce qui limite au total le nombre de paramètres libres au nombre de gaussiennes utilisées. Si la fonction d'appareil spectrale est correctement échantillonnée — ce qui est normalement le cas par construction du spectrographe — les intensités de deux pixels adjacents sont corrélés, et le critère de Shannon donne alors la largeur de l'élément constitutif du PV : on satisfait ainsi naturellement le critère de régularité. D'autre part, on peut contraindre, lors de l'ajustement, la somme des gaussiennes à être en tout point positive, afin de satisfaire le critère de positivité de la distribution. Il faut noter que cette décomposition ne correspond pas à une généralisation de l'ajustement par une double gaussienne (voir § c.), puisque les positions et dispersions des différentes gaussiennes constitutives sont ici fixées.

La paramétrisation UGD décrit le profil des vitesses  $\mathcal{L}$  comme une somme de gaussiennes, de moyenne  $V_i$  et de dispersion  $\sigma_i$  connus *a priori* :

$$\mathcal{L}(v) \equiv \sum_i \frac{\gamma_i \alpha(w_i)}{\sigma_i} \quad \text{avec} \quad w_i \equiv \frac{v - V_i}{\sigma_i}. \quad (III.14)$$

Les moments de la distribution s'écrivent alors (Éq. (III.7)) :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \sum_i \gamma_i, & \bar{V} &= \frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_i \gamma_i V_i, & \bar{\sigma} &= \left[ \frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_i \gamma_i (V_i^2 + \sigma_i^2) - \bar{V}^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \bar{\xi}_3 &= \frac{1}{\bar{\sigma}^3} \left[ \frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_i \gamma_i V_i (V_i^2 + 3\sigma_i^2) - \bar{V} (\bar{V}^2 + 3\bar{\sigma}^2) \right], & & & & (III.15) \\ \bar{\xi}_4 &= \frac{1}{\bar{\sigma}^4} \left[ \frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_i \gamma_i (3\sigma_i^4 + V_i^2 (6\sigma_i^2 + V_i^2)) - \bar{V} (\bar{V}^3 + 6\bar{V}\bar{\sigma}^2 + 4\bar{\xi}_3\bar{\sigma}^3) \right]. \end{aligned}$$

### 1.3. MISE EN ŒUVRE PRATIQUE

Dans le cadre des projets OASIS et SAURON, il était intéressant de disposer d'un outil d'extraction du profil des vitesses galactiques adapté au logiciel XOASIS dédié au traitement et à l'analyse des données de spectrographie intégrale de champ de type TIGER. Nous avons choisi de mettre en œuvre simultanément les méthodes de cross-corrélation (§ d.), CCF (§ d.) et FCQ (§ e.), pour les raisons suivantes :

- ces trois méthodes travaillent dans l'espace des corrélations, ce qui les rend relativement insensibles au problème de *template mismatch* ;
- elles sont proches d'un point de vue algorithmique ;
- elles sont totalement complémentaires quant à leur champ d'application et à l'information qu'elles fournissent (voir les § concernés) :
  - la méthode de cross-corrélation se limite à l'approximation gaussienne du profil des vitesses, et est connue pour sa robustesse en cas de faible rapport S/B,
  - la méthode CCF délivre une estimation paramétrée du PV,
  - la méthode FCQ fournit une distribution des vitesses de forme libre, et requiert *a priori* un rapport S/B élevé.

Pour la paramétrisation du profil, indispensable dans le cas de CCF, très utile dans le cas de FCQ, nous avons mis en place les différentes fonctions à quelques paramètres évoquées précédemment (gaussienne, double gaussienne, expansion de Gauss-Hermite, simple et généralisée).

J'évoque maintenant quelques considérations techniques relatives à la mise en place de ces procédures.

#### 1.3.1. Algorithmique

La III.3 donne l'organigramme des trois méthodes d'extraction du PV mises en œuvre. Puisqu'elles travaillent toutes dans l'espace des corrélations, elles débudent toutes par le calcul des spectres d'auto-corrélation  $\mathcal{A} = \mathcal{E} \odot \mathcal{E}$  et de cross-corrélation  $\mathcal{C} = \mathcal{G} \odot \mathcal{E}$  des spectres galactique  $\mathcal{G}$  et de référence stellaire  $\mathcal{E}$ , auparavant ré-échantillonnés en  $\ln \lambda$  (voir § 1.1.1.).

Le passage dans l'espace des corrélations offre la possibilité de ne travailler que sur le pic principal de cross-corrélation, contenant l'intégralité de l'information cinématique recherchée mais peu sensible à l'inadéquation du spectre stellaire de référence. Par la suite, je note  $\mathcal{C}_p$  et  $\mathcal{A}_p$  les pics principaux extraits des spectres de cross-corrélation et d'auto-corrélation respectivement, dans un domaine de largeur restant à définir.

##### a. Méthode de cross-corrélation

La méthode de cross-corrélation consiste alors simplement en un ajustement gaussien des pics principaux des spectres  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{C}$ . Les premiers moments du profil des vitesses sont alors estimés par  $V = V_C$  et  $\sigma = \sqrt{\sigma_C^2 - \sigma_{\mathcal{A}}^2}$ .

Le problème technique principal vient de la dépendance des résultats vis-à-vis de la fraction des pics ajustée : trop importante, les pics secondaires des spectres de corrélation vont élargir artificiellement le profil des vitesses, et trop faible, l'ajustement sous-estimera la dispersion réelle.

##### b. Méthode CCF

Comme expliqué précédemment (voir § d.), la méthode CCF consiste à ajuster le pic de cross-corrélation  $\mathcal{C}_p$  par la convolution de  $\mathcal{A}_p$  et d'une estimation paramétrée  $\mathcal{L}(a)$  du PV. Cela revient à minimiser la quantité  $\chi^2(a) = \|\mathcal{C}_p - \mathcal{A}_p \otimes \mathcal{L}(a)\|^2$  vis-à-vis des paramètres  $a$ . Cet ajustement est réalisé par une procédure dédiée d'une grande marque de librairie mathématique, en utilisant les résultats de la méthode de cross-corrélation comme solution initiale.

Là encore se pose le problème de la zone à ajuster, c.-à-d. la largeur du domaine encadrant les pics principaux. Trop large, la méthode va tenter d'ajuster les pics secondaires, qui dépendent plus

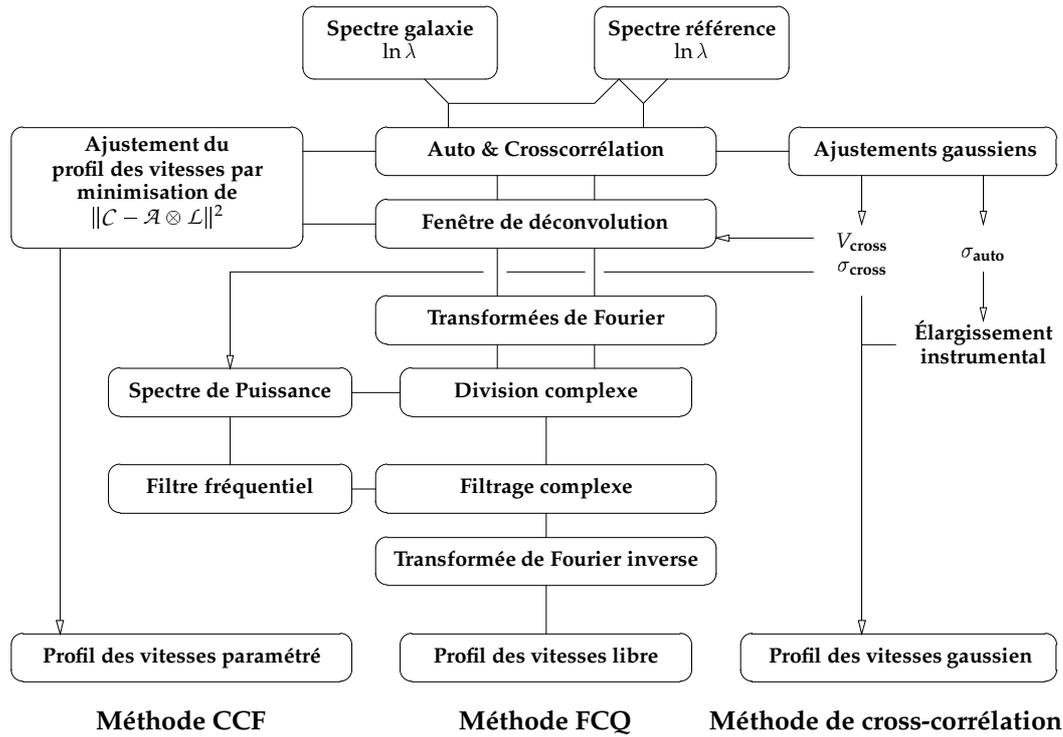


FIG. III.3 – Organigramme des méthodes d'extraction du profil des vitesses mises en œuvre : CCF (à gauche), FCQ (au centre) et cross-corrélation (à droite).

des phénomènes de *template mismatch* que de la cinématique intrinsèque ; trop étroite, l'ajustement des paramètres de  $\mathcal{L}$  liés aux moments supérieurs de la distribution ne seront pas assez contraints.

**c. Méthode FCQ**

La méthode FCQ se base sur la déconvolution non pas de l'intégralité du spectre de cross-corrélation  $\mathcal{C}$ , mais uniquement de son pic principal  $\mathcal{C}_p$ . La largeur de la zone de déconvolution est comme précédemment un paramètre critique. BENDER (1990) suggère une fenêtre de largeur égale à quatre fois la largeur à mi-hauteur de  $\mathcal{C}_p$ . Les tests que j'ai effectué confirme ce résultat.

La déconvolution de  $\mathcal{C}_p$  par  $\mathcal{A}_p$  se fait après passage dans l'espace de Fourier, où elle correspond à une simple division complexe. Cependant, la quantité  $\hat{\mathcal{C}}_p / \hat{\mathcal{A}}_p$  est très bruitée dans les hautes fréquences (Fig. III.4), du fait de la présence déjà évoquée de pôles dans la division : il est absolument nécessaire d'appliquer un filtre fréquentiel coupe-haut avant de repasser  $\hat{\mathcal{L}}$  dans l'espace réel. Cette étape constitue certainement l'étape la plus critique de la méthode : un filtrage insuffisant conduit à un bruit excessif dans le profil des vitesses extraits ; un filtrage trop important va tronquer le signal disponible en ne laissant que les plus basses fréquences, ce qui résulte non seulement en une élimination de l'information relative aux moments supérieurs du PV, mais également à une surestimation de la dispersion résultante.

Outre les filtres arbitraires, de type filtres à échelon, il existe un filtre *optimal*, dit « filtre de Wiener », dont la fonction de transfert fréquentielle est donnée par :

$$T(f) \hat{=} \frac{P_S(f)}{P_S(f) + P_B(f)}, \tag{III.16}$$

où  $P_S(f)$  (resp.  $P_B(f)$ ) est la contribution du signal (resp. du bruit) dans le spectre de puissance du signal à filtrer. On voit dans cette expression comment  $T \rightarrow 0$  quand  $P_B \gg P_S$ , c.-à-d. lorsque le bruit domine le signal, tandis que  $T \rightarrow 1$  quand  $P_B \ll P_S$ , c.-à-d. lorsque le rapport S/B local est très grand.

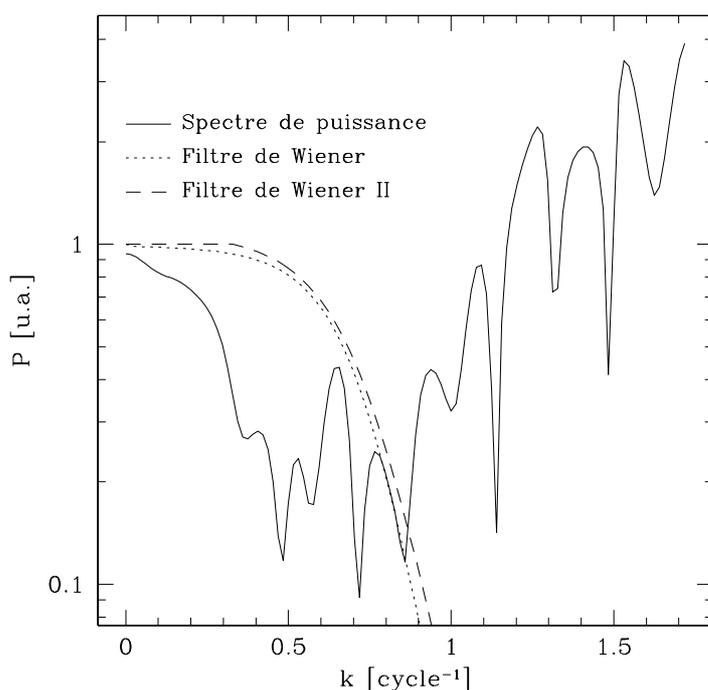


FIG. III.4: Spectre de puissance du quotient de Fourier avant filtrage (trait plein) et filtres fréquentiels utilisés par la méthode FCQ pour l'extraction du PV (pointillés: filtre de Wiener, tiretés: filtre de Wiener II), obtenu pour le spectre synthétique bruité de la Fig. III.5. L'amplification par la déconvolution du bruit aux hautes fréquences est clairement visible pour  $k \gtrsim 0,8$ .

L'avantage *théorique* de ce type de filtre est double : *a* – il est *optimal*, et n'a donc pas à être parfaitement défini dans la pratique pour être efficace : de petites déviations par rapport à la forme optimale ne conduisent qu'à des erreurs du second ordre, *b* – il est *auto-adaptatif*, dans le sens où il se calcule à partir du signal à filtrer, sans nécessiter de paramètre supplémentaire à ajuster au cas par cas.

Cependant, la construction de ce filtre nécessite une connaissance *a priori* des contributions relatives du signal et du bruit dans le spectre de puissance de  $\hat{C}_p/\hat{\mathcal{A}}_p$ , connaissance que l'on n'a bien sûr pas en pratique, puisque cela supposerait de connaître le profil des vitesses  $\mathcal{L}$  que l'on cherche... Mais on peut profiter du caractère optimal du filtre pour se permettre d'approximer la contribution du signal à partir des résultats de la méthode de cross-corrélation, qui fournit une approximation gaussienne de  $\mathcal{L}$ . Cependant, comme l'ont fait remarquer BENDER *et al.* (1994), l'estimation gaussienne du signal va affecter la détermination des moments supérieurs du PV en tronquant les fréquences intermédiaires caractéristiques. Ces auteurs suggèrent donc d'élargir le filtre de Wiener obtenu à partir de l'approximation gaussienne d'un facteur 1,2 (voir Fig. 2 de BENDER *et al.* 1994).

L'estimation de la contribution du bruit dans le spectre de puissance de  $\hat{C}_p/\hat{\mathcal{A}}_p$  est plus problématique. Contrairement à ce que dit (BENDER 1990), le bruit issu de la division complexe n'a pas un spectre blanc, et sa contribution ne peut pas être assimilée à une constante (Fig. III.4). Différentes estimations de la contribution du bruit donnent différents filtres de Wiener (dénommés par la suite filtres « Wiener » et « Wiener II », voir Fig. III.4), mais il apparaît que ces filtres sont très similaires et conduisent à des résultats tout à fait semblables (voir § b.).

Une fois le filtre fréquentiel déterminé, on peut l'appliquer à  $\hat{C}_p/\hat{\mathcal{A}}_p$  pour obtenir  $\hat{\mathcal{L}}$ . Le profil des vitesses  $\mathcal{L}$  s'obtient alors par transformée de Fourier inverse.

#### d. Ajustement du profil des vitesses

L'ajustement du profil des vitesses issu de la méthode FCQ s'effectue à l'aide de procédures dédiées classiques. Dans le cas de l'expansion de Gauss-Hermite d'ordre  $N = 4$  (voir § d.) ou de sa généralisation (cf. § e.), les 5 paramètres libres, p.ex.  $\gamma$ ,  $V$ ,  $\sigma$ ,  $h_3$  et  $h_4$ , sont ajustés *simultanément*, conformément à l'approche originelle de VAN DER MAREL & FRANX (1993), mais contrairement à l'approche de VAN DER MAREL *et al.* (1994), qui ajustent d'abord une gaussienne puis estiment les moments d'ordre supérieur en laissant  $\gamma$ ,  $V$  et  $\sigma$  fixés. Les différences entre ces deux approches ne sont pas nulles mais généralement négligeables, du fait des propriétés d'orthogonalité des polynômes d'Hermite.

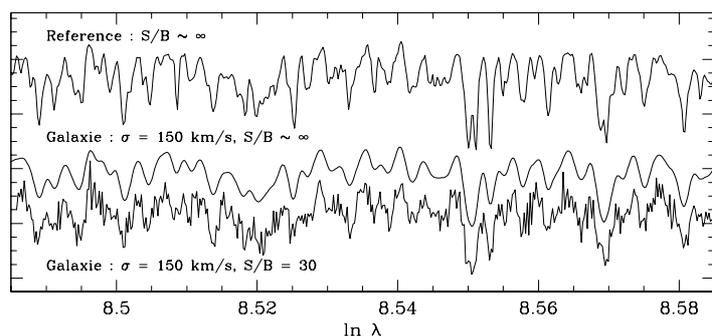


FIG. III.5: Spectres utilisés en entrée de FCQ pour les tests de Monte-Carlo. De haut en bas: spectre stellaire de référence (étoile HD 85990, de type K0III,  $S/B \sim \infty$ ), spectre galactique (PV de Gauss-Hermite avec  $V = 0 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $\sigma = 150 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $h_3 = 0,05$  et  $h_4 = -0,05$ ) de rapport  $S/B \sim \infty$ , et le même spectre galactique bruité ( $S/B = 30$ ).

### 1.3.2. Tests et estimation des erreurs

De nombreux tests ont été réalisés afin de valider les méthodes d'extraction du profil des vitesses mises en œuvre, d'une part pour optimiser les différents paramètres techniques intervenant dans les algorithmes — largeur de la fenêtre de déconvolution, coefficient d'apodisation avant passage dans l'espace de Fourier, etc. — et d'autre part afin de valider la fiabilité de chacune des méthodes. L'objectif de ces derniers tests, dont je présente ici quelques résultats significatifs, est de quantifier les erreurs systématiques et statistiques commises lors de l'extraction et caractérisation du profil des vitesses. Il est en général difficile de suivre formellement l'évolution de l'erreur tout au long de la procédure d'extraction, et ce particulièrement dans le cas de la méthode FCQ.

Il est important de noter que l'erreur formelle estimée par la procédure d'ajustement appliquée à l'issue de méthodes d'extraction libre telles que FCQ n'est absolument pas représentative de l'ensemble des erreurs introduites tout au long du processus, et ne peut être tenue pour représentative de l'erreur effectivement commise dans ce cas. En effet, imaginons une méthode retournant un PV purement gaussien quelque soit le profil intrinsèque. L'erreur formelle associée à l'ajustement d'une gaussienne sur le profil extrait sera parfaitement nul, alors même que le profil réel n'a rien de gaussien.

Il est donc important d'estimer les erreurs selon une approche de type Monte-Carlo : afin de tester une « boîte noire » dont on ne peut connaître en détail l'influence de tous les rouages, on compare, pour un grand nombre de cas, les paramètres effectivement extraits aux paramètres mis en entrée de la procédure. La valeur moyenne des grandeurs mesurées représente alors directement l'erreur systématique liée à la procédure employée, et la dispersion des résultats donne une estimation réaliste des erreurs attendues sur les paramètres.

#### a. Procédure de test

Afin de tester l'influence de certaines grandeurs — rapport  $S/B$ , dispersion des vitesses, etc. — sur chacune des méthodes, la procédure est la suivante :

1. un spectre galactique synthétique est créé à partir du spectre à très haut rapport  $S/B$  d'une étoile observée par l'instrument considéré : après soustraction de sa composante continue, ce spectre est convolué par un profil des vitesses analytique, soit une gaussienne soit une fonction de Gauss-Hermite d'ordre  $N = 4$ , de dispersion et d'éventuels moments supérieurs d'entrée fixés, mais de vitesse moyenne choisi aléatoirement entre  $-500$  et  $+500 \text{ km.s}^{-1}$ , afin que le résultat ne soit pas dépendant de l'échantillonnage du spectre (Fig. III.5) ;
2. le spectre galactique précédent, de  $S/B$  pratiquement infini, est bruité par addition d'un bruit gaussien permettant d'obtenir un rapport  $S/B$  fini. Cette étape constitue une réalisation du bruit (Fig. III.5) ;
3. les paramètres du profil des vitesses sont alors extraits du spectre galactique selon la méthode testée, et comparés aux paramètres d'entrée (Fig. III.6).

Les étapes 2 et 3 sont répétées un grand nombre de fois — typiquement  $N = 100$  — avec des réalisations du bruit indépendantes, afin d'obtenir une estimation statistiquement fiable — à  $\sim 1/\sqrt{N} = 10\%$  près — de l'erreur commise. Par la suite,  $X_{in}$  réfère à la quantité  $X$  donnée en entrée, et  $X_{out}$  la même quantité déterminée en sortie.

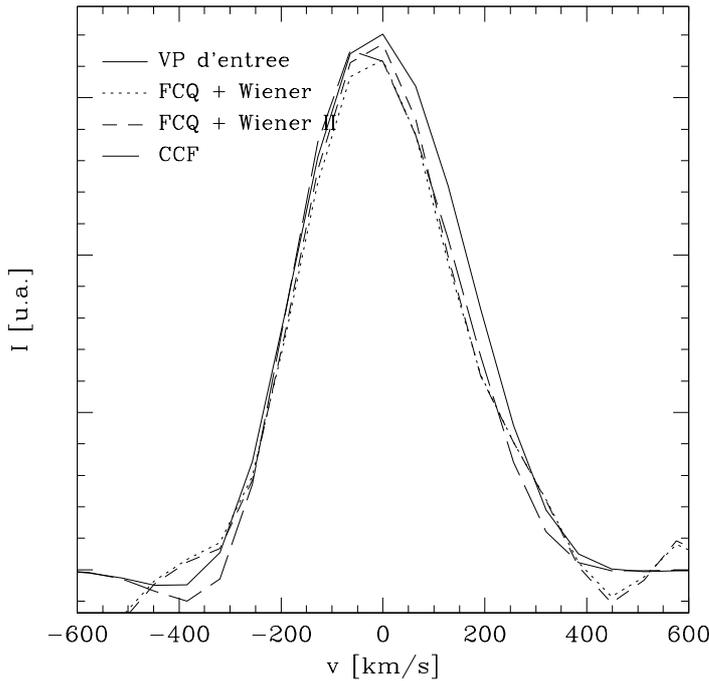


FIG. III.6: Résultat de l'extraction du profil des vitesses par les méthodes FCQ (pointillés: FCQ + Wiener, tirets courts: FCQ + Wiener II) et CCF (tirets longs) dans le cas d'un profil en entrée non-gaussien (Fig. III.5):  $V = 0 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $\sigma = 150 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $h_3 = 0,05$  et  $h_4 = -0,05$ .

Les tests de Monte-Carlo ont été menés dans le cas des observations SAURON, mode LR— résolution spectrale de  $\sigma \sim 90 \text{ km.s}^{-1}$ , domaine spectral 4780–5380 Å autour du triplet Mgb (voir Chap. I, § 2.4., p. 18) — et des observations OASIS, mode MR3 (voir § c.). En ce qui concerne l'extraction du PV, ces deux instruments diffèrent par la résolution spectrale, mais surtout par le domaine spectral observé. Toutes les figures, sauf la Fig. III.12, ont été réalisées à partir des tests SAURON.

### b. Résultats pour SAURON

On vérifie avant tout que les résultats en sortie des tests de Monte-Carlo se répartissent effectivement selon une distribution pratiquement gaussienne. Par la suite, l'erreur systématique est donc définie comme la moyenne de la distribution des résultats, et l'erreur statistique (la « barre d'erreur ») comme la dispersion de cette distribution.

Puisque l'on ne s'attend pas à une erreur de type multiplicative sur l'estimation de la vitesse moyenne, on estime l'erreur sur cette grandeur par la quantité  $\delta V = V_{\text{in}} - V_{\text{out}}$ , exprimée en  $\text{km.s}^{-1}$ . En revanche, on exprime l'erreur sur la dispersion par la quantité  $\Delta\sigma = (\sigma_{\text{in}} - \sigma_{\text{out}})/\sigma_{\text{in}}$ , exprimée en pour-cents.

**Estimation des moments gaussiens.** Les premiers tests vérifient la robustesse de la détermination des premiers moments  $V$  et  $\sigma$  du profil des vitesses, soit dans le cas d'un profil en entrée effectivement gaussien (Fig. III.7), soit dans le cas d'un profil d'entrée plus réaliste, décrite par une série de Gauss-Hermite d'ordre 4 dont les paramètres  $h_3$  et  $h_4$  sont aléatoirement répartis dans le domaine  $[-0,1;0,1]$  (Fig. III.8). La Fig. III.9 présente les erreurs statistiques estimées sous la forme d'une carte d'« iso-erreurs », mettant mieux en évidence la dépendance de ces erreurs vis-à-vis du rapport S/B et de la dispersion d'entrée.

Ces résultats amènent quelques commentaires :

- Pratiquement toutes les méthodes retrouvent les paramètres d'entrée dans le cas d'un rapport S/B infini.

- Comme prévu, l'estimation de la vitesse ne souffre d'aucune erreur systématique, et l'erreur sur ce paramètre décroît naturellement à mesure que le rapport S/B croît. En revanche, l'erreur croît fortement avec la dispersion, ce qui est logique (Fig. III.9) : plus le PV est large, moins son centroïde est déterminé précisément. On vérifie effectivement que la quantité  $\delta V/\sigma_{\text{in}}$  ne dépend pas quant à elle de  $\sigma_{\text{in}}$ .

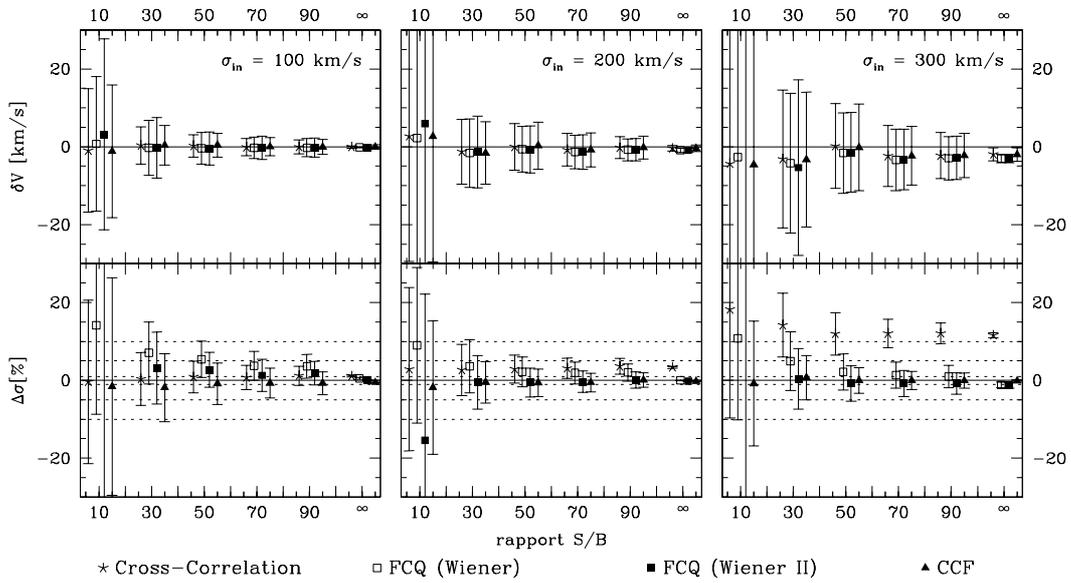


FIG. III.7 – Estimation, dans le cas de SAURON, de l’erreur sur la vitesse moyenne  $\delta V = V_{out} - V_{in}$  (en  $\text{km.s}^{-1}$ ) et sur la dispersion des vitesses  $\Delta\sigma = (\sigma_{out} - \sigma_{in})/\sigma_{in}$  (en %) en fonction du rapport S/B pour les diverses méthodes mises en œuvre (étoiles : cross-corrélation, carrés blancs : FCQ + Wiener, carrés noirs : FCQ + Wiener II, triangles : CCF), dans le cas d’un PV d’entrée gaussien de dispersion  $\sigma_{in} = 100, 200$  et  $300 \text{ km.s}^{-1}$  (de gauche à droite). On indique dans le cas de la dispersion les lignes d’erreur à 1, 5 et 10 % (lignes pointillées).

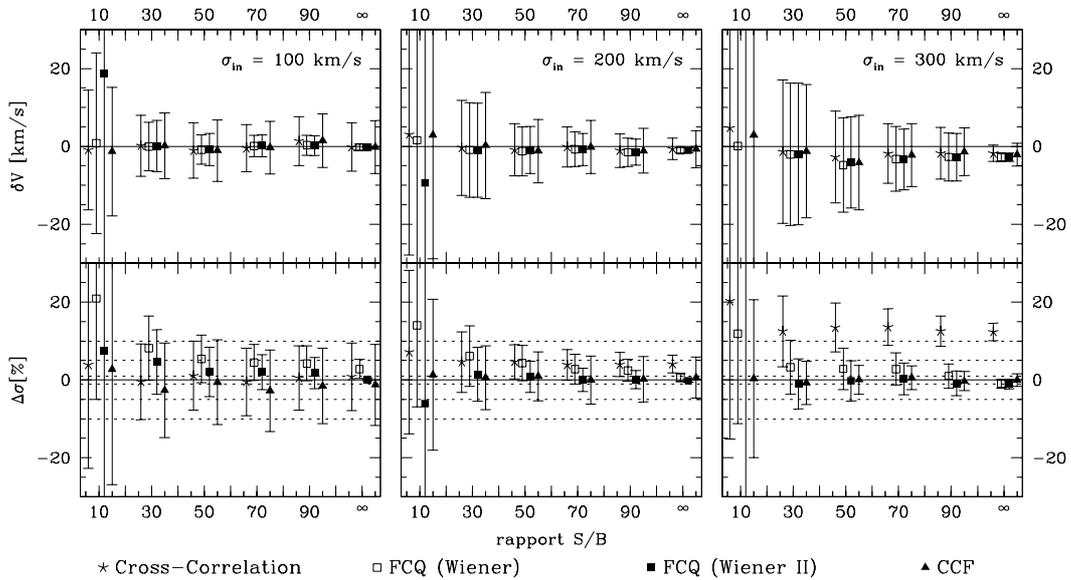


FIG. III.8 – Même chose que Fig. III.7 mais pour un PV d’entrée de Gauss-Hermite d’ordre 4 avec  $h_3$  et  $h_4$  aléatoirement répartis dans le domaine  $[-0,1;0,1]$ .

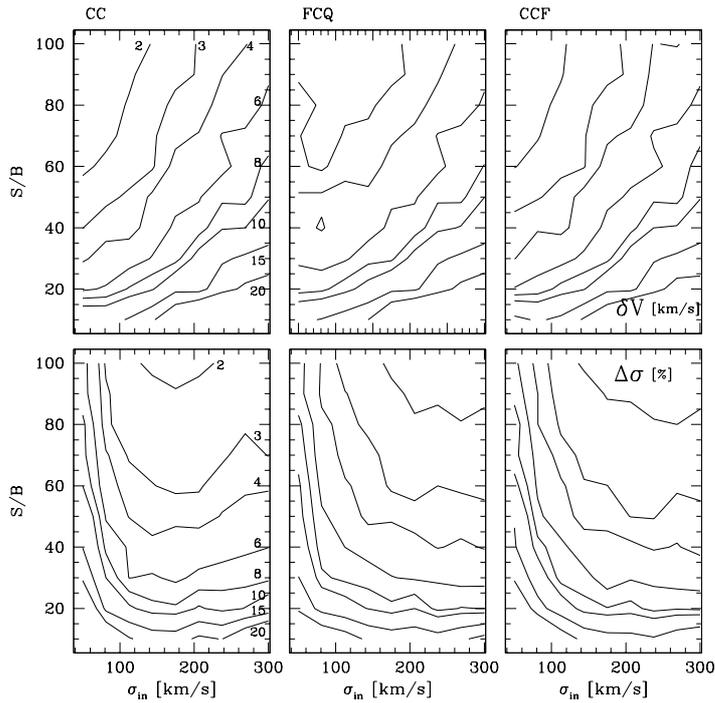


FIG. III.9: Isocontours de l'erreur estimée sur  $V$  ( $\delta V$ , en  $\text{km.s}^{-1}$ , en haut) et sur  $\sigma$  ( $\Delta\sigma$ , en %, en bas) en fonction de la dispersion d'entrée  $\sigma_{in}$  et du rapport  $S/B$ , pour les trois méthodes mises en œuvre (à gauche : cross-corrélation, au centre : FCQ + Wiener, à droite : CCF), dans le cas d'un profil des vitesses d'entrée gaussien. Dans tous les cas, les contours correspondent aux valeurs 2, 3, 4, 6, 8, 10, 15 et 20.

– Toutes les méthodes sont à peu près également efficaces pour la mesure de la vitesse moyenne du PV, quelque soit le rapport  $S/B$  ou la dispersion d'entrée. Dans tous les cas, les résultats ne sont satisfaisants que pour un  $S/B > 10$ . Dans ce cas, l'erreur statistique est alors typiquement inférieure à  $5 \text{ km.s}^{-1}$ , ce qui correspond dans le cas de SAURON à  $1/20^{\text{e}}$  de pixel. Compte-tenu de la qualité de l'étalonnage en longueur d'onde et de la non-corréction de la vitesse héliocentrique lors du mosaïquage des poses (voir Chap. II), il n'est pas envisageable de diminuer cette erreur de manière significative.

– Après une longue bataille pour trouver les paramètres d'extraction optimaux, la distribution des résultats concernant la mesure de la dispersion est compatible avec une erreur systématique nulle<sup>h</sup>, si ce n'est pour la méthode de cross-corrélation dans le domaine des hautes dispersions.

– L'erreur sur la dispersion dépend bien sûr du rapport  $S/B$ , mais également de la dispersion d'entrée (Fig. III.9). En particulier, et contrairement aux tests présentés par les différents auteurs, les méthodes — telles que mises en œuvre ici — ne semblent pas permettre la mesure précise d'une dispersion inférieure à la résolution spectrale de l'instrument, ici  $90 \text{ km.s}^{-1}$ .

**Estimation des paramètres  $h_3$  et  $h_4$ .** Une deuxième série de test permet de tester la caractérisation des moments supérieurs de la distribution des vitesses, sous la forme des paramètres  $h_3$  et  $h_4$ . Rappelons que, par construction, la méthode de cross-corrélation ne peut fournir une estimation de ces paramètres, puisqu'elle repose directement sur l'hypothèse que le PV est effectivement gaussien.

Les paramètres  $h_3$  et  $h_4$  sont déterminés soit dans le cas d'un profil d'entrée gaussien, pour lequel on attend donc  $h_3 = h_4 = 0$  (Fig. III.10), soit dans le cas d'un profil de GH, d'ordre 4 dont les paramètres  $h_3$  et  $h_4$  sont aléatoirement répartis dans le domaine  $[-0,1;0,1]$  (Fig. III.11). Dans ce dernier cas, on estime l'erreur commise sur le paramètre à partir de la quantité  $\delta h_i = h_{i,\text{in}} - h_{i,\text{out}}$ .

Pour information, on indique dans les Fig. III.10 et III.11 (pointillées) l'erreur attendue dans le cas où le paramètre ajusté  $h_i$  est en fait lui-même une variable aléatoire uniformément distribuée dans le segment  $[-0,1;0,1]$ , ce qui correspondrait au cas où la procédure d'extraction et d'ajustement du PV n'est en fait pas plus efficace qu'un simple tirage aléatoire uniforme dans le domaine des para-

<sup>h</sup> Les versions préliminaires du programme FCQ ont longtemps surestimé les dispersions, jusqu'à l'introduction du facteur correctif préconisé par BENDER *et al.* (1994).

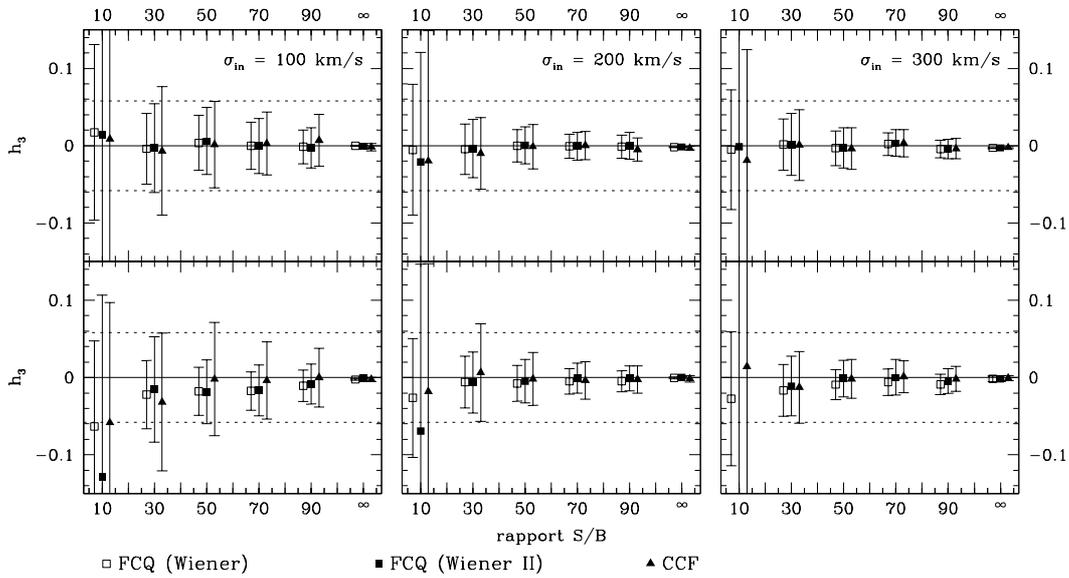


FIG. III.10 – Estimation, dans le cas de SAURON, de l'erreur sur les coefficients  $h_3$  et  $h_4$  en fonction du rapport  $S/B$  pour les diverses méthodes mises en œuvre (carrés blancs : FCQ + Wiener, carrés noirs : FCQ + Wiener II, triangles : CCF), dans le cas d'un PV d'entrée gaussien ( $h_3 \equiv h_4 \equiv 0$ ) de dispersion  $\sigma_{in} = 100, 200$  et  $300 \text{ km.s}^{-1}$  (de gauche à droite). Pour comparaison, on indique l'erreur attendue dans le cas d'une répartition aléatoire uniforme dans  $[-0,1;0,1]$  des coefficients ajustés (lignes pointillées).

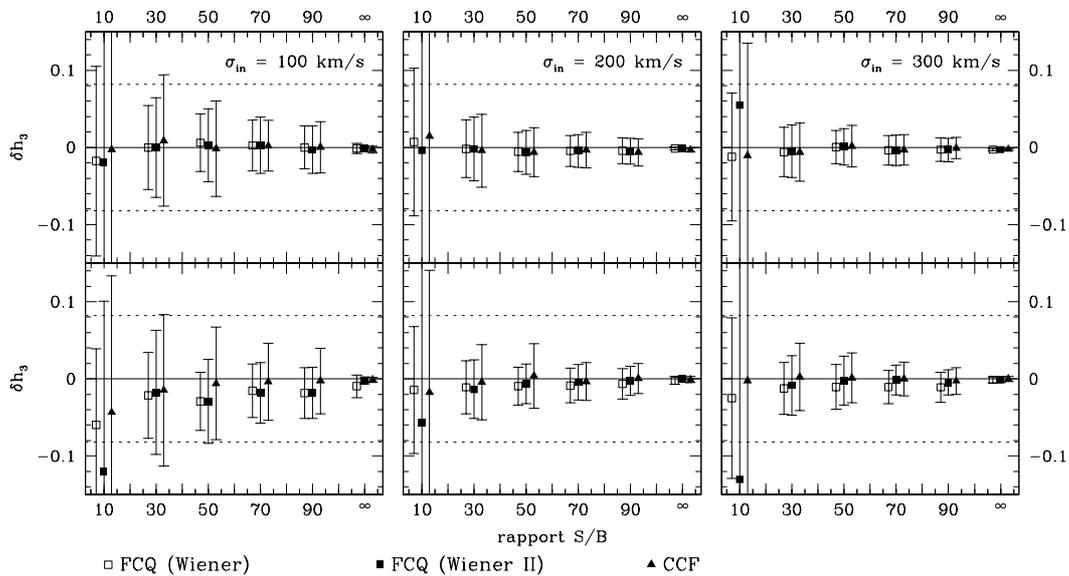


FIG. III.11 – Même chose que Fig. III.10 mais pour un PV d'entrée de Gauss-Hermite d'ordre 4 avec  $h_3$  et  $h_4$  aléatoirement répartis dans le domaine  $[-0,1;0,1]$ . On trace alors l'erreur  $\delta h_i = h_{i,out} - h_{i,in}$  commise sur l'estimation de  $h_i$ .

mètres d'entrée<sup>i</sup>. Si les barres d'erreur observées sont plus grandes que ces quantités, cela signifie soit que la valeur du paramètre estimé est *anti*-corrélée à la valeur du paramètre d'entrée, soit plus probablement qu'elle se distribue sur un domaine plus large que celui d'entrée. Seules les mesures pour lesquelles la barre d'erreur est sensiblement plus faible que ces quantités peuvent donc être considérées comme significativement efficaces.

Aucune erreur systématique ne semble présente dans ces tests, mais les erreurs statistiques sont toujours relativement élevées, bien que se réduisant avec un meilleur rapport S/B et une dispersion plus grande.

### c. Résultats pour OASIS

Les mêmes tests que précédemment ont été réalisés dans le cas d'observations OASIS, mode MR3 : domaine 8350–9150 Å, autour du triplet Ca II (8498, 8542 et 8662 Å), résolution spectrale de  $\sigma \sim 65 \text{ km.s}^{-1}$ . Ce mode correspond au mode typiquement utilisé dans les études cinématiques des galaxies proches à très haute résolution spatiale, puisqu'il correspond au domaine dans lequel l'optique adaptative est la plus efficace (voir Chap. IV, § 1., p. 79).

Ce domaine contient, outre le triplet Ca II, très peu de raies d'absorption à partir desquelles extraire le profil des vitesses, contrairement au domaine observé par SAURON. Les résultats sont donc globalement moins bons (voir § III.12). En particulier :

- la dispersion des vitesses est systématiquement surestimées, et d'autant plus que la dispersion d'entrée est faible. La méthode de cross-corrélation est de loin la moins efficace ;
- les estimations des moments supérieurs du PV sont excessivement incertaines dans pratiquement tous les cas.

### d. Limite des tests

Les tests tels que précédemment décrits permettent une estimation relativement précises des erreurs associées à la mesure des paramètres caractérisant le profil des vitesses, p.ex. sous la forme d'un modèle semi-analytique fonction du rapport S/B et de la dispersion des vitesses. Plusieurs points restent toutefois à éclaircir par des tests appropriés :

**Influence du *template mismatch*.** L'influence de cet effet n'a pas été explorée dans le détail, puisque les méthodes employées sont réputées y être peu sensibles. Les quelques tests effectués, en prenant deux étoiles de type différent pour la synthèse du spectre galactique et comme spectre de référence, semblent en effet confirmer ce point. Seules les estimations des paramètres supérieurs  $h_3$  et  $h_4$  sont notablement affectées, ce qui est tout à fait prévisible.

**Influence de la soustraction du continu.** La procédure de test n'inclut pas la soustraction de la composante continue des spectres, et suppose, par construction, que cette soustraction a été parfaitement réalisée. Or, l'étroitesse du domaine spectral accessible aux spectrographes de type TIGER rend cette élimination relativement délicate, en particulier dans la zone du Ca II, encombré de raies moléculaires.

## 2. Indices de raie

Une galaxie est majoritairement constituée d'étoiles, qui peuvent être étudiées sous différents angles. Comme nous l'avons vu précédemment, la dynamique galactique étudie comment ses étoiles se déplacent les unes par rapport aux autres, à partir de l'analyse du profil des vitesses le long de chaque ligne de vue. Elle ne se préoccupe pas *a priori* de la nature de ces étoiles, qui sont souvent uniquement considérées comme des particules tests évoluant dans le potentiel global de la galaxie.

<sup>i</sup> La dispersion d'une distribution uniforme dans le segment  $[a,b]$  est  $\sigma = (b - a) / 2\sqrt{3}$ . La dispersion attendue pour le paramètre  $h_i$  dans le cas d'un PV d'entrée gaussien est donc de  $0,2 / 2\sqrt{3} = 0,058$ , et celle prévue pour  $\delta h_i = h_{i,\text{out}} - h_{i,\text{in}}$  de  $0,2 / \sqrt{6} = 0,082$ .

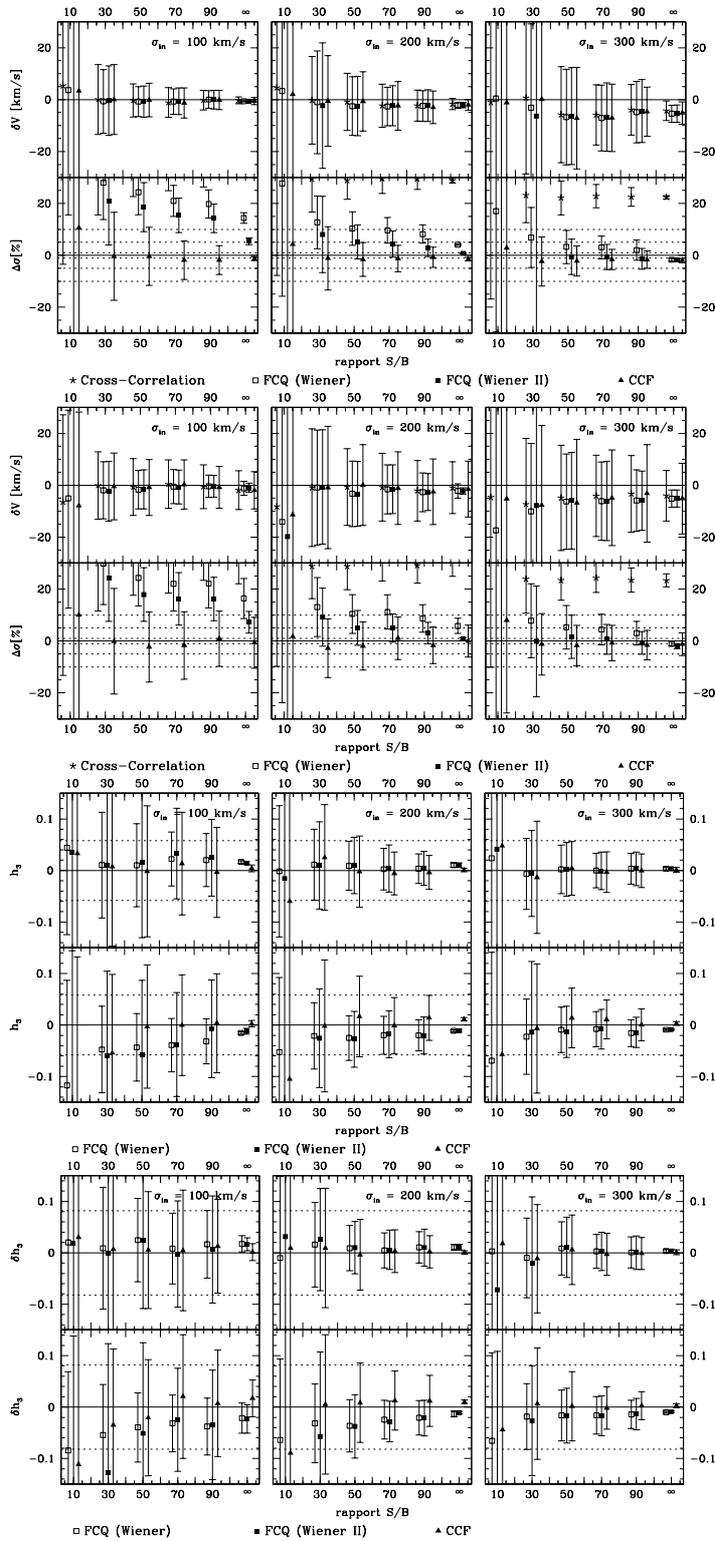


FIG. III.12: Mêmes choses que Fig. III.7 (a, en haut), Fig. III.8 (b), Fig. III.10 (c) et Fig. III.11 (d, en bas), dans le cas d'OASIS observant dans le triplet du Calcium (8400–9100 Å) avec une résolution spectrale de  $\sigma \sim 65 \text{ km.s}^{-1}$ . Comme on le constate, les résultats sont globalement moins bons que dans le cas de SAURON, principalement à cause du domaine spectral moins adapté aux études cinématiques.

La *nature* des populations stellaires est une autre forme d'information pertinente. Les différents types d'étoiles présentes, leur répartition spatiale au sein de la galaxie, leur proportion relative, etc., sont des signatures plus ou moins directes des processus mis en jeu dans la formation et l'évolution des galaxies, et en particulier de l'importance des mécanismes dissipatifs.

L'étude des populations stellaires d'une galaxie, à travers l'analyse de ses couleurs, devrait en particulier permettre de déterminer son âge moyen et sa métallicité. Malheureusement, les observations sont dégénérées vis-à-vis de ces deux quantités : deux galaxies ayant pratiquement les mêmes couleurs peuvent avoir des âges et des métallicités significativement différents. Il faut donc caractériser la composition des galaxies de manière plus fine.

Les populations stellaires sont donc étudiées à travers l'analyse de divers *indices de raies*, mesurant de façon standardisée l'intensité relative de certaines raies dans le spectre galactique (raies  $H_\beta$ , du magnésium, du fer, etc.). Un des systèmes les plus utilisés est celui dit de Lick/IDS (p.ex. BURSTEIN *et al.* 1984, JÉSUS GONZÁLEZ 1993, WORTHEY *et al.* 1994, et voir § 2.1.). Les divers indices dépendent plus ou moins fortement des propriétés physiques — température effective, gravité de surface, métallicité — des étoiles observées, et caractérisent ainsi les différentes populations stellaires en présence. De fait, en traçant un indice dépendant principalement de l'âge en fonction d'un indice lié à la métallicité, on peut espérer briser la dégénérescence âge/métallicité, et ainsi mesurer, à l'aide de modèles d'évolution stellaire, l'âge et la métallicité moyens (pondérés par la lumière) de la galaxie (pour un exemple d'application, voir p.ex. KUNTSCHNER 2000).

La détermination des indices de raies et l'analyse des populations stellaires est le second objectif principal des observations SAURON, au même titre que l'analyse de la cinématique des galaxies. Il a donc été nécessaire de mettre en place les algorithmes permettant la mesure de ces indices. Les difficultés sont d'un autre ordre que celles rencontrées pour la détermination du profil des vitesses : l'algorithme est conceptuellement beaucoup plus simple — il s'agit essentiellement d'une simple intégration du spectre sur un certain domaine de longueurs d'onde restreint — mais son application demande un soin tout particulier, et une calibration préalable des spectres de haute qualité.

Je rappelle maintenant les éléments principaux nécessaires à la détermination des indices de raies standards utilisés dans le cadre du projet SAURON.

## 2.1. DÉFINITION DES INDICES DE RAIE

Les indices de raie sont toujours définis par la donnée de 3 domaines spectraux, c.-à-d. 6 longueurs d'onde limites (Table III.2) :  $a$  – un domaine central caractérisant la raie étudiée,  $b$  – deux domaines permettant d'estimer le continu de part et d'autre de la raie (continus rouge et bleu). L'indice d'une raie est la mesure de la puissance de cette raie, mesurée dans la bande centrale, par rapport au niveau du continu, interpolé linéairement entre les deux domaines rouge et bleu. Pour les spectres de type tardif, il n'existe pratiquement pas de zones totalement libres de raies, mais la mesure d'un indice de raie ne nécessite pas en pratique une estimation du niveau absolu du continu. Les domaines du continu sont donc simplement des zones sans raies fortes ou variables.

Les domaines de longueurs d'onde définissant l'indice de raie sont donnés dans le référentiel d'émission : si l'objet (étoile ou galaxie) est animé d'une vitesse radiale par rapport à l'observateur, il faut donc corriger les longueurs d'onde limites de l'effet Doppler (ce qui suppose *a priori* la connaissance de la vitesse). D'autre part, les domaines — en particulier la bande centrale — doivent être choisis assez larges afin que l'atténuation de l'indice due à la dilution des raies par la dispersion des vitesses dans les galaxies puisse être précisément corrigée.

## 2.2. MESURE DES INDICES DE RAIE

On note  $S(\lambda)$  le spectre totalement étalonné (longueur d'onde, flux, etc.) à partir duquel l'indice de raie  $I$ , défini par la bande centrale  $[\lambda_{c1}, \lambda_{c2}]$  et les bandes de continu  $[\lambda_{r1}, \lambda_{r2}]$  (rouge) et  $[\lambda_{b1}, \lambda_{b2}]$  (bleu), va être calculé.

On définit le pseudo-continu  $C(\lambda)$  au niveau de la raie par l'interpolation linéaire entre les deux

TAB. III.2 – Définition des indices de raie Lick/IDS accessibles à SAURON (p.ex. JÉSUS GONZÁLEZ 1993).

Nom de l'indice	Caractéristiques mesurées	Continu rouge [Å]	Raie [Å]	Continu bleu [Å]	Type*
H <sub>β</sub>	H <sub>β</sub>	4827,875 – 4847,875	4847,875 – 4876,625	4876,625 – 4891,625	A
Fe 4930 <sup>†</sup>	Fe I, Ba II, Fe II	4894,500 – 4907,000	4903,000 – 4945,500	4943,750 – 4954,500	A
Fe 5015	Fe I, Ti I, Ni I	4946,500 – 4977,750	4977,750 – 5054,000	5054,000 – 5065,250	A
Mg <sub>1</sub>	MgH, Fe I	4895,125 – 4957,625	5069,125 – 5134,125	5301,125 – 5366,125	M
Mg <sub>2</sub>	MgH, Mg I	4895,125 – 4957,625	5154,125 – 5196,625	5301,125 – 5366,125	M
Mgb	Mg I	5142,625 – 5161,375	5160,125 – 5192,625	5191,375 – 5206,375	A
Fe 5270	Fe I, Ca I	5233,150 – 5248,150	5245,650 – 5285,650	5265,650 – 5290,150	A
Fe 5335	Fe I, Cr I, Ca I, Ti II	5304,625 – 5315,875	5312,125 – 5352,125	5353,375 – 5363,375	A
Fe 5406 <sup>‡</sup>	Fe I, Cr I	5376,250 – 5387,500	5387,500 – 5415,000	5415,000 – 5425,000	A

\* A : indice atomique (exprimé en Å), M : indice moléculaire (exprimé en magnitude)

† Indice non-standard défini dans JÉSUS GONZÁLEZ (1993)

‡ Difficilement mesurable avec SAURON, car situé en marge du filtre

niveaux moyen du continu de part et d'autre :

$$C(\lambda) = \frac{(\lambda_b - \lambda)C_r + (\lambda - \lambda_r)C_b}{\lambda_b - \lambda_r}, \quad (\text{III.17})$$

avec, pour  $x = r, b$ ,

$$C_x \hat{=} \frac{1}{\lambda_{x1} - \lambda_{x2}} \int_{\lambda_{x1}}^{\lambda_{x2}} S(\lambda) d\lambda \quad \text{et} \quad \lambda_x \hat{=} \frac{\lambda_{x1} - \lambda_{x2}}{2}. \quad (\text{III.18})$$

Il existe alors deux types d'indice de raie :

– les indices *atomiques*  $I_a$  sont définis comme des largeurs équivalentes, exprimés en Å :

$$I_a \hat{=} \int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \left( 1 - \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} \right) d\lambda, \quad (\text{III.19})$$

– les indices *moléculaires*  $I_m$  mesurent le rapport moyen du flux dans la raie par rapport au continu, exprimés en magnitude :

$$I_m \hat{=} -2,5 \log_{10} \left( \frac{1}{\lambda_{c2} - \lambda_{c1}} \int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} \frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} d\lambda \right). \quad (\text{III.20})$$

Il est intéressant de pouvoir estimer formellement l'erreur associée à la mesure d'un indice de raie, en tirant profit de la connaissance du spectre de variance  $\sigma_S^2(\lambda)$  associé au spectre de signal  $S(\lambda)$  (voir Chap. II, § 2.4.3., p. 41). On rappelle simplement ici les expressions détaillées par JÉSUS GONZÁLEZ (1993).

– L'erreur  $\sigma_a$  associée à l'estimation de l'indice atomique  $I_a$  est donnée par :

$$\sigma_a = \frac{S_c}{C_c} \left[ \frac{\sigma_c^2}{S_c^2} + \left( \frac{\lambda_b - \lambda_c}{\lambda_b - \lambda_r} \right)^2 \frac{\sigma_r^2}{C_c^2} + \left( \frac{\lambda_c - \lambda_r}{\lambda_b - \lambda_r} \right)^2 \frac{\sigma_b^2}{C_c^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{III.21})$$

avec  $\lambda_c \hat{=} (\lambda_{c1} + \lambda_{c2})/2$ ,  $C_c \hat{=} C(\lambda_c)$ ,  $S_c \hat{=} \int_{\lambda_{c1}}^{\lambda_{c2}} S(\lambda) d\lambda$  et, pour  $x = r, c, b$ ,

$$\sigma_x^2 \hat{=} S_x^2 \left[ \int_{\lambda_{x1}}^{\lambda_{x2}} \frac{S^2(\lambda)}{\sigma_S^2(\lambda)} d\lambda \right]^{-1}. \quad (\text{III.22})$$

– L'erreur  $\sigma_m$  associée à l'estimation de l'indice moléculaire  $I_m$  est donnée par :

$$\sigma_m = \frac{2,5 \times 10^{0,4 I_m}}{\ln 10 (\lambda_{c2} - \lambda_{c1})} \sigma_a, \quad (\text{III.23})$$

où  $\sigma_a$  est calculé à l'aide de l'Éq. (III.21).

### 2.3. CORRECTION DE DISPERSION

Comme je l'ai déjà évoqué précédemment (voir voir § 1.1., p. 52), le spectre  $\mathcal{G}$  d'une galaxie résulte de la convolution d'un spectre moyen  $\mathcal{E}$  caractéristique de sa population stellaire par le profil des vitesses  $\mathcal{L}$  et par la fonction d'appareil  $\mathcal{P}$  du spectrographe :  $\mathcal{G} = \mathcal{E} \otimes \mathcal{L} \otimes \mathcal{P}$ . Ces convolutions successives vont élargir les raies du spectre, et faire apparaître les indices de raie calculés plus faibles qu'ils ne le devraient. Une correction de dispersion doit donc être appliquée *a posteriori* sur les indices mesurés afin de remonter à la valeur intrinsèque.

Pour cela, une librairie de spectres d'étoiles de référence de tout type observées à haute résolution spectrale est d'une part ramenée à la résolution de l'instrument (p.ex. 3,6 Å LMH pour SAURON, mode LR), et d'autre part convolué par diverses valeurs de dispersion. La comparaison des indices de raie mesurés *avant* et *après* cette opération permet de déterminer la correction moyenne à appliquer à chacun des indices. Un ajustement polynomial donne enfin l'évolution de cette correction en fonction de la dispersion (p.ex. PELETIER 1989).

La mesure des indices de raie galactique demande donc la connaissance des premiers moments du profil des vitesses :  $a$  – d'une part la vitesse moyenne  $V$  afin de corriger les domaines de références de l'effet Doppler,  $b$  – d'autre part la dispersion des vitesses  $\sigma$  afin de corriger les indices mesurés de cette dispersion. Inversement, l'extraction précise de ces quantités demande un spectre de référence stellaire approprié, que seule la connaissance des populations de la galaxie, détectées à travers leurs indices de raie, permet de choisir... La situation paraît sans issue ! En réalité, elle n'est pas si dramatique, si l'on prend soin de choisir une méthode d'extraction du PV relativement insensible aux effets du *template mismatch* (voir § 1.1.3.). Cependant, dans le cadre d'une approche globale du problème, il peut être intéressant, si ce n'est nécessaire, de déterminer l'ensemble des quantités durant le *même* processus (JÉSUS GONZÁLEZ 1993).

## 3. Raies en émission

Outre des étoiles, les galaxies contiennent généralement du gaz, détectable à partir de ses raies d'émission, p.ex. [OIII] $\lambda\lambda$ 4959,5007. Cependant, ces raies sont souvent peu intenses dans les parties externes des galaxies de type précoce. Leur détection et leur analyse, permettant de déterminer la cinématique du gaz, peut être fortement compromise par la présence à proximité de raies d'absorption stellaire (p.ex. la raie  $H_\beta$  apparaît généralement à la fois en raie d'émission *et* en raie d'absorption, les deux se compensant plus ou moins).

Afin mettre au mieux en évidence les raies d'émission gazeuse, il est donc nécessaire de soustraire la composante stellaire du spectre galactique (Fig. III.13). Pour ce faire, de la même manière que dans le cas de la synthèse de population parfois appliquée lors de l'extraction du profil des vitesses (voir voir § f., p. 57), une somme de spectres d'étoiles de référence de tout type spectral est ajustée sur le spectre galactique, dont on a au préalable déterminé la vitesse moyenne et la dispersion. Cet ajustement effectué, le spectre modèle est soustrait du spectre galactique, ne laissant apparaître dans le spectre résidu que les raies d'émission propres à la galaxie.

De la même façon que l'on peut définir les indices de raie dans le cas des raies en absorption, on peut calculer la largeur équivalente des raies en émission en se donnant pour chacune trois domaines : un de part et d'autre de la raie permettant d'estimer le niveau du continu, et le domaine central dans lequel la raie contribue majoritairement. La Table III.3 définit ces domaines pour les raies en émission les plus intenses observables avec SAURON.

L'étude des raies en émission donne un aperçu des conditions physiques du gaz : cinématique, déterminée à l'aide de la position et de la largeur des raies, état d'excitation, à partir des rapports d'intensité des raies, etc. La procédure `fit_spec`, mise en œuvre dans le logiciel XOASIS de traitement des données de type TIGER, permet une étude complète des raies en émission (ROUSSET 1992).

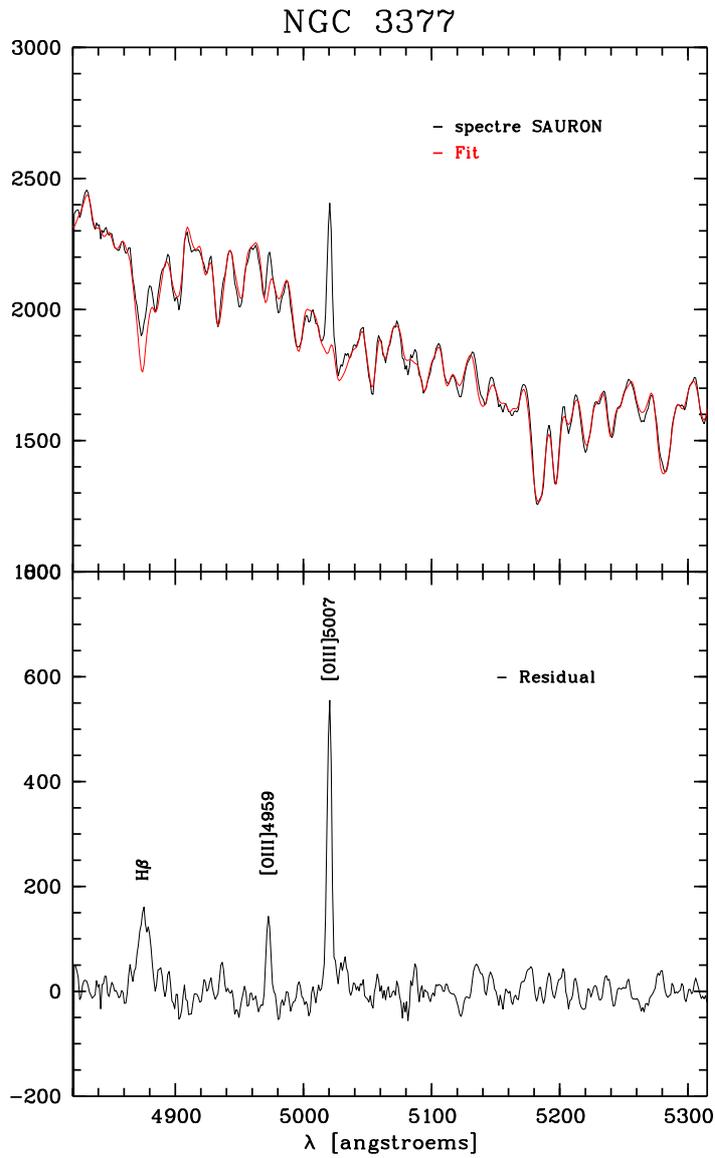


FIG. III.13: En haut: ajustement de la composante stellaire (en rouge) dans un spectre SAURON de NGC 3377 (en noir). La différence de ces spectres (en bas) mets en évidence les raies en émission présentes, [OIII] $\lambda\lambda$ 4959,5007 et  $H_{\beta}$   $\lambda$ 4861.

TAB. III.3 – Définition des indices de raie en émission accessibles à SAURON (JÉSUS GONZÁLEZ 1993).

Nom de l'indice	Continu rouge [Å]	Raie [Å]	Continu bleu [Å]
$H_{\beta}$ $\lambda$ 4861	4815,00 – 4845,00	4851,32 – 4871,32	4880,00 – 4930,00
[OIII] $\lambda$ 4959	4885,00 – 4935,00	4948,92 – 4978,92	5030,00 – 5070,00
[OIII] $\lambda$ 5007	4885,00 – 4935,00	4996,85 – 5016,85	5030,00 – 5070,00

## Références

- BENDER, R., 1990; *Unraveling the kinematics of early-type galaxies – Presentation of a new method and its application to NGC 4621*. *A&A*, **229**, 441
- BENDER, R., SAGLIA, R. P. & GERHARD, O. E., 1994; *Line-Of Velocity Distributions of Elliptical Galaxies*. *MNRAS*, **269**, 785
- BINNEY, J. & MERRIFIELD, M., 1998; *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press
- BURSTEIN, D., FABER, S. M., GASKELL, C. M. & KRUMM, N., 1984; *Old stellar populations. I - A spectroscopic comparison of galactic globular clusters, M31 globular clusters, and elliptical galaxies*. *ApJ*, **287**, 586
- CINZANO, P. & VAN DER MAREL, R. P., 1994; *Observations and Dynamical Modelling of the E4 Galaxy NGC 2974 – Evidence for an Embedded Stellar Disc*. *MNRAS*, **270**, 325
- DALLE ORE, C., FABER, S. M., JESUS, J., STOUGHTON, R. & BURSTEIN, D., 1991; *Galaxy velocity dispersions using a cross-correlation method*. *ApJ*, **366**, 38
- DEJONGHE, H., 1987; *A completely analytical family of anisotropic Plummer models*. *MNRAS*, **224**, 13
- FRANX, M., ILLINGWORTH, G. & HECKMAN, T., 1989; *Major and minor axis kinematics of 22 ellipticals*. *ApJ*, **344**, 613
- FRANX, M. & ILLINGWORTH, G. D., 1988; *A counterrotating core in IC 1459*. *ApJ*, **327**, L55
- GERHARD, O. E., 1993; *Line-of-sight velocity profiles in spherical galaxies: breaking the degeneracy between anisotropy and mass*. *MNRAS*, **265**, 213
- JÉSUS GONZÁLEZ, J., 1993; *Line-Strength Gradients and Kinematic Profiles in Elliptical Galaxies*. Thèse de doctorat, University of California
- KENDALL & STUART, 1963; *The Advanced Theory of Statistics*, tm. 1. Hafner Publ. Co., Inc., New York, 2nd edition édn.
- KUIJKEN, K. & MERRIFIELD, M. R., 1993; *A new method for obtaining stellar velocity distributions from absorption-line spectra – Unresolved Gaussian Decomposition*. *MNRAS*, **264**, 712
- KUNTSCHNER, H., 2000; *The stellar populations of early-type galaxies in the Fornax cluster*. *MNRAS*. Accepté pour publication, astro-ph/0001210
- MAGORRIAN, J. & BINNEY, J., 1994; *Predicting Line-of-sight Velocity Distribution of Elliptical Galaxies*. *MNRAS*, **271**, 949
- MERRITT, D., 1997; *Recovering Velocity Distributions Via Penalized Likelihood*. *AJ*, **114**, 228
- MINKOWSKI, R., 1962; *Problems of Extra-Galactic Research*. C.G. McVittie (Mc Millan, New York), p. 112
- PELETIER, R. F., 1989; *Elliptical galaxies: structures and stellar contents*. Thèse de doctorat, University of Groningen
- RIX, H. W. & WHITE, S. D. M., 1992; *Optimal estimates of line-of-sight velocity distributions from absorption line spectra of galaxies – Nuclear discs in elliptical galaxies*. *MNRAS*, **254**, 389
- ROUSSET, A., 1992; *Contribution des méthodes numériques au dépouillement des données du spectrographe intégral de champ TIGER*. Thèse de doctorat, Université de Saint-Etienne
- SAHA, P. & WILLIAMS, T. B., 1994; *Unfolding kinematics from galaxy spectra: A Bayesian method*. *AJ*, **107**, 1295
- SIMKIN, S. M., 1974; *Measurements of Velocity Dispersions and Doppler Shifts from Digitized Optical Spectra*. *A&A*, **31**, 129
- STATLER, T., 1995; *Bringing the cross-correlation method up to date*. *AJ*, **109**, 1371
- TONRY, J. & DAVIS, M., 1979; *A survey of galaxy redshifts. I - Data reduction techniques*. *AJ*, **84**, 1511
- VAN DER MAREL, R. P. & FRANX, M., 1993; *A new method for the identification of non-Gaussian line profiles in elliptical galaxies*. *ApJ*, **407**, 525
- VAN DER MAREL, R. P., RIX, H. W., CARTER, D., FRANX, M., WHITE, S. D. M. & DE ZEEUW, T., 1994; *Velocity Profiles of Galaxies with Claimed Black-Holes – I - Observations of M31, M32, NGC 3115 and NGC 4594*. *MNRAS*, **268**, 521
- WINSALL, M. L. & FREEMAN, K. C., 1993; *Velocity Distributions in Spherical Elliptical Galaxies*. *A&A*, **268**, 443
- WORTHEY, G., FABER, S. M., GONZALEZ, J. J. & BURSTEIN, D., 1994; *Old stellar populations. 5: Absorption feature indices for the complete LICK/IDS sample of stars*. *ApJS*, **94**, 687
- ZHAO, H. S. & PRADA, F., 1996; *New parametrizations of non-Gaussian line-of-sight velocity distribution*. *MNRAS*, **282**, 1223



## CHAPITRE IV

# Résultats de spectrographie intégrale de champ

**J**E PRÉSENTE DANS CE CHAPITRE deux exemples d'applications de la spectrographie intégrale de champ à l'étude de la dynamique des galaxies: d'une part les observations à haute-résolution spatiale ( $0,5$  LMH) du noyau double de M31 à l'aide d'OASIS (§ 1.), et d'autre part les résultats préliminaires du spectrographe grand-champ ( $\sim 1300$  arcsec<sup>2</sup>) SAURON (§ 2.1.). Les cartes de la cinématique stellaire SAURON sont l'occasion d'appliquer une nouvelle paramétrisation des champs de vitesses bidimensionnels (§ 2.2.).

L'analyse scientifique de ces résultats n'est pour l'instant que préliminaire. Ils mettent d'ores et déjà en évidence le rôle crucial que la spectrographie 2D peut jouer dans le domaine de l'étude des galaxies. Ils permettent également d'illustrer le propos des chapitres précédents, dans lesquels les méthodes de réduction et d'analyse spécifiques à la spectrographie intégrale de champ ont été présentées.

## 1. Observations du noyau double de M31 par OASIS <sup>a</sup>

### 1.1. INTRODUCTION

La galaxie d'Andromède (= M31 = NGC 224) offre l'opportunité d'étudier en détail les régions les plus centrales d'une galaxie analogue à la notre, avec deux avantages majeurs:

- M31 est la galaxie géante la plus proche de la Voie Lactée. En adoptant pour cette galaxie une distance de 770 kpc (FREEDMAN & MADORE 1990), ce qui correspond à une échelle intrinsèque de  $1'' \simeq 3,4$  pc, les images HST ont une résolution spatiale absolue atteignant  $\sim 0,2$  pc, totalement inaccessible pour les galaxies situées en dehors du Groupe local;
- Son observation n'est pas affectée par l'obscurcissement du plan galactique: alors que le cœur de la Voie Lactée, Sgr A\*, distant seulement de  $\sim 8$  kpc, subit une extinction visuelle de  $\sim 30^m$ , l'atténuation affectant le noyau de M31 est  $\lesssim 2^m$  (GARCIA *et al.* 2000).

Mais outre sa proximité, M31 est également connue pour abriter un des mystères de l'astronomie contemporaine: son noyau, amas d'étoiles découplé du bulbe environnant, hôte présumé d'un trou noir super-massif de  $10^7$ – $10^8 M_{\odot}$ , affiche une complexité encore très mal comprise, malgré les nombreuses observations dont il a été l'objet. Son diamètre apparent de  $\sim 4$  arcsec, correspondant à une

---

<sup>a</sup> « OASIS observations of the M31 double nucleus », BACON *et al.* (2000).

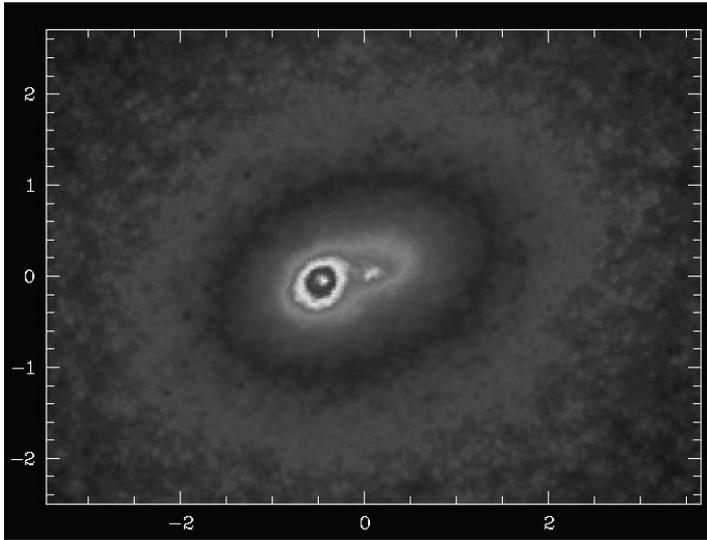


FIG. IV.1: Le noyau double de M31, observé dans la bande I (F814W) par la WFPC2 du HST (LAUER *et al.* 1998). Le pic de luminosité principal P1 est à gauche, et P2 est à droite. Les échelles sont en seconde d'arc, et le nord est à  $55,7^\circ$  de la verticale, sens trigonométrique.

taille intrinsèque de 14 pc, est aisément résolu, même aux résolutions angulaires typiques des observations au sol. Pourtant, chaque nouvelle observation apporte son lot de surprises, qui, loin d'éclaircir le problème, ajoute à l'incompréhension.

**Photométrie.** Le noyau de M31 s'est très tôt révélé être très contrasté photométriquement vis-à-vis du bulbe, et l'asymétrie dans sa distribution de lumière est connue depuis les observations à haute résolution spatiale ( $0,2$  LMH) effectuées à l'aide du ballon Stratoscope II (LIGHT *et al.* 1974). En utilisant le mode imagerie du télescope spatial Hubble pré-COSTAR (WFPC,  $0,08$  LMH), LAUER *et al.* (1993) ont résolu cette distribution asymétrique de lumière du noyau en une étonnante structure double (Fig. IV.1), composée d'un pic principal de luminosité, appelé P1, situé à  $0,49$  ( $\sim 1,7$  pc) d'un maximum secondaire (P2). Ce dernier coïncide pratiquement ( $\lesssim 0,05$ ) avec le centre photométrique et cinématique du bulbe.

Depuis, de nombreuses poses en imagerie ont été obtenues à toutes les longueurs d'onde. KING *et al.* (1995) ont observé la prédominance du pic P2 dans l'UV lointain. En outre, P2, marginalement résolu dans les observations WFPC2 de LAUER *et al.* (1998) avec un rayon effectif de  $0,2$  pc, apparaît plus bleu en  $V - I$  que P1, le reste du noyau et le bulbe environnant. Hormis cette caractéristique, la morphologie du noyau de M31 n'évolue pas de l'infrarouge au visible (LAUER *et al.* 1998), et le pic P1 ne se distingue absolument pas de son entourage, pas même au niveau des indices de métallicité, signatures des populations stellaires observées (KORMENDY & BENDER 1999).

**Spectroscopie.** Les données cinématiques ont également apporté leur lot de surprises. Dans les meilleures conditions d'observation au sol, le profil spatial des vitesses le long de l'axe P1-P2 pique à  $160 \text{ km.s}^{-1}$  à  $\sim 0,7$  du centre, avec une dispersion des vitesses atteignant  $\sim 300 \text{ km.s}^{-1}$  (p.ex. KORMENDY & RICHSTONE 1995, KORMENDY & BENDER 1999). Les cartes bidimensionnelles de la cinématique stellaire ( $0,9$  LMH), obtenues par BACON *et al.* (1994) à l'aide du spectrographe intégral de champ TIGER, présentent un autre résultat inattendu : alors que le champ de vitesse est régulier et centré sur P2, le maximum de la carte de dispersion des vitesses est décalé de  $\sim 0,7$  de P2 du côté opposé à P1. Ce résultat est confirmé par KORMENDY & BENDER (1999), dans une moindre mesure cependant — ces auteurs trouvent un décalage de  $0,20$  — du fait non seulement de la meilleure résolution spatiale des données de ces auteurs ( $0,65$  LMH, spectrographe SIS/TCFH), mais également du caractère asymétrique du profil des dispersions. Dans tous les cas, aucune signature cinématique claire n'a été observée en P1.

Des observations spectrographiques HST ont été réalisées avec FOS (TSVETANOV *et al.* 1998), FOC (STATLER *et al.* 1999) et dernièrement avec STIS. Par la suite, nous ne nous référerons qu'aux observations FOC de STATLER *et al.* (1999), puisque ce sont les seules données publiées. L'excellente résolution spatiale des observations FOC ( $0,063$  de largeur de fente) ont permis à STATLER *et al.* (1999)

d'une part de résoudre le profil spatial des vitesses, piquant à  $\sim 250 \text{ km.s}^{-1}$  à  $0''.34$  du centre de rotation situé à  $0''.16$  de P2 vers P1, et d'autre part de mesurer un pic central de dispersion des vitesses à  $\sigma = 440 \pm 70 \text{ km.s}^{-1}$  situé *en* P2. Les données FOC pâtissent cependant d'un rapport S/B très faible ( $\lesssim 14$  en P1 et P2), et ont été obtenues à la suite d'une réduction des données complexe palliant de nombreux problèmes de calibration. Le profil spatial des vitesses et des dispersions des vitesses devront donc être confirmées à partir de données à meilleur rapport S/B.

**Interprétations.** Les diverses modélisations dynamiques de ces données indiquent toutes la présence d'un trou noir super-massif (TNS) au cœur du noyau de M31 (voir l'article de revue de KORMENDY & RICHSTONE 1995, et les références incluses). KORMENDY (1988) et DRESSLER & RICHSTONE (1988) ont été les premiers à présenter des arguments en faveur de la présence d'un TNS de  $\sim 3.10^7 M_{\odot}$ . BACON *et al.* (1994) ont également confirmé qu'une masse centrale de  $7.10^7 M_{\odot}$  est nécessaire pour expliquer la cinématique observée, dans le cas où les asymétries peuvent être négligées. Cependant, la résolution spatiale moyenne des observations TIGER (typiquement  $1''$ ) n'a pas permis de tirer une conclusion ferme quant à l'origine de ces asymétries. KORMENDY & BENDER (1999) ont obtenu une masse centrale de  $\sim 3.10^7 M_{\odot}$  à partir d'arguments peu dépendants des modèles dynamiques.

Un consensus semble se dégager à propos de la nature de P2, qui se trouverait être l'emplacement du TNS. La coïncidence du pic de dispersion des vitesses observé dans les données HST avec P2 et la source de l'excès UV sont compatibles avec cette interprétation. En revanche, la nature du pic P1 reste largement énigmatique. L'origine de ses particularités morphologiques et cinématiques est encore mystérieuse, et plusieurs possibilités ont été suggérées, y compris l'hypothèse d'un amas d'étoiles tombant sur le noyau (EMSELLEM & COMBES 1997), ou d'un disque stellaire excentrique (TREMAINE 1995). L'absence de signature cinématique claire et de gradient de couleur est dans tous les cas une contrainte forte quant à la nature possible de P1. Nous reviendrons sur les interprétations possibles au § 1.5..

**Observations OASIS.** La détermination des positions et orientations relatives des différentes structures morphologique et cinématiques mises en évidence au sein du noyau de M31 n'est pas chose aisée, compte tenu de la dépendance des asymétries observées avec la résolution spatiale des observations, et des différences fondamentales entre les techniques d'imagerie et de spectroscopie jusque là mises en œuvre.

En ce sens, l'apport de la spectroscopie intégrale de champ peut s'avérer cruciale pour « ordonner » l'ensemble des observables, et aborder la structure complexe du noyau d'un œil neuf, sans *a priori* sur sa géométrie. Nous présentons ici le résultat des observations du noyau de M31 à l'aide du spectrographe intégral de champ à haute résolution spatiale OASIS. Ces données ont une résolution spatiale  $\sim 45\%$  meilleure que celle des observations TIGER de BACON *et al.* (1994) ( $0''.5$  LMH, à comparer à  $\sim 0''.9$ ). Elles sont l'objet de l'article en préparation, « OASIS observations of the M31 double nucleus » (BACON *et al.* 2000).

## 1.2. OBSERVATIONS OASIS

Le noyau de M31 a été observé du 17 au 24 décembre 1998 à l'aide du spectrographe intégral de champ OASIS, monté sur la bonnette d'optique adaptative PUEO du TCFH. Nous avons utilisé la configuration MR3, dans le domaine du triplet du Ca II ( $\sim 8500 \text{ \AA}$ ). Cette configuration a été choisie de préférence au domaine classique du triplet Mg**b** ( $\sim 5200 \text{ \AA}$ ), car le système PUEO, comme toutes les optiques adaptatives, voit ses performances accrues dans le rouge (RIGAUT *et al.* 1998). Les 1123 lentilles de forme hexagonale fournissent un champ de vue de  $4 \times 3 \text{ arcsec}^2$  avec un échantillonnage spatial de  $0''.11$ . Les détails de la configuration instrumentale sont donnés dans la Table IV.1.

Au total, neuf poses de 30 mn chacune ont été obtenues. Les conditions atmosphériques étaient photométriques, et les observations ont toujours été faites à faible masse d'air ( $z \lesssim 1,2$ , Table IV.2). Les conditions de *seeing* ont été généralement bonnes, mais très fluctuantes d'une nuit à l'autre, parfois au cours d'une même nuit. Toutes les poses ont été centrées sur le noyau, hormis de petits décalages volontaires, typiquement de l'ordre de 1 à 2 lentilles. Les détails des observations sont donnés dans

PUEO (optique adaptative)	
Mode de bouclage	automatique
Gain de bouclage	80
Séparateur de faisceau	I
OASIS	
Échantillonnage spatial	0,11 arcsec
Champ de vue	4 × 3 arcsec <sup>2</sup>
Nombre de spectres	1123
Échantillonnage spectral	2,23 Å/pixel
Résolution spectrale ( $\sigma$ )	70 km.s <sup>-1</sup>
Couverture spectrale	8351–9147 Å

TAB. IV.1: Configuration instrumentale utilisée lors des observations OASIS du noyau de M31.

N° de pose	Date d'observation	Masse d'air	Seeing*
1	17/12/1998	1,09	0,55
2	17/12/1998	1,15	0,52
3	17/12/1998	1,21	0,63
4	18/12/1998	1,07	0,47
5	18/12/1998	1,08	0,63
6	19/12/1998	1,07	0,38
7	20/12/1998	1,07	0,41
8	24/12/1998	1,07	0,47
9	24/12/1998	1,09	0,52

TAB. IV.2: Journal des observations OASIS du noyau de M31.

\* Largeur à mi-hauteur, en arcsec.

la Table IV.2. Des poses de référence spectrale (Néon) ont été acquises avant et après chaque pose sur l'objet, ainsi que les autres poses d'étalonnage nécessaires (biais, poses de continu et de micro-pupilles, poses de champ plat spatial obtenues sur le ciel au lever ou au coucher du soleil). L'étoile HD 26162, de type spectral K2III, a été choisie comme étoile de référence cinématique, et observée avec la même configuration instrumentale.

### 1.3. RÉDUCTION DES DONNÉES

La données OASIS ont été réduites selon la procédure standard mise en œuvre par le logiciel de réduction XOASIS, v. 4.2. Elle inclut le prétraitement des poses CCD (biais, courant d'obscurité), l'extraction des spectres, l'étalonnage en longueur d'onde, l'application d'une correction de champ plat spectro-spatial et l'étalonnage en flux. Compte tenu de la brillance de surface du noyau de M31, aucune soustraction du spectre du ciel n'a été appliquée.

La réduction des données de type TIGER a été décrite en détail au Chap. II. J'en rappelle ici les grandes lignes.

#### 1.3.1. Extraction des spectres et calibration

L'extraction des spectres est la phase la plus critique de la procédure de réduction des données de type TIGER. Elle utilise un modèle optique de l'instrument, dans lequel les paramètres optiques, tels que l'angle de la direction de dispersion vis-à-vis des colonnes du CCD, l'inclinaison du *grism*, le rapport focal du collimateur et de la chambre, etc., sont précisément ajustés. Les paramètres du modèle sont déterminés à partir d'une série de poses d'étalonnage : pose de micro-pupilles (obtenue à travers la trame de micro-lentilles mais en l'absence de disperseur), poses d'étalonnage spectral (lampe Néon) et de continu (lampe à filament de Tungstène). Les résultats de ce modèle sont stockés dans un masque d'extraction permettant de calculer la position précise (sub-pixel) de chaque spectre sur la pose. Du fait des flexions mécaniques, de petits décalages apparaissent entre les poses obtenues à différentes masses d'air. Ce décalage global entre la pose objet et le masque d'extraction est déterminé à partir de la cross-corrélation des deux poses d'étalonnage spectral associées à la pose

objet d'une part (obtenue *exactement* dans les mêmes conditions) et à la pose de continu ayant servi à la création du masque d'autre part. Ce décalage est faible, typiquement de 0,1–0,2 pixels.

Étant donné que les observations de M31 se sont étalées sur huit nuits, deux masques d'extraction ont été construits à partir de deux séries de poses d'étalonnage distinctes, respectivement obtenues en début et fin de mission. Ces deux masques se sont avérés très similaires, chacun fournissant un excellent ajustement de la position des spectres sur la pose de continu (résidus de 0,08 pixel RMS). Divers tests d'extraction utilisant chacun des masques n'ont mis en évidence aucune différence significative, et un masque unique a donc été utilisé par la suite. Les spectres de chacune des poses (poses objet et d'étalonnage) ont été extraits de façon optimale. On obtient *in fine* neuf cubes de données sur l'objet, comptant 1123 spectres chacun.

Les cubes objet ont alors été étalonnés en longueur d'onde à l'aide des poses de référence spectrale associées. Le pré-étalonnage des spectres lors de l'extraction est déjà excellent, grâce à la qualité du modèle optique. Un polynôme de bas degré est alors suffisant pour achever l'étalonnage en longueur d'onde, avec des erreurs résiduelles de l'ordre de 0,04–0,05 Å. Une correction de champ plat spectrospatial est ensuite appliquée à chacun des spectres. Cette correction est obtenue à la fois à l'aide des poses de continu à haut rapport S/B et des poses obtenues sur le ciel au lever ou coucher du soleil : les premières fournissent les corrections spectrales, tandis que les dernières corrigent des variations de transmission de lentille à lentille. Les rayons cosmiques sont détectés en comparant chaque spectre à ses voisins, et éliminés. La fraction totale des pixels touchés par un rayon cosmique est faible, typiquement 0,2–0,3 %. Enfin, tous les spectres sont tronqués à un domaine de longueurs d'onde commun (8361–8929 Å) couvrant le triplet Ca II de raies en absorption. Aucun étalonnage en flux n'a été effectué, puisqu'il n'est pas nécessaire à la mesure de la cinématique stellaire.

### 1.3.2. Estimation de la fonction d'appareil et mosaïquage des cubes

L'estimation de la fonction d'appareil spatiale (par la suite FEP, pour « *Fonction d'étalement en point* ») demande une attention toute particulière. En effet, la connaissance précise de cette quantité est cruciale pour pouvoir comparer en détail les données acquises à différentes résolutions spatiales (des observations HST aux données fente longue obtenues au sol).

Les images reconstruites sont calculées par intégration directe des spectres en longueur d'onde, suivie d'une interpolation sur une grille carrée. Comme prévu, les neuf images reconstruites ont des PSF sensiblement différentes. Les images HST/WFPC2 disponibles du noyau de M31 (LAUER *et al.* 1998) permettent d'estimer précisément chacune d'elles. En faisant l'hypothèse d'une forme paramétrée pour la FEP, nous pouvons ajuster, au sens des moindres carrés, la pose HST convoluée à l'image reconstruite OASIS (qui devrait en principe inclure la courbe de transmission en longueur d'onde des poses HST, voir ci-dessous). Les paramètres libres de l'ajustement sont alors, outre les paramètres de la FEP, le décalage relatif et l'angle de rotation entre les deux images, et un facteur de normalisation en flux.

Le filtre HST F814W, correspondant à la bande *I* et donc utilisé pour l'image de référence, couvre le domaine 7255–8744 Å, ce qui est malheureusement en dehors des limites spectrales des observations OASIS. Puisque les gradients de couleurs du noyau de M31 sont relativement faibles, la différence entre les deux courbes de transmission HST et OASIS peut être négligée. Les images reconstruites OASIS sont donc obtenues par intégration du domaine 8361–8929 Å, et il a été vérifié que cette approximation ne modifie pas significativement les paramètres des FEP estimées.

Les performances de l'optique adaptative PUEO dépendent directement des conditions naturelles de *seeing*, de l'intensité de la source de guidage et du domaine de longueur d'onde. Les observations OASIS du noyau de M31 sont donc exigeantes pour PUEO, étant donné le faible contraste et la structure complexe du noyau de M31, et du domaine relativement « bleu » des observations, en comparaison des bandes du proche infrarouge *J* et *K* plus classiquement utilisées. Les FEP typiques de PUEO à ces longueurs d'onde ne sont pas limitées par la diffraction, mais ont un cœur de quelques dixièmes de seconde d'arc, entouré d'un halo plus large. Une somme de trois gaussiennes fournit un modèle raisonnable du profil. Un exemple d'ajustement de la FEP est présenté en Fig. IV.2. Cette procédure ne fournit pas seulement les paramètres de la FEP, comme décrit précédemment, mais

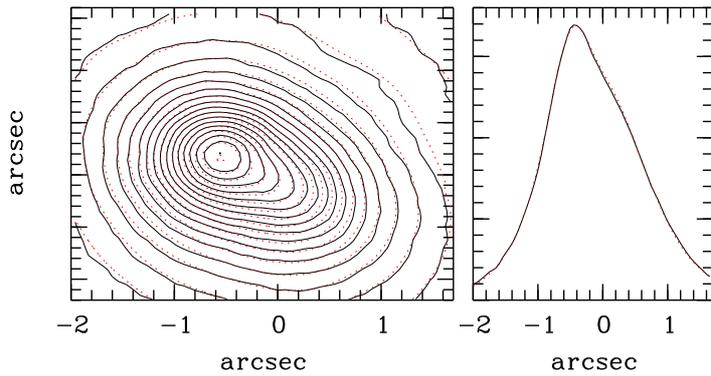


FIG. IV.2: Ajustement de la FEP pour la pose OASIS n° 6. À gauche: isocontours de l'image reconstruite (traits pleins) et de l'image HST convoluée (pointillés); à droite: coupe à travers le grand axe photométrique.

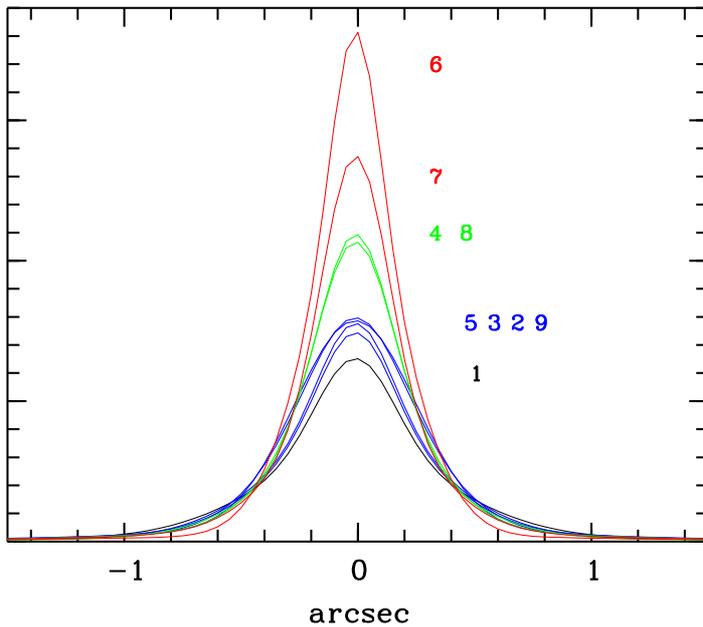


FIG. IV.3: FEP estimées pour les 9 poses OASIS.

également le recentrage relatif précis des différentes poses OASIS vis-à-vis de l'image HST/WFPC2. Les profils ajustés des FEP des neuf poses sont présentés en Fig. IV.3, et la LMH résultante dans la Table IV.2.

Il y a de grosses différences dans la résolution spatiale effective des neuf poses OASIS. Deux cubes mosaïqués ont été créés en utilisant deux séries de poses regroupées selon leur résolution :

- le premier, appelé M2, avec la plus haute résolution spatiale, est la combinaison des poses n°s 6 et 7;
- le second, appelé M8, avec un rapport S/B plus élevé mais une résolution spatiale effective plus basse, est la combinaison des toutes les poses, exceptée la pose n° 1.

Les cubes sélectionnés sont mosaïqués en utilisant le recentrage précis fourni lors de l'estimation de leur FEP. L'interpolation des spectres sur une grille carrée commune à tous les cubes permet le moyennage des données. Une lentille, située dans la partie externe du noyau et systématiquement polluée par une mauvaise colonne du CCD, a été éliminée des cubes avant interpolation. La FEP des deux poses mosaïquées est estimée de la même façon que précédemment, et les résultats de l'ajustement sont présentés en Table IV.3. La FEP de la pose à meilleure résolution spatiale (M2) a une LMH de  $0''.46$  ( $\sigma \simeq 0''.20$ ). Toutes les poses sont centrées sur le pic P2.

TAB. IV.3 – Caractéristiques des deux poses mosaïquées M2 et M8.

Nom	Composition	Seeing [arcsec]	FEP [arcsec]					rapport S/B	
			$\sigma_1$	$\sigma_2$	$I_2/I_1$	$\sigma_3$	$I_3/I_1$	min	max
M2	6,7	0,46	0,17	0,34	0,31	1,07	0,025	15	41
M8	2,3,4,5,6,7,8	0,53	0,18	0,36	0,54	1,17	0,034	29	77

### 1.3.3. Extraction du profil des vitesses

Le spectre de l'étoile de référence cinématique HD 26162 (type spectral K2III) a été calculé en sommant les spectres du cube dans une ouverture de 1" de rayon centrée sur l'étoile, afin de maximiser le rapport S/B. Le spectre a alors été débarrassé de sa composante continue, à l'aide d'un ajustement polynomial de bas degré ( $\sim 5$ ), et ré-échantillonné en  $\ln \lambda$ .

La même procédure de soustraction de la composante continue et de ré-échantillonnage en  $\ln \lambda$  a été appliquée aux spectres des cubes mosaïqués M2 et M8. Deux méthodes différentes ont alors été appliquées pour déterminer le profil des vitesses (PV)  $\mathcal{L}$  :

- la méthode du quotient de Fourier du pic de cross-corrélation (FCQ), développée par BENDER (1990),
- la méthode de l'ajustement du pic de cross-corrélation (CCF), initiée par STATLER (1995).

La mise en œuvre de ces deux méthodes dans le cadre des données de spectrographie intégrale de champ a été détaillée au Chap. III. J'en rappelle ici les grands principes.

Sachant que, en première approximation, le spectre galactique  $\mathcal{G}$  est relié au spectre de référence cinématique  $\mathcal{E}$  et à la distribution des vitesses le long de la ligne de vue  $\mathcal{L}$  par la relation de convolution  $\mathcal{G} = \mathcal{E} \otimes \mathcal{L}$ , on montre que cette même relation s'applique entre les spectres de cross-corrélation  $\mathcal{C} = \mathcal{G} \odot \mathcal{E}$  et d'auto-corrélation  $\mathcal{A} = \mathcal{E} \odot \mathcal{E}$  :  $\mathcal{C} = \mathcal{A} \otimes \mathcal{L}$ . Cependant, la déconvolution de cette dernière relation est sensiblement plus robuste que celle de son équivalente dans l'espace direct, car la corrélation concentre l'information cinématique contenue dans chacune des raies du spectres dans un pic central. Puisque les pics secondaires sont plus affectés par les différences induites par une inadéquation du spectre de référence cinématique, ils ne seront pas considérés dans la déconvolution.

Les deux méthodes diffèrent dans leur approche de la déconvolution des pics de corrélations  $\mathcal{C}_p$  et  $\mathcal{A}_p$ . BENDER (1990) tente cette déconvolution directement, en passant dans l'espace de Fourier dans lequel on a simplement  $\hat{\mathcal{L}} = \widehat{\mathcal{C}_p} / \widehat{\mathcal{A}_p}$ . Cependant, cette division complexe demande un filtrage soigné et souvent critique pour éviter l'amplification du bruit de haute-fréquence due à la présence de pôles au numérateur. Pour éviter ce problème, STATLER (1995) ne cherche qu'une approximation analytique de  $\mathcal{L}$  minimisant une quantité du type  $\chi^2 = \|\mathcal{C}_p - \mathcal{A}_p \otimes \mathcal{L}\|^2$ .

Dans un premier temps, nous nous contentons d'une approximation gaussienne du profil des vitesses. À la suite de tests de Monte-Carlo caractérisant la robustesse et la qualité des deux méthodes dans le cas des observations OASIS (voir Chap. III, § c., p. 71), nous avons décidé d'utiliser prioritairement la méthode CCF, qui donne des erreurs intrinsèques moindres. Cependant, les vitesses moyennes et les dispersions des vitesses issues des deux méthodes sont en très bon accord. Par la suite, les résultats présentés ont donc été obtenus avec CCF, exception faite de la comparaison avec les données cinématiques de KORMENDY & BENDER (1999), pour laquelle la méthode FCQ, utilisée par ces auteurs, a été employée.

Compte-tenu du rapport S/B moyen des spectres des cubes M2 et M8 (Table IV.3), et des résultats des tests de Monte-Carlo quantifiant les erreurs sur la détermination des paramètres cinématiques (voir Chap. III, § c., p. 71), nous pouvons estimer les erreurs typiques sur la vitesse moyenne et la dispersion des vitesses :

- pose M2 (S/N  $\sim 30$ ) :  $\Delta V = 15 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $\Delta \sigma = 20 \text{ km.s}^{-1}$
- pose M8 (S/N  $\sim 50$ ) :  $\Delta V = 10 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $\Delta \sigma = 12 \text{ km.s}^{-1}$

Ces erreurs sont estimées pour *un* spectre. Dans le cas de la Fig. IV.6, les données sont moyennées sur une largeur de 0,2", correspondant à  $\sim 2$  lentilles. Les erreurs sur les grandeurs cinématiques sont alors réduites d'un facteur  $\sim \sqrt{2}$ .

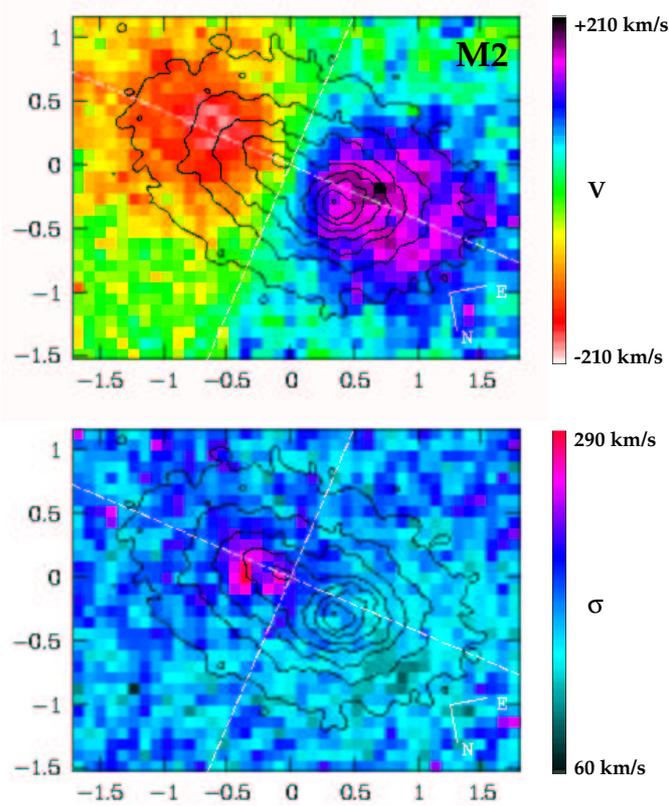


FIG. IV.4: Cartes de la cinématique stellaire OASIS, pose à haute résolution spatiale M2. En haut : carte des vitesses, en bas : carte des dispersions des vitesses. Les isophotes de l'image HST/WFPC2 dans la bande I sont superposées. Les deux lignes pointillées indiquent les axes cinématiques principaux. Le nord est à  $190,7^\circ$  de la verticale, sens trigonométrique, et les échelles sont en seconde d'arc.

Dans le cas de FCQ (Fig. IV.7), la largeur de la fente utilisée par KORMENDY & BENDER (1999) ( $\sim 0''.35$ ) correspond à  $\sim 3$  lentilles ; les erreurs sur les paramètres extraits de la pose M8 peuvent alors être estimées à  $\Delta V = 6 \text{ km.s}^{-1}$  et  $\Delta \sigma = 7 \text{ km.s}^{-1}$ .

## 1.4. RÉSULTATS

### 1.4.1. Cartes de la cinématique stellaire

Les cartes de la cinématique stellaire — vitesse moyenne et dispersion des vitesses — sont présentées en Fig. IV.4 et Fig. IV.5 pour les deux poses mosaïquées M2 et M8. Au premier ordre, les deux cubes fournissent des résultats similaires (Fig. IV.6). Cependant, la résolution spatiale moindre de la pose M8 conduit à des gradients de vitesses et un pic de dispersion des vitesses plus faibles.

Les résultats OASIS ont été comparés avec les profils de vitesse et de dispersion des vitesses obtenus par KORMENDY & BENDER (1999) à l'aide du spectrographe SIS sur le TCFH avec une résolution spatiale de  $0''.65$  LMH. Les données OASIS équivalentes ont été calculées à l'aide de la moyenne des moments de la distribution des vitesses  $V$  et  $\sqrt{V^2 + \sigma^2}$  pondérée par la distribution de lumière le long de la fente équivalente ( $PA = 52,5^\circ$ , largeur de  $0''.35$ ). Les données SIS et OASIS sont présentées en Fig. IV.7. La comparaison a été faite avec la pose M8, de résolution similaire ( $0''.55$  LMH), en utilisant la même méthode pour extraire la distribution des vitesses le long de la ligne de vue. L'accord entre les deux jeux de données est excellent, avec un écart RMS de 8 et 9  $\text{km.s}^{-1}$  pour les profils de vitesse et de dispersion des vitesses respectivement.

La position précise du centre de rotation et des axes cinématiques principaux a été déterminée par l'ajustement d'un modèle analytique simple. Dans ce modèle, le champ des vitesses est supposé être modélisable par une somme de gaussiennes 2D anti-symétrisée  $x' \sum_i G_i(x', y'; l_i, \sigma_i, q_i)$  où chaque  $G_i$  désigne une gaussienne et où  $(x', y')$  sont les coordonnées liées aux axes cinématiques principaux.

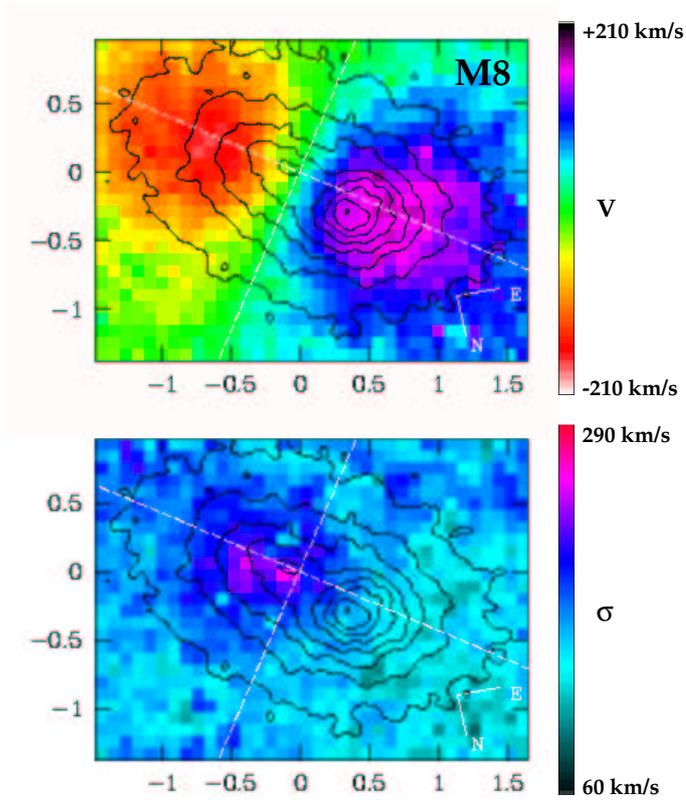


FIG. IV.5: Même chose que Fig. IV.4, pour la pose à haut rapport S/B M8.

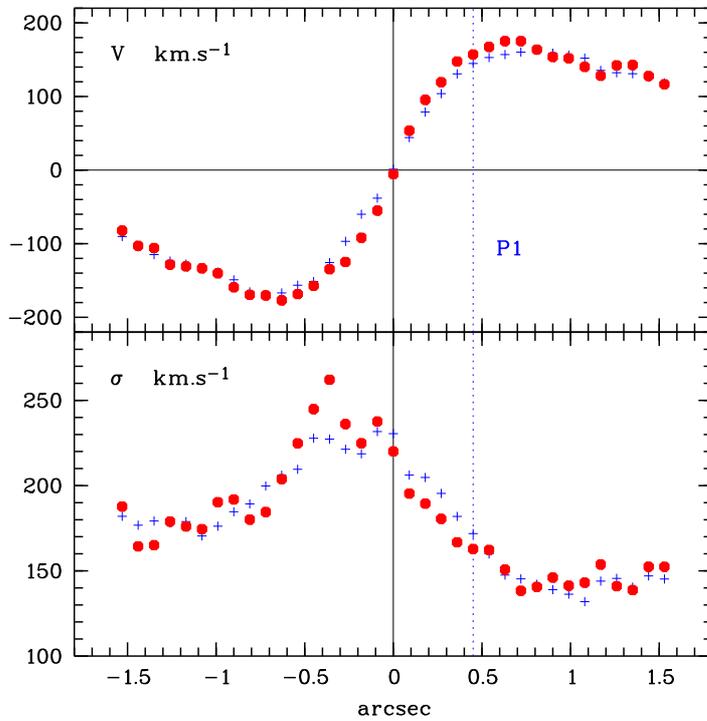


FIG. IV.6: Profils cinématiques le long du grand axe cinématique ( $\text{PA} = 56^\circ$ , moyenne sur une largeur de  $0.2''$ ). En haut : vitesses stellaires, en bas : dispersions des vitesses stellaires. Les croix et les cercles représentent respectivement la pose M8 à haut rapport S/B et la pose M2 à haute résolution spatiale.

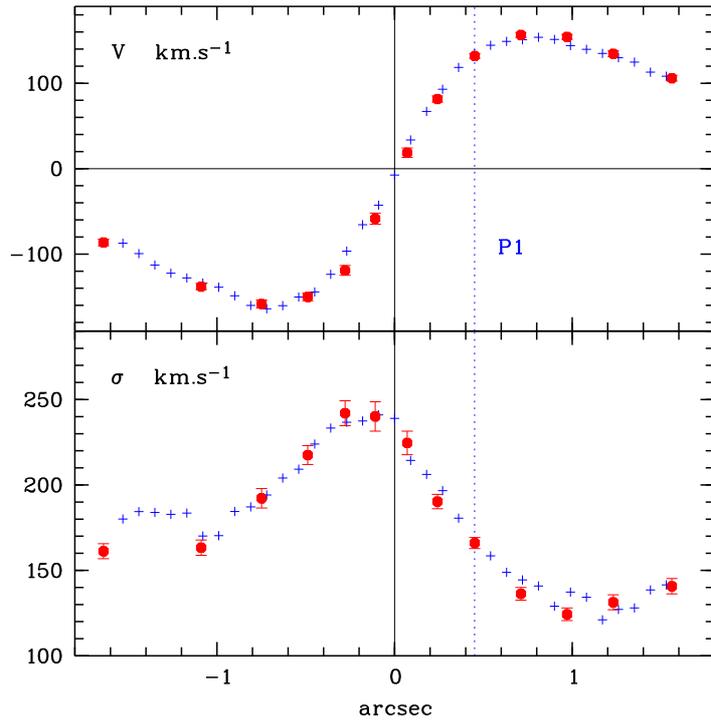


FIG. IV.7: Comparaison entre les données SIS de KORMENDY & BENDER (1999) (cercles) et la fente longue équivalente (largeur de  $0''.35$ , PA =  $52,5^\circ$ ) d'OASIS (croix). En haut : vitesses stellaires, en bas : dispersions des vitesses stellaires.

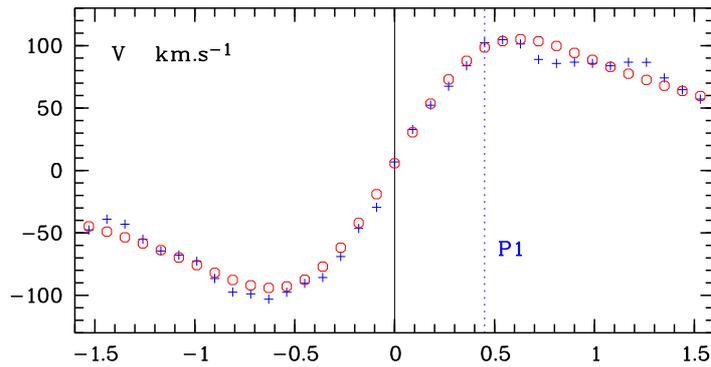


FIG. IV.8: Ajustement (cercles) du profil des vitesses issu de la pose OASIS M8 (croix). Les points présentés ont été calculés pour une fente équivalente de  $0''.2$  de large alignée sur le grand axe cinématique.

Les paramètres libres de l'ajustement sont la position du centre de rotation  $(x_0, y_0) \equiv (x' = 0, y' = 0)$ , l'angle  $\theta_0$  du grand axe cinématique, les paramètres des gaussiennes  $I_i$ ,  $\sigma_i$ , et  $q_i$ , ainsi que la vitesse systémique. Des tests ont montré que le centre de rotation l'angle  $\theta_0$  ne dépendent pas du détail de la fonction anti-symétrique ajustée. Les deux cubes M2 et M8 donnent des résultats cohérents. Une modélisation à deux gaussiennes donne un ajustement avec une erreur résiduelle de  $16 \text{ km.s}^{-1}$  RMS (la Fig. IV.8 donne une coupe le long du grand axe cinématique dans le cas de l'ajustement de la pose M8).

L'ajustement donne le centre de rotation à moins de 20 milli-secondes d'arc du pic P2 dans la direction de P1, et le PA cinématique à  $\theta_0 = 56,1^\circ \pm 0,2^\circ$ . Il est à noter que le grand axe cinématique est significativement différent de l'axe P1-P2 (PA =  $42^\circ$ ), comme le montre la Fig. IV.4, et que P1 est décalé de  $0''.12$  de cet axe. Le fait que P1 ne soit pas aligné sur le grand axe cinématique doit être pris en considération lors de l'interprétation des données cinématiques à haute résolution spatiale HST, qui ont toutes été acquises le long de l'axe P1-P2.

La carte de dispersion des vitesses de la pose M2 à plus haute résolution spatiale (Fig. IV.4) présente un pic de dispersion à  $270 \text{ km.s}^{-1}$  à  $\sim 0''.4$  du côté opposé à P1, pratiquement symétrique par rapport au petit axe cinématique. Ce pic est étendu et entouré d'un halo de profil pratiquement gaussien, lui-même s'élevant au-dessus de la dispersion des vitesses pratiquement constante du bulbe

( $\sim 150 \text{ km.s}^{-1}$ ). La même structure existe dans la carte de la pose M8, avec un contraste moindre. Le pic de dispersion est clairement asymétrique vis-à-vis du pic P2, avec une différence de  $35 \text{ km.s}^{-1}$  à  $\pm 1''/2$  le long du grand axe cinématique.

Ce décalage est également présent dans les données de KORMENDY & BENDER (1999), mais à un degré moindre (Fig. IV.7). La petite différence est simplement attribuable à la résolution spatiale plus faible des données SIS, et au moyennage sur une largeur de fente de  $0''/35$ . Un tel décalage était déjà observé dans les données TIGER (BACON *et al.* 1994), mais avec une valeur plus importante ( $0''/7$ ). Là encore, cette différence s'explique par la résolution spatiale moindre de ces observations ( $0''/9$  LMH) qui avaient, par ailleurs, été filtrées pour compenser leur faible rapport S/B.

Les données de STATLER *et al.* (1999) ne sont pas directement compatibles avec ces observations. Ces auteurs situent le centre de rotation à  $0''/16 \pm 0''/05$  de P2 dans la direction de P1, et n'observent pas le décalage précédent entre le pic P2 et le maximum de dispersion. Que ces divergences soient dues à la différence notable de résolution spatiale, ou à des erreurs systématiques de part ou d'autre n'est pas encore clair. Des simulations permettant peut-être de trancher sont en cours.

## 1.5. ÉLÉMENTS DE DISCUSSION

La nature exacte des différentes composantes du noyau double de M31 reste mystérieuse, et la complexité des structures observées n'aide pas à une meilleure compréhension des processus mis en jeu. Toute tentative d'interprétation doit, à défaut d'expliquer, être au moins compatible avec la multitude de « faits » observationnels :

- Le noyau de M31 est double : le pic principal P1, parfaitement résolu, est situé à  $r \sim 1,7 \text{ pc}^b$  du pic secondaire P2, qui se trouve au centre photométrique et cinématique du bulbe environnant. P2 est marginalement résolu avec un rayon effectif de  $0,2 \text{ pc}$ .
- Le noyau est globalement plus rouge que le bulbe environnant, mais aucun gradient de couleur ni d'indice métallique ne distingue P1 du reste du noyau. P2 présente un excès de lumière UV.
- Le centre de rotation du noyau se confond pratiquement avec P2, et le pic de dispersion est situé à  $\sim 1 \text{ pc}$  de P2 du côté anti-P1. Ces deux résultats sont probablement dépendants de la résolution spatiale des observations. Le pic P1 n'est pas sur le grand axe cinématique.
- Aux plus hautes résolutions spatiales (FOC, fente de  $0''/06$ ), le profil spatial des vitesses est résolu, et correspond à un gradient de vitesse projeté de  $\sim 280 \text{ km.s}^{-1}.\text{pc}^{-1}$ . La dispersion des vitesses pique à  $440 \text{ km.s}^{-1}$ .

La difficulté principale dans la comparaison des différents résultats vient des résolutions spatiales très différentes des multiples observations.

Dans un premier temps, les modèles cinématiques ont négligé les asymétries observées, pour mettre en évidence la présence d'un trou noir super-massif de  $M_{\bullet} \sim 3.10^7 M_{\odot}$  (voir KORMENDY & RICHSTONE 1995, et références incluses). La position d'un TNS en P2 (KORMENDY & BENDER 1999) pourrait également expliquer la couleur plus bleue de ce pic, non pas comme signature d'un noyau peu actif, comme pouvaient le laisser suggérer les observations radios et X (KING *et al.* 1995), mais comme révélatrice de la présence d'un amas d'étoiles de type « *blue stragglers* » d'origine collisionnelle (LAUER *et al.* 1998).

Reste à comprendre l'origine du noyau dans son ensemble, et plus particulièrement la nature de P1. Les explications les plus directes ne sont pas satisfaisantes (p.ex. TREMAINE 1995, KORMENDY & RICHSTONE 1995) :

- la probabilité que P1 soit un objet en avant ou arrière plan du noyau et tombant sur la ligne de vue est négligeable ;
- un effet d'extinction est impossible, du fait de l'absence de gradient de couleur, et de l'absence de réémission dans l'infra-rouge ;

<sup>b</sup> Dans l'hypothèse où le système P1-P2 est contenu dans le plan galactique de M31, incliné de  $i = 77^\circ$ , et en tenant compte de l'angle  $\psi = 14^\circ$  entre la ligne des nœuds, que l'on peut associer au grand axe cinématique ( $PA = 56^\circ$ ), et l'axe P1-P2 ( $PA = 42^\circ$ ), la distance déprojetée entre P1 et P2 devient  $R = r \cos \psi \sqrt{1 + \tan^2 \psi / \cos^2 i} \simeq 2,5 \text{ pc}$  (voir Éq. (IV.5), p. 98).

- l'accrétion par M31 d'une galaxie compacte de type M32 est possible, mais les échelles de temps très courtes dues à la friction dynamique rendent cette hypothèse peu probable, même si plusieurs mécanismes ont été proposés pour réduire les effets de friction entre le bulbe et l'élément perturbateur ;
- l'accrétion d'un système stellaire plus petit (EMSELLEM & COMBES 1997), de type amas globulaire, se heurte à l'absence notable de toute indication — gradient de couleur, indices de raies — d'une différence de population stellaire entre P1 et le reste du noyau. Le fait que le pic P1 ressemble plus au pic P2 qu'au bulbe ou à un amas globulaire suggère plutôt que ce pic est directement issu de la population stellaire du noyau ;
- P1 pourrait être un trou noir entouré d'étoiles en provenance du halo de M31 et spiralant vers le TNS nucléaire. Cependant, cette explication devrait conduire à des signatures cinématiques plus flagrantes.

Le seul modèle viable reste alors actuellement le modèle de TREMAINE (1995), selon lequel le pic P1 est une configuration d'équilibre résultant de l'accumulation d'étoiles regroupées au sein d'un disque excentrique, et à l'apocentre de leur orbite keplerienne autour du TNS central. Cette hypothèse, initialement conçue comme un « *toy model* », est conforme à toutes les observables, tant photométriques que cinématiques (LAUER *et al.* 1998, KORMENDY & BENDER 1999). Une signature cinématique particulière à ce modèle pourrait même avoir été mise en évidence par STATLER (1999), mais demande à être confirmée par les observations à haute résolution STIS à venir.

Cependant, plusieurs points restent à éclaircir dans le cadre de ce modèle. La position du centre de rotation, prédite à 0',5 de P2 vers P1, et la dispersion des vitesses en P1, ne correspondent pas exactement aux observations (KORMENDY & BENDER 1999). Cependant, ces différences pourraient probablement être expliquées par l'application d'un modèle plus détaillé, tenant compte p.ex. des phénomènes d'auto-gravité du disque (STATLER 1999). Par ailleurs, les simulations numériques ne semblent pas permettre la création d'un tel disque excentrique, tout du moins selon le mécanisme proposé de friction dynamique sur le bulbe (EMSELLEM, communication privée). Cependant, d'autres mécanismes peuvent être envisagés pour la formation d'un mode  $m = 1$  au cœur du noyau.

## 1.6. CONCLUSION

J'ai présenté dans cette section les résultats préliminaires des observations à haute résolution spatiale du noyau double de M31 par le spectrographe intégral de champ ( $\sim 0',5$  LMH) OASIS (BACON *et al.* 2000). Les conclusions préliminaires de ces observations sont :

- l'axe P1-P2 ne se confond pas avec le grand axe cinématique du noyau, et le décalage entre les 2 axes est de  $\sim 14^\circ$ . Ce résultat ne peut pas être confirmé directement par les observations spectroscopiques à fente longue, qui doivent choisir *a priori* une orientation, généralement le long de P1-P2 ;
- le centre de rotation est pratiquement situé en P2 (décalage observé de 0',02 vers P1). Ce résultat évoluera probablement après soustraction de la contribution du bulbe (voir ci-dessous) ;
- le pic de dispersion des vitesses atteint  $270 \text{ km.s}^{-1}$  à 0',4 de P2 dans la direction anti-P1, et son profil n'est pas symétrique vis-à-vis de P2.

Dans le cadre de l'étude exhaustive de ces observations, et avant que toute conclusion définitive puissent être tirées, plusieurs points restent à aborder :

**Cartes de la cinématique après soustraction de la contribution du bulbe.** Puisque nous nous intéressons principalement à la cinématique du noyau double de M31, il est important de soustraire la contribution du bulbe des spectres nucléaires (KORMENDY & BENDER 1999). Cela passe par plusieurs étapes :

- la décomposition photométrique bulbe-noyau, facilitée par le fort contraste de ce dernier, à l'aide de la technique MGE (EMSELLEM *et al.* 1994),
- la détermination d'un spectre moyen du bulbe « hors-tout » à très haut rapport S/B, par l'ajustement du spectre moyen par une librairie de spectres stellaires de référence,

- le calcul en tout point du champ de la vitesse moyenne et de la dispersion des vitesses du bulbe, prédites à l'aide d'un modèle dynamique de Jeans issu de MGE,
- la soustraction, après normalisation, du spectre prédit pour le bulbe au spectre observé, ne laissant finalement qu'un cube de spectres purement nucléaires, sur lequel l'analyse cinématique peut s'effectuer normalement.

Cette procédure devrait permettre d'accentuer le contraste des grandeurs cinématiques propres au noyau.

**Moments supérieurs de la distribution des vitesses.** Le rapport S/B relativement élevé des observations, même dans le cas de la pose à haute résolution spatiale, devrait permettre d'étudier les moments supérieurs du profil des vitesses, p.ex. sous la forme d'un développement de Gauss-Hermite (VAN DER MAREL & FRANX 1993, voir Chap. III, § d., p. 60).

**Comparaison avec les données HST.** La comparaison directe des résultats cinématiques obtenus à l'aide du HST d'une part et au sol — même à l'aide d'une optique adaptative — d'autre part, n'est pas possible, du fait de la différence de résolution spatiale et de l'impossibilité de dégrader par convolution des données 1D fente longue. La comparaison peut se faire par la construction d'un modèle *ad hoc* permettant d'expliquer à la fois les données FOC et OASIS. Une telle approche permettrait en particulier de déterminer pourquoi ces deux jeux de données sont apparemment peu compatibles.



## 2. Observations à grand champ SAURON

Ce chapitre est dédié à la présentation d'exemples d'applications de la spectrographie intégrale de champ à l'étude des galaxies. La section précédente concernait la haute résolution spatiale ( $\sim 0{,}5$  LMH), avec l'observation du noyau double de M31 par OASIS. J'aborde maintenant les observations grand-champ, typiquement  $30 \times 40$  arcsec<sup>2</sup> mais avec une résolution moindre (échantillonnage de  $\sim 1$  arcsec), obtenues par SAURON.

Dans un premier temps (§ 2.1.), je présente quelques résultats caractéristiques en provenance de cet instrument, et dont l'analyse scientifique n'est que préliminaire. Il faut cependant noter le caractère *unique* des cartes présentées.

Si la spectrographie intégrale de champ n'est pas très répandue, même si la situation semble évoluer rapidement maintenant (voir p.ex. le compte-rendu des conférences ARRIBAS *et al.* 1998 et VAN BREUYEL & BLAND-HAWTHORN 2000, ainsi que le Chap. I, § 2.1., p. 10), les données SIC à grand champ sont encore plus rares, pour ne pas dire inexistantes dans le domaine de la dynamique stellaire. Beaucoup d'outils restent donc à mettre en place dans ce domaine. Aussi, dans un second temps (§ 2.2.), je propose une caractérisation possible des champs de vitesses bidimensionnels tels que ceux issus des observations SAURON.

### 2.1. PREMIERS RÉSULTATS

Le spectrographe intégral grand champ SAURON, décrit au Chap. I, a vu sa première lumière<sup>c</sup> le 1<sup>er</sup> février 1999 sur le WHT (la Palma). Depuis lors, deux missions scientifiques d'observations, totalisant 14 nuits sur le ciel (dont seulement 8 d'utilisables du fait des conditions d'observation ou de problèmes techniques avec le télescope) ont eu lieu : la première en février 1999, aussitôt après la

---

<sup>c</sup> L'Histoire oubliera probablement jusqu'au nom du premier objet observé, l'étoile HZ 14...

TAB. IV.4 – Journal des galaxies observées lors des deux premières missions SAURON.

Nom	Amas	Type	$M_B$	$R_e$ ["]	Poses [s]	Notes
<b>Février 1999</b>						
NGC 2549		S0	-19,4	17	4 × 1800	CCD *
NGC 3377	Leo	E5	-19,2	34	4 × 1800	
NGC 3379	Leo	E1	-20,2	35	2 × 1800 3 × 1800 (E) 3 × 1800 (W)	
NGC 3608		E2	-19,5	34	5 × 1800	CCD
NGC 4278	Coma I	E1	-19,9	34	4 × 1800 (E) 4 × 1800 (W)	CCD
NGC 4550	Virgo	E7/S0	-18,8	15	4 × 1800	CCD
NGC 4552	Virgo	S0	-20,6	29	3 × 1800	CCD
<b>Octobre 1999</b>						
NGC 221 (M32)		E3	-17,6	39	1 × 2700 (HR)	
NGC 474		S0	-20,4	34	4 × 1800	coquilles?
NGC 821		E3	-20,4	50	3 × 1800 (E) 3 × 1800 (W)	
NGC 1023		E6/S0	-20,4	40	4 × 1800 (E) 4 × 1800 (W)	
NGC 7217		Sab	-20,5	-	4 × 1800 (E) 4 × 1800 (W)	CCD
NGC 7332		S0	-19,9	15	4 × 1800	DGCR†
NGC 7457		S0	-18,8	32	4 × 1800 (E) 4 × 1800 (W)	
NGC 7742		Sa	-19,8	15	4 × 1800	

\* CCD: cœur cinématiquement distinct

† DGCR: disque gazeux en contre-rotation

mise en service de l'instrument, et la seconde en octobre 1999. La troisième mission prend place au moment même où ces lignes sont écrites (mars 2000).

### 2.1.1. Observations

Les deux missions de février et octobre 1999 ont permis l'observation de 15 galaxies (Table IV.4), dont 6 ont été « mosaïquées », c.-à-d. pour lesquelles plusieurs pointages ont été obtenus, permettant d'accéder après reconstruction à un champ de vue plus grand. Dans le même temps, toutes les poses de calibration (poses d'étalonnage spectral, champs plats spectro-spatiaux, etc., voir Chap. II) et d'étoiles de référence (flux, cinématique, etc., voir Chap. I, § 3.3., p. 22 et Chap. III, p. 51) nécessaires à la réduction des données ont également été acquises conformément à la stratégie d'observation. En particulier, les poses d'étalonnage spectral ont été obtenues avant et après chaque pose longue, afin d'assurer le meilleur étalonnage possible en longueur d'onde.

Chaque pointage sur une galaxie est en général constitué de 4 poses de 1800 s. Ce temps d'exposition résulte d'un compromis: de durée moindre, les lectures répétées du CCD prendraient finalement trop de temps (la lecture d'un cliché, quelque soit sa nature — scientifique ou calibration — prend près de 5 mn); plus longues, les flexions mécaniques de l'instrument, et dans une moindre mesure l'accumulation des rayons cosmiques, détérioreraient notablement la résolution des observations. Ces temps de pose — ~ 2 h/pointage — permettent d'obtenir des spectres ayant un rapport S/B de l'ordre de ~ 15 pour une brillance de surface de ~ 21 mag/arcsec<sup>2</sup>, brillance typique à un  $R_e$  pour les galaxies de l'échantillon SAURON (voir Chap. I, § 3., p. 19). Les parties plus centrales bénéficient évidemment d'un rapport S/B nettement meilleur, jusqu'à ~ 200 pour les galaxies les plus brillantes.

Toutes les galaxies ont été observées dans le mode basse résolution spatiale (LR, voir Table I.2,

p. 19), à l'exception de M32, qui a été observée dans le mode haute résolution (HR). Pour cette galaxie, de brillance de surface très élevée, une seule pose de 1800 s a été nécessaire, en dépit de l'échantillonnage spatial 3 fois plus fin.

Les conditions d'observation n'ont jamais été exceptionnelles, avec un *seeing* moyen estimé à 1''5. Cependant, dans le cas du mode LR, cela n'a pas d'incidence sur la qualité des données, qui sont encore limitées dans ces conditions par l'échantillonnage spatial de SAURON (0'',95 par lentille).

### 2.1.2. Réduction

Les données SAURON ont été réduites selon la procédure standard décrite en détail au Chap. II, et mise en œuvre par une extension appropriée du logiciel de réduction XOASIS, v. 4.3. Cette procédure inclut le prétraitement des poses CCD (biais, courant d'obscurité), l'extraction des spectres, l'étalonnage en longueur d'onde, l'application d'une correction de champ plat spectro-spatial et l'étalonnage en flux.

Des problèmes techniques lors de la première mission de février 1999 de laquelle sont issues les données présentées ici n'ont pas permis l'utilisation de la zone ciel du champ SAURON dédiée à l'acquisition de spectres du ciel nocturne (voir Chap. I, § 2.2., p. 16). Aucune soustraction de la contribution du ciel n'a donc été appliquée.

Après réduction complète, les différents cubes de données correspondant à une même galaxie ont été recentrés les uns par rapport aux autres à l'aide de l'image reconstruite de la galaxie (voir p.ex. le panneau de gauche de la Fig. IV.9), obtenue par intégration des spectres, puis fusionnés selon la procédure exposée au Chap. II, § 4., p. 46. En ce qui concerne les étoiles de référence, un unique spectre à haut rapport S/B est obtenu soit en isolant le spectre central s'il est suffisamment intense, soit en sommant les spectres du cube dans une ouverture circulaire centrée sur l'étoile. Les spectres stellaires ont ainsi pratiquement tous un rapport S/B  $\gtrsim 100$ .

Il est important de noter que, pour les données présentées ici, la réduction doit être considérée comme préliminaire, dans le sens où elle n'a pas été conduite dans le cadre du pipeline de réduction Palantir, mais sur la base du cas par cas, et uniquement sur les observations de février 1999. La réduction complète et définitive des données acquises lors des deux missions est en cours de réalisation.

### 2.1.3. Cinématique stellaire

Le profil des vitesses de chaque spectre galactique a été extrait à l'aide de la méthode FCQ (voir Chap. III, § 1.3., p. 63 et références incluses), et en utilisant des étoiles de référence cinématique de type K0III–K2III. Le profil ainsi obtenu a ensuite été ajusté par une gaussienne *simple*. Les résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par les méthodes complémentaires de cross-corrélation et CCF. Les erreurs sur les paramètres cinématiques sont estimées à partir des tests de Monte-Carlo présentés au Chap. III (Fig. III.8) : typiquement,  $\delta V \lesssim 7 \text{ km.s}^{-1}$  et  $\delta\sigma/\sigma \lesssim 5 \%$  sur l'ensemble de la galaxie.

La Fig. IV.9 présente, dans le cas de la galaxie elliptique NGC 3377, un exemple typique des résultats cinématiques obtenues avec SAURON : image reconstruite, carte des vitesses moyennes et cartes des dispersion des vitesses. D'autres exemples — NGC 2549, NGC 3379 et NGC 4550 —, mettant en avant la diversité des cartes obtenues, sont présentés en Fig. IV.10 (COPIN *et al.* 2000).

Tout en rappelant que ces résultats sont préliminaires, ces données cinématiques appellent d'ores et déjà quelques commentaires :

**NGC 3377.** La carte des vitesses présente plusieurs caractéristiques intéressantes : d'une part un décalage de  $\sim 10^\circ$  entre le petit axe photométrique et la courbe d'isovitesse nulle, ce qui provoque une rotation sur le petit axe de  $\lesssim 20 \text{ km.s}^{-1}$ , et d'autre part une rotation marginale du grand axe cinématique — c.-à-d. de l'axe reliant les maxima de vitesses de part et d'autre du centre (voir Fig. IV.17, p. 105). Ces caractéristiques sont considérées comme des signatures de triaxialité. Par ailleurs, la carte des dispersions montre un allongement le long du petit axe photométrique, indiquant la présence probable d'un disque. Ces résultats étaient marginalement prévisibles à partir de l'analyse photométrique détaillée de cette galaxie (PELETIER *et al.* 1990), le coefficient  $a_4$  passant de positif au centre — présence d'un disque — à négatif dans les parties externes — signature de triaxialité. Je reviendrai sur cette galaxie plus en détail au Chap. V.

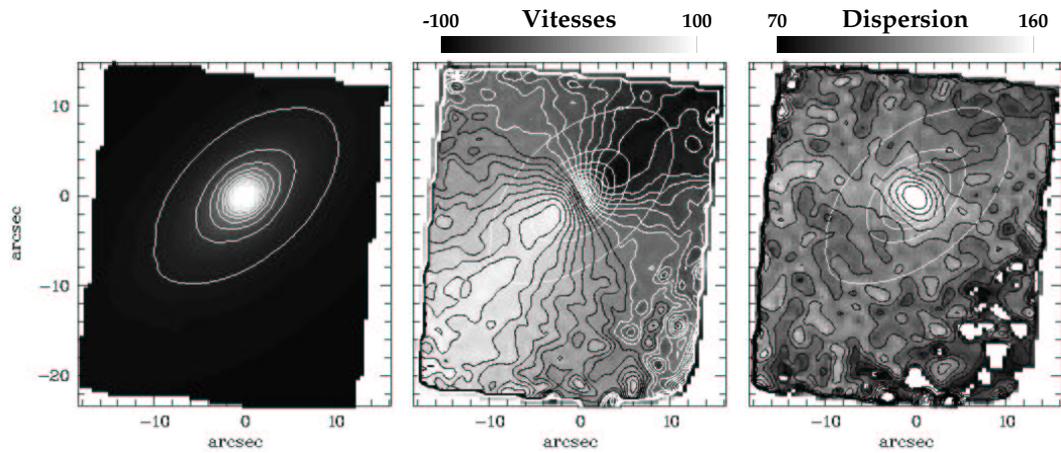


FIG. IV.9 – Cartes de la cinématique stellaire de NGC 3377. À gauche : image reconstruite par intégration des spectres (unité arbitraire), au centre : vitesse moyenne (en  $\text{km.s}^{-1}$ ), à droite : dispersion des vitesses (en  $\text{km.s}^{-1}$ ). Pour les cartes de la vitesse et de la dispersion, les isocontours sont séparés de  $10 \text{ km.s}^{-1}$ . Dans les trois cas, on a superposé pour indication les isophotes de l’image reconstruite. Le nord est à  $-10^\circ$  de l’axe des ordonnées positives (sens trigonométrique), et l’est à droite.

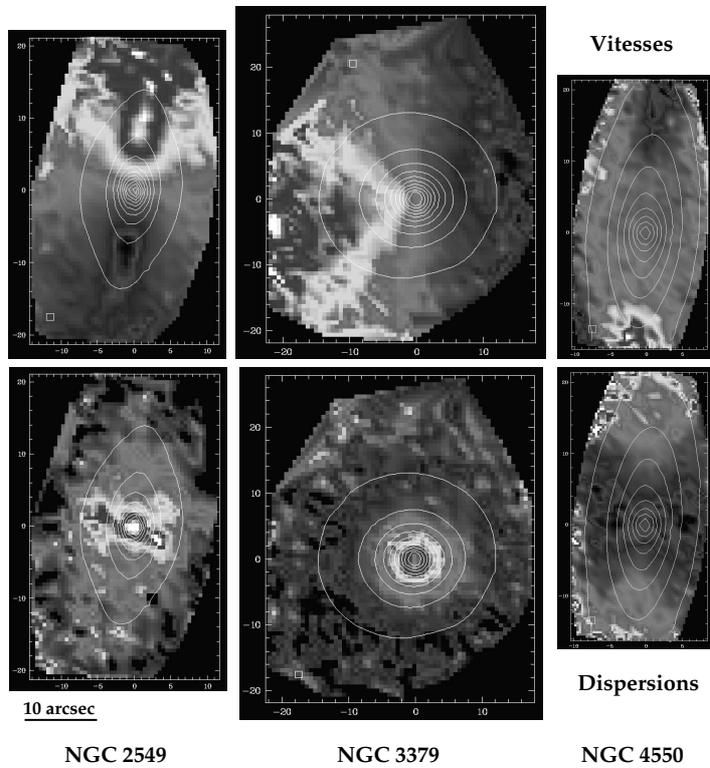


FIG. IV.10: Cartes de la cinématique stellaire de NGC 2549 (à gauche), NGC 3379 (au centre) et de NGC 4550 (à droite). En haut : champ de vitesse, en bas : champ de dispersion. Dans chacun des cas, on a superposé pour indication les isophotes de l’image reconstruite. L’orientation est la même que celle de la Fig. IV.9.

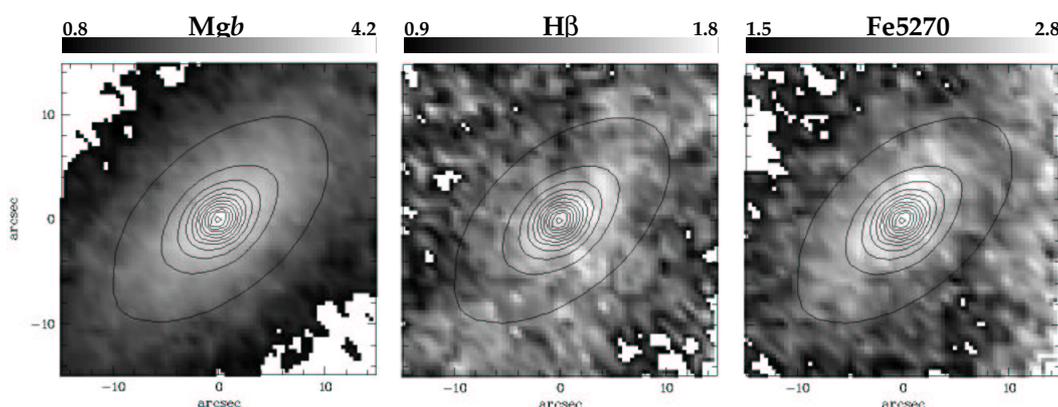


FIG. IV.11 – Cartes d’indices de raies de NGC 3377. À gauche : indice  $Mgb$  (en  $\text{\AA}$ ), au centre : indice  $H\beta$  (en  $\text{\AA}$ ), à droite : indice  $Fe\ 5270$  (en  $\text{\AA}$ ). Dans les trois cas, on a superposé pour indication les isophotes de l’image reconstruite. L’orientation est la même que celle de la Fig. IV.9.

NGC 2549. La présence d’un disque jusqu’à  $\sim 15$  arcsec ( $\sim 1,2$  kpc), que l’on distingue déjà dans l’image reconstruite, est évidente dans chacune des cartes cinématiques de cette galaxie lenticulaire : apparition d’une structure nette le long du grand axe dans le champ de vitesse, et élongation du pic de dispersion le long du petit axe.

NGC 3379. Cette galaxie a fait l’objet d’une mosaïque en 3 pointages, couvrant au total un champ de plus de  $50 \times 40$  arcsec<sup>2</sup>. Les cartes<sup>d</sup> de la IV.10 sont à comparer avec les cartes 2D reconstruites par analyse de Fourier de STATLER & SMECKER-HANE (1999).

NGC 4550. Les cartes de la cinématique stellaire de cette galaxie, classée E7/S0, sont très surprenantes au premier abord : le champ de vitesse est essentiellement *plat* dans la partie centrale, tandis que le champ de dispersion est « *anti-piqué* » : la dispersion des vitesses est *minimum* au centre de la galaxie, puis s’accroît à mesure que l’on s’éloigne ! Cette galaxie est en fait connue pour abriter un disque stellaire en contre-rotation (RUBIN *et al.* 1992), et la modélisation de la distribution des vitesses le long de la ligne de vue par une simple gaussienne — qui ne délivre que la vitesse moyenne et la dispersion *globales* — ne permet pas de mettre en évidence la contribution des composantes individuelles, d’où les structures observées (RIX *et al.* 1992). L’origine de ce type de disque, également mis en évidence, mais dans une moindre mesure, dans la galaxie NGC 7217 par MERRIFIELD & KUIJKEN (1994) (observée par SAURON en oct. 1999), n’est pas encore claire. En particulier, elle pourrait ne pas faire appel au mécanisme intuitif d’accrétion de gaz après formation de la composante principale (EVANS & COLLETT 1994).

#### 2.1.4. Indices de raie

La Fig. IV.11 présente les cartes de quelques indices de raie dans le cas de NGC 3377 :  $Mgb$ ,  $H\beta$  et  $Fe\ 5270$ . Les indices ont été calculés selon la méthode classique décrite au Chap. III (voir voir § 2., p. 71).

C’est la première fois que de telles cartes sont produites. On note p.ex. dans le cas de l’indice  $Mgb$  que les isocontours suivent de très près les isophotes du continuum, ce qui laisse penser que les populations stellaires sont particulièrement bien homogénéisées au sein de cette galaxie, malgré la présence d’un disque déjà évoqué (voir § 2.1.3.).

Les indices  $Mgb$  et  $Fe\ 5270$  obtenus pour NGC 3377 sont raisonnablement compatibles avec les indices intégrés dans  $R_e/2 = 17$  arcsec — ce qui correspond à peu près à l’intégralité du champ SAURON — déterminés par JÉSUS GONZÁLEZ (1993) :  $Mgb = 3,46 \pm 0,07$   $\text{\AA}$  et  $Fe\ 5270 = 2,51 \pm 0,06$   $\text{\AA}$ . En revanche, dans ces résultats préliminaires, l’indice  $H\beta$ , que l’on observe varier entre 0,9 et 1,8  $\text{\AA}$ ,

<sup>d</sup> Attention, ces cartes présentent encore des artefacts dus à la réduction préliminaire des données.

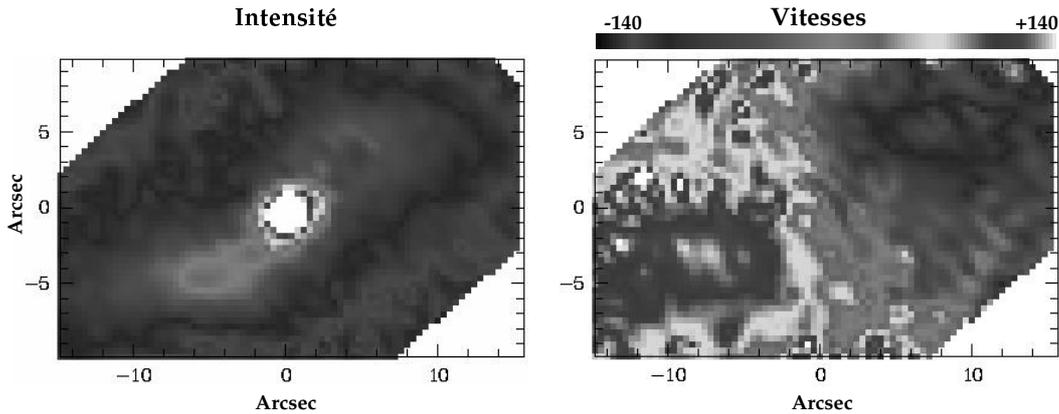


FIG. IV.12 – Cartes de la cinématique du gaz de NGC 3377. À gauche : intensité de la raie  $[OIII]\lambda 5007$ , à droite : vitesse du système  $[OIII]-H_{\beta}$  (en  $km.s^{-1}$ ). L'orientation est la même que celle de la Fig. IV.9.

ne semble pas compatible avec la valeur intégrée de  $H_{\beta} = 2,13 \pm 0,07 \text{ \AA}$ . Il faut noter que la mesure de l'indice  $H_{\beta}$  est rendue très incertaine par la présence de la raie en émission  $H_{\beta}$ .

### 2.1.5. Cinématique du gaz

La Fig. IV.12 présente les cartes du gaz obtenues pour NGC 3377 :

- la carte de l'intensité de la raie  $[OIII]\lambda 5007$  a été obtenue après soustraction de la composante stellaire (voir Chap. III, § 3., p. 75) ;
- la carte des vitesses du gaz a été calculée en ajustant *simultanément* la position des raies  $H_{\beta} \lambda 4861$  et  $[OIII]\lambda\lambda 4959,5007$ .

L'image de l'intensité de la raie  $[OIII]$  met à nouveau en évidence la présence au sein de NGC 3377 d'un important disque, avec des indices d'une structure spirale. Le champ de vitesse du gaz se distingue notablement du champ de vitesse stellaire (voir Fig. IV.9).

Dans l'étude de la dynamique galactique, les observations du gaz sont tout à fait complémentaires aux observations stellaires. En effet, de part son caractère dissipatif, le gaz a tendance à s'établir dans les plans de symétrie du potentiel. L'analyse de la cinématique gazeuse permet alors de dégager de nouvelles contraintes, p.ex. sur la forme intrinsèque du potentiel (SCHOENMAKERS *et al.* 1997).

## 2.2. CARACTÉRISATION DES CHAMPS DE VITESSE

### 2.2.1. Introduction

L'analyse des propriétés photométriques — c.-à-d. de la répartition de la lumière dans le plan du ciel — des galaxies elliptiques a grandement bénéficié non seulement à la classification, mais également à la compréhension de ces objets : profils de luminosité, distribution des ellipticités apparentes, évolution radiale de l'aplatissement, décalage progressif du grand axe photométrique (« *isophotal twist* »), écart des isophotes à l'ellipse, etc. sont autant de mesures établissant de nouvelles catégories, corrélations et explications (la littérature est riche à ce sujet, voir p.ex. KORMENDY & DJORGOVSKI 1989, GERHARD 1994, BINNEY & MERRIFIELD 1998, et références incluses).

Il est pourtant bon de se souvenir que la distribution  $I(x,y)$  de lumière sur le plan du ciel<sup>e</sup> n'est que le moment projeté d'ordre 0 de la fonction de distribution (FD)  $f(\mathbf{r} \equiv (x,y,z), \mathbf{v} \equiv (v_x, v_y, v_z))$  de la

<sup>e</sup> Par la suite, on repère la position dans le plan du ciel par les coordonnées  $(x,y)$ , et la position le long de la ligne de vue par  $z$ . De plus, on note  $v \equiv v_z$  (attention donc :  $v \neq \|v\|$ ).

galaxie observée :

$$I(x,y) = \int_{\text{ligne de vue}} dz \iiint dv f(\mathbf{r},v). \quad (\text{IV.1})$$

L'intégration le long de la ligne de vue est incontournable ; en revanche, une partie de l'intégration sur les vitesses pourrait être évitée. Comme nous l'avons vu au Chap. III, la distribution  $\mathcal{L}(v;x,y)$  des vitesses le long de la ligne de vue constitue l'*intégralité* de l'information accessible concernant la FD :

$$\mathcal{L}(v;x,y) = \int_{\text{ligne de vue}} dz \iint dv_x dv_y f(\mathbf{r},v). \quad (\text{IV.2})$$

Il paraît donc évident que l'analyse de la répartition des moments projetés supérieurs de la FD ne peut qu'enrichir notre compréhension des galaxies de type précoce, en particulier dans l'étude de la géométrie des galaxies, puisque « *la distribution des formes intrinsèques [des galaxies elliptiques] ne peut pas être déterminée à partir de la seule photométrie* » (STATLER 1994a).

Le champ de vitesse  $V(x,y)$  d'une galaxie, c.-à-d. la répartition dans le plan du ciel de la vitesse moyenne le long de la ligne de vue, correspond au moment projeté d'ordre 1 de  $f$  :

$$V(x,y) \hat{=} \int v \mathcal{L}(v;x,y) dv = \int_{\text{ligne de vue}} dz \iiint v f(\mathbf{r},v) dv_x dv_y dv. \quad (\text{IV.3})$$

De façon analogue, le champ de dispersion des vitesses  $\sigma(x,y)$  correspond au moment centré projeté d'ordre 2, et ainsi de suite pour les moments d'ordre supérieur. Par la suite, je n'aborderai que l'étude du champ de vitesse, mais la généralisation aux moments supérieurs ne pose pas *a priori* de problème particulier.

Si l'étude des cartes de vitesse apporte un nouveau type d'information, elle se heurte pour l'instant à une difficulté pratique : il n'existe pas encore d'outil pertinent permettant une caractérisation efficace des champs de vitesse des galaxies elliptiques. La raison en est relativement simple : très peu de ces champs de vitesse ont été observés, et le problème de leur étude pratique ne s'est donc pas posé, même si quelques auteurs ont abordé la question d'un point de vue théorique (voir p.ex. la série STATLER 1994a, STATLER & FRY 1994, STATLER 1994b).

Dans le domaine de la radio-astronomie, des champs de vitesse sont couramment obtenus et analysés depuis les années 70 (p.ex. MIHALAS & BINNEY 1981). Cependant, cette technique est limitée à l'observation de la composante gazeuse des galaxies, et ne concerne donc principalement que les galaxies de type tardif, riches en gaz, sans pouvoir s'appliquer aux galaxies de type précoce. Incidemment, la plupart des champs de vitesse ainsi obtenus sont issus de galaxies à disque, de géométrie (quasi-)plane et en rotation (quasi-)circulaire, propriétés spécifiques mises à profit par les méthodes d'analyse utilisées. En ce qui concerne les galaxies elliptiques, beaucoup moins riches en gaz, il a fallu attendre l'avènement et l'utilisation de la spectrographie 2D, et plus spécifiquement de la spectrographie intégrale de champ (voir Chap. I, § 2.1.2., p. 11) pour voir apparaître les premiers vrais champs de vitesse établis à partir de la cinématique *stellaire* ; les cartes SAURON présentées ici constituent d'ailleurs dans ce domaine une avancée majeure.

Une méthode *pratique* d'analyse des champs de vitesse des galaxies de type précoce, similaire aux outils de modélisation photométrique, reste à concevoir. Après avoir présenté quelques exemples de champs de vitesses typiques (voir § 2.2.2.), et passé en revue sommaire les quelques caractérisations déjà envisagées (cf. § 2.2.3.), je propose une nouvelle méthode d'analyse, généralisant l'approche utilisée dans le cas d'une géométrie plane par SCHOENMAKERS *et al.* (1997) par exemple (voir § 2.2.4.). Dans le cas des galaxies elliptiques, l'approche proposée n'a pas de signification physique à proprement parler — si ce n'est dans le cas limite d'un disque — mais permet l'extraction des quantités pertinentes des cartes de vitesse, comme le montre quelques exemples d'application.

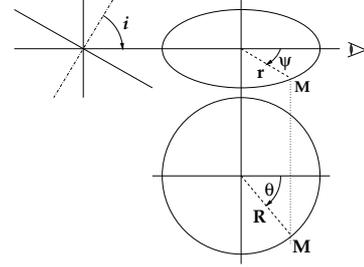
## 2.2.2. Exemples de champ de vitesse

Je présente ici quelques exemples de champs de vitesse auxquels on peut/doit s'attendre, en introduisant les notations qui seront utilisées par la suite.

**a. Disque en rotation circulaire**

Considérons un disque infiniment fin incliné d'un angle  $i$  avec la ligne de vue —  $i = 90^\circ$  pour un disque vu par la tranche. Le cercle  $C_R$  de rayon  $R$  du disque est alors vu comme une ellipse  $\mathcal{E}_R$ , dont l'orientation correspond à la direction de la ligne de nœuds<sup>f</sup>, et d'ellipticité  $\epsilon = 1 - q$ ,  $q = \cos i \leq 1$  étant l'aplatissement de l'ellipse, c.-à-d. son rapport d'axe.

Un point  $M$  sur le cercle  $C_R$  peut être repéré par l'angle polaire  $\theta$ , et l'on peut choisir  $\theta = 0 [\pi]$  pour un point situé sur la ligne des nœuds. Pour l'observateur, le même point  $M$  est repéré sur l'ellipse  $\mathcal{E}_R$  par son angle azimutal  $\psi$ , c.-à-d. l'angle entre la ligne des nœuds et ce point, et l'on a :



$$\tan \psi = \cos i \tan \theta. \quad (\text{IV.4})$$

Compte-tenu de cette relation, on peut parler pour  $\theta$  d'angle azimutal déprojeté. Je prendrai soin par la suite de bien distinguer les deux angles  $\theta$  et  $\psi$ , notamment par l'utilisation constante de ces symboles.

Par ailleurs, la distance apparente  $r$  de  $M$  au centre de l'ellipse et le rayon  $R$  du cercle sont reliés par (résultat utilisé dans la note b, p. 89) :

$$\frac{R^2}{r^2} = \cos^2 \psi + \frac{\sin^2 \psi}{\cos^2 i}. \quad (\text{IV.5})$$

Cependant, on note que la quantité  $m^2 = (r \cos \psi)^2 + (r \sin \psi / \cos i)^2 = R^2$  est indépendante du point  $M$  sur  $\mathcal{E}_R$ , puisqu'elle correspond intrinsèquement au rayon du cercle  $C_R$  et apparemment au demi-grand axe de l'ellipse. Par la suite, on désignera  $m$  comme le rayon elliptique de  $\mathcal{E}_R$  : l'ellipse  $\mathcal{E}_R$  est définie comme l'ensemble des points  $M$  tels que  $m(M) = R$ .

Maintenant, si le disque est en pure rotation circulaire, avec un profil radial de vitesse  $V_c(R)$ , la vitesse  $v$  le long de la ligne de vue au point  $M(m, \psi)$  s'écrit :

$$v = V_c(R) \sin i \cos \theta, \quad (\text{IV.6})$$

les angles  $\psi$  et  $\theta$  étant reliés par l'Éq. (IV.4). La répartition des vitesses  $v$  sur le plan du ciel  $(x, y)$  constitue le champ de vitesse.

La Fig. IV.13 présente quelques exemples de champs de vitesse simples prédits pour différents profils des vitesses  $V_c(R)$  typiques (toutes les grandeurs sont ici sans dimension) :

- la rotation solide  $V_c(R) \propto R$  est parfois observée dans les galaxies naines, dont la dynamique est probablement dominée par le halo de matière sombre (p.ex. STIL 1999),
- le rotation constante  $V_c(R) = \text{c}^{\text{te}}$  observée à grande distance dans les galaxies spirales,
- une courbe de rotation typique des galaxies,  $V_c(R) \propto 1 - e^{-R}$ , commençant par une rotation solide à petit rayon et atteignant un plateau à grande distance (p.ex. VAN MOORSEL & WELLS 1985),
- un profil des vitesses  $V_c(R) \propto (1 - e^{-R})/(1 + \sqrt{R})$  décroissant de manière keplerienne à grande distance.

Tous ces champs de vitesse sont effectivement observés dans les galaxies de type tardif (p.ex. MIHALAS & BINNEY 1981).

**b. Champs de vitesse plus complexes**

Comme on l'a vu, la morphologie des champs de vitesse est déjà riche même si l'on se limite au cas très simple d'un disque infiniment fin en rotation purement circulaire. Si l'on considère maintenant les cas réels de disques galactiques en rotation, p.ex. étudiés à partir de la raie à 21 cm de l'hydrogène (p.ex. ROTS 1975, BOSMA 1981, MIHALAS & BINNEY 1981, et références incluses), les champs de

<sup>f</sup> La ligne des nœuds correspond à l'intersection du plan du disque et du plan orthogonal à la ligne de vue, dit *plan du ciel*.

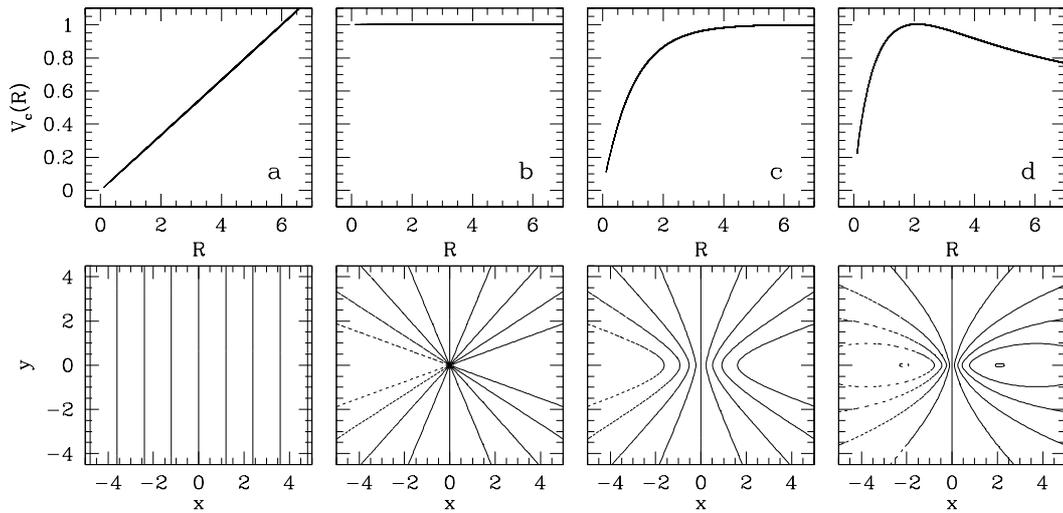


FIG. IV.13 – Exemples de champs de vitesse (en bas) obtenus pour différents profils radiaux  $V_c(R)$  des vitesses (en haut), dans le cas d'un disque infiniment fin en rotation purement circulaire, incliné de  $i = 60^\circ$  (ellipticité apparente de  $\epsilon = 1 - \cos i = 0,5$ ). Cas a : rotation solide,  $V_c(R) \propto R$ , cas b : rotation constante,  $V_c(R) = c^{te}$ , cas c : rotation atteignant un plateau,  $V_c(R) \propto 1 - e^{-R}$ , cas d : rotation à décroissance keplerienne à grand rayon  $V_c(R) \propto (1 - e^{-R})/(1 + \sqrt{R})$ .

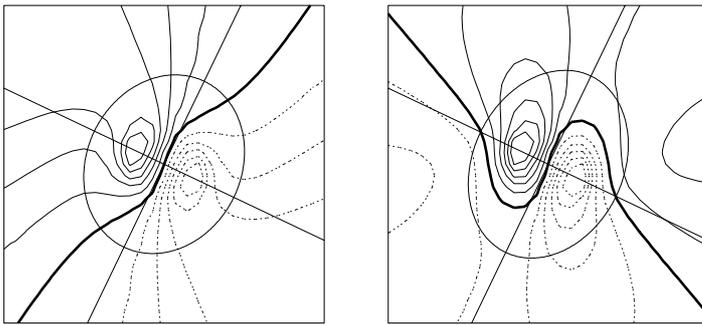


FIG. IV.14: Exemples de champs de vitesse prédits dans le cas de galaxies de Stäckel triaxiales (d'après ARNOLD et al. 1994). Le trait épais correspond à la courbe de vitesse nulle. L'isophote et les axes correspondent à la distribution de densité projetée.

vitesse observés deviennent encore plus complexes, avec l'apparition de distorsions symétriques (p.ex. rotation du grand axe cinématique, non-orthogonalité des deux axes cinématiques principaux) ou asymétriques (p.ex. signature de bras spiraux).

Si l'on abandonne en plus l'hypothèse de géométrie plane, les effets de projection deviennent encore plus importants. La Fig. IV.14 présente des exemples de champs de vitesse prédits par ARNOLD et al. (1994) dans le cas de galaxies triaxiales (voir également STATLER 1991). Noter la complexité accrue par rapport aux champs de la Fig. IV.13 : la courbe de vitesse nulle n'est pas une droite, et n'est *a fortiori* pas alignée avec les axes principaux de la galaxie. À ce propos, de tels exemples justifient à eux seuls la nécessité de la spectrographie intégrale de champ dans l'étude des galaxies elliptiques : où doit-on placer la fente longue pour correctement aborder ces galaxies ?

Toutefois, ces champs sont théoriques, et correspondent à des modèles galactiques dont on sait qu'ils peuvent ne pas être très représentatifs des galaxies réelles. Finalement, pour appréhender la diversité des champs de vitesse des galaxies de type précoce, il suffit de regarder les quelques cartes SAURON présentées au § 2.1.3.. Si l'on met de côté le cas de NGC 4550, dont on sait que le champ de vitesse très particulier est dû à la description insuffisante du profil des vitesses par une simple gaussienne, les différences entre les cartes de NGC 3377, NGC 3379 et NGC 2549 sont flagrantes. Il est cependant probable que les effets de projection jouent là un rôle important, et une méthode efficace d'analyse des champs de vitesse doit être capable de quantifier leur diversité intrinsèque.

### 2.2.3. Méthodes d'analyse déjà envisagées

#### a. Géométrie plane

Dans le cas d'une galaxie à disque, ayant une géométrie (quasi)-plane et une rotation (quasi)-circulaire, la méthode couramment utilisée est celle des *tilted rings*, c.-à-d. des anneaux inclinés (voir p.ex. BOSMA 1981 pour un exemple d'application, et VAN MOORSEL & WELLS 1985 pour une discussion critique), qui utilise les propriétés décrites au § 2.2.2.a. Elle repose sur l'ajustement simultané, dans une certaine gamme de rayon intrinsèque  $R$ , du profil radial des vitesses  $V_c(R)$  et de la position par rapport à la ligne de vue de l'anneau circulaire de rayon  $R$ .

Cette démarche est *a priori* limitée au cas d'un disque axisymétrique, avec une loi de rotation purement circulaire. Elle peut cependant être généralisée pour étudier les écarts *faibles* à l'axisymétrie en développant la répartition de vitesse  $V_R(\theta)$  sur chaque anneau en série de Fourier (FRANX *et al.* 1994, SCHOENMAKERS *et al.* 1997). On peut alors montrer que les coefficients de la série sont directement reliés aux paramètres géométriques du potentiel gravitationnel dans lequel évolue le disque. FRANX *et al.* (1994) montrent ainsi que le halo de la galaxie IC 2006 est très probablement axisymétrique. Malheureusement, dans le cas général, les termes du développement en série de Fourier (DSF) dépendent également des angles sous lesquels est vu le halo ; or ces angles ne sont pas connus *a priori* (SCHOENMAKERS *et al.* 1997).

#### b. Cas général

Comme je l'ai déjà précisé, les méthodes d'analyse des champs de vitesse des galaxies elliptiques sont rares, et leur développement a été grandement limité par l'absence de données. Je réfère au triptyque de STATLER (1994*a*, 1994, 1994*b*) pour une discussion approfondie de ce problème dans le cadre de la détermination de la géométrie intrinsèque des galaxies elliptiques.

À ce jour, la plupart des approches pratiques se sont limitées à l'extraction de quantités caractérisant le champ de vitesse à partir des observations le long de quelques axes plus ou moins privilégiés obtenues par la spectrographie à fente longue. FRANX *et al.* (1991) définissent ainsi l'angle de décalage cinématique (« *kinematic misalignment angle* »)  $\Psi \hat{=} \tan^{-1}(V_{\min}/V_{\text{maj}})$ , où  $V_{\min}$  (resp.  $V_{\text{maj}}$ ) correspond à une vitesse caractéristique — p.ex. le maximum — mesurée sur le petit (resp. grand) axe photométrique. Ce paramètre donne une estimation de l'angle entre la courbe d'isovitesse nulle et le petit axe photométrique apparent, et donc une orientation grossière du champ de vitesse par rapport à la distribution de lumière. STATLER & FRY (1994) généralisent ces travaux en introduisant trois grandeurs cinématiques *ad hoc*  $V_1, V_2, V_3$  à partir des observations fente longue le long de 4 axes photométriques (grand axe, petit axes et axes à  $\pm 45$  deg). Ces paramètres complexes, censés contenir la « substantifique moelle » du champ de vitesse, associés à l'ellipticité apparente  $\epsilon$ , doivent permettre de donner un aperçu de la géométrie intrinsèque de la galaxie observée.

Les approches vraiment bidimensionnelles des cartes de vitesse sont encore plus rares. STATLER (1991), après avoir étudié les propriétés cinématiques de certains systèmes théoriques triaxiaux, propose une classification des champs de vitesse à deux paramètres, selon leurs comportements au centre et à plus grand rayon. SCHOENMAKERS *et al.* (1997) ont formalisé cette approche, en définissant deux grandeurs observables :

- l'angle  $\zeta$  entre les tangentes à la courbe de vitesse nulle calculées à grand rayon d'une part et au centre d'autre part ;
- un paramètre  $\eta$  relié à la morphologie du champ de vitesse au delà du rayon effectif.

Malheureusement, même si  $\zeta$  et  $\eta$  requièrent effectivement la connaissance de l'intégralité du champ de vitesse pour être mesurées, ces grandeurs ne caractérisent en fait qu'une fraction relativement faible de la cinématique observée, qui ne peut certainement pas se limiter à une modélisation à deux paramètres. Par ailleurs, s'appuyer sur la courbe de vitesse nulle est probablement risqué en pratique, car la morphologie de cette courbe est très dépendante de la vitesse systémique choisie pour la galaxie, et cette même vitesse systémique est difficile à mesurer sans ambiguïté.

La seule approche vraiment satisfaisante, pouvant tirer pleinement profit de l'ensemble de l'information disponible dans un champ de vitesse fourni par un spectrographe intégral de champ, est la modélisation en somme de gaussiennes proposée par MONNET *et al.* (1992). Cependant, si cette

méthode fournit bien une représentation semi-analytique du champ de vitesse global, elle ne permet pas son étude locale, p.ex. en fonction du rayon.

## 2.2.4. Une nouvelle caractérisation du champ de vitesse

### a. Courbes isovitesses

L'idée la plus intuitive pour modéliser le champ de vitesse est de traiter individuellement chacune de ses courbes isovitesses, de la même façon que l'analyse de la photométrie passe par une étude des courbes isophotes. Puisque les isophotes des galaxies elliptiques s'approximent bien par des ellipses, l'ajustement des isovitesses par des hyperboles ou paraboles pourrait sembler une approche raisonnable. Cependant, deux problèmes majeurs se posent alors :

- si ces fonctions semblent effectivement bien adaptées dans le cas d'un disque dont la courbe de rotation atteint un plateau (p.ex. cas *c* de la Fig. IV.13), elles ne permettent pas de traiter le cas pourtant courant des isovitesses se refermant sur elles-mêmes (p.ex. cas *d* de la Fig. IV.13), correspondant, toujours dans le cas d'un disque, à un maximum local dans le profil radial des vitesses ;
- dans le cas où les courbes isovitesses sont effectivement approximables par une hyperbole, l'ajustement fait intervenir les propriétés du champ de vitesse à toute les distances au delà d'une distance minimale. Cette « délocalisation » de l'ajustement ne laisse rien présager de bon pour l'analyse de l'évolution des propriétés avec le rayon.

Cette solution a donc vite été abandonnée, au profit de la méthode suivante.

### b. Développement en série de Fourier du profil azimuthal des vitesses

Les expressions du § 2.2.1. ont été obtenues dans le cas d'un disque fin incliné, c.-à-d. dans le cas où les ellipses observées dans le plan du ciel sont dues à un effet de projection simple. Mais elles peuvent se généraliser formellement à tous les cas où l'on observe effectivement une ellipse dans le plan du ciel, quelque soit son origine, l'aplatissement  $q$  de l'ellipse jouant le rôle de l'inclinaison  $i$  via la relation  $q = \cos i$ . Ainsi, dans le cas des galaxies elliptiques, on constate que les isophotes — c.-à-d. le lieu dans le plan du ciel des points de même intensité lumineuse — sont très bien approximées par des ellipses (d'où le nom de ces galaxie...).

La caractérisation proposée consiste donc à généraliser les méthodes développées dans le cas d'un disque fin, où les ellipses résultent d'un phénomène de projection, au cas où les ellipses existent en tant que telles, et en particulier l'application du DSF, tel qu'utilisé par SCHOENMAKERS *et al.* (1997). Cette caractérisation s'effectue en deux temps :

1. modélisation elliptique des isophotes,
2. DSF du profil azimuthal des vitesses (PAV) sur l'anneau elliptique précédemment déterminé.

La modélisation des isophotes apparentes par une ellipse est une pratique courante dans l'étude photométrique des galaxies elliptiques (p.ex. MIHALAS & BINNEY 1981). Pour chaque intensité lumineuse  $I_0$ , la procédure retourne les caractéristiques de l'ellipse ajustant au mieux l'isophote correspondante, à savoir son orientation  $\alpha(I_0)$  (« Position Angle ») par rapport à une direction fixée, son demi-grand axe  $a(I_0)$  et son ellipticité  $\epsilon(I_0) = 1 - q$ ,  $q = b/a$  étant son aplatissement, c.-à-d. son rapport d'axes. On suppose que toutes les ellipses ainsi obtenues partagent le même centre  $(x_0, y_0)$ , ajusté une fois pour toute par ailleurs. Puisque l'intensité lumineuse est très généralement une fonction strictement décroissante du rayon, la relation  $a(I_0)$  peut être inversée, et l'on exprime plutôt l'évolution des ellipses en fonction du rayon elliptique<sup>g</sup>  $m \equiv a$  (voir § a.). À l'issue de cette procédure, on dispose donc des quantités  $I(m)$ ,  $\alpha(m)$  et  $\epsilon(m)$  dans la gamme des  $m$  accessibles.

Considérons maintenant l'ellipse précédemment ajustée au rayon  $m$ . Comme défini auparavant, on repère un point de cette ellipse par son angle azimuthal  $\psi$ , nul le long du grand axe apparent de l'ellipse, c.-à-d. en  $\alpha(m)$  (dans le cas de la géométrie plane, ce grand axe correspond à la ligne des nœuds). À cet angle  $\psi$  peut être associé l'angle azimuthal déprojeté  $\theta$ , obtenu selon la relation analogue

<sup>g</sup> Par la suite, puisque l'on ne considère plus que des ellipses, le terme « rayon » désignera en fait le rayon elliptique.

à l'Éq. (IV.4) :  $\tan \psi = q \tan \theta$ . On dispose ainsi de coordonnées elliptiques « déprojetées » (dans le cas où l'on considère effectivement une géométrie plane)  $(m, \theta)$  permettant de repérer tout point du champ observé. En particulier, on peut exprimer le champ de vitesse  $V(x, y)$  dans ces coordonnées, et ainsi réaliser le DSF du PAV  $V(m, \theta)$  sur chaque ellipse  $m$ , en écrivant :

$$V(m, \theta) = a_0(m) + \sum_{i=1}^N c_i(m) \cos[i\theta + \phi_i(m)]. \quad (\text{IV.7})$$

Le coefficient  $a_0(m)$  correspond à la « vitesse systémique » de l'ellipse, et  $c_i(m), \phi_i(m)$  pour  $i = 1 \dots N$  désignent les coefficients du DSF au rayon  $m$ . Ces coefficients sont définis par les relations classiques suivantes (pour  $m$  donné) :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \oint V(m, \theta) d\theta \\ \text{et, pour } i \geq 1, \quad c_i &= \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad \tan \phi_i = \frac{-b_i}{a_i}, \\ \text{avec } a_i &= \frac{1}{\pi} \oint V(m, \theta) \cos i\theta d\theta, \quad b_i = \frac{1}{\pi} \oint V(m, \theta) \sin i\theta d\theta. \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Ces relations ne sont en fait guère applicables en pratique, car elles supposent la connaissance de la fonction continue  $\theta \mapsto V(m, \theta)$  ; or on ne dispose en général de données qu'en un nombre fini de points  $V(m, \theta)_j$ . Il est donc numériquement préférable de déterminer les coefficients  $a_0(m)$ ,  $c_i(m)$  et  $\phi_i(m)$  à l'aide d'un ajustement des moindres carrés entre les données  $V(m, \theta)_j$  et le modèle  $a_0(m) + \sum_{i=1}^N c_i(m) \cos[i\theta + \phi_i(m)]$ . Par ailleurs, le DSF du PAV demande une quantité minimale de points sur l'anneau, qui n'est pas atteinte si ce dernier est strictement limité à l'ellipse de rayon  $m$ . Dans l'étude de l'anneau  $m_0$ , il faut donc « élargir » l'ellipse en prenant en compte dans l'ajustement tous les points  $V(m, \theta)_j$  satisfaisant le critère de proximité  $\|m - m_0\| \leq \delta m/2$ .

À l'issue de cette procédure, on dispose donc, outre les paramètres  $I(m)$ ,  $\alpha(m)$  et  $\epsilon(m)$  de la modélisation en ellipse de la photométrie, du coefficient  $a_0(m)$ , des amplitudes  $c_i(m)$  et des phases  $\phi_i(m)$  pour  $i = 1 \dots N$  du DSF du champ de vitesse sur un nombre fini d'anneaux de rayon  $m$  et de largeur  $\delta m$ .

Les erreurs  $\delta a_0$ ,  $\delta c_i$  et  $\delta \phi_i$  associées à la détermination des coefficients du développement ont deux origines :  $a$  – une origine interne liée à la façon de calculer ces paramètres, en l'occurrence un ajustement des moindres carrés,  $b$  – une origine externe associée à la méconnaissance de grandeurs utilisées dans le calcul, dans notre cas les erreurs sur la position du point de référence  $m = 0$ , sur l'angle de référence  $\alpha(m)$  et sur l'ellipticité  $\epsilon(m)$ . L'expression des erreurs externes est donnée par SCHOENMAKERS *et al.* (1997) ; elles n'interviennent qu'aux premier et second ordres, et sont strictement nulles pour  $i \geq 3$ .

### c. Discussion

La méthode découle volontairement d'une démarche purement *empirique* : comment réduire les cartes de vitesses d'une jolie image à quelques chiffres caractéristiques ? Puisque les propriétés du champ de vitesse évoluent souvent avec le rayon (signature de disque, rotation du grand axe cinématique, etc.), il paraît logique d'utiliser une méthode faisant appel à une analyse « séquentielle », c.-à-d. basée sur l'étude d'une quantité variant naturellement dans le champ considéré.

Dans ce cadre, et puisque l'utilisation des isovitesses ne s'est pas avérée fructueuse, l'emploi des isophotes — ou plus précisément de leur approximation elliptique — dans la construction des PAV a plusieurs avantages :

- cela permet de regrouper naturellement les vitesses correspondant à une même intensité lumineuse sur le ciel, ce qui évite l'utilisation d'une quelconque pondération dans le calcul du DSF ;
- dans le cas limite où le champ observé provient effectivement d'un disque fin, la modélisation correspond formellement à l'extension de la méthode des anneaux inclinés ;

- l’approximation elliptique des isophotes est naturelle dans le cas des galaxies elliptiques, et permet de définir de façon précise un angle azimutal  $\theta$  ;
- l’écart des isophotes à l’ellipse est généralement très faible, avec  $\|a_4/a\| \lesssim 2\%$  (p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998), ce qui justifie *a priori* qu’ils ne soient pas utilisés dans la construction des PAV (mais cela reste à vérifier lors d’études futures).

En revanche, l’utilisation des isophotes, et l’hypothèse de leur ellipticité, ne permet pas l’application de la méthode à l’étude de champs de vitesse gazeux (p.ex. Fig. IV.12).

Le champ de vitesse d’une galaxie triaxiale n’a aucune raison de présenter des symétries axiales (p.ex. STATLER 1987), et l’absence de telles symétries est d’ailleurs une signature forte de triaxialité<sup>h</sup>. En revanche, il existe toujours — dans le cas de cette géométrie — une symétrie centrale, de sorte que  $V(-x, -y) = -V(x, y)$ . Si le point de symétrie est effectivement le point de référence  $m = 0$  utilisé pour l’expansion, on a donc  $V(m, \theta + \pi) = -V(m, \theta)$ , ce qui revient à dire que les coefficients d’ordre pairs de l’expansion (IV.7) sont identiquement nuls pour une galaxie triaxiale :  $c_{2n} \equiv 0$ , et les phases associées sont indéterminées. La non-nullité des coefficients pairs suggère soit une erreur dans la détermination de la modélisation elliptique des isophotes — centre  $(x_0, y_0)$ , orientation, ellipticité — soit une réelle asymétrie du champ de vitesse de la galaxie.

D’un point de vue pratique, il est important de noter que la nécessité d’une modélisation photométrique préalable au DSF des PAV ne pose aucun problème dans le cas de l’utilisation d’un spectrographe intégral de champ. En effet, contrairement aux spectrographes à fente longue, ce genre d’instrument dispose d’une capacité d’imagerie (Fig. IV.9), ce qui permet d’obtenir l’information photométrique nécessaire à l’ajustement des ellipses *exactement dans les mêmes conditions* (en particulier avec la même résolution spatiale) que les données cinématiques.

#### d. Tests et applications

En guise de test, on applique la procédure décrite précédemment à l’étude des champs de vitesse SAURON de NGC 2549, NGC 3377 et NGC 3379 (voir Fig. IV.9 et IV.10). Ces trois champs de vitesse ont des morphologies très différentes : présence d’un disque très marqué dans le cas de NGC 2549, forme « triangulaire » pour NGC 3379, rotation du grand axe cinématique et rotation sur le petit axe photométrique — signatures de triaxialité — pour NGC 3377. Dans le même temps, ces trois galaxies sont photométriquement très distinctes, avec des aplatissements moyens de  $q_{2549} \simeq 0,3$ ,  $q_{2549} \simeq 0,5$  et  $q_{3379} \simeq 0,9$ , ce qui suggère que les écarts observés dans les champs de vitesse sont probablement dus à des effets de projection. Ces trois galaxies devraient donc permettre de voir si la méthode proposée est efficace pour mettre en évidence des champs de vitesse intrinsèquement distincts.

Quelques mots de prudence pour commencer. Dans cette phase de test, on ajuste *simultanément* toutes les isophotes de la galaxie, et l’on ne considère par la suite que le DSF sur l’ellipse moyenne, ce qui revient à considérer que  $\alpha(m) = \alpha_0 = c^{\text{te}}$ ,  $\epsilon(m) = \epsilon_0 = c^{\text{te}}$ . Par ailleurs, la procédure de calcul des coefficients de Fourier n’est pas encore optimisée, et ne permet pas en particulier de déterminer les coefficients d’ordre élevé du DSF. Les résultats présentés ici ne doivent donc être considérés que comme des « preuves de principe ».

**Profil azimutal intégré.** Dans un premier temps (Fig. IV.15), on trace la vitesse radiale en fonction de l’angle azimutal  $\theta$ , pour tous les rayons couverts par les observations. Afin de mettre en évidence la similitude des profils outre la différence d’amplitudes, les vitesses sont normalisées par le coefficient  $c_1$  de l’ordre 1 du DSF. Il est surprenant de constater à quel point les profils de ces trois galaxies sont similaires, malgré les différences observées dans les champs de vitesse, ce qui prouve que les écarts observés sont *principalement* le reflet de la différence d’aplatissement, et non d’une différence intrinsèque dans la cinématique.

**Profil azimutal et développement en série de Fourier.** La Fig. IV.16 présente le DSF d’ordre 4 appliqué à l’anneau de rayon  $m = 8$  arcsec et de largeur  $\delta m = 2$  arcsec pour le champ de vitesse de

<sup>h</sup> La réciproque est fautive : la répartition lumineuse ou le champ de vitesse d’une galaxie triaxiale peut être parfaitement bisymétrique.

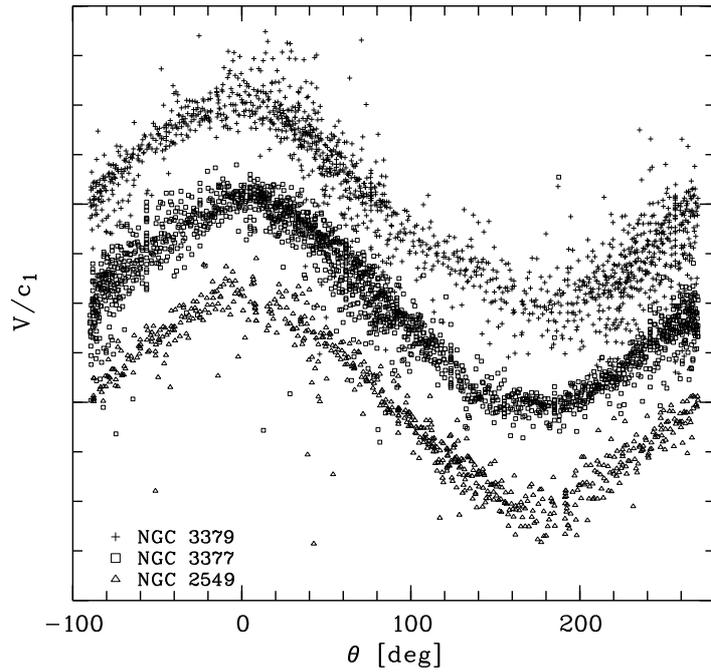


FIG. IV.15: Profils azimuthaux intégrés des vitesses de NGC 3379 (en haut), NGC 3377 (au centre) et NGC 2549 (en bas), renormalisés par le coefficient  $c_1$  du DSF (les profils sont artificiellement décalés les uns des autres pour plus de lisibilité). Noter la très grande similitude des profils entre ces trois galaxies, malgré l'aspect très différent des champs de vitesse.

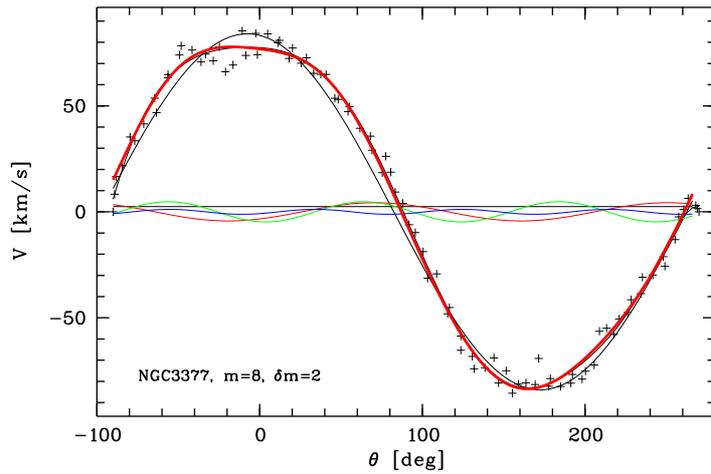


FIG. IV.16: Décomposition en série de Fourier d'ordre 4 du PAV, pour l'anneau  $m = 8''$ ,  $\delta m = 2''$  de NGC 3377 (croix : données, traits fins : éléments de la décomposition, trait épais : série de Fourier d'ordre 4).

NGC 3377. Cet anneau contient 88 points de mesure, et les coefficients de Fourier obtenus sont :

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 2,5 \text{ km.s}^{-1} \\
 c_1 &= 84,0 \text{ km.s}^{-1}, \quad \phi_1 = 6,6^\circ, & c_2 &= 4,3 \text{ km.s}^{-1}, \quad \phi_2 = -143,6^\circ \\
 c_3 &= 4,8 \text{ km.s}^{-1}, \quad \phi_3 = 165,3^\circ, & c_4 &= 1,2 \text{ km.s}^{-1}, \quad \phi_4 = -141,2^\circ
 \end{aligned}$$

Comme on le voit, le terme principal est très nettement  $c_1$ . Cependant, contrairement au cas de SCHOENMAKERS *et al.* (1997), les coefficients d'ordre supérieur ne sont pas nécessairement négligeables devant le coefficient  $c_1$ . Alors que ces auteurs, qui étudient des petites déviations des disques de spirales à l'axisymétrie, observent typiquement  $c_{i>1}/c_1 \lesssim 1\%$ , nous avons dans le cas présent  $c_3/c_1 \sim 6\%$ . Cette différence notable est due au caractère fondamentalement différent des deux approches (voir § 2.2.5.).

**Profils radiaux.** En répétant l'ajustement précédent à tous les rayons, on obtient le profil radial des différents coefficients de Fourier (Fig. IV.17). Ces profils appellent quelques commentaires :

- L'évolution continue de la vitesse systématique  $a_0$  est surprenante : est-elle réelle, ou est-elle

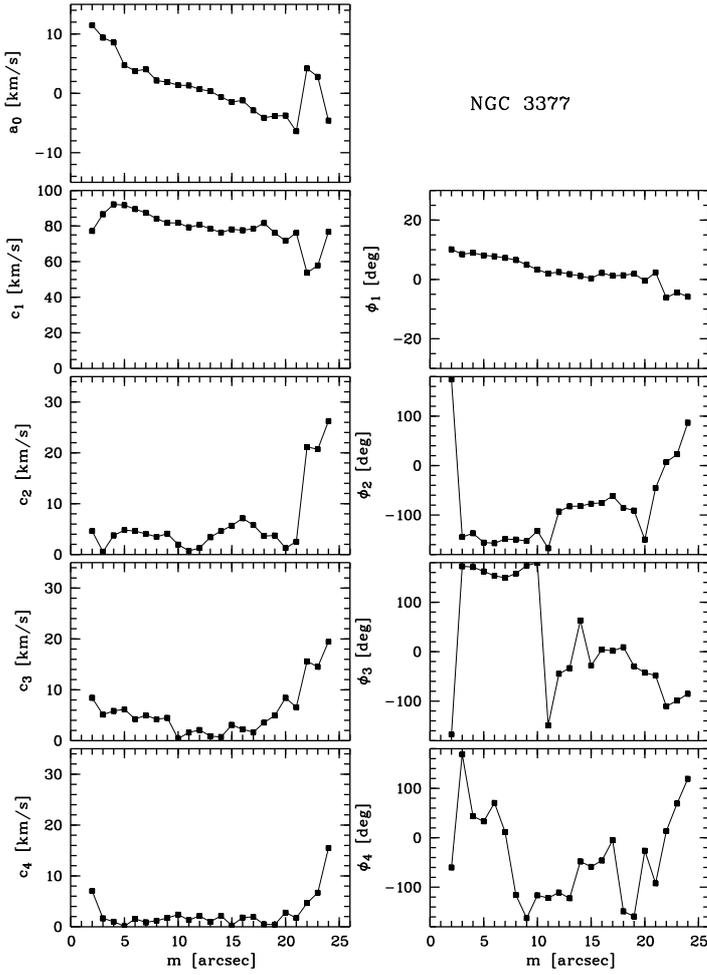


FIG. IV.17: Profil radial des coefficients de Fourier ( $a_0, c_i, \phi_i, i = 1, 4$ ) pour la galaxie NGC 3377.

simplement due à une mauvaise détermination des paramètres de l'ellipse isophote? Une étude plus approfondie est nécessaire.

- Le profil de  $c_1$  pourrait être qualifié de « courbe de rotation moyenne » de la galaxie, en référence au cas limite du disque. Il est très similaire à la courbe de rotation obtenue uniquement le long du grand axe (Fig. V.10, p. 135).
- La phase  $\phi_1$  subit une rotation de  $\sim 15^\circ$  entre le centre et les parties externes de la galaxie, associée à la rotation effectivement observée du grand axe cinématique.
- La croissance progressive du coefficient  $c_3$  dans les parties externes ( $m \gtrsim 15''$ ) est probablement due à la présence d'un disque, que l'on sait être là par ailleurs (voir p.ex. § 2.1.3. et § 2.1.5.).

La détermination des coefficients du DSF devient difficile à la fois à petit et à grand rayon : pour  $m$  trop petit, on ne dispose pas d'assez de points sur chaque anneau pour réaliser un DSF fiable ; pour  $m$  trop grand, l'analyse est affectée par le fait que des portions importantes de l'anneau étudié sortent du champ observé, et que le PAV n'est donc plus correctement échantillonné.

**Champ de vitesse reconstruit.** Une fois le DSF d'ordre  $N$  effectué à tous les rayons  $m$ , on peut reconstruire, à partir de l'Éq. (IV.7) et de la connaissance des paramètres de modélisation photométrique le champ de vitesse d'ordre  $N$  correspondant strictement aux coefficients de Fourier calculés. La Fig. IV.18 présente la carte des vitesses d'ordre 3 reconstruite à partir des profils de la Fig. IV.17. La partie la plus centrale du champ de vitesse ne pouvant être analysée selon la méthode décrite, les vitesses sont reconstruites à partir d'une simple interpolation linéaire entre  $m = 0$  et le premier anneau analysé.

On dispose ici d'un moyen puissant pour reconstruire des champs réalistes correspondant à une

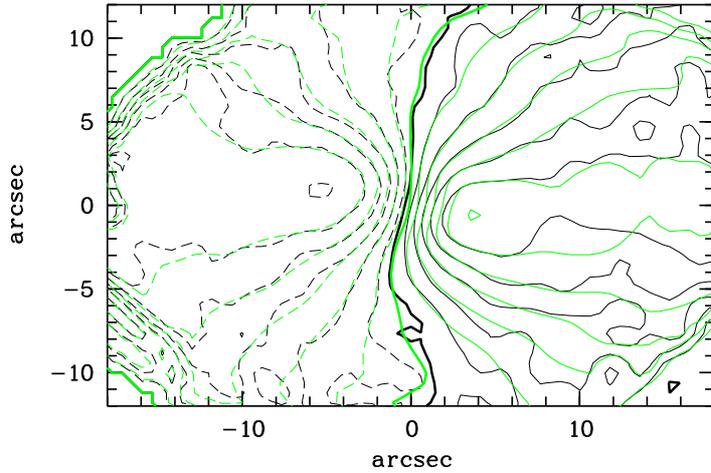


FIG. IV.18: Champs de vitesse observé (traits sombres) et reconstruit (traits clairs) à partir du profil radial des coefficients de Fourier de NGC 3377 (isocontours de  $-100$  à  $0 \text{ km.s}^{-1}$  (tirets),  $0 \text{ km.s}^{-1}$  (traits gras) et de  $0$  à  $100 \text{ km.s}^{-1}$  (traits pleins), pas de  $15 \text{ km.s}^{-1}$ ). La reconstruction s'est faite sur la base d'un développement à l'ordre 3. Les 4 secondes d'arc centrales du champ de vitesse n'ont pas été analysées, et les vitesses ont été estimées par une simple interpolation linéaire.

TAB. IV.5 – Coefficients de Fourier intégrés, calculés dans l'anneau  $6'' \leq m \leq 18''$ , pour les galaxies NGC 3379, NGC 3377 et NGC 2549.

Galaxie	Ordre 1		Ordre 2		Ordre 3		Ordre 4	
	$c_1$ [ $\text{km.s}^{-1}$ ]	$\phi_1$	$c_2/c_1$ [%]	$\phi_2$	$c_3/c_1$ [%]	$\phi_3$	$c_4/c_1$ [%]	$\phi_4$
NGC 3379	44,2	$6^\circ$	4,1	$27^\circ$	5,4	$-42^\circ$	1,2	$-157^\circ$
NGC 3377	80,0	$2^\circ$	4,4	$-86^\circ$	0,2	$14^\circ$	1,5	$-89^\circ$
NGC 2549	102,1	$3^\circ$	2,3	$-106^\circ$	5,6	$24^\circ$	1,6	$-115^\circ$

galaxie, p.ex. le champ de vitesse axisymétrique le plus proche — dans un certain sens — des observations, en éliminant tous les termes pairs du DSF et en imposant une phase commune à tous les ordres impairs.

**Profils radiaux comparés.** La Fig. IV.19 compare les profils des coefficients de Fourier des galaxies NGC 2549, NGC 3377 et NGC 3379. Cette comparaison semble mettre en évidence le rôle essentiel que joue le coefficient  $c_3$  dans l'analyse du champ de vitesse des galaxies. C'est en effet dans le profil radial de la quantité  $c_3/c_1$  que les trois galaxies se distinguent le plus :

- dans le cas de NGC 3379, on observe que  $c_3/c_1 \simeq 6\%$ , avec cependant quelques écarts peut-être significatifs ;
- pour NGC 3377, cette quantité, initialement à  $\sim 7\%$ , devient très faible dans le domaine  $10'' \lesssim m \lesssim 20''$ , puis croît fortement dans les zones externes, où elle dépasse  $20\%$  (mais cette évolution est probablement très affectée par les erreurs de mesure à grand  $m$ ) ;
- enfin, dans le cas de NGC 2549,  $c_3/c_1$  croît significativement jusqu'à une valeur de  $10\%$  à  $m = 15''$ , où il chute brutalement à moins de  $2\%$ . Cette distance correspond effectivement à la fin de la structure en disque visible dans le champ de vitesse de la Fig. IV.10.

**Coefficients intégrés.** Si l'on doit résumer l'ensemble du champ de vitesse de chacune des galaxies par quelques chiffres significatifs, on peut calculer les coefficients de Fourier intégrés sur un anneau très large, englobant la majeure partie des données cinématiques accessibles (Table IV.5). Cependant, compte-tenu de la forte similitude entre les différents PAV, ces paramètres ne permettent pas de discriminer les différents cas, tout du moins au niveau de détail considéré dans cette étude de faisabilité.

## 2.2.5. Conclusions et perspectives

J'ai présenté une nouvelle caractérisation pratique des champs de vitesse 2D des galaxies de type précoce, couramment obtenus par les spectrographes intégraux de champ. Elle consiste en une généralisation des méthodes employées dans l'analyse des champs de vitesse des galaxies à disque, et

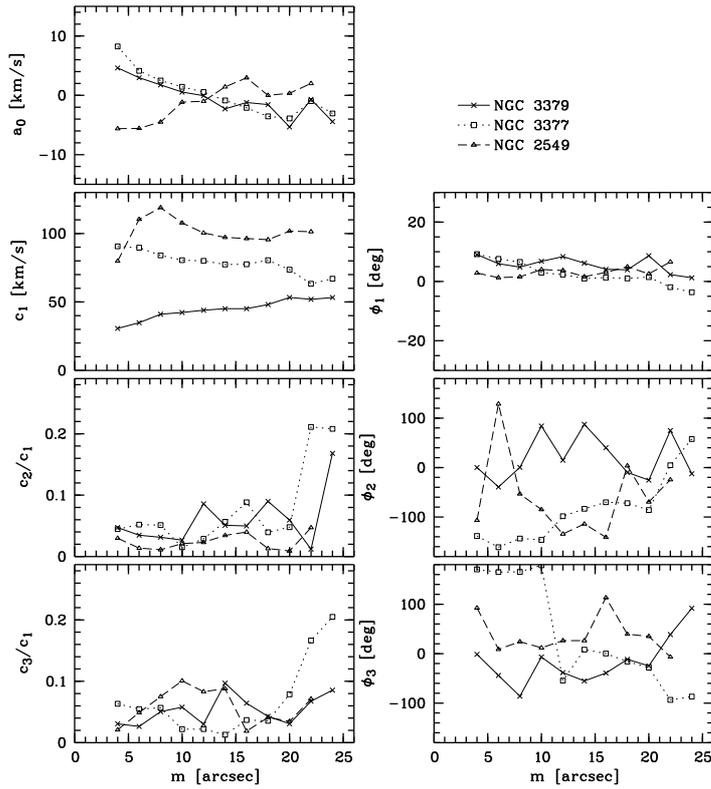


FIG. IV.19: Môme chose que Fig. IV.17, pour les galaxies NGC 3379 (croix), NGC 3377 (carrés) et NGC 2549 (triangles).

inclut en particulier le développement en série de Fourier du PAV, telle qu'utilisé par SCHOENMAKERS *et al.* (1997).

Même si la méthode introduite est bien définie dans ses modalités d'application, les applications présentées ne sont encore que tout à fait préliminaires. De nombreux tests sur des données artificielles et réelles devront encore être conduits pour valider non seulement les résultats, mais également la démarche, et répondre à des questions du type : Comment le DSF réagit-il à une erreur dans l'ajustement elliptique des isophotes ? Comment redéfinir les grandeurs cinématiques classiques — grand axe cinématique, courbe de vitesse nulle — à partir des coefficients de Fourier obtenus ? Quels sont les coefficients vraiment pertinents, et que traduisent-ils ?

Il est important de réaliser que, dans le cas général, et contrairement à l'approche de FRANX *et al.* (1994) et SCHOENMAKERS *et al.* (1997), la modélisation proposée n'a pas de justification physique. On ne peut pas *a priori* lier les coefficients du DSF à des grandeurs pertinentes telles que triaxialité du halo, degré d'anisotropie de la galaxie, etc. La modélisation proposée ne doit être vue que comme un outil pratique *ad hoc*.

En ce sens, les coefficients  $c_i$  sont similaires aux coefficients  $a_i$  quantifiant la déviation des isophotes par rapport à l'ellipse (p.ex. GERHARD 1994). Or, l'expérience montre que, même si ces paramètres du second ordre n'ont effectivement pas de signification physique propre, ils permettent de mettre en place de nouvelles corrélations tout à fait intéressantes (p.ex. KORMENDY & DJORGOVSKI 1989, et références incluses). On constate p.ex. que les galaxies « *disky* » — pour lesquelles  $a_4 > 0$  — sont plutôt supportées par la rotation, avec  $(v/\sigma)^* \sim 1$  (p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998), et que les galaxies « *boxy* » — définies par  $a_4 < 0$  — sont anisotropes, avec  $(v/\sigma)^* \ll 1$ . Cette interprétation est confirmée par la corrélation également observée entre  $a_4/a$  et l'angle de décalage cinématique  $\Psi$  déjà évoqué.

D'autres corrélations encore moins intuitives, p.ex. entre  $a_4/a$  et les luminosités X et radio (BENDER *et al.* 1989), laissent présager que ce paramètre discrimine de manière très efficace des galaxies aux propriétés fondamentalement différentes. Cela a conduit KORMENDY & BENDER (1996) à proposer une révision de la séquence classique E0–E6 de Hubble, que l'on sait être plus sensible à l'inclinaison

des galaxies qu'à leurs propriétés intrinsèques. Puisque le coefficient  $a_4$  est fortement corrélé à des grandeurs physiques fondamentales, ces auteurs suggèrent de fonder la nouvelle classification sur la forme des isophotes, telle que mesurée par  $a_4$ , et non plus sur l'aplatissement apparent. Il n'est cependant pas encore clair si les deux classes *boxy* et *disky* sont le prolongement l'une de l'autre ou si elles constituent deux populations foncièrement différentes.

Il sera intéressant de voir si les coefficients  $c_i$  tels qu'introduits ici peuvent jouer à terme un rôle similaire dans l'étude des galaxies elliptiques. L'avènement progressif de la spectrographie intégrale de champ, seule à pouvoir permettre la mesure de ces paramètres, et en particulier l'observation par SAURON d'un échantillon représentatif de galaxies type précoce, nous le diront.

## Références

- ARNOLD, R., DE ZEEUW, P. T. & HUNTER, C., 1994; *Orbital content and velocity fields of triaxial galaxies*. MNRAS, **271**, 924
- ARRIBAS, S., MEDIAVILLA, E. & WATSON, F. (réds.), 1998; *Fiber Optics in Astronomy III*, tm. 152 de *ASP Conference Series*
- BACON, R., EMSELLEM, E., COMBES, F., COPIN, Y., MONNET, G. & MARTIN, P., 2000; *OASIS Observations of the M31 Double Nucleus*. A&A. In preparation
- BACON, R., EMSELLEM, E., MONNET, G. & NIETO, J. L., 1994; *Sub-arcsecond 2D photometry and spectrography of the nucleus of M31: The supermassive black hole revisited*. A&A, **281**, 691
- BENDER, R., 1990; *Unraveling the kinematics of early-type galaxies – Presentation of a new method and its application to NGC 4621*. A&A, **229**, 441
- BENDER, R., SURMA, P., DOEBEREINER, S., MOELLEHOF, C. & MADEJSKY, R., 1989; *Isophote shapes of elliptical galaxies. II – Correlations with global optical, radio and X-ray properties*. A&A, **217**, 35
- BINNEY, J. & MERRIFIELD, M., 1998; *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press
- BOSMA, A., 1981; *21-cm line studies of spiral galaxies. I – Observations of the galaxies NGC 5033, 3198, 5055, 2841 and 7331*. AJ, **86** (12), 1791
- VAN BREUYEL, W. & BLAND-HAWTHORN, J. (réds.), 2000; *Imaging the Universe in Three Dimensions: Astrophysics with Advanced Multi-Wavelength Imaging Devices*, ASP Conference Series
- COPIN, Y., BACON, R., EMSELLEM, E., BUREAU, M., MILLER, B. W., VEROLME, E., DE ZEEUW, P. T., DAVIES, R., PELETIER, R. F., CAROLLO, M. C. & MONNET, G., 2000; *SAURON: First Results from Wide-field 3D-Spectroscopy of Galaxies*. Dans *Dynamics of Galaxies: from the Early Universe to the Present*, 15th IAP meeting held in Paris, France, July 9-13, 1999, F. Combes, G. A. Mamon & V. Charmandaris, réds., tm. 197 de *ASP Conference Series*
- DRESSLER, A. & RICHSTONE, D. O., 1988; *Stellar dynamics in the nuclei of M31 and M32 – Evidence for massive black holes?* ApJ, **324**, 701
- EMSELLEM, E. & COMBES, F., 1997; *N-body simulations of the nucleus of M31*. A&A, **323**, 674
- EMSELLEM, E., MONNET, G. & BACON, R., 1994; *The multi-gaussian expansion method: a tool for building realistic photometric and kinematical models of stellar systems I. The formalism*. A&A, **285**, 723. MGE94
- EVANS, N. W. & COLLETT, J. L., 1994; *Separatrix crossing and the enigma of NGC 4550*. ApJ, **420**, L67
- FRANX, M., ILLINGWORTH, G. & DE ZEEUW, T., 1991; *The ordered nature of elliptical galaxies - Implications for their intrinsic angular momenta and shapes*. ApJ, **383**, 112
- FRANX, M., VAN GORKOM, J. H. & DE ZEEUW, T., 1994; *Evidence for axisymmetric halos: The case of IC 2006*. ApJ, **436**, 642
- FREEDMAN, W. L. & MADORE, B. F., 1990; *An empirical test for the metallicity sensitivity of the Cepheid period-luminosity relation*. ApJ, **365**, 186
- GARCIA, M. R., MURRAY, S. S., PRIMINI, F. A., FORMAN, W. R., MCCLINTOCK, J. E. & JONES, C., 2000; *A first look at the nuclear region of M31 with Chandra*. ApJ. Submitted, astro-ph/0003262
- GERHARD, O. E., 1994; *Galactic Dynamics and N-body Simulations*, tm. 433 de *Lecture Notes in Physics*, chap. Elliptical Galaxies. Springer-Verlag, New York, Contopoulos, G. and Spyrou, N. K. and Vlahos, L. édn., pp. 191–274
- JÉSUS GONZÁLEZ, J., 1993; *Line-Strength Gradients and Kinematic Profiles in Elliptical Galaxies*. Thèse de doctorat, University of California
- KING, I. R., STANFORD, S. A. & CRANE, P., 1995; *Far-UV properties of the nuclear region of M31*. AJ, **109**, 164
- KORMENDY, J., 1988; *Evidence for a supermassive black hole in the nucleus of M31*. ApJ, **325**, 128
- KORMENDY, J. & BENDER, R., 1996; *A proposed Revision of the Hubble Sequence for Elliptical Galaxies*. ApJ, **464**, L119
- , 1999; *The Double Nucleus and Central Black Hole of M31*. ApJ, **522**, 772

- KORMENDY, J. & DJORGOVSKI, S., 1989; *Surface Photometry and the Structure of Elliptical Galaxies*. ARA&A, **27**, 235
- KORMENDY, J. & RICHSTONE, D., 1995; *Inward Bound – The Search for Supermassive Black Holes in Galactic Nuclei*. ARA&A, **33**, 581
- LAUER, T. R., FABER, S. M., AJHAR, E. A., GRILLMAIR, C. J. & SCOWEN, P. A., 1998; *M32 ± 1*. AJ, **116**, 2263
- LAUER, T. R., FABER, S. M., GROTH, E. J., SHAYA, E. J., CAMPBELL, B., CODE, A., CURRIE, D. G., BAUM, W. A., EWALD, S. P., HESTER, J. J., HOLTZMAN, J. A., KRISTIAN, J., LIGHT, R. M., LIGYNDS, C. R., O'NEIL, E. J., J. & WESTPHAL, J. A., 1993; *Planetary camera observations of the double nucleus of M31*. AJ, **106**, 1436
- LIGHT, E. S., DANIELSON, R. E. & SCHWARZSCHILD, M., 1974; *The nucleus of M31*. ApJ, **194**, 257
- MERRIFIELD, M. R. & KUIJKEN, K., 1994; *Conterrotating stars in the disk of the Sab galaxy NGC 7217*. ApJ, **432**, 575
- MIHALAS, D. & BINNEY, J., 1981; *Galactic Astronomy – Structure and Kinematics*. W.H. Freeman & Co., New York, 2nd éd.n.
- MONNET, G., BACON, R. & Emsellem, E., 1992; *Modelling the stellar intensity and radial velocity fields in triaxial galaxies by sums of Gaussian functions*. A&A, **253**, 366
- PELETIER, R. F., DAVIES, R. L., ILLINGWORTH, G. D., DAVIS, L. E. & CAWSON, M., 1990; *CCD surface photometry of galaxies with dynamical data. II - UBR photometry of 39 elliptical galaxies*. AJ, **100**, 1091
- RIGAUT, F., SALMON, D., ARSENAULT, R., THOMAS, J., LAI, O., ROUAN, D., VÉRAN, J. P., GIGAN, P., CRAMPTON, D., FLETCHER, J. M., STILBURN, J., BOYER, C. & JAGOUREL, P., 1998; *Performance of the Canada-France-Hawaii Telescope Adaptive Optics Bonnette*. PASP, **110**, 152
- RIX, H. W., FRANX, M., FISHER, D. & ILLINGWORTH, G., 1992; *NGC 4550 – A laboratory for testing galaxy formation*. ApJ, **400**, L5
- ROTS, A. H., 1975; *Distribution and Kinematics of Neutral Hydrogen in the Spiral Galaxy M81. II - Analysis*. A&A, **45**, 43
- RUBIN, V. C., GRAHAM, J. A. & KENNEY, J., 1992; *Cospatial conterrotating stellar disks in the Virgo E7/S0 galaxy NGC 4550*. ApJ, **394**, L9
- SCHOENMAKERS, R. H. M., FRANX, M. & DE ZEEUW, P. T., 1997; *Measuring non-axisymmetry in spiral galaxies*. MNRAS, **292**, 349
- STATLER, T., 1995; *Bringing the cross-correlation method up to date*. AJ, **109**, 1371
- STATLER, T. S., 1987; *Self-consistent models of perfect triaxial galaxies*. ApJ, **321**, 113
- , 1991; *On the velocity fields of elliptical galaxies*. AJ, **102**, 882
- , 1994a; *Uncovering the intrinsic shapes of elliptical galaxies. 1: Theoretical velocity field models*. ApJ, **425**, 458
- , 1994b; *Uncovering the intrinsic shapes of elliptical galaxies. 3: Practical modeling*. ApJ, **425**, 500
- , 1999; *On the Nuclear Rotation Curve of M31*. ApJ, **524**, L87
- STATLER, T. S. & FRY, A. M., 1994; *Uncovering the intrinsic shapes of elliptical galaxies. 2: Approximate kinematic shape indicators*. ApJ, **425**, 481
- STATLER, T. S., KING, I. R., CRANE, P. & JEDRZEJEWSKI, R. I., 1999; *Stellar Kinematics of the Double Nucleus of M31*. AJ, **117**, 894
- STATLER, T. S. & SMECKER-HANE, T., 1999; *The Stellar Kinematic Fields of NGC 3379*. AJ, **117**, 839
- STIL, J., 1999; *Dwarf galaxies: dynamics and star formation*. Thèse de doctorat, University of Leiden
- TREMAINE, S., 1995; *An eccentric-disk model for the nucleus of M31*. AJ, **268** (2), 628
- TSVETANOV, Z. I., PEI, Y. C., FORD, H. C., KRISS, G. A. & HARMS, R. J., 1998; *A Massive Black Hole in the Nucleus of M31*. Dans *American Astronomical Society Meeting*, tm. 193
- VAN DER MAREL, R. P. & FRANX, M., 1993; *A new method for the identification of non-Gaussian line profiles in elliptical galaxies*. ApJ, **407**, 525
- VAN MOORSEL, G. A. & WELLS, D. C., 1985; *Analysis of High-Resolution Velocity Fields – NGC 6503*. AJ, **90** (6), 1038



## Modélisations dynamiques de NGC 3377

**M**ODÉLISER LA DYNAMIQUE D'UNE GALAXIE, c'est chercher à comprendre, dans le cadre d'un modèle physique le plus réaliste possible, les observations que l'on fait concernant la dynamique de cette galaxie, c.-à-d. essentiellement la répartition de lumière dans le plan du ciel (photométrie) et la distribution des vitesses le long d'un certain nombre de lignes de vue (spectroscopie). Évidemment, tous les modèles dynamiques ne sont pas équivalents, à la fois dans leur capacité à correctement ajuster les données observationnelles et dans leur réalisme physique. Pour les distinguer, on parle de modèles « auto-cohérents » s'ils respectent les hypothèses qui ont présidé à leur élaboration. P.ex., un modèle faisant initialement l'hypothèse d'une géométrie sphérique pour aboutir à la description d'une galaxie aplatie n'est certainement pas auto-cohérent ; en revanche, un modèle dans lequel toutes les suppositions qu'il a été nécessaire de faire sont bien vérifiées *a posteriori* est dit auto-cohérent. Ces derniers offrent évidemment une meilleure garantie de réalisme physique, et donc de pertinence.

Ce chapitre aborde donc les techniques de modélisation dynamique des galaxies elliptiques. Après quelques rappels théoriques et une présentation générale des méthodes mises en œuvre (§ 1.), je présente leur application au cas particulier de la galaxie NGC 3377, observée à l'aide des spectrographes intégraux de champ OASIS et SAURON (voir § 2., p. 118).

### 1. Outils de modélisation dynamique

#### 1.1. GÉNÉRALITÉS

Je rappelle dans cette partie quelques notions générales et termes du « jargon » de la dynamique des galaxies qui seront utilisés par la suite, en insistant sur le cas particulier stationnaire axisymétrique. Je réfère évidemment aux textes standards (voir § 4. de l'Introduction générale de ce manuscrit) pour tout complément d'information.

##### 1.1.1. Équation de Boltzmann sans collision

Une galaxie elliptique est constituée, si l'on néglige une petite fraction de masse sous forme gazeuse, de  $\sim 10^{8-12}$  étoiles. La physique statistique nous apprend alors que l'état d'un tel système peut être considéré dans sa limite continue et est totalement décrit à chaque instant  $t$  par la donnée de sa *fonction de distribution* (FD)  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ , c.-à-d. la densité massique dans l'*espace des phases* (EDP)  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  spécifiant la masse  $dm = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  des étoiles contenues dans l'élément de volume  $d\mathbf{r}$  centré sur

la position  $r$  et ayant une vitesse vectorielle  $v$  à  $dv$  près. La FD est donc une fonction positive ou nulle en tout point de l'EDP.

La connaissance de la FD permet de déterminer toutes les grandeurs pertinentes spécifiant les propriétés dynamiques de la galaxie, telles que la densité spatiale  $\rho(r,t) = \int dv f(r,v,t)$  ou la distribution des vitesses le long de la ligne de vue (LDV)  $\mathcal{L}(v_{LDV}; x', y') = \int_{LDV} dz' \iint dv_x' dv_y' f(r,v)$  (voir Chap. IV, § 2.2.1., p. 96).

On peut montrer qu'une galaxie est typiquement un système sans collision, où les étoiles évoluent dans un potentiel gravitationnel moyen  $\Phi(r,t)$  généré par l'ensemble de la galaxie, selon l'équation de Poisson classique  $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$ . Cela permet d'appliquer l'équation de Boltzmann sans collision, régissant l'évolution de la FD au cours du temps, qui s'écrit sous sa forme vectorielle<sup>a</sup> :

$$\frac{df}{dt} \equiv \partial_t f + v \cdot \nabla f - \nabla\Phi \cdot \partial_v f = 0. \quad (V.1)$$

Cette équation traduit la conservation de la masse des étoiles le long de leur trajectoire dans l'EDP, et constitue un cas particulier du théorème de Liouville. C'est l'équation fondamentale de la dynamique stellaire.

Si l'on se place de plus dans le cas particulier d'un système stationnaire, ( $\partial_t \equiv 0$ ), et axisymétrique ( $\partial_\phi \equiv 0$ ,  $(R, z, \phi)$  désignant les coordonnées cylindriques usuelles), l'Éq. (V.1) s'écrit :

$$v_R \partial_R f + v_z \partial_z f + \left( \frac{v_\phi^2}{R} - \partial_R \Phi \right) \partial_{v_R} f - \frac{v_R v_\phi}{R} \partial_{v_\phi} f - \partial_z \Phi \partial_{v_z} f = 0. \quad (V.2)$$

### 1.1.2. Théorème de Jeans

L'orbite d'une étoile est simplement la trajectoire dans l'EDP — concept plus général que l'orbite spatiale habituelle — suivie par cette étoile au cours de son évolution dans le potentiel  $\Phi(r)$ . Si une quantité  $I(r,v)$  se trouve être constante le long d'une orbite, elle est qualifiée d'intégrale du mouvement (IDM). Ces IDM, leur existence et leur nature, sont des propriétés propres à toutes ou seulement à quelques orbites présentes au sein du système considéré. Ainsi p.ex. :

- dans un système stationnaire, l'énergie  $E = \frac{1}{2}v^2 + \Phi(r)$  est systématiquement une quantité conservée le long de chaque orbite, et constitue donc une IDM,
- dans un système à symétrie sphérique, le moment cinétique  $L = r \wedge v$  est toujours une IDM,
- dans un système axisymétrique d'axe  $z$ , seule la composante  $L_z$  du moment cinétique constitue une IDM.

Dans le cas d'un système tridimensionnel quelconque, les IDM sont généralement au nombre de trois. Le nombre exact d'IDM respectées le long d'une orbite détermine directement sa nature régulière ou chaotique (voir Chap. VI, § 2.1., p. 143), et la valeur prise par ces IDM caractérise une orbite par rapport à ses voisines dans l'EDP. Mais dans un système quelconque, rien n'assure l'existence d'IDM (hormis  $E$  si l'on se place dans un système stationnaire); qui plus est, même si l'existence d'IDM est avérée pour tout ou partie des orbites, du fait de leur régularité constatée, ces quantités n'ont généralement pas d'expression analytique connue (les potentiels dits *de Stäckel* sont parmi les rares systèmes où toutes les IDM sont analytiques).

Dans le cas des systèmes stationnaires axisymétriques,  $E$  et  $L_z$  sont *a priori* les seules IDM analytiques. Pourtant, la plupart des orbites stellaires intégrées dans un potentiel typique apparaissent être régulières, ce qui implique l'existence d'une troisième intégrale, dénotée  $I_3$ , dont on ne connaît pas, dans le cas général, d'expression analytique.

L'intérêt des IDM, outre de « labéliser » les différentes orbites, vient du *théorème de Jeans*, selon lequel la FD ne dépend des coordonnées de l'EDP  $(r,v)$  qu'à travers les IDM  $I = (I_1, I_2, \dots)$  :  $f(r,v) \equiv f(I(r,v))$ . Inversement, toute fonction des IDM est solution de l'équation de Boltzmann, et constitue donc une FD parfaitement valide. Il existe ainsi une relation directe entre l'EDP — ou tout du moins

<sup>a</sup> Afin d'alléger l'écriture des équations, je note par la suite  $\partial_Y X_Z \equiv \frac{\partial X}{\partial Y} \Big|_Z$ .

sa composante régulière — et l'espace des intégrales<sup>b</sup>, de dimension inférieure. P.ex., dans le cas stationnaire axisymétrique, la FD, initialement définie dans l'EDP  $(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$  de dimension 6, peut se ramener en fait à une fonction de trois variables uniquement :  $f(E, L_z, I_3)$ .

*A priori*, la FD dépend de toutes les IDM en vigueur au sein de la galaxie. Considérer une FD dépendant d'un nombre restreint d'IDM équivaut à se limiter à un sous-espace des solutions possibles. P.ex., une FD du type  $f = f(E)$  correspond à un système nécessairement sphérique et isotrope ( $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_\phi$ ), tandis que l'hypothèse  $f = f(E, L_z)$  conduit à un système axisymétrique semi-isotrope ( $\sigma_R = \sigma_z$ ). Vouloir considérer une FD la plus générale possible impose donc de lui permettre de dépendre arbitrairement de toutes les IDM existantes, et non pas de quelques unes seulement. Ainsi, les FD de type  $f(E, L_z)$  ne peuvent décrire *a priori* l'ensemble des systèmes axisymétriques, qui admettent dans le cas général une troisième intégrale  $I_3$ .

## 1.2. MODÈLES DE JEANS

L'objectif du dynamiqueien galactique est de déterminer la fonction de distribution des galaxies, dépositaire de leur état dynamique, à partir de leurs observations. Mais résoudre directement l'Éq. (V.1) de Boltzmann dans l'espace des phases à 6 dimensions est peu envisageable (voir toutefois SYER & TREMAINE 1995). L'utilisation du théorème de Jeans est également difficile *a priori*, car il suppose non seulement de connaître les IDM  $I$  en vigueur au sein de la galaxie, mais également la forme particulière prise par  $f(I)$ .

### 1.2.1. Équations de Jeans

Pour une première approche du problème, il peut être intéressant de considérer non pas l'Éq. (V.1) dans son intégralité, mais certains *moments* de cette équation. Ainsi, si l'on intègre la relation (V.1) sur les vitesses, avec la nécessité physique d'avoir  $f \rightarrow 0$  quand  $\|v\| \rightarrow +\infty$ , on obtient la relation de continuité classique, correspondant au moment d'ordre 0 :

$$\partial_t \rho + \partial_{x_i}(\rho \bar{v}_i) = 0, \quad (\text{V.3})$$

où l'on définit la moyenne  $\bar{X}$  d'une quantité  $X$  (ici  $v_i$ ) par  $\bar{X} \triangleq \frac{1}{\rho} \int X f dv$ . Si l'on multiplie la forme indicielle de (V.1) par  $\bar{v}_i$  avant d'intégrer sur les vitesses, nous obtenons de la même façon l'équation relative au moment d'ordre 1 :

$$\partial_t(\rho \bar{v}_j) + \partial_{x_i}(\rho \bar{v}_i \bar{v}_j) + \rho \partial_{x_i} \Phi = 0, \quad (\text{V.4})$$

L'équation précédente peut se réécrire sous une forme plus familière en lui soustrayant  $v_j$  fois l'équation (V.3), et en scindant la valeur moyenne de  $v_i v_j$  en une composante  $\bar{v}_i \bar{v}_j$  liée aux mouvements d'ensemble et une composante de dispersion des vitesses  $\sigma_{ij}^2 \triangleq \overline{(v_i - \bar{v}_i)(v_j - \bar{v}_j)} = \bar{v}_i \bar{v}_j - \bar{v}_i \bar{v}_j$ . On obtient alors

$$\rho \partial_t(\bar{v}_j) + \rho \bar{v}_i \partial_{x_i} \bar{v}_j = -\rho \partial_{x_i} \Phi - \partial_{x_i}(\rho \sigma_{ij}^2). \quad (\text{V.5})$$

Les équations (V.4) et (V.5) sont appelées les *équations de Jeans*, (la démarche peut être généralisée pour les moments d'ordre supérieur, voir p.ex. MAGORRIAN & BINNEY 1994). Elles relient entre elles des grandeurs cinématiques locales, telles que les vitesses moyennes et les dispersions des vitesses. Malheureusement, cette démarche est limitée pour deux raisons :

- les équations de Jeans ne permettent pas de résoudre l'équation de Boltzmann puisque, quelque soit l'ordre auquel on décide de s'arrêter, il manquera toujours une relation supplémentaire faisant intervenir les moments d'ordre supérieur et permettant de clore le système d'équations à résoudre. En pratique, cette clôture est obtenue en *imposant a priori* certaines hypothèses sur la forme du tenseur  $\sigma^2$ , mais les contraintes supplémentaires ainsi fixées n'ont pas forcément de validité physique ;

<sup>b</sup> On parle également d'*espace des actions*, les actions désignant des IDM aux propriétés particulières (voir Chap. VI).

– même après clôture, la résolution des équations de Jeans ne correspond pas à la résolution de l'équation de Boltzmann, mais seulement de (certains de) ses premiers moments. Or la connaissance — qui plus est partielle — des moments d'une distribution n'est pas équivalente à la connaissance de cette distribution. La solution trouvée au terme de la résolution des équations de Jeans ne correspond donc pas forcément à une FD réaliste, c.-à-d. non seulement solution de l'V.1, mais également non-négative en tout point de l'EDP.

Le tenseur  $\sigma^2 = [\sigma_{ij}^2]$  est symétrique, et donc diagonalisable dans un repère orthogonal approprié, dans lequel on a  $\sigma_{ij}^2 = \sigma_{ii}^2 \delta_{ij}$ . L'ellipsoïde ayant ses axes principaux parallèles aux axes du repère diagonalisant et ayant  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{33}$  pour demi-axes est appelé *l'ellipsoïde des vitesses*. C'est sur la géométrie de cet ellipsoïde que porteront les hypothèses permettant de clore le système des équations de Jeans et de réaliser une modélisation dynamique de la galaxie.

### 1.2.2. Modèles de Jeans semi-isotropes

Dans le cas des systèmes axisymétriques, et vu que la troisième intégrale  $I_3$  n'est pas connue analytiquement, il est classique de considérer que la FD ne dépend que de l'énergie  $E = \frac{1}{2}[v_R^2 + v_z^2 + v_\phi^2] + \Phi(R,z)$  et de la composante verticale du moment cinétique  $L_z = Rv_\phi$ , ce qui, comme nous l'avons vu, impose déjà une limite à la généralité de la solution. Sous cette hypothèse, on montre que les axes des coordonnées cylindriques diagonalisent d'emblée le tenseur  $\sigma^2$ , c.-à-d. que l'ellipsoïde des vitesses aligne en tout point ses axes principaux à ceux de la base orthonormée locale. La parité de  $f$  en  $v_R$  et  $v_z$  donne de plus  $\bar{v}_R = \bar{v}_z = 0$  — absence de mouvements d'ensemble en  $R$  et  $z$  — et  $\sigma_R^2 = \sigma_z^2$  — semi-isotropie caractéristique des modèles à deux intégrales. Dans de telles conditions, les équations de Jeans se réduisent simplement au système :

$$\partial_R(\rho\sigma_R^2) + \rho \left( \partial_R(\sigma_R^2 - \overline{v_\phi^2}) + \partial_R\Phi \right) = 0, \quad \text{et} \quad \partial_z(\rho\sigma_R^2) + \rho\partial_z\Phi = 0. \quad (\text{V.6})$$

Si l'on connaît par ailleurs la distribution de masse  $\rho$  et le potentiel gravitationnel  $\Phi$  qui en découle naturellement, il est possible de déterminer les inconnues  $\sigma_R^2 = \sigma_z^2$  et  $\overline{v_\phi^2}$  à partir des Éq. (V.6). En introduisant le paramètre d'anisotropie tangentielle  $\kappa \hat{=} \sigma_\phi^2 / \sigma_z^2$  ( $\kappa = 1$  correspond à un modèle purement isotrope:  $\sigma_R = \sigma_z = \sigma_\phi$ ), il est possible de décomposer la vitesse quadratique moyenne azimutale  $\overline{v_\phi^2}$  en les contributions de la vitesse de rotation  $\bar{v}_\phi$  d'une part et de la vraie dispersion des vitesses  $\sigma_\phi^2 \hat{=} \overline{(v_\phi - \bar{v}_\phi)^2} = \overline{v_\phi^2} - \bar{v}_\phi^2$  d'autre part. Le paramètre  $\kappa$  permet en pratique un transfert énergétique entre l'énergie cinétique du mouvement cohérent des étoiles, lié à  $\bar{v}_\phi$ , et l'énergie « thermique » du mouvement aléatoire d'agitation, caractérisé par  $\sigma_\phi$ . Cependant, en pratique, le paramètre  $\kappa$  étant difficile à contraindre, il est courant de ne considérer que le cas purement isotrope  $\kappa = 1$ .

*In fine*, la résolution des Éq. (V.6) en tout point de la galaxie, pour une distribution de masse  $\rho$  donnée, permet le calcul des quantités dynamiques locales  $v_\phi$ ,  $\sigma_\phi$  et  $\sigma_R$  : c'est ce que l'on appelle un *modèle de Jeans (semi-)isotrope*, très couramment utilisé car relativement facile à mettre en œuvre (voir § 2.4). Il faut cependant garder en mémoire que, pour les raisons évoquées au § 1.2.1., la solution déterminée à partir des équations de Jeans n'assurent pas la validité intrinsèque de la FD. Ce type de modélisation dynamique, trop restrictive dans son hypothèse de (semi-)isotropie et trop incertaine quant à son caractère physique, n'est donc pas approprié à une étude détaillée et réaliste d'une galaxie.

## 1.3. MODÈLES DE SCHWARZSCHILD

### 1.3.1. Introduction

Connaissant les limitations de la méthode de Jeans, de nombreuses méthodes de modélisation dynamique des galaxies observées ont été développées (p.ex. CRETTON 1999). Si l'on ne considère

que celles permettant de déterminer de façon explicite la dépendance de la FD vis-à-vis des IDM, elles peuvent se scinder en quelques catégories :

**Les modèles séparables :** les systèmes séparables, dit « de Stäckel », sont des systèmes très particuliers pour lesquels toutes les IDM sont explicitement connues. Il est alors facile de déterminer les propriétés dynamiques de chacune des FD possibles, et de trouver celle reproduisant le mieux les grandeurs observées de la galaxie (p.ex. DE ZEEUW 1985, STATLER 1987). Malheureusement, les potentiels séparables ont des propriétés particulières n'autorisant pas une description précise du cœur des galaxies en présence d'un cuspide très souvent observé ;

**Les bases de FD :** cette approche suggère de développer la FD  $f$  recherchée sur une base de fonctions  $f_i$  élémentaires :  $f = \sum_i c_i f_i$ , les coefficients  $c_i$  étant à déterminer jusqu'à un certain ordre de sorte à ajuster les observations. Le problème avec ce type d'approche est double :  $a$  – la base de FD élémentaires à utiliser doit être pertinente afin de pouvoir exprimer la FD réelle en quelques termes seulement,  $b$  – dans le cas général, les IDM dont dépendent les  $f_i$  ne sont pas connues explicitement (hormis les intégrales classiques telles que  $E$  ou  $L_z$ ). Concernant ce dernier point, deux possibilités se présentent : soit on se contente des intégrales connues pour le système considéré, ce qui correspond aux restrictions déjà évoquées, soit on cherche à déterminer des intégrales « effectives » qui, si elles ne constituent pas de véritables IDM, en sont une approximation raisonnable (p.ex. MATTHIAS & GERHARD 1999, EMSELLEM *et al.* 1999).

**La méthode de Schwarzschild :** cette dernière approche peut paraître comme la plus naturelle, car elle est basée non pas sur les IDM, qui restent souvent des quantités très abstraites, mais sur les orbites évoluant au sein de la galaxie, et qu'il est facile de calculer en intégrant, y compris numériquement, les équations du mouvement.

Je reviens maintenant sur cette dernière méthode, que nous avons mise en œuvre pour la modélisation dynamique de NGC 3377 (voir § 2.5.). Je réfère à l'étude exhaustive réalisée dans le domaine par CRETTON (1999) pour de plus amples informations.

### 1.3.2. Principe

Considérons un système à 3 intégrales du mouvement, disons  $(I_1, I_2, I_3)$  (p.ex.  $(E, L_z, I_3)$  dans le cas axisymétrique). Comme nous l'avons vu, une orbite régulière est caractérisée par les valeurs particulières  $I_{j,0}$  prises par ses IDM. Sous l'hypothèse d'un système stationnaire, la masse  $w$  des étoiles évoluant sur cette orbite est *uniformément* répartie tout au long de la trajectoire dans l'EDP, et la FD associée à cette orbite s'écrit  $f_{\text{orb}} = m \prod_{j=1}^3 \delta(I_j - I_{j,0})$ . En passant à la limite, la FD décrivant la galaxie est la somme des contributions individuelles de chacune des orbites  $i$  présentes :  $f = \sum_i w_i f_{\text{orb},i}$ .

Or il n'est pas nécessaire de connaître de façon analytique les IDM pour intégrer, p.ex. numériquement, les orbites dans le potentiel de la galaxie considérée (en supposant toutefois que ce potentiel est connu *a priori*), et donc pour déterminer leur contribution individuelle  $f_{\text{orb},i}$ . Le principe de la méthode est donc le suivant : après avoir intégré un nombre « représentatif » d'orbites, couvrant l'ensemble de l'EDP, et déterminé leur FD individuelle, on cherche les poids  $w_i$  à attribuer à chaque orbite de sorte que la FD résultante  $f = \sum_i w_i f_{\text{orb},i}$  reproduise au mieux les observations. Noter que dans cette démarche, la connaissance *a priori* des IDM n'est jamais nécessaire.

La technique de Schwarzschild, initiée par... SCHWARZSCHILD en 1979, a fait l'objet de très nombreuses études et généralisations depuis (voir CRETTON 1999, pour un historique complet). Elle est en particulier passée, au fil des années, d'un outil purement *théorique* d'exploration des propriétés dynamiques intrinsèques des galaxies à une méthode de modélisation *pratique*, dite « méthode de Schwarzschild étendue ».

Le schéma de principe de cette méthode est donné en Fig. V.1. Elle se décompose en plusieurs étapes, qui seront décrites plus en détail lors de son application à la galaxie NGC 3377 (voir § 2.5.1., p. 131) :

- les observations photométriques de la galaxie sont utilisées pour déterminer la densité spatiale de lumière (cette étape est en fait indépendante de la méthode de Schwarzschild à proprement parler, mais évidemment essentielle). À l'aide d'un certain rapport masse/luminosité, on en déduit la répartition spatiale de la masse lumineuse ;

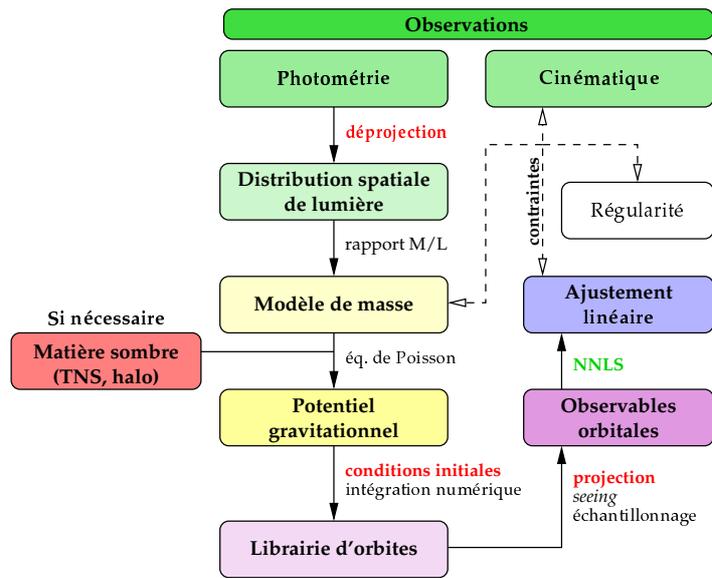


FIG. V.1: Organigramme de la méthode de Schwarzschild étendue. Les poids non-négatifs des orbites sont ajustés par un algorithme des moindres carrés approprié (NNLS).

– après ajout éventuel d’une composante de matière sombre, massive mais non-lumineuse, p.ex. un trou noir super-massif ou un halo massif, le potentiel gravitationnel est calculé à l’aide de l’équation de Poisson ;

– pour un certain nombre de conditions initiales soigneusement choisies pour couvrir au mieux la totalité de l’espace des intégrales, les orbites sont intégrées numériquement dans le potentiel précédemment calculé ;

– la FD individuelle de chaque orbite ainsi obtenue permet de calculer sa contribution à chacune des observables, compte tenu des conditions particulières d’observation (*seeing*, échantillonnage spatial, etc.) ;

– un algorithme des moindres carrés approprié (NNLS, pour « *Non-Negative Least Squares* ») détermine le poids positif ou nul  $w_i$  de chaque orbite, afin d’ajuster non seulement les observables cinématiques (profil des vitesses), mais également les contraintes d’auto-cohérence. Ces dernières imposent au modèle construit de « retrouver » la densité spatiale de masse lumineuse qui est à l’origine, avec la masse sombre, du potentiel dans lequel les orbites ont été intégrées. On peut également chercher à respecter dans l’ajustement certaines contraintes de régularité de la solution.

La méthode de Schwarzschild étendue est une technique de modélisation dynamique puissante, car elle permet de s’affranchir de certaines des contraintes trop restrictives propres aux autres méthodes : elle autorise *a priori* une géométrie quelconque de la galaxie, et n’impose pas de contrainte arbitraire sur la FD, en autorisant la construction de véritable FD à 3 intégrales. Pour ces raisons, et malgré la complexité de sa mise en œuvre pratique, elle connaît un essor rapide (CRETTON (1999, et références incluses). Plusieurs points délicats restent cependant à considérer dans l’utilisation de cette méthode.

### 1.3.3. Éléments de discussion

Si l’on arrive, au terme de la procédure décrite, à trouver un jeu de coefficients  $w_i$  permettant d’ajuster simultanément toutes les contraintes — observationnelles, d’auto-cohérence, éventuellement de régularité — on peut estimer avoir déterminé un modèle dynamique auto-cohérent de la galaxie. En revanche, la conclusion à tirer dans le cas contraire est plus floue.

Dans une perspective optimiste, cela signifie qu’il n’existe effectivement pas de solution au problème posé, ce qui est alors considéré comme un indice de la présence d’une composante de matière sombre dont on n’a pas tenu compte, ou de la non-validité d’hypothèses utilisées lors de la déprojection de l’image galactique (hypothèse d’axisymétrie alors que la galaxie est intrinsèquement triaxiale, mauvaise orientation, etc.).

En étant pessimiste, cela peut simplement signifier que la librairie d'orbites construite n'est pas *représentative* du domaine de l'espace des intégrales réellement exploré par les orbites de la galaxie, soit que l'échantillonnage des conditions initiales dans cet espace n'est pas pertinent, soit que les FD individuelles déterminées numériquement ne correspondent pas aux véritables FD orbitales, en particulier dans le cas d'orbites chaotiques. Simplement accroître le nombre d'orbites dans la librairie peut être suffisant pour ajuster les mêmes contraintes, mais au risque alors de ne plus pouvoir interpréter de façon pertinente la solution finalement obtenue. Simplement prolonger le temps d'intégration des orbites pour atteindre une plus grande « homogénéisation » des propriétés orbitales est illusoire si l'EDP est fortement chaotique (p.ex. VALLURI & MERRITT 1998). L'utilisation des orbites chaotiques dans un modèle de Schwarzschild reste d'ailleurs un point extrêmement délicat<sup>c</sup> (p.ex. CRETTON 1999).

Pour ces raisons, si l'utilisation de la méthode de Schwarzschild pour démontrer l'existence d'une solution dynamique auto-cohérente associée à un potentiel particulier est totalement justifiée — ce qui correspond à son utilisation originelle par (SCHWARZSCHILD 1979), qui a ainsi démontré la possibilité de construire des galaxies triaxiales — son utilisation réciproque pour prouver la *non*-existence d'une telle solution est toujours plus délicate (voir p.ex. le cas de MERRITT & FRIDMAN 1996, dont la démonstration de la non-existence d'une solution dynamique en présence d'un cuspide fort reste ambiguë).

Dernier élément de réflexion que j'évoquerai ici : si la méthode de Schwarzschild étendue autorise *a priori* une géométrie quelconque, sa mise en œuvre pratique devient de plus en plus complexe à mesure que les symétries disparaissent. Pour l'instant, des codes totalement généraux ont été élaborés dans les cas sphériques (p.ex. RIX *et al.* 1997) et axisymétriques (VAN DER MAREL *et al.* 1998, CRETTON *et al.* 1999, GEBHARDT *et al.* 2000), et seuls des codes dédiés ont été utilisés dans le cas triaxial, exclusivement pour l'étude de la barre galactique (ZHAO 1996, HÄFNER *et al.* 2000). Le code triaxial général est en cours de développement, mais cette généralisation n'est pas sans poser un certain nombre de problèmes nouveaux ou d'une ampleur encore difficile à appréhender :

**Modèle de masse :** contrairement au cas axisymétrique, les outils permettant une déprojection de la luminosité dans l'hypothèse d'une géométrie triaxiale sont encore rares, et très mal contraints (voir p.ex. § 2.2.1.). La donnée initiale du modèle de Schwarzschild est donc très incertaine, et l'espace des paramètres possibles très vaste (orientation  $\theta, \phi$  de l'ellipsoïde, aplatissement et triaxialité intrinsèque) ;

**Intégrales effectives :** dans le cas axisymétrique, deux des trois IDM sont analytiques ( $E$  et  $L_z$ ), et l'on dispose pour la troisième d'une très bonne intégrale effective (voir voir § 2.5.1., p. 131), ce qui permet un échantillonnage efficace de l'espace des intégrales. Dans le cas triaxial, la seule intégrale connue est l'énergie, ce qui rend difficile la construction d'une librairie d'orbites pertinente<sup>d</sup> ;

**Orbites chaotiques :** les orbites chaotiques sont probablement appelées à jouer un rôle primordial dans les modèles réalistes de galaxies, et ce d'autant plus que la symétrie du système est faible.

Les problèmes, non seulement techniques mais également *conceptuels*, à résoudre pour généraliser la méthode de Schwarzschild à la géométrie triaxiale ne sont donc pas à négliger, et une telle entreprise constitue certainement un travail de longue haleine.



---

<sup>c</sup> Une réflexion sur le traitement approprié des orbites chaotiques dans le cadre d'un modèle de Schwarzschild a d'ailleurs été à l'origine du travail sur les orbites *régulières* présenté au Chap. VI.

<sup>d</sup> Toutefois, la possibilité de calculer les actions d'une orbite dans un potentiel quelconque, offerte par les travaux décrits au Chap. VI, pourrait résoudre ce point particulier.

## 2. Modélisation dynamique de NGC 3377

### 2.1. INTRODUCTION

NGC 3377 est une galaxie elliptique classée E5, située à 9,9 Mpc — correspondant à une échelle de 48 pc/arcsec — ce qui en fait une des elliptiques les plus proches (KORMENDY *et al.* 1998, voir également FELDMEIERS *et al.* 1997). Elle possède un cuspide marqué, malgré une valeur de  $\gamma = 0,29$  relativement faible (FABER *et al.* 1997, voir voir § 1.2.2., p. 3). Sa magnitude totale  $M_B = -19,2$  la place à la limite entre les deux grandes catégories de galaxies elliptiques, celles qui tournent et celles supportées par l’anisotropie des vitesses (KORMENDY & BENDER 1996).

Des modèles dynamiques de cette galaxie indique la présence d’un trou noir super-massif<sup>e</sup> (TNS) de  $M_\bullet \simeq 1,8.10^8 M_\odot$  (KORMENDY *et al.* 1998). Cependant, la méthodologie employée est particulièrement restreinte — elle suppose entre autre l’isotropie de la galaxie — ce qui fait dire à ces auteurs que la détection d’un TNS dans cette galaxie « n’est pas tout à fait décisive ». Il est donc intéressant de voir si ce type de détection résiste à une étude plus détaillée et moins restrictive de la dynamique de la galaxie : la présence d’un TNS est-elle effectivement nécessaire pour expliquer les observations cinématiques en présence, et plus particulièrement le pic central de dispersion, ou la détection présumée n’est-elle que le reflet de l’insuffisance des modèles utilisés ?

Pour répondre à cette question, nous avons procédé à une nouvelle modélisation dynamique de cette galaxie, en utilisant une technique plus générale, à savoir la méthode de Schwarzschild étendue (CRETTON *et al.* 1999, et références incluses). Par ailleurs, ce type de modélisation a été pour la première fois entièrement contraint par des données cinématiques intégrales de champ, à la fois à haute résolution spatiale (OASIS) et à plus grand champ (SAURON). Je présente ici les tous premiers éléments de cette modélisation, en soulignant le caractère *préliminaire* des résultats obtenus.

La structure de cette section reflète une démarche de modélisation dynamique des galaxies de type précoce typique (p.ex. CRETTON & VAN DEN BOSCH 1999, EMSELLEM *et al.* 1999) : dans un premier temps (§ 2.2.), je décris comment est calculé le modèle de masse de la galaxie, quantité nécessaire à toute modélisation dynamique subséquente. Je présente ensuite (§ 2.3.) les données cinématiques intégrales de champ à notre disposition, et en particulier celles obtenues à l’aide d’OASIS. Un premier modèle dynamique à deux intégrales, basé sur les équations de Jeans, est alors appliqué à l’ensemble des données (2.4.). Enfin, un modèle plus général à trois intégrales, basé sur la technique de Schwarzschild étendue, est présenté (§ 2.5.).

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec E. EMSELLEM pour la méthode de modélisation photométrique et les modèles de Jeans qui en découlent, et N. CRETTON pour les modèles de Schwarzschild.

### 2.2. PHOTOMÉTRIE ET MODÈLE DE MASSE

Comme nous l’avons déjà vu en abordant la question de la forme intrinsèque des galaxies elliptiques (voir p.ex. Chap. IV, § 2.2.1., p. 96), déterminer la répartition spatiale de masse d’une galaxie à partir de la photométrie n’est pas chose facile, et ce pour deux raisons principales :

- la quantité directement observée est la répartition de *lumière*, qui peut être — à travers un certain rapport masse/luminosité  $\Upsilon \hat{=} (M/L)/(M_\odot/L_\odot)$  (sans dimension) — ou *ne pas être* — en cas de présence de matière sombre, par définition massive mais non lumineuse ( $\Upsilon \rightarrow \infty$ ) — reliée à la répartition de masse ;

<sup>e</sup> On parle en fait ici d’une masse centrale de nature encore *inconnue*, sans signature lumineuse mais à forte influence dynamique. Puisque plusieurs éléments incitent à penser qu’il s’agit effectivement d’un trou noir, on désigne par la suite cette masse « trou noir super-massif ».

<sup>f</sup> Un modèle axisymétrique à 3 intégrales développé par Gebhardt *et al.* (non publié) à partir des données HST/STIS indique un TNS de  $M_\bullet \simeq 8.10^7 M_\odot$ .

- les observations ne donnent accès qu'à des quantités *projetées* dans le plan du ciel ; or le processus de déprojection n'est en général pas unique (voir p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998, pour une discussion plus détaillée de ce problème).

Le premier point ne peut pas, par définition, être traité dans le cadre d'une étude photométrique, mais en analysant les conséquences dynamiques de la présence de matière sombre, TNS ou halo massif (voir p.ex. § 2.4.). Pour le second point, seules des hypothèses supplémentaires restreignant la géométrie du problème — supposant p.ex. que la galaxie est intrinsèquement sphérique ou axisymétrique *vue de profil*, ou que les isodensités spatiales de lumière sont des ellipsoïdes — permettent une déprojection univoque de la brillance de surface. Dans le cas général, y compris dans le cas axisymétrique vue sous une inclinaison quelconque, plusieurs répartitions spatiales de la lumière différentes se projettent exactement de la même façon dans le plan du ciel, et rien ne permet *a priori* de les distinguer VAN DEN BOSCH (p.ex. 1997).

Pour déterminer le modèle de masse « lumineuse » — c.-à-d. hors masse sombre — de NGC 3377, nécessaire à l'étude dynamique que nous souhaitons appliquer à cette galaxie, nous avons utilisé le formalisme « *Multi-Gaussian Expansion* » (MGE), tel que décrit par EMSELLEM *et al.* (1994, par la suite MGE94). Ce formalisme multi-composante supposant que la distribution spatiale de lumière de chacune des composantes est constante sur des ellipsoïdes, le processus de déprojection du modèle photométrique est unique si l'on suppose connue l'orientation des composantes individuelles (voir § 2.2.2.). Il a été appliqué à des données photométriques complémentaires obtenues du sol et de l'espace, que je présente maintenant.

### 2.2.1. Données photométriques

Afin de couvrir correctement toute l'étendue de la galaxie, le modèle de masse de NGC 3377 est déterminé à partir de données photométriques à la fois à grand champ, susceptibles de mesurer la répartition de lumière dans les régions externes, et à haute résolution spatiale, pour une analyse détaillée des parties les plus centrales. De plus, afin d'être le moins sensible possible à la poussière qui, en affectant directement la répartition lumineuse, fausse le modèle de masse, nous avons utilisé des données photométriques obtenues dans la bande I, ce qui correspond par ailleurs au domaine de longueurs d'onde des observations OASIS (voir § 2.3.1.).

Pour les données à haute résolution spatiale (Fig. V.2, à droite), nous avons utilisé les images HST/WFPC2 disponibles dans les archives « *Space Telescope/European Coordinating Facility* » (<http://archive.eso.org/>), obtenues avec le filtre F814W équivalent à la bande I (FABER, ID 5512). Ces images, échantillonnée à  $0''.04555$  (taille du pixel de la *Planetary Camera 2*), ont une résolution spatiale de  $\sim 0''.1$  LMH et couvrent un champ de  $\sim 35 \times 35$  arcsec<sup>2</sup>. Les 5 poses individuelles ( $2 \times 80$  s et  $3 \times 350$  s) ont subi le traitement standard, puis ont été corrigées des rayons cosmiques et calibrées en flux dans le système VEGAMAG, très similaire à la magnitude I ( $\mu_I$  en mag/arcsec<sup>2</sup>) en utilisant les facteurs de conversion PHOTFLAM ([http://www.stsci.edu/instruments/wfpc2/wfpc2\\_top.html](http://www.stsci.edu/instruments/wfpc2/wfpc2_top.html)) les plus récents. La conversion de la brillance de surface  $\Sigma_I^l$  en  $L_\odot/\text{pc}^2$  s'est effectuée sur la base d'une magnitude solaire absolue dans la bande I de  $I_\odot = 4,20$ , soit  $\log \Sigma_I^l = -0,4 \mu_I - 21,572 - 4,20$ . Les 5 poses ont finalement été simplement sommées, en prenant soin de vérifier précisément leur alignement respectif.

L'image à grand champ (Fig. V.2, à gauche) nous a aimablement été fournie par R. MICHARD. Elle a été obtenue à l'Observatoire de Haute-Provence dans la bande I, avec une résolution de  $\sim 2''.1$  LMH échantillonnée à  $0''.84$ , et avec un champ de vue de  $4' \times 7'$ . Une réduction standard de la pose CCD a été appliquée (soustraction du biais, correction de champ plat, élimination des rayons cosmiques et des mauvaises colonnes), et la contribution du ciel, estimée à partir des zones externes de l'image, a été soustraite. La calibration en flux, en  $L_\odot/\text{pc}^2$ , a été réalisée à partir de la photométrie d'ouverture disponible dans la littérature (principalement POULAIN 1988 et GOUDFROOIJ *et al.* 1994), et accessible à l'aide du service en ligne HYPERCAT (<http://www-obs.univ-lyon1.fr/hypercat/search.html>).

La comparaison entre les poses OHP et HST indique une différence de  $\sim 0,1$  mag en défaveur de la pose sol. Puisque la calibration en flux des images HST est censément plus précise, nous avons ajusté le flux de la pose OHP de +10 %. L'accord entre les deux poses est alors bon.

## 2.2.2. Modélisation MGE

### a. Principe

La méthode MGE a été développée par MGE94, à partir des travaux de MONNET *et al.* (1992), pour construire un modèle photométrique d'une galaxie à partir d'une image large bande, tout en permettant la déconvolution de la brillance de surface observée par la FEP associée aux observations considérées, ainsi qu'une modélisation dynamique ultérieure simplifiée.

Cette méthode suppose simplement que la FEP  $\mathcal{P}(x',y')$  et la distribution de lumière intrinsèque (c.-à-d. déconvoluée de la FEP)  $\Sigma'(x',y')$  de la galaxie peuvent être décrites par une somme de gaussiennes 2D dans le plan du ciel<sup>g</sup>, chaque gaussienne  $\mathcal{G}_{2D,n}$  étant caractérisée par 6 paramètres indépendants : son intensité  $I'_n$ , sa dispersion  $\sigma'_n$ , son aplatissement  $q'_n$ , les coordonnées de son centre  $(x'_{0,n}, y'_{0,n})$  et son orientation  $\alpha'_n$  :

$$\text{FEP : } \mathcal{P}(x',y') = \sum_{p=1}^P \mathcal{G}_{2D,p}(x',y'), \quad (\text{V.7})$$

$$\text{brillance de surface : } \Sigma'(x',y') = \sum_{j=1}^N \mathcal{G}_{2D,j}(x',y'), \quad (\text{V.8})$$

où la gaussienne 2D  $\mathcal{G}_{2D,n}$  est définie par :

$$\mathcal{G}_{2D,n}(x',y') = I'_n \exp \left[ \frac{-1}{2\sigma_n'^2} \left( x_n'^2 + \frac{y_n'^2}{q_n'} \right) \right] \quad \text{avec} \quad \begin{pmatrix} x'_n \\ y'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha'_n & \sin \alpha'_n \\ -\sin \alpha'_n & \cos \alpha'_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' - x'_{0,n} \\ y' - y'_{0,n} \end{pmatrix}. \quad (\text{V.9})$$

Dans ces conditions, puisque la convolution de deux gaussiennes est encore une gaussienne, la brillance de surface observée  $\bar{\Sigma}(x',y')$ , qui résulte de la convolution de la brillance de surface intrinsèque par la FEP<sup>h</sup>, est également exprimable sous la forme d'une somme de gaussiennes :

$$\bar{\Sigma} \hat{=} \Sigma' \otimes \mathcal{P} = \sum_{p,j} \mathcal{G}_{2D,p} \otimes \mathcal{G}_{2D,j} = \sum_{p,j} \mathcal{G}_{2D,p,j}. \quad (\text{V.10})$$

Ainsi, si les paramètres des gaussiennes de l'Éq. (V.7) et de l'Éq. (V.10) sont connus, il est possible de déterminer les paramètres des gaussiennes de l'Éq. (V.8) décrivant la brillance de surface déconvoluée, ce qui correspond à la quantité recherchée.

En pratique, la modélisation photométrique s'effectue donc en deux étapes :

- ajustement de la FEP, p.ex. à partir de l'image d'une étoile, par une somme de  $P$  gaussiennes,
- ajustement de la brillance de surface observée  $\bar{\Sigma}(x',y')$  par une somme de  $N$  gaussiennes,

chacun des ajustements étant réalisé selon une approche itérative durant laquelle de nouvelles composantes sont ajoutées tant qu'un certain critère de convergence n'est pas atteint. Une fois les deux ajustements finalisés, les  $6N$  paramètres décrivant la brillance de surface déconvoluée sont calculés à partir d'expressions purement géométriques (MONNET *et al.* 1992).

On se contente généralement d'un modèle *bisymétrique* de la brillance de surface, c.-à-d. tel que  $\Sigma'(-x',y') = \Sigma'(x',-y') = \Sigma'(x',y')$ , car il peut correspondre à une distribution spatiale intrinsèquement axisymétrique (voir § c.). Dans ce cas, toutes les gaussiennes de l'Éq. (V.10) partagent le même centre et la même orientation :  $(x'_{0,j}, y'_{0,j}) = (x'_0, y'_0) \equiv (0,0)$  et  $\alpha'_j = \alpha'$  pour  $j = 1, \dots, N$ . Dans ce cas, la brillance de surface déconvoluée n'est plus décrite que par  $3N + 3$  paramètres :  $N \times (I'_n, \sigma'_n, q'_n) + (x'_0, y'_0) + \alpha'$ .

<sup>g</sup> Par la suite, les conventions de notation sont les mêmes que celles utilisées par BACON *et al.* (1994). En particulier, si  $X$  représente une quantité spatiale,  $X'$  indique la même quantité projetée dans le plan du ciel, et  $\bar{X}$  la quantité  $X'$  après convolution par la FEP. Ainsi p.ex.,  $(x',y')$  désignent les coordonnées dans le plan du ciel.

<sup>h</sup> On ne tiens pas compte ici de l'intégration sur le pixel, supposé suffisamment fin pour correctement échantillonner la brillance de surface déconvoluée.

### b. Modèle photométrique

La principale difficulté dans la présente étude vient de l'utilisation de deux jeux de données photométriques indépendantes, avec des résolutions spatiales très différentes. Le modèle global est obtenu après l'analyse consécutive des deux images, chacune apportant une part différente d'information, en tenant compte de la FEP propre s'appliquant dans chaque cas.

**Image OHP.** La FEP de la pose OHP est estimée à partir de l'image d'une étoile située à proximité de la galaxie, et convenablement approximée par une double gaussienne. La galaxie est alors très bien ajustée, dans le cadre d'un modèle bisymétrique, par une somme de 6 gaussiennes, de dispersion variant de  $0''.5$  à  $72''.4$ .

L'objectif de cette étape est de déterminer un modèle photométrique uniquement des parties *externes* de la galaxie, puisque les parties centrales de l'image OHP sont trop affectées par le manque de résolution spatiale. On fait donc la distinction suivante :

- les trois composantes centrales ( $0''.5 \leq \sigma_j' \leq 5''.4$ ) ne sont pas retenues, puisque la partie de la galaxie qu'elles modélisent pourra être étudiée plus précisément à l'aide de la pose à haute résolution spatiale,
- les trois composantes les plus larges ( $14''.5 \leq \sigma_j' \leq 72''.4$ ), dont les contributions dépassent le champ de vue de  $35 \times 35$  arcsec<sup>2</sup> de la pose HST, sont conservées et constituent le modèle recherché. Ce sont les gaussiennes 11, 12 et 13 du modèle global (Table V.1).

**Image HST.** La FEP de la *Planetary Camera 2* associée au filtre F814W a été calculée à l'aide du programme dédié TINYTIM, v. 4.4 (<http://www.stsci.edu/ftp/software/tinytim/>), puis ajustée à l'aide de 3 gaussiennes axisymétriques concentriques.

Après soustraction du modèle des parties externes à 3 gaussiennes déterminé précédemment, l'image résiduelle est ajustée, toujours dans le cadre d'un modèle bisymétrique, à l'aide de 10 gaussiennes, décrivant la partie *centrale* de NGC 3377 ( $0''.04 \leq \sigma_j' \leq 6''.04$ ). Ce sont les composantes 1 à 10 du modèle global (Table V.1). On note la présence de plusieurs gaussiennes notablement plus aplaties que les autres (p.ex. gaussiennes 5 et 8), ce qui dénote la présence d'un disque.

**Modèle global.** L'ensemble des  $3 + 10 = 13$  gaussiennes (Table V.1), ajustées sur la pose OHP d'une part et la pose HST d'autre part, constitue le modèle photométrique déconvolué recherché de la galaxie. La Fig. V.2 compare les données photométriques (*traits fins*) au modèle global (*traits épais*), convolué dans chaque cas avec la FEP appropriée. Comme on peut le voir, l'ajustement est très bon, si ce n'est pour la présence de structures non-axisymétriques au cœur de la galaxie (voir § suivant). La luminosité totale du modèle est de  $L_{\text{total},I} = 1,1.10^{10} L_{\odot}$ , soit une magnitude  $M_I = -20,9$ . En prenant un  $B - I = 1,6$  (GOUDFROOIJ *et al.* 1994), on obtient  $M_B = -19,3$ , à comparer avec la valeur de  $M_B = -19,5$  déterminée par ces mêmes auteurs, et à la valeur choisie dans la construction de l'échantillon  $M_B = -19,2$  (Table IV.4, p. 92).

**Bandes de poussière.** La présence de bandes de poussière dans les parties les plus centrales de la galaxie, mises en évidence dans la Fig. V.3, et déjà observées par KORMENDY *et al.* (1998), rend l'estimation des gaussiennes les plus étroites délicates, et le processus de convergence plus laborieux. Ces bandes de poussières correspondent à une absorption maximum de  $\sim 10\%$ . Après identification, les zones affectées ont été éliminées de l'ajustement.

### c. Déprojection

En supposant que la galaxie est vue sous un angle  $i - i = 90^\circ$  pour une galaxie vue de profil — et qu'elle est intrinsèquement axisymétrique, le formalisme MGE permet facilement de déprojeter le modèle bisymétrique de la brillance de surface dans le plan du ciel, en  $L_{\odot}/\text{pc}^2$ , pour obtenir la distribution *spatiale* de lumière, en  $L_{\odot}/\text{pc}^2/\text{arcsec}$  (MONNET *et al.* 1992). Chaque gaussienne 2D  $j$  se déprojette en une gaussienne 3D axisymétrique caractérisée par une intensité  $I_j$ , une unique dispersion  $\sigma_j$  et un unique facteur d'aplatissement  $q_j$ , et toutes les gaussiennes sont concentriques, de sorte que la répartition spatiale de lumière  $\Sigma(x,y,z)$  s'écrit, dans les coordonnées cylindriques  $(R,z)$

TAB. V.1 – Paramètres du modèle MGE de NGC 3377. Les paramètres  $I_j^l$ ,  $\sigma_j^l$  et  $q_j^l$  correspondent respectivement à l'intensité, la dispersion et l'aplatissement de la  $j^{\text{e}}$  gaussienne 2D du modèle photométrique. Puisque ce modèle est par construction bisymétrique, toutes les gaussiennes ont le même centre et la même orientation. Le paramètre  $I_j$  donne l'intensité de la gaussienne 3D issue de la déprojection de la gaussienne 2D  $j$  sous l'hypothèse d'une géométrie oblate et d'une inclinaison  $i = 90^\circ$ . Dans ce cas, chaque gaussienne 3D est caractérisée par une unique dispersion  $\sigma_j = \sigma_j^l$  et un unique aplatissement  $q_j = q_j^l$ .

Origine	Indice $j$	$I_j^l$ [ $L_\odot/\text{pc}^2$ ]	$\sigma_j^l$ [arcsec]	$q_j^l$	$I_j$ [ $L_\odot/\text{pc}^2/\text{arcsec}$ ]
HST	1	536128,0	0,037	0,833	5833935,5
	2	281535,8	0,105	0,753	1068021,9
	3	107724,4	0,248	0,520	173261,0
	4	53251,8	0,391	0,712	54347,3
	5	12739,8	0,838	0,239	6066,5
	6	30979,7	0,893	0,469	13838,3
	7	9990,8	1,994	0,495	1998,9
	8	2526,7	3,598	0,232	280,2
	9	2556,4	3,791	0,574	269,0
	10	2337,2	5,989	0,479	155,7
OHP	11	1157,1	14,456	0,475	31,9
	12	376,9	30,047	0,541	5,0
	13	82,5	72,378	0,743	0,4

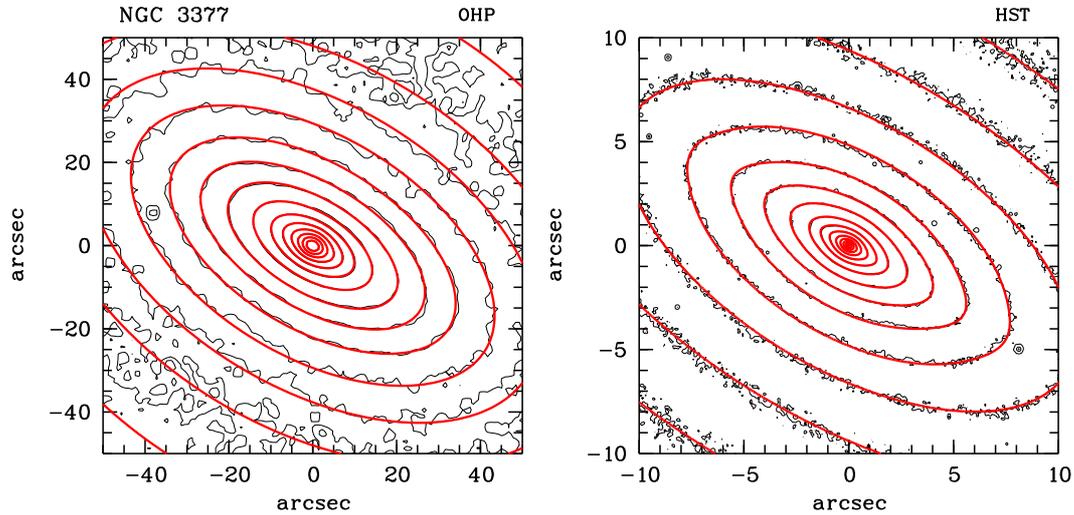


FIG. V.2 – Isophotes de la galaxie NGC 3377 (traits fins) dans la bande I et modèle MGE bisymétrique (traits épais). À gauche : image grand-champ (Observatoire de Haute-Provence), à droite : image HST.WFPC2. Le pas entre chaque isophote est de  $0,5^m$ . Le nord est à  $+20^\circ$  de l'axe des ordonnées négatif, sens trigonométrique, et l'est à droite.

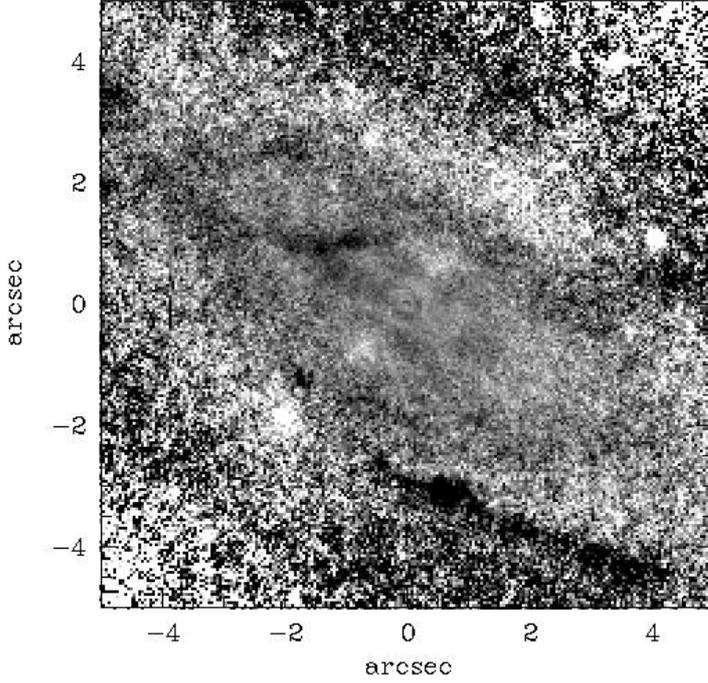


FIG. V.3: Carte de la quantité  $2,5 \log(\text{image}/\text{modèle})$ , mettant en évidence la présence de bandes de poussière dans la partie centrale de NGC 3377. L'échelle de gris s'étend linéairement de  $-0,1^m$  (noir) à  $+0,1^m$  (blanc). L'orientation est la même que dans la Fig. V.2.

associées à la géométrie axisymétrique :

$$\Sigma(R, z) = \sum_{j=1}^N I_j \exp \left[ \frac{-1}{2\sigma_j^2} \left( R^2 + \frac{z^2}{q_j^2} \right) \right]. \quad (\text{V.11})$$

On se place maintenant dans l'hypothèse où la galaxie est intrinsèquement oblate, hypothèse justifiée par l'existence d'un disque. Si elle est vue par la tranche ( $i = 90^\circ$ ), on a alors  $\sigma_j = \sigma'_j$  et  $q_j = q'_j$  (les intensités  $I_j$  correspondant à ce cas de figure sont données dans la Table V.1). Dans le cas général, si la galaxie est vue sous un angle  $0^\circ < i < 90^\circ$ , l'aplatissement intrinsèque  $q$  de la composante 3D et l'aplatissement apparent  $q'$  de la composante 2D en laquelle elle se projette sont reliés par  $q^2 \sin^2 i + \cos^2 i = q'^2$  (p.ex. BINNEY & MERRIFIELD 1998). La condition nécessaire  $q \geq 0$  correspond par conséquent à  $q'^2 \geq \cos^2 i$ . La composante la plus aplatie du modèle photométrique (composante 8, avec  $q' = 0,232$ ) limite donc l'inclinaison envisageable pour la galaxie :  $90^\circ \geq i \geq i_{\min} \hat{=} \arccos(\min_j q'_j) = 76,6^\circ$ . Cette contrainte n'est *a priori* qu'une contrainte technique de la modélisation MGE, et ne doit pas être considérée comme une condition stricte, du fait de la non-unicité probable de la décomposition photométrique et donc de la valeur de  $\min_j q'_j$ . Cependant, elle correspond effectivement à un domaine de variation de l'inclinaison raisonnable dans l'hypothèse réaliste d'une géométrie intrinsèque oblate.

Dans le formalisme MGE, et en supposant qu'il n'existe pas de matière sombre, passer de la répartition spatiale de lumière à la distribution de masse requiert de connaître le rapport masse/luminosité  $Y_j$  de chacune des composantes gaussiennes  $j$ . En pratique, ne disposant pas ici de contraintes suffisantes sur les différents  $Y_j$  à utiliser, nous supposons que toutes les composantes partagent le même rapport masse/luminosité  $Y$ , et la distribution de masse  $\rho(R, z)$  s'écrit alors simplement :

$$\rho(R, z) = Y \times \Sigma(R, z). \quad (\text{V.12})$$

Le potentiel gravitationnel  $\Phi(R, z)$  correspondant à cette répartition de masse est obtenu en résolvant l'équation de Poisson  $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$ . La résolution de cette équation est souvent non-triviale, et encore plus souvent non-analytique ; cependant, l'utilisation systématique de gaussiennes dans le formalisme MGE permet une immense simplification des calculs. Ainsi p.ex., l'expression du poten-

PUEO (optique adaptative)	
Mode de bouclage	automatique
Gain de bouclage	80
Séparateur de faisceau	I
OASIS	
Échantillonnage spatial	0,16 arcsec
Champ de vue	6,2 × 5,0 arcsec <sup>2</sup>
Nombre de spectres	1123
Échantillonnage spectral	2,23 Å/pixel
Résolution spectrale ( $\sigma$ )	70 km.s <sup>-1</sup>
Couverture spectrale	8351–9147 Å

TAB. V.2: Configuration instrumentale utilisée lors des observations OASIS de NGC 3377.

tiel gravitationnel se résume à :

$$\Phi(R,z) = -4\pi GY \sum_{j=1}^N I_j q_j \sigma_j^2 \int_0^1 \exp \left[ \frac{-t^2}{2\sigma_j^2} \left( R^2 + \frac{z^2}{1 - e_j^2 t^2} \right) \right] \frac{dt}{\sqrt{1 - e_j^2 t^2}} \quad \text{avec } e_j^2 \hat{=} 1 - q_j^2. \quad (\text{V.13})$$

Je réfère par la suite directement à MGE94 pour les expressions de ce type.

## 2.3. DONNÉES CINÉMATIQUES

Pour une détermination précise du modèle de masse, nous avons utilisé deux jeux de données photométriques complémentaires, l'une à grand champ et l'autre à haute résolution spatiale. De façon analogue, nous disposons de deux types de données cinématiques, les unes obtenues à l'aide du spectrographe intégral grand champ SAURON, couvrant un champ de  $\sim 30 \times 40$  arcsec<sup>2</sup> échantillonné à  $\sim 1$  arcsec, et les autres acquises avec le spectrographe intégral de champ OASIS, qui, utilisé en conjonction avec un système d'optique adaptative, fournit un champ de  $\sim 6 \times 5$  arcsec<sup>2</sup> avec une résolution angulaire de  $\sim 0''.6$ .

Les observations SAURON de la galaxie NGC 3377 ont déjà été détaillées au Chap. IV, § 2.1., p. 91, et les cartes de la cinématique stellaire présentées (voir Fig. IV.9, p. 94, ainsi que Fig. V.9). J'aborde maintenant les données OASIS, en référant au Chap. I pour une description du concept optique utilisé, et à BACON *et al.* (1998) pour une présentation de l'instrument OASIS.

### 2.3.1. Données OASIS

#### a. Observations

La galaxie NGC 3377 a été observée le 1<sup>er</sup> et 2 avril 1998 à l'aide du spectrographe intégral de champ OASIS, monté sur la bonnette d'optique adaptative (OA) PUEO du TCFH, utilisé dans la configuration MR3, (domaine du triplet du Ca II,  $\sim 8500$  Å). Cette configuration « rouge » est préférable au domaine classique du triplet Mgb ( $\sim 5200$  Å), car elle permet les meilleures performances de l'OA (RIGAUT *et al.* 1998). Le système de correction a directement été bouclé sur le cuspide central de la galaxie. L'échantillonnage spatial était de  $0''.16$ , ce qui correspond, pour les 1123 lentilles hexagonales d'OASIS, à un champ de vue de  $6,2 \times 5,0$  arcsec<sup>2</sup>. Les détails de la configuration instrumentale sont donnés dans la Table V.2.

Sept poses de 30 mn chacune ont été obtenues, dans des conditions atmosphériques photométriques, et toujours à faible masse d'air ( $z \lesssim 1,16$ ). Les conditions de *seeing* n'ont pas été très bonnes,  $\sim 1$  arcsec, ce qui correspond après correction par l'OA à une résolution  $\gtrsim 0''.6$ . Toutes les poses ont été centrées sur le cœur — utilisé comme source de référence pour l'OA — hormis de petits décalages volontaires, typiquement de l'ordre de 1 à 2 lentilles. Des poses de référence spectrale (Néon) ont été acquises avant et après chaque pose sur l'objet, ainsi que les autres poses d'étalonnage nécessaires (biais, poses de continu et de micro-pupilles, poses de champ plat spatial obtenues sur le ciel au lever ou au coucher du soleil). L'étoile HR 6342, de type spectral K1III, a été choisie comme étoile de référence cinématique, et observée avec la même configuration instrumentale.

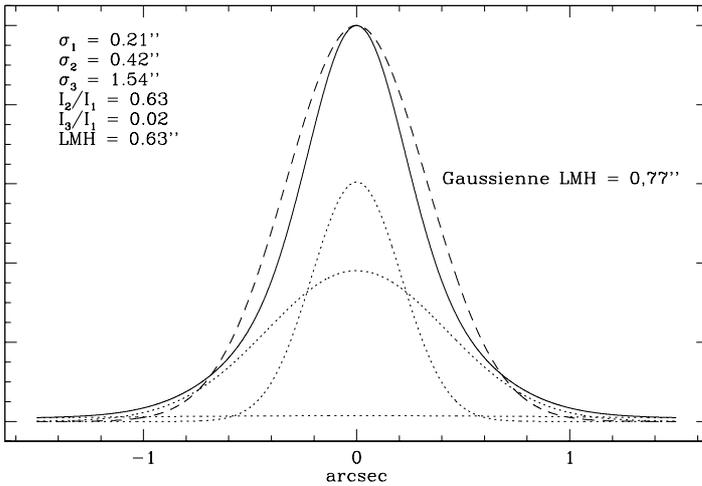


FIG. V.4: FEP estimée pour le cube final OASIS de NGC 3377 (trait plein), modélisée par une somme de trois gaussiennes (traits pointillés). La résolution spatiale est estimée à  $0.63$  LMH ( $\sigma = 0.27$ ). Noter l'aspect fortement non-gaussien (la meilleure gaussienne est représentée en trait tireté).

### b. Réduction des données

Les données OASIS ont été réduites selon la procédure standard mise en œuvre par le logiciel de réduction XOASIS, v. 4.2. Elle inclut le prétraitement des poses CCD (biais, courant d'obscurité), l'extraction des spectres, l'étalonnage en longueur d'onde, l'application d'une correction de champ plat spectro-spatial et l'étalonnage en flux. Compte tenu de la brillance de surface des parties centrales de NGC 3377 ( $\sim 17.5^m$  à  $3''$ ), aucune soustraction du spectre du ciel n'a été appliquée.

La réduction des données de type TIGER a déjà été décrite en détail (voir Chap. II et Chap. IV, § 1.3., p. 82), je n'y reviens donc pas, puisque les résultats sont en tout point similaires (qualité du masque d'extraction, précision de l'étalonnage en longueur d'onde, etc.).

La FEP spatiale a été estimée selon la même procédure que celle décrite au Chap. IV, § 1.3.2., p. 83, c.-à-d. en ajustant les paramètres d'une forme analytique de la FEP de sorte à minimiser les différences entre l'image reconstruite OASIS et l'image de référence à très haute résolution spatiale HST/WFPC2 (voir § 2.2.) convoluée par le modèle de FEP. Un seul cube mosaïqué a été créé à partir des 5 poses de meilleur *seeing*, en utilisant le recentrage précis fourni lors de l'estimation de leur FEP individuelle. La FEP finale, estimée de la même manière que précédemment, est présentée en Fig. V.4; elle a une LMH de  $0.63$  ( $\sigma \simeq 0.27$ ), mais présente un profil non-gaussien typique des systèmes d'OA (plus piqué qu'une gaussienne).

### c. Cinématique stellaire

Le spectre de l'étoile de référence cinématique HR 6342 (type spectral K1III) correspond simplement au spectre central du cube, de rapport S/B  $\sim 180$ . Le spectre a ensuite été débarrassé de sa composante continue, à l'aide d'un ajustement polynomial de bas degré ( $\sim 5$ ), et ré-échantillonné en  $\ln \lambda$ . La même procédure de soustraction de la composante continue et de ré-échantillonnage en  $\ln \lambda$  a été appliquée aux spectres du cube mosaïqué.

Deux méthodes différentes ont alors été appliquées pour déterminer le profil des vitesses  $\mathcal{L}$ , méthodes déjà amplement évoquées (voir Chap. III et Chap. IV, § 1.3.3., p. 85) :

- la méthode du quotient de Fourier du pic de cross-corrélation (FCQ), développée par BENDER (1990),
- la méthode de l'ajustement du pic de cross-corrélation (CCF), initiée par STATLER (1995).

Dans un premier temps, nous nous contentons d'une approximation gaussienne du profil des vitesses (PV). Les résultats présentés (Fig. V.5) ont été obtenus avec la méthode FCQ, mais les vitesses moyennes et les dispersions des vitesses issues de l'autre méthode sont en très bon accord.

Compte-tenu du rapport S/B moyen des spectres du cube mosaïqué et des résultats des tests de Monte-Carlo quantifiant les erreurs sur la détermination des paramètres cinématiques (cf. Chap. III, § c., p. 71), nous pouvons estimer, pour un spectre dans la partie centrale de la galaxie, les erreurs typiques sur la vitesse moyenne et la dispersion des vitesses à  $\Delta V = 15 \text{ km.s}^{-1}$ ,  $\Delta \sigma = 30 \text{ km.s}^{-1}$ .

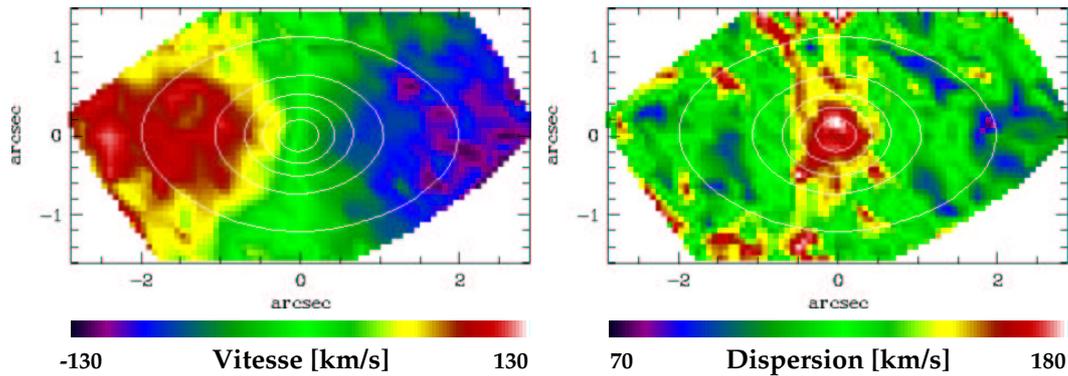


FIG. V.5 – Cartes OASIS de la cinématique stellaire de NGC 3377. À gauche : vitesse moyenne (en  $\text{km.s}^{-1}$ ), à droite : dispersion des vitesses (en  $\text{km.s}^{-1}$ ). Dans les deux cas, on a superposé pour indication les isophotes de l’image reconstruite.

Cependant, en comparant les résultats obtenus avec les données de la littérature (voir § 2.3.2.), il semble que l’estimation de la dispersion souffre d’une importante surestimation systématique.

### 2.3.2. Comparaisons

La cinématique stellaire déterminée à partir des observations OASIS et SAURON a été comparée avec les courbes de vitesse et de dispersion des vitesses obtenues en spectrographie à fente longue par BENDER *et al.* (1994) d’une part (Calar Alto, largeur de fente =  $2''.1$ , résolution spectrale =  $46 \text{ km.s}^{-1}$ ) et KORMENDY *et al.* (1998) d’autre part (spectrographe SIS/TCFH, largeur de fente  $\sim 0''.3 - 0''.5$ , résolution spectrale  $\sim 40 - 60 \text{ km.s}^{-1}$ ).

Les données SAURON (résolution  $\sim 2 \text{ arcsec LMH}$ ), correspondant simplement aux lentilles du cube mosaïqué situées le long du grand axe ( $\text{PA} = 42^\circ$ ), sont comparées en Fig. V.6 aux données de BENDER *et al.* (1994) de résolution sensiblement égale ( $\gtrsim 2 \text{ arcsec LMH}$ ) et les données moyennes de KORMENDY *et al.* (1998), de résolution bien meilleure ( $\sim 0''.6 \text{ LMH}$ ). Les données OASIS (résolution  $\sim 0''.65 \text{ LMH}$ ) présentées en Fig. V.7 résultent de la moyenne simple sur une bande de  $0''.32 \equiv 3$  lentilles autour du grand axe photométrique, et sont uniquement comparées aux données de qualité voisine de KORMENDY *et al.* (1998).

La comparaison entre les différents jeux de données est rendue difficile par les dispositifs instrumentaux et les résolutions spectro-spatiales très différentes. Il apparaît cependant clairement que, si les vitesses sont toujours en relativement bon accord<sup>i</sup>, les dispersions estimées à partir de la spectrographie intégrale de champ sont toujours *bien supérieures* ( $\gtrsim 20\%$ ) à celles déterminées par les autres auteurs. Une discordance de même nature, mais d’amplitude moindre, est observée entre les données de BENDER *et al.* (1994) et KORMENDY *et al.* (1998), du fait de la différence de résolution spatiale. La cause de l’écart supplémentaire reste à l’étude, et pourrait être due à un filtrage de Wiener inadapté (voir Chap. III, § 1.3., p. 63).

On vérifie en revanche que les données OASIS et SAURON sont compatibles entre elles, les écarts observés pouvant s’interpréter uniquement en terme de différence de résolution spatiale. En attendant de mieux comprendre l’origine de la surestimation des dispersions des vitesses stellaires, nous avons décidé d’utiliser les données de spectrographie intégrale de champ tel quel.

### 2.3.3. Signature de triaxialité

On observe distinctement, aussi bien dans les données SAURON (voir Fig. IV.9, p. 94) que dans les données OASIS (Fig. V.5), un angle de  $\sim 10^\circ$  entre la courbe d’isovitesse nulle et le petit axe pho-

<sup>i</sup> Pour information, les observations OASIS ne mettent pas en évidence le décalage de  $0''.15 \sim 1$  lentille marginalement observé le long du grand axe par KORMENDY *et al.* (1998).

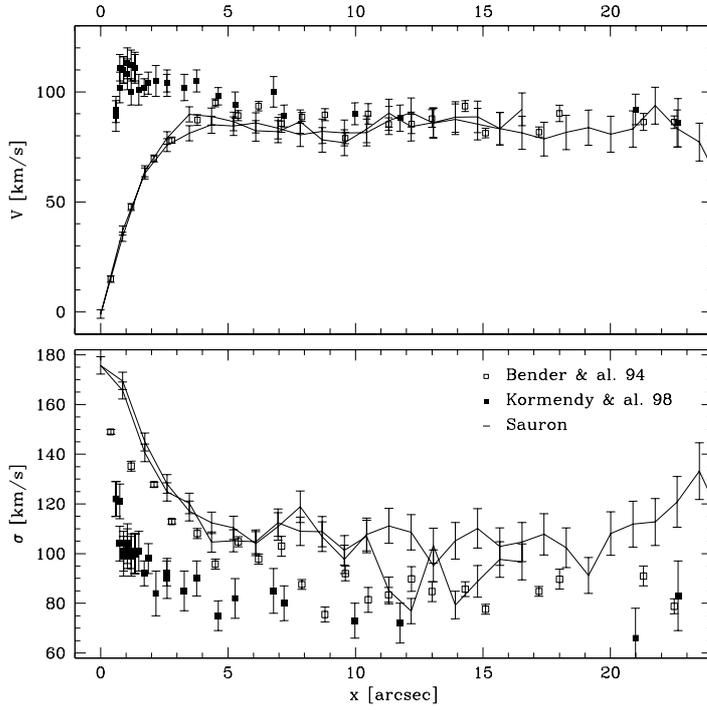


FIG. V.6: Comparaison entre les données cinématiques (en haut: vitesses moyennes, en bas: dispersion des vitesses) déterminées à partir des observations SAURON (résolution  $\sim 2''$ , trait plein) et par BENDER et al. (1994) (résolution  $\sim 2''$ , carrés blancs) et (KORMENDY et al. 1998) (résolution  $\sim 0''.6$ , carrés noirs).

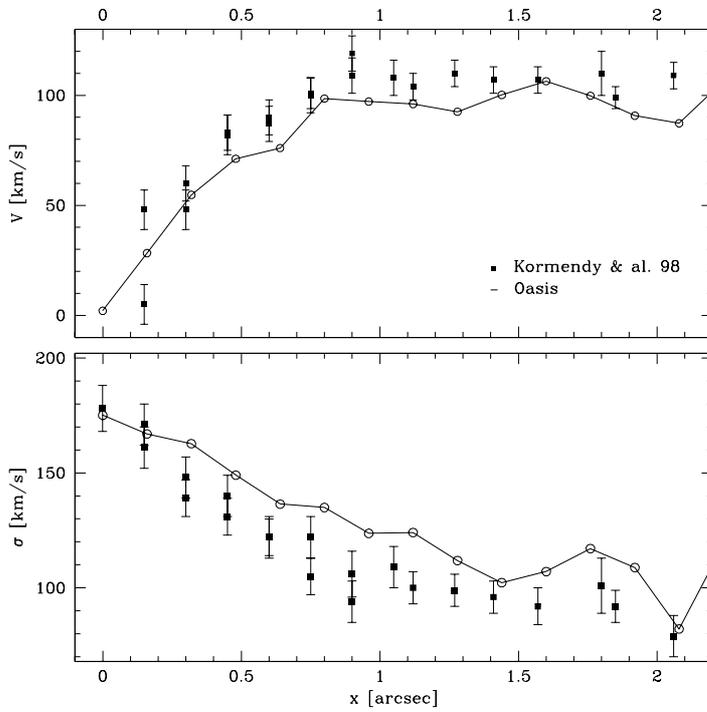


FIG. V.7: Comparaison entre les données cinématiques (en haut: vitesses moyennes, en bas: dispersion des vitesses) déterminées à partir des observations OASIS (résolution  $\sim 0''.65$ , trait plein) et par (KORMENDY et al. 1998) (résolution  $\sim 0''.5$ , carrés). Les données OASIS ont été moyennées sur une largeur de 3 lentilles pour simuler la fente de  $0''.37$  de large utilisée par ces auteurs.

tométrique. Cela implique nécessairement une rotation sur ce même petit axe (voir Fig. V.10, p. 135, colonne centrale), de l'ordre de  $\sim 20 \text{ km.s}^{-1}$ . L'observation de la non-orthogonalité entre le grand axe photométrique et le petit axe cinématique ne peut s'expliquer que par une géométrie intrinsèquement *non-axisymétrique* (structure globalement triaxiale ou présence d'une barre).

L'angle de décalage cinématique  $\Psi$ , défini par FRANX *et al.* (1991), peut se calculer aisément :

$$\Psi \cong \tan^{-1} \left( \frac{v_{\min} \simeq 20 \text{ km.s}^{-1}}{v_{\text{maj}} \simeq 100 \text{ km.s}^{-1}} \right) \simeq 11^\circ \quad (\text{V.14})$$

Cette valeur correspond *en moyenne* — mais l'on sait que la détermination de la forme intrinsèque des galaxies elliptiques est un problème hautement non-trivial (voir Chap. IV, § 2.2., p. 96) — à une géométrie plutôt oblate avec une triaxialité relativement faible de  $T \sim 0,2$ . Une analyse plus détaillée (p.ex. STATLER 1994) appliquée aux données de spectrographie intégrale de champ pourrait probablement affiner cette estimation, mais le caractère non-axisymétrique de NGC 3377 est très probablement un résultat acquis.

## 2.4. MODÈLE DE JEANS À DEUX INTÉGRALES

Dans le domaine de la modélisation dynamique, les modèles de Jeans semi-isotropes présentent de sévères limitations (voir voir § 1.2., p. 113), non seulement en imposant une restriction artificielle sur la forme de la fonction de distribution de la galaxie, supposée être de la forme  $f(E, L_z)$ , mais également en n'assurant pas le caractère physique de la solution obtenue. Ces modèles sont cependant très utiles pour « explorer » les propriétés dynamiques générales de la galaxie, puisque les calculs qu'ils nécessitent sont restreints et rapides.

Nous avons appliqué un tel modèle à NGC 3377 afin d'obtenir une estimation de son inclinaison et de son rapport masse/luminosité global. Cela permet également de vérifier si les données cinématiques observées sont raisonnablement compatibles avec un modèle semi-isotrope, et si elles laissent déjà présager la présence d'un TNS central.

Comme nous l'avons déjà évoqué, les données cinématiques de NGC 3377 — ainsi que le caractère « carré » de ses isophotes externes (PELETIER *et al.* 1990) — dénotent une géométrie sensiblement triaxiale. Les modèles à deux intégrales, intrinsèquement axisymétriques, sont toutefois intéressants, car : *a* – ils constituent un banc d'essai standard pour dégager les propriétés dynamiques essentielles de la galaxie, *b* – une modélisation triaxiale est difficile, principalement du fait du manque de contraintes fortes sur la géométrie intrinsèque et sur l'orientation réelle de l'ellipsoïde.

### 2.4.1. Principe

Nous nous plaçons toujours dans le cadre du formalisme MGE tel qu'exposé par MGE94. Je ne présente ici que la démarche générale utilisée, dite « méthode de Jeans MGE ».

Dans le cas d'un modèle axisymétrique ( $\partial_\phi \equiv 0$ ) à deux intégrales ( $\sigma_R = \sigma_z$  et  $\overline{v_R v_z} = 0$ ), les équations de Jeans se résument à (voir Éq. (V.6), p. 114) :

$$\partial_R(\rho\sigma_R^2) + \rho \left( \frac{\sigma_R^2 - \overline{v_\phi^2}}{R} + \partial_R \Phi \right) = 0, \quad (\text{V.15})$$

$$\partial_z(\rho\sigma_z^2) + \rho\partial_z \Phi = 0. \quad (\text{V.16})$$

Comme nous l'avons vu lors du calcul du modèle de masse (voir voir § 2.2.2., p. 120), la distribution spatiale de masse  $\rho(R, z)$  et le potentiel gravitationnel  $\Phi(R, z)$  qui en découle sont connus (Éq. (V.12) et (V.13)) sous l'hypothèse d'une inclinaison *i* et d'un rapport masse/luminosité constant sur l'ensemble de la galaxie. L'Éq. (V.16), associée aux formes analytiques particulières prises par ces quantités, permet de déterminer de façon robuste — c.-à-d. sans avoir recours à une dérivation numérique instable — la dispersion  $\sigma_R = \sigma_z$  en tout point du plan méridien  $(R, z)$  (voir Éq. (42) de MGE94). En

introduisant le paramètre d'anisotropie tangentielle  $\kappa \hat{=} \sigma_\phi^2 / \sigma_z^2$  ( $\kappa = 1$  correspond à un modèle purement isotrope :  $\sigma_R = \sigma_z = \sigma_\phi$ ), l'Éq. (V.15) donne accès aux grandeurs dynamiques azimutales  $\sigma_\phi$  et  $\overline{v_\phi^2} = \overline{v_z^2} - \sigma_\phi^2$  (Éq. (45) de MGE94).

Une fois connues toutes les grandeurs dynamiques dans le plan méridien ( $R, z$ ), et en tirant avantage de leur expression semi-analytique très particulière, il est « aisé » de calculer les quantités cinématiques projetées dans le plan du ciel, c.-à-d., outre l'intensité lumineuse, les deux premiers moments non-centrés des vitesses  $\mu_1^l$  et  $\mu_2^l$  (Éq. (47), (55) et (56) de MGE94). Les grandeurs  $\overline{\mu}_1$  et  $\overline{\mu}_2$ , obtenues après convolution par le *seeing* et intégration sur le pixel spatial propres aux conditions d'observation, sont à comparer aux *vrais* moments de la distribution des vitesses le long de la ligne de vue observée, respectivement la vitesse moyenne  $\overline{V}$  et le moment d'ordre 2 non centré  $\mu_{2,\text{obs}} \hat{=} (\overline{V^2} + \overline{\sigma^2})^{1/2}$ ,  $\overline{\sigma}$  désignant la dispersion des vitesses.

Il est important de noter que, dans le cadre d'un modèle de Jeans à deux intégrales, le moment  $\mu_2$  est indépendant du paramètre  $\kappa$ , et que l'étude de cette seule grandeur permet de s'affranchir de l'ignorance que l'on a du degré d'anisotropie de la galaxie. D'un point de vue observationnel, la quantité  $\mu_2$  ne peut être déterminée précisément qu'à partir d'une description détaillée de la distribution des vitesses le long de la ligne de vue. Cependant, puisque nous nous sommes pour l'instant contentés, pour les données cinématiques précédemment présentées, d'une description gaussienne du PV, de paramètres  $V$  et  $\sigma$ , on a simplement  $\overline{V} = V$  et  $\overline{\sigma} = \sigma$ . En revanche, dans le cas d'une paramétrisation plus fine — p.ex. par une fonction de Gauss-Hermite d'ordre 4 —, les vrais moments de la distribution ne correspondent pas à la vitesse et à la dispersion de la meilleure gaussienne (voir p.ex. Éq. (III.11), p. 61).

## 2.4.2. Résultats

L'application d'un modèle de Jeans MGE permet une exploration rapide de plusieurs paramètres physiques, principalement l'inclinaison  $i$ , le rapport masse/luminosité  $\Upsilon$  et la masse du TNS  $M_\bullet$ .

**Inclinaison.** La déprojection physique du modèle photométrique auquel nous avons abouti (voir § b.) restreint l'inclinaison  $i$  de la galaxie dans le domaine  $76,6^\circ \leq i \leq 90^\circ$  (cf. § c.). Au sein de ce domaine, une variation de  $i$  a des effets principalement au niveau du grand axe photométrique, puisque les composantes très aplaties contribuent peu au petit axe : le profil de  $\mu_{2,\text{obs}}$  le long du petit axe change donc peu. On dispose ainsi d'une méthode efficace pour déterminer l'inclinaison de la galaxie (pour plus de détail, voir p.ex. EMSELLEM *et al.* 1999). Nous avons trouvé que l'inclinaison donnant la meilleure concordance entre les observations et les prédictions est  $i \simeq 80^\circ$ , sans toutefois que cette valeur donne un ajustement satisfaisant (Fig. V.8).

**Rapport masse/luminosité.** L'ajustement de  $\overline{\mu}_2$  à la fois sur les grand et petit axes permet d'estimer le rapport masse/luminosité  $\Upsilon$ . Cependant, comme précédemment, aucune valeur n'autorise un accord satisfaisant : le meilleur ajustement est marginalement obtenu pour un rapport masse/luminosité moyen dans la bande I de  $\Upsilon_I = 2,5$  (Fig. V.8). Cette valeur correspond à un compromis pour le comportement aux rayons intermédiaires, mais sous-estime systématiquement le gradient central. Dans le cadre de ce modèle simpliste, un accroissement significatif du rapport masse/luminosité est donc nécessaire au cœur de la galaxie, ce qui est généralement considéré comme la signature de la présence de TNS. Après correction pour un  $V - I = 0,74$  obtenu pour cette galaxie par GOUDFROOIJ *et al.* (1994), le rapport masse/luminosité dans la bande  $V$  est de  $\Upsilon_V = 2,75$ , légèrement supérieur à la valeur  $\Upsilon = 2,4 \pm 0,2$  déterminée à l'aide du même genre de modèle par KORMENDY *et al.* (1998).

**Trou noir central.** Dans l'hypothèse d'un rapport masse/luminosité constant sur l'ensemble de la galaxie, seul l'ajout d'une masse centrale  $M_\bullet$  permet d'améliorer significativement l'accord observations/données. L'influence précise de la présence d'un TNS n'a pas encore été étudiée en détail ; la Fig. V.8 présente le cas d'un TNS de  $M_\bullet = 3.10^8 M_\odot$ .

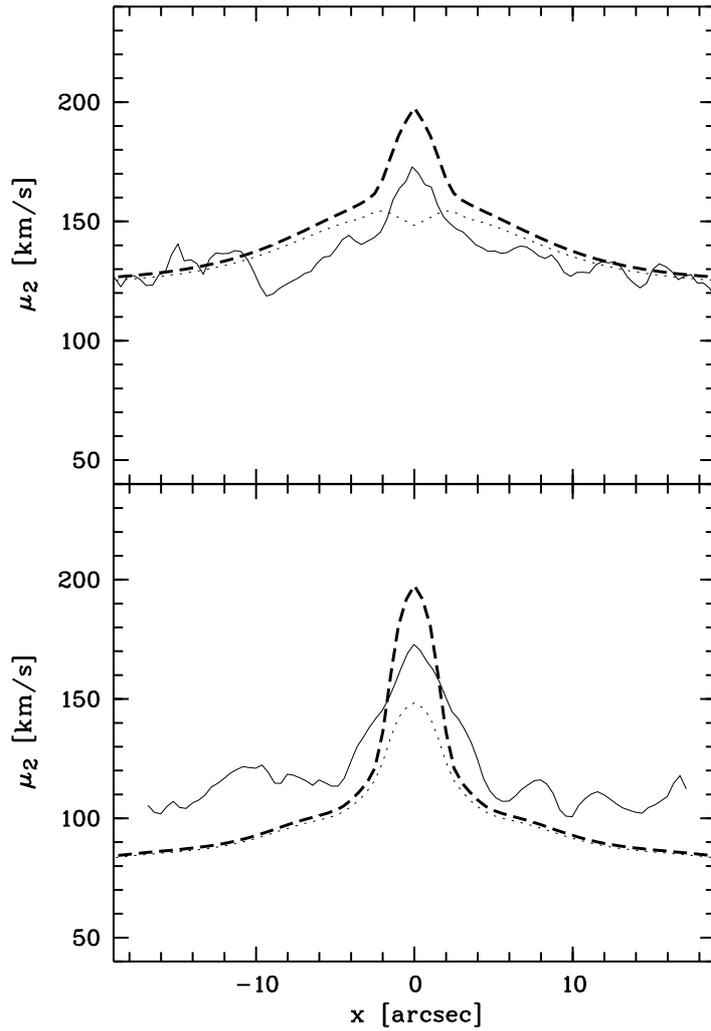


FIG. V.8: Comparaison sur le grand axe (en haut) et sur le petit axe (en bas) entre le second moment non-centré  $\mu_2 = \sqrt{V^2 + \sigma^2}$  observé (trait fin) et prédit par un modèle de Jeans MGE calculé pour  $i = 80^\circ$ ,  $Y = 2,5$  et  $M_\bullet = 0$  (trait fin pointillé) ou  $M_\bullet = 3.10^8 M_\odot$  (trait épais tireté).

### 2.4.3. Conclusions

La Fig. V.10 compare les données cinématiques SAURON et les prédictions d'un modèle de Jeans MGE purement isotrope ( $\kappa = 1$ ) calculé avec  $i = 80^\circ$ ,  $Y = 2,5$  et  $M_\bullet = 3.10^8 M_\odot$ . Comme on peut le voir, l'ajustement est très médiocre, tant au niveau du champ de vitesse — même s'il faut réaliser que la distorsion triaxiale ne peut évidemment pas être ajustée par un modèle intrinsèquement axisymétrique — qu'au niveau du champ de dispersion.

Même dans le cadre de cette étude préliminaire, il apparaît évident que cette galaxie ne peut être correctement modélisée à l'aide d'un modèle de Jeans à deux intégrales, quelque soit la valeur de l'inclinaison, du rapport masse/luminosité, du paramètre d'anisotropie  $\kappa$  et de la masse du TNS  $M_\bullet$ .

Plus généralement, les conclusions à tirer de ce genre de modèle sont toujours *très* relatives, surtout si l'on se place au niveau de la modélisation détaillée d'un objet unique. Cependant, une telle approche peut peut-être se justifier, de par sa facilité d'application, dans le cadre d'une étude de grande ampleur où, même si aucun des objets ne répond strictement aux hypothèses de base de la méthode (axisymétrie,  $f(E, L_z)$ , etc.), des résultats d'ensemble peuvent probablement être obtenus (p.ex. MAGORRIAN *et al.* 1998).

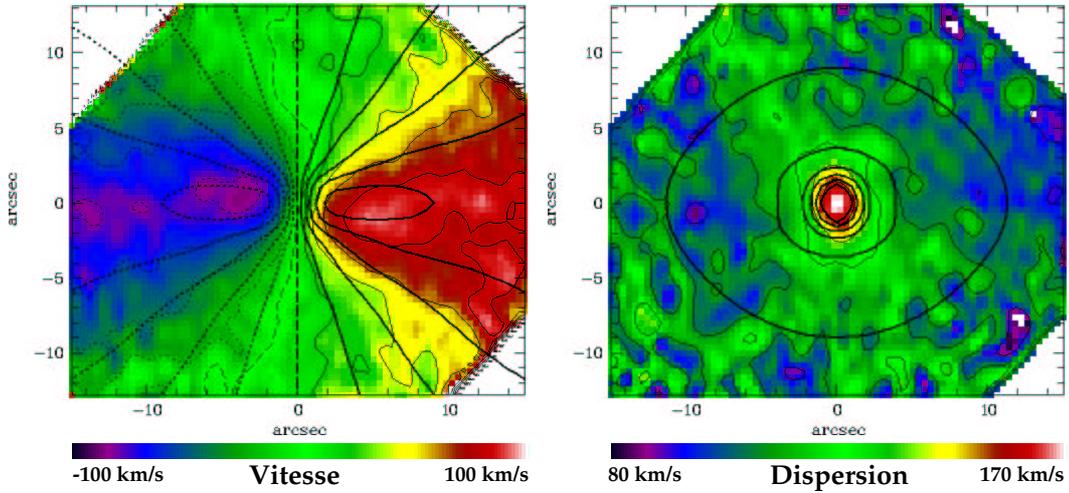


FIG. V.9 – Cartes de la cinématique SAURON (images et contours fins) et de la cinématique prédite par un modèle de Jeans MGE calculé avec  $i = 80^\circ$ ,  $\Upsilon = 2,5$  et  $M_\bullet = 3.10^8 M_\odot$  (contours épais). Noter l’inclinaison de la courbe d’isovitesse nulle observée (trait tireté fin), signature de triaxialité.

## 2.5. MODÈLE DE SCHWARZSCHILD

Les modèles de Jeans appliqués à la galaxie NGC 3377 nécessitent un TNS de l’ordre de  $M_\bullet = 1 - 3.10^8 M_\odot$ , ce qui correspond à peu près à la valeur trouvée par KORMENDY *et al.* (1998). On connaît cependant les limitations très fortes de ce genre de modèle, en particulier la restriction sur la forme possible de la fonction de distribution. On peut imaginer dans ce cas que les conclusions auxquelles on aboutit sont finalement autant dues aux observations qu’aux insuffisances des techniques de modélisation dynamique employées.

Pour lever ce doute, il est nécessaire d’analyser la même galaxie, mais à la lumière cette fois-ci d’un modèle dynamique le plus général possible. Pour ce faire, nous avons appliqué la méthode de Schwarzschild étendue, qui, dans le cas axisymétrique, autorise une fonction de distribution à 3 intégrales (voir voir § 1.3., p. 114). La démarche utilisée dans cette étude est très similaire à celle suivie par CRETTON & VAN DEN BOSCH (1999) et CRETTON *et al.* (2000).

L’inclinaison  $i$  de la galaxie est restreinte au domaine  $76^\circ - 90^\circ$  par la méthode de déprojection utilisée. Ne disposant pas de contrainte supplémentaire<sup>j</sup>, nous choisissons d’étudier le cas  $i = 90^\circ$ .

### 2.5.1. Mise en œuvre

La modélisation dynamique des galaxies par la méthode de Schwarzschild étendue est conceptuellement relativement simple, mais pose de nombreux problèmes techniques. Elle se compose de deux grandes étapes indépendantes :

- la construction de la librairie d’orbites et la projection de ses propriétés cinématiques dans l’espace des observables,
- l’ajustement des différentes contraintes d’auto-cohérence, cinématiques et éventuellement de régularisation,

que je décris sommairement maintenant, en référant à CRETTON (1999) détaillant tous les arcanes de la technique.

<sup>j</sup> Une analyse détaillée du disque de gaz observé au sein de cette galaxie (Fig. IV.12, p. 96) pourrait probablement apporter de nouvelles contraintes sur l’inclinaison de la galaxie.

**a. Librairie d'orbites**

**Construction.** La librairie d'orbites doit être construite de sorte à être représentative de l'ensemble de l'espace des phases, ou, ce qui revient au même d'après le théorème de Jeans (voir voir § 1.1.2., p. 112), de l'espace des intégrales, à savoir, dans le cas axisymétrique, l'énergie  $E$ , la composante  $L_z$  du moment cinétique et la troisième intégrale (effective)  $I_3$ . L'échantillonnage de cet espace se doit d'être suffisamment fin pour atténuer le bruit de discrétisation, mais est limité par les moyens de calcul accessibles. Nous avons choisi la grille  $(E, L_z, I_3)$  selon les critères suivants :

**Énergie :** à chaque énergie  $E$  correspond une orbite circulaire dans le plan équatorial, de rayon  $R_c$  et de vitesse  $V_c^2 = R_c \partial_R \Phi(R_c, 0)$ . L'énergie  $E$  peut ainsi s'exprimer plus intuitivement en terme de rayon  $R_c$ , à travers la relation  $E = V_c^2/2 + \Phi(R_c, 0)$ . La grille en énergie est donc déterminée à partir d'un échantillonnage logarithmique du rayon  $R_c$ , s'étendant de  $10^{-2}$  à 300 arcsec en 20 valeurs. Ce domaine permet de couvrir une très large fraction de la masse totale de la galaxie ( $> 99\%$ ).

**Moment cinétique :** la composante  $L_z$  du moment cinétique d'une orbite est maximale (en valeur absolue) pour l'orbite circulaire : pour les orbites d'énergie  $E$ , on a  $|L_z| \leq L_{z, \max}(E) = R_c V_c$ . La grille en  $|\eta| = |L_z|/L_{z, \max}$  est constituée de 7 valeurs linéairement réparties dans l'intervalle  $]0, 1[$ , les valeurs extrêmes — correspondant respectivement à l'orbite purement radiale et à l'orbite circulaire — étant exclues pour des raisons numériques, sans influence sur les résultats subséquents. Pour chaque valeur de  $|\eta|$ , seule l'orbite avec  $L_z = |\eta|L_{z, \max} > 0$  est effectivement calculée, puisque l'orbite réciproque  $L_z = -|\eta|L_{z, \max} < 0$  s'obtient par de simples arguments de symétrie.

**Troisième intégrale :** Puisque la troisième intégrale n'est pas connue analytiquement, il est nécessaire d'utiliser une intégrale *effective*, telle que celle définie par CRETTON *et al.* (1999), reliée à la position du point de rebroussement de l'orbite dans le plan méridien (voir leur Fig. 3). Il est important de noter que cette quantité *n'est pas* une véritable intégrale du mouvement, puisqu'elle ne contraint pas la régularité des orbites. En pratique, l'expérience montre cependant qu'il n'est pas nécessaire de distinguer les orbites chaotiques des orbites régulières, et toutes sont également considérées par la suite. Dans le cas présent, l'intégrale  $I_3$  est échantillonnée, pour  $(E, L_z)$  donnés, par 7 valeurs dans l'intervalle  $]0, I_{3, \max}[$ , les extrémités du segment — correspondant respectivement à l'orbite contenue dans le plan équatorial, et à l'orbite tube mince (« *thin tube orbit* ») — étant à nouveau exclues sans conséquence.

La grille en  $(R_c, |\eta|, I_3)$  ainsi choisie définit une librairie de  $20 \times 7 \times 7 = 980$  orbites avec  $L_z > 0$ , soit 1960 orbites au total.

**Intégration.** À partir de chaque condition initiale  $(R_c, |\eta|, I_3)$  de la grille précédemment choisie, l'orbite est intégrée numériquement dans le plan méridien à l'aide d'un algorithme de type Runge-Kutta, et ce pendant un temps équivalent à 200 périodes de l'orbite circulaire de rayon  $R_c$ . La conversion des  $N$  points  $(R, z, \dot{R}, \dot{z})_{i=1, \dots, N}$  obtenus au cours de l'intégration en des quantités cinématiques utilisables par la suite demande encore un certain nombre d'étapes techniques (voir CRETTON *et al.* 1999, pour les détails) :

**Symétrisation équatoriale :** les orbites individuelles ne sont pas nécessairement symétriques par rapport au plan équatorial, du fait de l'existence possible de résonances. Cependant, puisque nous ne considérons que les modèles intrinsèquement symétriques, chaque orbite est systématiquement symétrisée : à chaque point de l'orbite intégrée  $(R, z, \dot{R}, \dot{z})$  est associé le point  $(R, -z, \dot{R}, -\dot{z})$ .

**Axisymétrisation :** l'orbite est calculée dans le plan méridien, ce qui assure de fait la conservation de  $L_z$  (la conservation de l'énergie étant quant à elle assurée à  $\sim 10^{-5}$  près). Le passage à une représentation véritablement 3D axisymétrique est effectué à chaque pas de temps par  $\sim 50$  réalisations aléatoires de l'angle azimutal  $\phi$  décrivant la « position » du plan méridien dans l'espace réel.

« **Défocalisation** » : la caractérisation de chaque orbite par des intégrales du mouvement parfaitement définies entraîne l'apparition de discontinuités dans ses propriétés dynamiques — for-

mellement, il s'agit même de divergences intégrables (voir voir § 3.3., p. 147). Afin d'atténuer ces discontinuités difficiles à gérer d'un point de vue numérique, chaque orbite est « défocalisée » de sorte à être représentative non plus de l'énergie  $E$  précisément, mais du domaine  $[E - \delta E, E + \delta E]$ , avec  $\delta E/E \ll 1$ . Plus  $\delta E/E$  est grand, plus les discontinuités de l'orbite sont atténuées, mais moins l'orbite est représentative du potentiel étudié, car cette démarche n'est pas strictement correcte dans le cas général.

**Projection.** Deux types de données dynamiques sont nécessaires pour chaque orbite :  $a$  – la densité dans le plan méridien, qui sera utilisée pour contraindre l'auto-cohérence du modèle,  $b$  – les observables cinématiques projetées dans le plan du ciel, intégralement contenues dans la distribution des vitesses le long de chaque ligne de vue. Pour être exploitables numériquement, ces données doivent être calculées aux nœuds d'une grille dans le plan méridien d'une part et dans l'espace des observables  $(x', y', v)$  d'autre part,  $(x', y')$  désignant la position sur le ciel et  $v$  la vitesse le long de la ligne de vue, calculées en tenant compte de l'inclinaison  $i$  de la galaxie.

La détermination des propriétés intrinsèques d'une orbite — en tant qu'entité dynamique, et non pas seulement sa simple représentation numérique, forcément approximative — n'est pas chose aisée. La démarche classique, et utilisée dans la cas présent, qui consiste à suivre l'orbite pendant un temps « suffisamment » long et à calculer la fraction de temps passée dans chaque cellule de la grille, est conceptuellement similaire à une intégration de Monte-Carlo. Elle a l'avantage de s'appliquer à tout type d'orbite, mais elle n'assure pas *a priori* que les propriétés ainsi déterminées sont effectivement représentatives de l'orbite étudiée. Or la convergence vers une valeur moyenne peut prendre un temps très long, p.ex. pour une orbite piégée dans une résonance, voire infini, pour une orbite chaotique. Dans le cas des orbites régulières, il est possible de tirer avantage de la structure particulière prise par l'espace des phases pour accéder de façon plus efficace aux caractéristiques dynamiques de l'orbite. Ce dernier point constitue l'unique objet du Chap. VI.

**Dégradation.** Enfin, afin de simuler les conditions d'observation — conditions de *seeing*, échantillonnage spatial — des contraintes cinématiques qui seront utilisées par la suite, chaque tranche  $(x', y')$  du cube des observables est convoluée par la FEP estimée, et les résultats sont ré-échantillonnés sur les éléments spatiaux des observations<sup>k</sup>. Par ailleurs, puisqu'il est souvent difficile de contraindre directement le PV dans son intégralité, on ne retient de ce dernier que ses premiers moments, sous la forme des paramètres  $V, \sigma, h_3, h_4, \dots$  issus d'un ajustement de Gauss-Hermite (voir Éq. (III.11), p. 61). Dans cette étude préliminaire, nous nous sommes limités aux deux premiers moments  $V$  et  $\sigma$ .

### b. Ajustement

À la fin de l'étape précédente, on obtient, pour chaque orbite de la librairie, décrivant la portion de l'espace des intégrales centrée sur  $(E, L_z, I_3)$ , les prédictions cinématiques directement comparables avec les données observées. L'objectif est maintenant de « reconstruire » la galaxie étudiée à l'aide de ces briques élémentaires, en déterminant quelle combinaison linéaire de ces orbites permet de reproduire au mieux les observations (caractère « modélisateur » de la méthode), tout en respectant les hypothèses qui ont été utilisées durant le calcul (caractère *auto-cohérent*).

Attribuer un poids  $w_i$  à l'orbite  $i$  revient physiquement à quantifier la masse d'étoiles peuplant effectivement cette orbite. Or, cette masse ne peut être que positive ou nulle<sup>l</sup> : au pire, aucune étoile n'évolue sur cette orbite particulière, et  $w_i = 0$ , sinon,  $w_i > 0$ . La détermination des poids optimaux se fait donc selon un algorithme dit des « moindres carrés non-négatifs » (NNLS, pour « *Non-Negative Least Square* », LAWSON & HANSON 1974), qui trouve l'ensemble des coefficients minimisant la distance entre le modèle et les contraintes, sous la condition supplémentaire de non-négativité des co-

<sup>k</sup> Dans le cas d'observations provenant uniquement de la spectrographie intégrale de champ, comme c'est le cas ici, il est avantageux d'identifier directement la grille de stockage des propriétés cinématiques des orbites à la grille des observables, afin d'éviter toute interpolation supplémentaire.

<sup>l</sup> Il peut cependant être utile d'introduire des orbites de poids négatif si l'on utilise par ailleurs des « méta-orbites » décrivant de manière collective toute une région de l'espace des phases (HÄFNER *et al.* 2000).

efficaces (voir CRETTON *et al.* 1999, et références incluses pour une formalisation complète du problème).

Les contraintes à ajuster dans cette procédure sont de trois types :

**Les contraintes d’auto-cohérences :** ces contraintes imposent au modèle de respecter les hypothèses à partir desquelles il a été calculé. En particulier, la distribution de masse résultant de la somme pondérée des orbites de la librairie doit être conforme à la densité spatiale à l’origine du potentiel dans lequel ces mêmes orbites ont été intégrées. La comparaison s’effectue simultanément sur 3 grilles : *a* – une grille  $(R, \theta)$  de  $20 \times 7$  cellules dans le plan méridien (l’échantillonnage en  $R$  étant le même que celui en  $R_c$ , et celui en  $\theta$  linéaire dans  $[0, \pi/2[$ ), *b* – une grille analogue  $(R', \theta')$  de  $20 \times 7$  cellules projetée dans le plan du ciel, *c* – la grille des contraintes cinématiques, soit un total de  $(20 \times 7) \times 2 + 1312 + 561 = 2153$  contraintes.

**Les contraintes cinématiques :** l’objectif du modèle est avant tout de comprendre les observations cinématiques. Dans le modèle préliminaire présenté, nous avons exclusivement utilisé les données OASIS (561 lignes de vue) et SAURON (1312 lignes de vue), et le PV de chaque ligne de vue a été ajusté par une simple gaussienne, caractérisée par  $V$  et  $\sigma$ . On dispose ainsi d’un total de 3746 contraintes cinématique indépendantes.

**Les contraintes de régularisation :** en l’absence de contraintes spécifiques, les poids orbitaux correspondant à la solution optimale pour les deux jeux de contraintes précédents sont très irréguliers, ce qui correspond directement à une fonction de distribution effectivement positive mais très bruitée. Or, il est probable que ce bruit ne soit pas physique — on s’attend à une FD relativement régulière, même s’il est difficile de quantifier quel est le degré de régularité attendu — mais dû à des instabilités purement numériques. Il faut donc imposer des contraintes supplémentaires pour forcer la solution finale à une certaine régularité, p.ex. en minimisant la différence de poids entre deux orbites voisines dans l’espace des intégrales (ce qui induit alors autant de contraintes de régularisation que d’orbites dans la librairie). Le degré de régularisation est ajusté par un paramètre  $\Delta$  déterminant quelles sont les contraintes — (auto-cohérence + cinématique) ou régularisation — que le modèle doit prioritairement ajuster. Pour notre part, ce paramètre a été fixé de sorte à imposer un minimum de régularité à la solution.

Toutes ces contraintes doivent être formulées de sorte à être *linéaires* vis-à-vis des poids orbitaux, afin que l’ajustement reste purement linéaire. Par ailleurs, comme de coutume dans un ajustement, chaque contrainte doit être pondérée par son erreur associée. Dans le cas des contraintes cinématiques, cela correspond directement aux erreurs estimées sur les paramètres du PV. Pour les contraintes de régularisation, les erreurs à utiliser sont reliées au paramètre  $\Delta$ . Enfin, pour les contraintes d’auto-cohérence, les erreurs sont théoriquement nulles ; en pratique, on se contente d’associer à chacune de ces contraintes une erreur typique de 0,5 % afin que le modèle ne cherche pas à ajuster trop précisément des mesures entachées d’un certain bruit numérique. Il est à noter que, dans cette approche, il n’est pas directement possible d’associer une erreur au modèle de masse ayant présidé à la construction du modèle de la galaxie, puisque celui-ci détermine complètement l’ensemble des calculs. Seule une exploration *ad hoc* de tous les modèles de masse pertinents — p.ex. pour différentes déprojections possibles de la photométrie, mais surtout pour différentes répartitions de la matière sombre (p.ex. masse du TNS), que rien ne contraint par ailleurs — permet de les comparer entre eux.

Nous obtenons donc finalement un problème largement *sur*-contraint à 1960 inconnues — le poids de chacune des orbites de la librairie — et à 7859 contraintes — 2153 contraintes d’auto-cohérences, 3746 contraintes cinématiques et 1960 contraintes de régularisation. Le nombre très élevé de contraintes vient principalement de l’utilisation de données de spectrographie intégrale de champ.

## 2.5.2. Résultats

Dans le cadre d’une première modélisation de la galaxie NGC 3377, nous avons appliqué la méthode de Schwarzschild décrite précédemment aux données OASIS et SAURON disponibles (c’est d’ailleurs la première fois que cette technique est employée sur ce type de données). Dans un premier temps, nous n’avons considéré que le cas  $i = 90^\circ$ , et sans TNS ( $M_\bullet = 0$ ), afin de voir si la présence de ce dernier était encore requise dans le cas d’un modèle dynamique qui — hormis l’hypothèse d’axi-

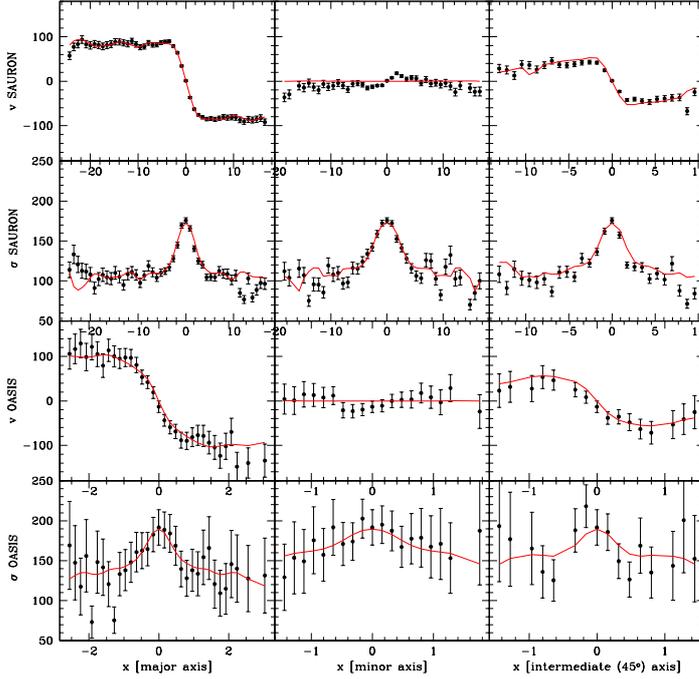


FIG. V.10: Comparaison entre les quantités cinématiques observées (symboles) et prédites par un modèle de Schwarzschild avec  $i = 90^\circ$ ,  $\Upsilon = 2,9$  et  $M_\bullet = 0$  (lignes continues), le long du grand axe (à gauche), du petit axe (au centre) et de l'axe intermédiaire  $+45^\circ$  (à droite). Noter la rotation sur le petit axe, visible dans les observations SAURON et OASIS, d'une amplitude de  $\sim 20 \text{ km.s}^{-1}$ .

symétrie — est tout à fait général. Encore une fois, la galaxie n'est pas strictement axisymétrique, mais sa triaxialité est probablement suffisamment faible pour que sa structure dynamique ne soit pas cruciallement dépendante de cette hypothèse.

### a. Cinématique

La V.10 présente la comparaison le long des axes principaux de la galaxie — grand axe, petit axe et axe intermédiaire  $+45^\circ$  — entre les quantités  $V$  et  $\sigma$  observées et les mêmes quantités prédites par le modèle de Schwarzschild. Le meilleur ajustement est obtenu pour un rapport masse/luminosité de  $\Upsilon = 2,9$ , similaire à la valeur déterminée par KORMENDY *et al.* (1998); l'accord est alors très bon, tant au niveau des données grand champ SAURON que des observations à plus haute résolution spatiale OASIS. Il est intéressant de noter que les pics de dispersion sont bien ajustés, et ce en l'absence de TNS.

La V.11 compare les cartes de la cinématique stellaire observées par SAURON et prédites par le modèle de Schwarzschild. Beaucoup de structures probablement fictives sont encore présentes dans cette première itération, mais l'accord est globalement bon.

### b. Structure orbitale

À partir des propriétés intrinsèques des orbites de la librairie, nous pouvons étudier la structure orbitale du modèle de Schwarzschild précédent (CRETTON & VAN DEN BOSCH 1999, CRETTON *et al.* 2000). Pour cela, nous calculons, en fonction du rayon et pour chacune des coordonnées polaires  $a = r, \theta, \phi$  (Fig. V.12):

- le second moment non-centré  $\mu_{2,a} \hat{=} \sqrt{\bar{v}_a^2 + \sigma_a^2}$ ,
- le rapport  $\sigma_a/\sigma_{\text{total}}$  de la dispersion à la dispersion totale  $\sigma_{\text{total}}^2 \hat{=} \sum_a \sigma_a^2$ ,
- le paramètre d'anisotropie  $\beta_a \hat{=} 1 - \sigma_a^2/\sigma_r^2$ ;  $\beta_a > 0$  correspond à une anisotropie radiale, et  $\beta_a < 0$  a une anisotropie tangentielle dans la direction  $a$ .

Ces quantités sont en outre moyennées le long du plan équatorial (« grand axe ») ou le long de l'axe de symétrie (« petit axe »).

Comme le montre la Fig. V.12, le modèle est, le long du grand axe, radialement anisotrope au centre ( $\beta_\theta \sim \beta_\phi \sim 0,3$ ) et azimuthalement anisotrope dans les parties externes ( $\beta \sim -0,7$ ). Cette structure orbitale particulière permet d'ajuster à la fois le pic de dispersion central, et la rotation rapide à

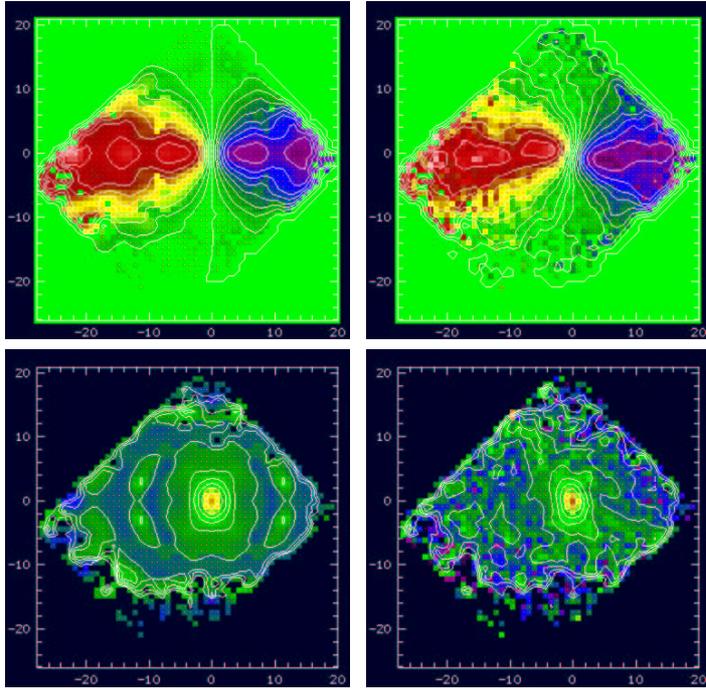


FIG. V.11: Cartes de la cinématique SAURON (à droite) et de la cinématique prédite par un modèle de Schwarzschild avec  $i = 90^\circ$ ,  $\Upsilon = 2,9$  et  $M_\bullet = 0$  (à gauche).

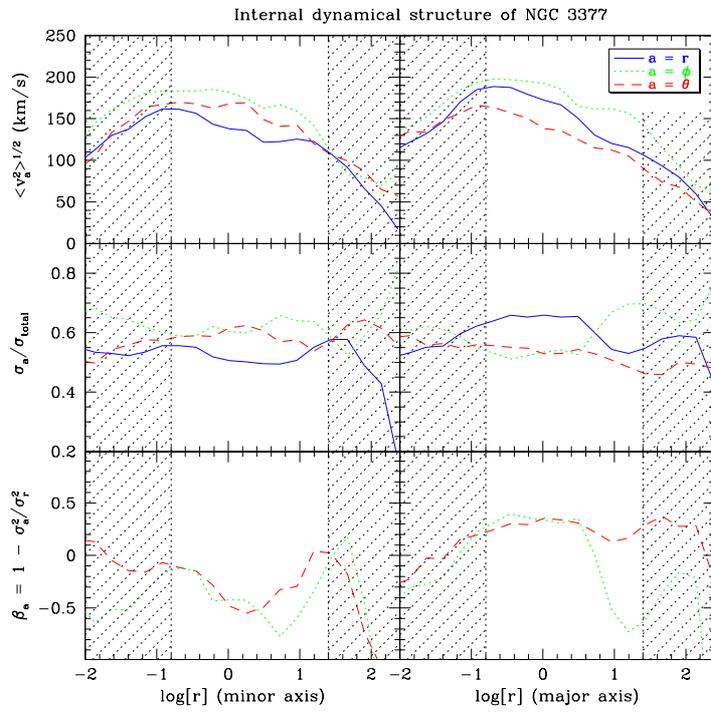


FIG. V.12: Structure orbitale de NGC 3377. Le « petit axe » (colonne de gauche) correspond à une moyenne autour de l'axe de symétrie  $z$ , et le « grand axe » (colonne de droite) à une moyenne autour du plan équatorial. Pour  $a = r, \theta, \phi$  (légende), la ligne du haut présente le second moment non-centré  $\langle v_a^2 \rangle^{1/2} \equiv \mu_{2,a} \hat{=} \sqrt{\bar{v}_a^2 + \sigma_a^2}$ , la ligne du centre  $\sigma_a / \sigma_{total}$  et la ligne du bas le paramètre d'anisotropie  $\beta_a \hat{=} 1 - \sigma_a^2 / \sigma_R^2$ . Les zones hachurées correspondent aux zones non-incluses dans l'ajustement du modèle de Schwarzschild, et donc dans lesquelles les résultats doivent être considérés avec circonspection.

plus grand rayon.

Le bon ajustement obtenu *en l'absence de TNS* dans le cadre d'un modèle axisymétrique à trois intégrales, alors même que les modèles à deux intégrales ne peuvent expliquer le pic central de dispersion (voir § 2.4.), n'est pas une surprise. Il est en effet bien connu (BINNEY & MAMON 1982) qu'une forte anisotropie radiale — que n'autorise pas les modèles  $f(E, L_z)$  — a la même signature dynamique (en ce qui concerne le profil des dispersion) qu'un TNS. Cette « dégénérescence masse/anisotropie » ne peut être levée que par une étude générale — sans restriction majeure sur la fonction de distribution — et détaillée — incluant en particulier les moments supérieurs de la distribution des vitesses le long de la ligne de vue — de la dynamique de la galaxie.

## 2.6. CONCLUSIONS

J'ai présenté les premiers éléments d'une modélisation dynamique détaillée de la galaxie elliptique NGC 3377, s'appuyant entièrement sur des données intégrales de champ OASIS et SAURON. Les résultats préliminaires sont :

- les modèles de Jeans semi-isotropes impliquent la présence d'un TNS de  $M_\bullet \sim 1 - 3 \cdot 10^8 M_\odot$ . Dans le même temps, ils ne peuvent pas ajuster correctement la cinématique observée ;
- les modèles axisymétriques à trois intégrales de Schwarzschild ajustent toutes les observables (hormis les déviations non-axisymétriques), et ne nécessitent pas *a priori* la présence d'un TNS.

Les données au sol, en dépit de leur haute résolution spatiale ( $\sim 0''.65$ ), *ne justifient donc pas* la présence évoquée d'un trou noir super-massif : la structure cinématique observée à cette résolution peut simplement s'expliquer par une forte anisotropie radiale au centre, que ne permet pas une hypothèse de (semi-)isotropie. En outre, il est difficile de douter de cette conclusion, sachant que les observations utilisées sont probablement les meilleures que l'on puisse acquérir du sol — tant en terme de couverture que de résolution spatiale — et que les modèles utilisés sont les plus généraux dans le cadre de l'hypothèse d'axisymétrie.

Ce résultat infirme la détection d'un TNS de  $M_\bullet \simeq 1,8 \cdot 10^8 M_\odot$  par KORMENDY *et al.* (1998), établie sur la base de modèles hybrides et isotropes et de données au sol de résolution comparable à celles utilisées dans la présente étude. Mais ces mêmes auteurs précisent : « *notre détection d'un TNS dans NGC 3377 n'est pas tout à fait décisive, puisque des modèles anisotropes à trois intégrales [non encore publiés, NDA] peuvent ajuster nos données sans TNS* ». Nous ne pouvons que souscrire à cette déclaration.

Ce dernier point souligne la difficulté à détecter de façon certaine un TNS au cœur d'une galaxie elliptique à partir de la cinématique stellaire, et à estimer précisément sa masse. S'il est effectivement probable que cette galaxie, comme d'autres, abrite un TNS de masse  $M_\bullet \sim 10^8 M_\odot$  (p.ex. VAN DER MAREL 1999), cette masse *ne peut pas* être raisonnablement contrainte dans le cadre d'une modélisation restrictive de données obtenues du sol. Or, beaucoup de détection et mesure de masse de TNS sont encore fondées sur ce type d'approche (p.ex. MAGORRIAN *et al.* 1998). Les mêmes données analysées à la lumière de modèles plus généraux ébranleraient probablement les corrélations évoquées.

Il est donc clair que seules l'utilisation de données de très haute résolution spatiale (spectroscopie HST/FOS ou STIS) et l'application de modèles dynamiques *pertinents* permettent une avancée dans le domaine des TNS (CRETTON & VAN DEN BOSCH 1999, aboutissent aux mêmes conclusions dans leur étude de la galaxie NGC 4342). On comprend ainsi mieux la conspiration à l'origine de la relative « constance » au fil des publications de la masse du TNS de certaines galaxies (voir p.ex. le cas de M32, VAN DER MAREL *et al.* 1998) : les observations, de plus en plus détaillées — meilleure résolution spatiale, mesure des moments supérieurs du profil des vitesses, etc. — tendent à accroître  $M_\bullet$ , tandis que les modélisations de plus en plus réalistes — méthode de Schwarzschild et autres modèles à 3 intégrales — tendent à la diminuer.

En ce qui concerne notre modélisation dynamique de NGC 3377, les résultats présentés ne sont que préliminaires. Dans une étude plus poussée, il sera crucial d'inclure les moments supérieurs de la distribution des vitesses le long de la ligne de vue ( $h_3$  et  $h_4$ ) — contraignant fortement la structure orbitale accessible et limitant éventuellement l'anisotropie radiale — ainsi que des données spectroscopiques à très haute résolution spatiale, telles que les données HST/FOC disponibles dans les

archives.

## Références

- BACON, R., ADAM, G., COPIN, Y., Emsellem, E., FERRUIT, P., PÉCONTAL, E. & PÉCONTAL, A., 1998; *The integral field spectrograph OASIS*. Dans *CFHT Users Meeting*. Québec
- BACON, R., Emsellem, E., MONNET, G. & NIETO, J. L., 1994; *Sub-arcsecond 2D photometry and spectrography of the nucleus of M31: The supermassive black hole revisited*. *A&A*, **281**, 691
- BENDER, R., 1990; *Unraveling the kinematics of early-type galaxies – Presentation of a new method and its application to NGC 4621*. *A&A*, **229**, 441
- BENDER, R., SAGLIA, R. P. & GERHARD, O. E., 1994; *Line-Of Velocity Distributions of Elliptical Galaxies*. *MNRAS*, **269**, 785
- BINNEY, J. & MAMON, G. A., 1982; *M/L and velocity anisotropy from observations of spherical galaxies, or must M87 have a massive black hole*. *MNRAS*, **200**, 361
- BINNEY, J. & MERRIFIELD, M., 1998; *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press
- CRETTON, N., 1999; *Dynamical Models of Early-type Galaxies*. Thèse de doctorat, University of Leiden
- CRETTON, N., DE ZEEUW, P. T., VAN DER MAREL, R. P. & RIX, H. W., 1999; *Axisymmetric Three-Integral Models for Galaxies*. *ApJS*, **124**, 383
- CRETTON, N., RIX, H. W. & DE ZEEUW, T., 2000; *The Distribution of Stellar Orbits in the Giant Elliptical Galaxy NGC 2320*. *ApJ*. Astro-ph/0001506
- CRETTON, N. & VAN DEN BOSCH, F. C., 1999; *Evidence for a Massive Black Hole in the S0 Galaxy NGC 4342*. *ApJ*, **514**, 704
- DE ZEEUW, P. T., 1985; *Elliptical galaxies with separable potentials*. *MNRAS*, **216**, 273
- EMSELLEM, E., DEJONGHE, H. & BACON, R., 1999; *Dynamical models of NGC 3115*. *MNRAS*, **303**, 495
- EMSELLEM, E., MONNET, G. & BACON, R., 1994; *The multi-gaussian expansion method: a tool for building realistic photometric and kinematical models of stellar systems I. The formalism*. *A&A*, **285**, 723. MGE94
- FABER, S. M., TREMAINE, S., AJHAR, E. A., BYUN, Y. L., DRESSLER, A., GEBHARDT, K., GRILLMAIR, C., KORMENDY, J., LAUER, T. R. & RICHSTONE, D., 1997; *The Centers of Early-Type Galaxies with HST.IV.Central Parameters*. *AJ*, **114**, 1771
- FELDMIEIER, J. J., CIARDULLO, R. & JACOBY, G. H., 1997; *Planetary Nebulae as Standard Candles. XI. Application to Spiral Galaxies*. *ApJ*, **479**, 231
- FRANX, M., ILLINGWORTH, G. & DE ZEEUW, T., 1991; *The ordered nature of elliptical galaxies - Implications for their intrinsic angular momenta and shapes*. *ApJ*, **383**, 112
- GEBHARDT, K., RICHSTONE, D., KORMENDY, J., LAUER, T. R., AJHAR, E. A., BENDER, R., DRESSLER, A., FABER, S. M., GRILLMAIR, C., MAGORRIAN, J. & TREMAINE, S., 2000; *Axisymmetric, Three-Integral Models of Galaxies: A Massive Black Hole in NGC 3379*. *AJ*, **119**, 1157
- GOUDFROOIJ, P., HANSEN, L., JORGENSEN, H. E., NORGAARD-NIELSEN, H. U., DE JONG, T. & VAN DEN HOEK, L. B., 1994; *Interstellar matter in Shapley-Ames elliptical galaxies. I. Multicolour CCD surface photometry*. *A&AS*, **104**, 179
- HÄFNER, R. M., EVANS, N. W., DEHNEN, W. & BINNEY, J., 2000; *A Dynamical Model of the Inner Galaxy*. *MNRAS*, **314**, 433+
- KORMENDY, J. & BENDER, R., 1996; *A proposed Revision of the Hubble Sequence for Elliptical Galaxies*. *ApJ*, **464**, L119
- KORMENDY, J., BENDER, R., EVANS, A. S. & RICHSTONE, D., 1998; *The Mass Distribution in the Elliptical Galaxy NGC 3377: Evidence for a  $2^8$ - $M_{\odot}$  Black Hole*. *AJ*, **115**, 1823
- LAWSON, C. L. & HANSON, R. J., 1974; *Solving Least-Squares Problems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- MAGORRIAN, J. & BINNEY, J., 1994; *Predicting Line-of-sight Velocity Distribution of Elliptical Galaxies*. *MNRAS*, **271**, 949
- MAGORRIAN, J., TREMAINE, S., RICHSTONE, D., BENDER, R., BOWER, G., DRESSLER, A., FABER, S. M., GEBHARDT, K., GREEN, R., GRILLMAIR, C., KORMENDY, J. & LAUER, T., 1998; *The Demography of Massive Dark Objects in Galaxy Centers*. *AJ*, **115**, 2285
- MATTHIAS, M. & GERHARD, O., 1999; *Dynamics of the boxy elliptical galaxy NGC 1600*. *MNRAS*, **310**, 879
- MERRITT, D. & FRIDMAN, T., 1996; *Triaxial Galaxies with Cusps*. *ApJ*, **460**, 136
- MONNET, G., BACON, R. & Emsellem, E., 1992; *Modelling the stellar intensity and radial velocity fields in triaxial galaxies by sums of Gaussian functions*. *A&A*, **253**, 366
- PELETIER, R. F., DAVIES, R. L., ILLINGWORTH, G. D., DAVIS, L. E. & CAWSON, M., 1990; *CCD surface photometry of galaxies with dynamical data. II - UBR photometry of 39 elliptical galaxies*. *AJ*, **100**, 1091
- POULAIN, P., 1988; *UBVRI aperture photometry of early-type galaxies*. *A&AS*, **72**, 215
- RIGAUT, F., SALMON, D., ARSENAULT, R., THOMAS, J., LAI, O., ROUAN, D., VÉLAN, J. P., GIGAN, P., CRAMPTON, D., FLETCHER, J. M., STILBURN, J.,

## Références

---

- BOYER, C. & JAGOUREL, P., 1998; *Performance of the Canada-France-Hawaii Telescope Adaptive Optics Bonnette*. *PASP*, **110**, 152
- RIX, H. W., DE ZEEUW, P. T., CRETTON, N., VAN DER MAREL, R. P. & CAROLLO, C. M., 1997; *Dynamical Modeling of Velocity Profiles: The Dark Halo around the Elliptical Galaxy NGC 2434*. *ApJ*, **488**, 702
- SCHWARZSCHILD, M., 1979; *A numerical model for a triaxial stellar system in dynamical equilibrium*. *ApJ*, **232**, 236
- STATLER, T., 1995; *Bringing the cross-correlation method up to date*. *AJ*, **109**, 1371
- STATLER, T. S., 1987; *Self-consistent models of perfect triaxial galaxies*. *ApJ*, **321**, 113
- , 1994; *Uncovering the intrinsic shapes of elliptical galaxies. 3: Practical modeling*. *ApJ*, **425**, 500
- SYER, D. & TREMAINE, S., 1995; *Lattice stellar dynamics*. *MNRAS*, **276**, 467
- VALLURI, M. & MERRITT, D., 1998; *Regular and Chaotic Dynamics of Triaxial Stellar Systems*. *ApJ*, **506**, 686
- VAN DEN BOSCH, F. C., 1997; *On the uncertainties of the central density in axisymmetric galaxies resulting from deprojection*. *MNRAS*, **287**, 543
- VAN DER MAREL, R. P., 1999; *The Black-Hole Mass Distribution in Early-Type Galaxies: Cusps in Hubble Space Telescope Photometry Interpreted Through Adiabatic Black-Hole Growth*. *AJ*, **117**, 744
- VAN DER MAREL, R. P., CRETTON, N., DE ZEEUW, P. T. & RIX, H. W., 1998; *Improved Evidence for a Black Hole in M32 from HST/FOS Spectra. II. Axisymmetric Dynamical Models*. *ApJ*, **493**, 613
- ZHAO, H. S., 1996; *A steady-state dynamical model for the COBE-detected Galactic bar*. *MNRAS*, **283**, 149



# Éléments de dynamique spectrale

DANS LA CONSTRUCTION d'un modèle de Schwarzschild, l'orbite joue un rôle primordial (voir Chap. V, § 1.3., p. 114) : c'est à partir de la détermination des propriétés *individuelles* de chacune des orbites de la librairie, que l'on espère représentatives de l'ensemble des orbites effectivement présentes dans la galaxie, que va se construire, par simple superposition linéaire, le modèle *global*.

*A priori*, la notion d'orbite est relativement simple : il s'agit de la trajectoire dans l'*espace des phases* (EDP) — concept plus général que l'orbite « spatiale » — que suit une étoile plongée dans un potentiel gravitationnel. Cependant, les propriétés intrinsèques d'une orbite ne sont souvent pas connues précisément. En effet, elle est le plus souvent calculée de manière numérique par intégration « brutale » des équations du mouvement. Cette méthode donne bien à chaque instant la position et la vitesse de l'étoile, avec une précision quasi-arbitraire, mais elle ne permet pas d'aborder directement ses propriétés globales. Pourtant, on sait que le simple principe fondamental de la dynamique, outre son action locale — faire évoluer l'étoile le long de son orbite — a une action à plus grande échelle — p.ex. en contraignant l'orbite à rester dans un domaine limité de l'EDP (BINNEY & TREMAINE 1987).

On peut distinguer ici deux types d'orbites (voir plus loin) : les orbites *régulières*, et les orbites *chaotiques*. Les premières sont effectivement contraintes par l'existence d'un certain nombre d'*intégrales du mouvement*, limitant strictement leur degré de liberté dans l'EDP. Les secondes sont moins contraintes, et peuvent donc explorer un plus grand domaine de l'EDP.

Les contraintes associées à l'existence d'intégrales du mouvement pour un orbite régulière sont très fortes, et permettent une connaissance accrue des caractéristiques de l'orbite. Ce chapitre reprend strictement le texte (en anglais) d'un article soumis pour publication (« Probing a regular orbit with spectral dynamics », COPIN *et al.* 2000) décrivant comment utiliser les concepts et techniques de la dynamique spectrale (BINNEY & SPERGEL 1982, 1984, CARPINTERO & AGUILAR 1998) à cette fin.

## Abstract

We have extended the spectral dynamics formalism introduced by Binney & Spergel, and have implemented a semi-analytic method to represent regular orbits in any potential, making full use of their regularity. We use the spectral analysis code of Carpintero & Aguilar to determine the nature of an orbit (irregular, regular, resonant, periodic) from a short-time numerical integration. If the orbit is regular, we approximate it by a truncated Fourier time series of a few tens of terms per coordinate. Switching to a description in action-angle variables, this corresponds to a reconstruction of the underlying invariant torus. We then relate the uniform distribution of a regular orbit on its torus to the non-uniform distribution in the space of observables by a simple Jacobian transformation between the two sets of coordinates. This allows us to compute, in a cell-independent way, all the physical quantities needed in the study of the orbit, including the density and in the line-of-sight velocity distribution, with much increased accuracy. The resulting flexibility in the determination of the orbital properties, and the drastic reduction of storage space for the orbit library, provide a significant improvement in the practical application of Schwarzschild's orbit superposition method for constructing galaxy models. We test and apply our method to two-dimensional orbits in elongated discs, and to the meridional motion in axisymmetric potentials, and show that for a given accuracy, the spectral dynamics formalism requires an order of magnitude fewer computations than the more traditional approaches.

## 1. Introduction

In the construction of dynamical models for galaxies by Schwarzschild's (1979) method, one tries to match the density distribution and the photometric and kinematic observations with weighted contributions of individual orbits (e.g., RIX *et al.* 1997, CRETTON *et al.* 1999). Therefore, the method requires the precise knowledge of the intrinsic properties of the orbits, such as the density and the line-of-sight velocity distributions (LOSVD's). The traditional method for computing the orbital properties is to integrate the equations of motion by numerical means. Then the spatial density distribution of the orbit follows from calculating the fraction of time spent in each cell of a grid in configuration space after a sufficiently long integration period. Other properties follow by considering similar grids in phase-space. This method can be visualized as simply marching along the orbit, and dropping balls in a grid of buckets at regular time intervals. It is conceptually similar to a Monte-Carlo integration, and can be applied to any orbit. However, this approach does not take advantage of the regular behavior of many orbits in the potentials relevant for galaxies: it simply treats the regular orbital motion as a structureless collection of independent points in phase-space.

The motion in a regular orbit is quasi-periodic, and can be expressed as a Fourier series expansion in action-angle variables. This series expansion represents the underlying invariant orbital torus (e.g., ARNOLD 1989), and can be reconstructed from a normal orbit integration (BINNEY & SPERGEL 1982, 1984), or from generating functions (MCGILL & BINNEY 1990, BINNEY & KUMAR 1993, KAASALAINEN & BINNEY 1994, KAASALAINEN 1994). It is also possible to integrate the orbit directly in the angle variables (RATCLIFF *et al.* 1984), although published applications have been restricted to two-dimensional motion. LASKAR (1993) introduced the so-called frequency map analysis to study the nature of orbits. This has been used to study orbits in galactic potentials (PAPAPHILIPPOU & LASKAR 1996, 1998, VALLURI & MERRITT 1998). CARPINTERO & AGUILAR (1998, hereafter CA98) developed a fully automated technique to classify orbits based on the commensurability of the peak frequencies in the Fourier spectra of the orbit.

In this paper we extend this previous work as follows. From a standard numerical integration of the orbit over a few hundred orbital periods, and after a detailed spectral analysis based on the method of CA98, we obtain a semi-analytic expression for the orbit. This can be considered as fitting the underlying orbital torus to the results of a short numerical integration, and so obtaining an approximate expression for the orbit valid for all time (i.e., fully phase-mixed). It is then straightforward to derive all the required orbital properties, including the density in configuration space and

the LOSVD's, with high precision, and we describe in detail how to do this. While there are many papers on orbital tori reconstruction in the literature, we are not aware of any published formalism for projecting the tori to observable space to get the LOSVD of an orbit. Here we implement our method on two-dimensional integrable and non-integrable potentials, and compare the results with traditional straight numerical integrations. We also show how to generalize the results to axisymmetric three-dimensional potential.

This paper is organized as follows. After reviewing some basic results of spectral dynamics in §2., we present the extended formalism in §3.. In §4. we test the formalism on a two-dimensional separable (Stäckel) potential, and then apply it to Binney's logarithmic potential. We describe the application to the motion in the meridional plane of an axisymmetric potential in §5., and summarize our conclusions in §6..

## 2. Introduction to spectral dynamics

For the convenience of the general reader, we here summarize some results on the structure of phase-space, and introduce the terminology and notations of action-angle description of orbits.

### 2.1. PHASE-SPACE STRUCTURE, ACTION-ANGLE VARIABLES AND BASE FREQUENCIES

In an  $n$ -dimensional potential (cases of interest are  $n = 2$  or  $3$ ), an orbit can be characterized according to its  $m$  integrals. In a time-independent potential, the energy is a conserved quantity and is always an integral for an orbit, leading to  $m \geq 1$ . When the orbital motion in phase-space (of dimension  $2n$ ) is constrained by the conservation of  $m$  integrals of motion, the orbital manifold on which the orbit evolves has dimension  $2n - m$ . The orbit is said to be *regular* if  $m \geq n$ , and then travels on a manifold of dimension  $\leq n$ ; otherwise ( $m < n$ ), the orbit is said to be *irregular* (or *chaotic*), and move in a region of phase-space of dimension  $> n$  (but still  $\leq 2n - 1$ ).

In the special case  $m = n$ , the orbital manifold of a bound orbit is topologically equivalent to an  $n$ -torus, the *invariant torus*, embedded in phase-space (e.g., ARNOLD 1989, see Fig. VI.1), and the orbital motion is *quasi-periodic*. Not being further constrained by additional integrals of motion, the trajectory is *dense* (or *ergodic*) on the torus, and the orbit is said to be *open*. On the other hand, if  $m > n$ , the orbit is further constrained, and will not cover densely its torus even after infinite time. This happens when there exist resonances between the fundamental frequencies of two or more angle variables describing the orbit (cf. following section). Thus, we speak of *non-resonant* ( $m = n$ ) and *resonant* ( $m > n$ ) orbital tori; only the former form a set of non-zero measure in phase-space. If the orbit is *fully resonant*, i.e.,  $m = 2n - 1$ , it closes on itself only after a finite number of turns around its torus: such an orbit is *periodic*.

A regular orbit is confined to its invariant  $n$ -torus, so we can look for canonical coordinates  $(Q, P)$  adapted to the torus geometry, such that the momenta  $P$  are constant on the torus, and their conjugate variables  $Q$  form a natural coordinate system for the region of phase-space occupied by the tori. Since these coordinates are canonical, Hamilton's equations state:

$$\dot{Q} = \frac{\partial H}{\partial P}, \quad \dot{P} = -\frac{\partial H}{\partial Q}, \quad (\text{VI.1})$$

where  $H$  is the Hamiltonian of the orbit. Since we want  $P$  to be constant, this implies that  $H = H(P)$ , i.e., that  $H$  is cyclic in  $Q$ , and thus that  $\partial H / \partial P = \text{cte} = \omega$ . We can therefore integrate the remaining equation of motion straightforwardly:  $Q(t) = \omega t + Q(0)$ .

Choosing an appropriate scaling such that  $Q$  is  $2\pi$ -periodic, we obtain the so-called *action-angle variables*: the angles  $\varphi \equiv Q$  are natural coordinates for the invariant torus, and allow one to distinguish individual points on it; the actions  $J \equiv P$  label this torus with respect to the tori of other orbits.

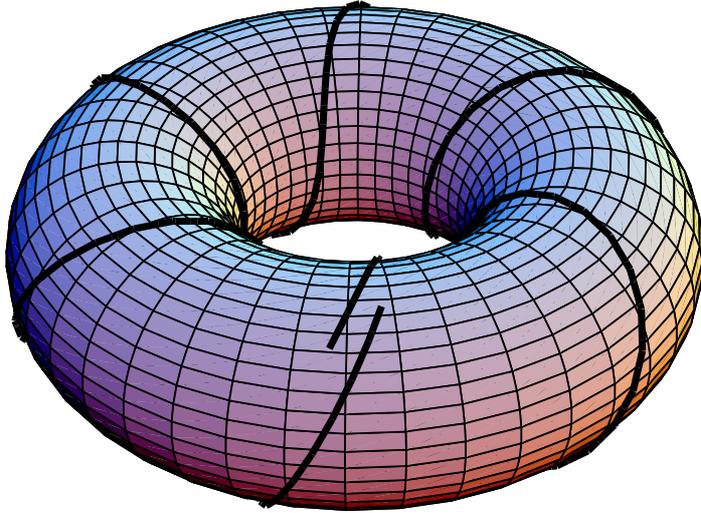


Figure VI.1: A regular open orbit spiraling on its invariant torus.

They can be seen as related to the different radii of the tori.

If the frequencies (actually pulsations)  $\omega_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) are mutually incommensurable, they are said to be the  $n_{\text{BF}} = n$  *base frequencies* of the orbit; the incommensurability ensures that the orbit covers densely its torus and therefore is open. If there exist a linear commensurability between two or more  $\omega_i$ , then the orbit is further constrained on the torus, and the number of incommensurable base frequencies is reduced to  $n_{\text{BF}} < n$ . In the extreme case, if the orbit is closed, only one base frequency remains. In the other extreme case, the base frequencies are not well-defined for irregular orbits, since these are not constrained to a  $n$ -torus; however, according to the practical definition of the base frequencies, they will be characterized by  $n_{\text{BF}} > n$  (CA98).

## 2.2. DESCRIPTION OF AN ORBIT IN ANGLE VARIABLES

We now turn to the two-dimensional case,  $n = 2$ , and restrict ourselves to *regular open orbits*, which leads to  $n_{\text{BF}} = n = 2$ . The other regular orbits (with  $n_{\text{BF}} < 2$ ) can be considered as a degenerate subset of this case, in the sense that the resonances lead to invariant tori of zero measure in phase space.

A regular open orbit in a two-dimensional potential is characterized by its two base frequencies  $\omega \hat{=} 2\pi\nu$ . The angle variables  $\varphi \in [0, 2\pi[$  are then given by

$$\varphi(t) = \omega t, \tag{VI.2}$$

where we have chosen the zero of time such that  $\varphi(0) = \mathbf{0}$ . We can then write the position  $r \equiv (x, y)$  and the velocity  $v \hat{=} \dot{r}$  at time  $t$  as

$$r(t) \equiv r(\varphi(t)) \quad \text{and} \quad v(t) \equiv v(\varphi(t)). \tag{VI.3}$$

The quasi-periodicity of the orbit allows us to write the orbital motion in a Fourier form (BINNEY & SPERGEL 1982):

$$\begin{cases} x(t) = \sum_{l,m} X_{(l,m)} \cos(\omega_{(l,m)}t + \chi_{(l,m)}), \\ y(t) = \sum_{l,m} Y_{(l,m)} \cos(\omega_{(l,m)}t + \psi_{(l,m)}), \end{cases} \tag{VI.4}$$

where  $(l, m) \in \mathbb{Z}^2$  are pairs of integers,  $\chi_{(l,m)}$  and  $\psi_{(l,m)}$  are constant phases, and the frequencies  $\omega_{(l,m)}$  are linear combinations of the base frequencies:

$$\omega_{(l,m)} \equiv l\omega_1 + m\omega_2 \hat{=} \lambda \cdot \omega, \tag{VI.5}$$

and we have used the shorthand  $\lambda \equiv (l, m)$ . Alternatively we can write

$$x(t) = \sum_{\lambda} X_{\lambda} \cos(\lambda \cdot \omega t + \chi_{\lambda}), \quad (\text{VI.6})$$

for the position and

$$v_x(t) = - \sum_{\lambda} \lambda \cdot \omega X_{\lambda} \sin(\lambda \cdot \omega t + \chi_{\lambda}) \quad (\text{VI.7})$$

for the velocity, and similar expressions for  $y(t)$  and  $v_y(t)$ .

Switching from time  $t$  to angle variables  $\varphi$  by means of eq. (VI.2), we obtain the torus expression of the motion (in what we will refer to as the  $\varphi$ -space hereafter), in the sense that angle variables are natural coordinates for the invariant torus on which the regular orbit evolves:

$$x(\varphi) = \sum_{\lambda} X_{\lambda} \cos(\lambda \cdot \varphi + \chi_{\lambda}), \quad (\text{VI.8})$$

$$v_x(\varphi) = - \sum_{\lambda} X_{\lambda} \lambda \cdot \omega \sin(\lambda \cdot \varphi + \chi_{\lambda}), \quad (\text{VI.9})$$

and similar expressions for  $y(\varphi)$  and  $v_y(\varphi)$ .

### 3. Extended formalism

#### 3.1. $\varphi$ -INVERSION

The first step for calculating the density  $\rho$  at a point  $r_0 = (x_0, y_0)$  in configuration space is to find the corresponding actions and angles at that point. However, while  $r(\varphi)$  and  $\dot{r}(\varphi)$  (cf. eqs (VI.8) and (VI.9)) are single-valued functions, the inverse functions  $\varphi(r)$  and  $\varphi(\dot{r})$  are generally multi-valued. For instance, a given position  $r_0$  on the orbit corresponds in general to a still-to-be-defined number  $N$  of solutions  $\varphi_0^{(i)}$  such that:

$$r(\varphi_0^{(i)}) = r_0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (\text{VI.10})$$

The total number  $N$  of solutions is finite (see, e.g., Fig. VI.4). We will refer to the  $N$  different single-valued functions involved in the definition of  $\varphi$  by  $\varphi^{(i)}$ , such that  $r(\varphi^{(i)})$  can be inverted.

The non-uniqueness of the solution can be understood, in the case of  $\varphi(r)$  for instance, by the fact that an orbit usually has a finite number of ways to reach a given point  $r_0$ , either from a different part of the trajectory, or along the same part of trajectory but in different directions in a case of an orbit without a given sense of propagation (such as a box orbit). Accordingly, for a given orbit we can predict the general number of solutions  $N$  (excepting the degenerate cases) of eq. (VI.10). Specifically,  $N = 2$  for an open two-dimensional tube orbit, since the orbit can usually access a given point along two paths with a given direction of propagation imposed by the fixed sense of rotation.  $N = 1$  on the boundaries of the orbit. For a flat box orbit each of the two paths through a given point can be traveled in both directions since there is no fixed sense of rotation, so that  $N = 4$ . On the outer boundaries of the box, degeneracy results in  $N = 2$ , or even  $N = 1$  in the corners of the orbit, which are accessible in only one way (the one perpendicular to the zero-velocity curve; see OLLONGREN 1962). Each time a resonance brings two distinct parts of the orbit on top of each other, it is easy to see that the number of solutions in the zone of overlap will be doubled. For instance, we expect  $N = 8$  in the zone of overlap of an open  $3 : 2$  ('fish') orbit (MIRALDA-ESCUDE & SCHWARZSCHILD 1989, CA98).

### 3.2. ORBITAL DENSITY

In configuration space, we can define the orbital density  $\rho$  at point  $\mathbf{r}_0$  by writing the mass of the orbit enclosed in the element of volume  $d\tau = dx dy$  around  $\mathbf{r}_0$  as

$$dm \hat{=} \rho(\mathbf{r}_0) d\tau. \tag{VI.11}$$

Equivalently, in  $\varphi$ -space, we can define the density  $\rho_\varphi$  at a point  $\varphi_0$  such that the mass enclosed in the element of volume  $d\phi = d\varphi_1 d\varphi_2$  around  $\varphi_0$  is:

$$dm' \hat{=} \rho_\varphi(\varphi_0) d\phi. \tag{VI.12}$$

If we choose to normalize the total mass of the orbit to 1, then  $\int dm = \int dm' = 1$ .

An open orbit, i.e., an orbit with two incommensurable base frequencies, will eventually fill its torus densely, so that the density  $\rho_\varphi$  in  $\varphi$ -space is uniform ('time averages theorem', BINNEY & TREMAINE 1987, hereafter BT87). Mass normalization then gives:

$$\rho_\varphi = \frac{1}{\int d\phi} = \frac{1}{(2\pi)^2}. \tag{VI.13}$$

If the orbit is closed, i.e., the orbit has only one base frequency, all the other frequencies in eq. (VI.4) being commensurable with it, then the time averages theorem does not apply, since the orbit is confined to a closed curve on its torus by a new integral of motion.

Using the  $N$  single-valued functions  $\varphi^{(i)}$  giving the solutions  $\varphi_0^{(i)}$  of eq. (VI.10), we can relate the element of volume  $d\tau$  around the point  $\mathbf{r}_0$  to the elements of volume  $d\phi^{(i)}$  around  $\varphi_0^{(i)}$ :

$$d\phi^{(i)} = \left| \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}_0} d\tau = \frac{d\tau}{J_{\mathbf{r}}^{(i)}}, \tag{VI.14}$$

where we have defined the Jacobian  $J_{\mathbf{r}}^{(i)}$  as in eq. (VI.19):

$$J_{\mathbf{r}}^{(i)} \hat{=} \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \right|_{\varphi_0^{(i)}}. \tag{VI.15}$$

We can then link the density  $\rho$  to the constant density  $\rho_\varphi$  given by eq. (VI.13) by properly relating eqs (VI.11) and (VI.12):

$$dm \equiv \sum_{i=1}^N dm^{(i)}, \tag{VI.16}$$

with  $dm^{(i)} \hat{=} \rho_\varphi(\varphi_0^{(i)}) d\phi^{(i)}$ , since the mass lying in  $d\tau$  around a given point is the sum of the masses lying in the various elements  $d\phi^{(i)}$  contributing to  $d\tau$ . This gives:

$$dm = \frac{d\tau}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{J_{\mathbf{r}}^{(i)}}, \tag{VI.17}$$

which, by comparison with eq. (VI.11), leads to the final expression:

$$\rho(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{J_{\mathbf{r}}^{(i)}}, \tag{VI.18}$$

the Jacobians  $J_{\mathbf{r}}^{(i)}$  being computed at the  $N$  solutions  $\varphi_0^{(i)}$  of eq. (VI.10). The various  $J_{\mathbf{r}}^{(i)}$  do not have to be the same, since the functions  $\varphi^{(i)}$  are different.

### 3.3. BOUNDARY OF THE ORBIT

The boundary  $\mathcal{B}$  of an orbit can be considered as the location of the points leading to the degeneracy of solutions of eq. (VI.10). At a point  $\mathbf{r}_{\mathcal{B}}$  of  $\mathcal{B}$ , we can say that if  $\varphi_{\mathcal{B}}$  is a solution of  $\mathbf{r}(\varphi) = \mathbf{r}_{\mathcal{B}}$ , then  $\mathbf{r}(\varphi_{\mathcal{B}} + \delta\varphi)$  is also a solution to the second-order in  $\|\delta\varphi\|$ ; we have:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(\varphi_{\mathcal{B}} + \delta\varphi) &\simeq \mathbf{r}(\varphi_{\mathcal{B}}) + \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \right|_{\varphi_{\mathcal{B}}} \times \delta\varphi \quad \|\delta\varphi\| \rightarrow 0 \\ &= \mathbf{r}_{\mathcal{B}} + O(\|\delta\varphi\|^2) \end{aligned}$$

if and only if

$$J_{\mathbf{r}}(\varphi_{\mathcal{B}}) \hat{=} \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \right|_{\varphi_{\mathcal{B}}} = 0. \quad (\text{VI.19})$$

We then reach another equivalent definition of the boundary  $\mathcal{B}$ , as the location of the points where at least one Jacobian  $J_{\mathbf{r}}$  vanishes (and possibly more, since there is a degeneracy of the solutions at this point).

At the boundary, the orbit is divergent in the density (cf. eq. (VI.18)), but this divergence is integrable since the total mass of the orbit is finite.

### 3.4. ORBITAL DISTRIBUTION FUNCTION

The above considerations, related to equations analogous to (VI.8) and (VI.9), directly lead to an expression of the orbital distribution function (DF)  $f(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0)$ , by considering  $\left[ (2\pi)^2 J_{\mathbf{r}}^{(i)} \right]^{-1}$  as the contribution to the local density  $\rho$  from solution  $i$  among  $N$ :

$$f(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{J_{\mathbf{r}}^{(i)}} \times \delta(\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}(\varphi^{(i)})), \quad (\text{VI.20})$$

where  $\varphi^{(i)}, i = 1, \dots, N$  are the solutions to eq. (VI.10). Given the relation (VI.18), this expression is consistent with the basic relation:

$$\rho(\mathbf{r}) \hat{=} \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (\text{VI.21})$$

where the velocity is an indirect function of the position. Eq. (VI.20) gives the DF at any position  $\mathbf{r}_0$ .

There are several variations for expressing the phase space density, depending whether we are primarily interested in the distribution of the position or of the velocity. For generalization, let us consider a vector  $\boldsymbol{\kappa}$  from an arbitrary half-subspace (of dimension  $n = 2$ ) of phase-space (of dimension  $2n = 4$ ), and  $\boldsymbol{\iota}$  a vector from the correspondent complementary half-subspace. The previous situation corresponded to  $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{r} \equiv (x, y)$  and  $\boldsymbol{\iota} = \mathbf{v} \equiv (v_x, v_y)$ , but we could have, as we shall see in §3.5.,  $\boldsymbol{\kappa} \equiv (x_{\text{sky}}, v_{\text{los}})$  and  $\boldsymbol{\iota} \equiv (x_{\text{los}}, v_{\text{sky}})$ . We now look for an expression of the DF  $f(\boldsymbol{\kappa}_0, \boldsymbol{\iota}_0)$  from  $\boldsymbol{\kappa}$ .

In the same way as in the special case  $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{r}$  described in §3.2., one can show that:

$$f(\boldsymbol{\kappa}_0, \boldsymbol{\iota}_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^M \frac{1}{J_{\boldsymbol{\kappa}}^{(i)}} \times \delta(\boldsymbol{\iota}_0 - \boldsymbol{\iota}(\varphi^{(i)})), \quad (\text{VI.22})$$

where this time, we have defined  $J_{\boldsymbol{\kappa}}^{(i)}$  as:

$$J_{\boldsymbol{\kappa}}^{(i)} \hat{=} \left. \frac{\partial \boldsymbol{\kappa}}{\partial \varphi} \right|_{\varphi_0^{(i)}}, \quad (\text{VI.23})$$

and with  $\varphi_0^{(i)}$  being the multiple solutions of the equation:

$$\boldsymbol{\kappa}(\varphi_0^{(i)}) = \boldsymbol{\kappa}_0, \quad i = 1, \dots, M. \quad (\text{VI.24})$$

The number  $M$  of solutions does not have to be the same as the number  $N$  of solutions to eq. (VI.10).

### 3.5. LINE-OF-SIGHT VELOCITY DISTRIBUTION

Eq. (VI.20) provides the DF  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  at any point of phase-space accessible to the orbit, and hence allows computation of all the orbital dynamical quantities, directly related to the DF, in particular the line-of-sight velocity distribution (LOSVD).

Once we have chosen a line-of-sight (LOS), associated with coordinates  $(x', y')$  ( $y'$  along the LOS and  $x'$  being in the 'plane' of the sky, which is actually one dimensional in the considered 2D-case), we can express the LOSVD  $\text{VP}_{x'}(v_{y'})$  (the *velocity profile*) by the usual formula:

$$\text{VP}_{x'}(v_{y'}) \hat{=} \int_{\text{los}} dy' \int dv' f(\mathbf{r}', \mathbf{v}'). \quad (\text{VI.25})$$

We see that, for this purpose, we need an expression for the DF as a function of  $\zeta \equiv (x', v_{y'})$ . According to eq. (VI.22), we can write:

$$\text{VP}_{x'}(v_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^M \frac{1}{J_{\zeta}^{(i)}}, \quad (\text{VI.26})$$

where the Jacobians  $J_{\zeta}^{(i)}$  are to be computed at the  $M$  solutions of the equation:

$$\zeta(\varphi_0^{(i)}) = \zeta_0 \iff \begin{cases} x'(\varphi^{(i)}) = x'_0, \\ v_{y'}(\varphi^{(i)}) = v_0. \end{cases} \quad (\text{VI.27})$$

We can also write down the surface brightness  $\mu(x')$  as:

$$\begin{aligned} \mu(x') &\hat{=} \int_{\text{los}} dy' \int dv' f(\mathbf{r}', \mathbf{v}') \\ &= \int_{\text{los}} \rho(\mathbf{r}') dy' = \int \text{VP}_{x'}(v) dv, \end{aligned}$$

which gives two equivalent ways to compute these quantities, either from the density, or from the LOSVD.

### 3.6. ACTIONS

The formalism we use here, based on an expression of the dynamical quantities of the orbit in terms of the angle variables  $\varphi$ , is well-suited for the computation of the actions. An open two-dimensional regular orbit is characterized by exactly two integrals of motion, which can be for instance the two actions  $\mathcal{J}_1$  and  $\mathcal{J}_2$ , that can be defined by (BT87):

$$\mathcal{J}_i \hat{=} \frac{1}{2\pi} \oint_{\varphi_i \in [0, 2\pi[} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}, \quad i = 1, 2. \quad (\text{VI.28})$$

Using relations (VI.8) and (VI.9), we obtain after some algebra:

$$\mathcal{J}_{(i)} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \left[ (X_{\lambda}^2 + Y_{\lambda}^2) \binom{l}{m} \boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{\omega} \right]. \quad (\text{VI.29})$$

which is very similar to eq. (16) in BINNEY & SPERGEL (1984). As explained by these authors, one is free to define the 'real' (useful) actions  $\mathcal{J}_r$  and  $\mathcal{J}_a$  as any linear combination of the previous quantities, so that it matches any natural requirement such as  $\mathcal{J}_r \equiv 0$  for closed long-axis orbits and  $\mathcal{J}_a \equiv 0$  for closed loop orbits (BT87). In our case, with the CA98 extraction procedure, we found that the linear transformation to apply was (cf. Fig. VI.10):

$$\begin{cases} \mathcal{J}_r = \mathcal{J}_1 \\ \mathcal{J}_a = \mathcal{J}_2 \end{cases} \quad \text{for box orbits,} \quad (\text{VI.30})$$

and

$$\begin{cases} \mathcal{J}_r &= 2\mathcal{J}_2 \\ \mathcal{J}_a &= \mathcal{J}_1 - \mathcal{J}_2 \end{cases} \quad \text{for loop orbits.} \quad (\text{VI.31})$$

This choice guarantees a continuous action space (cf. BINNEY & SPERGEL 1984, DE ZEEUW 1985).

## 4. 2D numerical implementation

We have numerically implemented the formalism described above, and in §4.1. describe tests on orbits in a two-dimensional separable potential for which all relevant quantities are known analytically. We then consider a non-integrable logarithmic potential in §4.2..

### 4.1. SRIDHAR & TOUMA POTENTIAL

We first study an orbit in a two-dimensional separable potential, described by SRIDHAR & TOUMA (1997, see Appendix B.). This potential is of Stäckel form in parabolic coordinates, and allows a complete analytic study of the orbits (in particular computation of the boundaries and expression of the surface density), which are all regular, and usually denoted as banana orbits.

The illustrations in this section are made for a slightly cusped potential ( $\alpha = 0.5$ , with notations of Appendix B.), and a test-orbit with energy  $E = 2.39$  and second integral  $I_2 = 0.38$ , integrated on 4096 points over 123 periods with a 7/8<sup>th</sup> order Runge-Kutta integrator (Fig. VI.3).

#### 4.1.1. Spectral analysis and time-dependent expressions

The Fourier spectra  $\hat{x}(\nu)$  and  $\hat{y}(\nu)$  of the time series of the coordinates  $x(t)$  and  $y(t)$  of a quasiperiodic orbit, obtained in the usual way by numerical integration, consist of discrete lines whose frequencies are linear combinations of the base frequencies. We modified an algorithm provided by CA98 for the extraction of the base frequencies, in order to give all the quantities defining the Fourier series (VI.4). The CA98 method computes the Fourier transform of the coordinates of an integrated orbit, identifies the peaks in the Fourier spectra and extracts the corresponding frequencies. It looks for the base frequencies, and linearly decomposes the selected frequencies over these BFs (see Fig. VI.2). The output then consists of: the base frequencies  $\omega$ , and for each peak frequency in each coordinate, the linear decomposition over the base frequencies (e.g.,  $\lambda \equiv (l, m)$ ), and the associated amplitude ( $X_\lambda$ ) and phase ( $\chi_\lambda$ ).

The CA98 algorithm provides a finite number of terms in the quasi-periodic expansion (VI.4). The selection is made by keeping, in each coordinate, only frequencies with amplitude greater than a fraction  $F$  of the greatest one (typically  $F = 10^{-2}$ – $10^{-3}$ , depending on the required accuracy), giving a finite number of terms in each direction (typically between 10 and 20). The numerical approximations obtained by the truncation of the series coincide with the actual expansion (VI.4) up to the required accuracy (Fig. VI.3).

#### 4.1.2. $\varphi$ -expressions

The time-dependent expansion (VI.4) provides a semi-analytic expression for a regular orbit. It can be useful for storage purposes, or for extrapolating orbital motion to times much longer than the actual integration time (e.g., in order to reduce the numerical noise of a grid-based density computation). However, time is not a good variable for a regular orbit that will eventually fill up completely its invariant torus, and the angle variables  $\varphi$  should be used instead. This leads to the expressions (VI.8) and (VI.9) for  $x(\varphi)$  and  $y(\varphi)$ , respectively.

The problem is then to recover the  $N$  different solutions of eq. (VI.10) for a given position  $r_0$ . First, we have to find the expected number  $N$  of solutions. This is inferred from the orbit classification,

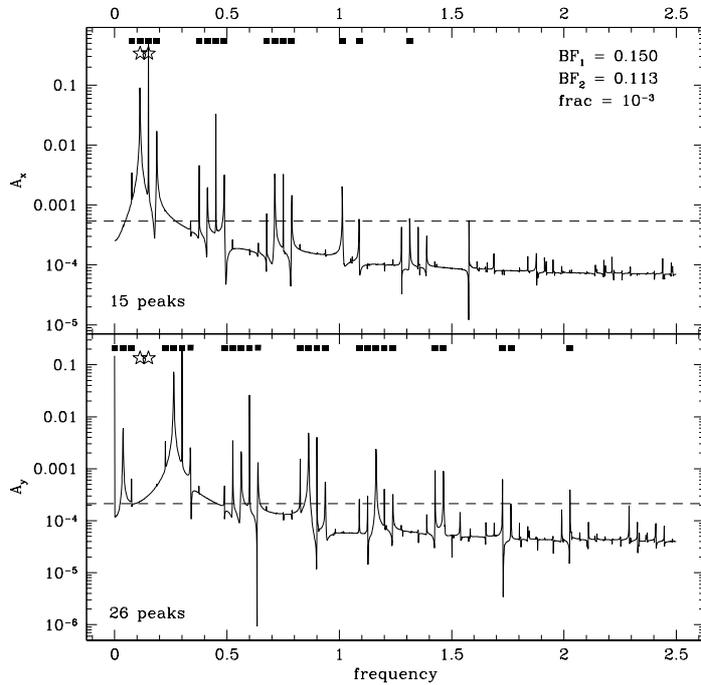


Figure VI.2: Fourier spectra (amplitude vs. frequency) for the test orbit. The selected frequencies for the decomposition (*squares*) are those of amplitude  $A_i$  larger than  $F \max[A_i]$  in each coordinate, indicated by the *long-dashed* lines, with  $F = 10^{-3}$  (giving 15 peaks in  $x$  and 26 in  $y$ ). The two base frequencies are marked by *stars*.

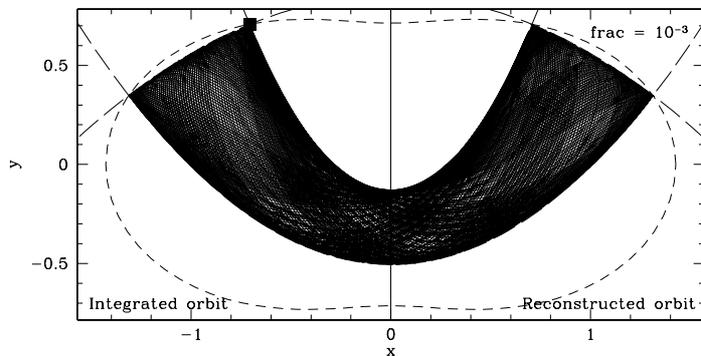


Figure VI.3: Comparison between time expression from numerical integration (*left*) and spectral expansion (*right*) of an orbit in the Shridhar & Touma potential. The spectral time-dependent expansion (VI.4) was obtained with  $F = 10^{-3}$  (resulting in 15 frequencies in  $x$  and 26 in  $y$ ) at the same time-steps as the integrated orbit. The *short-dashed* line is the Zero-Velocity Curve (ZVC), and the *long-dashed* curves indicate the boundaries of the orbit calculated by using the separable nature of the potential (cf. Appendix B). The orbit was launched from the ZVC (*square*). The boundaries of the reconstructed orbit are barely distinguishable from the exact boundaries, indicating the level of precision of the expansion.

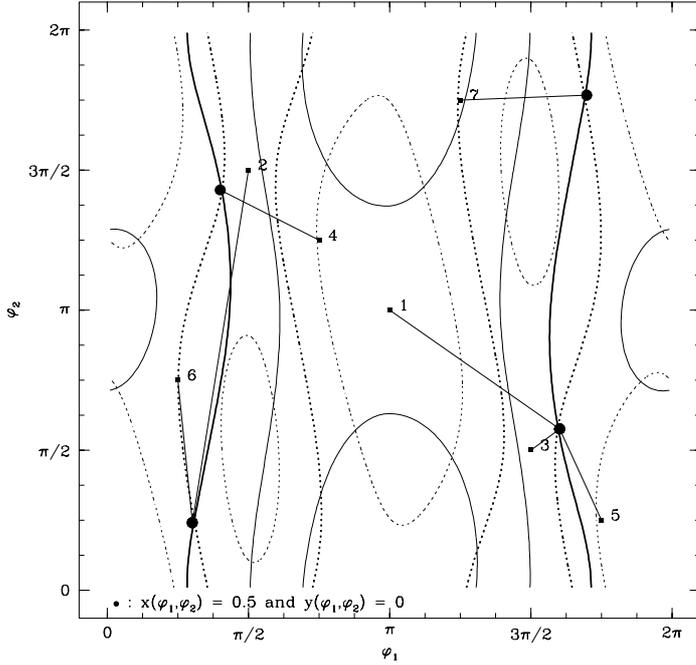


Figure VI.4: Contours of  $x(\varphi)$  (solid lines) and  $y(\varphi)$  (dotted lines), for the test orbit reconstructed with  $F = 10^{-3}$ . The levels  $x = x_0 = 0.5$  and  $y = y_0 = 0$  (thick lines) intersect at the  $N = 4$  values of  $\varphi(r_0)$  (dots). Successive initial conditions for the root-finding routine (squares) lead to different solutions (straight lines), until it finds the expected number of solutions.

according to the criteria described in §3.1.. We then use standard root-finding routines (in our case, the NAG routine C05PBF) from different initial conditions until we have found the  $N$  solutions, or until a maximum number of trials, indicating a degenerate case with fewer solutions (see Fig. VI.4). Interestingly, there is point-symmetry in the solutions. For example, for the Sridhar & Touma banana orbit in Fig. VI.4, the center of the symmetry is at  $\varphi = (\pi, \pi)$ . In fact this is true for *any* box orbit in a general non-rotating potential as well. This is because we can always choose the corner of a box orbit as the initial conditions, i.e.,  $v = \dot{\varphi} = 0$  at  $t = 0$ . Then for any box described by  $r(t)$ , we can generate the new orbit described by  $r(-t)$  by reversing the arrow of the time, and the new orbit simply *repeats* the old one with  $r(-t) = r(t)$ : reversing has no effect on the orbit because the initial velocity is zero. This time-symmetry means  $\varphi[2\pi]$  and  $-\varphi[2\pi]$  describe the same point in the configuration space, where the modulus brings the phase angle to the default interval  $[0, 2\pi]$ . Thus the solutions come in pairs at  $\varphi$  and  $2\pi - \varphi$  with point-symmetry around  $(\pi, \pi)$ . The above arguments do not apply to loop orbits because there is no point in a loop where the velocity is zero<sup>a</sup>.

### 4.1.3. Density maps and velocity profiles

Eq. (VI.18) allows the computation of the orbital density at any point  $r_0$  once we have determined the  $N$  solutions of eq. (VI.10) by the appropriate root-finding routine. Since the test orbit was integrated in a Stäckel potential, the derived density distribution can be compared to the analytic expression available for this case (cf. Appendix B.). Fig. VI.5 shows contours of the two densities side by side with the same levels. The spectral density was obtained from an expansion truncated in amplitude with  $F = 10^{-3}$ , giving 15 terms in  $x$  and 26 in  $y$ . The indicated masses, which should be unity by construction in both cases, are computed from a numerical integration over the density grid; it can be therefore used as a rough estimate of the precision of the density computation.

As expected, the more terms are kept in the series (VI.4), the more accurate the representation of the orbit (Fig. VI.5). With  $F = 10^{-2}$ , the orbit is represented by an expansion with 4 terms in  $x$  and 12 terms in  $y$ , and the density is recovered to  $\sim 20\%$ . When  $F$  is set to  $10^{-3}$  (Fig. VI.5), the expansion contains 15 terms in  $x$  and 26 in  $y$ , and the density is accurate to  $\sim 3\%$  in the inner parts of the orbit,

<sup>a</sup> Reversing the arrow of time from a initial point at say,  $x = 0, y = 1$  of a loop, will lead to a counter-loop with identical shape indeed, but for which  $\varphi$  and  $2\pi - \varphi$  correspond to two different points in configuration space, with  $(x(-t), y(-t)) = (-x(t), y(t))$ .

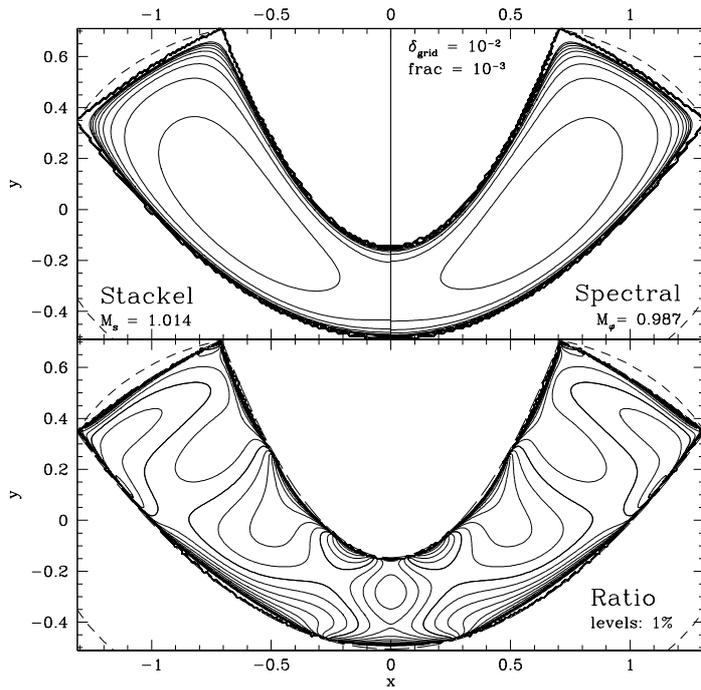


Figure VI.5: *Upper panel:* Orbital density distribution in the Shridhar & Touma potential computed from spectral theory (*right*) compared with the exact expression (*left*). The spectral density (VI.18) was obtained with  $F = 10^{-3}$  on the same grid as the Stäckel density (step  $\delta_{\text{grid}} = 10^{-2}$ ). The density levels range from 0 to 2 in 11 steps. The total mass of the orbit is normalized to 1 by definition in each case. *Lower panel:* Ratio between spectral density and Stäckel density, in the case  $F = 10^{-3}$ . The contour levels range linearly from 0.9 to 1.1 in steps of 0.01 (*thick line*  $\equiv 1$ ). The increased discrepancy close to the boundary of the orbit is due to the divergence of the density and its associated numerical imprecision.

and degrades very close to the boundaries of the orbit due to the divergence of the density there. This precision in density can be compared with the usual computation of the density, directly during integration (see §4.3.).

Using eq. (VI.26), we can also compute the velocity profile along any line-of-sight, and gather in a position-velocity diagram (PVD) all the velocity profiles corresponding to parallel LOS. This is the projected density of the phase-space orbit on the plane  $(x', v_y)$  (where  $x'$  and  $y'$  are the coordinates running perpendicular and parallel to the LOS), in the same way as the 'density' corresponds to the projected density of the phase-space orbit on the plane  $(x, y)$ . A cut of this PVD along a given  $x'_0$  would give the LOSVD along a line-of-sight running parallel to the  $y'$ -axis and going through  $x'_0$ . Fig. VI.6 presents side by side the PVD of the test-orbit for a LOS parallel to the  $y$ -axis, computed from the Stäckel formalism (*left*) and from the spectral theory (*right*), using the same spectral expansion as before. Precision of the computation is as expected ( $\sim 10\%$ , see §4.2.1.).

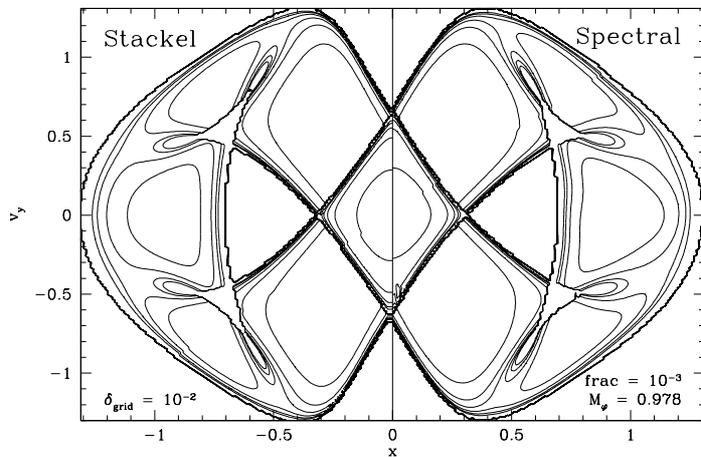


Figure VI.6: Position-velocity diagram (PVD), i.e., density in the plane  $(x, \dot{y})$ , for the test-orbit, computed from Stäckel expression (*left*) and from spectral theory with  $F = 10^{-3}$  (*right*). The contours range linearly from 0 to 0.4 in 9 steps. Since the orbit is a banana orbit, hence a boxlet orbit without a definite sense of rotation, the PVD is symmetric with respect to  $\dot{y} = 0$ .

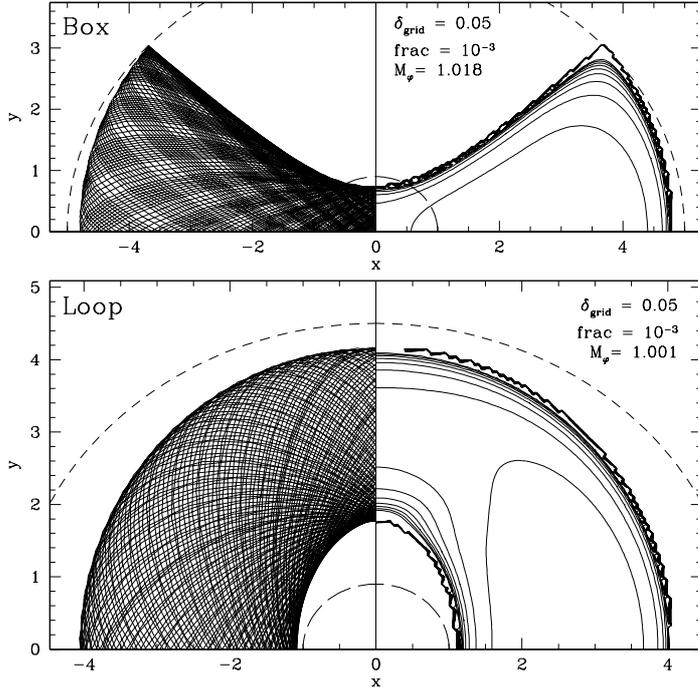


Figure VI.7: *Upper panel:* Integrated box orbit (*left*) and spectral density (*right*) computed from an expansion truncated at  $F = 10^{-3}$  on a grid of step  $\delta_{\text{grid}} = 10^{-2}$ . The contours range from 0 to 0.1 in 11 steps. The *short-dashed* line is the ZVC, and the *long-dashed* line corresponds to the core of the potential. *Lower panel:* Same as previous, but for the  $y > 0$ -side of the loop orbit. The contours range from 0 to  $5 \cdot 10^{-2}$  in 11 steps.

## 4.2. LOGARITHMIC POTENTIAL

We now consider a non-integrable potential of astronomical interest, the logarithmic potential (BT87, p.126):

$$\Phi(x, y) \doteq \frac{1}{2} v_0^2 \ln \left( R_c^2 + x^2 + \frac{y^2}{q^2} \right), \quad (\text{VI.32})$$

with  $v_0$  the circular speed at large radius,  $R_c$  the core radius, and  $q$  the axial ratio of the equipotentials. Positivity of the associated density requires  $1/\sqrt{2} \leq q \leq 1$ . This potential admits two major families of orbits (BT87), the box orbits and the flat-tube or loop orbits, accessible from different initial conditions. For the illustrations, we consider the case  $v_0 \equiv R_c = 1$  and  $q = 0.9$ .

### 4.2.1. Density maps and velocity profiles

Two orbits of the same energy  $E = 1.629$  were integrated: a box orbit over 128 periods, and a loop orbit over 167 periods (cf. Fig. VI.7). This energy gives a ZVC such that  $x_{\text{ZVC}}/R_c = 5$ , where  $x_{\text{ZVC}}$  corresponds to the intersection of the ZVC with the  $x$ -axis.

From eq. (VI.18), we then compute the density map of each orbit from a spectral analysis set by  $F = 10^{-3}$ , giving position expansions with 11 terms in  $x$  and 17 in  $y$  for the box orbit, and 13 terms in  $x$  and 12 in  $y$  for the loop orbit (right panels of Fig. VI.7).

Fig. VI.8 presents the PVD of the two previous orbits for a LOS parallel to the  $y$ -axis. The ‘wiggles’ that can be seen in the middle of the loop orbit PVD (Fig. VI.8 lower panel) are a numerical artifact, at the  $\sim 10\%$  level. The origin of this can easily be understood: for an orbit in logarithmic potential (VI.32), the characteristic length scale, velocity and frequency are of the order  $x_{\text{ZVC}}$ ,  $v_0$  and  $|\omega| \sim v_0/x_{\text{ZVC}}$ . When we truncate the expansion (VI.8) of the coordinate  $x(\varphi)$  according to the parameter  $F$ , we make a relative error at the level  $X_\lambda/x_{\text{ZVC}} < F$  with the coordinate, where  $X_\lambda$  is the amplitude of the truncated term. Meanwhile, the corresponding term in the velocity expansion (VI.9) has an amplitude  $\lambda \cdot \omega X_\lambda$ , where the frequency of the expansion term  $\lambda \cdot \omega$  increases linearly as we go to higher and higher order terms. So the corresponding error with the velocity is at the level  $\lambda \cdot \omega X_\lambda/v_0 \sim |\lambda|X_\lambda/x_{\text{ZVC}} < |\lambda|F$ . So while the same truncation reproduces the orbital position

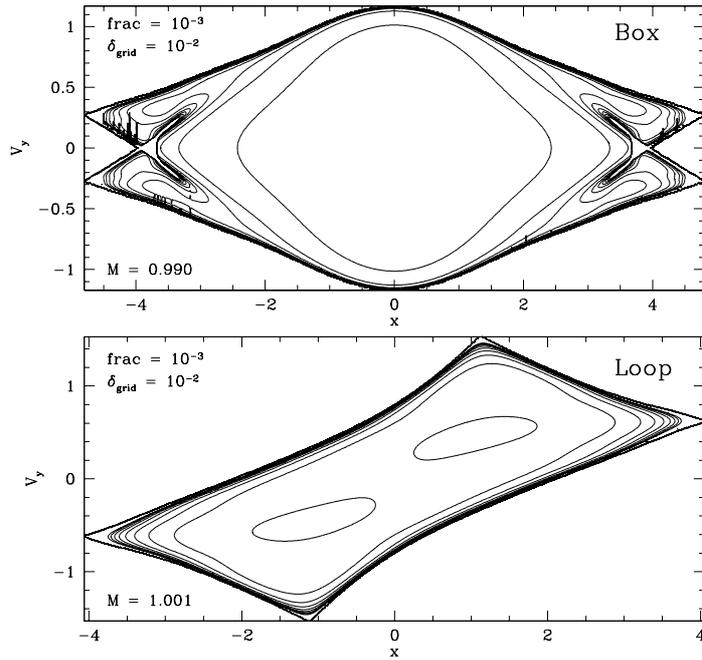


Figure VI.8: *Upper panel*: PVD for the box orbit, with contours ranging linearly from 0 to 0.3 in 11 steps. Notice the symmetry of the PVD with respect to  $\dot{y} = 0$ . *Lower panel*: Same as previous, but for the loop orbit. The contours range linearly from 0 to 0.2 in 11 steps. Since the loop orbit has a definite sense of rotation (here, anti-clockwise), the PVD only has reflection symmetry with respect to the point  $(x, \dot{y}) = (0, 0)$ .

and position-related quantities such as the density within a few percents, it may significantly over- or under-estimate the high frequency variations in the orbital velocity and for velocity-related quantities such as LOSVD's. A way to correct for this effect would be to truncate the different expansions according to the higher amplitude  $X_\lambda$  or  $\lambda \cdot \omega X_\lambda$  at a given order (PAPAPHILIPPOU & LASKAR 1996). While truncating according to the amplitudes  $X_\lambda$  is straightforward, truncating according to  $\lambda \cdot \omega X_\lambda$  requires a priori knowledge of the BF decomposition  $(\lambda, \omega)$ , which generally would mean a double pass, and hence a significantly increased number of computations. We have not followed this route here, as this additional accuracy will play only a minor role in most practical applications, such as the computation of the moments of the LOSVD.

#### 4.2.2. Surface of section and action space

We have integrated a representative library of orbits in the logarithmic potential (VI.32). All the orbits have the same energy  $E = 1.629$ , and are integrated over typically  $\sim 150$  periods with 4096 time-steps. The 140 initial conditions (ICs) are distributed according to: 40 ICs evenly spaced in angle on the ZVC, and thus with zero initial velocity so that they are boxes or irregular orbits, and 100 ICs evenly spaced in radius along the short axis ( $x = 0$  and  $y > 0$ ), with an initial velocity vector perpendicular to the axis ( $v_x > 0$  and  $v_y = 0$ ). Those with  $y < y_b$ , where  $y_b$  is the amplitude of the last stable  $y$ -axis oscillation, are boxes or irregular orbits. The remainder are loops. With the exception of the closed loop at the chosen energy, these all cross the  $y$ -axis perpendicularly in two points. We keep only those that cross at apocenter, and furthermore remove all high-order resonant orbits, leaving a total of 60 regular, open, 'low-resonance' boxes and loops. The spectral analysis of each integrated orbit is carried out with  $F = 10^{-3}$ , giving typically  $\sim 13$  terms in the expansions along  $x$  and  $y$ .

We constructed the surface of section  $(x, \dot{x})$ ,  $\dot{y} \geq 0$  for this library by solving for the velocity  $(\dot{x}, \dot{y})$  at each point  $(x, y = 0)$  of an orbit. The result is shown in Fig. VI.9. Since we kept only low-resonance orbits, this surface of section does not show any resonant island. However, the discarded orbits leave empty areas in the surface of section between the regular loops and boxes. For comparison, we also show in Fig. VI.9 the surface of section from the short orbital integration integration ( $\sim 150$  periods). As already noted in §4.2.1., the velocity is less accurately retrieved in the spectral process than the position, which results in some small differences (few percents) in the surface of section.

Using expression (VI.29), we computed the actions associated with an orbit, and constructed the

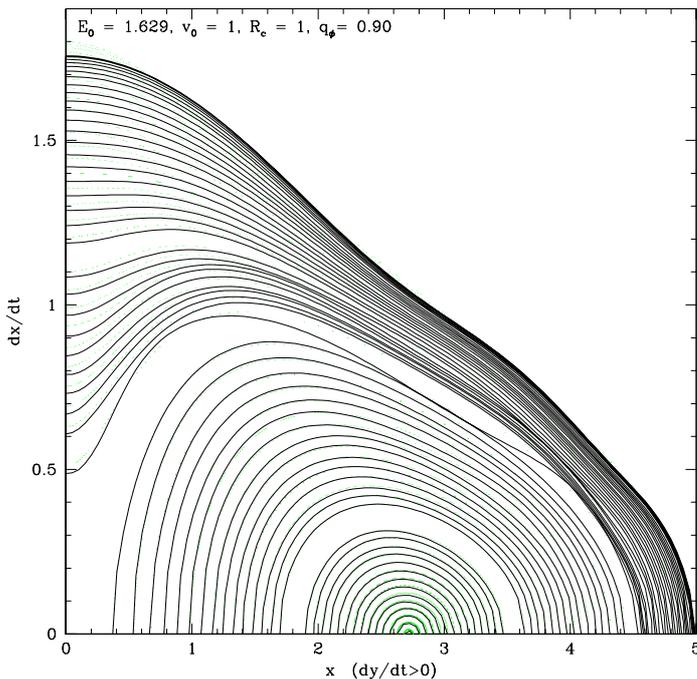


Figure VI.9: Surface of section  $(x, \dot{x})$ ,  $\dot{y} \geq 0$  computed from 60 regular open orbits of energy  $E = 1.629$ , for a truncation fixed by  $F = 10^{-3}$ . Only the low-resonance orbits which do not overlap over themselves, have been kept. The empty areas correspond either to stochastic areas or ‘high’-resonance islands. *Dots* correspond to the construction of the surface of section of each orbit during its short numerical integration (*see text*).

action-space  $(J_r, J_a)$  of the mono-energetic library (Fig. VI.10). This visualization of the library in action-space is of particular interest: since the action-angle variables are canonical, and their integration is particularly simple (§2.1.), equal volume in action space is directly associated to equal volume in phase-space (see BINNEY & SPERGEL 1984). This provides a two-dimensional representation of the four-dimensional phase-space. As expected, a natural dichotomy between box orbits (solid squares) and loop orbits (open squares) appears in this space.

### 4.3. NUMERICAL DISCUSSION

The traditional way of computing the orbital density, just as any other dynamical quantity such as the LOSVD, is the following: along the orbital motion (during the numerical integration), and for a predetermined grid in configuration space, one counts up the number of integration points falling in a given cell (e.g., RIX *et al.* 1997). This gives the total fraction of time spent in this cell, which is proportional to the local density after a long enough integration time.

For a sufficiently fine grid, this process of ‘dropping balls in buckets’ can be considered as a random process, and the statistical noise associated with a count of  $N$  points in a cell is  $\sim \sqrt{N}$ , leading to a precision in density of order  $1/\sqrt{N}$ . The orbit in Fig. VI.5 was integrated for 4096 points, and the density represented on a grid with step  $\delta_{\text{grid}} = 10^{-2}$ . Assuming that the integration points are approximately uniformly distributed over the whole area accessed by the orbit, roughly  $2 \times 0.5 = 1$  or  $1/\delta_{\text{grid}}^2 = 10^4$  cells, the average number of points per cell is  $\sim 0.5$ , leading to a very low precision in density ( $> 100\%$ ). A precision of the same order of the one obtained with spectral dynamics ( $\lesssim 5\%$ ), would require integrating  $\sim 800$  times longer, in order to get  $\sim 400$  points per cell.

Fig. VI.11 and VI.12 compare in a more quantitative way the spectral density (*dotted line*) and the ‘bucket’ densities (*solid line*) computed for different integration times for the box and loop orbits shown in Fig. VI.7. The estimated mean accuracy  $\bar{\mu}$  is defined as  $\bar{\mu} \hat{=} \langle 1/\sqrt{N_i} \rangle$ , where  $N_i$  is the number of balls in bucket  $i$ , and  $\langle \cdot \rangle$  is the average over all the non-empty cells. As expected, the mean accuracy is directly related to the number of integration points used during the computation of the density. It can be clearly seen in both cases that 4096 points along the orbit, typically needed for the torus reconstruction from spectral analysis, are *highly* insufficient for computing a proper ‘bucket’ density.

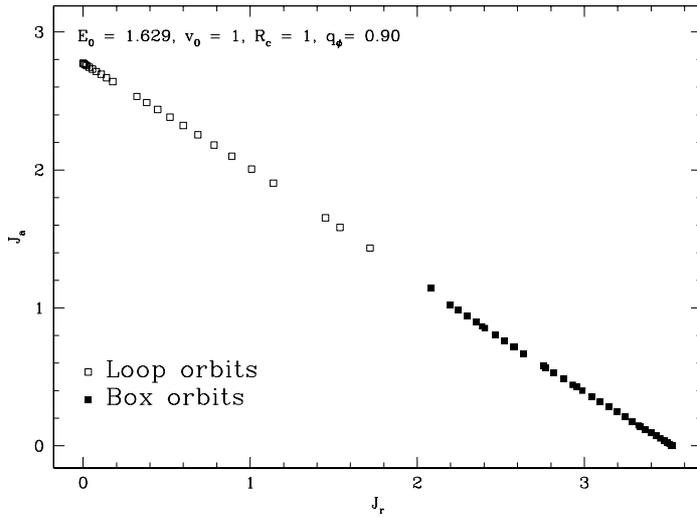


Figure VI.10: Action space  $J_a$ , vs.  $J_r$  computed from the same orbital set as Fig. VI.9 and with the same truncation of the expansion. Note the natural distinction occurring between box orbits (*solid squares*) and the loop orbits (*open squares*). The two straight sequences meet in the middle as in Fig. 3-25 of BT87. The gaps in the surface of section plot are seen here as well.

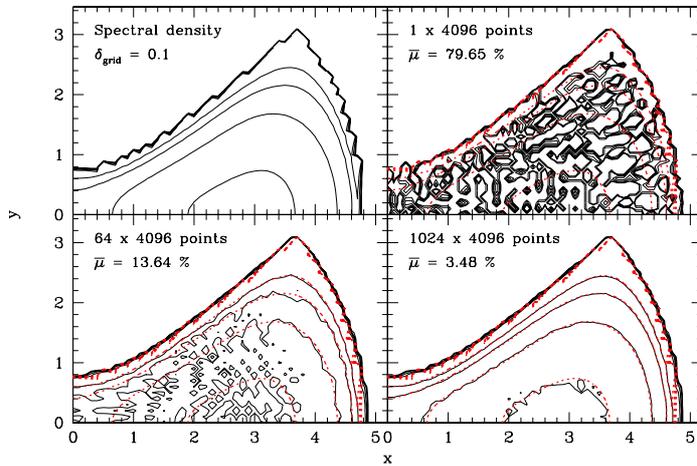


Figure VI.11: Comparison, for the  $x > 0, y > 0$  part of the box orbit of Fig. VI.7, between the spectral density (*upper left panel and dotted line in other panels*) and the ‘bucket’ densities (*solid line in other panels*) for different integration times, related to the number of points. In both cases, contour levels range logarithmically from  $1.35 \cdot 10^{-4}$  to  $4 \cdot 10^{-4}$  in 4 steps, and the step of the grid used for the computation of the density is  $\delta_{\text{grid}} = 0.1$ . The mean accuracy  $\bar{\mu}$  is defined in the text.

Fig. VI.13 compares the different mean accuracies obtained in terms of computing power. The CPU-time is expressed in arbitrary units. Each density was computed on the same computer, and the time used by each process was renormalized to the shortest one (a few seconds on a standard Linux station). The spectral mean accuracy is estimated to be  $\sim 3\%$  (cf. §4.1.3.). We conclude that the spectral density is almost one order of magnitude more accurate than the ‘bucket’ density for the same computing power.

## 5. Axisymmetric potentials

Recent work on modeling the internal dynamics of elliptical galaxies, aimed at measuring masses of central black holes or the distribution of extended dark matter, compare stellar absorption line kinematics with fully general three-integral multi-component axisymmetric models. While in some cases semi-analytic approaches can be used (e.g., MATTHIAS & GERHARD 1999), many studies use a variant of Schwarzschild’s orbit superposition technique (e.g., VAN DER MAREL *et al.* 1998, CRETTON & VAN DEN BOSCH 1999, GEBHARDT *et al.* 2000, CRETTON *et al.* 2000). In this approach, orbits are calculated numerically in a chosen potential, and their properties are projected on the plane of the sky. These are then combined to reproduce the observed surface density and LOSVD’s. The current implementations use the ‘bucket’ method for calculating the orbital properties.

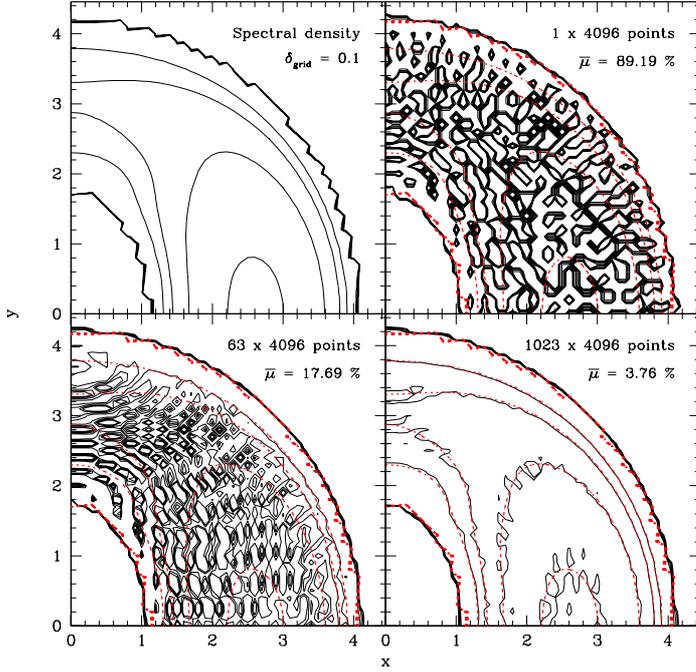


Figure VI.12: Same as Fig. VI.11, but for loop orbit of Fig. VI.7. Contour levels range logarithmically from  $1.1 \cdot 10^{-4}$  to  $2.3 \cdot 10^{-4}$  in 4 steps.

Motion in a three-dimensional axisymmetric potential can be reduced to a two-dimensional problem by exploiting the conservation of the  $z$ -component of the angular momentum  $L_z$  (e.g., BT87), and describing the motion in the meridional plane  $(R, z)$  (the angular variable  $\phi$  being cyclic). The properties of a regular orbit in such a potential can thus be computed with much improved accuracy by means of a minor adaptation of the spectral dynamics formalism described in the above, and we present the relevant equations here, together with some examples.

The illustrations are made for a test-orbit with energy  $E_0 = -0.8$  and angular momentum  $L_z = 0.2$  integrated in the meridional plane of a three-dimensional axisymmetric coreless logarithmic potential:

$$\Phi(R, z) \hat{=} \frac{1}{2} v_0^2 \ln \left( R^2 + \frac{z^2}{q^2} \right), \quad (\text{VI.33})$$

with  $q = 0.9$  and  $v_0 = 1$ . Hereafter, we use  $\alpha \hat{=} i - \pi/2$ , where  $i$  is the usual inclination angle of a galaxy ( $i = 0$  for a face-on galaxy).

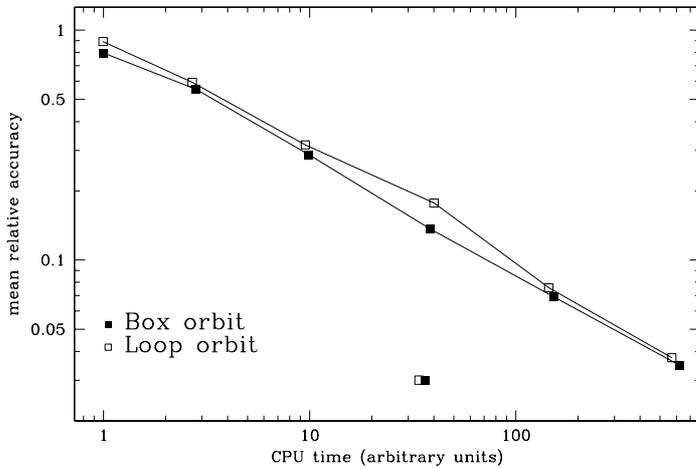


Figure VI.13: Mean accuracy of the density computations *vs.* computing power needed for the computation, for the previous box (*solid* symbols) and loop (*open* symbols) orbits. Each dot on the lines corresponds to a case in Fig. VI.11 or VI.12, while the isolated symbols give an estimate of the spectral density mean accuracy ( $\sim 3\%$ ).

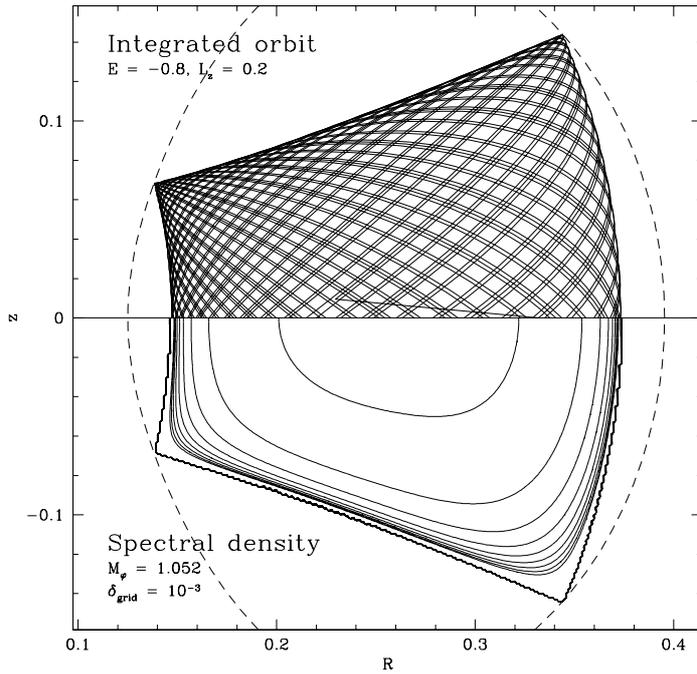


Figure VI.14: Three-dimensional axisymmetric orbit integrated in the meridional plane (*upper part*) and its associated meridional density computed from spectral analysis (*lower part*).

### 5.1. SPATIAL DENSITY

If the density of an orbit in the meridional plane is  $\rho_M(R, z)$ , the associated spatial density is simply

$$\rho(R, z, \phi) = \frac{\rho_M(R, z)}{2\pi R}, \tag{VI.34}$$

where the factor  $2\pi$  ensures the normalization, so that  $\int \rho_M dR dz = \int \rho R dR dz d\phi = 1$ .

Fig. VI.14 shows an example of the density of an orbit in the meridional plane, reconstructed with the spectral formalism.

### 5.2. PROJECTED INTENSITY

Cartesian coordinates  $(x', y')$  on the plane of the sky relate to spatial cylindrical coordinates  $(R, \phi, z)$  as follows (see Fig. VI.15):

$$\begin{cases} x' = R \cos \phi, \\ y' = z \cos \alpha - R \sin \phi \sin \alpha, \end{cases} \tag{VI.35}$$

where  $\alpha$  defines the orientation of the line of sight. Assuming  $\alpha \neq \pm\pi/2$  (i.e., the galaxy is not seen face-on), we find

$$\begin{cases} R_{x',y'}(\phi) = |x'| / \cos \phi, \\ z_{x',y'}(\phi) = y' / \cos \alpha + |x'| \tan \alpha \tan \phi. \end{cases} \tag{VI.36}$$

Furthermore, since  $dz' = -dy / \cos \alpha$  and  $dy = R d\phi / \cos \phi$ ,

$$dz' = \frac{|x'| d\phi}{\cos \alpha \cos^2 \phi}. \tag{VI.37}$$

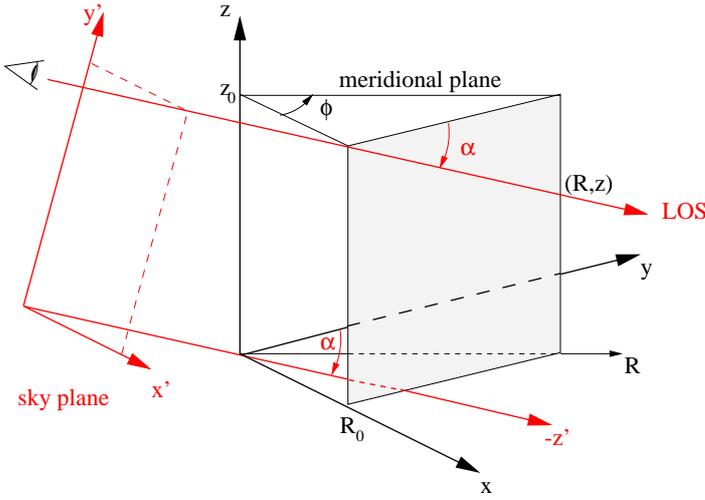


Figure VI.15: Notations used in the text for the conversion of two-dimensional to three-dimensional densities. We use  $\alpha = i - \pi/2$ , where  $i$  is the customary inclination of the galaxy ( $> 0$  when seen from above).

We can then compute the intensity on the sky  $I_\alpha(x', y') \hat{=} \int_{\text{los}} \rho(R, z, \phi) dz'$  for  $x' \neq 0$ , to obtain:

$$I_\alpha(x', y') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\rho_M(R_{x',y'}(\phi), z_{x',y'}(\phi)) d\phi}{\cos \alpha \cos \phi}. \quad (\text{VI.38})$$

The integrand is not singular at the limits of integration, since an orbit reaches a maximum radius  $R_{\max}$  in the meridional plane, corresponding to a maximum angle  $\phi_{\max} \hat{=} \arccos(R_0/R_{\max})$  (for  $R_0 \leq R_{\max}$ ; otherwise, we know that  $I \equiv 0$ ). Equivalently, the orbit reaches a minimum radius  $R_{\min}$ , corresponding to the angle  $\phi_{\min} \hat{=} \arccos(R_0/R_{\min})$  (or 0 if  $R_0 > R_{\min}$ ). We can therefore restrict the integration domain to the segments  $[-\phi_{\max}, -\phi_{\min}] \cup [\phi_{\min}, \phi_{\max}]$ .

Similarly, for  $x' = 0$ , we obtain

$$I_\alpha(x' = 0, y') = \int_{\frac{R_{\min}}{\cos \alpha}}^{\frac{R_{\max}}{\cos \alpha}} \sum_{\pm} \rho_{y'}^{\pm}(z') \frac{dz'}{z' \cos \alpha}. \quad (\text{VI.39})$$

where we have defined  $\rho_{y'}^{\pm}(z') \hat{=} \rho_M(z' \cos \alpha, \frac{y'}{\cos \alpha} \pm z' \sin \alpha)$ .

Fig. VI.16 shows the upper-right quadrant of the projected density on the plane of the sky of the test orbit when seen edge-on ( $\alpha = 0$ ) or slightly overhead ( $\alpha = 10^\circ$ ). As the computation of the projected intensity involves an extra numerical integration, the result is more sensitive to numerical errors in the determination of the orbital density in the meridional plane. Fig. VI.16 has been obtained with an integration relative precision set to  $10^{-2}$ .

### 5.3. LINE-OF-SIGHT VELOCITY DISTRIBUTION

The velocity  $v_{\text{los}}$  along the LOS (cf. Fig. VI.17) is given by

$$v_{\text{los}} = \left( \frac{L_z}{R} \cos \phi + v_R \sin \phi \right) \cos \alpha + v_z \sin \alpha, \quad (\text{VI.40})$$

where  $v_R$  and  $v_z$  are the velocity components in the meridional plane, and  $v_\phi = L_z/R$ . The LOSVD can then be computed as follows:

$$\text{VP}_{x',y'}(v_{\text{los}}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{i=1}^M \frac{1}{J^{(i)}}, \quad (\text{VI.41})$$

where the Jacobian

$$J^{(i)} \hat{=} \frac{\partial(x', y', v_{\text{los}})}{\partial(\phi_1^{(i)}, \phi_2^{(i)}, \phi_3^{(i)})}, \quad (\text{VI.42})$$

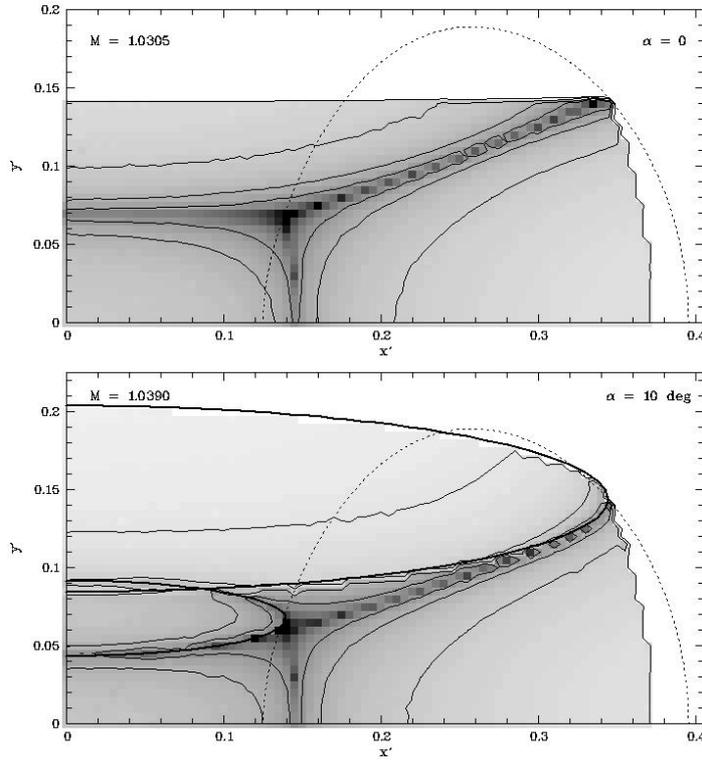


Figure VI.16: Sky density computed for the test-orbit seen edge-on ( $\alpha = 0$ , upper panel) and slightly overhead ( $\alpha = 10^\circ$ , lower panel). Dotted line: ZVC in the meridional plane. Note how the divergence of the density at the boundaries of the orbit in the meridional plane translates in sky density. Heavy line: geometrical location of the ‘corners’ of the orbit. The numerical line-of-sight integration precision is set to  $10^{-2}$ .

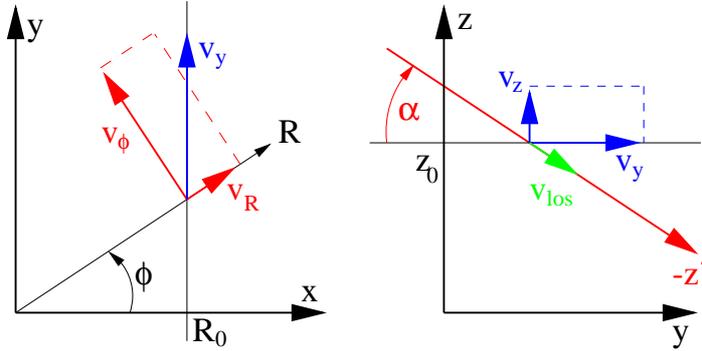


Figure VI.17: Elements of geometry for the computation of the velocity along the LOS.

is to be evaluated at the  $i$ -th solution  $\varphi^{(i)} \equiv (\phi_1^{(i)}, \phi_2^{(i)})$ ,  $i = 1, \dots, M$ , of the system of equations:

$$\begin{cases} y' = z(\varphi^{(i)}) \cos \alpha - R(\varphi^{(i)}) \sin \phi \sin \alpha, \\ v_{\text{los}} = \left( \frac{L_z}{R(\varphi^{(i)})} \cos \phi + v_R(\varphi^{(i)}) \sin \phi \right) \cos \alpha \\ \quad + v_z(\varphi^{(i)}) \sin \alpha. \end{cases} \quad (\text{VI.43})$$

The reason that we need only to solve for two action angles  $\phi_1^{(i)}$  and  $\phi_2^{(i)}$  for the motion in the meridional plane is that the third angle  $\phi_3^{(i)}$  is simply the azimuthal angle  $\phi$ , which is related to the two action angles  $\varphi^{(i)}$  by

$$\phi_3^{(i)} \equiv \phi = \arccos \left[ \frac{x'}{R(\varphi^{(i)})} \right]. \quad (\text{VI.44})$$

Fig. VI.18 shows the position-velocity diagram of the test-orbit as seen with a ‘virtual’ long-slit placed along the  $x'$ -axis (that is  $y' = 0$ ). By symmetry, we can restrain the study to the part  $x' \geq 0$ , where the velocities are expected to be mostly positive since  $L_z > 0$ .

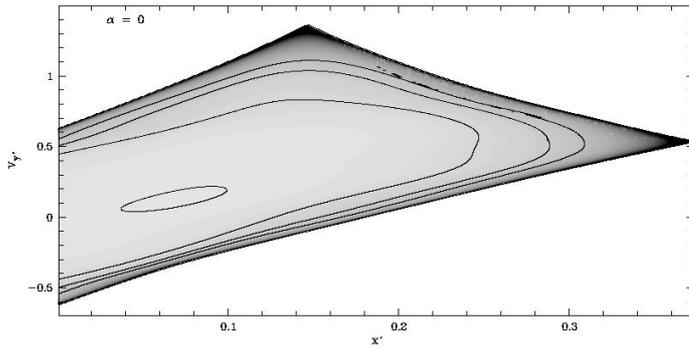


Figure VI.18: PVD for a ‘virtual’ long-slit placed along the  $x'$ -axis ( $y' = 0$ ) of the test-orbit seen edge-on ( $\alpha = 0$ ). The intensity at a point  $(x', y' = 0, v_{\text{los}})$  is computed by means of eq. VI.41.

## 6. Conclusions

We have used the spectral analysis code provided by CARPINTERO & AGUILAR (1998) to determine the properties of orbits in elliptic disks and in axisymmetric potentials based on numerical integration over a modest number of orbital periods. We have approximated regular orbits by a truncated Fourier time series of a few tens of terms per coordinate, and have reconstructed the underlying invariant torus by computation of the associated action-angle variables. We have used this to relate the uniform distribution of a regular orbit on its torus to the non-uniform distribution in the familiar space of observables by a simple Jacobian transformation between the two sets of coordinates. This approach is by no means new, but we have extended the published formalism to include calculation of the quantities used in the construction of dynamical models by Schwarzschild’s method, in particular the orbital density and the observed LOSVD’s for elliptic disks and for axisymmetric models.

In the standard implementation of Schwarzschild’s method, orbital properties are recorded on a grid of cells in configuration space  $(x, y, z)$  and in the space of observables  $(x', y', v_{\text{los}})$  (e.g., CRETTON *et al.* 1999). The number of cells is generally taken to be of the order of 1000-2000, and orbital densities and kinematic properties are calculated by numerically integrating an orbit for a very long time, so that each cell is crossed at least 100 times. Averaging of the time spent in the cell, or of the velocity distribution in the cell, then results in a  $\sim 10\%$  accuracy on the orbital density and the observed kinematics. By contrast, the spectral method allows the invariant orbital torus to be described by a few tens of terms, and allows computation of all the physical quantities in a cell-independent way with much increased accuracy. At a given accuracy, the spectral method requires less cpu time than the traditional approach, at least for the two-dimensional cases we have investigated. The resulting flexibility in the determination of the orbital properties, and the drastic reduction of storage space for the orbit library, provide further significant improvements in the practical application of Schwarzschild’s method.

The algorithm devised by CA98 uses only the orbital position for spectral analysis. It truncates the orbital Fourier series according to a criterion on the spectra of the coordinates, so that the resulting Fourier series approximation and torus reconstruction is less accurate in velocity space. Laskar’s (1993) NAFF algorithm uses the complete phase-space position, and may therefore be more efficient in the determination of the base frequency of an orbit and in the torus reconstruction. However, the precision obtained with CA98 seems adequate for the practical goals of the method.

The method employed here to compute orbital properties works best for the main families of regular orbits. The higher-order resonances (e.g., MIRALDA-ESCUDE & SCHWARZSCHILD 1989) can be found by the CA98 algorithm, but the torus reconstruction becomes more difficult (e.g., KAASALAINEN 1995). This suggests that the main advantage will lie in the construction of dynamical models that have a fairly regular phase space, such as models with central density profiles that are only moderately cusped.

Irregular orbits cannot be represented by our Fourier series expansions. In principle it is possible to obtain the properties of these orbits by subtracting the contributions of the regular ones from an  $f(E)$  or  $f(E, L_z)$  component (e.g., ZHAO 1996, CRETTON *et al.* 1999), which can be represented as the

sum of all regular and irregular orbits at that  $E$  (and  $L_z$ ). Use of the smooth regular orbits and the  $f(E)$  and  $f(E, L_z)$  components as building blocks in Schwarzschild's method therefore means that the irregular orbits are included as well.

Application of spectral dynamics to compute the observable properties of regular orbits in genuinely three-dimensional potentials is possible in principle. Construction of triaxial dynamical models that fit observed the kinematics of early-type galaxies may well benefit from the same approach, although the rich phase space, and the presence of many irregular orbits, may complicate its practical application (e.g., HÄFNER *et al.* 2000).

It is a pleasure to thank Luis Aguilar and Daniel Carpintero for making available their spectral dynamics code, and to thank Wyn Evans for constructive comments.

## References

- ARNOLD, V. I., 1989; *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer-Verlag, New York
- BINNEY, J. & KUMAR, S., 1993; *Angle variables for numerically fitted orbital tori*. MNRAS, **261**, 584
- BINNEY, J. & SPERGEL, D., 1982; *Spectral stellar dynamics*. ApJ, **252**, 308
- , 1984; *Spectral stellar dynamics. II - The action integrals*. MNRAS, **206**, 159
- BINNEY, J. & TREMAINE, S., 1987; *Galactic Dynamics*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press. BT87
- CARPINTERO, D. D. & AGUILAR, L. A., 1998; *Orbit classification in arbitrary 2D and 3D potentials*. MNRAS, **298**, 1. CA98
- COPIN, Y., ZHAO, H. S. & DE ZEEUW, P. T., 2000; *Probing a Regular Orbit with Spectral Dynamics*. MNRAS. Accepted for publication
- CRETTON, N., DE ZEEUW, P. T., VAN DER MAREL, R. P. & RIX, H. W., 1999; *Axisymmetric Three-Integral Models for Galaxies*. ApJS, **124**, 383
- CRETTON, N., RIX, H. W. & DE ZEEUW, T., 2000; *The Distribution of Stellar Orbits in the Giant Elliptical Galaxy NGC 2320*. ApJ. Astro-ph/0001506
- CRETTON, N. & VAN DEN BOSCH, F. C., 1999; *Evidence for a Massive Black Hole in the S0 Galaxy NGC 4342*. ApJ, **514**, 704
- DE ZEEUW, P. T., 1985; *Elliptical galaxies with separable potentials*. MNRAS, **216**, 273
- GEBHARDT, K., RICHSTONE, D., KORMENDY, J., LAUER, T. R., AJHAR, E. A., BENDER, R., DRESSLER, A., FABER, S. M., GRILLMAIR, C., MAGORRIAN, J. & TREMAINE, S., 2000; *Axisymmetric, Three-Integral Models of Galaxies: A Massive Black Hole in NGC 3379*. AJ, **119**, 1157
- HÄFNER, R. M., EVANS, N. W., DEHNEN, W. & BINNEY, J., 2000; *A Dynamical Model of the Inner Galaxy*. MNRAS, **314**, 433+
- KAASALAINEN, M., 1994; *Torus construction in potentials supporting different orbit families*. MNRAS, **268**, 1041
- , 1995; *Construction of invariant tori around closed orbits*. MNRAS, **275**, 162
- KAASALAINEN, M. & BINNEY, J., 1994; *Torus construction in potentials supporting different orbit families*. MNRAS, **268**, 1033
- LASKAR, J., 1993; *Frequency analysis of a dynamical system*. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, **56**, 191
- MATTHIAS, M. & GERHARD, O., 1999; *Dynamics of the boxy elliptical galaxy NGC 1600*. MNRAS, **310**, 879
- MCGILL, C. & BINNEY, J., 1990; *Torus construction in general gravitational potentials*. MNRAS, **244**, 634
- MIRALDA-ESCUDE, J. & SCHWARZSCHILD, M., 1989; *On the orbit structure of the logarithmic potential*. ApJ, **339**, 752
- OLLONGREN, A., 1962; *Three-dimensional Galactic Stellar Orbits*. Bull. Astron. Inst. Netherlands, **16**, 241
- PAPAPHILIPPOU, Y. & LASKAR, J., 1996; *Frequency map analysis and global dynamics in a galactic potential with two degrees of freedom*. A&A, **307**, 427
- , 1998; *Global dynamics of triaxial galactic models through frequency map analysis*. A&A, **329**, 451
- RATCLIFF, S. J., CHANG, K. M. & SCHWARZSCHILD, M., 1984; *Stellar orbits in angle variables*. ApJ, **279**, 610

---

## References

---

- RIX, H. W., DE ZEEUW, P. T., CRETTON, N., VAN DER MAREL, R. P. & CAROLLO, C. M., 1997; *Dynamical Modeling of Velocity Profiles: The Dark Halo around the Elliptical Galaxy NGC 2434*. *ApJ*, **488**, 702
- SCHWARZSCHILD, M., 1979; *A numerical model for a triaxial stellar system in dynamical equilibrium*. *ApJ*, **232**, 236
- SRIDHAR, S. & TOUMA, J., 1997; *Cusps without chaos*. *MNRAS*, **287**, L1. ST97
- VALLURI, M. & MERRITT, D., 1998; *Regular and Chaotic Dynamics of Triaxial Stellar Systems*. *ApJ*, **506**, 686
- VAN DER MAREL, R. P., CRETTON, N., DE ZEEUW, P. T. & RIX, H. W., 1998; *Improved Evidence for a Black Hole in M32 from HST/FOS Spectra. II. Axisymmetric Dynamical Models*. *ApJ*, **493**, 613
- ZHAO, H. S., 1996; *A steady-state dynamical model for the COBE-detected Galactic bar*. *MNRAS*, **283**, 149



# Conclusions & perspectives

CETTE THÈSE A ÉTÉ L'OCCASION d'aborder les facettes les plus diverses de la recherche astronomique dans le domaine de la dynamique des galaxies de type précoce, allant de la mise en œuvre d'un nouvel instrument à des travaux plus théoriques, en passant par l'écriture d'un logiciel de réduction des données et l'acquisition de données de spectrographie intégrale de champ. J'en rappelle ici les principaux résultats, parfois préliminaires, tout en dégageant pour chacun les prolongements à envisager. Je finis par une « petite surprise ».

## Le projet SAURON

Dans un premier temps (Chap. I), j'ai présenté le projet SAURON (*Spectrographic Areal Unit for Research on Optical Nebulae*), entrepris en collaboration avec l'Observatoire de Leiden (Pays-Bas) et l'Université de Durham (Grande-Bretagne). Ce projet s'articule autour du nouveau spectrographe intégral de champ (SIC) du même nom, instrument totalement unique en son genre par ses capacités 3D et le champ de vue couvert, monté en février 1999 au foyer du télescope William Herschell. Mais, contrairement à de nombreux projets purement instrumentaux, celui-ci s'inscrit dans un cadre scientifique précis, visant à une meilleure compréhension des galaxies de type précoce, aussi bien du point de vue de la dynamique stellaire ou gazeuse que des populations stellaires. Cela suppose une démarche stricte, de la construction d'un échantillon représentatif de galaxies à observer à une réduction et une analyse homogènes des données et à l'interprétation sur une base théorique commune des résultats.

D'un point de vue observationnel, le projet SAURON est maintenant bien entamé, avec l'acquisition de plus de vingt galaxies parmi l'échantillon prévu de  $\sim 80$ . Au rythme actuel de deux missions par an, les observations devraient être achevées d'ici fin 2002. En revanche, la partie interprétation ne fait que commencer (voir plus bas), et nul doute que l'analyse un tant soit peu détaillée de cette quantité astronomique de données promet encore quelques heures de travail.

## Réduction et analyse des données SIC

Les données issues d'un SIC de type TIGER (p.ex. OASIS ou SAURON) demandent une méthode de réduction tout à fait particulière. Dans l'optique d'une mise à plat des algorithmes utilisés, j'ai décrit (Chap. II) l'ensemble des étapes suivies dans la réduction des données de type TIGER, et plus particulièrement des données SAURON. Une telle présentation exhaustive sera sans aucun doute d'une certaine utilité pour les futures générations de spectrographes intégraux de champ (p.ex. projet SNIFS), si l'on considère en outre que les présentations, partielles, faites par PÉCONTAL (1991) et ROUSSET (1992) n'étaient plus vraiment d'actualité sur de nombreux points.

Au delà de la réduction à proprement parler, j'ai également présenté (Chap. III) l'ensemble des outils déployés pour l'analyse des spectres galactiques, permettant d'extraire de ces derniers les quantités physiques pertinentes : je me suis personnellement impliqué dans la mesure de la distribution des vitesses stellaires le long de la ligne de vue, observation fondamentale pour l'étude de la dynamique des galaxies, mais j'ai également décrit les moyens d'accéder aux indices de raies, signatures des populations stellaires, ainsi qu'aux raies en émission du gaz.

Dans le cadre du projet SAURON, les procédures de réduction et d'analyse des données sont maintenant totalement finalisées. Associées à un *pipeline* développé en parallèle, elles permettront, conformément aux objectifs fixés, un traitement totalement homogène de l'ensemble des observations SAURON. Ce point est essentiel à la réalisation du projet scientifique, compte tenu de la difficulté bien connue à intégrer de façon cohérente des données ayant subies des manipulations indépendantes.

## Observations SIC

Le Chap. IV m'a permis de présenter des résultats plus ou moins préliminaires issus d'observations de spectrographie intégrale de champ, à la fois aux plus hautes résolutions spatiales accessibles du sol et à des échelles plus larges :

- les observations à haute résolution spatiale ( $\sim 0''.5$  LMH) du noyau double de M31 obtenues par le SIC OASIS permettent d'aborder d'un œil neuf ce mystère de l'astronomie contemporaine, et mettent en particulier en évidence une complexité encore accrue de cette structure (BACON *et al.* 2000).
- les premiers résultats en provenance du spectrographe SAURON démontrent clairement les capacités hors-norme de cet instrument pour l'étude des galaxies de type précoces, et les cartes présentées — vitesse, dispersion, indices de raie, cinématique du gaz — sont réellement uniques en leur genre. Par ailleurs, en m'intéressant plus particulièrement aux champs de vitesse, j'en ai proposé une paramétrisation nouvelle, basée sur un développement de Fourier du profil azimutal des vitesses. Les grandeurs caractéristiques ainsi déterminées pourraient jouer un rôle équivalent à celui du paramètre photométrique  $a_4$  dans la compréhension de la dichotomie observée des galaxies de type précoce.

Ces deux exemples montrent à quel point les observations SIC sont bien les seules à même d'aborder « sereinement » — dans le sens où les structures alors observées ne peuvent être mises sur le compte de mauvais *a priori* sur la géométrie du système, nécessaires dans le cas des observations classiques à fente longue — toute la complexité des galaxies de type précoce : composantes multiples, cœur cinématiquement distinct, disque en contre-rotation, signature cinématique de triaxialité, etc. Elles ne constituent évidemment pas la panacée, p.ex. du fait de leur relativement faible résolution spectrale, mais devraient toujours être considérées comme des compléments indispensables.

Ces observations sont appelées à se poursuivre, bien sûr avec le projet SAURON, mais également avec OASIS dans le cadre d'une étude sur deux ans de la dynamique à haute résolution spatiale du noyaux d'une dizaine de galaxies (projet entamé en février 2000 et à prolonger au premier semestre 2001).

J'aimerais aborder ici un point qui me paraît important et finalement parmi les plus porteurs de cette thèse. Alors que les observations intégrales de champ commencent maintenant à se multiplier, en grande partie sous l'impulsion de l'équipe TIGRE de l'Observatoire de Lyon, il me semble que, au moins dans le domaine des galaxies de type précoce, les outils d'analyse *systématique* permettant d'exploiter pleinement le caractère 2D de ces observations restent encore à inventer. Des travaux ont été initiés en ce sens, p.ex. la partie cinématique de la méthode MGE (MONNET *et al.* 1992, EMSELLEM *et al.* 1994), mais l'effort doit être poursuivi, afin d'extirper enfin le réflexe « grand axe – petit axe » imposé par des décennies de spectrographie à fente longue, et de persuader les derniers réticents à ne plus poser la question « qu'est-ce que la SIC apporte de plus ? » C'est dans cette démarche que s'inscrit la caractérisation des champs de vitesse proposée à la fin du Chap. IV.

## Modélisations dynamiques

Comme je l'ai déjà évoqué, le succès du projet SAURON ne peut se limiter à la seule réussite instrumentale — en l'occurrence déjà acquise — mais doit inclure l'interprétation pertinente des observations. C'est pourquoi j'ai présenté (Chap. V) les outils de modélisation dynamique qui sont destinés à être mis en œuvre — essentiellement la méthode de Jeans, fondamentalement limitée par ses hypothèses par trop restrictives mais d'application aisée, et la méthode de Schwarzschild étendue axisymétrique, telle que développée à l'Observatoire de Leiden par CRETTON *et al.* (1999) p.ex., de

portée totalement générale mais d'application bien plus complexe<sup>b</sup>.

J'ai également présenté dans ce chapitre les premiers éléments de modélisation concernant la galaxie elliptique NGC 3377, et plus spécifiquement de ses parties les plus centrales dans le but à demi-avoué de détecter et de peser le trou noir super-massif (TNS) évoqué par KORMENDY *et al.* (1998). C'est la première fois qu'une telle modélisation dynamique est basée sur des données SIC, à haute résolution spatiale ( $\sim 0''.65$  LMH, OASIS) et à large champ de vue ( $\sim 30'' \times 40''$ , SAURON). Or, en l'état, si les modèles de Jeans requièrent effectivement un TNS de masse sensiblement égale à celle déterminée par KORMENDY *et al.* (1998), les modèles plus généraux de Schwarzschild permettent d'expliquer l'ensemble des observations, y compris le pic central de dispersion (mais hormis la composante non-axisymétrique observée, signature de triaxialité), *sans le moindre* TNS, mais simplement par une anisotropie radiale.

Ces éléments préliminaires permettent donc au moins d'aboutir à la conclusion suivante, déjà évoquée par CRETTON & VAN DEN BOSCH (1999) p.ex. : dans le domaine de la chasse au TNS, les détections basées à la fois sur des données au sol *et* sur des modèles restreints (p.ex. isotropes) sont trop incertaines, et ne résultent probablement que d'hypothèses de modélisation trop restrictives. La détection fiable et la pesée précise d'un TNS ne peut donc se faire qu'à l'aide des données à très haute résolution spatiale et des modèles dynamiques les plus généraux (p.ex. VAN DER MAREL *et al.* 1998, EMSELLEM *et al.* 1999).

Dans l'objectif d'une étude de la démographie des TNS, la modélisation dynamique des données OASIS, et plus encore des données SAURON, ne pourra donc se faire sans l'utilisation de données spectrographiques en provenance du télescope spatial Hubble. Les données SIC apporteront alors des contraintes *supplémentaires* tout à fait pertinentes sur la structure orbitale en vigueur au sein de la galaxie, et sur les mécanismes de relaxation éventuellement en action.

### Structure orbitale de l'espace des phases

La modélisation dynamique précise des galaxies de type précoce, y compris par la méthode de Schwarzschild étendue, est de plus en plus confrontée au problème délicat des orbites chaotiques : leur influence dynamique est probablement cruciale, mais l'étude de leurs propriétés dynamiques est connue pour être incertaine. *A contrario*, les orbites régulières — qui constituent les piliers fondateurs des méthodes de superposition d'orbites — possèdent de nombreuses propriétés jusque là peu exploitées. Le Chap. VI présente donc une méthode d'analyse de ces orbites régulières (COPIN *et al.* 2000), basée sur une généralisation des concepts de la dynamique spectrale tels qu'introduits par (BINNEY & SPERGEL 1982) et appliqués par CARPINTERO & AGUILAR (1998).

Ces travaux, pour l'instant encore trop théoriques, pourront s'avérer d'une grande utilité dans l'application pratique de la méthode de Schwarzschild, en permettant non seulement un gain notable en précision et en besoin de stockage dans le calcul des caractéristiques orbitales, mais également dans la construction d'orbites de librairies plus pertinentes dans le cas où peu d'intégrales du mouvement sont connues (cas triaxial ou de symétrie encore moindre).

### Cadeau surprise

Je me permets de conclure cette conclusion, et donc cette thèse, par la présentation de données SAURON acquises lors de la dernière et toute récente mission (27 mars – 4 avril 2000). Elles concernent NGC 4365, une elliptique (E3) géante de l'amas de la Vierge. C'est une galaxie à cœur ( $\gamma = 0,15$ , FABER *et al.* 1997), dont les isophotes sont très « carrées » ( $a_4/a \simeq -1,1\%$ , BENDER *et al.* 1989). Elle est surtout connue pour être l'une des galaxies les plus proches avec un cœur cinématiquement distinct (BENDER 1988), c.-à-d. dont les parties centrales présentent un axe de rotation largement décalé (entre  $30^\circ$  et  $90^\circ$ ) par rapport à l'axe cinématique des parties externes (p.ex. STATLER 1991).

La Fig. 1 présente l'image reconstruite de cette galaxie, ainsi que les cartes de sa cinématique ( $V$ ,  $\sigma$ ,  $h_3$  et  $h_4$ ). Noter effectivement comment les parties externes semblent tourner autour du grand axe

<sup>b</sup> C'est d'ailleurs l'occasion pour moi de proposer quelques éléments de réflexion à ce sujet, issus de l'expérience acquise dans ce domaine lors d'un séjour de quelques mois à l'Observatoire de Leiden.

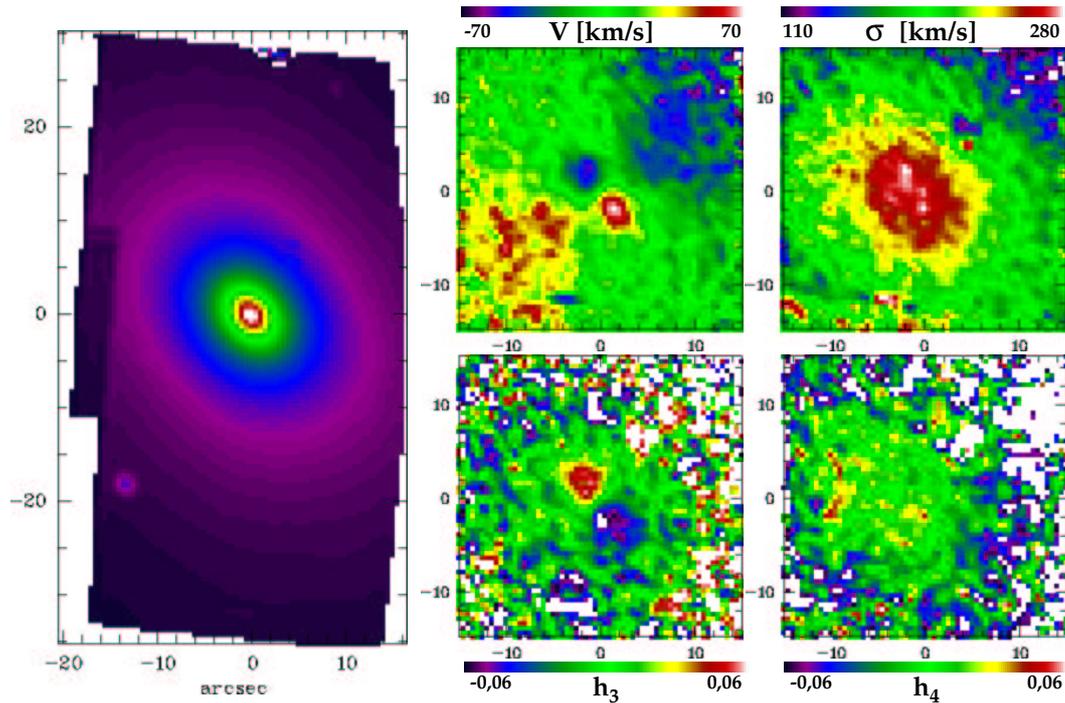


FIG. 1 – Observations SAURON de la galaxie à cœur cinématiquement distinct NGC 4365. L’image reconstruite (à gauche) présente le champ de  $\sim 30 \times 55 \text{ arcsec}^2$  couvert par les deux pointages réalisés sur cette galaxie. La présence d’un cœur cinématiquement distinct est clairement visible dans les cartes des moments impairs du profil des vitesses ( $V$  et  $h_3$ ).

photométrique de la galaxie — ce qui semble indiquer une forme intrinsèque prolata — tandis que les parties centrales ont un axe de rotation décalé de  $\sim 90^\circ$ , le découplage cinématique intervenant à un rayon de  $\sim 6 \text{ arcsec}$ . Le champ de vitesse de la Fig. 1 donne probablement pour la première fois l’occasion de réellement « voir » une telle structure à l’œuvre. Et voir, c’est déjà mieux comprendre.

## Références

- BACON, R., EMSELLEM, E., COMBES, F., COPIN, Y., MONNET, G. & MARTIN, P., 2000; *OASIS Observations of the M31 Double Nucleus*. *A&A*. In preparation
- BENDER, R., 1988; *Rotating and counter-rotating cores in elliptical galaxies*. *A&A*, **202**, L5
- BENDER, R., SURMA, P., DOEBEREINER, S., MOELLENHOFF, C. & MADEJSKY, R., 1989; *Isophote shapes of elliptical galaxies. II - Correlations with global optical, radio and X-ray properties*. *A&A*, **217**, 35
- BINNEY, J. & SPERGEL, D., 1982; *Spectral stellar dynamics*. *ApJ*, **252**, 308
- CARPINTERO, D. D. & AGUILAR, L. A., 1998; *Orbit classification in arbitrary 2D and 3D potentials*. *MNRAS*, **298**, 1. CA98
- COPIN, Y., ZHAO, H. S. & DE ZEEUW, P. T., 2000; *Probing a Regular Orbit with Spectral Dynamics*. *MNRAS*. Accepted for publication
- CRETTON, N., DE ZEEUW, P. T., VAN DER MAREL, R. P. & RIX, H. W., 1999; *Axisymmetric Three-Integral Models for Galaxies*. *ApJS*, **124**, 383
- CRETTON, N. & VAN DEN BOSCH, F. C., 1999; *Evidence for a Massive Black Hole in the S0 Galaxy NGC 4342*. *ApJ*, **514**, 704
- EMSELLEM, E., DEJONGHE, H. & BACON, R., 1999; *Dynamical models of NGC 3115*. *MNRAS*, **303**, 495
- EMSELLEM, E., MONNET, G. & BACON, R., 1994; *The multi-gaussian expansion method: a tool for building realistic photometric and kinematical models of stellar systems I. The formalism*. *A&A*, **285**, 723. MGE94
- FABER, S. M., TREMAINE, S., AJHAR, E. A., BYUN, Y. I., DRESSLER, A., GEBHARDT, K., GRILLMAIR, C., KORMENDY, J., LAUER, T. R. & RICHSTONE, D., 1997; *The Centers of Early-Type Galaxies with HST.IV.Central Parameters*. *AJ*, **114**, 1771

## Références

---

- KORMENDY, J., BENDER, R., EVANS, A. S. & RICHTON, D., 1998; *The Mass Distribution in the Elliptical Galaxy NGC 3377: Evidence for a  $2^8$ - $M_{\odot}$  Black Hole*. *AJ*, **115**, 1823
- MONNET, G., BACON, R. & EMMELM, E., 1992; *Modelling the stellar intensity and radial velocity fields in triaxial galaxies by sums of Gaussian functions*. *A&A*, **253**, 366
- PÉCONTAL, E., 1991; *Étude du spectrographe à trame de micro-lentilles TIGER, application à l'observation des environnements de noyaux actifs*. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris
- ROUSSET, A., 1992; *Contribution des méthodes numériques au dépouillement des données du spectrographe intégral de champ TIGER*. Thèse de doctorat, Université de Saint-Etienne
- STATLER, T. S., 1991; *On the velocity fields of elliptical galaxies*. *AJ*, **102**, 882
- VAN DER MAREL, R. P., CRETTON, N., DE ZEEUW, P. T. & RIX, H. W., 1998; *Improved Evidence for a Black Hole in M32 from HST/FOS Spectra. II. Axisymmetric Dynamical Models*. *ApJ*, **493**, 613



# Annexes

## A. Polynômes de Gauss-Hermite<sup>a</sup>

Je rappelle ici quelques propriétés intéressantes des polynômes de (Tchebichev-)Hermite, en utilisant les notations et normalisations usuelles dans le domaine de la cinématique galactique (p.ex. VAN DER MAREL & FRANX 1993, MAGORRIAN & BINNEY 1994) mais légèrement différentes de celle des textes plus mathématiques (p.ex. ABRAMOWITZ & STEGUN 1965).

Le polynôme d'Hermite  $H_i$  est un polynôme de degré  $i$  défini par la relation :

$$-\left(\frac{d}{dw}\right)^i \alpha(w) = \sqrt{i!} \alpha(w) H_i(w/\sqrt{2}), \quad (\text{A.1})$$

$w \mapsto \alpha(w)$  désignant la gaussienne (Éq. (III.8), p. 58). Les polynômes d'Hermite satisfont alors à la relation d'ortho-normalité :

$$\int_{\mathbb{R}} H_i(w) H_j(w) \alpha^2(w) dw = \delta_{ij}; \quad (\text{A.2})$$

ils vérifient en outre les relations de récurrence suivantes :

$$\frac{d}{dw} H_i(w) = \sqrt{2i} H_{i-1}(w) \quad \text{et} \quad w H_i(w) = \sqrt{\frac{i+1}{2}} H_{i+1}(w) + \sqrt{\frac{i}{2}} H_{i-1}(w). \quad (\text{A.3})$$

Dans l'expansion du profil des vitesses en série de Gauss-Hermite, on se limite en général à l'ordre  $N = 4$ , faisant intervenir les polynômes :

$$H_3(w) = \frac{w}{\sqrt{3}} (2w^2 - 3) \quad \text{et} \quad H_4(w) = \frac{1}{\sqrt{24}} (4w^4 - 12w^2 + 3). \quad (\text{A.4})$$

## B. Sridhar & Touma potential<sup>b</sup>

The test-orbit used in Chap. VI, § 4.1., p. 149 was integrated in the two-dimensional separable potential introduced by SRIDHAR & TOUMA (1997, ST97). We collect here a number of properties of the orbits in this potential.

---

a Voir Chap. III, voir § 1.2.2., p. 58.

b Voir Chap. VI, voir § 4.1., p. 149.

## B.1. DEFINITION

The ST97 potential is defined by

$$\Phi(r, \theta) \hat{=} r^\alpha \left[ (1 + \cos \theta)^{(1+\alpha)} + (1 - \cos \theta)^{(1+\alpha)} \right]. \quad (\text{B.1})$$

It is of Stäckel form in parabolic coordinates  $\xi = r(\cos \theta + 1) \geq 0$  and  $\eta = r(\cos \theta - 1) \leq 0$ , in which it takes the form

$$\Phi = \frac{F_+(\xi)}{\xi - \eta} + \frac{F_-(\eta)}{\eta - \xi}, \quad (\text{B.2})$$

with  $F_+(\xi) \hat{=} 2\xi^{1+\alpha}$  and  $F_-(\eta) \hat{=} -2|\eta|^{1+\alpha}$ .

In addition to the energy

$$E = \frac{2}{\xi - \eta} (\xi p_\xi^2 - \eta p_\eta^2) + \Phi, \quad (\text{B.3})$$

every orbit has a second isolating integral of motion  $I_2$ , given by

$$I_2 = 2\xi p_\xi^2 - \xi E + F_+(\xi) = 2\eta p_\eta^2 - \eta E + F_-(\eta). \quad (\text{B.4})$$

## B.2. BOUNDARIES

As eq. (B.1) shows, the ST97 potential is scale-free, so that the shape of an orbit is determined only by the value of the second integral, while its scale is related to the energy. Two orbits of opposite  $I_2$  are symmetric with respect to the  $x$ -axis; we consider hereafter only the case  $I_2 \geq 0$ .

Defining the functions  $I_+(\eta) \hat{=} -\eta E + F_-(\eta)$  and  $I_-(\xi) \hat{=} -\xi E + F_+(\xi)$  for a given energy  $E$ , the boundaries of an orbit with second integral  $I_2$  ( $\geq 0$ ) are given by the roots of the equations  $I_+(\eta) = I_2$  (2 roots  $\eta_1$  and  $\eta_2$ ) and  $I_-(\xi) = I_2$  (one root  $\xi_0$ ; see e.g., Fig. VI.3).

## B.3. DENSITY

The orbital DF of an orbit with energy  $E_0$  and second integral  $I_0$  can be written (as a consequence of the strong Jeans theorem) as:

$$f_{E_0, I_0}(E, I_2) \propto \delta(E - E_0) \delta(I_2 - I_0). \quad (\text{B.5})$$

The orbital surface density is as usually given by  $\rho_{E_0, I_0}(r, \theta) \hat{=} \int f_{E_0, I_0} d^2v$ . We have  $d\xi d\eta dp_\xi dp_\eta = d\mathbf{r} d\mathbf{v}$ , which translates to:

$$d^2v = \frac{1}{r} \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(r, \theta)} \frac{\partial(p_\xi, p_\eta)}{\partial(E, I_2)} dE dI_2, \quad (\text{B.6})$$

with

$$\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(r, \theta)} = 2r \sin \theta, \quad (\text{B.7})$$

and

$$\frac{\partial(p_\xi, p_\eta)}{\partial(E, I_2)} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(I_+(\eta) - I_0)(I_0 - I_-(\xi))}}. \quad (\text{B.8})$$

Therefore, the unnormalized orbital density  $\rho^*$  is

$$\rho_{E_0, I_0}^*(\xi, \eta) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(I_+(\eta) - I_0)(I_0 - I_-(\xi))}}, \quad (\text{B.9})$$

while the total mass of this unnormalized orbit is found to be:

$$M_{E_0, I_0}^* \hat{=} \int \rho_{E_0, I_0}^* d^2 \mathbf{r} \quad (\text{B.10})$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{\delta_\eta}} d\eta \int_0^{\xi_0} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi} \sqrt{\delta_\xi}} + \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{\sqrt{\eta} \sqrt{\delta_\eta}} \int_0^{\xi_0} \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\delta_\xi}} d\xi \right], \quad (\text{B.11})$$

with shorthand notations  $\delta_\eta \hat{=} I_+(\eta) - I_0$  and  $\delta_\xi \hat{=} I_0 - I_-(\xi)$ . This double integration can be carried out easily by numerical means.

## Références

- ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I. A., 1965; *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publ., Inc., New York
- MAGORRIAN, J. & BINNEY, J., 1994; *Predicting Line-of-sight Velocity Distribution of Elliptical Galaxies*. MNRAS, **271**, 949
- SRIDHAR, S. & TOUMA, J., 1997; *Cusps without chaos*. MNRAS, **287**, L1. ST97
- VAN DER MAREL, R. P. & FRANX, M., 1993; *A new method for the identification of non-Gaussian line profiles in elliptical galaxies*. ApJ, **407**, 525



## Index

On note en *italique* la page où l'acronyme est expliqué.

<b>- <math>\lambda</math> -</b>	
angle de décalage cinématique .....	100, 128
<b>- <math>\mathcal{C}</math> -</b>	
cœur (galaxie à) .....	3
CC .....	57
CCF .....	57
create_mask .....	<i>voir</i> procédures
cross-corrélation .....	54
cross-dispersion (profil/direction de) .....	31
cuspidé (galaxie à) .....	3, 22, 115
<b>- <math>\mathcal{D}</math> -</b>	
DF .....	147
dichotomie des galaxies .....	5
DSF .....	100
<b>- <math>\xi</math> -</b>	
échantillons SAURON .....	<i>voir</i> SAURON
EDP .....	111
effet de fente .....	12
équations	
de Boltzmann sans collision .....	112
de Jeans .....	113
extract_spec .....	<i>voir</i> procédures
<b>- <math>\mathcal{F}</math> -</b>	
FCQ .....	57
FD .....	52, 111
FEP .....	32
FFT .....	56
find_max .....	<i>voir</i> procédures
find_mpup .....	<i>voir</i> procédures
<b>- <math>\mathcal{G}</math> -</b>	
grism .....	15
<b>- <math>\mathcal{H}</math> -</b>	
HST .....	3
<b>- <math>\mathcal{I}</math> -</b>	
IDM .....	112
imagerie .....	10
<b>- <math>\mathcal{L}</math> -</b>	
LOS .....	148
LOSVD .....	52
<b>- <math>\mathcal{M}</math> -</b>	
M31 .....	79
masque d'extraction .....	36
modèles	
de Jeans .....	113, 128
de Schwarzschild .....	114, 131
MGE .....	119
séparables (de Stäckel) .....	115
mosaïquage .....	46
$\mu$ -pup .....	29
<b>- <math>\mathcal{N}</math> -</b>	
NGC 2549 .....	95
NGC 3377 .....	118
cinématique gazeuse .....	96
cinématique stellaire	
OASIS .....	125
SAURON .....	93
indices de raie .....	95
modèles	
de Jeans .....	129
de Schwarzschild .....	131
photométrique .....	121
NGC 3379 .....	95
NGC 4365 .....	167
NGC 4550 .....	95
NNLS .....	116

- 
- 0 -
- OASIS ..... 14  
  observations de M31 ..... 79  
  observations de NGC 3377 ..... 124  
oblat (sphéroïde) ..... 2  
*overhead* ..... 20
- P -
- PALANTÏR ..... *voir* pipeline  
PAV ..... 101  
pipeline ..... 47  
  PALANTÏR ..... 48  
prisme  
  de Carpenter ..... 15  
  holographique ..... 19  
procédures  
  *create\_mask* ..... 36  
  *extract\_spec* ..... 38  
  *find\_max* ..... 33  
  *find\_mpup* ..... 29  
profil des vitesses ..... 52  
  caractérisation ..... 58  
  moteurs d'extraction ..... 54  
prolat (sphéroïde) ..... 2  
PSF ..... 32  
PV ..... 52  
PVD ..... 152
- Q -
- QF ..... 56
- R -
- raie  
  en émission ..... 75, 96  
  indices ..... 71, 95  
  profil ..... *voir* profil des vitesses
- S -
- SAURON ..... 6  
  caractéristiques techniques ..... 18  
  concept optique ..... 14  
  échantillons  
    d'étoiles standards ..... 22  
    de galaxies ..... 19  
  modes LR/HR ..... 18  
  premiers résultats ..... 91  
*seeing* ..... 11  
SIC ..... 27  
SNIFS ..... 29  
spectrographie ..... 10  
  2D/3D ..... 11  
  intégrale de champ ..... 12  
  à dissecteur d'image ..... 14  
  à fibres optiques ..... 13  
  à trame de micro-lentilles ..... 14  
  OASIS ..... *voir* OASIS  
  SAURON ..... *voir* SAURON  
  TIGER ..... 14  
  spectro-interférométrie ..... 12  
  à fente longue ..... 11  
  système Lick/IDS ..... 18, 73  
  série de Gauss-Hermite ..... 61  
  généralisée ..... 62
- T -
- TCFH ..... 14  
*template* ..... 53  
  *mismatch* ..... 53  
théorème de Jeans ..... 112, 172  
TIGER ..... 14  
TML ..... 15  
TNS ..... 3  
triaxialité ..... 2
- U -
- UGD ..... 62
- W -
- WHT ..... 6
- X -
- XOASIS ..... 27
- Z -
- ZVC ..... 150

Cette thèse a été composée sur un PC Linux SuSE 6.1 (<http://www.suse.de>) à l'aide de L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X<sub>2</sub> $\epsilon$  (juin 1998) associé à l'extension `theseyc.sty`, variation du style `book` disponible auprès de l'auteur. La police de caractère utilisée pour le corps du texte est le Palatino 10pt. Les polices onciales sont celles de l'extension `bookhands` de Peter WILSON, à savoir :

- police d'annonce de chapitre : la **RUSTIQUE ROMANE**,
- police SAURON : l'**ONCIALE**,
- police de titre : l'**ONCIALE ARTIFICIELLE**.

Enfin, l'écriture du code L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X a été réalisée sous GNU Emacs 20.3.1 (<http://www.emacs.org>), et grandement facilitée par l'utilisation des extensions AUC<sub>T</sub>E<sub>X</sub> 9.7 (<http://www.iesd.auc.dk/~amanda/auctex/>) et Ref<sub>T</sub>E<sub>X</sub> de Carsten DOMINIK (<http://www.strw.leidenuniv.nl/~dominik/Tools/>).



## Résumé

Les réponses aux questions clés concernant les scénarii de formation et d'évolution des galaxies demandent une étude approfondie de la morphologie, de la cinématique et des populations stellaires le long de la séquence de Hubble, étude à laquelle la spectrographie intégrale de champ (SIC) peut grandement bénéficier. L'objet de cette thèse est l'étude de la dynamique des galaxies de type précoce, plus particulièrement abordée sous l'angle de la SIC.

Dans un premier temps, je présente le projet international SAURON, visant à observer un échantillon de  $\sim 80$  galaxies de type précoce à l'aide d'un spectrographe intégral grand champ dédié. Je décris en particulier le processus spécifique de réduction des cubes de données issues de ce type d'instrument, ainsi que les méthodes mises en œuvre pour extraire la distribution des vitesses le long de la ligne de vue.

Plusieurs exemples d'apport de la SIC à l'étude de la dynamique des galaxies sont alors présentés. À haute résolution spatiale ( $0''.5$ ), l'observation du noyau double de M31 avec OASIS révèle toute sa complexité morphologique et cinématique. À plus grande échelle ( $30 \times 40 \text{ arcsec}^2$ ), les premiers résultats SAURON permettent d'appliquer une nouvelle caractérisation possible de la cinématique des galaxies à partir de l'étude de leur champ de vitesses bidimensionnel. Enfin, je présente des éléments de modélisation dynamique de Schwarzschild de la galaxie NGC 3377, basée sur les observations totalement complémentaires OASIS et SAURON.

La dernière partie de cette thèse concerne l'*orbite*, élément clé de la dynamique galactique, dont la détermination précise des propriétés dynamiques reste l'une des principales pierres d'achoppement dans l'application de la méthode de Schwarzschild. Pour remédier à cette faiblesse, nous avons développé un outil d'analyse des orbites régulières, passant par la reconstruction semi-analytique du tore orbital à l'aide des concepts de la dynamique spectrale.

## Abstract

Answers to key questions regarding scenarios of galaxy formation and evolution require extensive morphological, kinematic and stellar population studies along the Hubble sequence, to which integral field spectroscopy (IFS) can greatly benefit. In this context, the subject of this thesis is the study of early-type galaxy dynamics, more specifically tackled with IFS.

At first, I present the international project SAURON, which aims at observing a sample of  $\sim 80$  early-type galaxies with a dedicated integral wide-field spectrograph. I describe in detail the specific reduction process applied to datacubes from this instrument, as well as methods implemented to extract the line-of-sight velocity distribution.

Various applications of IFS to the study of galactic dynamics are then presented. At high spatial resolution ( $0''.5$ ), observations of the double nucleus of M31 with OASIS exhibits its outstanding morphological and kinematic complexity. On a larger scale ( $30 \times 40 \text{ arcsec}^2$ ), first results from SAURON could be used for a new characterization of galactic kinematics from the study of their bidimensional velocity field. Last, I present first elements of a dynamical Schwarzschild's modelization of galaxy NGC 3377, based upon fully complementary data from OASIS and SAURON.

The last section of this thesis deals with the *orbit*, basic building block of the galactic dynamics, the precise computation of dynamical properties of which remains a major difficulty in the application of Schwarzschild's method. To deal with this issue, we developed a regular orbit probing tool based on a semi-analytic reconstruction of the orbital torus using concepts from spectral dynamics.